교 육 학 석 사 학 위 논 문

중학교 수학교과서의 수학사 관련 내용 비교분석
- 8-가를 중심으로 -

2008 년 8 월

부경대학교

수학교육전공

이상봉

교 육 학 석 사 학 위 논 문

중학교 수학교과서의 수학사 관련 내용 비교분석 - 8-가를 중심으로-

지도교수 김도상

위 논문을 교육학 석사학위 논문에 제출함

2008 년 4 월

부경대학교교육대학원

수학교육전공

이상봉

이상봉의 교육학석사 학위논문을
인준함.

2008 년 8 월 27 일

주 심 이학박사 조 성 진 (인)

위 원 이학박사 정 진 문 (인)

위 원 이학박사 김 도 상 (인)

목 차

표 목 차

A comparative study of the history of mathematics in textbooks of a middle school

Sang Bong Lee

Graduate School of Education
Pukyong National University

Abstract

Most student regard mathematics as only a hard, important subject for examination. To stimulate students' interest and motivation in learning mathematics, introduction and utilization of the mathematical history is very important, and lots of research on that should be done. this effort can bring students' more meaningful and faithful learning in mathematics. So this study is purposed to analyze and arrange the mathematical history of each chapter of 'Mathematics 8-to ga'. In addition to that, anecdotes of historical topic are introduced.

Through out this paper we would like to suggest a way to help students reduce an aversion to mathematics, and to stimulate students' interest and excitement to the mathematics class. And I hope students can reconsider mathematical ideas, obtain mathematical thought and knowledge, and eventually be confident, high achievers.

Ⅰ 서론

1. 연구의 필요성

오늘날 수학 교육에 있어서 대두되고 있는 여러 가지 문제점 중에서 중요한 것은 많은 학생들이 수학과목을 재미없고 난해한 교과로만 생각하는 바람직하지 못한 인식이 학생들에게 있는 것이다.

수학 수업을 하다보면 학생들은 “수학을 왜 배워야 하나요??” 또는 “수학을 배워서 어디에 써요??” 라고 물어보는 학생들이 많다. 또한, “기본계산만 배우면 되는거 아닌가요??”라고 하는 학생들도 있다. 이는 학생들이 수학을 중요과목이라는 것을 알고 있지만 수학을 왜 배우는지 무엇 때문에 필요한 과목인지를 모르고 수학에 대한 흥미가 없다는 것을 의미한다. 현, 입시위주의 교육에서는 수학이 중요한 과목이지만 암기위주의 공부가 주를 이루고 있는 현 상황에서 학생들에게 수학은 그저 어렵고 힘든 과목이 되어있다.

부산의 한 중학교 2학년 1개 반을 대상으로 설문을 해본결과 총 39명의 학생 중 수학에 관심이 있거나 재미있어 하는 학생은 10명이 채 되지 못한다. 이와 같이 수학은 우리에게 입시를 위해 필요한 과목이기는 하지만, 재미나 흥미와는 거리가 없는 과목이다.

수학교육에 있어서 학생들의 흥미 유발이 아주 중요한 부분임에도 불구하고 우리 수학 교육의 현실은 흥미 유발을 단순히 교사의 수업 전개에서 나타나는 것만으로 생각한다. 그러나 그것은 보다 근원적으로 학생들에게 수학 교과에 대한 흥미를 갖게 하는 것이다. 수학 교과에 대한 흥미 유발을 위한 지도는 교사의 개인별 지도 방법에만 의존해서는 안 되며 교육과정에서도 고려되어야 할 것이다.

아직까지 수학사는 우리의 수학 교육에 거의 이용되지 않고 있는 것이 현실이다. 수학사를 도입한 교육과정은 물론이고 교육현장에서 이용할 수 있는 수학사적 참고 자료 또한 부족한 상태이다. 학생들이 수학 내용을 보다 의미 있고 충실하게 학습할 수 있도록 수학 학습에 대한 흥미와 동기를 유발하기 위해서는 수학사의 도입과 활용 방법의 개발이 매우 중요하며, 이에 대한 연구가 많이 있어야 할 것이다.

본 논문은 그 중에서 중학교 8-가에 대한 교과서의 내용을 비교, 분석하고 수업에 다룰만한 자료를 제시하는 것이 목적이다.

2. 연구의 대상, 내용 및 방법

가. 연구의 대상

중학교 교과서의 수학사 내용을 비교 분석에 관한 본 연구는 제 7차 교육과정에서 중학교 2학년에서 쓰이고 있는 8-가 교과서 15종을 대상으로 하였다.

나. 연구의 내용

제 7차 교육과정에서 사용되고 있는 15종의 수학 8-가 교과서에 수록되어 있는 수학사 내용을 단원별로 살펴보고 비교, 분석해 본다. 그리고 각 단계와 단원의 제시된 수학사 내용에 대한 적절성 여부를 판단해 본다. 또한, 이를 바탕으로 학생들의 이해를 돕기 위하여 수학자와 수학사 예화자료를 제시한다.

다. 연구방법

본 연구의 연구 방법은 다음과 같다.

첫째, 이론적 배경으로서 수학사를 도입한 수업의 필요성을 논한다.
둘째, 수학8-가 교과서에 도입된 수학사 내용을 출판사별로 정리하여 비교, 분석해 본다.
셋째, 수학8-가 교과서에 없는 수학사 예화자료를 제안한다.

3. 연구의 제한점

제 7차 교육과정의 8-가 단계의 수학교과서로 한정해서 수학사 자료를 분석하고 단원별로 예화자료를 개발한다.

Ⅱ 이론적 근거

1. 수학 학습에서의 흥미 유발의 중요성

학습 활동에의 참여 의욕은 학습자의 지적활동을 촉진시킬 수 있는 외적 사상 즉 외부의 자극을 어떻게 배열・제시하느냐에 따라 좌우하게 된다. 특히 학습 활동의 시발점에서는 학습자의 주의를 끌고 집중하게 하는 일이 중요하다. 주의를 환기시키는 가장 좋은 방법은 학습자의 흥미에 호소하는 일이며, 흥미는 활동의 근원이 되므로 흥미가 없는 활동이나 작업은 학습자에 있어서 크게 의미가 없다. 그러므로 학습자가 학습목적, 활동, 내용 등에 깊은 흥미를 느끼고 있을 때 비로소 학습은 가장 용이하며 효과가 있는 것이므로, 교사는 이와 같은 점을 충분히 감안하여 지도[1]해야 한다. 즉, 학생의 학습에 대한 흥미 유발은 매우 중요한 것이며, 교사는 학습 내용의 구성과 전개에 있어서 학습자가 흥미를 느낄 수 있는 지도 방법을 동원해야 한다.

Guilford(1959)는 흥미(interests)를 '어떤 활동군에 이끌리게 되는 개인의 일반화된 행동 경향'이라고 정의하고 있는데, 이는 곧 개인이 어떤 특별한 활동(예를 들면 : 수학)에 만족을 얻어 그 활동을 좋아하게 되는 것을 의미[2]하고 있다. 또한 흥미에서 노력이 출발하게 되나 노력은 또 새로운 흥미를 일으키게 되며, 이와 같은 순환 작용은 학습 활동을 더욱 강하게 하고 보다 나은 발전을 낳게 하는 계기가 되는 것이므로 교사는 학생들의 흥미와 그 변화에 대하여 특히 유의하여 지도[3]하여야 한다.

결국 올바른 수학 교육이란 인지적인 차원(가르치는 내용)과 정의적인 차원(학습자의 태도, 흥미, 느낌)의 결합을 필요로 하기 때문에, 학습자들이 인지적으로 학습하는 내용을 그들의 느낌 및 태도에 연결시켜서 수학 학습에 대한 즐거움과 흥미 및 수학과목에 대한 긍정적인 태도를 유발시키는 것이 무엇보다 중요하다고 할 수 있다. 그러므로 흥미를 유발시키는 수학사와 수학의 필요성과 유용성을 느

---

1) 이희종, 1994. 고등학교 수학과 흥미 유발을 위한 수학사적인 교수-학습자료 개발 연구, 한국교원대 석사학위 논문, p 1에서 재인용
2) 나숙자, 1992. 수학사와 수학의 응용을 이용해서 정의적 목표를 강조한 수업으로 인한 수학학습 효과의 고찰, 이화여대 교육대학원 석사논문 pp 3~4에서 재인용
3) 이희종, 1994. 고등학교 수학과 흥미 유발을 위한 수학사적인 교수-학습자료 개발 연구, 한국교원대 석사학위 논문, p 2에서 재인용

끼게 하는 수학적 내용의 응용을 통해, 인지적 목표뿐만 아니라 정의적 목표를 달성하게 하여 학습자 스스로 수학에 대한 부정적인 시각을 해소시키도록 도와 줄 교육 방법을 연구할 필요가 있다. 이런 차원에서 수학 교육에서의 수학사 교육은 많은 도움을 줄 수 있을 것이다.4)

2. 수학사 지도의 의의

수학 교육에서의 수학사 지도는 수학에 대한 학생들의 흥미와 관심을 자연스럽게 유발하고 수학 교육을 인간화하는 한 방법이 되며, 나아가 인류라는 가장 큰 학습자의 학습과정인 수학사를 고려한 자연스러운 수학 지도에 의해 유발된 동기와 흥미를 학습에 접속시켜 수학 교육의 진정한 목표를 달성하게 하는 것은 중요한 수단이 될 수 있다고 본다.

백석윤(1990)은 수학 교육에서의 수학사 지도의 의의를 다음과 같이 적고 있다.5)

첫째, 기존의 수학 교육을 보다 효과적으로 이끌고 수학 내용을 보다 충실히 전달한다.

둘째, 수학에 대한 교사와 학생의 부정적 통념을 제고 또는 극소화한다.

셋째, 기존의 수학 내용을 학생들에게 보다 재미있고 충실하게 전달하고 수학에 대한 흥미를 유발시킨다.

넷째, 수백 수천년 전의 수학 문제나 이와 관련된 수학자들의 일화, 수학적 구조와 개념의 변천·발전사를 학생들에게 경험케 하여 학생들의 흥미뿐만 아니라 보다 윤택한 수학 학습을 가능케 한다.

또한 이성헌(1975)은 수학사의 연구와 실제의 수학 교육과는 다음과 같은 깊은 의의가 있다고 하였다.6)

첫째, 수학사는 모든 과학이나 산업 기술의 기반으로서 인간 문화에 중요한 지위를 차지하는 수학이 어떠한 자연과 사회를 배경으로 어떻게 발전되어 왔으며, 또 그렇게 형성된 수학이 인간의 생활 개선에 어떠한 역할을 해 왔는가를 인식시켜 준다.

