



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

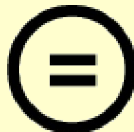
다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

교 육 학 석 사 학 위 논 문

고등학교 수학을 중심으로 한 수학사
관련 자료연구 및 활용방안



2009년 8월

부경대학교 교육대학원

수 학 교 육 전 공

김 윤 선

교 육 학 석 사 학 위 논 문

고등학교 수학을 중심으로 한 수학사
관련 자료연구 및 활용방안

지도교수 김 도 상

이 논문을 교육학석사 학위논문으로 제출함.



2009년 8월

부경대학교 교육대학원

수 학 교 육 전 공

김 윤 선

김윤선의 교육학석사 학위논문을 인준함.

2009년 8월 25일



주 심 이학박사 조 성 진 (인)

위 원 이학박사 정 진 문 (인)

위 원 이학박사 김 도 상 (인)

목 차

표 목차	iv
그림 목차	v
Abstract	vi
I. 서론	1
1. 연구의 필요성 및 목적	1
2. 연구의 내용	3
3. 연구의 방법	3
4. 연구의 제한점	4
II. 이론적 배경	5
1. 수학의 특성	5
가. 실용성	5
나. 추상성	6

다. 형식성	6
라. 계통성	7
마. 직관성과 논리성	7
바. 일반화와 특수화	8
2. 수학사 도입의 필요성	9
3. 제7차 개정 수학과 교육과정	11
Ⅲ. 연구내용	14
1. 수학사 교과서 자료 분석 및 관련 수학사	14
가. 교과단원 내용 및 관련 수학자	14
나. 교과서 선정	16
다. 각 출판사의 단원별 수학사	17
라. 교과서 분석 결과	29
2. 수학사 활용방법 및 관련 예화	31
가. 예술과 수학사의 도입	31
나. 시대에 화제가 된 이야기와 일화 제공	34
다. 수학적 기호 표기법 및 어원	38

IV. 결론 및 제언	42
-------------------	----

참 고 문 헌	44
---------------	----



표 목차

<표1> 고등학교 1학년 수학 영역 별 구분	14
<표2> 출판사별 교과서 현황	17
<표3> 수와 연산 출판사별 수학사 자료	18
<표4> 문자와 식 출판사별 수학사 자료	20
<표5> 함수 출판사별 수학사 자료	23
<표6> 확률과 통계 출판사별 수학사 자료	27
<표7> 기하 출판사별 수학사 자료	28
<표8> 출판사별 수학사 내용 특징	30
<표9> 기호의 유래	40

그림 목차

<그림1> 푸리에 변환	32
<그림2> 라파엘로, <아테네 학당>	33
<그림3> 아파치 부족의 막대 던지기	35
<그림4> 플라톤의 도구	37



A study on using a mathematical application plan as a resource to research
and utilize mathematical history, with a focus on high school mathematics

Yoon Sun kim

Graduate School of Education

Pukyong National University

Abstract

Studying the history of mathematics can raise a student's interest and motivation to study mathematics in the way that, students are able to see the mathematics process of development, and through this, personalize and apply learnt mathematical thinking aspects.

Because mathematical value and the attitude on mathematics is emphasized in the 7th revision educational curriculum, introducing mathematical history as well as applying mathematical history is important.

We examine specific characteristics of mathematics and the 7th revision educational curriculum's characteristics, and discuss the necessity of mathematical history introduction.

We select textbooks by survey, then through material analysis we detect problems, and by introducing illustrations as well as creating a mathematical application plan we are able to suggest solutions, and we suggest solutions by introducing illustrations and a mathematical application plan.

I. 서론

1. 연구의 필요성 및 목적

요즘 학생들은 수학이라는 과목은 문제를 푼다는 것만을 목적으로 하고 있다고 생각하기 때문에 수학 과목에 대해 흥미를 가지지 못하고 있다. 그 결과 학생들에게 ‘수학은 왜 배우는 학문인가요?’ 라는 질문을 많이 받게 된다.

이 질문에 대한 두 가지의 답을 생각하여 보자.

첫 번째는 이러한 수학을 배우는 이유는 “수학 교과 교육은 생활 속의 현상들을 수학적으로 관찰하여 해석하는 능력과 여러 가지 문제 해결을 하기 위한 합리적인 사고를 기르고 창의적인 능력을 기르는 교과이기 때문이다.[5]”라고 대답하는 경우이다.

두 번째는 아래와 같은 수학사적 일화를 통해 소개하는 방법이다.

기원전 3세기경 이탈리아 시칠리섬의 시라쿠사에 아르키메데스라는 유명한 학자가 살았습니다. 그는 당시 왕인 히에론에게 수학을 가르쳤습니다.

하루는 왕이 그에게 “수학을 배워서 어디에다 쓰는가?” 라고 물었습니다. 아르키메데스는 친절하게도 예를 들어 지렛대와 도르래로 무거운 물체를 들 수 있는 것 등이 모두 수학적인 원리를 이용한 것임을 보였습니다. 또한 포물선의 성질을 이용한 포물거울로 햇빛을 모아 로마함대를 무찌를 수 있었던 것도 수학의 덕분이라고 덧붙였습니다.

대부분의 선생님들은 첫 번째와 같은 대답을 하게 된다. 하지만 이러한 대답은 학생들에게 수학에 대해 흥미가 생기기보다는 역시 어려운 학문이

라고 인식하게 되어 점점 더 수학에서 멀어지게 한다.

두 번째 일화를 통해 수학의 필요성을 이야기 하는 경우를 생각해 보자. 일화를 들려줌으로써 학생들의 관심을 끌게 되어 이야기에 집중할 수 있게 하고 또한 수학자에 관한 일화는 수학의 인간적인 측면을 인식할 수 있게 되어 수학에 대한 딱딱한 인식을 조금 완화시켜 줄 수도 있다.

이렇듯 흥미와 관심 유도를 위한 하나의 방법인 수학사의 지도는 수학의 역사적 발달 과정을 돌아봄으로써 수학적 사고의 인간적인 모습과 수학의 진정한 모습을 접해보게 하여, 학습 동기를 유발하고 흥미를 갖도록 하는 방안이 될 수 있다.[8]

최근 우리나라의 수학 교육에서도 수학사의 중요성이 인식되어 제7차 교육과정에서부터 교과 내용에 수학사를 적극적으로 도입하게 되었다. 하지만 제7차 교육과정에서는 교과서에 수록된 수학사의 내용이 많이 부족하고 인물 중심의 수학사 내용이 대부분을 차지하였으며 그 설명 또한 간단 명료하였다. 이런 수학사의 도입은 학생들의 관심을 많이 받지 못했으며 학습동기 유발이라는 목적을 달성하지 못했다.

이번 제7차 개정 교육과정에서 수학에 대한 긍정적인 태도 육성을 강조함으로써 수학사의 도입을 더욱 강조하게 되었다.

따라서 본 논문에서는 제7차 개정 교육과정 따라 바뀐 고등학교 1학년 수학 교과서를 비교, 분석해 보고 다양한 수학사의 활용방안을 제시하고자 한다.

2. 연구의 내용

본 연구의 내용은 다음과 같다.

I 장은 서론으로 연구의 필요성, 연구의 내용 방법 제한점을 논한다.

II 장은 이론적 배경으로서 수학의 특성을 알아보고 역사 발생적 원리에 따른 수학사 도입의 필요성을 논한다. 또한 제7차 개정 교육과정의 특징을 살펴본다.

III 장은 연구내용으로 고등학교 1학년 수학교과서를 대상으로 전화설문을 통해 제7차 개정 교과서를 선정하여 수학사 자료 분석과 관련 수학자를 알아본다. 또한 수학사의 활용방법과 그 관련 예화를 소개한다.

IV 장은 결론으로서 연구 내용을 요약하고 수학사의 활용 방향을 제시한다.

3. 연구의 방법

본 연구를 위하여 제7차 개정 교육과정의 고등학교 수학교과서의 수학사 자료 분석을 위하여 부산시 50여 곳의 설문을 통하여 교과서를 선정하였다. 선정한 교과서를 통하여 단원별로 수학사 자료 분석을 하여 부족한 수학사 내용을 제안하고 활용할 수 있는 수학사의 예화를 소개한다.

4. 연구의 제한점

첫째, 본 연구는 제7차 개정 교육과정에서 제시하고 있는 국민 공통 기본 교육과정 중 고등학교 1학년 수학 교과서로 제한한다.

둘째, 설문을 통해 선정된 교과서에 한하므로 전체 교과서를 일반화 하는데 제한점이 있다.

셋째, 수학사의 활용방안을 직접 수업에 활용해 보지 못해 학생들의 흥미 유발 정도를 정확하게 파악하지 못하였다.



II 이론적 배경

1. 수학의 특성[2]

수학은 인류의 역사와 더불어 시작되었다고 할 만큼 가장 오래 된 학문에 속한다. 역사적으로 수학은 기원전 2천년 경(바빌로니아, 이집트)까지 거슬러 올라간다. 특히, 기원전 5세기부터 3세기까지(그리스)와 17세기경(유럽에서 무한소 계산법의 발생)의 풍요한 발달 시기를 거쳐 20세기 초까지 자연과학 및 공학적인 문제와 밀접하게 결부되어 기하학, 대수학, 해석학의 고전적 분야가 크게 발달하였다. 교육부에서 제공한 수학과 교육과정의 해설에 따르면 수학을 체계적이고 연역적인 과학으로 보는 입장과 구성도중에 있는 실험적이고 귀납적인 과학으로 보는 입장도 있다. 즉, 정의, 정리, 알고리즘과 그 연역 체계 등을 수학으로 보는가 하면 그러한 수학적 이론을 만들고 수정하는 인간사고 활동, 즉 수학을 하는 과정을 강조하는 입장도 있다. 그런 이유에서 수학의 특성을 한가지로 설명하기는 불가능하다.

