공학석사 학위논문

불평형 자기 흡인력 작용에 따른 유도 전동기의 진동·소음 특성

2007년 02월

부경 대학교 대학원

지능기계 공학과

김 현 철

공학석사 학위논문

불평형 자기 흡인력 작용에 따른 유도 전동기의 진동·소음 특성

지도교수 양 보 석

이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함

2006년 02월

부경 대학교 대학원

지능 기계 공학과

김 현 철

김현철의 공학석사 학위 논문으로 인준함

2006 년 12 월

주 심 공학박사 권 순 재 (인)

위 원 공학박사 정 영 석 (인)

위 원 공학박사 양 보 석 (인)

목 차

Vibration and Noise Characteristics due to Unbalance Magnetic Pull in Induction Motors

Hyun-Chul Kim

Department of Mechanical Engineering,
Graduate School
Pukyong National University

ABSTRACT

This paper presents an analytical technique for modeling the magnetic noise frequency and order in induction machines, which allows the air gap radial magnetic forces to be expressed as functions of the space harmonics due to eccentricity such as unbalanced magnetic pull (UMP), saturation, slot geometry, and the winding arrangement. The presence of harmonic-fluxes in the air gap of an induction machine produces a variety of undesirable phenomena such as parasitic torques, stray losses and magnetic noise. The radial forces, known as Maxwell's forces, that act on the stator and the rotor are associated with the magnetic fluxes entering or leaving the iron surfaces. The harmonics in the air gap field are produced due to the distribution of the current carrying conductors in slots, slotting of the stator and rotor surfaces and magnetic saturation of the iron. Another inadvertent source of harmonic production is the eccentricity of the rotor. In actual machines the distribution and magnitudes of all the harmonic fields are also distribution and magnitudes of all the harmonic fields are also affected by the permeance variations due to the presence of slots on the stator and rotor surfaces. The use of permeance waves involves essentially a consideration of only the radial field components in the air gap. Thus, the forces acting on the stator and rotor can be easily obtained from the air gap flux density distribution.

1. 서 론

1.1 연구 배경

최근 유도 전동기의 경제 설계, 최적 설계가 강력히 추진되고 있는 결과, 종래는 문제시 되지 않았던 다양한 이상 현상이 발생하고 있다. 그 중 하나는 편심(eccentricity)으로 인해 나타나는 문제이다. 유도 전동기는 여자 전류의 억제를 위해 최대한 공극 치수를 적게 선정하기 때문에, 회전자의 편심에 의한 불평형 자기 흡인력(Unbalanced Magnetic Pull, 이하 UMP)이 생기기 쉬우며, 불평형 전자력은 회전자의 축 및 베어링의 설계와 관련하여 특히, 진동, 소음 및 온도 상승에 큰 영향을 미치게 된다.

이러한 현상은 편심에 의한 공극 퍼미언스(air-gap permeance)의 변화에 의한 자속 분포의 편이로 발생되며, 반경 방향의 불평형 자기 흡인력은 주 자속의 불균일 분포에 의해서 발생되는 현상이다.

전자음(electromagnetic noise)의 발생원은 자장이 시간적, 공간적으로 변동하는 것으로 물체 사이에 작용하는 전자력이 변화하고, 물체를 진동시키는 것이다. 전자음을 가진시키는 가진력은 공극 내의 가진력으로, 이것은 공극 내의 자속 밀도 분포에 영향을 미친다. 자속 밀도를 구할 때 중요한 것이 기자력 분포와 퍼미언스 분포이다. 전동기에서 발생하는 전자력은 기계적인 진동과 소음을 야기시키는 중요한 하나의 요인이다. 전동기의 운전 동안, 일정하지 않은 공극은 자속 밀도의 분포를 왜곡시키고, 자속 밀도의 부가적인 조화 성분을 증가시킨다.

불평형 자기 흡인력의 계산에 관한 모든 연구들은 고정자 기본파 MMF 파의 공극 퍼미언스 변조를 사용하여 유도된다. 일반적으로 공극 퍼미언스 급수

는 회전자 편심, 회전자와 고정자 슬롯 효과와 다른 몇 가지 영향을 미치는 인자를 설명하도록 여러 푸리에 급수로 이루어져 있다. 몇 가지 영향이 포함되어 있지만, 다른 영향들은 일반적으로 누락되거나 간략히 되어 있다.

따라서, 본 연구는 불평형 자기 흡인력에 대한 보다 일반적인 계산 결과를 구하고, 전동기 내 불평형 자기 흡인력에 의해 발생되는 각종 진동과 소음 특성을 규명하고자 한다.

1.2 연구 내용

본 연구에서는 고정자와 회전자의 축 중심 불균형에 의해 발생되는 반경 방향의 불평형 자기 흡인력을 구하는 방법과 이 불평형 자기 흡인력에 의해 발생되는 진동 및 각종 소음 원을 구하고자 한다.

이를 위해 먼저 제 2장에서는 불평형 자기 흡인력이 전동기에 미치는 영향 및 편심 형태의 분류, Maxwell 응력 텐서를 이용한 불평형 자기 흡인력의 기본 계산식, 이상적인 상태에서의 불평형 자기 흡인력의 산정 식 유도 및 상전압 불평형에 의한 UMP 계산식 그리고 유도 전동기 설계에서 슬롯이 존재하는 경우 기자력 계산 절차 및 계산 수식을 소개한다. 제 3장에서는 전자력에 의한 불평형력을 계산하기 위해 슬롯 효과, 편심 효과 및 포화효과를 고려한 총 공극에서의 퍼미언스 계산법을 설명한다. 제 4장에서는 반경 방향 불평형력 작용에 따른 진동 및 소음의 기진 주파수 및 차수 대해 알아보고자 한다. 제 5장에서는 실제 제품의 편심에 의한 소음 측정 및 실제 슬롯이 존재하는 전동기의 경우를 FEM에 의한 수식 검증을 시도한다. 제 6장에서는 본 연구의 주요 결론을 요약하였다.

2. 유도 전동기에 작용하는 전자력

2.1 불평형 자기 흡인력이 전동기에 미치는 영향 (1)

유도 전동기에 작용하는 불평형 자기흡인력(UMP)의 원인으로는 회전자 편심에 의해 발생하는 것과 슬롯 조합 등 공간 고조파의 합성으로 인한 1차(M=1) 분포력에 의한 경우의 2 종류로 대별할 수 있다. 전자의 편심에 의한 UMP가 전동기에 미치는 영향은 다음과 같이 구분할 수 있다.

(1) 베어링 하중
(2) 축 굽힘
(3) 공극 접촉
(4) 축 전류
(5) 진동, 자기음
(6) 손실 증가, 불균일 발열 현상

2.1.1 베어링 하중

회전자에 작용하는 UMP의 반력은 당연히 베어링 하중으로 작용하고, 편심의 증대와 함께 상당히 가혹한 상태가 예상된다.

통상은 정적 편심을 대상으로 고려하면 좋으나, 동적 편심의 경우에는 질량 불평형 하중을 갖는 진동의 영향이 추가되고, 구름 요소 베어링에는 외륜과 베어링 하우징 사이에 클리브 현상을 일으키기 쉽다. 저널 베어링에는 유막이 일정하지 않고 어떠한 경우에도 베어링의 부하 용량을 저하시키기 때문에 조건으로는 보다 가혹하게 된다.

2.1.2 축 굽힘

회전자에 작용하는 UMP 응력은 편심 형태의 여하를 불문하고 축 굽힘을 발생시킨다. 중 대용량 회전기에는 회전자 자중에 의해 10 % 정도의 편심률이 생기게 되어있다. 이것은 안전율을 고려한 숫자로서, 이 값은 각국 회사에서 적용하고 있는 설계 실제를 고려한 값이다.[(2)]

축 강성과 UMP의 평형점(balance point) $\Delta\delta'$가 평균 공극 길이 δ_0보다도 크게 되는 경우에는 공극 접촉(rubbing)을 발생시킨다. 기준으로써 평형점은 ε < 0.3 정도로 하고 있다. 이러한 관계를 Fig. 2.1에 나타낸다.

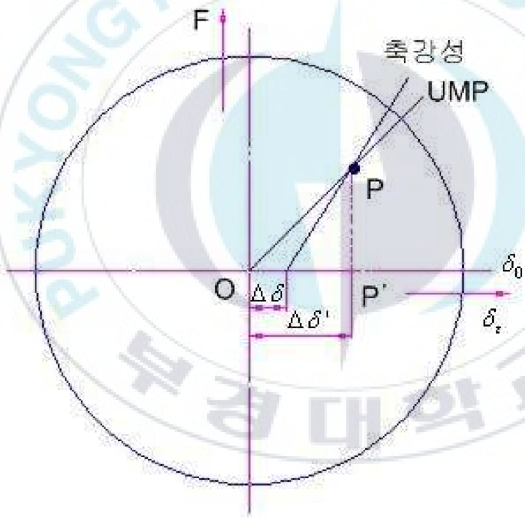


Fig. 2.1 Size of shaft deflection by UMP

이 그림에서는 축 강성, UMP와 함께 편심률 ε에 대해, 선형이라고 가정하고 있지만, 실제 현상은 거의 비선형성을 보이며, 이 정도로 단순하지 않다. 여기서 종축에 F (UMP), 횡축에 편심량 δ_ε를 취하고, $\Delta\delta$는 초기 편심량, δ_0는 평균 공극 길이, 축 강성 곡선과 UMP 곡선의 교차점 P가 평형점이고, 그

때의 편심량 $\Delta\delta'$ 는 P 점에서 횡축으로 내린 수선과의 교점 P'까지의 거리 OP' 로 된다.

2.1.3 공극 접촉

축 강성이 충분하지 않은 경우에는 UMP에 의해 Fig. 2.1에 보이는 평형점 P 의 편심량 $\Delta\delta'$ 이 공극 길이 δ_0 밖으로 나오는 경우가 있다. 이 상태가 공극 접촉(air-gap rubbing)이다. Fig. 2.1에 의해 판별될 수 있는 것은 초기 편심량 $\Delta\delta$ 가 클수록 공극 접촉의 가능성이 크고, $\Delta\delta$ 가 작으면 축 강성이 약해도 어느 정도 사용이 가능하다는 것을 알 수 있다. 단, 이 경우는 편심 퍼미언스에 기인하는 UMP를 대상으로 한 것이다. 이 외에 슬롯 조합의 불량에 의한 1차 (M=1) 분포력을 발생시키는 경우에는 초기 편심량 $\Delta\delta$ 와는 관계없이 UMP를 발생시키고, 이 때문에 공극 접촉을 발생시키는 경우가 있다는 보고도 있으나, 여기서는 생략한다.

이상의 이론은 편심 형태와는 무관하고 편심률 ε 만으로 결정된다고 생각할 수 있으나, 실제 기기에서는 축 강성이 약한 경우 동적 편심의 경향이 강하고, 회전자는 1개소, 고정자 내면은 수 개소에 접촉이 발생하는 경우가 많다. 축 강성이 강하면 초기 편심률이 크지 않은 한 공극 접촉이 발생하기 어렵다. 이 경우는 정적 편심의 경향이 강하고, 고정자 내면의 1개소와 회전자 전체 주변에 접촉 흔적이 발견되는 경우가 많다.

2.1.4 축 전류

축 전류(shaft current)의 발생은 환상 자속의 존재에 의해 축에 유기전압을 발생시키기 때문이다. 이것이 낮은 임피던스의 폐회로를 흐르기 때문에 수천 암페어의 전류가 베어링을 통과하여 흐르는 경우가 있다고 알려져 있다.

유막의 절연 파괴에 의해 국부적으로 과대 전류가 흐르기 때문에 전압 방전 현상에 의해 베어링 면이 황폐해지고, 이것이 원인으로 기계적인 마모 현상을 촉진하고, 수명이 극히 단축된다.

통상 저널 베어링에서 보증할 수 있는 내압은 0.5 Volt, 볼 베어링에서는 0.3 Volt 이하가 요망된다. 이와 같이 축 전류가 발생하는 경우에는 베어링의 부하 내량을 극히 저하시킨다.

환상 자속의 발생 원인은 자기회로나 자기 특성의 비대칭성에서 기인한다. 특히 세그먼트 코어인 경우, 세그먼트 수와 극 수의 관계에 대해 많은 연구가 되고 있다.

회전자의 편심과 축 전압 또는 축 전류의 관계에 대해서는 별로 검토되지 않았으나, 슬롯 조합과 다각형 분포력의 관계에 의해 0차 모드 (M=0)의 경우가 단극 자속 (A), 1차 모드(M=1)의 경우가 환상 자속 (B)이 되고, 동시에 축 전류의 발생 원인이 된다.

2.1.5 진동, 자기 음

정적 편심의 경우에는 큰 진동력이 생기기 어려우나 동적 편심이나 혼합 편심의 경우에는 질량 불평형 하중에 의해 큰 진동이 발생하는 극단적인 경우에는 앵커 볼트가 파단되는 경우도 있어 위험하다.

자기 음의 경우는 편심에 의해 M=1의 모드가 발생하기 때문에 UMP에 의해 회전자가 진동한다. 이 때문에 소형기에서는 축계의 고유진동수와 공진하고, 자기 음의 원인이 된다. 공진하지 않더라도 축계의 강성은 다른 부분에 비해 약하기 때문에 강제 진동에 의한 자기 음을 발생시킬 가능성이 크다.

소형 전동기의 축계 고유진동수는 300 ~ 700 Hz 정도이며, 자기 음이 소음의 주체가 되어 중대한 문제로 된다.

2.1.5 손실 증가와 불균일 발열 현상

편심 회전자에 대한 불균일한 발열 현상은 편심률의 증대와 함께 편심 방향의 발열 증대, 회전자에 온도 차를 발생시키기 때문에 열 응력에 의해 회전자는 편심 방향으로 휘어지고, 또한 불균일 발열이 증대하게 하는 정 궤환 현상이다. 즉, 편심 방향에는 공극 길이의 축소에 의해 Carter 계수가 증대하는 것에 대해, 반대측에는 감소하기 때문이다.

실험 결과는 편심률이 증가함에 따라 기기 전체의 손실도 증가하고, 기기 본체의 온도 상승을 초래한다는 사실이 판명되고 있다.

2.2 편심 형태의 분류[(1)]

Fig. 2.2에서 나타내듯이 4종류의 편심 형태가 존재한다. 그림 (a)는 정적 편심(static or stationary eccentricity)이라 불리는 것으로 조립 시 베어링 중심의 불일치에 의해 발생하는 편심이다. 그림 (b)는 동적 편심(dynamic or rotating eccentricity)으로 불리고, 축의 구부러짐 또는 잘못된 선삭 가공에 의해 발생하는 것으로 진동 회전에 의해 큰 진동이 발생한다. 또한 편심 방향의 회전자 표면은 고정되고 또한 틈새가 작기 때문에 고정자에 불균일한 발열 현상이 발생하고, 축의 굽힘을 확장하는 경우가 있다. 그림 (c)는 경사 편심(inclined eccentricity) 또는 사태 편심이라 불리는데, 베어링의 조립 부적합으로 그림과 같이 경사져 조립되어 베어링의 마찰 토크에 의해 경사 운동(skew motion)이 발생하고, 진동의 원인으로 되는 경우가 있다. 저널 베어링의 경우에는 경사 편심에 의해 축 이동 진동이 발생하는 경우가 많다. 그림 (d)는 혼합 편심(mixed eccentricity)이라 부르고, 정적 편심과 동적 편심이 혼합된 것이다. 그림 (c)와 (d)에 대해서는 사태 편심, 혼합 편심이라는 명칭을 일반적으로 사용하고 있다. 이상 기본적인 편심 형태는 정적 편심, 동적 편심 및 사태 편심의 3 종

류이다. 현실의 회전기에서는 이 세 종류의 편심이 상호 조합되어 있다. 그 중에서도 가장 중요성이 큰 (a)와 (b)의 조합을 혼합 편심 (d)이라 명명했는데 그 외 (a)와 (b), (b)와 (c), (a), (b) 및 (c) 등의 조합을 고려할 수 있다.

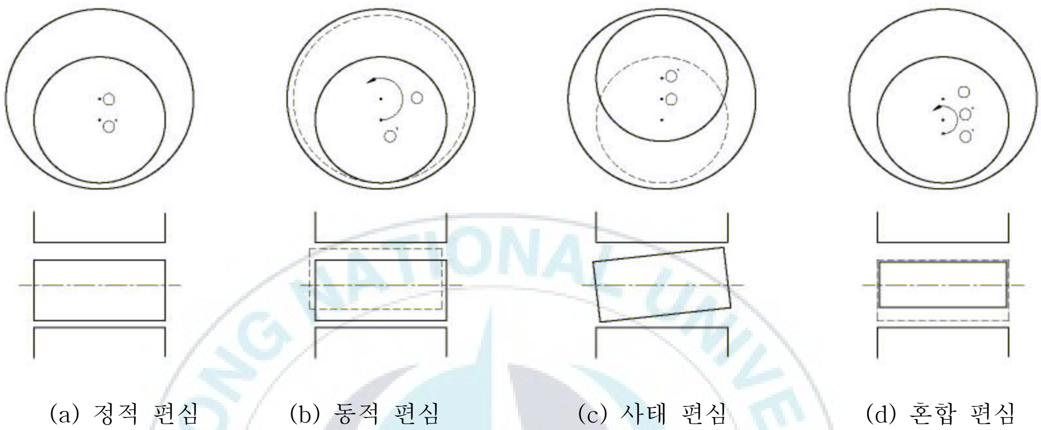


Fig. 2.2 Type of eccentricity

2.3 Maxwell 응력 텐서를 이용한 불평형 자기 흡인력의 기본 계산식[3]

두 면이 평행인 마그네틱 표면에서 자기력은

$$\sigma = \frac{b^2}{2\mu_0}\left(1 - \frac{1}{\mu}\right) \quad [\mathrm{N/m^2}] \tag{2-1}$$

여기서, b : 자속 밀도(T), μ_0 : 공기 투자율 $= 4\pi \times 10^{-7}$ [H/m], μ: 철심의 투자율이다.