둘째, 수학사는 교재의 취급과 연구에 있어서 또는 지도상의 문제점의 규명에 있

4) 나숙자, 1992. 수학사와 수학의 응용을 이용해서 정의적 목표를 강조한 수업으로 인한 수학학습 효과의 고찰, 이화여대 교육대학원 석사논문 p 2에서 재인용

5) 백석윤, 1990. 수학사와 수학교육과정, 제5회 수학교육학 세미나집, 수학교육학 세미나 그룹. pp 157~158

6) 이희종, 1994. 고등학교 수학과 흥미 유발을 위한 수학사적인 교수-학습자료 개발 연구, 한국교원대 석사학위 논문, p. 17에서 재인용

어서 많은 도움이 된다.
셋째, 수학사는 학생에게 수학에의 친근감 형성에 도움을 주고, 무미건조하기 쉬운 수학을 흥미 있는 학습으로 이끌 수 있으며, 수학에 대한 자신과 용기를 준다.
이와 같은 수학사 지도에 대한 학자들의 견해를 (1)지도의 필요성과 (2)지도의 효과면에서 살펴보면 다음과 같다.

가. 지도의 필요성

백석윤(1990)은 수학사 지도의 필요성을 다음과 같이 말하고 있다.[7]
첫째, 수학내용에 대한 역사적 의의를 알게 됨으로써 학생들의 수학에 대한 흥미, 적극적인 학습 의욕, 학습 노력을 불러일으킨다.
둘째, 수학적 개념이나 내용의 생성・변천 과정을 통하여 학생들의 잘못된 인식과 오개념을 정립시킨다.
셋째, 수학에 대한 무미건조함을 해소시킨다. 즉, 수학 내용을 실생활과 연결시켜 의미를 찾아볼 수 있게 하는 계기를 마련하고 수학 내용이 실생활과 유리된 불필요한 과목이라는 잘못된 편견을 시정할 수 있는 계기를 마련한다.
넷째, 수학 형성의 배경 - 수학자나 당시 사회와 관련된 흥미로운 일화, 수학적 개념・내용의 발생과 변천 과정에 대한 재미있는 이야기 - 으로 학생들의 잘못된 선입견과 편견을 바람직한 방향으로 시정・유도하게 한다. 이를 위하여, 수학사가 제공하는 수학자들의 관련 일화는 수학의 인간적인 측면을 인식하게 할 수 있고, 수학의 엄밀성・완벽성에 대한 학생들의 거부감 해소에 도움이 된다.
다섯째, 수학의 발달과정은 자연과학의 발달과정과 밀접하게 연관되어 있으므로 수학은 편협한 과목이 아니라 일반적인 성격이 강하고 적용범위가 넓은 기초과학 과목이라는 폭 넓은 이해를 갖게 하는데 도움이 되며, 이러한 이해를 통하여 갖게 되는 수학에 대한 올바른 인식은 학생들의 수학 공부에 대한 올바른 태도를 가져다 줄 것으로 기대된다.
여섯째, 일선 교사의 적절한 방법을 통한 수학사의 응용은 학생들의 주의 집중과 변화를 가져오게 한다.
일곱째, 수학적 구조나 개념의 형성・발전 과정의 고찰은 학생의 수학적 구조나 개념의 형성에 도움이 되고, 수학 교육 과정의 연구에도 중요한 참고 자료가 된다.

7) 백석윤, 1990. 수학사와 수학교육과정, 제5회 수학교육학 세미나집, 수학교육학 세미나 그룹. pp159~162

나. 수학사 지도의 효과

우정호는 <학교수학의 교육적 기초(1998)>에서 수학사를 수학교육에 이용하면 일반적으로 다음과 같은 이점이 있다고 언급하였다.[8)]

첫째, 알고리즘적인 계산 수식을 반성하여 개념적 사고를 고취하는데 이용할 수 있다.

둘째, 교육과정 구성에서 '자연스러운' 내용 배열의 준거가 되며, 학습지도에서 수학적 아이디어의 발달 과정을 따름으로써 자연스럽게 그 이해를 도울 수 있다.

셋째, 수학의 역사적 발달 과정에 소급해 봄으로써 수학적 사고의 인간적인 모습을 접해 보게 하여, 학습동기를 유발하고 수학학습에 생기를 불어넣을 방안을 찾을 수 있다.

넷째, 현재 기술 문명의 발달에서 수학의 중심적인 역할과 수학의 문화적인 역할, 특히 인간관과 세계관 형성에 미친 수학의 역할을 이해함으로써 수학에 대한 학생들의 인식을 바꿀 수 있다.

또, 김춘영은 수학교육에서의 수학사 도입의 효과를 다음과 같이 적고 있다.[9)]

첫째, 흥미와 자신감을 고취시킨다.

어떤 특정한 수학 단원을 학습하는 시간에 그 수업의 내용과 관련이 있는 문제를 수학사에서 발췌하여 당시의 그 문제에 대한 간단한 배경 설명과 함께 학생들에게 제시하면, 학생들은 역사 속에서 당시의 문제를 의식하고 해결해 보려 노력하는 가운데 자연히 새로운 흥미를 갖게 될 것이다. 또 수학적 개념이나 내용의 생성・변천을 의식하게 해 줌으로써, 문제 해결 과정과 방법을 다시 음미하여 오늘날의 수학을 이해하는데 도움을 준다. 예를 들어 이집트에서 기하학이 발달하기 시작한 이유가 지리적, 기후적 환경과 당시의 상황에서 있었다는 것을 이해할 수 있다. 따라서 그 문제가 등장했던 당시의 문화적, 사회적인 측면의 이해도 넓힐 수 있어 수학에 대하여 갖기 쉬운 무미건조한 느낌을 해소시키는 데도 도움이 된다. 즉, 그 문제가 등장하게 된 이유 등을 살펴보게 되면 수학의 내용들이 실제 우리의 생활과 밀접한 과목이라는 생각을 갖게 될 것이다. 나아가 현재 배우는 수학 내용을 일상생활과 관련시켜 해결 방법을 찾아 볼 수도 있다.

둘째, 수학의 형성 배경과 변천 과정을 통해 새로운 수학관을 확립한다.

수학의 형성의 배경이라 할 수 있는 수학자와 당시 사회와 관련된 흥미로운 이야기, 그리고 하나의 수학적 개념이나 내용의 변천 과정에 얽혀 있는 이야기 등은

8) 우정호, 1992. 학교수학의 교육적 기초. 서울대학교 출판사. pp.41~42

9) 김춘영, 1992. 수학사를 이용한 초등학교 수학과 교재개발연구. 한국교원대학교 대학원 석사 학위논문.

학생들로 하여금 수학에 대한 부정적 편견을 줄이고, 바람직한 방향으로 유도할 것이다. 사실 많은 학생들이 수학은 어렵고, 추상적이며, 재미없다는 과목이라는 생각을 하고 있는 현실이다.

학생들의 이러한 생각을 해소해 주기 위해서 수학자들에 관련된 일화 등의 소개로 수학이 갖고 있는 인간적인 측면을 인식시켜 줄 수 있다.

즉, 수학이라는 딱딱한 과목도 인간이 생활해 나가면서 필요에 의하여 창조, 수정, 다듬어져 현재와 같은 완성된 모습을 갖추게 되었고 또한 앞으로도 계속 발전될 가능성을 갖고 있음을 알게 함으로써 학생들의 수학에 대한 거부감을 어느 정도 해소하게 해주는 역할을 할 것이다.

셋째, 숫자의 폭넓은 수용성과 과학 발달현상과의 연관성을 이해한다.

수학과 자연과학의 발달 과정에서 등장하는 이야기들은 자연계에 존재하는 여러 가지 원리들이 수학과 어떠한 관련이 있는가를 간접적으로나마 시사해준다. 따라서 수학이 우리 생활과 아주 동떨어진 과목이 아니라 그 적용 범위가 넓은 기초과학 과목이라는 폭넓은 이해를 갖게 하는데 도움이 된다. 이러한 수학에 대한 올바른 인식은 학생들의 수학공부에 바른 태도를 가져다 줄 것이다. 즉, 한 예로 과거에 수학에 업적을 남긴 사람들은 단지 수학자만이 아니라 때로는 물리학자, 생물학자, 천문학자, 철학을 연구하는 사람도 있었다는 것을 학생들이 알 때 수학의 폭 넓은 수용성이나, 수학적 개념이나 내용이 갖고 있는 일반성을 간접적으로나마 이해하게 될 것이다.

수학사는 때로는 수학 수업 시간에 학생들의 주의를 집중시키거나 흥미를 유발시키는 방법으로도 사용이 가능하다. 수학사의 응용은 지루한 수학 수업에 활기를 불어놓을 수 있게 해주고 분산된 학생들의 관심을 수학학습에 다시 끌어들이는 역할도 할 수 있다. 즉, 수학을 지도하는 교사의 수학사에 대한 풍부한 지식과 이해는 즐거운 수학 학습의 기회를 교사나 학생 모두에게 가져다 줄 것임에 틀림없다.

넷째, 학생 성장에 따른 교육과정 개발에 참고가 된다.

어린이들의 수체계 형성 과정은 인류문화에서 수체계의 역사적 발전과정과 흡사함을 본다.(1976, Francis). 수학사에서 찾아 볼 수 있는 일련의 수학적 구조나 개념의 형성・발전 과정의 고찰은 학생들의 수학적 구조나 개념의 형성 과정을 연구하는데 도움이 될 것이며, 나아가서는 수학 교육과정의 연구에도 중요한 참고자료가 될 것으로 본다.

마지막으로, 대안적인 해법을 제시한다.

어떤 수학적 문제를 해결하는 방법에는 한 가지만 있는 것은 아니다. 수학사를 통해서도 알 수 있듯이 문제해결을 위해서 여러 가지 방법이 동원되었고 또 다른

방법을 찾기 위해 수학자들이 노력한 사실을 알 수 있다. 이것을 갖는 것은 아니지만, 수학 문제를 푸는 학생들의 때때로 그러한 수단이나 과정을 효율적으로 사용하거나 응용하면 새로운 풀이 방법이 개발될 수 있다.

따라서 수학사는 수학교육에서 담당할 수 있는 역할이 매우 다양하고 이러나 역할들은 수학의 진정한 모습을 대할 수 있게 할 뿐만 아니라, 의미 있는 수학교육을 가능하게하며 수학교육을 인간화하는데 수학사가 매우 중요하고 필요한 도구임을 말해준다.

3. 선행 연구의 분석

수학사를 활용한 수학학습의 흥미유발 학습자료 연구에 대한 선행연구를 통해 알아봄으로써 본 연구의 방향을 좀 더 구체적으로 모색해 보고자 한다.

구장서(1994)[10]는 중 고등학교 수학수업에 활용될 수 있는 수학사와 관련한 교수-학습 자료를 개발하여 수학 수업을 좀 더 풍부하게 하고 수학교과에 대한 학생들의 흥미와 관심을 지속적으로 가지게 하는데 중점을 두어 연구를 하였다.

이덕호 이만희(2000)[11]는 고등학교 2학년 3개 반을 대상으로 수학과 흥미유발을 위한 수학사적 자료조사 및 예화자료를 개발하여 수업에 활용한 결과 학생들이 이전보다 수학 학습에 흥미를 더 많이 느낀 것으로 나타났다고 했다. 그러므로 교사는 학생들에게 재미있는 문제(수학자, 예화자료)를 제시함으로써 호기심을 자극하고, 궁극적으로 학생들의 적극적인 학습태도를 유도하여 학생들의 수학 학습 능력을 신정시켜야 한다고 했다.