‘수학이란 무엇인가?’라는 질문에 대하여 여러 학자들이 모두 다양하게 대답하는 것도 그러한 이유이다. 그러나 일반적으로 수학의 특성으로는 실용성, 추상성, 형식성, 계통성, 직관성과 논리성, 일반화와 특수화 등이 거론된다.

가. 실용성

수학은 실용성을 그 특성으로 한다. 원래 수학은 실제 생활의 요구와 자연의 탐구에서 비롯되었다. 비록 그러한 수학이 이론 수학으로 발전하였으며, 현재 응용과는 무관하게 공리로부터 순수하게 수학이 전개되고 있을지라도 수학이 타 학문과 실생활에 모델로 작용하고 있으며, 또 장치 작용할 개연성이 대단히 높다는 것은 부인할 수 없는 사실이다.

나. 추상성

어떤 구체물의 집단에 있을 때, 각 구체물이 가지는 속성 중에서 이질적인 속성을 제거하여 나가면 결국 동질적인 속성만 남게 된다. 각 구체물이 지니는 이 동질적인 속성을 끄집어내는 것을 추상화라고 한다. 예를 들어 성냥갑, 벽돌, 상자 등이 지닌 여러 가지 속성 중에서 이질적인 속성, 즉 각 물체의 색깔이나 각 물체를 구성하고 있는 물질, 크기 등을 생각하지 않고 동질적인 속성, 곧 공통된 성질만을 생각하면 직육면체의 개념을 얻게 된다. 이와 같이 직육면체는 구체적인 물리적 대상에서 추상화가 이루어진 것이다. 수학에서 다루는 추상성이란 우리가 느끼고, 맛보고, 냄새 맡고, 듣고, 볼 수 있는 물리적 체계나 그 세계에 대한 우리의 경험을 직접 다루는 것이 아니라, 우리 마음속에 있는 아이디어를 다루는 것이다.

다. 형식성

수학은 형식성이 강한 학문이다. 곧, 수학은 형식 언어로 쓰여진 공리를 바탕으로 하여 형식적인 추론 규칙에 의해 전개될 수 있는바, 이 때 공리

나 기호의 의미는 중요하지 않다. 수학의 형식성은 수학적 증명의 엄밀성과 수학 체계의 무모순성을 보장하기 위한 장치로서, 19세기 말 독일의 힐베르트에 의해 더욱 명확하게 제시되었다. 그러나 형식화된 수학과 무의미한 기계적 조작은 구별된다. 무의미한 기계적 조작은 수학이 아니지만, 의미와 무관해 보이는 형식화된 수학은 필요하다면 언제든지 의미가 부여될 수 있기 때문이다.

라. 계통성

수학적 개념의 성장은 어떤 기초적인 내용을 기반으로 하여 그 기반 위에 다른 내용을 더 첨가함으로써 기초적인 내용과 새로운 내용을 일관성 있게 이어 나가면서 이루어진다. 이러한 성장 과정을 거친다는 의미에서 수학은 계통적이라 할 수 있다. 계통성은 수학 교육 과정의 구성에 핵심적인 역할을 한다. 즉, 계통성을 학습 내용의 순서를 정할 때 논리적 연결성을 가지고 학습이 단계적으로 이루어지도록 해 주는 것이다. 잘 알려진 대로 자연수, 정수, 유리수, 실수로의 확장은 바로 이러한 계통성의 전형적인 예라고 할 수 있다.

마. 직관성과 논리성

유클리드의 기하와 같이 수학은 엄밀한 논리적 구조로 이루어져 있다. 즉 분석적이고 단계적으로 전제나 선행 명제로부터 결론이나 후속 명제를 정당하게 이끌어 내고 있는 것이다. 따라서 수학자들은 아직 부정되지는 않았지만 페르마의 정리나 골드바하의 추측 등과 같이 전제로부터 논리적

으로 정당화하지 못한 것을 수학적 영역으로 도입하기를 꺼리는 실정이다.

그러나 논리적으로 정당화할 대상은 사실상 직관에 의해서 발견, 발명된다. 직관은 사고 대상을 인지하는 활동이 다소 불분명하지만 전체를 감지할 수 있는 사고이며, 이론과 구체를 맺어 주는 것 또는 구체에서 논리의 방향을 시사해 주는 것이다. 따라서 직관적 사고는 수학의 발명 또는 발견에 중요한 역할을 하며, 논리적 사고는 발명 또는 발견된 수학의 정리에 정당성을 부여하는 데 필수적이다.

바. 일반화와 특수화

일반화는 하나의 대상에 대한 고찰로부터 그 대상을 포함한 집합에 대한 고찰로 옮겨가는 것을 말한다. 예를 들면, 삼각형에 대한 고찰로부터 임의의 다각형에 대한 고찰로 나아가거나 예각의 삼각비에 대한 연구로부터 임의의 각의 삼각함수에 대한 연구로 나아가는 것 등이 일반화이다. 이러한 일반화를 통하여 수학이나 과학에서 많은 법칙을 발견하였다. 0이 아닌 실수의 0의 제곱의 값이 1이 된다는 것도 일반화를 가능하게 하기 위해 도입된 것이다. 때로는 단 한 가지 사실을 관찰하고도 일반화를 통하여 놀라운 일반적인 법칙을 발견하기도 한다. 일반화와 반대되는 개념이 특수화이다. 특수화는 주어진 대상의 집합에 대한 고찰로부터 그 집합에 포함되는 더 작은 집합 또는 단 하나의 대상에 대한 고찰로 옮겨가는 것이다. 이러한 특수화는 일반화된 명제를 검증하거나 그 증명 또는 풀이의 힌트를 제공하기도 한다.

2. 수학사 도입의 필요성

수학은 문명의 발달과 더불어 발전해 왔다. 수학사는 특정한 수학 내용이 누구에 의해 언제 어떻게 발견되었는가 하는 단편적인 사실 외에도 수학을 형성하고 다듬은 사회적, 문화적, 사상적 배경과 같이 다양한 관점에서 수학을 조명하기 때문에, 수학사에 대한 지식은 수학에 대한 폭넓은 이해를 가능하게 한다.[15]

수학 교과에 수학사 지도의 필요성을 백석윤은 아래와 같이 말한다.

첫째, 수학내용에 대한 역사적 의의를 알게 됨으로써 학생들의 수학에 대한 흥미, 적극적인 학습 의욕, 학습 노력을 불러일으킨다. 학교 수학을 배우는 과정 중에 학생은 “도대체 누가 왜 이러한 것을 생각하였을까?” 라는 질문을 생각해 볼 수 있다. 하지만 대답을 얻지 못한 채 학생들은 수학을 완벽한 형태로 이해하고 흥미와 자신감을 점점 잃어간다. 여기서 수학사를 적절히 도입한다면 학생의 흥미와 적극적인 학습 의욕 및 노력을 불러일으킬 수 있을 것이다.

둘째, 수학적 개념이나 내용의 생성변천 과정을 통하여 학생들의 잘못된 인식을 올바르게 정립시킨다. 수학은 바로 완벽한 형태로 정립된 것이 아니라 인류의 필요에 의해서 생겨난 학문이다. 역사적 미해결 문제들을 풀기위해 많은 사람들이 엄청난 노력으로 연구한 결과 이러한 수학의 이론들이 형성되었다. 위대한 수학자들도 현재의 정교한 이론을 만드는 과정에서 어려움과 실수를 했다는 사실들을 통하여 문제해결과정에서 시행착오로 거듭나는 학생들에게 도움이 될 수 있다.

셋째, 수학에 대한 무미건조함을 해소시킨다. 즉, 수학 내용을 실생활과 연결시켜 의미를 찾아볼 수 있게 하는 계기를 마련하고 수학 내용이 실생

활과 분리된 불필요한 과목이라는 잘못된 편견을 시정할 수 있는 계기를 마련한다. 수학사는 실제 생활에서의 수학적 의미를 발견하고 나아가 수학의 필요성과 타 학문과의 밀접한 관련성을 배우는데 유용하다.

넷째, 수학 형성의 배경(수학자나 당시 사회와 관련된 흥미로운 에피소드, 수학적 개념 내용의 발생과 변천 과정에 대한 재미있는 이야기)으로 학생들의 잘못된 선입관, 편견을 바람직한 방향으로 지정 유도하게 한다. 이를 위하여 수학사가 제공하는 수학자 관련 일화는 수학의 인간적인 측면을 인식하게 할 수 있고, 수학의 엄밀성 완벽성에 대한 학생들의 거부감 해소에 도움이 된다.

다섯째, 수학의 발달 과정은 자연과학의 발달과정과 밀접하게 연관되어 있으므로, 수학은 편협한 과목이 아니라 일반적인 성격이 강하고 적용범위가 넓은 기초과학과목이라는 폭넓은 이해를 갖게 하는데 도움이 되며, 이러한 이해를 통하여 갖게 되는 수학에 대한 올바른 인식은 학생들의 수학 공부에 대한 올바른 태도를 가져다 줄 것으로 기대된다.

여섯째, 일선 교사의 적절한 방법을 통한 수학사의 응용은 학생들의 주의 집중과 변화를 가져오게 한다.

일곱째, 수학적 구조나 개념의 형성 발전 과정의 고찰은 학생의 수학적 구조나 개념의 형성에 도움이 되고, 수학 교육과정의 연구에도 중요한 참고 자료가 된다.[7]

3. 제7차 개정 수학과 교육과정 [13]

제7차 개정 교육과정의 기본 철학은 자기 주도적으로 지적 가치를 창조할 수 있는 자율적이고 창의적인 인재 양성을 목표로 하면서 학습자 중심의 수학과정을 추구하는 것이었다. 제7차 개정 교육과정에서는 제7차 교육과정의 체제를 유지함에 따라 학생들의 능력과 수준, 적성에 적합한 수준별 교육을 지속적으로 실시할 수 있는 기반을 제공하도록 한다.