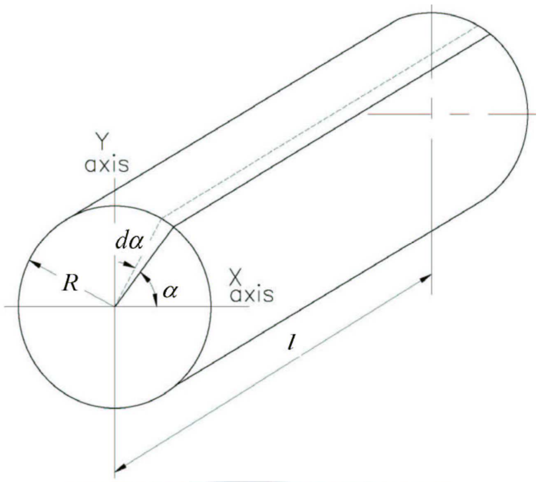


Fig. 2.3 Rotor surface

일반적으로 철심의 투자율이 공기의 투자율에 비해 매우 크기 때문에 철심의 투자율은 무시하고, 수식을 재 정리하면,

$$\sigma = \frac{b^2}{2\mu_0}\ [\mathrm{N/m^2}] \tag{2-2}$$

원형 단면의 회전자(rotor) 표면은 Fig. 2.3과 같으며, 어느 일정 각을 가진 호의 대해 반경 방향 힘은 $\sigma \Delta A$로 나타내어 진다. 여기서 ΔA는 표면적으로 다르게 나타내면 $lrd\alpha$로 치환이 가능하다. 이 힘을 축 방향에 대해 풀어 보면 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$dF = lr\sigma \cos\alpha\, d\alpha \tag{2-3}$$

한 방향으로 회전자에 작용하는 힘을 구해보면,

$$F = \frac{lr}{2\mu_0}\int_0^{2\pi} b_\alpha{}^2 \cos\alpha\, d\alpha \tag{2-4}$$

여기서, b_α는 표면의 일부에 작용하는 자속 밀도이다.

만약, 회전자가 고정자 내경에 편심 위치 되어 있는 경우를 고려할 경우

$$g_\alpha = g_n(1-\varepsilon\cos\alpha) \quad (2\text{-}5)$$

여기서, g_α : 각도 α에서 공극 크기, g_n : 공극 크기, ε : 고정자와 회전자간 변위/공극 크기 이다.

일반적으로 자속 밀도는 공극 크기의 역수에 비례하므로

$$b_\alpha = b_n(1-\varepsilon\cos\alpha)^{-1} \approx b_n(1+\varepsilon\cos\alpha) \quad (2\text{-}6)$$

여기서 b_n 은 공극에서의 자속 밀도이다.

위의 수식을 정리해 보면

$$F = \frac{lr}{2\mu_0}\int_0^{2\pi} b_n^{\,2}(1+\varepsilon\cos\alpha)^2\cos\alpha\, d\alpha = \frac{\pi D l b_n^{\,2}\varepsilon}{2\mu_0} \ [\text{N}] \quad (2\text{-}7)$$

자속이 시간에 따라 크기의 변화가 다양한 sine파임을 고려 시에 b_n 을 유효한 자속 밀도 값 $B_p/\sqrt{2}$ 으로 바꿀 수 있다. 여기서 B_p 는 최대 자속 밀도 값을 나타내며, 불평형력은 다음 식과 같다.

$$F = \frac{\pi D l B_p^{\,2}\varepsilon}{4\mu_0} \ [\text{N}] \quad (2\text{-}8)$$

이때의 가정은 포화 효과, 슬롯(slot) 효과, 부하 시 전류 및 병렬 경로(path) 등을 무시하여 계산한 값을 나타낸다.

2.4 이상적인 상태에서의 불평형 자기 흡인력 산정 식의 유도[(1)]

해석을 단순화 하기 위해, 다음과 같은 가정을 둔다.

1) 고정자 및 회전자 철심의 공극 면은 둘 다 진원이며 매끄럽다.
2) 철심의 투자율은 무한대이며, 철심 내 기자력 강하는 존재하지 않는다.
3) 공극 기자력 분포는 일정하고 균일하다.
4) 공극 자속은 기자력과 퍼미언스의 곱에 비례한다.
   3)의 조건이면, 공극 자속 분포는 퍼미언스 분포에 비례한다.
5) 공극 퍼미언스는 공극 길이에 반비례한다.

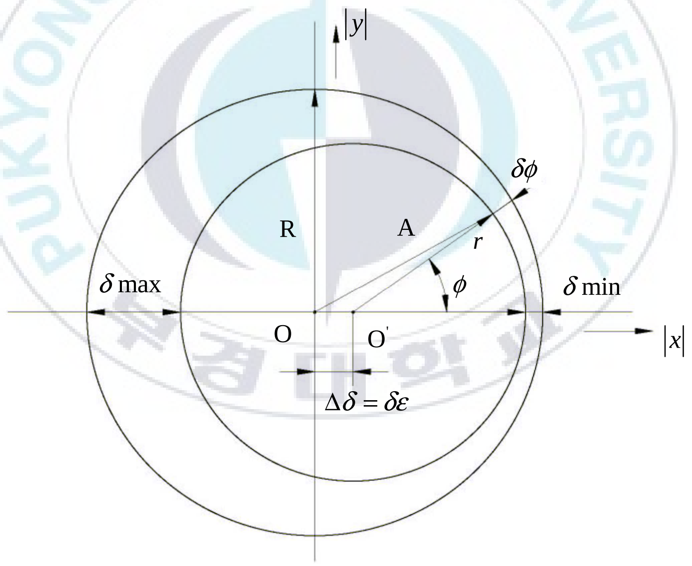


Fig. 2.4 Air gap length of eccentric rotor

회전자의 편심 상태와 공극 길이의 관계를 표시하는 경우 통상, Fig. 2.4와 같이 편심률 ε와 편심 방향에 대한 각도 ϕ로 표시된다. 이 경우, 편심률 ε,

평균 공극 길이 δ_0, 편심량 δ_ε 그리고 ϕ 방향 공극 길이 δ_ϕ 과의 관계는 식 (2-10), (2-11) 및 (2-12)와 같이 된다.

$$\varepsilon = \frac{2\Delta\delta}{\delta_{\max} + \delta_{\min}} \tag{2-9}$$

$$\delta_0 = (\delta_{\max} + \delta_{\min})/2, \quad \delta_\varepsilon = \Delta\delta = (\delta_{\max} - \delta_{\min})/2 \tag{2-10}$$

$$\delta_\phi = \frac{\delta_0}{1 + \varepsilon\cos\phi} \tag{2-11}$$

위 식을 증명해 보면,

$$OA = \sqrt{r^2 + \delta_\varepsilon^2 + 2r\delta_\varepsilon\cos\phi}$$

$$\delta_\phi = R - \sqrt{r^2 + \delta_\varepsilon^2 + 2r\delta_\varepsilon\cos\phi} = R - r\sqrt{1 + (\frac{\delta_\varepsilon}{r})^2 + 2\frac{\delta_\varepsilon}{r}\cos\phi}$$

여기서, $r >> \delta_\varepsilon$ 라는 조건을 사용하고, $(\delta_\varepsilon/r)^2$ 이상의 항을 무시하면,

$$\delta_\phi = R - r(1 + \frac{\delta_\varepsilon}{r}\cos\phi) = R - r - \delta_\varepsilon\cos\phi = \delta_0(1 - \varepsilon\cos\phi) \cong \delta_0/(1 + \varepsilon\cos\phi) \tag{2-12}$$

여기서, 편심 방향이라는 것은 공극 길이가 최소 ($\delta_{\min}$)인 방향으로 정의한다.

상기 가정의 상태는 철심 내의 자속 밀도가 낮게 설계되고, 극 수가 많고, 병렬회로 수가 1로 비돌극 구조의 회전기(직류기, 동기기, 유도기)를 대상으로

한다. 단, 유도 전류, 폐회로 내 순환 전류에 의한 역기전력 (armature reaction)의 영향은 무시한다.

이상에서 서술한 이상화된 상태에서 편심 회전자에 작용하는 UMP의 산정식을 유도한다. 방법은 공극 면에 작용하는 자기 흡인력을 회전자 전 표면에 벡터 적분에 의해 구할 수 있다. 그 결과는 공극 자속의 불균일성에 기인하고, 편심 방향에 UMP를 생성하게 된다. 여기서 편심률 ε, 평균 공극 자속밀도 b_{g0}, 회전자 직경 및 적층 길이는 D, L이고, 공극의 단위 면적당 작용하는 자기 흡인력 F'는 공극 자속밀도 b_g의 제곱에 비례하는 식 (2-13)와 같이 된다.

$$F' = \frac{b_g^2}{2\mu_0} = \frac{b_{g0}^2}{2\mu_0}\left(\frac{1}{1-\varepsilon\cos\phi}\right)^2 \tag{2-13}$$

이것을 공극 면 주변을 따라 적분하면 식(2-14)이 된다. 이것이 이상 상태에서의 편심 회전자에 작용하는 UMP이다. Fig. 2.4에서 x 축에 대해서는 축 대칭이므로 y 축 방향의 자기 흡인력은 상호 상쇄되어 UMP는 없다. 따라서 x 축 성분의 자기 흡인력을 전 공극 면에 따라 적분하면 구해진다. 식(2-13)식에 x 축 성분, 즉 $\cos\phi$를 곱하여 적분하면, 식 (2-14)이 구해진다.

$$F = \int_0^{2\pi} DLF'\cos\phi d\phi \cong \frac{DLb_{g0}^2}{2\mu_0}\int_0^{2\pi}\left(\frac{1}{1-\varepsilon\cos\phi}\right)^2\cos\phi d\phi$$

$$= \pi DLb_{g0}^2(\varepsilon/2\mu_0) \tag{2-14}$$

여기서, D, L은 [m], 자속 밀도 b_{g0}는 [T], 진공의 투자율 $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$로 하면,

불평형 자기 흡인력 F 의 단위는 [N]이 된다. 이 경우의 단위 면적당 자기 흡인력 F' 은 [N/m^2]이 된다.

같은 계산을 공극 내에 축적된 자기 에너지의 관계로 구하는 것이 가능하다. 동심상의 공극 면의 원주 방향 dy 사이에 축적된 자기 에너지 dw 는 식(2-15) 과 같이 구할 수 있다.

$$dw = \frac{Lk_c \delta dy}{2 \cdot 0.4\pi} b_g^2 \cdot 10^{-8} \quad [\mathrm{J}] \tag{2-15}$$

단, 1 [J/cm] = 10.2 kgf이다.

더욱이 회전자가 $\Delta\delta$ 의 편심을 가진 경우, 공극의 단위 면적당 자기 에너지 변화 Δw 는 식(2-16)과 같이 구해질 수 있다.

$$\Delta w = \frac{Lk_c \cdot 10^{-8} dy}{2 \cdot 0.4\pi} (b_1^2 - b_2^2) \Delta\delta \tag{2-16}$$

단, ($b_1 + b_2 = 2b$). 공극 자속 일정의 조건을 갖는다. 여기서 k_c 는 카터 계수, b_1 , b_2 는 자속 밀도의 최대치와 최소치이다.

따라서 단위 면적당 반경 방향의 자기 흡인력 (공극 면에 작용하는 자기 흡인력) F' 는 식(2-17)과 같이 된다.

$$F' = -\frac{\Delta w}{\Delta\delta} = \frac{Lk_c \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 0.4\pi} (b_1^2 - b_2^2) dy \tag{2-17}$$

같은 방식으로 대칭성의 원리에 의해 UMP는 편심 방향으로 작용하기 때문에 식(2-17)에 편심 방향 성분 $\cos\phi$ 를 곱하고 공극 면을 따라 적분하면 회

전자에 작용하는 UMP를 식(2-18)과 같이 얻을 수 있다.

$$F=\int_{-\frac{\pi D}{4}}^{\frac{\pi D}{4}}\frac{Lk_c 10^{-8}}{2\cdot 0.4\pi}\frac{4b^2 k_s \varepsilon\delta}{\delta}\cos^2(2y/D)dy \;=\frac{\pi DLk_c\varepsilon k_s}{0.4\pi}\frac{2B^2\cdot 10^{-8}}{2\cdot 4}$$

$$=\frac{\pi DL}{1.6\pi}k_c\varepsilon k_s B^2\cdot 10^{-8}\,[\mathrm{J/cm}]\;\cong 0.5\pi DLk_c\varepsilon k_s\varepsilon(B/5000)^2\,[\mathrm{kgf}] \qquad (2\text{-}18)$$

단, 사용 기호 및 단위는 다음과 같다.

$dv=k_c\delta Ldy$: 주변 방향 공극 체적

k_c : 카터 계수 $k_c=k_{c1}\cdot k_{c2}$

k_s : 포화 계수의 역수 $k_s=1/ks, ks\geq 1$

δ : 공극 길이 [cm]

L : 축방향 적층 길이 [cm]

y : 공극 주변 방향 거리

D : 공극 직경 [cm]

b : 공극 자속밀도 [G]

B : 정현파 자속 분포를 가정한 경우의 최대 공극 자속 밀도[G]

통상, 식(2-18)의 계수 0.5는 실험치 등을 가미하여 2/3 되는 값을 사용하는 경우가 많다.[4]

2.5 상 전압 불평형에 의한 기자력파 계산식[5]

각 상 권선은 정현 파형에 가까운 기자력(MMF) 파형을 발생하며, 서로 공간적으로 120°의 전기각으로 떨어져 있다. 3상 권선에 평형 3상 전류가 흐른다고 가정하면, 3상 2극에서의 각 상의 순시 상 전류(phase current)는 다음 식과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} i_a &= I_m \cos \omega t \\ i_b &= I_m \cos(\omega t - 120^\circ) \\ i_c &= I_m \cos(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \qquad (2\text{-}19)$$

상 전류가 각각의 상 권선에 흐를 때, 각 상 권선은 공간적으로 정현파 형태의 MMF 파형을 발생시킨다. 각 상의 축을 따라서 MMF는 진동하고 상의 축에서 MMF의 최대치가 유지된다. Fig. 2.5에서 a 상 축으로부터의 각도를 θ 로 취하면, 순간적인 시점에서 각 상의 MMF는 θ 를 변수로 하는 공극의 합성 MMF를 다음 식과 같이 만들게 된다.

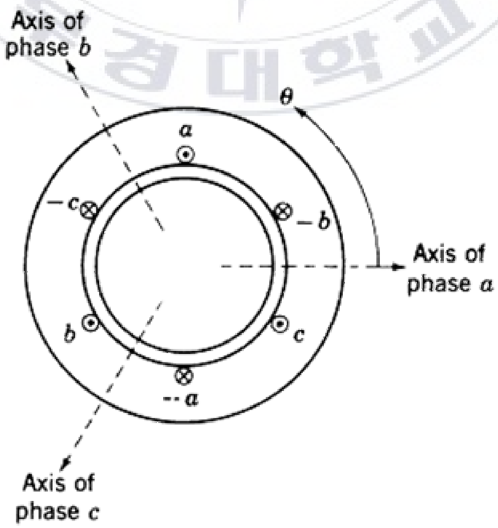


Fig. 2.5 Layout for 2P 3 phase stator winding

$$F_{mmf}(\theta) = F_{a,mmf}(\theta) + F_{b,mmf}(\theta) + F_{c,mmf}(\theta) \tag{2-20}$$

순간 시점에서 각 상 권선에서 발생하는 MMF는 정현파형의 분포 파형으로서 그 크기는 상 전류의 순시치에 비례하며 최대치는 상 권선의 축에서 결정된다. 각도 θ에 따른 각 상의 기본 MMF는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_{a,mmf} &= N\, i_a \cos\theta \\ F_{b,mmf} &= N\, i_b \cos(\theta - 120^\circ) \\ F_{c,mmf} &= N\, i_c \cos(\theta + 120^\circ) \end{aligned} \tag{2-21}$$

여기서 N은 각 상에서의 유효 권선 수(effective number of turns), I는 각 상에 흐르는 전류이다. 따라서 θ 위치에서 합 기자력(MMF)은

$$F_{mmf} = N\, i_a \cos\theta + N\, i_b \cos(\theta - 120^\circ) + N\, i_c \cos(\theta + 120^\circ) \tag{2-22}$$

여기서 각 상의 전류는 시간 함수로서 식으로 정의되며, 식 (2-22)에 대입하면

$$\begin{aligned} F_{mmf} &= N\, I_m \cos\omega t \cos\theta \\ &\quad + N\, I_m \cos(\omega t - 120^\circ)\cos(\theta - 120^\circ) \\ &\quad + N\, I_m \cos(\omega t + 120^\circ)\cos(\theta + 120^\circ) \end{aligned} \tag{2-23}$$

상기 식을 삼각 항등식의 관계를 이용하여 다시 쓰면

$$\begin{aligned} F_{mmf} &= \tfrac{1}{2} N\, I_m \cos(\omega t - \theta) + \tfrac{1}{2} N\, I_m \cos(\omega t + \theta) \\ &\quad + \tfrac{1}{2} N\, I_m \cos(\omega t - \theta) + \tfrac{1}{2} N\, I_m \cos(\omega t + \theta - 240^\circ) \\ &\quad + \tfrac{1}{2} N\, I_m \cos(\omega t - \theta) + \tfrac{1}{2} N\, I_m \cos(\omega t + \theta + 240^\circ) \\ &= \tfrac{3}{2} N\, I_m \cos(\omega t - \theta) = \tfrac{3}{2} F_{\max} \cos(\omega t - \theta) \end{aligned} \tag{2-24}$$

이는 일정 각속도 $\omega = 2\pi f$ 로서 회전하는 MMF 파형을 나타내며, p 극기

의 분당 회전수는 $n = 120f / p$ 이다. 최대 MMF $F_{max}(= N I_m)$ 은 Arnold 식에 의해

$$F_{\max} = 0.9\frac{k_w z I_s}{\pi p} \tag{2-25}$$

로 주어진다. 여기서 k_w 는 권선계수, z 은 극당 상당 도체 수, I_s 는 각 상의 rms 전류치$(= I_m / \sqrt{2})$, p 는 극 쌍수를 나타낸다.