감혜성(2002)[12]은 현 9단계의 각 단원에 나타나있는 수학사적 내용을 살펴보고 그와 관련된 수학사적 내용을 여러 가지 문헌을 통해 조사하였다. 또 각 단원의 학습에 들어가기 전에 수학사를 도입하여 실제 교실에서 활용할 수 있는 교수-학습지도안을 제시하였다.

임재민(2003)[13]은 학습동기를 부여하고 흥미를 유발시키기 위한 자료로 방정식에

---

10) 구장서, 1995. 수학사와 관련한 중등 수학 교수-학습 지도 자료 개발연구. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문

11) 이덕호 이만희, 2000. 수학수업의 흥미유발을 위한 수학 및 예화자료 연구- 수학Ⅰ을 중심으로. 한국학교수학회 논문집 제3권 1호

12) 감혜성, 2002. 중학교 3학년 수학교육에서 수학사 활용. 신라대학교 교육대학원 석사학위논문

13) 임재민, 2003. 수학사 자료를 활용한 교수-학습자료 연구- 중학교 방정식 단원을 중심

대한 전체적인 내용을 소개하고, 수학사에 기록되어 있는 고대의 풀이 방법과 역사 속에 존재하는 방정식의 기하학적 해법에 대해 소개했다. 그리고 기존의 수학사 자료를 활용한 교수 학습 지도안, 진단평가 OHP등을 개발하여 제시하였다.

백옥자(2003)[14]는 현 중학교 7-가, 7-나에 관련된 수학사적 내용을 여러 가지 문헌을 통하여 대체로 교과서에 수록되지 않은 충분한 내용을 조사하였다.

조문선(2003)[15]은 중・고등학교 교과과정 전체를 11개의 단원으로 구분하였으며 그 단원에 맞는 수학사 관련 자료를 제시하였다.

최여주(2004)[16]는 수학 학습에 흥미를 주는 방법의 하나로 수학사 활용을 연구하고, 수학사에 관련한 다양한 문헌의 자료를 조사하여 제시하였다.

고명희(2005)[17]는 학년별, 단원별로 수학사이야기, 수학자들의 일화, 역사적・시대적 배경을 제시하여 수학에 대한 새로운 인식을 가질 수 있도록 하였다.

전희정(2007)[18]는 현 중학교 7-가를 중심으로 단원별 수학사 내용을 비교하고 수학사를 활용한 수업적용문제를 제안하여 활동지를 분석하였다.

대부분의 중등 교사들이 수학사 활용을 위한 구체적인 방안이 없고, 수학사의 활용과 이용방법이 소개된 교재가 부족하여 실제로 활용을 하지 못하고 있다. 그래서 수학교육에 수학사를 효과적으로 활용하기 위해 실질적인 도움이 될 수 있는 자료의 연구가 필요하다고 생각된다. 또한, 자료는 학생들의 수준과 성향에 맞게, 학생들의 흥미와 관심을 유발하기에 충분한 것이어야 한다.

선행연구에서는 수학수업에 수학사를 도입의 필요성을 밝히고 교과서내용에 입각한 분석을 주로 하고 있다. 본 연구에서는 수학 8-가 교과서의 단원별 수학사 내용을 분석하고, 교과서별로 많이 제시한 수학사를 발췌하고, 수학 8-가 교과서 외 단원별 수학사 예화자료는 참고문헌을 조사해서 현장에서 활용 가능한 예화자료를 제시한다.

으로. 성균관대학교. 교육대학원 석사학위논문

14) 백옥자, 2003. 수학사를 통한 중등수학 교수-학습 지도자료 연구- 중・고등학교 수학교육과정을 중심으로. 경희대학교 교육대학원 석사학위논문

15) 조문선, 2003. 수학교육에서 단원별 수학사를 도입한 교수-학습자료 개발연구- 중・고등학교 수학교육과정을 중심으로. 중앙대학교 교육대학원 석사학위논문

16) 최여주, 2004. 수학학습 흥미유발을 위한 수학사 활용에 관한 연구 - 7단계 수학을 중심으로. 성균관대학교 석사학위 논문

17) 고명희, 2005. 수학사를 이용한 교수-학습 자료의 개발 및 활용에 관한 연구. 서울시립대학교교육대학원 석사논문

18) 전희정, 2007. 수학수업의 흥미유발을 위한 수학사 연구 - 7-가 단계를 중심으로. 신라대학교 교육대학원 석사학위논문

Ⅲ 수학 8-가 교과서의 단원별수학사 내용 비교분석 및 예화자료 제안

1. 수학 8-가 교과서의 단원별수학사 내용 비교분석

중학교 수학 8-가의 교과서는 조금씩 다르지만 대부분 유리수와 소수, 근삿값, 식의 계산, 방정식과 부등식, 일차함수의 다섯 개의 대단원으로 구성되어 있다. 이 단원별로 수학사 내용을 비교해 보면 다음과 같다.

가. 유리수와 소수

유리수와 소수단원과 관련된 또는 그 단원에 나타나 있는 수학사 내용은 다음과 같다.

<표1> 유리수와 소수 단원의 출판사별 수학사 내용 비교

교과서	수학사 관련 내용
블랙박스	• 연도별 수학사를 제시 BC 3100년 : 이집트에 그림 문자 속에서 숫자를 나타내는 기호가 사용됨 AD 200년 : 디오판토스가 쓴 책에서 처음으로 음수가 등장하였음 AD 1220년 : 이탈리아의 피보나치가 처음으로 분수의 기호를 사용 AD 1584년 : 네덜란드 스페빈이 소수의 표기방법을 고안해 냄 • 가우스 : 아르키메데스, 뉴턴과 더불어 3대 수학자로 꼽힘
교학사	• 아메스의 파피루스 : 가장 오래된 수학책으로 분자가 2인 분수를 분자가 1인 분수의 합으로 나타냄 • 이집트가 사용한 분수를 이용 창의력 문제를 제시함
두산	• 스테빈 : 소수를 처음 발견함 • 순환하지 않는 무한소수 원주율 π

중앙	• 소수와 분수의 발견 사용 • 이집트인들이 사용한 기약분수 - 호루스 분수(분자가 1인 단위 분수)를 사용함
교학연구사	• 분수와 소수의 발견과 사용 • 피보나치 : 순환소수를 논술한 [산판서]라는 책을 저술함 • 순환소수 표기의 유래 : 수학자 마쉬가 처음으로 사용함
디딤돌	• 소수의 사용 - 스테빈이 소수에 관한 법칙을 세움 - 수학자 지라르가 소수점 기호를 처음 사용함 • 파스칼이 만든 최초의 계산기 • 순환소수의 표기의 유래 : 수학자 마쉬가 처음으로 사용함
교문사	• 수학자 : 스테빈이 처음으로 소수를 체계적으로 설명함 • 분수 $\frac{1}{7}$과 순환소수 • 카프리카 수
금성	• 소수점의 발명 : 스테빈이 소수에 관한 법칙을 세움
한서	• 분수와 소수의 발견과 사용
금성(양)	• 자연수 7이야기
고려, 금성 두레, 탄탄 대한, 천재	• 수학사에 대한 내용 없음

유리수와 소수 단원에서는 총 15종 교과서 중에서 9종의 교과서에서 이 단원에 대한 수학사 내용을 담고 있었다. 대부분 소수와 분수의 발견과 유래에 대해 다루고 있었다. 대부분 교과서에서 단순히 내용만 제시되어 있고 스테빈과 소수의 발견이나 분수의 사용에 대한 일화를 제시한 것은 없었다.

블랙박스 교과서에서는 각 단원 앞에 연도별로 수학사의 내용을 제시해 놓긴 하였으나 구체적인 내용이 부족하여 학생들이 수학사에 흥미를 느끼게 하는 것이 부족하다. 그러나 그러한 시도는 다른 교과서에 비해 괜찮은 것 같다.

또한 이 단원에 대한 수학사를 제시하지 않은 교과서도 6종이나 되었다. 그래서 이 단원을 배우는 학생들에게 수학사를 알고 느끼기에는 많은 어려움이 있다.

이 단원은 어느 정도의 수학사의 내용을 다루고 있지만 대부분이 분수와 소수의 발견에 관련된 내용이었는데, 그것도 단순히 내용을 제시하는 것에 머물렀다. 관련된 일화나 수학자의 업적에 대해 소개하여 좀 더 수학에 대한 관심을 갖게 하는 것이 무엇보다도 필요하다.

나. 근삿값

근삿값 단원과 관련된 또는 그 단원에 나타나 있는 수학사 내용은 다음과 같다.

<표2> 근삿값 단원의 출판사별 수학사 내용 비교

교과서	수학사 관련 내용
블랙박스	• 연도별 수학사 제시 BC 3000년 : 이집트의 사람들은 측량용 밧줄을 사용함 BC 1550년 : 고대 사람들의 화폐 무게 측정 모습을 볼 수 있는 벽화발견 BC 250년 : 아르키메데스는 원주율 값을 소수점이하 두 자리까지 계산함 AD 1642년 : 파스칼이 톱니를 이용한 계산기를 만들었음 • 미터법 - 도량형의 유래
두산	• 수학자 : 에라토스테네스는 처음으로 근삿값을 이용해 지구의 둘레의 길이를 계산함
중앙	• 고대국가에서부터 측정활동을 사용해 왔음
디딤돌	• 아리스토테네스가 측정한 지구 둘레의 길이
교문사	• 원주율의 근삿값
고려	• 여러 나라에서 사용되는 측정 단위를 제시함
한서	• 계산기나 컴퓨터는 큰 수의 계산을 근삿값으로 계산 함 • 달력과 근삿값에 대한 내용을 제시함
탄탄	• 달까지의 거리를 근삿값을 이용해 제시함
대한	• 태양계에 있는 행성들 사이의 거리측정
천재	• 수학자의 왕 가우스

교학사 금성(조) 금성(양) 두레 교학연구사	• 수학사에 대한 내용 없음

근삿값 단원에서는 총 15종 교과서 중에서 10종의 교과서에서 이 단원에 대한 수학사 내용을 담고 있었다. 대부분 측정에서 근삿값이 예전에 지구의 둘레에 사용된다는 내용이었다. 천재 교과서에서는 근삿값과 별 상관없는 가우스에 대한 일화가 소개되어 있었다.

이 단원에 대한 수학사 내용이 제시되어 있지 않은 교과서가 5종이었다. 또한, 수학사의 내용이 아주 적게 수록되어 있다. 그래서 이 단원을 배우는 학생들에게 수학사를 알고 느끼기에는 많은 어려움이 있다.

이 단원은 다른 단원에 비해 수학사의 내용이 아주 적게 실려 있다. 그것도 단순히 이렇게 근삿값이 사용 되었다에 머물렀다. 앞으로 근삿값에 관련된 일화나 수학자의 업적에 대해 소개하여 좀 더 수학에 대한 관심을 갖게 하는 것이 무엇보다도 필요하다.

다. 식의 계산

식의 계산 단원과 관련된 또는 그 단원에 나타나 있는 수학사 내용은 다음과 같다.