개정 수학과 교육과정에서는 학생들이 미래에 전공하게 될 학문 분야나 직업의 세계에서 필요로 하는 수학을 충실히 학습할 수 있도록 수학과 교육 내용을 개선하도록 한다. 또한 초·중등학교 수학교육의 주요 목표인 수학적 능력 신장은 지속적으로 강조하도록 한다. 특히, 수학적 의사소통 능력 신장을 강조하는 세계적인 추세에 따라 우리나라 수학과 교육과정에도 반영하도록 하여, 논리적인 추론 능력, 개연적 추론능력, 문제 해결력 등의 신장을 강조한다.

마지막으로 제7차부터 강조되어온 수학의 가치 제고와 정의적인 측면의 강조한다. 개정 교육과정에서는 목표에 ‘수학의 가치를 이해하며 수학에 대한 긍정적인 태도를 기른다’는 표현을 포함시켜 강조하고 있다.

제7차 개정 수학과 교육과정의 공통적인 성격으로는 다음과 같다.

첫째, 수학과는 수학적 개념, 원리, 법칙을 이해하고 논리적으로 사고하며, 여러 가지 현상을 수학적으로 관찰하고 해석하는 능력을 기르고, 여러 가지 문제를 수학적인 방법을 사용하여 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르는 교과이다.

둘째, 수학적 개념의 깊이 있는 이해와 활용, 합리적인 문제 해결 능력과

태도는 모든 교과를 성공적으로 학습하는 데 필수적일 뿐만 아니라 개인의 전문적인 능력을 향상시키고 민주 시민으로서 합리적 의사 결정 방법을 습득하는 데에도 필요하다. 또한 수학적 지식과 사고 방법은 오랜 역사를 통해 인간 문명 발전의 지적인 동력의 역할을 해왔으며, 미래의 지식 기반 정보화 사회를 살아가는 데 필수적이다.

셋째, 수학의 교수·학습에서는 학생이 구체적인 경험에 근거하여 여러 가지 현상을 수학적으로 해석하고 조직하는 활동, 구체적인 사실에서 추상화 단계로 점진적으로 나아가는 과정, 직관이나 구체적인 조작 활동에 바탕을 둔 통찰 등의 수학적 경험을 통하여 형식이나 관계를 발견하고, 수학적 개념, 원리, 법칙 등을 이해할 수 있도록 한다.

넷째, 수학적 문제를 해결하는 과정에서 문제를 명확히 이해하고 합리적인 해결 계획을 세워 실행하며, 반성을 통하여 풀이 과정을 점검하고 다양하게 활용하는 태도를 기르도록 한다.

다섯째, 수학적 지식과 기능을 활용하여 실생활의 여러 가지 문제를 해결해 봄으로써 수학의 필요성과 유용성을 인식하고, 수학 학습의 즐거움을 경험함으로써 수학에 대한 긍정적인 태도를 갖도록 한다.

내용적인 측면에서도 변화가 생겼다. 제7차 교육과정에서는 고등학교의 교육과정이 수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계, 문자와 식, 규칙성과 함수 6개의 내용 영역을 설정하였으나 제7차 개정 수학과 교육과정의 고등학교 내용 영역을 수와연산, 기하, 확률과 통계, 문자와 식, 함수 모두 5가지 영역으로 구분하였다.

이 연구의 대상이 되는 고등학교 1학년 내용 변화를 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 시컨트, 코시컨트, 코탄젠트 함수는 모든 학생들이 갖추어야 할 수학

적 소양이라는 성격에 부합되기 어렵다는 판단 하 에 삭제하였다.

둘째, 수학적 명제에 대한 이해를 용이하게 하고 논리적 사고력을 신장하기 위하여 용어 ‘조건’, ‘진리집합’, ‘모든’, ‘어떤’을 추가하였다.

셋째, 경우의 수와 순열, 조합에 해당하는 내용은 수학적 소양과 관련되며 수학적 사고력 향상에도 적합하므로, 고등학교 2학년의 수학 I 에서 고등학교 1학년으로 이동하였다.

본론에서는 이러한 제7차 개정 교육과정에 따라 바뀐 교과서의 수학사의 내용을 조사하여 보고 개정교육과정의 성격에 따라 수학사의 활용방안과 그 예화를 소개하고자 한다.



Ⅲ. 연구 내용

1. 수학과 자료 분석 및 관련 수학과 (제7차 개정)

가. 교과단원 내용 및 관련 수학과

제7차 개정 교육과정에 따라 변화된 고등학교 수학을 <표1>과 같이 영역별로 정리하였다.

<표 1> 고등학교 1학년 수학 영역 별 구분

과목	수학(고등학교 1학년 대상)		
영역			
수와 연산	· 집합의 연산법칙 · 명제와 조건 · 명제의 역, 이, 대우 · 필요조건과 충분조건 · 실수의 연산 성질, 대소 관계 · 복소수의 뜻과 기본 성질 · 복소수의 사칙계산	함수	· 함수의 뜻과 그래프 · 합성함수, 역함수 · 이차함수의 활용 · 유리함수, 무리함수 · 일반각과 호도법 · 삼각함수의 그래프의 성질 · 삼각함수의 성질 · 삼각방정식과 삼각부등식 · 사인법칙과 코사인법칙 · 삼각함수를 활용한 삼각형의 넓이

과목	수학(고등학교 1학년 대상)		
영역			
문 자 와 식	· 다항식의 연산 · 항등식 · 나머지정리 · 다항식의 인수분해, 약수와 배수 · 유리식, 무리식의 계산 · 이차방정식의 판별식, 근과 계수의 관계 · 간단한 삼차방정식과 사차방정식 · 연립방정식 · 부등식의 성질과 활용 · 절댓값을 포함한 일차부등식 · 이차부등식과 연립이차부등식 · 절대부등식	화 률 과 통 계	· 합의 법칙, 곱의 법칙 · 순열 · 조합
		기 하	· 두 점 사이의 거리 · 선분의 내분, 외분 · 직선의 방정식 · 두 직선의 평행, 수직 조건 · 점과 직선 사이의 거리 · 원의 방정식 · 좌표평면에서의 원과 직선의 위치 관계 · 평행이동과 대칭이동 · 부등식의 영역

(1) 수와 연산

수학사적 배경으로는 칸토르의 집합론, 벤다이어그램과 오일러 다이어그램의 등장, 무리수의 발견과 실수로의 확장, 허수의 발견과 복소수로의 확장이 있다.

관련 수학자로는 칸토어, 포르티, 러셀, 불, 드모르간, 아리스토텔레스, 힐베르트, 바스카라, 루돌프, 가우스 비에트, 오토레드, 카르다노, 와이어 슈트라스, 오일러, 피타고라스, 비트만, 데데킨트, 데카르트, 알파리즈미, 베셀, 아르강, 해밀턴 등이 있다.

(2) 문자와 식

수학사적 배경으로는 방정식의 역사. 연립 이차방정식의 등장. 부등식의 역사가 있다.

관련 수학자로는 해리엇, 아벨, 갈루아, 카르나노, 페라리, 페로, 타르탈리아, 가우스, 윌리스 등이 있다.

(3) 함수

수학사적 배경으로는 함수 개념의 발생과 함수 발달의 역사가 있다.

관련 수학자로는 비에트, 니콜오렘, 갈릴레이, 라이프니츠, 디리클레, 데킨트, 달랑베르, 푸리에, 오일러, 코시, 베르누이 등이 있다.

(4) 확률과 통계

수학사적 배경은 르네상스시대 에서부터 시작된 확률의 역사가 있다.

관련수학자로는 파스칼, 페르마, 카르다노, 드무아브루, 라플라스, 케틀레 등이 있다.

(5) 기하

수학사적 배경으로는 기원전부터 시작된 삼각법의 역사가 있다.

관련 수학자로는 히파코르코스, 메넬라우스, 프톨레마이오스, 아리스타르코스, 에라토스테네스, 아리아바타, 레티쿠스, 레기오몬타누스, 비에트, 지라드, 오프레드, 뉴턴, 오일러, 유클리드, 데카르트, 힐베르트, 가우스, 로바체프스키, 페르마, 아폴로니우스, 리만 등이 있다.

나. 교과서 선정

교과서 선정을 위하여 부산광역시 인문계열 고등학교를 대상으로 전화설문조사를 한 결과 응답한 50여 곳의 학교를 바탕으로 하여 출판사별 6종의 교과서를 선정하였다.

전화 설문조사에 응답한 고등학교는 아래와 같다.

남산고, 센텀고, 삼성여자고, 해운대 여자고, 양정고, 신도고, 성일여자고, 경남여자고, 가야고, 부산 강서고, 사직고, 금정고, 경원고, 부산대저고, 내성고, 낙동고, 동아고, 성도고, 부산진고, 부산중앙여고, 주례여고, 장안제일고, 동인고, 부산여고, 부산서여고, 남성여고, 경남고, 부산 장안고, 다대고, 예문여고, 금성고, 학산여고, 부산 남일고, 부흥고, 덕문고, 동래고, 부산고, 해동고, 양운고, 지산고, 부산중앙고, 성모여고, 용인고, 부산동여고, 덕문여고

<표 2> 출판사별 교과서 현황

출판사	대한교과서	지학사	금성	신사고	천재	두산	성지	중앙교육	합계
학교수	15	11	6	6	5	3	2	1	50

다. 각 출판사의 단원별 수학사

<표1>에 따라 교과서를 수의 연산, 문자와 식, 함수, 확률과 통계, 기하 단원으로 나누었으며 6종의 교과서를 영역별로 정리하였다. 첫 번째로 수와 연산 단원의 수학사 관련 내용을 정리하였다.