상 전압의 불평형을 고려하면, 기자력의 불평형에 의한 불평형 자기 흡인력에 영향을 미치게 된다. 상 전압 불평형이 발생할 때, MMF 파형은 다음과 같은 불평형이 발생한다. 즉, 3상 중 1상, 예로 a 상에 $(1-u)$%의 불평형이 발생하였다고 가정할 때, 상 a 의 전압은 공칭 전압(normal value) V 의 uV(Volt), 즉 u% 이고, 상 b, c는 공칭 전압 V 를 가지게 된다. 따라서 3상 권선의 각각에 발생하는 상 전류는

$$\begin{aligned} i_a &= uI_m \cos\omega t \\ i_b &= I_m \cos(\omega t - 120^\circ) \\ i_c &= I_m \cos(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \tag{2-26}$$

따라서 전체 MMF 파형은 각 상의 MMF 파형의 기여 합력으로 다음과 같이 유도된다.

$$F_{mmf}(\theta, t) = \left(1 + \frac{u}{2}\right) F_{\max}\cos(\omega t - \theta) - \frac{1}{2}(1-u) F_{\max}\cos(\omega t + \theta) \tag{2-27}$$

2.6 유도 전동기의 기자력 계산 유도

2.6.1 개요

유도 전동기의 편심에 의한 UMP 계산을 위해, 기본적인 유도 전동기에 작용하는 전자력을 구한 값을 Maxwell 응력 방정식에 대입하여 계산한다.

이 장에서는 기자력(Magnetomotive Force, MMF)을 구하는 절차 및 계산 방법을 설명한다.

2.6.2 계산 절차

기자력의 계산은 Fig. 2.6 에 언급한 것과 같은 절차를 이용하여 계산한다.

Fig. 2.6 Procedure to calculate magnetomotive force

2.6.3 유도 기전력 계산

유도 기전력의 계산은 실제 상에 흐르는 전압을 이용하여 계산 하는데, 이때 외부 공급 1차 전압을 알고 있는 경우 Y 결선에서 유도 기전력은 $V_1/\sqrt{3}$ 으로

계산된다. 이때 V_1은 1차 전압이다.

2.6.4 자속(magnetic flux) 계산

자속(ϕ)를 유도하여 보면, 다음 식으로 표현된다.

$$E = \int(\vec{v}\times\overrightarrow{B}).dl \;= \sqrt{2}\pi\, N\; f\,\phi = 4.44\, w_1\, k_w\; f\,\phi \qquad (2\text{-}28)$$

즉, 상당 자속은 다음 식으로 계산된다.

$$\phi = E\,/\,4.44\, w_1\, k_w\; f \qquad (2\text{-}29)$$

여기서, w_1은 Series turn 수, k_w는 권선 계수를 나타낸다.

2.6.5 자속 밀도 계산

자속 밀도는 크게 고정자 부위, 공극 부위 그리고 회전자 부위 3부분으로 나눠 계산한다. 고정자 부위는 고정자 Yoke부와 고정자 이(tooth)부 2부분으로 나눌 수 있다. 또한 고정자 이(tooth)부분은 이의 상부, 중간부 그리고 하단부 3부분으로 나눠 계산한다. 회전자 부위도 고정자와 같은 방법으로 구분하여 계산이 이루어 진다. 회전자 부위는 회전자 Yoke부와 회전자 이(tooth)부 2부분으로 나눠 계산한다. 또한 회전자 이(tooth)부분은 이의 상부, 중간부 그리고 하단부 3부분으로 나눠 계산한다(Fig. 2.8 참조).

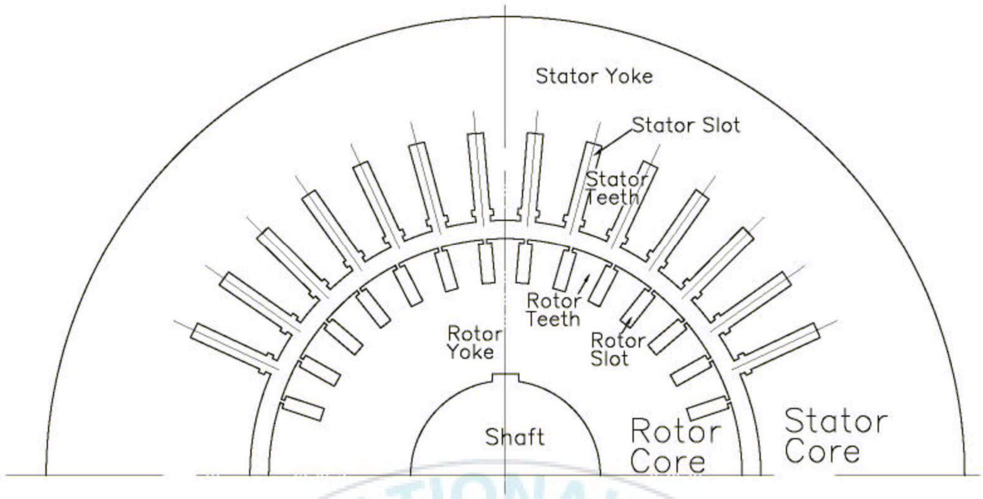


Fig. 2.7 General section of rotor and stator part

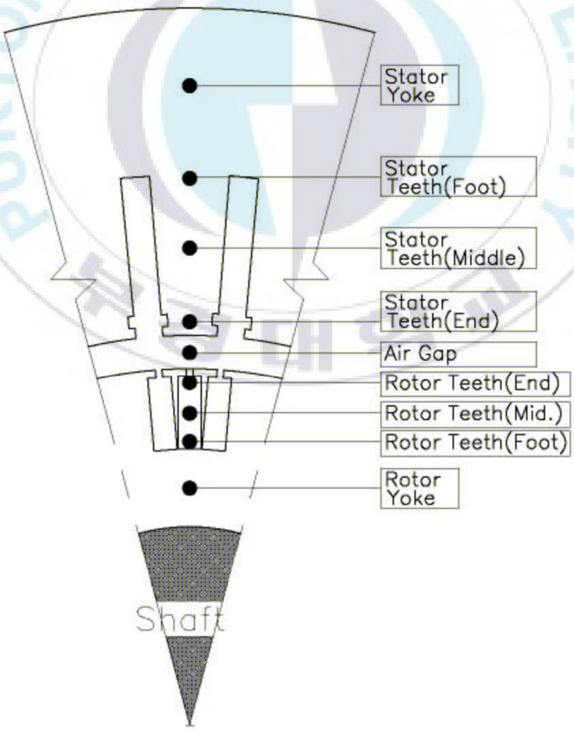


Fig. 2.8 Detailed section of rotor and stator part

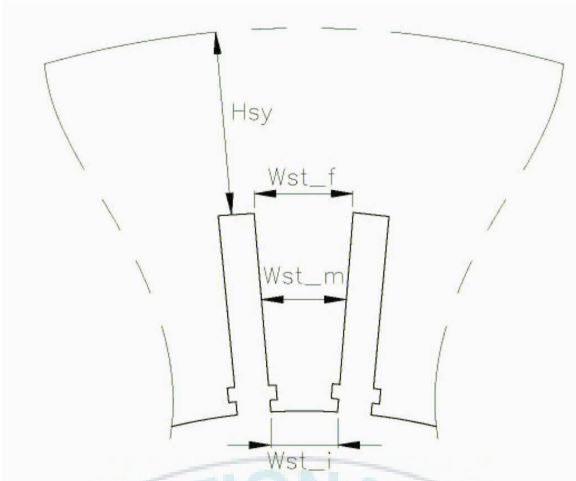


Fig. 2.9 Section of stator core

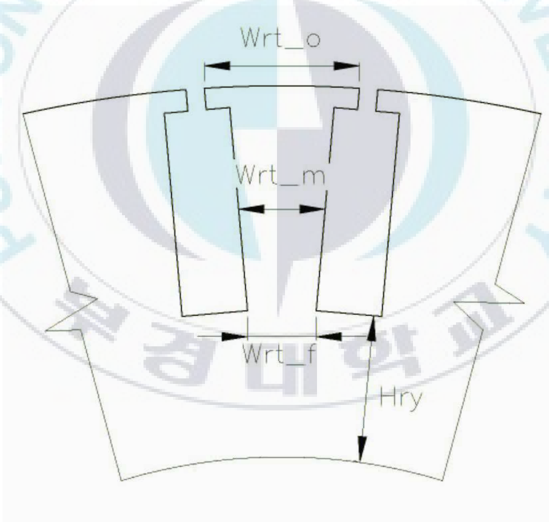


Fig. 2.10 Section of rotor core

Fig. 2.9와 2.10에 나타난 각 부위의 변수를 이용하여 자속 밀도 값을 계산한다. 우선 공극에서의 자속 밀도 계산을 하면 아래와 같이 계산된다.

$$B_G = \frac{\phi}{A} = \frac{\phi}{\frac{D}{Pole}L} \tag{2-30}$$

여기서, D: 고정자 코어 내부직경, L:순수 코어 길이, ϕ:극당 자속 수[MAXWELL] 이다.
Fig. 2.10와 같이 고정자 부분에서의 자속 밀도 계산은 5 부분으로 나누어 계산된다.

고정자 Yoke부에서의 자속 밀도 계산은 다음과 같다.

$$Bsy = \frac{\phi}{A} = \frac{\phi \times 100}{Hsy \times L} \times \frac{Vph}{V2} \quad \text{[Gauss]} \tag{2-31}$$

여기서, H_{sy} :고정자 Yoke부 높이, $V_{ph} = V_1 / \sqrt{3}$ Y 결선시의 상전압, V_2 :회전자에 걸리는 2차 전압, L:코어부 길이를 나타낸다.

고정자 Tooth부에서 자속 밀도 계산은 3부분으로 나누면,

첫째, 고정자 Tooth Foot부에서 자속 밀도 계산식은 다음과 같다.

$$Bst\_f = \frac{Fs \times B_G \times Pss}{Wst\_f} \times \frac{Vph}{V2} \quad \text{[Gauss]} \tag{2-32}$$

여기서, Pss:고정자 슬롯 피치, s_1:고정자 슬롯 수, Wst_f:고정자 이 폭($Foot$부), B_G : 공극 자속밀도, Fs :설계 Factor이다.

둘째, 고정자 Tooth 중간 부에서 자속 밀도 계산식은 다음과 같다.

$$Bst\_m = \frac{Fs \times B_G \times Pss}{Wst\_m} \times \frac{Vph}{V2} \quad \text{[Gauss]} \tag{2-33}$$

여기서, W_{st_m}:고정자 이 폭(평균) $= (W_{st\_i} + W_{st\_f})/2$, W_{st_i}:고정자 이 폭(내측)

셋째, 고정자 Tooth 상부에서 자속 밀도 계산식을 표현하면,

$$Bst\_t = \frac{Fs \times B_G \times Pss}{Wst\_i} \times \frac{Vph}{V2} \quad \text{[Gauss]} \tag{2-34}$$

다음은 회전자 부분의 자속 밀도를 계산한다.

우선 회전자 Yoke부에서 자속 밀도 계산식은 다음과 같이 나타낸다.

$$Bry = \frac{\phi}{A} = \frac{\phi \times 100}{Hry * L} \quad [\text{Gauss}] \tag{2-35}$$

여기서, Hry : 회전자 Yoke부 높이, ϕ : 자속 값이다.

다음은 회전자 이(tooth) 부분에서 자속 밀도 계산은 다음과 같이 3부분으로 나누어 계산된다.

첫째, 회전자 이 상부에서의 자속 밀도의 계산식은 다음과 같다.

$$Brt\_t = \frac{Fs \times B_G \times Prs}{Wrt\_o} \quad [\text{Gauss}] \tag{2-36}$$

여기서, Prs:회전자 슬롯 피치, Wrt_o:회전자 이 폭($Outer$)이다.

둘째, 회전자 이 중간 부분에서 자속 밀도의 계산식을 나타내면,

$$Brt\_m = \frac{Fs \times B_G \times Prt}{Wrt\_m} \quad [\text{Gauss}] \tag{2-37}$$

여기서, Brt_m:회전자 이 폭(중간) $=(Wrt\_m + Wrt\_i)/2$, Wrt_i:회전자 이 폭(내측)이다.

셋째, 회전자 이 Foot부 자속 밀도의 계산식은 나타내면,

$$Brt\_f = \frac{Fs \times B_G \times Prs}{Wrt\_i} \quad [\text{Gauss}] \tag{2-38}$$

여기서, Wrt_i:회전자 $Tooth\ \ Width(Inner)$을 나타낸다.

2.6.6 일반 규소 강판의 자속 세기 계산

앞에서 각 부위에서 고정자, 회전자 각 형상 별로 자속 밀도를 계산한 후 코어 고유의 특성 그래프로부터 자속 세기(intensity)를 계산한다. 아래의 *B-H* 선도는 현재 POSCO에서 공급하고 있는 S23 코어를 나타낸다. 코어의 *B-H* 그래프로부터 자속 세기를 구한다(Fig. 3-1 참조).

2.6.7 자속 경로 계산

기자력(MMF)을 계산하기 위해서 각 부위에서의 자속 경로(path)는 고정자 부분의 Yoke부 자속 경로(L_{sy})와 Tooth부 자속 경로(L_{st}), 공극에서의 자속 경로(L_{ag}), 회전자 Yoke부에서 자속 경로(L_{ry}) 및 회전자부 Tooth부에서 자속 경로(L_{rt})로 구성된다.

각 부위에서의 자속 경로는 슬롯 및 이의 형상에 따라 각각 다르게 결정된다. 특히, 공극에서의 자속 경로 계산 시, 자속이 고정자에서 공극을 지나 회전자로 이동 시 이(tooth)부에서 바로 건너 가지 않고 이의 끝부분에서 둥글게 자속이 이동하는 현상을 보이며(이 현상을 Fringing Effect라 부름), 이 효과에 따라 회전자, 고정자의 자속 경로를 카터 계수를 이용해서 구한다. 카터 계수의 계산식은 식(3-10)에서 언급하였다.

2.6.8 기자력(MMF) 계산

각 부위에서 구한 자속 세기 값과 자속 경로를 곱하여 기자력(MMF)을 계산한다. MMF의 값을 세분화 하면,

1) 고정자 이(tooth)부의 MMF 계산($MMFst$)

고정자 이 부분의 MMF 계산식은 다음과 같다.

$$MMFst = \frac{Lst \times (ATst\_f + 4 \cdot ATst\_m + ATst\_t)}{6} \qquad (2\text{-}39)$$

여기서 Lst 는 고정자 이 부위의 자속 경로를 나타낸다.

고정자 이 Foot부분의 자속 세기 값 $ATst\_f$ 은 식(2.32)의 고정자 이 부내 Foot부 자속 밀도 Bst_f 값을, 고정자 이 중간부 자속 세기 값 $ATst\_m$ 은 식(2.33)의 고정자 이 중간부 자속 밀도 Bst_m 값을, 고정자 이 상부 자속 세기 값 $ATst\_t$ 은 식(2.34)의 고정자 이 상부 자속 밀도 Bst_t 값과 같이, 각각의 값을 이용하여 *B-H* 그래프에서 구한다.

2) 고정자 Yoke부의 MMF 계산(MMF_{st_y})

$$MMF_{st\_y} = L_{st} \times AT_{sy} \qquad (2\text{-}40)$$

여기서 L_{st} 는 고정자 요크부 자속 경로 값이며, 고정자 요크부 자속 세기 값 AT_{sy} 은 식(2.31)의 B_{sy} 값을 이용하여 *B-H* 그래프에서 구한다.

3) 공극에서의 MMF($MMFgap$)

$$MMF_{gap} = 0.134 * B_G * k_c * Gap \qquad (2\text{-}41)$$

여기서 B_G 는 공극의 자속 밀도 값으로 식(2.30)에 의해 계산하며, k_c 는 카터 계수 값으로 고정자와 회전자 슬롯을 고려한 값으로 식(3.10)에 의해 계산하

며, Gap 는 공극의 크기를 나타낸다.

4) 회전자 Tooth부의 MMF(MMF_{ry})

$$MMFry = \frac{Lrt*(ATrt\_t + 4 \cdot ATrt\_m + ATrt\_f)}{6} \tag{2-42}$$

여기서, Lrt 은 식(2-41)을 이용하며, 회전자 이 상부 자속 intensity $ATrt\_t$ 은 식(2.36)의 회전자 이 상부 자속 밀도 Brt_t 값을, 회전자 이 중간부 자속 세기 $ATrt\_m$ 은 식(2.37)의 회전자 이 중간부 자속 Brt_m 값을, 회전자 이 foot부 자속 세기 $ATrt\_f$ 은 회전자 이 foot부 자속 식(2.38)의 Brt_f 각각의 값을 이용하여 B-H 그래프에서 구한다.

5) 회전자 Yoke부의 MMF(MMF_{ry})

$$MMF_{ry} = L_{ry} AT_{ry} \tag{2-43}$$

여기서, L_{ry} 은 식(2.42)을 이용하며, 회전자 요크부 자속 intensity AT_{sy} 은 식(2.35)의 회전자 요크부 자속 Bry 값을 이용하여 B-H 그래프에서 구한다.

고정자와 회전자에 작용하는 전체 기자력(MMF)를 구하면, 위의 식(2.39)에서 식(2.43)까지 개별적으로 구한 MMF를 합하면 다음 식으로 계산된다.

$$MMF_{total} = MMF_{sy} + MMF_{st} + MMF_{gap} + MMF_{rt} + MMF_{rf} \tag{2-44}$$

3. 총 퍼미언스 (6)

3.1 개요

전자력에 의한 반경 방향의 불평형력을 계산하기 위해 간략화 하여 계산한 경우에는 고정자 및 회전자 철심의 공극 면은 둘 다 매끄럽고 진원이라고 가정하고, 단지 편심에 의한 퍼미언스를 계산하여 불평형력을 계산하였다.

실제와 유사한 계산을 위해, 공극 퍼미언스를 슬롯 효과 및 편심 효과뿐만 아니라 포화 효과 등을 고려한 총 공극 퍼미언스를 구하고자 한다.

총 공극 퍼미언스 식은 다음과 같이 나타내어 진다.

$$\Lambda_g(\alpha,t) = \Lambda_{g0}\lambda_{g1}(\alpha)\lambda_{g2}(\alpha,t)\lambda_{ge}(\alpha)\lambda_{ged}(\alpha,t) + \Lambda_{sat0} \tag{3-1}$$

여기서, Λ_{g0} 는 회전자와 고정자에서 슬롯 효과를 무시한 슬롯이 없는 매끄러운 표면으로 고려한 공극 퍼미언스, $\lambda_{g1}(\alpha)$ 는 고정자 슬롯이 존재하는 경우 상대 고조파 퍼미언스 값, $\lambda_{g2}(\alpha,t)$ 는 회전자 슬롯이 존재하는 경우의 상대 고조파 퍼미언스 값, $\lambda_{ge}(\alpha)$ 는 정적 편심이 작용하는 경우의 상대 고조파 퍼미언스 값, $\lambda_{ged}(\alpha,t)$ 는 동적 편심이 작용하는 경우의 상대 고조파 퍼미언스 값을 나타낸다. 그리고 Λ_{sat0} 는 포화효과 고려한 고조파 퍼미언스 값을 나타낸다.