<표3> 식의 계산 단원의 출판사별 수학사 내용 비교

교과서	수학사 관련 내용
블랙박스	• 연도별 수학사 제시 BC 2500년 : 이집트인들은 돌을 열 개씩 묶어서 셈을 하는 십진법을 사용 BC 900년 : 로마인들은 휴대용 계산기를 사용함 AD 553년 : 백제가 일본에 수학을 전함 AD 1202년 : 피보나치는 정수의 사칙연산에 대한 '계산술'을 씀
두산	• 수학자 : 데카르트가 문자의 거듭제곱을 처음으로 제안함

	• 고대 이집트 사람들은 수를 여러 방법으로 더하고 곱해 아름다운 규칙을 발견했음
중앙	• 하노이 탑의 전설에 대해서 제시함
교학연구사	• 수학자 : 데카르트가 거듭제곱을 처음으로 사용
디딤돌	• 문자를 사용한 식 - 디오판토스가 처음으로 문자를 사용, 미지수를 쓰기 시작 - 데카르트가 문자의 지수를 양으로 나타내는 개념으로 취급해 함께 계산할 수 있게 함 • 유언보다 더 많이 남겨주는 유언이라는 일화 제시
교문사	• 수학에서 사용되고 있는 기호의 탄생 • 지수표기법의 역사 : 데카르트에 의해 최종적으로 완성됨
고려	• 바코드 : 여러 숫자가 조합되어 13자리의 표준 형태로 사용됨
대한	• 수학자 : 아인슈타인은 문자와 수량사이의 관계를 식으로 나타낼 수 있게 되면서 구체적인 실험 없이 다양한 식을 계산함 • 미국의 화성 탐사선 패스파인더호의 화성 착륙 • 브로카 공식에 의한 표준 몸무게 측정
금성(양)	• 수학자 : 스테빈은 지수를 기호를 사용하여 나타내고 지수법칙을 이용하였다.
교학사, 천재, 한서 금성(조) 두레, 탄탄	• 수학사에 대한 내용 없음

식의 계산 단원에서는 총 15종 교과서 중에서 9종의 교과서에서 이 단원에 대한 수학사 내용을 담고 있었다. 대부분 지수의 사용과 유래에 대해 다루고 있었다.

이 단원에 대한 수학사를 제시하지 않은 교과서도 6종이나 되었다. 제시한 교과서도 대부분 수학사에 대한 비중이 작아서 이 단원을 배우는 학생들에게 수학사를 알고 느끼기에는 많은 어려움이 있다.

이 단원은 수학사의 내용이 많이 부족하다. 거듭제곱에 관련된 수학사와 수학사가 아니라도 실생활에 관련된 일화를 통해 좀 더 수학에 대한 관심을 갖게 하는

것이 무엇보다도 필요하다.

라. 방정식과 부등식

방정식과 부등식 단원과 관련된 또는 그 단원에 나타나 있는 수학사 내용은 다음과 같다.

<표4> 방정식과 부등식 단원의 출판사별 수학사 내용 비교

교과서	수학사 관련 내용
블랙박스	• 연도별 수학사 제시 BC 200년 : 중국에서 방정식을 다루고 있는 <구장산술>을 사용함 AD 1480년 : 위드만이 쓴 책에서 +, - 기호가 등장함 AD 1557년 : 영국의 레코드가 쓴 책에서 등호(=)가 처음 사용됨 AD 1600년 : 영국의 해리엇이 부등호 <, > 를 사용하기 시작함
교학사	• 방정식의 기원 - 중국 송나라 <양휘산법>에 연립방정식의 문제 제시 - <아메스의 파피루스>에 방정식에 관한 문제 제시 - 디오판토스와 알콰리즈미도 방정식의 발달에 공헌함
두산	• 부등호의 역사에 대해 제시함
중앙	• 부등호의 역사 - <, >은 해리엇이 처음으로 사용하기 시작함 - ≦, ≧은 프랑스의 부게르가 처음 사용 • 그리스 시화집에 제시된 노새와 당나귀라는 연립방정식 문제를 제시함
교학연구사	• 우리 조상들의 계산 도구인 산목을 제시 • 수학자 : 연립방정식을 조직적으로 푸는 가우스 소거법을 도입함 • 수학자 : 해리엇과 부기레르가 부등호를 처음 사용함
디딤돌	• 방정식의 역할 - 중세의 카르다노가 이차 이상의 방정식을 연구

	- 갈릴레오가 뉴턴에 의해 방정식과 물체의 운동을 관련시켜 연구함 - 과학적 세계관으로 자리 잡게 됨 • 중국의 <손자산경>이라는 책에 제시된 문제 제시 • 조상들의 지혜 : 산가지를 이용한 셈을 통한 우리 조상들의 지혜가 제시
교문사	• 조선후기 실학자 황윤석이 펴낸 '이수신편'의 '난법가'라는 문제 제시 • 방정식의 풀이에서 동서양의 차이점 제시 • 부등식과 부등호의 역사 : 17세기 유럽에서 자연스럽게 부등식이 필요하여 해리엇과 부게르에 의해 사용되기 시작함
고려	• 그리스 시화집에 제시된 노새와 당나귀라는 연립방정식 문제를 제시함 • 산가지 놀이에 대해 제시함 • 기호의 역사
금성(조)	• <구장산술>에 제시된 연립방정식으로 풀 수 있는 문제 제시 • 부등호 기호의 유래 제시
한서	• 중국의 춘추전국시대를 배경으로 한 이차방정식문제 제시 • 구장산술에 제시된 연립방정식 문제 제시 • 코올링 법칙 제시 • 로마황제 시저가 사용했던 암호문을 제시
두레	• 구장산술을 제시함
탄탄	• 방정식의 유래 - 고대 이집트의 파피루스에 미지수 2개의 연립일차방정식 제시 - 12세기에 처음으로 방정식을 대수적으로 접근 - 16세기 비에트가 최초로 미지수 x, y를 사용함 • 부등식의 유래 - $<$, $>$은 해리엇이 처음으로 사용하기 시작함 - $\leqq$, $\geqq$은 프랑스의 부게르가 처음 사용
대한	• 중국의 <손자산경>이라는 책에 제시된 문제 제시 • 그리스 시화집에 제시된 노새와 당나귀라는 연립방정식 문제를

	제시함
천재	• 그리스 시화집에 제시된 노새와 당나귀라는 연립방정식 문제를 제시함
금성(양)	• 디오판토스의 방정식 설명 • <, >은 해리엇이 처음으로 사용하기 시작함

방정식과 부등식 단원에서는 총 15종 교과서의 모든 교과서에서 이 단원에 대한 수학사 내용을 담고 있었다. 다른 단원에 비해 월등히 많은 수학사 내용을 담고 있다. 이 중 제일 많이 제시된 수학사 내용은 부등호와 부등식의 사용이었다. 하지만 대부분의 내용이 누가 언제 부등호가 사용 되었다는 내용만 제시되어 있었다. 방정식 문제와 관련해서는 노새와 당나귀의 연립문제와 중국 고서에 제시된 연립방정식 문제에 대해 많이 나와 있었다.

이 단원은 모든 교과서에서 수학사의 내용을 제시하고 있으나 일화보다는 대부분 내용만 제시해서 학생들이 수학사를 알고 느끼기에는 부족하다.

마. 일차함수

일차함수 단원과 관련된 또는 그 단원에 나타나 있는 수학사 내용은 다음과 같다.

<표5> 일차함수 단원의 출판사별 수학사 내용 비교

교과서	수학사 관련 내용
블랙박스	• 연도별 수학사 제시 BC 4000년 : 고대 사람들은 별들의 움직임을 예측하는데 함수를 사용함 BC 1637년 : 데카르트가 미지수를 처음으로 x로 사용함 AD 1690년 : 라이프니츠가 함수라는 용어를 처음 사용함 AD 1734년 : 스위스의 오일러가 $f(x)$를 사용하기 시자
교학사	• 함수에 발달에 공헌한 수학자들 : 라이프니츠, 오일러, 코시, 디리클레
디딤돌	• 라이프니츠가 함수라는 용어를 사용

	- 오일러가 $f(x)$를 사용 - 디리클레가 함수의 뜻을 분명히 함 • 마라톤의 유래
금성(조)	• 피라미드와 일차함수의 관계 • 최단시간과 관련된 역사적 이야기 제시
한서	• 데카르트가 제시한 아킬레스와 거북이에 관한 제논의 수수께끼 제시
탄탄	• 수학자 : 라이프니츠가 함수의 개념과 용어를 처음 사용함
대한	• 수학자 : 코시는 함수의 개념을 도입함
금성(양) 두산, 중앙 교학사 교문사 고려 두레, 천재	• 수학사에 대한 내용 없음

일차 함수 단원에서는 총 15종 교과서 중에서 8종의 교과서에서 만이 이 단원에 대한 수학사 내용을 담고 있었다. 대부분 함수의 유래에 대한 내용이었다. 오일러나 라이프니츠, 데카르트에 대한 내용이었다. 이러한 내용도 누가 어떤 기호를 썼다는 단순 내용만 있었다.

이 단원에 대한 수학사 내용이 제시되어 있지 않은 교과서가 8종이나 되어 다른 단원에 대해서 수학사의 내용이 아주 적게 수록되어 있다. 그래서 이 단원을 배우는 학생들에게 수학사를 알고 느끼기에는 많은 어려움이 있다.

이 단원은 다른 단원에 비해 수학사의 내용이 아주 적게 실려 있다. 그것도 단순히 이렇게 일차함수의 유래에 대한 내용만 제시되어 있었다. 앞으로 일차함수에 관련된 일화나 수학자의 업적에 대해 소개하여 좀 더 수학에 대한 관심을 갖게 하는 것이 무엇보다도 필요하다.

2. 수학 8-가 교과서 외 단원별 수학사 예화자료 제안

가. 유리수와 소수

(1) 소수의 역사

고대에 이미 양을 표현하고 측정하는데 소수 관념이 사용되었으며, 중국에서 가장 먼저 사용되었다고 한다. 기원전 13세기 경 중국에서는 시간이나 길이와 같은 연속량을 표기하는데 십진법의 단위를 사용한다. 기원전 1세기경의 한나라시대의 수학책인 구장산술 가운데 논밭의 측량문제를 다룬 방전장에서는 분수 계산에 관한 초보적인 문제들이 많이 나와 있으며, 실제로 분수 계산법이 약분, 합분, 감분, 과분, 평분, 경분 등의 절로 나뉘어 기록되어있다. 쇠분장에서는 계급에 따른 곡식의 배분을 위해 비례배분을 다루었다. 기원전 2500년경 이집트의 필경사들은 측정값을 표현하기 위해 나눗셈을 분수로 기술한다. 또한 기원전 1900년 경 바빌로니아인들은 60진법을 사용하여 나눗셈의 결과를 분수로 나타내었다. 그리고 점토판에 새겨진 기록이 보여주듯이 한 변이 30인 정사각형의 대각선의 길이 30을 소수점 아래 5자리까지 정확히 계산하여 나타내었다.