(1) 수와 연산

<표 3> 수와 연산 출판사별 수학사 자료

출판사	수학사 내용 및 관련 수학자
대한교과서 (황우현)	칸토어(1845-1918): 집합론의 창시자로서 현대수학의 기초를 다짐 드모르간(1806-1871): 집합과 명제에 관한 기호와 법칙을 만들어 집합론과 기호 논리학의 발전에 기여 러셀(1872-1970) : 수학의 기초를 논리학에 둠 역사 속의 수학여행 - 러셀의 역리 만물의 근원은 수이다. 라고 말한 피타고라스를 예를 들어 문명에 따라 수의 확장을 설명함 - 도입부 제시 데데킨트(1831-1916); 실수의 절단을 생각하여 실수를 정의함 카르다노와 봄벨리에 의해 허수의 존재성 확인 - 도입부 제시 역사 속의 수학여행 - 가우스와 허수 단위 i
지학사 (이강섭)	벤(1834-1923): 벤다이어그램 창시자 드모르간(1806-1871): 기호 논리학 발전에 공헌 러셀(1872-1970) : 명제 또는 조건을 나타내는 p, q 를 사용 오일러(1707-1783): 허수단위 i 를 처음으로 사용 카르다노(1501-1576): 음수의 제곱근을 처음으로 사용 읽을거리 ⇒ 허수탄생의 역사 디오판토스: 이차방정식의 허근인정 카르다노(1501-1576): 삼차방정식의 근의 공식으로 허근을 형식적으로 찾아냄 라이츠니츠(1646-1716) : 삼차방정식에서 허수 언급 베셀(1745-1818): 복소수를 복소평면의 개념을 생각하여 수의 개념을 극적을 확장
신사고 (황선욱)	칸토어(1845-1918): 무한을 설명한 칸토어-도입부 제시 벤(1834-1923): 논문에 명제의 연산을 설명하는 방법으로 벤다이어그램 사용 원스턴 처칠(1874-1965): 영국의 수상으로 벤다이어그램을 사용

	드모르간(1806-1871): 드모르간의 법칙 만들고, 현대 기호논리학을 완성 모순의 뜻과 그 유래에 대한 이야기 러셀(1872-1970) :논리학으로부터 수학 도출 수학사 읽기- 벤다이어그램과 논리 오일러(1707-1783): 만능의 수학자 오일러 -도입부 제시 실수의 역사 제시 데데킨트(1831-1916); ‘데데킨트의 절단’이라는 개념으로 실수의 구조 정의 아르키메데스의 지레의 원리로 실수의 대소 관계 예제 제시-문제 복소수의 역사 제시 바스카라(1114-1185): “양수의 제곱은 물론이고 음수의 제곱도 양수이다. 그리고 양수의 제곱근은 양수와 음수 두 개이지만, 음수는 제곱해서 만들어지지 않으므로 음수의 제곱근은 없다.” 데카르트(1596-1650): -1의 제곱근을 허수라 부름 오일러(1707-1783): 허수의 기호 i를 처음으로 사용 수학사 읽기- 복소수계산의 역사
천재교육 (김서령)	모자이크 수학 -좌표평면속의 집합의 연산 데카르트(1596-1650): 데카르트 곱을 정의 드모르간(1806-1871): 드모르간의 법칙 발견 오일러(1707-1783): 허수기호 i를 처음 사용
두산 (우정호)	교실 밖 수학 - 벤다이어그램을 고안함 수학자 벤 타르탈리아(1499-1557): 음수의 제곱근을 ‘제곱하면 음수가 되는 수’ 라보고 삼차 방정식의 해를 구함 오일러(1707-1783): 제곱하여 -1이 되는 수를 나타내는 기호 i를 사용 가우스 (1777-1855): $a+bi$ 꼴의 수를 좌표평면위의 점으로 나타냄. 수학의 명언 -오일러(1707-1783): “ 수학은 깊이 숨겨져 있는 진리를 우리 앞에 비추어 보여 준다.” -가우스 (1777-1855): “ 허수를 인정하지 않으면, 과학은 질서와

	통합을 잃어버릴 것이다.” 교실 밖의 수학- 사원수 $a+bi+cj+dk$ 을 만든 헤밀턴 수의 역사
중앙교육 (최봉대 강욱기)	칸토어(1845-1918) : 집합에 관한 수학적 이론 도입 16세기의 허수 도입 벤(1834-1923): 벤다이어그램의 창안 드모르간(1806-1871): 드모르간 법칙 발견, 기호 논리학을 발전. 데데킨트(1831-1916); 실수의 구조 연구 바이어슈트라스(1815-1897): 절댓값기호 $ $ 처음 사용 오일러(1707-1783): 허수의 단위 i 처음 사용

수와 연산 단원에서는 집합의 포함관계를 쉽게 보일 수 있는 벤다이어그램의 창시자 벤에 대하여 4종의 교과서가 다루었다. 이 중 두 종은 간단히 인물만을 소개한 인물중심이며 나머지 두 종은 자세하게 언급하였다. 또한 이번 단원에 처음 등장하는 드모르간의 법칙에 대해 인물 중심의 수학사를 6종 중 5종의 교과서에 간단히 수록하였다. 또한 허수의 단위를 처음으로 사용한 오일러에 대해서도 5종의 교과서에 비교적 자세히 다루었다.

(2) 문자와 식

<표 4> 문자와 식 출판사별 수학사 자료

출판사	수학사 내용 및 관련 수학자
대한교과서 (황우현)	비에타(1540-1603): 문자를 사용한 식을 도입 하여 대수학의 발전에 공헌 수학 탐험 -알파리즈미(?780-?850)가 만든 특정한 형태의 근의 공식을 소개 아벨(1802-1829): 오차 방정식의 근의 공식이 존재하지 않는다는 것을 증명함 역사 속 수학여행 -대수학의 기호화(수학자들의 방정식 표기

	방법 설명) 데카르트(1596-1650): 모든 문제를 수학적 문제로 변환을 시도함. - 도입부 제시 역사 속의 수학여행 - 고차방정식의 해법 페로, 타르탈리아: 삼차방정식의 해를 구함 페라리(1522-1565): 사차방정식 해법 발견 카르다노(1501-1557): 사차방정식 해법을 책 통해 처음 소개 아벨(1802-1829): 오차이상의 방정식의 근이 없음을 증명, 역사 속의 수학여행 - 방정식의 유래 구장산술속의 방정에서 유래된 방정식의 어원 역사 속의 수학여행 - 등주 부등식 슈타이너 (1796-1863): 주어진 길이의 곡선 중 가장 큰 넓이를 둘러싸는 것은 원임을 증명 코시(1789-1857): 코시부등식 발견
지학사 (이강섭)	제곱근기호의 역사 루돌프(1499-1545): 독일어 radix(근,해)의 첫 글자 r을 변형한 기호 $\sqrt{\quad}$ 사용 데카르트(1596-1650): 루돌프의 기호 $\sqrt{\quad}$ 개량하여 기호 $\sqrt{\quad}$ 사용 타르탈리아(1499-1557): 삼차방정식의 근의 공식을 발견 페라리(1522-1565): 사차방정식의 근의 공식 발견 읽을거리 알과리즈미(?780-?850): 직사각형을 이용한 이차방정식의 해 구하기
신사고 (황선욱)	뇌터(1882-1935): 현대 수학의 개척자 뇌터-도입부 제시 오일러(1707-1783): 소수를 만들어내는 다항식 $f(n) = n^2 - n + 41$ 발견 (문제제시) 생각하는 수학 -파스칼의 삼각형 제시 비에타(1540-1603): 파트타임 수학자 비에타-도입부 제시 황금비 설명과 황금비를 적용한 사례제시 삼차방정식과 사차방정식의 근의 공식 발견 페로(1465-1526): 16세기 초 $x^3 + ax = b$의 해법 발견 타르탈리아(1499-1557): $x^3 + ax^2 = b$의 해법발견 카르다노(1501-1557): 삼차방정식 근의 공식 완성

	페라리(1522-1565): 사차방정식의 근의 공식 발견 구장산술 속의 연립 일차 방정식의 풀이 코시(1789-1857): 코시부등식 발견.(코시부등식 증명 문제제시) 수학사 읽기-카르다노와 타르탈리아의 논쟁
천재교육 (김서령)	데카르트(1596-1650): x^2, x^3 과 같은 표기방식 도입 모자이크 수학- 소수이야기 그리스 시대의 삼차방정식 문제 이집트의 파피루스에서 발견된 연립방정식(문제제시)
두산 (우정호)	비에타(1540-1603): 수학에 문자를 도입한 수학자. 수학의 아버지 수학의 명언 -비에타(1540-1603):“이항과 동류항 정리에는 매우 소중한 보물이 숨겨져 있다 .이 방법을 사용하면 아주 어려워 보이는 문제를 열 살짜리 아이도 간단히 풀 수 있다.” -페스탈로치(1746-1827): “계산은 정신의 모든 질서의 근원이다.” 타르탈리아(1499-1557): 삼차방정식의 근의 공식 구함 아벨(1802-1829): 오차 이상의 방정식의 근의 공식을 구할 수 없음을 증명 수학의 명언 -데카르트(1596-1650): “내가 해결한 각 문제는 후에 다른 문제를 해결하는데 도움이 되었다.” -클라인 (1849-1925): “아벨의 창조성은 모차르트에 비할 만하다. 모차르트를 위해 빈에 세운 것과 같은 동상을, 이 천재 수학자를 위해서도 세워야 하지 않을까?” 파르테논 신전과 비너스 상 속 의 이차방정식 타르탈리아(1499-1557): 다른 수학자들과 삼차방정식을 푸는 시합을 함
중앙교육 (최봉대 강옥기)	식의 역사 디오판토스(?200-?284): 식을 문자와 기호로 나타낸 최초의 수학자 비에타(1540-1603), 데카르트(1596-1650): 기호를 이용하여 식을 표현하는 방법 획기적으로 개선