식(3-1)의 각 퍼미언스 값에 대해서 다음에 따라 구체적으로 계산된다.

3.2 슬롯 효과를 고려한 회전자와 고정자의 공극 퍼미언스 및 하모닉 퍼미언스

계산을 위해 단지 슬롯 표면의 형상에 대한 카터 계수 k_c 의 도입으로 슬롯 효과를 고려하여 매끄러운 표면으로 치환하여 계산하였다.

균일 공극에서 공극 자속 밀도 $b(\alpha,t)$ 와 MMF $F(\alpha,t)$ 의 관계식은

$$b(\alpha,t) = F(\alpha,t)\Lambda_g(\alpha) \tag{3-2}$$

여기서, 공극의 퍼미언스 $\Lambda_g(\alpha)$ 는 각도 α의 함수이다.

$$\alpha = \frac{1}{p}\frac{\pi}{\tau}x = \frac{2\pi}{s_1 t_1}x \tag{3-3}$$

여기서 s_1 은 고정자 슬롯 수이고, t_1 은 고정자 슬롯 피치, τ 는 고정자 극 피치를 나타낸다.

자속 분포가 사다리꼴로 가정 시, ν 차수 공간 고조파 진폭은 자속 밀도에 다음에 따르는 슬롯 개구부 계수의 곱의 상부 평평한 부 값으로 나타내어진다.

$$k_{ok} = \frac{\sin[k\rho\pi b_{14}/(2t_1)]}{k\rho\pi b_{14}/(2t_1)} \tag{3-4}$$

여기서 t_1 는 고정자 슬롯 피치, b_{14} 고정자 슬롯 개구부 크기, k 는 하모닉스의 수를 나타낸다. 보조 함수 ρ는

$\rho = \dfrac{\kappa}{5+\kappa}\dfrac{2\sqrt{1+\kappa^2}}{\sqrt{1+\kappa^2}-1}$ 로 나타내며, 유도 전동기에서 $\kappa = \dfrac{b_{14}}{g}$ 로 된다.

슬롯 효과를 고려한 공극의 퍼미언스는

$$\Lambda_g(\alpha) = \frac{A_0}{2} + \frac{\mu_0}{g\,kc}\sum_{k=1,2,3}^{\infty} A_k \cos(k\, s_1\, \alpha) \qquad (3\text{-}5)$$

$$= \Lambda_{g0}[1+\sum_{k=1,2,3}^{\infty} A_k \cos(k\, s_1\, \alpha)] = \Lambda_{g0}\lambda_{g1}(\alpha)$$

여기서 $\alpha = \dfrac{2\pi}{s_1\, t_1}$ 이다.

공극 상대 퍼미언스의 상수 값 $\Lambda_{g0} = \dfrac{A_0}{2} = \dfrac{\mu 0}{kc\, g} = \dfrac{\mu 0}{g'}$ 이며, 고정자 코어가 슬롯이 된 경우 공극의 상대 비 퍼미언스는 각도 α 에 따라 값이 달라지며 이 값은

$$\lambda_{g1}(\alpha) = 1 + \sum_{k=1,2,3}^{\infty} A_k \cos(k\, s_1\, \alpha) \qquad (3\text{-}6)$$

슬롯 형상과 공극에 의해 결정되는 공극의 하모닉 퍼미언스의 상대 값은

$$A_k = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \Lambda_g(\alpha)\cos(k\, s_1\, \alpha)\, d\alpha = -2g'\frac{\gamma_1}{t_1}k_{ok}^{\ 2} \qquad (3\text{-}7)$$

즉, $\Lambda_{g0}A_k = \dfrac{-2\mu_0\gamma_1 k_{ok}^{\ 2}}{t_1}$ 로 나타내어진다.

유도 전동기에서 상대적 퍼미언스의 크기는 일정한 공극 g에 카터 계수 k_c 의 곱으로 나타낸다. 적층 코어의 경우, $g' = g\, k_c$ 가 된다.

카터 계수의 값은 $k_c = \frac{t_1}{t_1 - \gamma_1 g}$ 이다. 여기서 γ_1 은

$$\gamma_1 = \frac{\pi}{4}[0.5\kappa \arctan(0.5\kappa) - \ln\sqrt{1+(0.5\kappa)^2}$$

로 표현된다.

고정자 슬롯 개구부에 의한 상대적 퍼미언스 식은 계산되었으며, 하모닉 퍼미언스의 계수는

$$A_k = -\beta(\kappa)\frac{1}{k}\frac{4}{\pi}[0.5 + \frac{(k\Gamma)^2}{0.78 - 2(k\Gamma)^2}]\sin(1.6\pi k\Gamma) \qquad (3\text{-}8)$$

여기서 $\beta(\kappa) = 0.1\kappa^{0.5+1/\kappa}$ 또는 $\beta(\kappa) = 0.5(1 - \frac{1}{\sqrt{1+\kappa^2}})$ 이다. Weber에 따르면 상대적 퍼미언스의 값은 $\Lambda_{g0} A_k = \frac{\mu_0 A_k}{g'}$ 이며, $\Gamma = \frac{b_{14}}{t_1}$ 이다.

고정자와 회전자 양측에 슬롯이 존재하는 경우, 상대적 공극 퍼미언스 값은 $\Lambda_g(\alpha) = \Lambda_{g0}\lambda_{g1}(\alpha)\lambda_{g2}(\alpha)$ 로 표시하며, 카터 계수는 $k_c = k_{c1} k_{c2}$ 이다. 여기서 λ_{g1}과 λ_{g2} 는 고정자와 회전자에 슬롯이 존재하는 경우의 특정 퍼미언스 값이며, k_{c1}은 고정자의 카터 계수이고, k_{c2} 는 회전자의 카터 계수이다.

다른 방법에 의한 카터 계수의 계산식으로는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$k_c = \frac{B_{\max}}{B} = \frac{t}{t - \gamma\delta}$$

$$\because \gamma = \beta\frac{s'}{\delta} = \frac{4}{\pi}\left[\frac{s}{2\delta}\tan^{-1}\frac{2}{2\delta} - \ln\sqrt{1+\left(\frac{s}{2\delta}\right)^2}\right] \qquad (3\text{-}9)$$

단, t: 슬롯 피치, δ : 공극 길이, s: 슬롯 개구 폭을 나타낸다.

또 유도 전동기 제작사에서 사용되는 카터 계수를 구하는 식으로는

$$k_c = k_{c1} \times k_{c2}$$

$$k_{c1} = \frac{\frac{t_{n1}}{w_1}}{\frac{t_{n1}}{w_1} - \frac{\frac{w_1}{\delta}}{5 + \frac{w_1}{\delta}}}, \qquad k_{c2} = \frac{\frac{t_{n2}}{w_2}}{\frac{t_{n2}}{w_2} - \frac{\frac{w_2}{\delta}}{5 + \frac{w_2}{\delta}}} \tag{3-10}$$

여기서, k_{c1}:고정자 카터계수, k_{c2}:회전자 카터계수,
$t_{n1} = \frac{\pi \times d_1}{s_1}$;고정자 슬롯피치, $t_{n2} = \frac{\pi \times d_2}{s_2}$;회전자 슬롯 피치,
w_1:고정자 슬롯 개구부 폭, w_2:회전자 슬롯 개구부 폭,
d_1:고정자 내경, d_2:회전자외경, s_1:고정자 슬롯수, s_2:회전자 슬롯수

원 좌표계에서 순간 $t = 0$ 에서 고정자와 회전자의 축 중심이 일치된 경우, $\alpha = 0$ 이고, 회전자의 각속도는

$$\omega_2 = 2\pi(1-s)f = 2\pi(1-s)n_s p = 2\pi n_m p = p\Omega_m$$

여기서 Ω_m 은 회전자의 각속도, n_m 은 회전자의 회전 속도를 나타낸다.

회전자의 하모닉 퍼미언스의 상대 값은

$$\lambda_{g2}(\alpha, t) = 1 + \sum_{l=1,2,3}^{\infty} A_l \cos[l s_2 (\alpha - \omega_2 t)] \tag{3-11}$$

슬롯이 있는 회전자 및 고정자의 공극은

$$\Lambda_g(\alpha,t)=\Lambda_{g0}\lambda_g(\alpha,t)=\frac{\mu_0}{k_c g}\lambda_g(\alpha,t) \qquad (3\text{-}12)$$

이며, 여기서 $\lambda_g(\alpha,t)$는

$$\begin{aligned}\lambda_g(\alpha,t)&=1+\sum_{k=1,2,3}^{\infty}A_k\cos(ks_1\alpha)+\sum_{l=1,2,3}^{\infty}A_l\cos[ls_2(\alpha-\omega_2 t)]\\&+\frac{1}{2}\sum_{k=1,2,3}^{\infty}\sum_{l=1,2,3}^{\infty}A_kA_l\{\cos[(ls_2+ks_1)\alpha-ls_2\omega_2 t]\\&\times\cos[(ls_2-ks_1)\alpha-ls_2\omega_2 t]\}\end{aligned} \qquad (3\text{-}13)$$

위 식에서 우변 첫 항은 균일한 공극 $g'=k_c g$의 퍼미언스이며, 두 번째 항은 고정자 퍼이언스의 하모닉 식, 세 번째 항은 회전자 퍼미언스의 하모닉 식이고, 마지막 항은 고정자와 회전자의 움직임에 따른 하모닉 퍼미언스 값이다.

3.3 정적 및 동적 편심을 고려한 하모닉 퍼미언스

마그네틱 회로 주위의 공극의 변화량을 시간에 대해 나타내면

$$g(\alpha,t)=R-r-e\cos(\alpha-\omega_\varepsilon t)=g[1-\varepsilon\cos(\alpha-\Omega_\varepsilon t)] \qquad (3\text{-}14)$$

여기서 $g=R-r$, R은 고정자 코어 내경 반지름이고, r은 회전자 코어 외부 반지름 크기를 나타낸다. 상대 편심 크기는 $\varepsilon=e/g$이다. e는 회전자의 편심이고, g는 e가 0에서 균일한 공극을 나타낸다.

각속도 $\Omega_\varepsilon=0$인 정적 편심을 나타내고, 동적 편심 값은

$$\Omega_\varepsilon = \Omega(1-s) = \frac{\omega}{p}(1-s) = 2\pi\frac{f}{p}(1-s) \tag{3-15}$$

이다. 편심이 존재하는 경우, 푸리에 급수에서 계수 값은

$$\Lambda_{g0} = A_0 \big/ 2 = \frac{\mu 0}{g k_c}\frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} \tag{3-16}$$

으로 나타내어진다.

정적 및 동적 편심의 효과는 공극 퍼미언스의 고차 하모닉스에서 계산이 어려워, 대부분 기본 공극 하모닉스 퍼미언스만 고려한다.

정적 편심을 포함하는 $k=1$에서 공극 퍼미언스와 슬롯 개구가 존재하는 퍼미언스를 고려하는 경우의 퍼미언스는

$$\Lambda_{ge,k=1}(\alpha) = \Lambda_{g0}A_{k=1}\lambda_{c1}\cos\alpha = -2\mu_0\frac{\gamma_1}{t_1}k_{ok}^2\lambda_{c1}\cos\alpha \tag{3-17}$$

이며, $\lambda_{c1} = 2\dfrac{1-\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\varepsilon\sqrt{1-\varepsilon^2}}$ 이다.

동적 편심을 포함하는 $k=1$ 에서 공극 퍼미언스와 슬롯 개구가 존재하는 퍼미언스를 고려하는 경우의 퍼미언스는

$$\begin{aligned}\Lambda_{ged,k=1}(\alpha,t) &= \Lambda_{g0}A_{k=1}\lambda_{c1d}\cos(\Omega_\varepsilon t-\alpha) \\ &= -2\mu_0\frac{\gamma 1}{t1}k_{ok}^2\lambda_{c1d}\cos(\Omega_\varepsilon t-\alpha)\end{aligned} \tag{3-18}$$

이며, Ω_ε 은 회전자의 각속도를 나타낸다.

또한 λ_{cld} 를 구하기 위해 정적 편심량 ε 대신에 동적 편심량 ε_d 를 입력한다.

$$\varepsilon_d = \frac{e_d}{g} \tag{3-19}$$

여기서 e_d 는 동적 편심의 크기이다.

정적 및 동적 편심의 효과는 다음의 계수로 표시된다.

$$\lambda_{ge}(\alpha) \approx \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} + 2\frac{1-\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\varepsilon\sqrt{1-\varepsilon^2}}\cos(\alpha) \tag{3-20}$$

$$\lambda_{ged}(\alpha,t) \approx \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon_d{}^2}} + 2\frac{1-\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\varepsilon_d\sqrt{1-\varepsilon_d{}^2}}\cos(\Omega_\varepsilon t-\alpha) \tag{3-21}$$

3.4 포화 효과를 고려한 정적 및 동적 하모닉스 퍼미언스

주 자속 효과에 의한 포화는 공극 퍼미언스에 포화 퍼미언스를 추가한 공극 포화를 계산한다. 유도 전동기의 경우는 포화 시의 퍼미언스를 Λ_{gsat0} 라 하면,

$$\Lambda_{gsat0} = \mu_0\frac{1}{g'} = \mu_0\frac{1}{g\,k_c\,k_{sat}} \tag{3-22}$$

여기서, g 는 공극의 크기, k_c 는 카터 계수이고, μ_0 는 공극 투자율을 나타낸다.

유도 전동기의 경우, 자기 회로도 상의 포화 계수 k_{sat} 의 값의 식은 다음과 같다.

$$k_{sat}=1+\frac{2V_{1t}+V_{1c}+2V_{2t}+V_{2c}}{2\left(\frac{B_g}{\mu_0}\right)g\,k_c} \quad (3\text{-}23)$$

여기서, B_g 는 공극 자속 밀도, V_{lt} 는 고정자 이 부분에서의 자기 전압 강하(mmf) 값, V_{lc} 는 고정자 코어 부분에서의 자기 전압 강하(mmf) 값, V_{2t} 는 회전자 이 부분에서의 자기 전압 강하(mmf) 값, V_{2c} 는 회전자 코어 부분에서의 자기 전압 강하(mmf) 값이다.

위의 자기 전압 강하 값들은 우선 자속 밀도를 구한 후, *B-H* 선도를 이용하여 자장(magnetic field)의 세기(intensity)를 계산하고, 자기 회로상의 각 부분에서의 자장 세기에 Magnetic 회로 길이의 곱으로 계산된다.

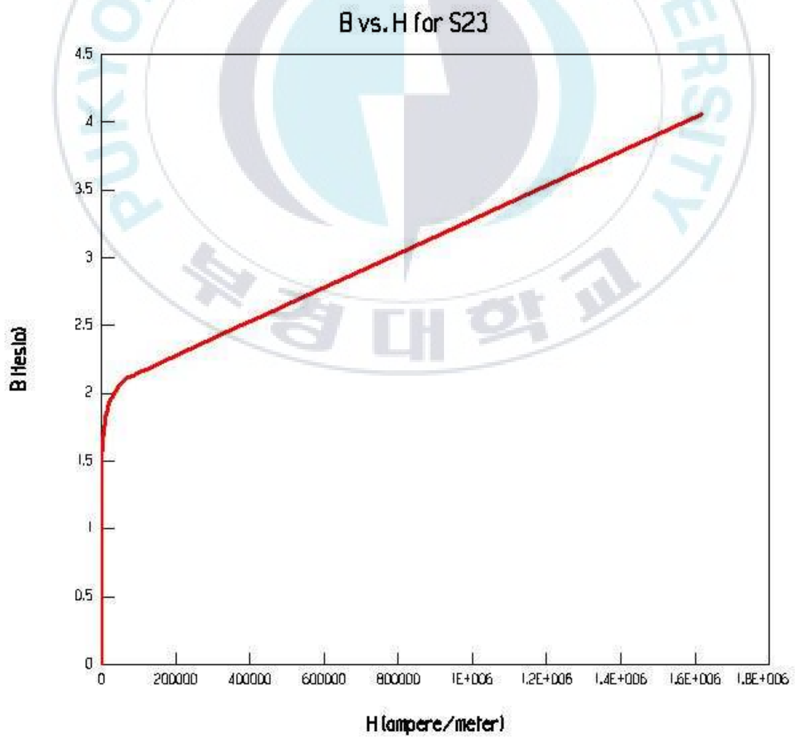


Fig. 3.1 *B-H* curve diagram for silicon steel

고정자 누설 자속 자속에 의한 자속 포화의 영향을 고려 시 고정자 슬롯 개구부 b_{14} 의 폭의 크기 변화와 관련이 있음을 아래에서 보여준다.

고정자 이 상부로부터 포화될 때, 이 상부의 상대 자속 투자율은 매우 작으며, 이 효과는 고정자 슬롯 개구부 폭의 증가와 대등하다. 고정자 누설 자속에 의한 자속 포화는 Norman의 방법에 따라 포함된다. Norman 식에 의하면, 유도전동기의 한 개의 고정자 슬롯의 기자력(mmf)은 다음과 같이 표현된다.

$$F_{sl} = 0.707 I_a \frac{N_c w_1}{a_p}(0.75\frac{w_c}{\tau} + 0.25 + k_{p1} k_{w1} \frac{s_1}{s_2}) \tag{3-24}$$

여기서, N_c는 코일 내 도체 수, w_1는 고정자 권선 층수, a_p는 고정자 권선 병렬회로 수, w_c 는 고정자 코일 피치, τ 는 극 피치, k_{p1} 는 고정자 권선 피치 계수, k_{w1}는 고정자 권선 계수, s_1는 고정자 슬롯 수, s_2는 회전자 슬롯 수이다. 동기 전동기의 경우, $s_2 = 2p$이고 p는 극 쌍의 수이다.