그러나 고대의 소수관념은 보다 정확한 계산을 하는데 사용하였고, 비의 관념으로 여러 가지 문제의 해결에 사용되었지만 연구의 대상이 되거나 도구로 인식되지 못한다. 한편 대수학의 아버지, 소수의 첫 번째 발명가라 불리는 알-화리즈미(al-Khowarizmi)는 830년경에 집필된 <al-Khowarizmi's algebra>라는 대수 책에서 6 종류의 방정식의 해를 계산하고 또한 이를 도형을 이용해 해결한다. 그 중 3 종류의 양으로 만들어진 방정식은 오늘날의 이차항, 일차항, 상수항으로 된 이차방정식과 같은 것으로 이를 도형을 그려 기하학적인 비로 계산한다. 그 당시 아랍의 대수는 유클리드 기하와 상당히 공통점이 많았고 그의 기하학적인 해법도 유클리드의 방법과 비슷한 점이 많다. 그는 대수적인 해의 접근과 도형으로 해법을 추출하는 과정에서 기하학적인 비와 자연수 계산법을 체계화시켰고 자릿값을 이용한 소수의 계산법을 도입한다.

그 후 al-Uqlidisi는 십진분수를 오늘날과 동일하게 표기하였으며, 그는 소수를 60진법 분수로 계산하였고, 소수 이하 많은 자리까지 정확성을 요구하는 문제를 푸는데 소수가 가장 편리하다고 여겼다. 그리하여, 소수의 역사에서 알-카시는 중요한 인물로 소수의 두 번째 발명 가로 칭한다. 알-화리즈미로부터 알-카시에 이르기까지 6세기 동안 소수는 도구로서 인식되었으나 연구의 주제로서 인식하지 못한 진화 중에 있던 상태라 할 수 있다.

소수의 수학적인 정체성이 확립되게 된 것은 15세기 후반 스테빈에 의해서 이었다. 그는 실수가 소수에 의해 모두 근접될 수 있기 때문에 실수는 합리적이지만 불규칙하고 설명할 수 없는 불합리한 실체로 여겼을 뿐만 아니라, 분수보다는 소수의 표현을 선호하고 소수를 분수로 나타내지 않았다고 한다. 또한 스테빈은 소수의 표기를 오늘날과 비슷한 방법으로 표기하기 시작한다.

(2) 전쟁터에서 소수의 원리를 발견한 스테빈

소수를 발명한 사람은 벨기에의 수학자 스테빈(S. Stevin, 1548～1620)이다. 그가 1548년 소수를 발표할 당시에는 3.268을 3⓪2①6②8③과 같이 복잡하게 나타냈다. 오늘날과 같은 표시법은 네이피어에 의해 시작되었다. 그 때가 1617년이니까 스테빈이 처음 발명한 때부터 33년이나 지난 후의 일이다.

그렇기에 소수가 만들어진 것은 그리 오래된 일은 아니다. 어림잡아 이집트인이 처음 분수를 사용한 시기다. B.C. 1800년쯤이므로, 분수의 사용 후 3000년도 더 지나서야 소수가 쓰이기 시작한 셈이다. 이 두 계산법이 인류의 역사에 등장한 시간의 격차를 생각한다면, 사람은 물건을 나누는 일을 정확히 재는 일보다 더 중요시했음을 알 수 있다.

지금으로부터 400여 년 전의 벨기에는 스페인의 지배로부터 벗어나기 위한 독립전쟁이 한창이었다. 이 독립군의 회계 책임자로 시몬 스테빈이라는 장교가 있었다. 독립군의 경리부는 기부를 받거나 빚을 얻어 쓰면서 실량비나 병사의 급료 등을 지불하느라고 언제나 복잡한 계산에 시달려야 했다. 특히 이자 계산은 골치를 아프게 만들었다.

이자가 $\frac{1}{10}$일 때에는 간단하였으나, $\frac{1}{11}$인 $\frac{1}{12}$일 때에는 갑자기 계산이 복잡해진다. 그 당시 이자는 모두 단위분수로 나타내는 관습이 있었다. 이 때문에 간단히 계산할 수 있는 방법이 없을까 밤낮으로 궁리하고 있던 스테빈이 어느 날 좋은 생각이 머리에 떠올랐다.

“그렇구나! 이자의 분모를 모두 10이나 100, 1000 등으로 하면 되겠다. $\frac{1}{11}$은 거의 $\frac{91}{1000}$과 같기 때문에 $\frac{9}{100}$로 나타내고, 또 $\frac{1}{12}$은 $\frac{8}{100}$을 대신 쓰도록 채권자들과 합의만 하면 계산은 훨씬 간단해지지.”

스테빈의 이 발견은 아주 좋은 결과를 가져왔다. 이와 같이 이자를 나타내면 복잡한 나눗셈에 골치를 앓을 것도 없이 누구든지 간단히 계산할 수 있기 때문이다. 그래서 그는 곧 이자가 $\frac{1}{10}$에서부터 $\frac{5}{100}$까지의 여러 가지 경우를 계산한 표를

만들어 출판했다. 1584년의 일이었다. 그런데 자기가 만든 복잡한 이자 계산표를 바라보고 있던 스테빈은 문득 이런 생각을 가졌다.

“$\frac{3328}{10000}$이니 $\frac{259712}{1000000}$니 하는 분수 꼴로 되어 있으니, 어느 쪽이 큰 수인지 분간할 수 없는데, 알아보기 쉽고도 편리하게 나타내는 방법이 없을까? ……아, 그렇지! 이 두수 중의 어느 쪽이 더 큰 수인가를 판가름하기 위해서는, 분자의 수끼리만을 비교해서는 안되고, 분모의 수도 함께 비교해 보아야 한다. 그러니까, 분모에 0이 몇 개 있으며, 분자가 몇 자리의 수인가를 동시에 알아 볼 수 있어야만 한다. 그렇다면 이렇게 쓰면 어떨까?”

$$\frac{2\ 5\ 9\ 7\ 1\ 2}{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0} \qquad\qquad \frac{3\ 3\ 2\ 8}{1\ 0\ 0\ 0\ 0}$$

$$\Downarrow \qquad\qquad\qquad\qquad \Downarrow$$

①②③④⑤⑥ ①②③④

2 5 9 7 1 2 3 3 2 8

위와 같이 쓰면 같은 ① 자리에 있는 수는 오른쪽이 크다는 것을 당장에 알 수 있다. 이 방법은 현재 소수인 0.259712, 0.3328과 실질적으로 똑같은 수이다.

그는 이 내용을 <소수에 관하여>라는 이름으로 1585년에 출판하였다.

(3)중국의 분수

분자가 1인 분수(단위 분수)는 이미 이집트에서 쓰이고 있었지만, 1 이외의 임의의 수가 분자가 되는 분수는, 유럽에서는 이보다 훨씬 뒤인 16세기쯤에서야 사용되기 시작하였다. 그것도 비율을 나타내는 분수(비율분수)에 지나지 않았다.

옛 그리스인들도 비율을 수학에 사용했으나, 아직 이것을 분수로 나타내지는 못하였다.

이 비율로서의 분수를 일정량으로서의 분수, 그러니까 분자 따로 분모 따로의 생각을 분자와 분모를 한 묶음으로 하는 분수의 개념에 도달하기까지는 오랜 세월에 걸친 사고의 전환이 필요했다.

그런데 놀랍게도, 길이·넓이의 분수가 늦어도 3세기경에 중국에서 이미 쓰이고 있었다. 중국의 <구장산술>이라는 수학 책의 제 1장에는 직사각형 밭의 넓이를 구하는 문제와 그 답, 그리고 계산방법이 실려 있는데 그중 하나의 보기를 들면 다음과 같다.

Q : 지금 여기에 밭이 있다. 가로는 $\frac{4}{7}$보, 세로는 $\frac{3}{5}$보이다. 넓이는 얼마인가?

답 : $\frac{12}{35}$제곱보

계산법 : 분모와 분모를 곱하여 답의 분모로 삼고, 분자와 분자를 곱하여 답의 분자로 삼는다.

우의 문제에서 '보'는 길이의 단위로 지금의 약 $1.5m$에 해당한다. 이 밭의 넓이가 아주 작은 것은 아마 초보적인 계산 연습을 위해서였던 모양이다. 실제로 현대식으로 나타내면 다음과 같은 분수 계산이 나온다.

$$7\frac{3}{4}\text{보} \times 15\frac{5}{9}\text{보} = 120\frac{5}{9}\text{제곱보}$$

여기서 우리의 흥미를 끄는 것은 지금의 분자, 분모 등의 낱말이 그 무렵부터 쓰이고 있었다는 사실이다. 분수를 읽는 방법도 지금과 똑같았다. 이 책에는 분모·분자를 약분하는 방법에 대해서까지 설명하고 있다.

Q : 91분의 49를 약분하면 얼마인가?

답 : 13분의 7

계산법 : 분모·분자를 함께 반으로 나눌 수 있을 때는 그렇게 하고, 할 수 없을 때는 따로 분모·분자의 수를 놓고 큰 쪽에서 작은 것을 뺀다. 이 절차를 거듭하여, 두 수의 최대공약수(등수)를 구하고, 이것으로 분자·분모를 나눈다.(유클리드의 호제법!)

왜 중국에서는 이처럼 일반 분수가 다루어졌던가? 바꿔 말하면, 왜 그리스를 비롯한 유럽에서는 일반분수가 쓰이지 않았을까? 이 문제는 아주 흥미를 끌지만 이것은 중국인과 유럽인의 사고의 차이, 그리고 그 배후에 깔린 사회의 차이 등을 따져야 하는 문제가 된다.

(4)호루스의 눈

이집트에는 매의 머리를 가진 '호루스'라는 이름의 신이 있다. 그러니까 '호루스의 눈'이란 매의 눈을 뜻하기도 한다. 이 '호루스의 눈'에 관해서 다음과 같은 신화가 전해지고 있다.

하늘과 땅의 신 사이에서 태어난 오시리스는 이집트를 다스리면서 나라를 미개의 상태로부터 문명국으로 발전시켰다. 그의 동생 세트는 형의 성공을 시기한 나머지 흉계를 꾸며 형을 죽이고 시체를 상자에 넣어 나일강에 흘려보냈다. 오시리스의 아내 이시스는 이 상자를 강기슭에서 건졌으나 다시 세트에게 빼앗겨 버렸다. 이것을 빼앗은 세트는 또다시 오시리스의 시체를 토막으로 쪼개어 이집트 각지에 뿌려 버렸다. 하지만 이시스는 이것을 꼼꼼히 주워 모아서 형태나마 남편의 모습을 되찾게 하였다. 그런 후, 사자의 신이 오시리스의 시체를 미라로 만들었다. 이시스는 자신의 날개로 이 시신에 부채질하여 남편을 되살아나게 하였다. 그리하여 오시리스는 저승의 왕이 되었다.

한편, 오시리스의 아들로 나중에 '신중의 신'으로 섬겨지게 될 호루스는 세트를 무찌르고 왕위에 오르지만, 이 때 세트는 그의 눈을 뽑아내어 산산조각으로 만들어 버린다. 그러나 지혜의 신 토토가 눈의 조각을 모아서 기적적으로 원래 모습을 되찾게 해주었다는 이야기다.