	비에타(1540-1603): 대수학의 체계화와 기호화에 크게 기여 피라미드속의 문제 방정식과 부등식의 역사 모스크바파피루스와 린드 파피루스 속의 일차방정식 문제 페로(1465-1526), 타르탈리아(1499-1557),페라리(1522-1560) : 삼차방정식 ,사차방정식 풀이방법 발견 카르다노(1501-1557): 일반인에게 알려짐 아벨(1802-1829),갈루아(1811-1832): 임의의 오차 이상의 방정 식을 대수적으로 푸는 방법이 없음을 발견 구장산술속의 이차방정식의 문제 이차방정식의 근의 공식 브라마굽타(598-670): 저서에 근의 공식과 비슷한 이차방정식 의 풀이방법 포함 알과리즈미(?780-?850): 저서에 근의 공식과 유사한 방법으로 이차방정식의 풀이 방법 포함 카르다노(1501-1557): 삼차방정식의 일반적 해법 연구 수행과제 ; 황금비의 예 기원전 4700여 년 전에 건설된 피라 미드제시
--	--

문자와 식 단위에서는 고차방정식이 처음 등장한 단위인 만큼 해법을 연구한 수학자들을 두루 다루었다. 삼차방정식의 근의 공식을 구한 타르탈리아는 5종의 교과서에 다루어졌고 유명한 일화인 타르탈리아와 카르다노와의 논쟁은 3종의 수학교과서에 수록되었다. 또한 역사 속의 다양한 이차방정식의 문제들이 교과서에 소개되었다. 수학에 문자를 도입한 비에타를 도입부 혹은 읽을거리에 제공하였다.

(3) 함수

<표 5 > 함수 출판사별 수학사 자료

출판사	수학사 내용 및 관련 수학자
-----	-----------------

대한교과서 (황우현)	디레클레(1805-1859): 대응으로써의 함수 개념을 확립 역사속의 수학여행- 호도법의 도입 푸리에(1768-1830): 좌표를 사용하여 삼각함수의 개념을 일반화함 역사속의 수학여행 - 삼각법의 아버지 히파르코스 역사속의 수학여행- 피라미드의 비밀 수학연구실 - 유클리드의 그림으로 증명하는 코사인 법칙
지학사 (이강섭)	푸리에(1768-1830): 임의의 함수를 삼각함수의 합으로 나타낼 수 있다는“푸리에의 정리“발표 에라토스테네스 (B.C.275-B.C. 194): 하지 때 두 지점의 태양의 고도차와 거리를 이용하여 지구의 둘레 처음 계산 스넬(1591-1626): 삼각법을 이용하여 지구의 크기 측정 토지측량과 천체관측에서 시작된 삼각법
신사고 (황선욱)	함수의 역사-도입부 제시 라이프니츠(1464-1716):곡선위의 한 점에서 그은 접선의 기울기를 구하는 문제에서 처음 함수 발견 오일러(1707-1783): 함수를 ‘변수와 몇 개의 상수로 나타내어진 식’ 이라 정의. 함수값 $f(x)$처음 나타냄 디레클레(1805-1859): 함수 ‘수의 특수한 대응관계’라 하며, 수식으로 나타내어지지 않는 관계도 함수가 될 수 있다고 함 삼각형의 역사-도입부 제시 에라토스테네스(B.C. 275-B.C. 194): 삼각법을 이용하여 둘레 길이 계산 바라하미히라(505-587): 삼각함수의 성질 발견 푸리에(1768-1830): 모든 함수를 사인함수와 코사인함수의 무한합으로 나타낼 수 있다는 사실 발견 중국의 해도산경 속의 삼각비. 조선후기 수학책인 ‘ 차근방봉구’ 속의 삼각형 넓이 문제
천재교육 (김서령)	갈릴레이(1564-1642): 공이 그리는 포물선이 이차함수의 그래프가 됨을 밝힘 고대 바빌로니아인은 각의 크기를 육십진법의 수로 나타냄 푸리에(1768-1830): 삼각법을 수학의 한 분야로 연구 레기오몬타누스(1436-1476): 그의 저서에 사인법칙과 코사인법칙에 관한 설명 포함 됨

	모자이크 수학 -가우스 삼각형 모양의 연결망으로 토지측량 갈릴레이(1564-1642): 물체가 떨어지는 거리는 시간에 대한 이차 함수 라이프니츠(1646-1716): 함수하는 용어를 사용하여 변화하는 두 양 사이의 관계 디리클레(1805-1859): 집합사이의 대응관계로서의 함수의 개념 형성 수학의 명언 -라이프니츠(1646-1716): “현상의 원인을 발견하는 기술은 독창적인 추측으로 암호를 해독하는 기술에 비할 수 있다.” -클라인(1849-1925): “함수의 개념은 수학적 사고의 심장이요, 혼이다.” 히파르코스: 지구와 달 사이의 거리를 계산하는데 삼각법이용 레티쿠스(1514-1576): 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 개념 확립 푸리에(1768-1830): 사인함수와 코사인함수의 무한함수로 이루어진 함수 연구 수학의 명언 푸리에(1768-1830): “자연에 대한 탐구는 수학적인 발견의 가장 비옥한 원천이다.” 갈릴레이(1564-1642): “자연이라는 책은 수학적 언어로 쓰여 있다.” 삼각함수의 용어의 유래 교실 밖의 수학 - 헤론의 공식
두산 (우정호)	
중앙교육 (최봉대 강옥기)	함수의 역사 라이프니츠(1646-1716): 함수란 용어를 처음 사용 오일러(1707-1783): 기호로 $y=f(x)$를 처음 사용 디리클레(1805-1859): 집합과 집합으로의 함수개념 도입 오늘날에 가깝게 함수의 개념 정의 데데킨트(1831-1916); 처음으로 집합사이의 대응으로써 함수의 개념 도입 삼각함수의 역사 -고대 이집트에서 피라미 축조하고 경작지를 정리하면서 삼각법 고안

	비에타(1540-1603): 삼각함수를 오늘날 같은 모습으로 체계화 오일러(1707-1783): 삼각함수를 복소수의 영역으로 확장 푸리에(1768-1830): 모든 주기적인 현상을 삼각함수를 이용하여 분석 사인(sin)의 유래 음악과 사인함수 -푸리에의 업적으로 음악을 사인함수의 합으로 나타낼 수 있음
--	---

함수단원에서는 대응으로서의 함수 개념을 확립한 디레클레가 4종의 교과서에 수록되었고 모든 함수는 삼각함수의 합으로 표현할 수 있다는 푸리에의 교과서 6종 모든 교과서에 수록되었다. 호도법의 등장으로 고대바빌로니아인들이 사용하던 육십진법에 관한 수학사 이야기를 두 곳에서 다루었다.



(4) 확률과 통계

<표 6> 확률과 통계 출판사별 수학사 자료

출판사	수학사 내용 및 관련 수학자.
대한교과서 (황우현)	파스칼(1623-1662): 파스칼의 삼각형을 만들었으며 확률론을 창안
신사고 (황선욱)	뷔퐁(1707-1788): 바늘던지기를 하여 원주율 π 구함 울프(1816-1893): 바늘 5000번을 던져 원주율 π 구함 라쎈리니: 바늘 3408번 던져 원주율 π 구함
천재교육 (김서령)	모자이크 수학 ; 모차르트의 주사위를 이용한 알레아토릭 작곡법
두산 (우정호)	베르누이(1654-1705): 경우의 수를 구하는 방법에 관한 연구를 발전시킴 파스칼(1623-1662): ‘파스칼의 삼각형’으로 알려진 수 삼각형을 이용하여 경우의 수에 관한 이론 발전 수학의 명언 -레오나르도 다빈치(1452-1519): “이론이 없는 실재를 좋아하는 사람은 키와 나침반도 없는 배에 타고 어디에 닻을 내려야 할지 모르는 선원과 같다.” -아인슈타인(1879-1955): “과학의 근본적인 아이디어는 본질적으로 단순하다. 그리고 대개 모든 사람이 이해할 수 있는 언어로 표현된다.”
중앙교육 (최봉대 강옥기)	순열과 조합의 역사 -도박에 일어나는 여러 가지 문제를 해결하기 위한 이론으로서 출발 카르다노(1501-1576): 주사위 게임에서 제기되는 여러 가지 문제 해결하고자함 슈발리에(1607-1684): 주사위게임이나 카드게임에서 발생하는 경우의 수 문제 파스칼에게 물어서 해결

확률과 통계단원에서 3종의 교과서에 확률론을 발달시킨 파스칼을 다루었다. 역사적으로 도박을 수학적으로 처음 연구한 수학자 카르다노를 한 곳에서 소개하였다. 지학사에서는 확률과 통계단원의 수학사가 없으므로 제외시켰다.

(5) 기하

<표 7> 기하 출판사별 수학사 자료

출판사	수학사 내용 및 관련 수학자.
대한교과서 (황우현)	데카르트(1592-1650): 좌표개념의 도입- 도입부 제시 수학으로 보는 세상 - 피타고라스의 음계 (문제제시) 수학연구실- 유클리드의 다섯 개의 공리 소개
지학사 (이강섭)	좌표의 기원 에라토스테네스 (B.C.275-B.C. 194):지도상에 경도와 위도에 해당하는 평행선 사용 데카르트(1592-1650); 17세기 좌표의 개념을 정립
신사고 (황선욱)	데카르트(1596-1650): 변화를 추구하는 수학자-도입부 제시 데카르트(1596-1650):좌표의 개념 도입 파포스(?290-?350): 파포스의 정리(파포스의 정리 증명 문제제시) 이야기수학- 세종대왕의 수학교과서 ‘신편산학계몽’ 이야기 수학 - 에서의 수학세계, 예술속의 수학이야기
천재교육 (김서령)	데카르트(1596-1650):좌표의 개념 도입으로 도형을 방정식으로 해결 가능 모자이크 수학- 선형계획법. 제2차 세계대전중 경제적인 군사전략을 위해 연구 시작
두산 (우정호)	데카르트(1596-1650): 방정식을 이용하여 기하학을 연구하는 해석기하학의 발전에 공헌 수학의 명언 푸시킨 (1799-1837): “시만큼이나 기하학 연구에는 영감이 필요하다.”