MMF F_{sl} 을 이용하여 이 상부에 포화 시 공극 내 허상의 누설 자속 밀도 값을 계산하면 다음 식으로 나타내어진다.

$$B_{fg} = \frac{F_{sl}}{1.6 \times 10^6 g \left(0.64 + 2.5\sqrt{\frac{g}{t_1 + \tau}} \right)} \tag{3-25}$$

여기서, t_1는 고정자 슬롯 피치이고, τ 는 회전자 극 피치이다.

공극 B_{fg} 내 가상의 자속 밀도는 엄청 큰 값인 약 50 T(테슬라) 값까지 얻을 수 있다. 누설 자속으로 인한 포화 계수 k_{sat} 는 B_{fg} 와 함수 관계가 있으며, 다

음 식으로 유추할 수 있다.

$$k_{sat} \approx \frac{5.25}{7+{B_{fg}}^{2}}+0.25 \tag{3-26}$$

자속 포화로 인한 슬롯 개구부의 증가는 다음과 같이 된다.

$$\Delta b_{14}=(\frac{t1}{3}-b_{14})(1-k_{sat}) \tag{3-27}$$

자속 포화로 인한 슬롯 폭은

$$b_{14sat}=b_{14}+\Delta b_{14} \tag{3-28}$$

여기서 b_{14}는 포화 이전의 고정자의 슬롯 개구부 크기이다.
다른 포화 계수 방법으로 자기 전압 강하 식에 따라,

$$k_{s}=\frac{\sum AT}{AT_{g}}=\frac{AT_{g}+AT_{st}+AT_{sc}+AT_{rc}+AT_{rt}}{AT_{g}} \tag{3-29}$$

즉, 카터 계수를 고려한 공극 기자력 강하(분모)와 폐자로 내의 기자력 강하(분자)의 비가 포화 계수이다. 여기서, B_{g}는 공극 자속 밀도, AT_{g}는 공극에서 자기 전압 강하 값, AT_{st}는 고정자 이 부분에서의 자기 전압 강하(mmf) 값, AT_{sc}는 고정자 코어 부분에서의 자기 전압 강하(mmf) 값, AT_{rc}는 회전자 이 부분에서의 자기 전압 강하(mmf) 값, AT_{rt}는 회전자 코어 부분에서의 자기

전압 강하(mmf) 값이다.

공극의 크기에 의한 이 부분과 코어 부분에서 기자력을 계산한 값을 이용하여 공극에서의 자속 포화에 의한 공극 크기를 계산한다.

$$g_{ec} = g\frac{\sum M}{\sum M - \sum M_c} \tag{3-30}$$

여기서, g_{ec}는 코어 부분의 공극의 크기를 나타내며,

g는 공극 크기,

$\sum M$ 은 총 MMF값이고,

$\sum M_c, \sum M_t$ 는 코어 및 이에서의 MMF값이다.

$$g_{et} = g\frac{\sum M}{\sum M - \sum M_t} \tag{3-31}$$

여기서, g_{et}는 이 부분의 공극의 크기이다.

2부분의 이와 코어 포화로 인한 위의 2식을 이용하여 유효 공극 크기를 계산하면, 코어의 경우

$$g_{ec} - g = \Delta g_{ec} = g\frac{\sum M}{\sum M - \sum M_c} \tag{3-32}$$

그리고 이의 경우

$$g_{et} - g = \Delta g_{et} = g\frac{\sum M}{\sum M - \sum M_t} \tag{3-33}$$

총 실제 공극은

$$g_e = g + \Delta g_{ec} + \Delta g_{et} \tag{3-34}$$

만약 M_c 와 M_t 가 작은 경우 가정 시

$$g_e = g \frac{\sum M}{M_a} \tag{3-35}$$

여기서, M_a 는 공극에서의 MMF이고, g_e 는 자속 포화에 의한 공극의 크기이다.

4. 반경 방향 불평형력에 의한 진동과 소음 가진력 주파수 및 차수 특성

4.1 반경 방향력에 의한 진동, 소음[1,6]

편심에는 각종 형태가 있고, 이러한 편심에 따라 진동, 소음에 미치는 영향이 다르다.

진동에 관계하는 원인으로서는

(1) 질량 불평형 진동

(2) 부가 자계, 역상 자계에 의한 진동 및 토크 맥동

(3) 편심 퍼미언스 차에 의한 2*sf* 울림(beat)

자기 음(magnetic noise)에 관한 요인으로는

(1) 부가 자계에 의한 불평형 자기 흡인력(UMP)

(2) 편심 방향의 고조파 누설 자속 증대에 의한 불평형 자기 흡인력

(3) 부가 자계와 그 외의 공극 조화파의 합성에 의한 저차의 분포력

(4) 공극면 찌그러짐에 기인하는 부가 자계

등을 생각할 수 있다.

이러한 것의 대부분이 회전자에 작용하는 반경방향 자기 흡인력(UMP)이다. 종래의 자기음 이론의 주체는 슬롯 조합에 기인하는 분포력 또는 다각형 진동력에 의한 코어 진동이다. 그러나, 2차 이상의 진동 모드에서는 진폭은 기껏해야 0.5 ~ 1.0 μm order이며, 자기 음의 주요인이나 여기서 다루는 고체 진동의 원인은 아니다. 여기에 대한 편심 부가 자계에 의해 생기는 UMP는 진동 모드 $M = 1$로 불리는 1차 불평형 자기 흡인력으로, 직접 회전자에 작용하고, 강제력

으로서 비교적 강성이 약한 축계를 진동시킨다. 이것이 축계 또는 구조물의 고유 진동수에 접근하면 급격히 진동을 발생시킨다. 이 경우 진폭은 20 ~ 50 μm에 이르는 경우가 있고, 극단적인 경우에는 진동 때문에 앵커 볼트가 파단되는 경우가 있다는 보고도 있다.[(2)] 이런 종류의 진동은 간단히 전자력뿐 아니라 기계 계의 공진 현상이 관계하고, 특히 편심에 기인하는 진동, 자기 음의 증대 현상에는 UMP에 의한 축계의 공진 현상이 관계하는 경우가 많다.

진동 물체의 표면에 대한 음의 크기 (Sound Intensity, SI or I 표기) 의 관계는 식(4.1), (4.2)와 같이 개략적으로 설명할 수 있다.

$$\text{Sound Intensity [dB]} = 10 \log_{10} (I/I_0) \qquad (4\text{-}1)$$

여기서 I: 음장의 단위 면적당 SI (w/m^2), I_0 : 기준 SI (= 10^{-12}[w/m^2])이다.

$$\begin{aligned} \text{Sound Intensity } I &= 1.3\times10^{-4}(2d)^2 f^2 \quad [\text{W/cm}^2] \\ &= 121 + 20\log_{10}(2d\ f) \quad [\text{dB}] \end{aligned} \qquad (4\text{-}2)$$

여기서, $2d$는 진동의 전 진폭[in], f 는 주파수 [Hz]이다.

즉, 음의 세기는 진동의 진폭치 d 및 주파수 f 의 제곱에 비례한다는 것을 의미한다. 일반적으로 진동과 소음의 특성은 운동 방정식과 경계 조건에 대해 유한 요소법 또는 경계 요소법을 이용하여 해석이 가능하다. 전동기 고정자로부터 소음 크기의 계산은 특정한 주파수가 주어진 경우 계산이 된다.

전체 소음 크기의 계산은 전 영역의 주파수 범위에서 단순 구조 요소의 소음 영향을 근거로 해서 계산된다.

특히 고정자로부터 발생된 소음은 전자력 내 공간/시간 고차 조화 주파수가

고정자의 고유 진동수가 근접 시에 관심의 대상이 된다.

고정자의 외부 표면으로부터 방출되는 m차 모드에서 Sound Power(W)는 다음 식으로 나타내어진다.

$$I \approx I_m = \rho_0 c_0 (\frac{\omega A_m}{\sqrt{2}})^2 \sigma_m S_f \qquad (4\text{-}3)$$

음압의 크기는 위의 소음크기로부터 $L_w = 10\log 10 \frac{I}{10^{-12}\,\mathrm{W}}$ dB로 나타낸다.

여기서, S_f는 고정자의 외부 표면적, ρ_0는 공기의 밀도(= 1.188 kg/m^3), c_0는 음속 (= 340 m/s), A_m은 반경 방향 진동 변위, σ_m은 m차 진동 모드에서 모드 방출 효율, 그리고 $\omega = 2\pi f$를 나타낸다.

반경 방향 진폭 A_m은 다음 식으로 나타내어진다.

$$A_m = \frac{F_m / M}{\sqrt{(\omega_m{}^2 - \omega_r{}^2)^2 + 4\varsigma_m{}^2 \omega_r{}^2 \omega_m{}^2}} \qquad (4\text{-}4)$$

여기서 M은 실린더 형상 구조물의 질량, ω_m은 모드 m에서 각 고유 진동수, ω_r은 r차의 외력 요소에 의한 각 주파수이고, ς_m은 모드 감쇠비(modal damping) $(= \frac{1}{2\pi}[2.76\times10^{-5} f_m + 0.062])$, F_m은 힘의 크기로 $(= \pi D_{1in} L_i P_{mr})$이다. P_{mr}은 식(4.14)~(4.16)에서 설명한다.

4.2 반경 방향의 자기 압력[(6)]

3상 유도 전동기에 있어서 MMF의 크기는 고정자, 회전자에 대해 아래와

같이 나타낸다.

고정자의 경우,

$$F_1(\alpha,t)=\sum_{v=1}^{\infty}F_{mv}\cos(vp\alpha\mp\omega t) \qquad (4\text{-}5)$$

회전자의 경우,

$$F_2(\alpha,t)=\sum_{\mu=1}^{\infty}F_{m\mu}\cos(\mu p\alpha\mp\omega_\mu t+\phi_\mu) \qquad (4\text{-}6)$$

여기서 α 는 좌표 중심으로부터 떨어진 각 거리, p 는 극 쌍 수, ϕ_μ 는 고정자와 회전자의 동일한 고조파 차수에서의 양자 간 벡터 각, v,u 는 고정자와 회전자의 공간 고조파 차수, $\omega=2\pi f$, $F_{mv},F_{m\mu}$ 는 v, u 고조파 차수에서 피크 값을 나타낸다. 또한 $p\alpha=\pi x/\tau$ 값을 나타내며 여기서 τ 는 극 피치 값, x 는 주어진 축에서의 선형 거리를 나타낸다.

상당 극당 슬롯 수는 q_1 이며, v,u 의 고정자와 회전자에서 고조파 차수를 나타내면, $v=2m_1k\pm1$, $u=k\dfrac{s_2}{p}\pm1$ 로 된다. 여기서 m_1 는 고정자 상수이고, s_2 는 회전자 슬롯 수, k 는 정수를 나타낸다.

어느 각도 α 에서의 순간 공극에서의 전자력 자속 밀도 값은 일반 식

$$b(\alpha,t)=F(\alpha,t)\Lambda_g(\alpha) \qquad (4\text{-}7)$$

에서 고정자의 자속 밀도 값으로 표시하면 아래와 같다.

$$b_1(\alpha,t) = F_1(\alpha,t)\Lambda_g(\alpha) = \sum_{v=1}^{\infty} B_{mv}\cos(vp\alpha \mp \omega t) \qquad (4\text{-}8)$$

회전자에 대한 자속 밀도 값을 표시하면

$$b_2(\alpha,t) = F_2(\alpha,t)\Lambda_g(\alpha) = \sum_{\mu=1}^{\infty} B_{m\mu}\cos(\mu p\alpha \mp \omega_\mu t + \phi_\mu) \qquad (4\text{-}9)$$

과 같이 된다.

일반적 맥스웰 응력 텐서 식에 따른 단위 면적당 반경 방향 하중, 즉 자기력 식은 공극의 어느 곳에서 다음과 같이 나타낸다.

$$p_r(\alpha,t) = \frac{1}{2\mu_0}[b^2(\alpha,t) - b_t^{\,2}(\alpha,t)] \qquad (4\text{-}10)$$

기존에 알려진 바와 같이, 접선 방향의 자속 밀도 값 $b_t(\alpha,t)$ 은 반경 방향에 비해 적기 때문에 무시하고 표시할 수 있다. 즉,

$$p_r(\alpha,t) \approx \frac{b^2(\alpha,t)}{2\mu_0} = \frac{1}{2\mu_0}[F_1(\alpha,t) + F_2(\alpha,t)]^2 \Lambda g^2(\alpha,t) \qquad (4\text{-}11)$$

$$= \frac{1}{2\mu_0}[F_1^{\,2}(\alpha,t)\Lambda g^2(\alpha,t) + 2F_1(\alpha,t)F_2(\alpha,t)\Lambda g^2(\alpha,t) + F_2^{\,2}(\alpha,t)\Lambda g^2(\alpha,t)]$$

$$= \frac{[b_1(\alpha,t)]^2 + 2b_1(\alpha,t)b_2(\alpha,t) + [b_2(\alpha,t)]^2}{2\mu_0}$$

위 식에서 3개 그룹의 반경 방향 힘을 나타낸다. 여기서 $[b_1(\alpha,t)]^2$ 은 v 차 고정자 조화 차수에 의한 자속 밀도 값을 나타내는데, 반경 방향 하중 식으로

표시하면 다음과 같다.

$$p_{rv}(\alpha,t)=\frac{[B_{mv}\cos(vp\alpha\mp\omega t)]^2}{2\mu_0}=\frac{{B_{mv}}^2}{4\mu_0}[1+\cos(2vp\alpha\mp 2\omega t)] \tag{4-12}$$

두 번째 항에서 고정자 v차 및 회전자 u차 고조파의 $2b_1(\alpha,t)b_2(\alpha,t)$식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p_{rvu}(\alpha,t) &= \frac{2B_{mv}\cos(vp\alpha\mp\omega t)B_{mu}\cos(up\alpha\mp\omega_u t+\phi_u)}{2\mu_0} \\ &= \frac{1}{2\mu_0}B_{mv}B_{mu}\{\cos[(vp\alpha\mp\omega t)-(up\alpha\mp\omega_u t+\phi_u)] \\ &\quad +\cos[(vp\alpha\mp\omega t)+(up\alpha\mp\omega_u t+\phi_u)]\} \end{aligned} \tag{4-13}$$

세 번째 항은 u차 회전자 조화 차수에 의한 자속 밀도 값 $[b_2(\alpha,t)]^2$이며, 반경 방향 하중 식으로 표시하면

$$p_{ru}(\alpha,t)=\frac{[B_{mu}\cos(up\alpha\mp\omega_{u,n}t+\phi_{u,n})]^2}{2\mu_0}=\frac{{B_{mu}}^2}{4\mu_0}[1+\cos(2up\alpha\mp 2\omega_{u,n}t+2\phi_{u,n})] \tag{4-14}$$

로 나타내어 진다.

위 각 식에서 ${B_{mv}}^2/(4\mu_0), {B_{mu}}^2/(4\mu_0)$값은 정적인 자기 압력의 상수 값으로 공극 내에서 전체 균일하게 작용함으로 소음 발생에 영향력이 없어 무시할 수 있는 상수 값이다. 위 식에서 단위 면적당 자기력은 다음의 일반 식으로 나타

낼 수 있다.

$$p_r(\alpha,t)=P_{mr}\cos(r\alpha-\omega_r t) \tag{4-15}$$

여기서 P_{mv} 은 자기 압력 크기, ω_r 은 각 주파수, $r=0,1,2,3...$ 은 반경 방향 자기력 차수를 나타낸다.

반경 방향력은 각속도 ω_r/r 과 주파수 $f_r=\omega_r/(2\pi)$ 로 고정자 내경 원주 방향에 작용한다.

4.3 반경 방향 자기 압력의 진폭[(6)]

차수 r에서 반경 방향 자기 압력의 진폭 P_{mr} 은 자속 밀도의 고차 조화파 값으로 구할 수 있다. v 차수의 고정자 고차 조화성분에 의한 진폭 크기는 아래의 식으로 나타낸다.

$$P_{mr}=\frac{B_{mv}^2}{4\mu_0}\ (\mathrm{N/m^2}) \tag{4-16}$$

고정자 v 고조파 차수와 회전자 u 고조파 차수에서 진폭 크기는

$$P_{mr}=\frac{B_{mv}B_{mu}}{2\mu_0}\ (\mathrm{N/m^2}) \tag{4-17}$$

차수 u의 회전자 고차 조화성분에 의한 진폭 크기는

$$P_{mr} = \frac{B_{mu}^{\ 2}}{4\mu_0}\ (\mathrm{N/m^2}) \tag{4-18}$$

반경력의 크기를 계산하기 위해 압력 진폭 P_{mr} 에 $\pi D_{1in} L_i$ 을 곱해야 하며, 여기서 D_{1in} 는 고정자 코어의 내경, L_i 는 고정자 코어의 유효 길이를 나타낸다.

4.4 고정자 코어의 변형[(6)]

순수 고정자 코어의 원주 방향 진동 모드의 변위 Δd 는 힘 차수 r[(7)]의 4배의 역수 값이다.

$$\Delta d \propto {}^{1}\!/_{r^4} \tag{4-19}$$

전자력의 최소 주파수는 $fr = 2f$ 로 2배의 전원 주파수이고, 힘 차수는 $r = 2p$ 이다. 즉, 2극 전동기의 경우 힘 차수 $r = 2$ 이고, 4극 전동기의 경우 힘 차수는 $r = 4$ 로서 4극 경우 전자력은 2극 전동기에 비해 1/16이다.

다른 극 수의 전동기 보다 2극 전동기에서 2배 전원 주파수의 소음이 주로 작용하고 있다.

Fig. 4.1에서 진동 모드 $r = 0$ 에 대해, “숨쉬기” 모드인 $r = 0$ 에서 반경 방향 전자력 밀도는 다음 식으로 나타낸다.

$$p_0 = p_{mr=0} \cos \omega_0 t \tag{4-20}$$

위 식은 고정자 원주 주위를 균일하게 분포되어 있으며, 시간에 따라 주기적으로 변화하는 것을 나타낸 것이다.