이 신화를 근거로 하여 이집트인은 눈 전체를 1로 하여 눈의 각 부분에 단위분수를 배치하였다. 그러나 이 분수의 전체를 더한 것은 1이 되지 않았다. 왜 그럴까? 부족한 부분인 $\frac{1}{64}$은 토토신이 보충하기 때문이라고 한다.

그래서 이집트에서는 단위분수를 '호루스 분수'라고 부른다. 과연 신화의 나라 이집트다운 이야기이다.

나. 근삿값

(1)동양의 원주율 계산

동양 특히 중국에서의 원주율에 관한 연구는 유럽에서만큼 꾸준하지는 못했으나, 고대에는 그런 대로 활발했으며 유럽보다 무려 100여 년 앞선 업적을 남기기까지 하였다.

약 B.C. 100년 경 엮어진 것으로 짐작되는 중국에서 가장 오래된 수학책 <주비산경>에서는 지름이 1일 때, 원의 둘레는 3 곧, 원주율을 3으로 잡고 있다. 이 책 다음으로 오래된 '중국의 유클리드 원론'으로 일컬어지는 <구장산술>에서도 $\pi=3$으로 쓰이고 있다.

이 후 π의 값은 중국에서는 다음과 같이 셈하였다.

- 서기 9년 경 – 3.154(유흠)

- 서기 261년 - 3.141(유휘)
- 서기 370~447년 - 3.1428 또는 $\frac{22}{7}$(하승천)

그 후 송나라 효무제 때의 역학자인 조충지는 원주율의 값을 다음과 같이 셈하였다.

$$3.1415926 < \pi < 3.1415927$$

대강의 값으로 $\pi = \frac{22}{7}$, 정밀한 값으로 $\pi = \frac{355}{113} = 3.141592\cdots$를 구하였다. 이 정밀한 값은 소수점 아래 여섯째 자리까지가 정확하다. 메티우스(A. Metius. 1527~16047)가 이 근삿값을 얻게 된 것은 조충지보다 실로 천 년이 지난 후의 일이었다.

남송 사람인 양휘가 지어낸 <양휘산법>(1275)이라는 수학책은 세종대왕 때에 우리나라에 전해졌으며, 그 후 줄곧 조선 수학에 중요한 영향을 미쳤다. <양휘산법> 속에는 원형의 농토 넓이를 구하는 문제의 답 '지름을 제곱하여, 이것을 3번 더하여 4로 나눈다.' 곧,

$$\text{원의 넓이} = \frac{3}{4}d^2 \; (d\text{는 지름})$$

과 같이 되어 있다. 그러니까 양휘는 그대로 $\pi = 3$을 써서 수학문제를 풀고 있었던 것이다.

천주교는 동양에서의 포교를 위해서 뛰어난 학문을 과시하는 것이 가장 좋은 방법이라 생각하여 특히 천문학, 수학 등에 조예가 깊은 선교사를 중국에 파견하였다. 이 결과 17~18세기 때 중국은 유럽의 최고의 지식을 접할 수 있었다.

선교사로서는 처음으로 1582년에 중국 땅을 밟은 마테오리치(Matto Ricci)는 동양 최초의 세계지도를 작성하였으며, <기하원본>을 비롯한 많은 수학, 천문학 책을 펴냈다. 마테오리치의 뒤를 이어 1624년에 중국에 온 선교사 자크로(Jacques Rho)는 아르키메데스가 구했던 값

$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$$

이외에, 루돌프(Van C. Ludlof, 1540~1610)의 계산으로 짐작되는

$$3.14159265358979323846 < \pi < 3.14159265358979323847$$

을 소개하였다.

그 후, 100년이 지난 1723년에 <수리정온>이라는 수학책이 왕명에 의해 엮어졌는데, 이 안에 원주율의 계산이 자세히 설명되어 있었다. 곧 원에 내접·외접하는 정육각형과 정사각형으로부터 시작하여, 그 변수를 차례로 2배씩 했을 때의 한 변의 길이를 자세히 셈한 구하였다.

조선 말엽 형조판서를 지낸 귀족 정치가이자, 당시 대표적인 수학자이기도 했던 남병길(1820~1869)의 <산학정의>(1867)라는 수학책에서는 원의 넓이를 셈하면서 $\pi = 3.1415926535$로 어림잡고 있다. 이 값은 아마도 위의 <수리정온>에서 얻은 것으로 짐작된다.

이보다 앞서 실학자 홍대용(1731~1783)도 <수리정온>을 참고로한 수학책 <주해수용>을 지었는데, 여기서는 $\pi = 3$으로 하여 셈하고 있다.

저산 천문학의 금자탑이라 일컬어지는 일찍이 세종 24년(1442)에 완성된 <칠정산>에서도 소수점이하 5자리까지 자세히 계산하는가 하면 π의 값을 그냥 3으로 두는 엉성한 일면도 보여주고 있다.

π의 값을 소수점 아래 10자리, 20자리, …까지 구해 나간다는 것은 이미 실용의 단계를 벗어나고 있다. 현대의 정밀 공업에서도 π값으로는 3.1416정도면 충분하며, 그 이상 셈하는 것은 실용상으로 거의 의미가 없다.

이러한 계산은 할 일이 없는 사람들의 보잘것없는 시간 보내기에 지나지 않는다고 핀잔줄 수도 있지만 수학의 발전은 오직 알기 위해서 따져드는 호기심의 결과일 때가 아주 많으며, 그 과정에서 새로운 수학의 세계가 열리고, 과학에 영향을 준다.

(2)달력의 유래

우리의 달력은 누가 만들었을까?

현재 우리가 쓰고 있는 태양력의 기원은 이집트까지 거슬러 갈수 있지만 태양력이 구체화되기 시작한 것은 고대 로마 시대부터이다. 고대 서양에서는 한 해가 시작하는 날을 춘분 날로 정했다. 때문에 춘분이 들어있는 달을 1월로 정했다. 반면 중국의 경우는 동지 날을 기준으로 해동지가 들어있는 달을 한 해의 시작으로 했다.

고대 로마 시대 초기의 로물루스 시대에는 춘분을 일 년의 시작으로 하고 일 년

을 10개월로 했다. 또한 일 년의 길이는 3백 4일로 하는 기이한 달력을 사용했다. 그 뒤를 이어 로마 황제가 된 누마 폼페이우스는 기원전, 710년경에 2개월을 추가해 1년을 12개월로 하고, 길이를 355일로 하는 누마(Numa)력으로 개력했다. 그러나 이 달력은 여전히 1태양년의 실제길이와 11일 정도 차이가 나 사용하는데 많은 문제점이 있었다.

그 뒤 율리우스 시저의 집권 시대인 기원전 46년에는 알렉산드리아의 천문학자인 소시게네스의 조언으로 1년을 365일로 하는 새 달력을 만들었다. 이 달력에서는 오늘날과 같이 한 달의 길이를 31일과 30일을 번갈아 넣었다. 달의 크기는 원칙적으로 홀수인 달을 31일로 하고, 짝수인 달은 30일로 정했다.

그런데 평년을 365일로 하기 위해 2월에서 하루를 떼어 내 29일로 했다. 윤년인 경우는 2월을 30일로 했다. 춘분날은 누마 왕 때와 마찬가지로 3월 23일로 정했다. 태양력의 1년 길이는 365.25일로 매 4년마다 윤년을 두었다. 이것을 율리우스력이라 한다.

율리우스가 개력을 할 때 계절과 달력의 날짜가 이미 3개월이나 차이가 나 있었다. 그래서 율리우스는 23일짜리 윤달과 67일짜리 윤달을 끼워 넣어 계절을 맞추었다. 때문에 기원전 46년은 실제로 445일이나 되는 긴 해였다. 율리우스는 개력 이후부터 달력을 계절에 맞추기 위해 기존의 1월을 3월로 하고 그 앞에 새로 두 달을 넣었다. 이에 따라 모든 달이 두 달씩 미뤄져 당시에 5월을 의미하는 퀸틸리스(Quintilis)가 7월이 됐다.

율리우스는 생일이 7월이었는데, 그는 자신의 권위를 세우기 위해 7월 달의 본래 명칭인 퀸틸리스를 자신의 생일 달의 의미를 지닌 율리(July)로 개칭했다. 따라서 7월(July)의 영어 명칭은 율리우스의 생일 달이라는 의미인 셈이다.

이러한 달력은 1년에 11분, 1천년에 10일 차이가 난다.

1년의 길이는 실제의 1년 길이인 365.2422일에 비해 0.0078일이 길다. 이는 약 11분 14초에 해당한다. 따라서 1백 28년이 지날 때 마다 태양년의 길이가 하루씩 더 길어지게 된다. 이 때문에 춘분날이 1백 28년마다 하루씩 앞당겨지게 돼 로마 교황 그레고리 13세 때는 큰 문제점으로 지적됐다. 1582년에 춘분날은 3월 11일로 본래의 위치에서 이미 10일이나 크게 앞당겨져 있었고 이는 종교적으로 큰 문제였다.

당시 유럽의 모든 국가는 그리스도교를 국교로 삼고 있었다. 그리스도교의 종교적 행사 중에서도 특히 중요한 날은 부활절이었다. 부활절은 춘분날 후 첫 번째 오는 보름을 지나 첫 번째 일요일 날로 정해졌다. 만일 첫 번째 오는 보름날과 일요일 날이 겹쳐지면 다음 주 일요일을 부활절로 지킨다. 때문에 달력의 오차로 춘분날이 앞당겨지면 부활절도 앞당겨지게 됐던 것이다.

그레고리 13세는 이를 본래 지키던 부활절로 되돌려 놓기 위해서 개력을 단행했다. 새로운 달력에서는 우선 태양년의 길이가 실제와 거의 같도록 윤년의 횟수를 조정했다. 서기 연도가 4로 나누어지는 해를 윤년으로 정하고, 동시에 100으로 나누어지는 해는 평년으로, 다시 400으로 나누어지는 해는 윤년으로 정했다. 예를 들어 서기 1900년을 평년이고, 서기 2000년은 윤년이 되는 셈이다. 이런 원리로 400년간 윤년을 1백회 두던 규칙을 97회 두는 것으로 고쳤다. 이렇게 하면 1태양년의 길이가 365.2425일이 돼 실제의 길이인 365.2422일과 거의 유사한 값이 된다.

다. 식의 계산

(1)365라는 수의 비밀

서양의 묘비에는 대부분 이름과 생년월일 그리고 죽은 날짜가 쓰여져있다. 이처럼 인생이란 수에서 시작되고 수로 끝난다고 할 만큼 수는 우리 인간의 삶과 깊은 연관이 있다.

그 중에서 특히 1년의 날짜수를 나타내는 365는 우리에게 낯익을 뿐 아니라, 아주 중요한 수로 여겨지고 있다. 이 365라는 수를 단위로 해서 해가 바뀌므로, 우리의 생활도 이를 주기로 하여 변화되기 때문이다. 인간은 이러한 주기의 숫자에 특별한 의미를 부여하고 있다.