	뒤러(1471-1528): “기하학이 모든 회화의 기초가 되기 때문에 나는 예술을 갈망하는 젊은이들에게 기하학의 기초와 원리를 가르치기로 결심했다.”
중앙교육 (최봉대 강욱기)	데카르트(1596-1650): 처음으로 도형과 방정식을 연결 지어 학습하는 방법 고안, 상수와 미지수를 문자로 표기

기하단원에서는 좌표 개념을 도입하여 대수학과 기하학을 연구하는 해석 기하학의 발전에 공헌한 데카르트를 6종 교과서 모두 다루었다. 기하단원의 수학사의 특징은 미술과 수학이야기와 음악과 수학 등 예술과 수학사의 다양한 이야기들을 여러 교과서에서 다루어졌다.

라. 교과서 분석 결과

제7차 개정 수학과 교과서의 특징으로는 교과서의 수학적 개념을 실생활에서 쉽게 접할 수 있는 예를 들어 설명한 부분들이 많았다. 또한 익힘책이 도입되면서 상 수준의 문제가 줄어든 만큼 내용 설명이 더욱 자세해짐을 알 수 있었다. 6종의 교과서를 분석한 결과 제7차 때 보다는 수학사적 내용이 많이 수록되어있음을 알 수 있었지만 여전히 단원의 앞부분이나 뒷부분 혹은 옆이나 밑의 여백을 채우는 도구로 사용되고 있다는 생각이 들었다. 그리고 수학사의 소개 역시 수학자의 간단한 프로필만을 소개하는 인물 중심의 수학사가 대부분 이었다. 출판사별 수학사적 내용의 특징에 대해 정리해 보고자 한다.

<표 8> 출판사별 수학사 내용 특징

출판사	수학사 내용 특징
대한교과서 (황우현)	각 단원의 도입부에 수학사의 흐름 중 중요한 부분을 서술하였다. 역사 속의 수학여행, 수학탐험, 수학연구실과같이 다양한 코너 속에 수학사를 소개하였다.
지학사 (이강섭)	읽을거리를 제공하여 수학사를 소개하였다. 하지만 인물중심 수학사가 많은 편이고 다른 교과서에 비해 수학사의 내용이 적은편이다. 확률과 통계단원의 수학사 내용이 없다.
신사고 (황선욱)	소단원의 도입부마다 영향을 끼친 수학자들과 그의 업적을 소개하였고 각 단원의 역사를 소개하였다. 수학사 읽기 코너를 통하여 수학사의 내용 다양한 사진들을 수록하였다. 교과서 내 문제를 통하여 수학사를 소개 하였다. 6종의 교과서중 많은 수학사의 내용이 들어있다.
천재교육 (김서령)	모자이크 수학이라는 코너를 통하여 학습한 내용과 관련된 수학이야기를 다루었다. 도입부에는 학습의 필요성과 학생의 흥미를 위해 수학사와 관련일화를 제공하였다. 다른 교과서에 비하여 인물 중심의 수학사가 적었다.
두산 (우정호)	단원의 시작부분에는 수학자와 수학사를 다루었다. 학습 목표를 제시한 하단에 수학자의 생각이 함축적으로 들어있는 수학의 명언을 소개하였다. 단의 끝에는 모자이크 수학이라는 코너를 통해 수학이야기를 다루었다. 교과단원의 중간부분에는 수학사의 내용이 거의 들어가 있지 않다. 6종의 교과서중 가장 다양한 방법으로 수학사를 활용하였다.
중앙교육 (최봉대 강옥기)	단원의 앞부분의 내용과 관련된 역사의 흐름을 소개하였다. 교과서 내용 중간에 하단부분에 내용 관련 수학사를 소개하였고 단원의 끝에는 코너를 만들어 한 페이지 분량의 다양한 수학사를 다루었다.

2. 수학사 활용방법

위의 연구 결과와 같이 교과서속의 수학사적 내용은 제7차 개정 교육과정에 따라 다양한 측면으로 도입되고자 하였으나 여러 종의 교과서에서 동일한 방법으로 소개한 점에 한계점이 드러난다. 이러한 한계점을 극복하고자 수학사적 활용방법을 소개하고자 한다.

가. 예술과 수학사의 도입

예술 수학자들 역시 많이 알려져 있는 학자가 아니라면 학생들에게는 낯설고 어렵게 다가온다.

단순히 수학사만이 아니라 우리 주변에서 쉽게 접할 수 있는 미술, 음악 등과 같이 수학사를 제시한다면 학생들에게 친숙하게 다가갈 수 있다.

(1) 음악과 수학-삼각함수

오늘날 일상생활에 많은 면에 음악이 미치는 영향에 대해 많은 발견이 이루어지고 있다. 그 가운데 아이들에게 공식적인 음악교육을 시키는 것이 공간 지각력에 긍정적인 영향을 미친다는 사실이 한 연구를 통해 밝혀졌다.(사이언스 뉴스, 1994. 8. 27) 모차르트의 ‘두 대의 피아노를 위한 소나타 D장조 (작품번호 448번)’를 10분 동안 들은 학생들은 공간추론 능력(수학과 관련 있는 기능) 테스트에서 지능지수가 향상되었음을 밝혀냈다

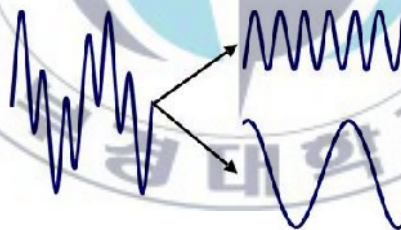
고대의 피타고라스학과 지지자들은 음악과 수학 사이에 본질적인 상관관계가 존재한다는 사실을 알아냈는데, 그 관계는 특히 옥타브의 수적인 비

울에 잘 나타나 있다. 그들은 음악과 연관된 숫자가 우주의 질서를 유지시킨다고 생각했으며, 천체의 움직임이 음악을 만들어내는데, 그 음악은 천체가 움직이는 속도와 지구와의 거리에 의해 결정된다고 주장했다.

음악이 널리 퍼지도록 도와주는 것이 수학이다. 수학은 소리가 어떻게 음원으로부터 나와서 3차원 공간을 여행하는지를 설명하고 소리를 묘사하기 위해 소리의 높낮이, 크기, 특성을 활용하여 곡선과 방정식을 만들어 낸다.(사인방정식)[19]

이러한 사인방정식을 발견한 푸리에에 음색은 여러 가지 순수음의 합으로 이루어져 있다고 보고, 아래의 그림과 같은 음색은 두 가지의 순수음의 합으로 이루어진 것인데, 그림을 통해 알 수 있듯이 순수음은 삼각함수(사인) 그래프 모양으로 나오며 우리가 듣는 모든 소리는 이렇듯 진동을 통하여 나타나게 된다.

<그림 1> 푸리에 변환[20]



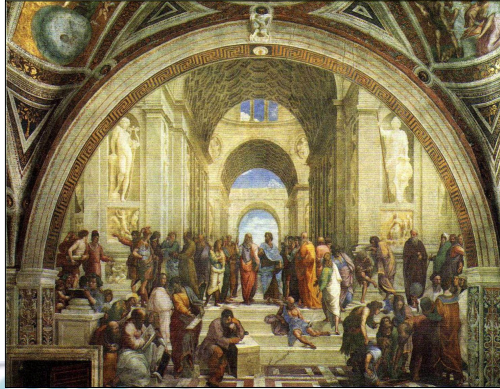
(2) 미술과 수학[3]

아래 그림은 라파엘이 그린 <아테네 학당>이다.

정면에서 걸어 나오는 두 사람 중 왼쪽은 이데아 사상을 설파했던 플라톤, 오른쪽은 윤리학 책을 든 아리스토텔레스, 플라톤에서 왼쪽으로 몇 명 건너가면 머리 벗겨진 사람은 소크라테스, 오른쪽 앞쪽에 허리를 구부리고

땅에 컴퍼스로 바닥에 도형을 그리는 인물은 유클리드, 왼쪽 앞에서 책에다 열심히 쓰고 있는 학자는 피타고라스이다.

<그림 2> 라파엘로,<아테네 학당>



(3) 문학과 수학-이차 방정식[17]

(가) 반짝이는 눈을 가진 아가씨, 거꾸로 계산하는 방법을 알면 내 말을 들어봐요. 어떤 수에 3을 곱해서 그 곱의 $\frac{3}{4}$ 을 더하고 7로 나눈 다음, 그 나눈 것의 $\frac{1}{3}$ 을 빼서 그 자신을 곱한 뒤 52를 다시 빼고 그것에 제곱근을 취해서 8을 더하고 10으로 나누면 2가 된다고. 그 수는 얼마이겠소

-바스카라의 릴리바티의 한 구절

(나) 그리스의 시집에서의 시집 중

위대한 피타고라스여 뮤즈. 여신의 자손이여. 가르쳐 주십시오.

당신 제자의 수효를

내 제자의 절반은 수의 아름다움을 탐구하고

자연의 이치를 구하는 자가 4분의 1

7분의 1의 제자들은 굳게 입을 다물고 깊이 사색에 열중하고 있습니다.