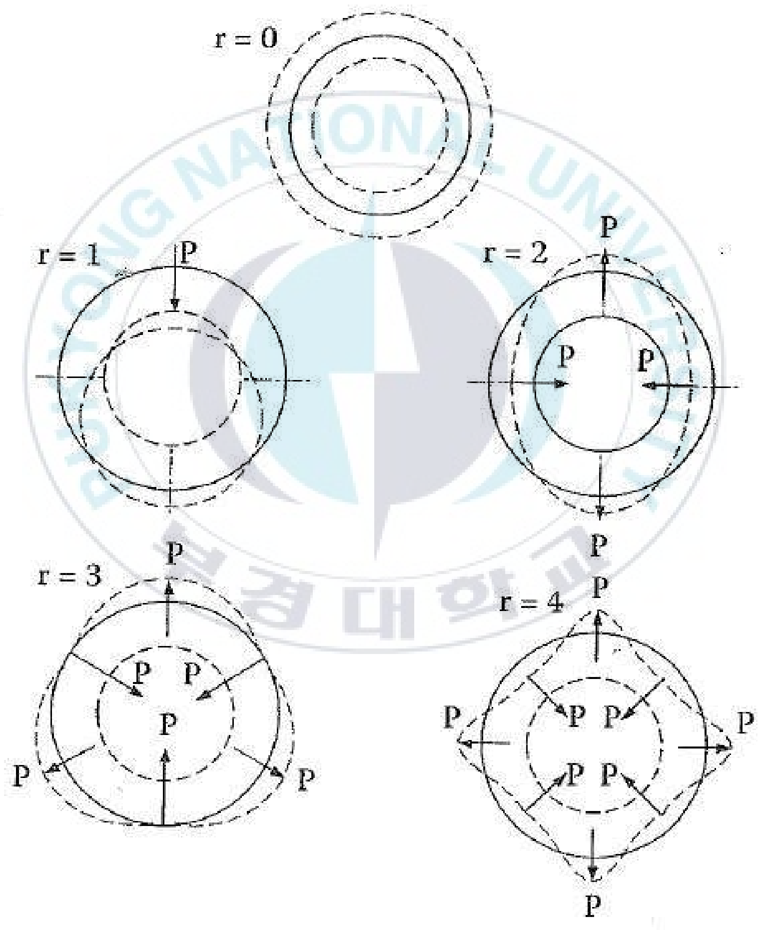


Fig. 4.1 Deformation of the core caused by the space distribution of radial force

"숨쉬기" 모드 $r=0$는 저차 진동의 유해한 소음을 일으킨다.[8]

진동 모드 $r=1$에 대해, "빔 굽힘" 모드인 $r=1$[9]에서 반경 방향 압력은

$$p_1 = p_{mr=1}\cos(\alpha - \omega_1 t) \tag{4-21}$$

과 같이 나타내며, 회전자의 한쪽 방향으로 전자 인발력을 만들어낸다. 인발력 회전 각속도는 ω_1을 나타낸다.

진동 모드 $r=2,3,4$에 대해, 고정자에서 "타원 모드" $r=2$과 $r=3,4...$웨이브 형상 변형이 발생한다. Fig. 4.1에 각 차수 별 진동 모드를 보여 주고 있다.

4.5 자기 압력의 주파수 및 차수[6]

앞의 식으로부터 반경 방향 자기 압력(magnetic pressure)의 각 주파수(angular frequency)와 차수는 다음과 같이 나타낸다.

v차의 고정자 고주파에서의 각속도, 주파수 및 차수는 다음과 같다.

$$\omega_r = 2\omega; \qquad f_r = 2f; \qquad r = 2vp \tag{4-22}$$

고정자 v 고조파 차수와 회전자 u 고조파 차수에서 주파수 및 차수는 아래 식과 같다.

$$\omega_r = \omega \pm \omega_u; \qquad f_r = f + f_u; \qquad r = (v \pm u)p \tag{4-23}$$

u 차수의 회전자 고차 조화 성분에 의한 주파수 및 차수는 다음과 같다.

$$\omega_r = 2\omega_u; \qquad f_r = 2f_u; \qquad r = 2up \tag{4-24}$$

고정자 고주파 차수에서 기본 공간 고조파 $(v = 1)$에서 반경 방향 자기 압력 주파수는 $f_r = 2f$ 이고, 그 차수는 원주 방향 진동 모드인 $r = 2p$ 이다.

u 에서의 회전자 조화 성분의 진동 모드는 $r = 2up = 2(1 \pm 2k)p$ 이고, 주파수는 $f_r = 2f_u$ 이다. 특히 유도 전동기에서의 회전자 조화성분 주파수는

$$f_r = 2f[1 \pm k(s_2 / p)(1 - s)] \tag{4-25}$$

이며, 여기서 $u = 1 \pm 2k$, $k = 1, 2, 3...$ 이고, s 는 슬립을 나타낸다.

4.6 진동 및 소음 주파수[(6)]

4.6.1 고정자와 회전자 권선의 고차 조화 성분 차수

고정자 권선 고조파 차수는 다음과 같이 나타내어진다.

$$r = p(6k \pm 1) \tag{4-26}$$

여기서 p 는 극 쌍 수, $k = 1,2,3...$ 을 나타낸다.

4.6.2 고정자 슬롯 고조파 차수

고정자 슬롯 자체의 고조파 차수는 고정자 슬롯과 극 쌍 수와 관계가 있으

며, 다음의 식으로 나타낸다.

$$r = (k \times s_1 \pm p) \qquad (4\text{-}27)$$

여기서 p는 극 쌍 수, $k = 1, 2, 3...$이고, s_1은 고정자 슬롯 수이다.

4.6.3 회전자 슬롯 고조파 차수

회전자 슬롯 자체의 고조파 차수는 회전자 슬롯과 극 쌍 수와 관계가 있으며, 다음의 식으로 나타낸다.

$$r = (k \times s_2 \pm p) \qquad (4\text{-}28)$$

여기서 p는 극 쌍 수, $k = 1, 2, 3...$이고, s_2은 고정자 슬롯 수이다.

4.6.4 고정자 공간 고차 조화력에 의한 주파수 및 차수

앞의 고정자 공간 고차 조화 식에서 반경 방향의 자기력 주파수는 $f_r = 2f$로 기본 주파수의 2배 주파수이고, 고정자 슬롯 고조파 차수는

$$r = 2vp = 2(ks_1 \pm p) \qquad (4\text{-}29)$$

이며, $v = k\,s_1 / p \pm 1$이다.

4.6.5 고정자와 회전자 조화 상호 작용력에 의한 주파수 및 차수

고정자와 회전자 조화 상호 작용에 의한 유도 전동기에서 회전자 슬롯 조화에 의한 각 주파수는[10]

$$\omega_u = \omega \pm ks_2\Omega_m = \omega \pm ks_2[2\pi \frac{f}{p}(1-s) = 2\pi f[1 \pm k\frac{s_2}{p}(1-s)] \qquad (4\text{-}30)$$

이며, 여기서 $\Omega_m = 2\pi f(1-s)/p$ 으로 회전자의 기계적 각속도를 나타낸다.

고정자와 회전자 슬롯 조화 성분으로부터 반경 방향의 각 주파수는 다음과 같다.

$$\omega_r = \omega \pm \omega_u = \omega \pm \omega \pm ks_2[2\pi \frac{f}{p}(1-s)] \qquad (4\text{-}31)$$

반경 방향 주파수의 크기는

$$f_r = f\,k\frac{s_2}{p}(1-s) \quad \text{또는} \quad f_r = f\,[k\frac{s_2}{p}(1-s) \pm 2] \qquad (4\text{-}32)$$

이다. 앞 식에서 차수는 $r = (v+u)p = ks_1 \pm ks_2 \pm 2p$ 이며, 여기서 $v = k\,s_1/p \pm 1$ 이고, $u = k\,s_2/p \pm 1$ 이다.

4.6.6 회전자 공간 고차 조화력에 의한 주파수 및 차수

앞 식에서 유도 전동기의 각 주파수와 반경 방향 자기력 주파수는 다음과 같다.

$$\omega_r = 2\omega_u = 2(\omega \pm ks_2\Omega_m) = 4\pi f[1 \pm k\frac{s_2}{p}(1-s)] \qquad (4\text{-}33)$$

각 주파수의 크기는

$$f_r = 2f[1 \pm k\frac{s_2}{p}(1-s)] \tag{4-34}$$

회전자의 반경 방향력 차수는 $r = 2up = 2(ks_2 \pm p)$ 이다.

4.6.7 편심 작용에 따른 방향력에 의한 주파수 및 차수

정적 편심에 따른 자속 밀도의 각 주파수는 $\omega = 2\pi f$ 이고, 동적 편심에 따른 자속 밀도의 각 주파수는 $\omega \pm \Omega_e$ 이다.

$v = 1$ 차수에서 편심에 의한 유도 전동기에서 고 주파 반경 방향력의 각 주파수는 다음의 식과 같다.

$$\Omega_{re} = \omega \pm \Omega_e \pm \omega_{v=1} + \omega[k\frac{s_2}{p}(1-s)] \tag{4-35}$$

위 식에서 정적 편심 $(\Omega_e = 0)$ 에서 주파수는 아래와 같이 나타낸다.

$$f_{re} = f[2 + k\frac{s_2}{p}(1-s)] \text{ 및 } f_{re} = fk\frac{s_2}{p}(1-s) \tag{4-36}$$

기본 편심 고조파에 의한 차수는 $r = 1$, r =2이다.

위에서 나타낸 주파수 및 차수는 한 측면으로의 흡입 자기력 값이며, 편심에 의한 고차 조화 차수는 다음과 같다.

$$r_e = (v_e + u_{e)}p = [1 \pm \frac{1}{p} \pm (k\frac{s_2}{p} + 1 \pm \frac{1}{p})]p = p \pm 1 \pm (ks_2 + p \pm 1) \tag{4-37}$$

동적 편심 $\Omega_e = 2\pi(f/p)(1-s)$ 에 의한 유도 전동기에서 고 주파 반경 방향력의 각 주파수 크기는 다음과 같다.

$$\Omega_{re} = \omega[1 \pm \frac{1}{p}(1-s) \pm 1 \pm k\frac{s_2}{p}(1-s)] \tag{4-38}$$

위 식에서 편심에 의한 반경 방향력 주파수는 아래와 같다.

$$f_{re} = f[2 \pm \frac{1}{p}(1-s) + k\frac{s_2}{p}(1-s)];\ f_{re} = f[\frac{1}{p}(1-s) + k\frac{s_2}{p}(1-s)] \tag{4-39}$$

4.6.8 자기 포화에 의해 발생하는 반경 방향력에 의한 주파수 및 차수

자속 포화 작용에 의한 반경 방향력 고차 조화 차수에 대한 각 주파수, 차수, 주파수를 알아 본다. 회전자의 포화 고조파의 각 주파수는 다음과 같다.

$$\omega_u = 3\omega + ks_2\Omega = 3\omega \pm k[2\pi f\frac{s_2}{p}(1-s)] \tag{4-40}$$

자기 회로의 포화에 따른 반경 방향 자기력의 차수 및 각 주파수는 다음과 같이 나타내어진다.

$$\omega_{rsat} = \omega \pm \omega_u = \omega \pm 3\omega \pm k[2\pi\frac{s_2}{p}(1-s)] \tag{4-41}$$

$$r = (v \pm u)p = (k\frac{s_1}{p} \pm 1 \pm k\frac{s_2}{p} + 3)p$$

다음은 반경 방향 자기력의 포화에 따른 주파수 및 차수를 구해 보면 다음

과 같다.

$$\text{차수 } r = ks_1 + ks_2 + 4p\text{에서} \quad f_{rsat} = [k\frac{s_2}{p}(1-s)+4]f \tag{4-42}$$

$$\text{차수 } r = ks_1 + ks_2 + 2p\text{에서} \quad f_{rsat} = [k\frac{s_2}{p}(1-s)+2]f \tag{4-43}$$

앞에서 언급한 반경 방향 자기력에 의한 주파수 및 차수를 정리하면, Table 4.1과 같다.

Table 4.1 Frequency and order of radial magnetic force produced by higher space harmonics in induction motor

Source	Frequency (Hz)	Order (circumferential mode)
Product of stator space harmonics b_v^2	$f_r = 2f$	$r = 2(ks_1 \pm p)$ $k = 0,1,2,3..$
Product of 4 harmonics b_u^2	$f_r = 2f[1 \pm k(s_2/p)(1-s)]$ where, s ; slip	$r = 2(ks_2 \pm p)$
Product of stator and rotor space harmonics, $b_v b_u$ where $v = ks_1/p \pm 1, u = ks_2/p \pm 1$	$f_r = [(k(s_2/p)(1-s) \pm 2]f$	$r = ks_1 \pm ks_2 \pm 2p$
Product of stator and rotor Static eccentricity space harmonics $b_v b_u$	$f_r = [2 + k(s_2/p)(1-s)]f$ $f_r = [k(s_2/p)(1-s)]f$	$r = 1$ $r = 2$
Product of stator and rotor dynamic eccentricity space harmonics $b_v b_u$	$f_r = [2 \pm (1-s)/p + k(s_2/p)(1-s)]f$ $f_r = [(1-s)/p + k(s_2/p)(1-s)]f$	$r = 1$ $r = 2$
Product of stator and rotor magnetic saturation space harmonics $b_v b_u$	$f_r = [k(s_2/p)(1-s)+4]f$ $f_r = [k(s_2/p)(1-s)+2]f$	$r = ks_1 + ks_2 + 4p$ $r = ks_1 + ks_2 + 2p$

5. 해석 및 측정 결과의 비교 검증

5.1 실제 제품의 편심에 의한 소음

전동기에서 소음과 진동을 일으키는 인자로서 정적 편심, 동적 편심 및 포화 효과에 의한 인자들이 실제 있음을 앞장에서 설명하였다. 그 중에서 정적 편심을 실제 전동기 제품에 대해 적용 했을 때 소음 및 진동을 무부하 상태에서 계측하고 그 특성 분석과 함께, 계산 값과 비교 분석하고자 한다.

5.1.1 편심 작용에 의한 소음 계측

실측 대상 전동기의 주요 시방은 Table 5-1에 표시된 내용과 같다.

Table 5.1 Specification of electric motor

Specification	Value	Remark
Motor type	Cage	
Specification (kW)	200	
Phase, frequency (Hz)	3 Ph 60	
Voltage (V)	440	
Pole number	2	
No. of stator slot	60	
No. of rotor slot	50	
Air gap (mm)	1.45	
Air gap flux density (Tesla)	0.324	Calculated by Chapt.2
Slip	0	At No load condition

전동기의 정적 편심을 작용시키기 위해 엔드 쉴드 부위를 조정 가능하게 하

였다. Table 5.2는 고정자와 회전자 권선 고조파 차수, 고정자 슬롯 고차 조화 차수, 회전자 슬롯 고차 조화 차수, 고정자와 회전자 공간 고차 조화 차수, 고정자와 회전자 정적 처짐 공간 고차 조화 차수, 고정자와 회전자 동적 편심 공간 고차 조화 차수, 고정자와 회전자 자속 포화 공간 고차 조화 차수를 실험 전동기를 이용하여 4장에 언급한 식으로 계산한 값이다.

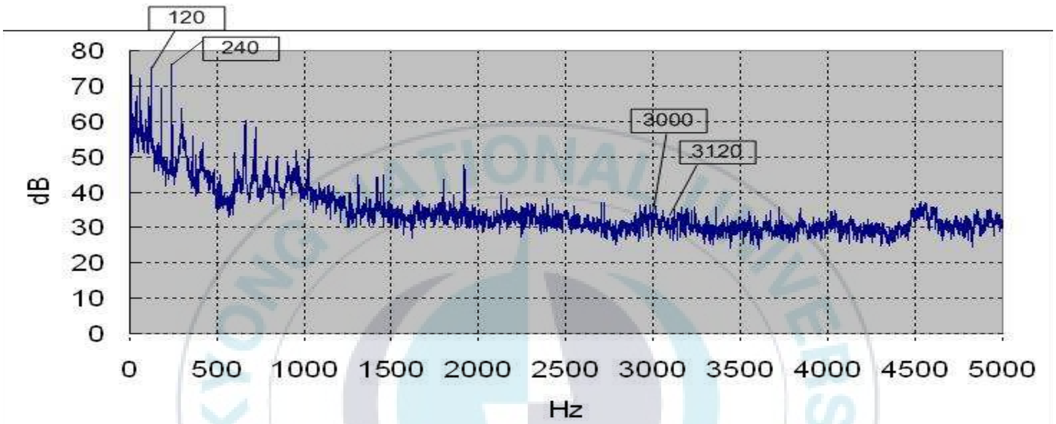
Table 5.2 Simulated order of wave for motor

Source	Frequency order
Stator and rotor winding harmonics	5, 7
Stator slot harmonics	59, 61
Rotor slot harmonics	49, 51
Stator and rotor space harmonics	48, 50, 52
Stator and rotor static eccentricity space harmonics	2, 50, 52
Stator and rotor dynamic eccentricity space harmonics	1, 3, 51, 53
Stator and rotor magnetic saturation space harmonics	46, 48, 52, 54

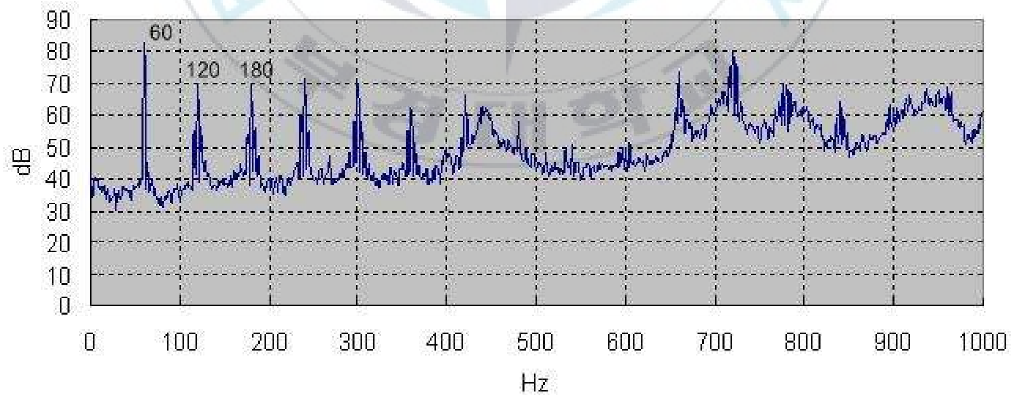
Fig. 5.1 Test equipment

1) 편심이 없는 경우 소음, 진동 측정 및 반경 방향력 계산

회전자에 편심이 없을 때, 전동기 음압 스펙트럼의 측정 값을 Fig. 5.2(a)에 나타내고, Fig. 5.2(b)는 진동 측정값을 나타낸 것이다. Fig. 5.3는 Table 5.1에 언급한 전동기의 자속만 고려 시 계산된 자속 밀도 값을 입력으로 하여 정적 편심 0%일 때의 반경 방향의 전자력 계산 값을 나타낸 그림이다.