365는 이러한 생활과의 관계에서 뿐만 아니라, 수 자체만을 놓고 따져 보아도 아주 재미있는 성질을 가지고 있다. 이를 설명하기 위해 이 수를 다음과 같이 분해하여 보자.

$$365=100+265=100+121+144$$
$$=10^2+11^2+12^2$$

즉,365는 "차례로 이어진 세수 10,11,12의 제곱의 합"이다.

또,

$$365 = 73\times5 = (72+1)\times5$$
$$= (8\times9+1)\times5 = (2^3\times3^2+1)\times(2+3)$$

이처럼 이 수는 1,2,3의 세 수로 나타낼 수 있고, 또 지수 3과 2의 밑수는 이 순서를 바꾼 2와 3이다. 이런 사실을 눈여겨보면, 365라는 수는 아주 특별한 의미를 지

닌 신비한 수라는 생각이 든다.

수를 보고 그 수가 지닌 본질적인 성질을 찾아내었던 이야기로는 인도가 낳은 천재 라마느쟌의 다음 일화가 대표적이다.

어떤 수학자가 병석에 있는 그를 문병 갔는데, 자기가 탄 자동차의 번호는 '1729'인데 별로 특색이 없는 수라고 말하자

"아니, 대단히 특색이 있는 수입니다. 그 이유는

$$1729=10^3+9^3=12^3+1^3$$

과 같이 두 개의 세제곱의 합으로 나타낼 수 있는 최초의 수입니다."

이쯤 되면 전화번호도 함부로 붙일 수가 없을 것 같다.

라. 방정식과 부등식

(1) 구장산술의 예시

다음 문제는 중국 수학서인 구장산술에 담긴 내용이다.

[문제]지금 상품 벼 7단이 있는데, 1말을 줄이고, 하품 벼 2단을 보충하면 쌀 10말이 된다. 그리고 하품 8단이 있는데, 1말과 상품 벼 2단을 보충하면 쌀 10말이 된다. 상・하품 1단의 쌀은 각각 얼마인가?

[답] 상품 1단은 $1\frac{18}{52}$말, 하품 1단은 $\frac{41}{52}$말.

[풀이법] 방정 술과 같이 하여 줄인 것은 늘리고 늘린 것은 줄인다.

문제에 이것을 줄인다고 하는 것은 늘려서 계산하라는 뜻이고, 이것을 늘린다는 것은 줄여서 계산하라는 말이다. 벼를 1말 줄여서 벼의 양이 10말이라고 하는 것은 그 벼의 양이 10말보다 1말이 많다는 뜻이다. 벼의 양을 1말 늘리면 벼의 양이 10말이라는 것은 그 벼의 양이 10말보다 1말 적다는 뜻이다.

여기서 상품, 하품 1단에서 나오는 쌀의 양을 각각 x, y라고 하면x, y는 연립방정식

$$\begin{cases}7x+2y=11\\2x+8y=9\end{cases}$$

의 근이다.
여기서는 물론 x, y와 같은 미지수를 사용하지 않고, 계수나 상수항을 산목을 사용하여 표시한다.(편의상 이하 설명에는 산대 대신 지금의 숫자를 쓰기로 한다.)

2	7
8	2
9	11

오른쪽 열의 상품으로 왼쪽 열을 곱하고, 그 결과로 오른쪽 열을 뺀다.

0	7
52	2
41	11

왼쪽 열의 하품 남은 것에 대해서 하품의 수를 나눗수로 삼고, 벼의 양을 나뉨수로 삼는데, 그 나뉨수 $\frac{41}{52}$이 곧 하품(1단)의 쌀의 양이다.
이러한 '방정술' 계산법은 지금의 연립방정식 풀이법과 정확히 일치한다.

(2) 동양의 유클리드 원론 <구장산술>

<구장산술>은 왕조정치 하의 관리에게 필요한 수학을 총망라한 것이다.
따라서 <구장산술>은 관료의 실무와 관련된 여러 가지 문제, 즉 토지를 구획한다든지, 물건을 나눈다든지, 거대한 건설 작업을 관리한다든지 하는 실제적인 작업에 필요한 문제를 다루는 동시에, 다양하고 풍부한 계산법을 싣고 있다.
이 수학서는 제목 자체가 말해 주듯이 아홉 개의 장으로 이루어져 있으며, 수록된 문제는 총 246개로서, 본문은 대개 문제-해답-풀이법의 3단 구조로 제시되어 있다. 그러나 논리적인 설명이나 증명은 없다.
첫째 장 [방전]은 모두 38문제로 되어 있는데, 여러 가지 모양의 밭의 길이나 넓이를 구하는 내용이 대부분이지만, 아울러 다양한 분수계산법을 소개하고 있기도 하다.
둘째 장 [속미]는 46문제로 이루어져 있는데, 주로 당시의 주식인 좁쌀을 중심으로 한 곡물 교환의 문제로, 계산은 비례식으로 간단하게 처리할 수 있다.
셋째 장 [쇠분]은 20문제로 되어 있다. 여기서는 차등을 두어 비례적으로 나누는

문제를 다루고 있다.
넷째 장 [소광]은 24문제로 이루어져 있다. 이 장은 방전장과 마찬가지로 주로 넓이를 다루고 있지만, 마지막 5문제는 부피 계산 문제이다.
다섯째 장 [상공]은 28문제로 이루어져 있다. 이 장에서는 여러 가지 토목 공사의 공정을 계산하는 문제가 다루어지고 있다.
여섯째 장 [균수]는 28문제로 이루어져 있다. 이 장에서는 백성에 대한 부역을 어떻게 공평하게 부과할 것인가를 고려한 문제를 다루고 있다.
일곱째 장 [영부족]은 20문제로 이루어져 있다. 이 장에서는 남거나 부족한 것을 가정하여 맞는 수를 구하는 계산법을 다루고 있다.
여덟째 장 [방정]은 18문제로 되어있다. 이 장은 다원 1차 연립방정식을 써서 해를 구하는 문제를 다룬다.
아홉째 장 [구고]는 24문제로 이루어져 있다. 이 장에서는 피타고라스의 정리를 응용하는 문제를 다룬다.

마. 일차 함수

(1) 함수의 이론적 배경

1. 함수 개념의 발생

고대 아라비아에서는 운동에 대한 수학적 연구가 전혀 없었으며, 수학이 발달한 그리스 시대조차도 속도에 대한 개념이 없었다. 그 후, 갈릴레이(Galilei, G. ;1564～1642) 등에 의한 역학에 관한 연구에서 두 변량 사이의 관계를 생각하기 시작한 것이 함수 개념의 출발이라고 할 수 있다. 당시 데카르트(Descartes, R. ; 1596～1650)는 공간에 좌표를 설정하여 도형을 수 사이의 관계로 나타내고, 또 역으로 수 사이의 관계를 도형으로 표현할 수 있다고 생각했다. 수와 도형을 연결시킨 그의 착상은 도형 그 자체의 연구를 위하여 중요한 수단이 됨과 동시에 함수를 도형 적으로 나타내는 생각을 결합하여 직관적인 고찰을 가능하게 하였다. 따라서 그를 해석기하학의 창시자라고 부른다.

2. 라이프니츠의 함수 개념

17세기에 운동하거나 변화하는 구체적인 현상을 표현하려는 데서 발생한 함수(function) 개념은 라이프니츠(Leibniz, G. ; 1646～1716)에 의하여 처음으로 용어화 되었다. 그는 도형에 나타나는 변량, 예를 들어 곡선 위의 점에서의 접선, 법선, 접선의 길이, 수선의 길이 등을 일반화하여 처음으로 'function' 라는 용어를 사용

하였다. 그 후, 그는 변수 x의 값의 변화에 따라서 다른 변수 y가 정해지면 y를 함수라 정의하였고, 특히, 곡선의 방정식이 곧 함수라고 생각하였다.

3. 오일러의 함수 개념

라이프니츠의 함수 개념을 더욱 확실하게 한 사람은 오일러(Euler, L.;1707~1783)이다. 그는 '무한해석서설' 이란 책에서 1개의 변수의 함수란 그 변수와 몇 개의 상수로 만들어진 해석적인 식이라고 하여, 곡선과 함수의 개념을 분리하려고 하였다. 그가 말하는 함수란 다항식, 유리식, 무리식 등의 대수적 함수(변량과 상수들 사이에 사칙계산을 무한 번 시행하여 얻어지는 함수)를 의미한다. 이때부터 '함수'라는 말이 널리 사용되었으며, 특히 오일러는 현재의 함수 기호인 f(x)를 처음으로 사용하였다. 그러나 그는 함수가 식에서 얻어진다는 재한을 벗어나지는 못하였다.

4. 코시의 함수 개념

코시(Cauchy, A. L. ; 1789~1857)는 1821년 출간된 '해석 교정' 이란 책에서 여러 변수 가운데 하나에 어떤 값을 주면 그에 따라 다른 변수의 값이 정해지는 관계가 잇을 때, 처음 변수를 '독립변수' , 그 외의 다른 변수를 '종속변수'라 부르고, 이것을 그 독립변수의 함수라고 정의하였다. 그는 오일러와 같은 입장에서 함수를 취급하는 경우가 많았지만, 코시의 함수의 정의는 오일러의 정의와 다르게 "해석적인 식으로 나타내어진다."는 조건이 없고, 변수 사이의 관계, 곧 대응으로 간단히 규정을 짓고 있다. 코시의 이 정의는 함수라는 것을 개개의 x의 값에 대하여 y의 값이 정해지는 일종의 규칙으로 파악하게 되었다는 점에서 주목할 만하다.

5. 디리클레의 함수의 개념

19세기에 들어서서 미적분학을 재구성하게 되는 해석학과 더불어 함수의 개념도 발전하게 되었다. 그 중 함수를 대응으로 설명한 디리클레(Dirichlet. L.;1805~1859)의 함수 개념은 다음과 같다.

a, b가 두 상수 일 때, x가 a와 b 사이의 모든 값을 택하는 변수라고 하자. x의 어떤 값에 대하여도 단 하나의 값 y가 대응하고, x가 구간 [a, b]에서 연속으로 움직일 때, y=f(x)도 같이 서서히 연속으로 변하면 y를 이 구간에서 x의 연속함수라고 한다. 이 때. y는 이전구간에서 x와의 관계가 동일한 법칙일 필요도 없고, 또 그 관계를 수학적 연산으로 나타낼 필요도 없다.

이처럼 디리클레는 두 변수 x와 y 사이에 대응이 있으면 수직이나 법칙에 관계없이 코시의 함수가 성립한다고 보아, 순수한 수와 수(점과 점)의 대응을 함수로 보는 현대적 의미의 함수의 개념을 비약적으로 확대시킨 중대한 것이다.
한편, 함수 개념은 변수 x, y를 실수에서 복소수까지 확장해 가면서 19세기의 가장 아름답고 심오한 이론인 복소변수 함수론이 만들어지게 된다. 이 이론은 가우스(Gauss, C. F. ;177~1855), 코시, 아벨(Abel, N. H.;1802~1829), 바이어슈트라스(Weierstrass, K. ;1815~1897), 리만(Riemann, G. F. B;1826~1866), 클라인(Klein, F. ;1849~1925), 푸앵카레(Poincar, J. H. ; 1854~1912) 등 여러 수학자의 손으로 완성되었다.