그 외 여자 제자가 3명

그들이 제자의 전부입니다.

나. 시대에 화제가 된 이야기와 일화 제공

수학의 발견은 시대의 이야기 속에 등장한다. 이브스(Howard eves)는 "이야기와 일화는 작고 재미있는 원자처럼 가벼운 흥밋거리를 제공하여 수업에 청량제나 조미료 같은 역할을 할 수 있고, 인간에 대한 이해를 새롭게 할 수도 있다. 잠자고 있는 학생들의 흥미를 끌어올리며, 문화적인 역사를 연결시켜주거나 어떠한 개념이나 아이디어를 강조함으로써 수업에 아주 유용하게 이용될 수 있다." 고하였다.

이러한 이야기와 일화를 교과서 속에 적절하게 배치시킴으로서 학습자의 흥미유발에 도움을 줄 수 있다. 우리는 이상적인 일화 즉 재미있거나 교육적인 일화이면서 사실에 기반을 둔 좋은 일화를 찾아 학생들에게 제공해주어야 할 것이다. 교과서에 수록할만한 일화를 몇 가지 소개하고자 한다.

(1) 파스칼의 서신-확률과 통계[1]

파스칼의 친구 중에는 도박사인 드멜라란 사람이 있었는데 이 사람은 도박을 단순히 운에만 맡기는 것이 아니라 수학적으로 생각하고 계산하였다고 합니다. 어느 날 드멜라는 도박을 하다가 스스로 도저히 수학적으로 생각할 수 없는 문제에 마주치자 파스칼에게 편지를 보내 다음과 같은 것을 물어보았다고 합니다.

“숨씨가 서로 비슷한 A, B 두 사람이 32피스톨씩 걸고 내기를 하고 있었네, 승부에서 1번 이기면 1점을 얻고 먼저 3점을 얻은 사람이 내기 돈 64피스톨을 몽땅 갖기로 했네. 지금 A가 2점, B가 1점을 탄 시점에서 어떠한 사정으로 부득이 시

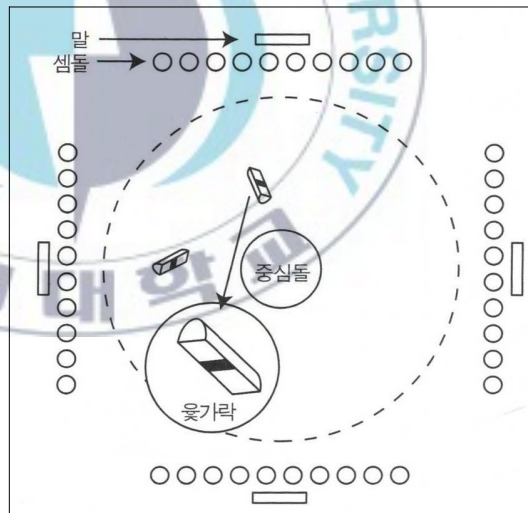
합을 중지하게 되었는데 64피스톨을 어떻게 분배하는 것이 합리적이라 보는가?” 파스칼의 친구에게 이렇게 대답해 주었습니다.

“ 다음 한 판을 더해서 A가 이긴다면 A는 3번이긴 것이므로 64피스톨을 가지게 되네. 만약 B가 이긴다면 A가 2번, B가 2번이긴 셈이므로 비기게 되어 32피스톨씩 나누어 가져야하지. 즉 A는 이기건지 32피스톨을 가지게 되어있는 것이고 나머지 32피스톨은 A, B중 이기는 사람 몫이 되겠지만 누가 이길지 모르므로 이기고 지는 것은 반반으로 보면 된다네. 그러므로 A에게 32피스톨을 먼저주고 그 나머지의 반인 16피스톨을 더 주면 되지. 결과적으로 A는 48피스톨 B는 16피스톨을 가지면 된다네.

(2) 아파치 부족의 막대 던지기 게임 -확률-[18]

이 게임은 지름이 150cm인 원에서 한다. 원의 중심에는 20-25cm정도의 둥글고 납작한 돌이 1개 놓여 있고, 원의 둘레에는 아래 그림에서 보는 것처럼 10개의 작은 돌이 4곳에 각각 놓여 있다. 이 돌을 ‘셈돌’이라 부른다. 이 게임을 하는 4사람 각각 30cm정도의 윗가락같이 생긴 막대기를 3개씩 가지게 된다. 윗가락 전체는

<그림 3> 아파치 부족의 막대 던지기



노란색으로 칠해져 있고 평평한 면에는 초록색 줄이 그어져 있다. 4사람은 각자 셈 돌이 놓여 있는 자리에 앉아서 게임을 시작한다. 셈 돌 옆에는 각 사람을 구별할 수 있도록 다른 색이 칠해진 말을 놓는다. 순서대로 돌아가며 각자가 3개의 윗가락을 1개씩 차례로 중심에 놓여있는 돌에 맞고

튀어나오도록 끝을 잡고 던진다. 점수는 아래와 같이 매긴다.

◦ 원 안에 떨어진 윷가락의 모양에 따라 각자가 받는 점수는 다음과 같다.

3개의 윷가락의 둥근 면이 위로 놓여 지면 10점.

3개 윷가락의 평평한 면이 위로 놓여 지면 5점.

2개의 윷가락의 평평한 면이, 1개의 윷가락의 둥근 면이 위로 놓여 지면 1점.

1개의 윷가락의 평평한 면이, 2개의 윷가락의 둥근 면이 위로 놓여 지면 1점.

◦ 만약 던진 윷가락 중 에서 둘에 튀기지 않거나 원을 따라 돌린다.

원 밖으로 튀겨져 나가면, 그 사람은 점수를 얻지 못한다.

◦ 게임 하는 사람은 자기가 얻은 점수에 맞춰 자신의 말을 원을 따라 돌린다. 한 바퀴 돌 때마다 썸 돌을 하나씩 뺀다. 만약 자신의 말이 다른 사람의 말이 놓은 위치에 이르게 되면, 다른 사람의 말은 잡히게 되어 처음에 있던 곳으로 되돌아가야 한다.

◦ 가장 먼저 말이 원을 따라 10바퀴 돈 사람, 즉 썸 돌이 가장 먼저 없어지는 사람이 이기게 된다.

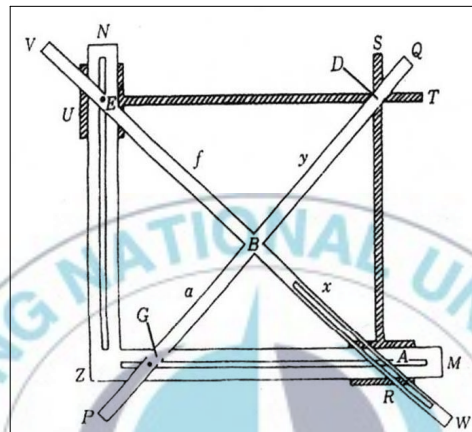
(3) 제단의 크기를 두 배로 늘려라- 삼차방정식의 해법[3]

텔포이의 아폴로 신전에서는 4년마다 5일간 축제를 열면서 종교적인 의식을 치루었는데 이 때 제물로는 염소를 바쳤다고 합니다. 삼차방정식에 관한 유명한 일화를 소개해 보자.

어느 날 텔로스도시에 전염병이 퍼지기 시작했습니다.

시민들은 아폴로 신전에서 전염병이 물러가게 해달라고 제사를 드렸습니다. 그러자 아폴로 신은 “정육면체인 이제단의 부피를 2배로 늘려주면 너희들의 소원대로 해주리라.”는 신탁을 내렸지요.

<그림 4> 플라톤의 도구



신탁대로 석공을 동원하여 정육면체 제단을 각 변을 모두 2배로 늘려서 제단을 만들었는데 전염병을 멈추지를 않았습니다.

시민들은 두려움에 떨었고 영매는 다시 신의 뜻을 물었지요.

아폴로 신은 새 제단의 부피가 2배가 아니라 8배로 되어버렸으니 다시 2배로 만들어 보라고 하였습니다.

이 문제는 $x^3 = 2$ 인 삼차방정식의 해법을 구하는 문제인 것이다.

(4) 구장산술 속의 이차방정식

1세기경 중국인들은 수치계수의 2차방정식을 풀 수 있었다. 아래의 문제는 구장산술에 나와 있는 문제이다.

네 변이 동서남북으로 향하고 있는 정사각형의 성벽으로 둘러싸인 마을이 있다. 이 성벽의 중앙에 문이 있다. 북문을 나와서 20보 북쪽으로 간 곳에

한 그루의 나무가 서 있다. 또 남문을 나와서 남쪽으로 14보 간 곳에서 직각으로 꺾어 서쪽으로 1775보가면 처음으로 이 나무가 보일 것이다. 이 마을의 한 변은 얼마나 될까?

성벽의 한 변의 길이를 $2x$ 라 하면, 다음 비례식이 성립한다.

$$\frac{20}{x} = \frac{2x+34}{1775}$$

$$\Rightarrow x^2 + 17x - 17750 = 0$$

$$\Rightarrow 2x = -17 \pm \sqrt{17^2 + 4 \times 17750} = -17 \pm 267$$

$$\Rightarrow x = 125 (x > 0)$$

다. 수학적 기호 표기법 및 어원

수학적 기호는 수학의 언어이다. 수학적 기호를 사용함으로써 복잡한 표현을 단순화시킬 수 있다. 그 결과 다른 학문들과의 상호보완적인 발전을 할 수 있다. 이러한 수학의 기호적 표현은 여러 가지 장점을 가지고 있지만, 학생들에게는 친숙하게 다가가지 못한다는 단점을 가지고 있다.