(a) Measured sound pressure spectrum



(b) Measured vibration level spectrum

Fig. 5.2 Measured sound pressure spectrum and vibration level spectrum at 3600 rpm, 0% eccentricity, and no load condition

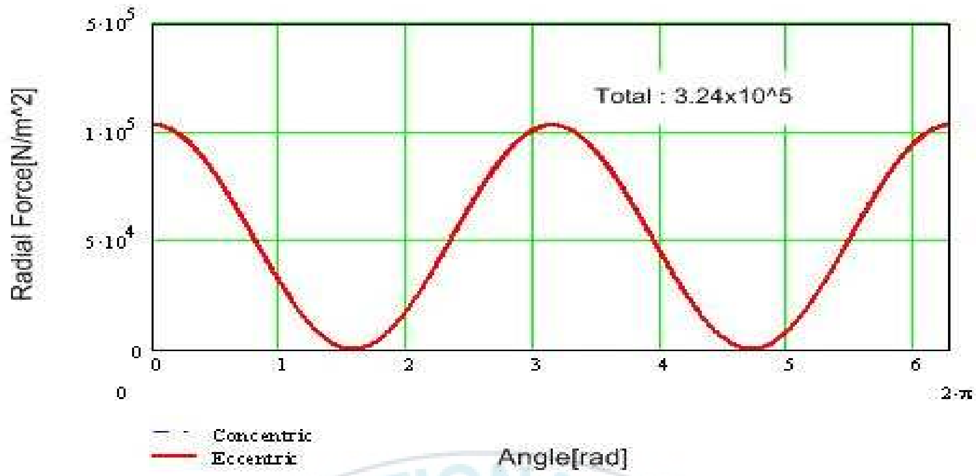
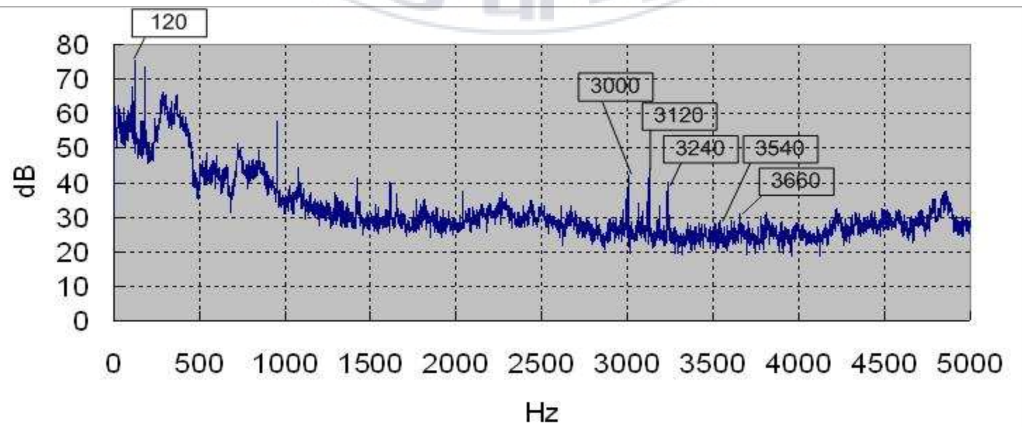


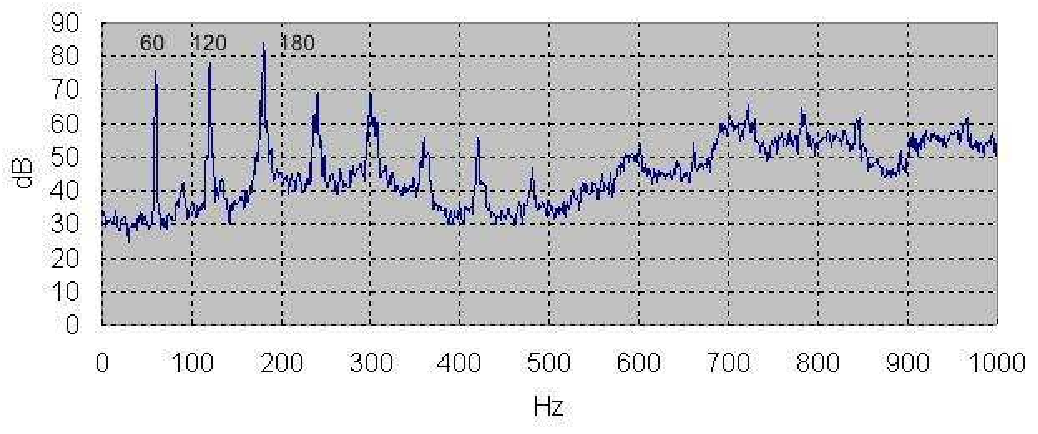
Fig. 5.3 Simulated radial magnetic force for 0% rotor eccentricity

2) 편심이 50%인 경우 전반 소음 측정 및 반경 방향력 계산

회전자 정적 편심이 50%일 때의 전동기 음압 스펙트럼 측정값을 Fig. 5.6에 나타낸다. Fig. 5.5는 Table 5.1에 언급한 당 전동기의 자속만 고려 시 계산된 자속 밀도 값을 입력으로 하여 정적 편심 50%일 때의 반경방향 전자력을 나타낸 그림이다.



(a) Measured sound pressure spectrum



(b) Measured vibration level spectrum

Fig. 5.4 Measured sound pressure spectrum and vibration level spectrum at 3600rpm, 50% eccentricity, and no load condition

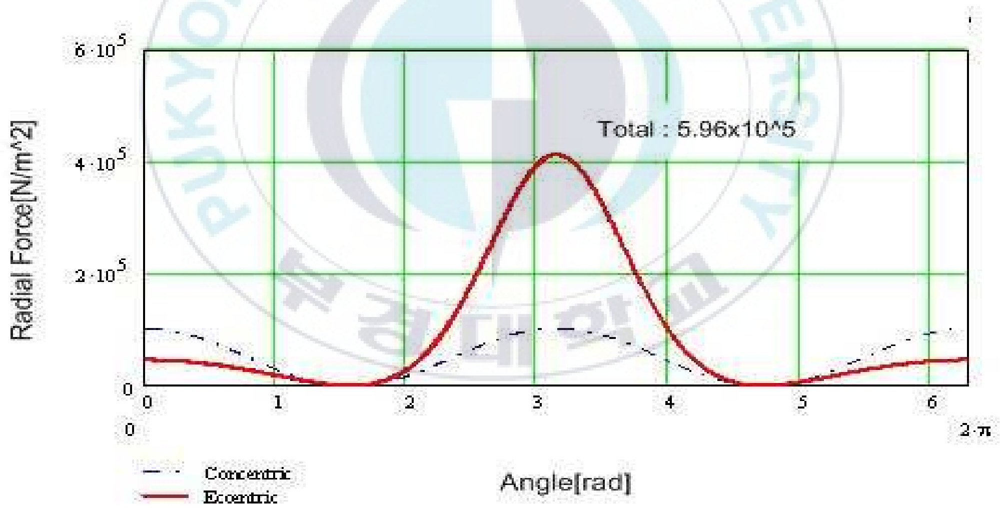


Fig. 5.5 Simulated radial magnetic force for 50% rotor eccentricity

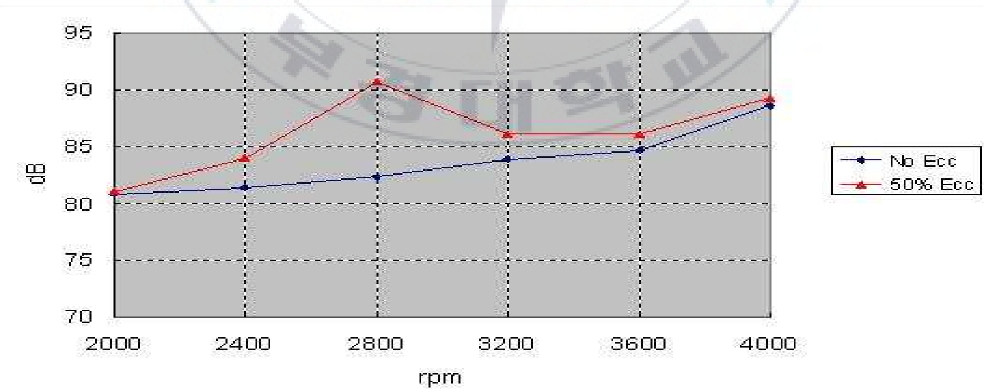
무부하 상태에서 Fig. 5.2의 편심이 없는 경우와 Fig. 5.4의 편심 50%가 주어진 경우에 대해 실측한 결과, 진동의 경우 편심 50% 작용한 경우 2x 및 3x에서 각각 12% 및 21% 큰 값으로 나타났다.

이는 편심이 없는 경우와 편심이 50% 존재하는 경우(Fig. 5.3과 5.5), 반경 방향 작용력의 이론적 계산에 의한 크기는 각각 3.24×10^5 Pa 및 5.96×10^5 Pa로 편심이 50% 작용하는 경우가 크게 되어 진동 크기를 증대 시켰음을 알 수 있다.

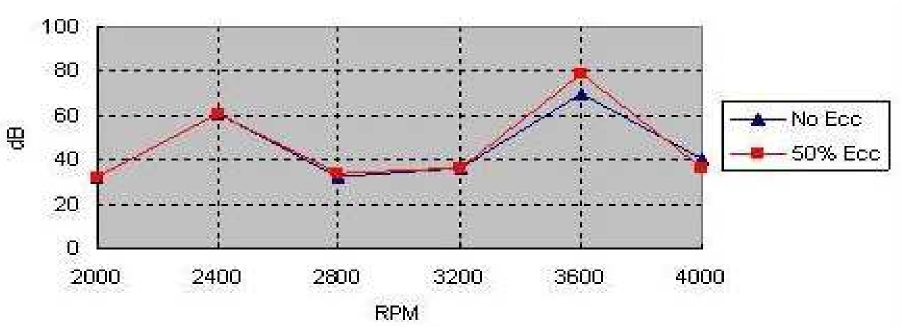
소음은 편심이 없는 경우와 50% 편심이 존재하는 경우 크기는 다르지만 슬롯 고조파에 의한 주파수가 계측되었다. 정적 편심 50%를 적용한 경우 Table 5.2의 계산 값과 같이 정적 편심에 의한 주파수가 50차수와 52차수가 탁월하게 편심이 없는 상태와 차이가 있음을 실험으로 검증하였다.

3) 속도 및 편심 변화에 따른 소음 및 진동 실측

회전 속도를 2000 rpm에서 4000 rpm까지 400 rpm 간격을 두고 무부하 상태에서 편심이 없는 상태와 편심이 기존 공극의 50% 주어진 경우 전반적 소음 및 진동을 실측을 하였다. Fig. 5.6은 정적 편심 0% 그리고 50%를 부여한 경우, 실제 소음 크기의 변화 및 진동 크기의 변화를 속도에 따라 측정한 값이다.



(a) Average sound pressure



(b) Average vibration level

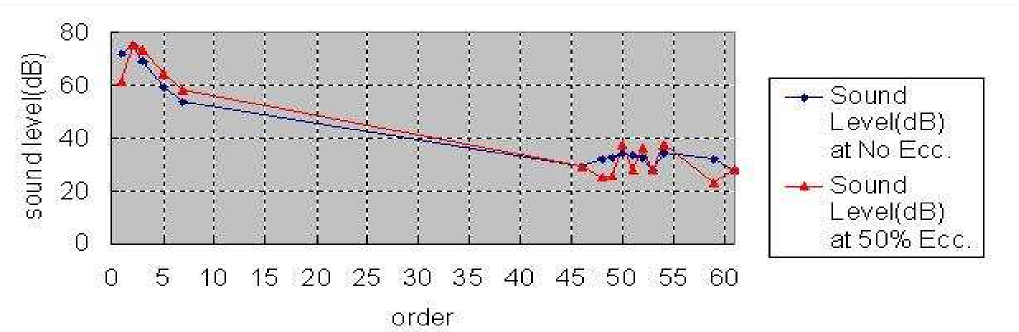
Fig. 5.6 Average sound pressure and vibration level for 0% and 50% static eccentricity at no load condition

Fig. 5.6에서와 같이 편심이 없는 경우, 소음의 크기가 평균 83.6 dB, 50% 편심이 존재하는 경우 86.2 dB로 2.6 dB가 크게 계측되었다.

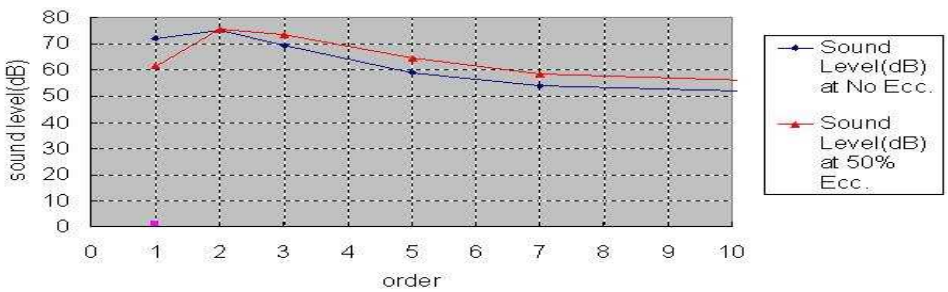
진동의 경우, 무부하로 2000 rpm에서 4000 rpm까지 속도 변화를 주면서 2x 진동의 평균적 크기를 분석한 결과, 50% 편심이 주어진 경우 편심이 없는 경우 보다 3% 정도 진동 증가를 보였다.

이와 같이 전반적 소음 및 진동의 크기는 공극의 편심 작용 크기에 따라 증가함을 알 수 있다.

Fig. 5.7은 무부하 정격 회전수 3600 rpm에서 정적 편심 0% 및 50%시의 소음 발생 유발 주파수 차수에서 계측된 주파수의 크기를 비교하였다.



(a) Noise order (all)



(b) Noise frequency order (0-10)

(c) Noise frequency order (45-62)

Fig. 5.7 Comparison noise level for applying static eccentricity 0% and 50%

Fig. 5.7과 같이 실제 계측 결과, 정적 편심이 없는 경우와 정적 편심이 50% 작용하는 경우 계산 결과와 같이 이 실험 전동기의 정적 편심 작용 시 발생하는 주파수 차수는 50차수와 52 차수가 확실하게 편심이 50%인 경우 크게 나타남을 보여주고 있다.

5.2 편심에 의한 자속 밀도

5.2.1 편심 작용에 의한 FEM에 의한 자속 밀도 해석

해석 전동기의 시방을 이용하여 편심의 작용에 따른 자속 밀도의 해석 결과를 나타낸다. Maxwell V.11 소프트웨어를 이용한 해석 시 코어의 슬롯 효과 및 포화 효과를 모두 포함하여 FEM 해석한 결과이다.

해석 모델의 사양은 600 Hp, 2극, 6600 V, 공극 2.8 mm, 회전자 외경 264.4 mm, 고정자 슬롯수 36개, 회전자 슬롯수 47개, 순수 적층 철심 길이 371 mm 이다.