6. 함수의 현대적 정의
'두 집합 A, B에서 A의 각 원소 x에 어떤 규칙에 의하여 B의 원소 y가 단 하나 정해질 때, 그 대응 규칙을 함수라고 한다.'
'두 집합 A, B에서, 의 A의 원소 x에 어떤 규칙에 의하여 B의 원소 y가 단 하나 정해질 때. 그 대응을 함수라고 한다.'

7. 함수의 그래프
함수의 그래프를 처음으로 좌표평면에 나타낸 사람은 데카르트이다. 그는 기하학과 대수학을 하나로 묶어 직선, 원, 타원, 포물선 등과 같은 도형을 간단히 방정식으로 나타내었고, 평면 위에 그래프로 나타내는 해석기하학을 창시하였다.
좌표 문제를 집합의 개념으로 생각하여 보자.
① A 와 B를 두 집합이라 하자. a∈A, b∈B인 모든 순서쌍(a, b)로 구성되는 집합을 A 와 B 의 곱집합(product set)이라 하고, A×B(A cross B 로 읽는다.)로 나타낸다. 즉, A × B = {(a, b) | a∈A , b∈B}
② 곱집합을 A × B를 A와 B 의 데카르트 곱(Cartesian product)이라 하고, x, y의 직교좌표로 된 평면을 데카르트 평면(Cartesian plane)이라고 한다. 또 데카르트 평면 위의 모든 점들은 순서쌍(x , y)로 나타낼 수 있다.
③ 정의역이 X이고 공역이 Y인 함수 y=f(x)가 주어졌을 때, 정의역의 원소와 그것에 대응하는 함숫값 f(a)전체의 집합
G(f)={(a, f(a)) | a∈A, f(a)∈B}를 함수 f의 그래프(graph)라고 한다.
이 그래프는 곱집합 A × B의 부분집합이다.

(2) 오일러의 생애
스위스의 훌륭한 수학자 오일러는 함수를 해석적으로 정의하고 $f(x)$와 같은 기

호를 처음으로 사용하였다. 오일러는 1707년 4월 15일 스위스의 Basel 대학에서 베르누이로부터 수학적 재능을 인정받아 수학에 관한 개인교습을 받았고 베르누이의 두 아들과 오랫동안 두터운 우정을 가지고 있었다.

오일러는 20살 때 러시아의 여왕 캐서린 1세의 초청을 받고, 상트페테르부르크로 가서 41년까지 연구를 계속하였다. 상태부르크로 가고 얼마 후 다른 수학자들이 몇 달이 걸려야 풀 천문학 문제를 3일 만에 해결하여 그의 명성은 더욱 높아졌다.

1738년에 러시아 지도를 작성하는데 무리하여 한쪽 눈이 실명이 되고, 1766년에는 결국 양쪽 눈이 실명되고 말았다. 그러나 그는 장님인 채로 좌절하지 않고 17년간 연구한 것을 하인이 받아쓰게 하여 많은 공적을 쌓았다. 오일러는 실명의 어려움에도 좌절하지 않고 대수학, 정수론, 위상기하 등에 불후의 공적을 남겼다. 오일러는 “사람이 숨을 쉬는 것처럼, 새가 하늘을 나는 것처럼 계산을 했다.”라는 말을 들었다. 76세에 제자와 천왕성 궤도를 계산한 뒤, 손자들과 차를 마시면서 환담하다가 갑자기 파이프를 떨어뜨리면서 “이제 나는 죽는가 보다.”라는 말을 남기고 영영 눈을 감았다.

논문은 그가 죽은 뒤에 발표된 것까지 합쳐서 850편에 이르며, 전 87권 예정의 전집은 현재 60권 이상 간행되었으나 아직 완결하지 못하였다. 그는 여러 방면에 걸쳐 업적을 남겼다. 범선의 마스트 배치, 귀의 생리학에 관한 연구도 있지만 대부분 넓은 의미의 수학, 특히 해석학 및 그 응용인 역학·천체역학·수리물리학에 관한 것이다.

Ⅳ 결론

1. 결론

수학은 타 과목에 비해 학생들이 중요하다는 것을 느끼고 있지만 기호화・형식화된 과목이어서 학생들의 성적도 낮고, 교과에 대한 흥미도 많이 떨어진다. 또한, 수학과목을 왜 하는지에 대한 의문도 크고 어떻게 이런 기호들이 생겨났는지에 대한 지식 없이 이런 기호를 그냥 외우고 이런 기호를 쓰면 편하다 또는 이렇게 쓰기로 약속이 되어 있다며, 외우기를 강요한다. 그것은 학생들의 흥미는 물론 암기과목이라는 오해도 한다. 이에 따라 수학 학습에 대한 강한 거부감을 느끼는 학생이 많다.

그러므로 이러한 문제점을 개선하기 위한 필요성이 점점 증가하고 있다. 이러한 해결책 중 하나가 수학교육에 수학사를 도입하는 것이라고 생각한다.

따라서 이 논문에서는 7차 교육과정에서 사용되는 15종의 8-가 교과서에 제시되어 있는 수학사적 내용을 비교해 보았다. 그 결과를 바탕으로 논문의 내용을 다시 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 수학교육에 수학사를 도입해야 하는 필요성을 제시하였다. 수학을 배우는 학생들이 수학을 어려워하고 하기 싫어한다. 좀 더 학생들의 흥미와 관심을 끄는 방법으로 교과내용과 관련된 수학사 내용을 적절히 제시하는 것이다. 이를 학교수업에 효과적으로 활용한다면 학생들에게 재미있는 수학수업을 할 수 있을 것이다.

둘째, 다양한 종류의 교과서를 분석을 통해 각 교과서 별로 실려 있는 수학사의 내용이 부족하며 어떠한 차이가 있는지 알 수 있었다. 교과서에 실려 있는 수학사 내용은 대부분 단순히 제시만 되어 있어 학생들이 관심을 가지기에는 많은 어려움이 있었다. 이에 각 단원에 대한 학생들의 이해나 흥미를 위한 수학사 내용을 제시하였다. 그러나 본 논문에 제시된 수학사의 내용도 부족함이 많다.

셋째, 수학교육에 수학사의 내용을 제시하기 위해서는 수학사에 대한 많은 관심이 필요하다. 학생들에게 흥미와 관심을 주기 위해서는 교사뿐만 아니라 교육 관계자들이 많은 연구를 통해 여러 종류의 많은 수학사 내용을 도입해 봐야 할 것이다. 또한, 수학교육에 도움이 될 수 있는 수학사 자료의 개발도 시급하다.

2. 제언

이 연구의 결과를 바탕으로 수학수업에 수학사를 활용하기 위하여 다음과 같은 몇 가지 제안을 하고자 한다.

첫째, 수학교과서에 수학사의 내용들이 있었지만 수업시간에 활용하기에는 양적으로나 질적으로 부족하고, 학생들이 이해하기 어려웠다. 따라서 수학사의 내용을 쉽고, 수업시간에 활용할 수 있는 내용으로 구성하여야 한다.

둘째, 수학사 도입에 대해 교사들이 많은 관심을 가지고 실제수업에 반영할 수 있는 수학사 내용에 대한 많은 연구를 해야 할 것이다.

셋째, 수학사 도입에 대해 교사들이 많은 관심을 가지고 실제수업에 반영하여 학생들에게 수학에 대한 관심과 흥미를 가지게 해야 할 것이다.

참 고 문 헌

수학 8-가 고성은, 박복현 외 4인. (주) 블랙박스.
수학 8-가 조태근, 임성모 외 3인. (주) 금성출판사.
수학 8-가 양승갑, 박영수 외 5인. (주) 금성출판사
수학 8-가 금종해, 박영수 외 5인. (주) 고려출판.
수학 8-가 강옥기, 정순영 외 1인. (주) 두산.
수학 8-가 박규홍, 한옥동 외 6인. 두레교육(주).
수학 8-가 강행고, 이화영 외 8인. (주) 중앙교육진흥연구소.
수학 8-가 박윤범, 박혜숙 외 2인. 대한교과서(주).
수학 8-가 한석근, 이재돈. 한서출판사.
수학 8-가 이준열, 장훈 외 3인. 디딤돌.
수학 8-가 이영하, 허민 외 2인. (주)교문사.
수학 8-가 진평국, 신동윤 외 3인. 교학연구사.
수학 8-가 최용준. (주) 천재교육.
수학 8-가 배종수 외 7인. (주) 탄탄교육.
수학 8-가 박두일 외 4인. (주) 교학사.

이희종, 1994. 고등학교 수학과 흥미 유발을 위한 수학사적인 교수-학습자료 개발 연구, 한국교원대 석사학위 논문.

나숙자, 1992. 수학사와 수학의 응용을 이용해서 정의적 목표를 강조한 수업으로 인한 수학학습 효과의 고찰, 이화여대 교육대학원 석사논문.

백석윤, 1990. 수학사와 수학교육과정, 제5회 수학교육학 세미나집, 수학교육학 세미나 그룹.

우정호, 1992. 학교수학의 교육적 기초. 서울대학교 출판사.

김춘영, 1992. 수학사를 이용한 초등학교 수학과 교재개발연구. 한국교원대학교 대학원 석사 학위논문.

구장서, 1995. 수학사와 관련한 중등 수학 교수-학습 지도 자료 개발연구. 한국교

원대학교 대학원 석사학위논문.

이덕호 이만희, 2000. 수학수업의 흥미유발을 위한 수학 및 예화자료 연구- 수학Ⅰ을 중심으로. 한국학교수학회 논문집 제3권 1호.

감혜성, 2002. 중학교 3학년 수학교육에서 수학사 활용. 신라대학교 교육대학원 석사학위논문.

임재민, 2003. 수학사 자료를 활용한 교수-학습자료 연구- 중학교 방정식 단원을 중심으로. 성균관대학교. 교육대학원 석사학위논문.

백옥자, 2003. 수학사를 통한 중등수학 교수-학습 지도자료 연구- 중·고등학교 수학교육과정을 중심으로. 경희대학교 교육대학원 석사학위논문.

조문선, 2003. 수학교육에서 단원별 수학사를 도입한 교수-학습자료 개발연구- 중·고등학교 수학교육과정을 중심으로. 중앙대학교 교육대학원 석사학위논문.

최여주, 2004. 수학학습 흥미유발을 위한 수학사 활용에 관한 연구 - 7단계 수학을 중심으로. 성균관대학교 석사학위 논문.

고명희, 2005. 수학사를 이용한 교수-학습 자료의 개발 및 활용에 관한 연구. 서울시립대학교 교육대학원 석사논문.

전희정, 2007. 수학수업의 흥미유발을 위한 수학사 연구 - 7-가 단계를 중심으로. 신라대학교 교육대학원 석사학위논문.