문제점을 보완할 만한 하나의 방법으로 수학의 기호의 역사를 제시하고 같은 기호의 여러 가지 표현을 보여준다면 학생들에게 기호가 막연히 생긴 것이 아니라 예전에도 존재를 하였고 지금도 존재한다는 것을 보여줌으로써 친숙하게 다가갈 수 있을 것이다.

(1) 케냐의 손가락셈

아프리카에서는 다양한 수 체계가 사용되었는데, 주로 5, 6, 10 및 20을 기준으로 삼았다. 어떤 종족은 손가락이나 몸짓으로 셈법을 발전시켰다. 다

음은 케냐의 타이타(Taita)족이 소떼나 다른 상품을 헤아리기 위해 사용했던 몸짓 숫자이다.

- 1=오른손 집게손가락을 펼친 것.
- 2=오른손 엄지와 집게손가락을 펼친 것.
- 3=오른손 엄지부터 세손가락을 펼친 것.
- 4=오른손 엄지부터 네 손가락을 펼친 것.
- 5= 오른손 주먹.
- 6= 오른손 주먹과 왼손 엄지손가락.
- 7=오른손 주먹, 왼손엄지와 집게손가락.
- 8=엄지손가락을 제외한 여덟 손가락.
- 9=왼쪽 손가락을 오른손으로 감아 줌
- 10=양손 주먹

이 몸짓은 큰 수를 나타내는 말과 함께 사용되었다. 이를테면 27를 표현하려면 7을 나타내는 몸짓을 하면서 20을 나타내는 말을 했다.

(2) 인도의 이차 방정식[16]

인도의 수학자들은, 근세의 기호대수에는 미치지 못해도, 대수학의 아버지라 하는 그리스의 디오판토스보다 우수한 약기법에 의한 수식 표현을 하고 있다. 인도에서는 37을 표시할 때, 정수를 의미하는 ru를 앞에 붙여서 ru37이라 썼다.-37을 ru37̄과 같이 위에 점을 찍고 $\sqrt{37}$ 은 ku37과 같이 표시하였다.

미지수 x, y, z 등을 표시할 때는 ya, ka, ni 등의 기호를 사용하였다. 더구나 x^2 은 ya, va , x^3 는 ya, gha 등으로 썼다.

덧셈은 단순히 나열하여 표시하므로, $3x+5$ 는 ya3ru5로 된다. 또 두 개의 식을 위아래로 써 놓아서, 위아래의 두 개의 식이 같다는 것을 표시하였다.

인도의 수학자 푸라후마구부타는 다음과 같은 방정식을 세워 놓았다.

$\begin{array}{l} ya\ va0\ ya10\ ru\dot{8} \\ ya\ va1\ ya0\ ru1 \end{array}$	$\Leftrightarrow$	$\begin{aligned} 0x^2 + 10x - 8 &= 1x^2 + 0x + 1 \\ \Rightarrow x^2 - 10x + 9 &= 0 \\ \Rightarrow x &= 1, 9 \end{aligned}$
--	-------------------	--

(3) 기호의 유래

<표 9> 기호의 유래

+, -	1489년, 독일의 수학자 비트만의 책에서 처음 사용한 기호로 현재의 기호보다 더 컸다고 한다. 비트만은 이 두 기호를 더하기, 빼기의 의미뿐만 아니라 ‘그리고’와 ‘분리’의 의미로도 사용하였다.+, -의 계산 기호는 1514년 네덜란드 반더호케가 처음 사용하였다.
×	1631년, 영국의 수학자오트레드(1574-1660)가 성안드레 십자가 ×를 곱셈기호로 사용하였다고 한다. 그러나 기호 ×는 미지수를 나타내는 문자X와 유사하여 잘 사용되지 않다가 19세기 후반에 이르러 널리 사용되었다.
• (곱셈)	이 기호는 라이프니츠가 1676년에 도입한 것으로 전해진다. 라이프니츠는 요한 베르누이에게 보낸 편지에서 기호 ×가 문자 X와 혼동되기 때문에 ‘•’를 선호한다고 했다.
÷	1659년, 스위스의 수학자 란(1622-1676)이 처음 사용하였다고 한다. 나누기의 기호로 ÷가 정착되기 전에는 뿔셈의 기호로도 사용되었다고 한다.
-(분수)	분수가 분자와 분모를 구별해 주는 ‘-’는 아랍의 문필가 알히사르가 처음 사용한 것으로 전해진다.
=	1577, 영국의 수학자 레코드(1510?-1558)가 ‘서로 같은’을 나타내기 위하여 사용하던 기호로, 현재의 등호보다 길게 나타내었다. 레코드는 서로 평행인 두 직선에서 이 기호의 아이디어를 얻었다고 한다.
<, >	부등호 ‘<’와 ‘>’는 영국의 수학자 해리엇(1560-1621)의 사후 10년이 되는 해인 1631발생된 수학책(Artis Analytic praxis)에서 사용되었다.
X	1637, 프랑스의 수학자 데카르트가 처음 사용하였다. X를 사용한 이유에 대해서는 당시 프랑스 인쇄소에 X활자가 여분으로 많았기 때문이라는 주장과 중세시

	대에 미지수를 나타내던 아랍어 shei의 음역인 xei의 첫 글자 이기 때문이라는 주장이 있다.
√	1637년, 프랑스의 수학자 데카르트가 루돌프의 제곱근 기호 √를 개량하여 처음 사용하였다.



Ⅲ. 결론 및 제언

3차 교육과정 이후 학습 부담의 경감을 위하여 학습 내용을 줄이고 있음에도 불구하고 수학의 학습 능력은 여전히 저조한 것이 사실이다. 또한 초·중·고등학교를 통하여 수학을 학습함에도 불구하고 수학적 능력을 활용하지 못하고 있다. 이러한 문제점을 극복하기 위하여 역사발생적 원리지도인 수학사에 대한 관심이 높아졌고 제7차 교육과정에서 수학사가 교과서에 적극적으로 도입되었다.

제7차 교육과정에서의 수학사 도입에 대한 연구를 살펴보면 다음과 같다.

박지영(2007)은 ‘제7차 교육과정에서 수학사 내용이 조금 더 늘어난 상태이지만 각 단원의 도입부분에 간단한 역사적 배경이나 일화를 언급한 단원 내용과 관련한 수학자 소개가 대부분이다’라고 말하고 있다.

박갑진(2006)은 ‘학교에서 실행하였던 설문조사를 통해 알 수 있듯이 학생들(10단계)은 아직 수학사에 대해 문외 안이며 막연한 공포감과 지루함을 가지고 있는 것으로 나타났다.’라고 말하고 있다.

이러한 연구 결과를 통해 알 수 있듯이 제7차 교육과정에 도입된 수학사는 학생들의 흥미와 관심을 일으키기에 부족하다는 사실을 알 수 있다.

그리하여 이번 연구는 제7차 개정교육과정에서 바뀐 교과서에서의 수학

사자료 분석과 문제점 해결을 위한 수학사의 활용방안 소개에 목적을 두었다.

이러한 목적 달성을 위하여 고등학교 수학 교과서의 수학사 내용을 조사하였다. 제7차와 비교하여 다양한 수학사를 활용한 교과서도 있었으나 그 방법은 한정되어 있었다. 그리하여 본 연구에는 수학사 활용방안으로 예술과 수학이야기, 시대에 화제가 된 이야기와 일화 제공, 수학적 기호 표기법, 어원으로서의 수학사 활용방안을 소개하였다.

이러한 연구를 통하여 수학사 활용의 문제점을 극복하는데 도움이 될 수 있었으면 한다.



참 고 문 헌

- [1] 고상숙, 고희경(2006), 청소년을 위한 서양수학사, 도서출판 두리미디어
- [2] 교육부(1996), 중학교 교육과정 해설(Ⅲ), 서울: 대한 교과서(주)
- [3] 계영희(2006), 계영희 교수의 명화와 함께 떠나는 수학사 여행, (주)살림출판사
- [4] 김서령 외 6인(2009), 고등학교 수학(교과서), 해법 천재교육
- [5] 김재범(2006), 수학교과에 대한 편견의 해소방안 및 자료 개발, 서강대학교 교육대학원 석사학위논문
- [6] 박혜향(2008), 박혜향과 함께하는 수학교육론 이야기(특강용 부교재), 도서출판 열린교육
- [7] 백석윤(1990), “수학사와 수학교육과정”, 제5회 교육학 세미나 집
- [8] 우정호(1998), 학교 수학의 교육적 기초, 서울대학교 출판부
- [9] 우정호 외 9인(2009), 고등학교 수학(교과서), (주)두산
- [10] 유희찬 외 8인(2009), 고등학교 수학(교과서), 대한교과서(주)
- [11] 이강섭 외 3인(2009), 고등학교 수학(교과서), 도서출판 지학사
- [12] 최봉대 외 5인(2009), 고등학교 수학(교과서), (주)중앙교육진흥연구소
- [13] 한국교육과정평가원(2007), 수학과 교육과정, 교육인적자원부 고시 제 2007-79
- [14] 황선욱 외 2인(2009), 고등학교 수학(교과서), 좋은책 신사고
- [15] 황혜정 외5(2008), (개정판)수학교육신문, 문음사
- [16] 후지무라 고우기부로우, 수학의 역사, 다문독서연구회 역, 수학의 역사 (재미있는 퀴즈로 엮은)(2001), 다문
- [17] http://blog.naver.com/kelly_hong?Redirect=Log&logNo=100061805913

- [18] Sanderson Smith, Agnesi to Zeno: over 100 vignettes from the history of Math, 황선욱 역(2002), 수학사 가볍게 읽기, 도서출판 한승
- [19] Theoni Pappas(1999), Mathematical footprints, 서영조 역(2004), 수학 스펙트럼, 경문사
- [20] <http://blog.naver.com/gpatient?Redirect=Log&logNo=70024268155>