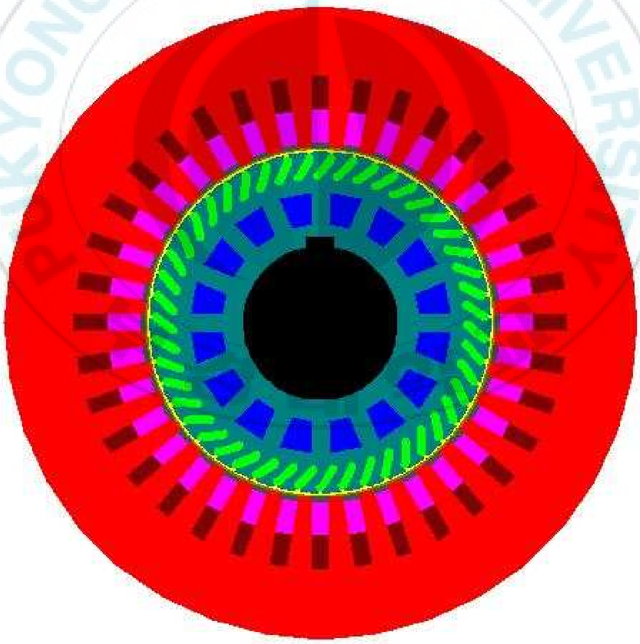


Fig. 5.8 FEM modeling

1) 편심이 없는 경우

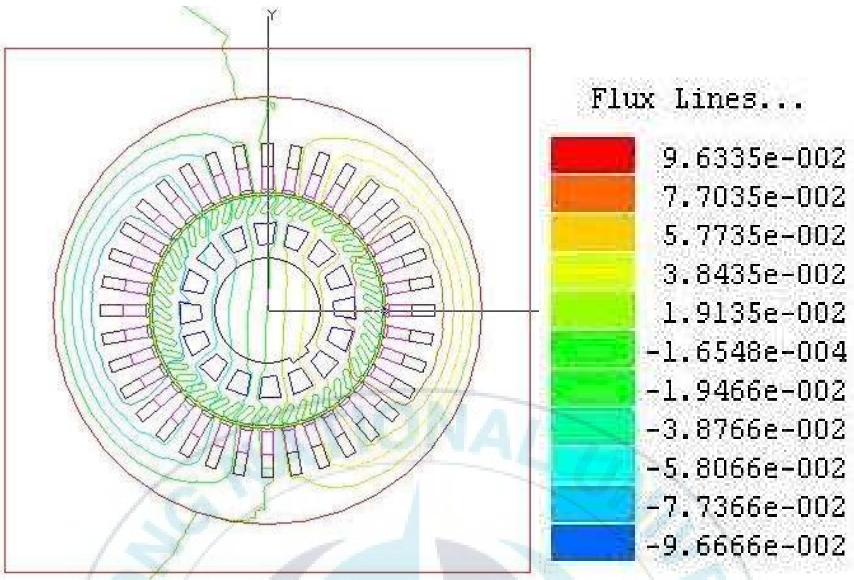


Fig. 5.9 Flux line without eccentricity

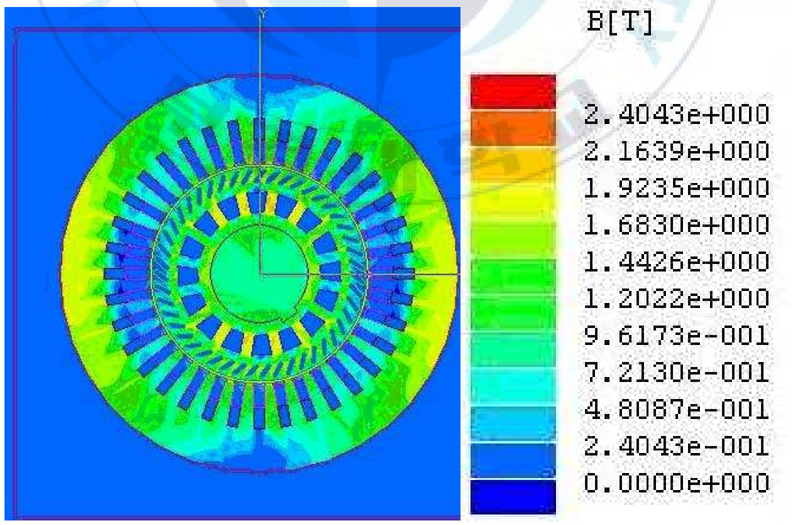


Fig. 5.10 Flux density without eccentricity

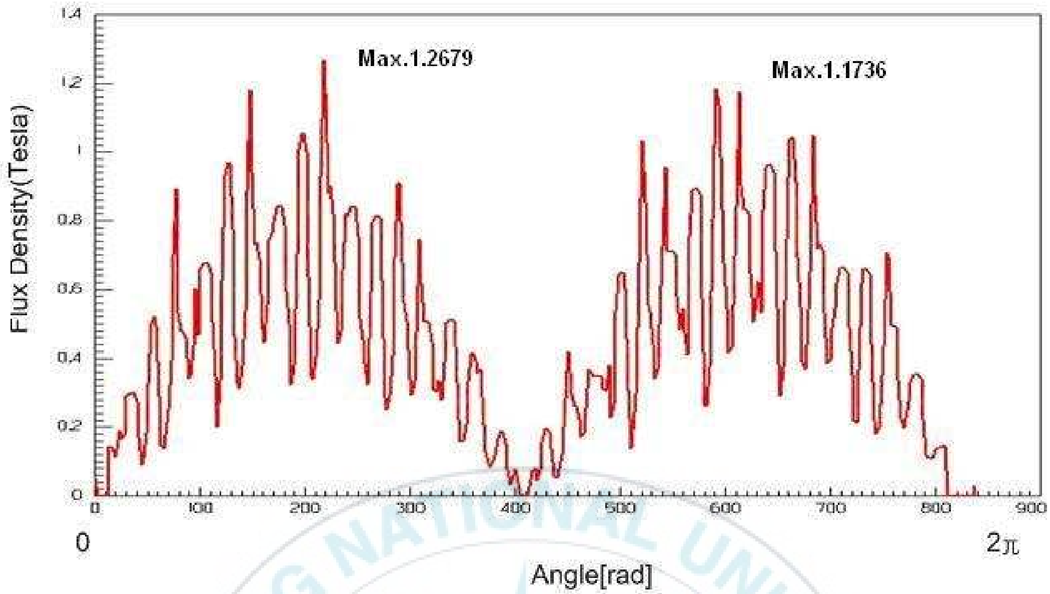


Fig. 5.11 Air gap flux density distribution at air gap middle circumferential line without eccentricity by FEM

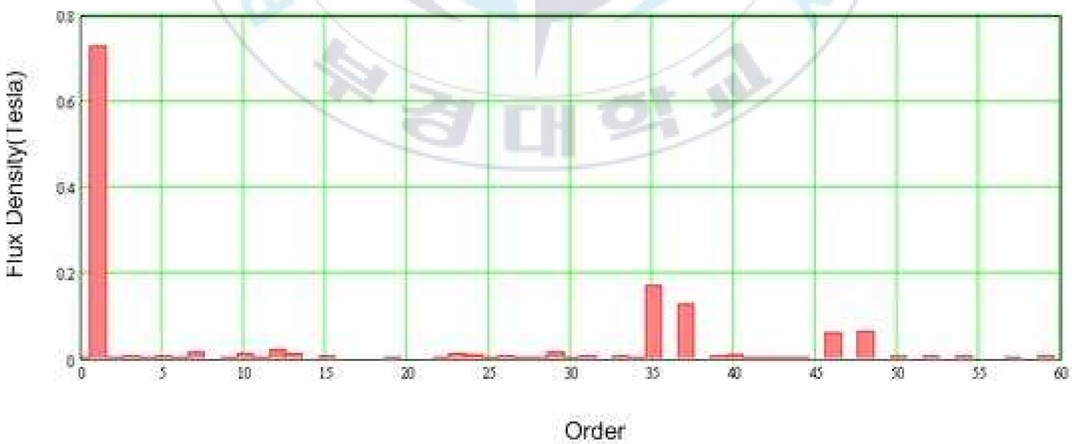


Fig. 5.12 FFT analysis of air gap flux density without eccentricity (THD: 33.3%)

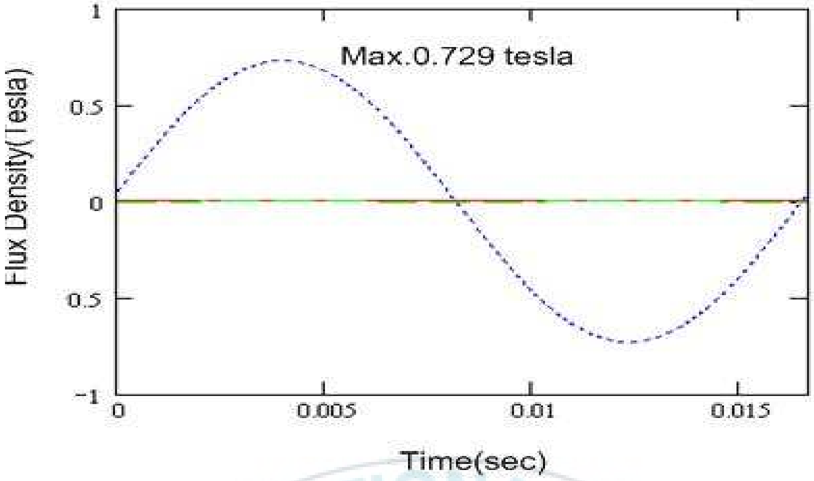


Fig. 5.13 Air gap flux density distribution at 1st order without eccentricity

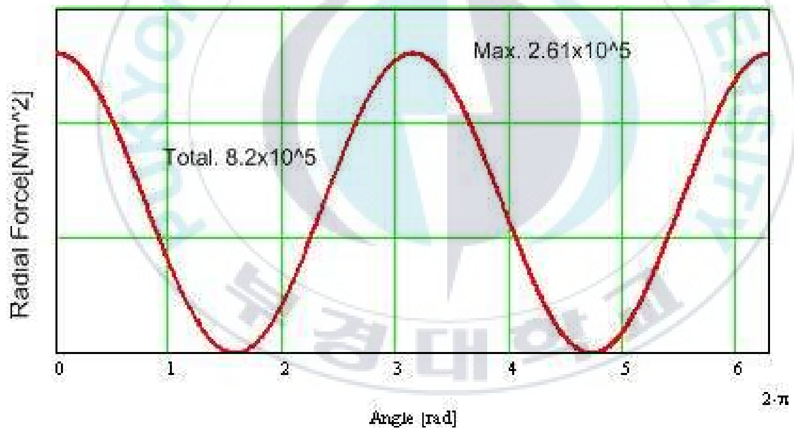


Fig. 5.14 Radial force distribution on rotor surface (without slot permeance)

위의 해석된 자속 밀도 값을 이용하여 반경 방향력 힘을 계산해 보면, 일반적으로 공극에서의 고차 하모닉스을 제외한 1차에서 최대 자속 밀도 값 0.729 Tesla 값을 $\sqrt{2}$ 로 나누어 구한 평균 자속 밀도 값을 이용하여 반경 방향력을 계산해보면 Fig. 5.14와 같이 최대 값이 2.61×10^5 (N/m^2)으로 나타내어진다.

2) 편심이 50%인 경우

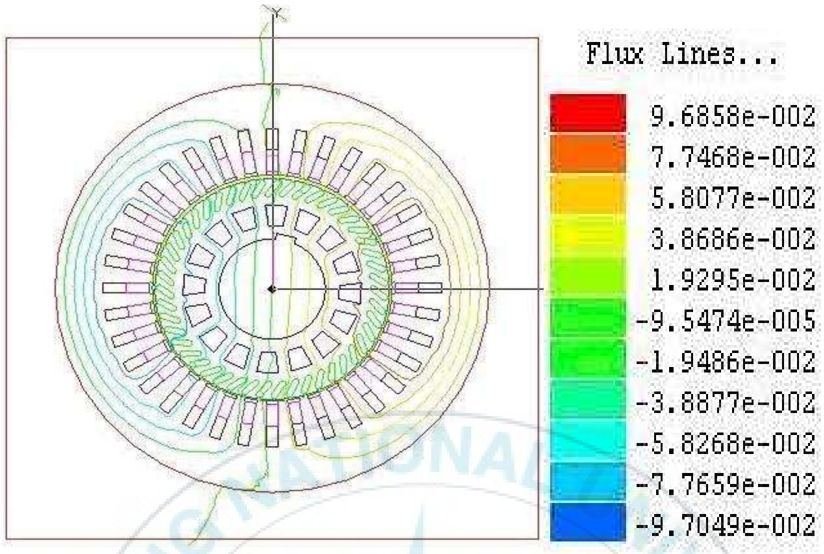


Fig. 5.15 Flux line at 50% eccentricity

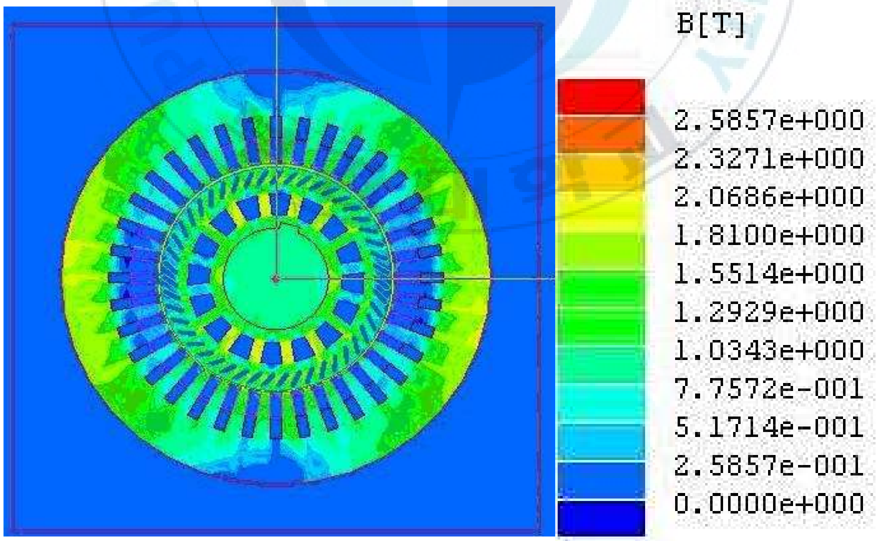


Fig. 5.16 Flux density at 50% eccentricity

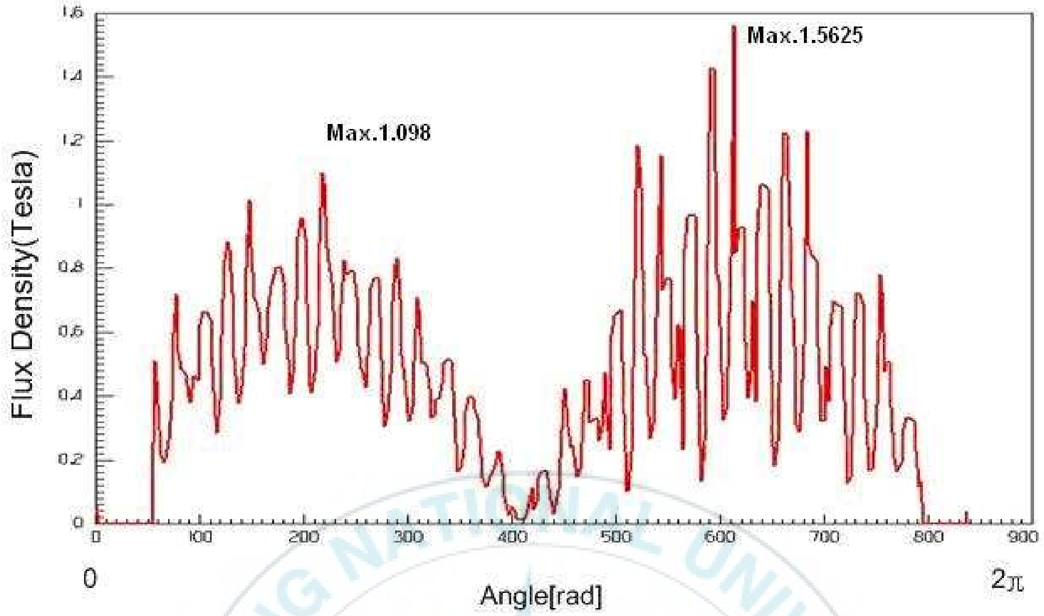


Fig. 5.17 Air gap flux density distribution at air gap middle circumferential line at 50% eccentricity by FEM

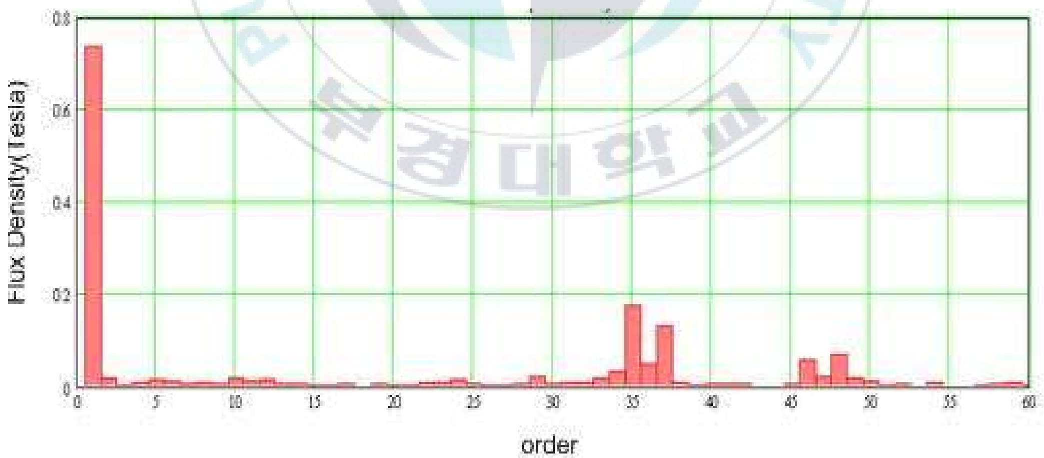


Fig. 5.18 FFT analysis of air gap flux density at 50% eccentricity (THD; 36.1%)

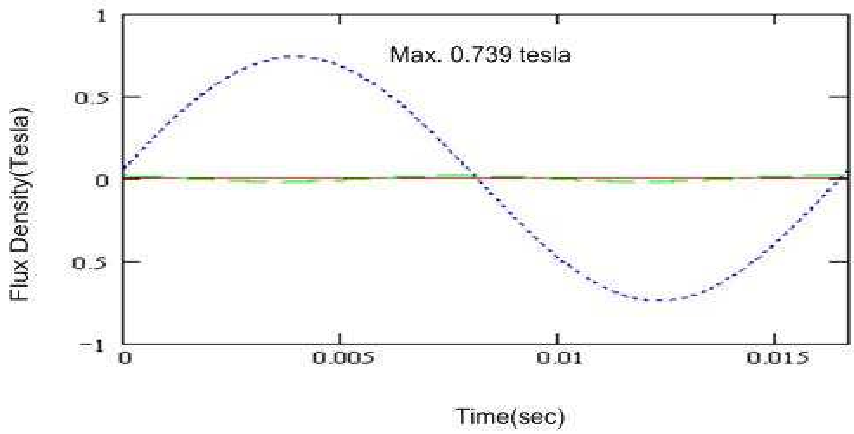


Fig. 5.19 Air gap flux density distribution at 1st order at 50% eccentricity

위의 해석된 자속 밀도 값을 이용하여 반경 방향력 힘을 계산해 보면, 일반적으로 공극에서의 고차 하모닉스를 제외한 1차에서 최대 자속 밀도 값 0.739 Tesla 값을 $\sqrt{2}$로 나누어 구한 평균 자속 밀도 값을 이용하여 반경 방향력을 계산해보면 Fig. 5.20과 같이 나타내어진다.

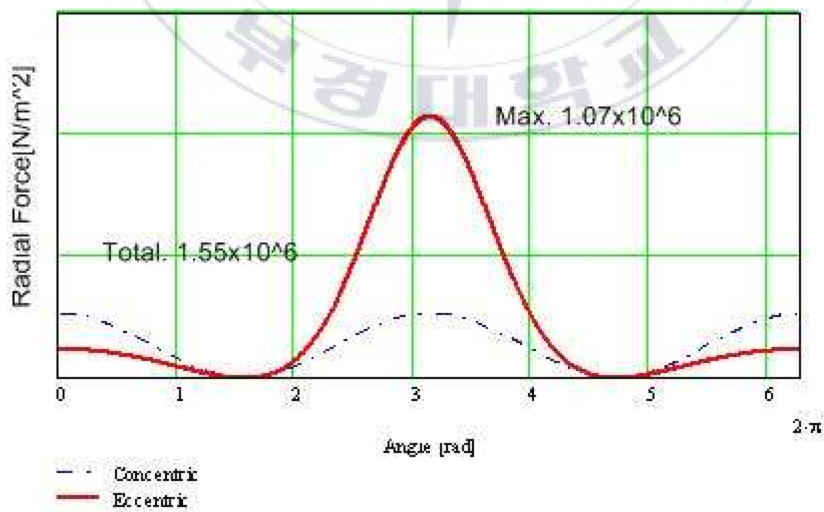


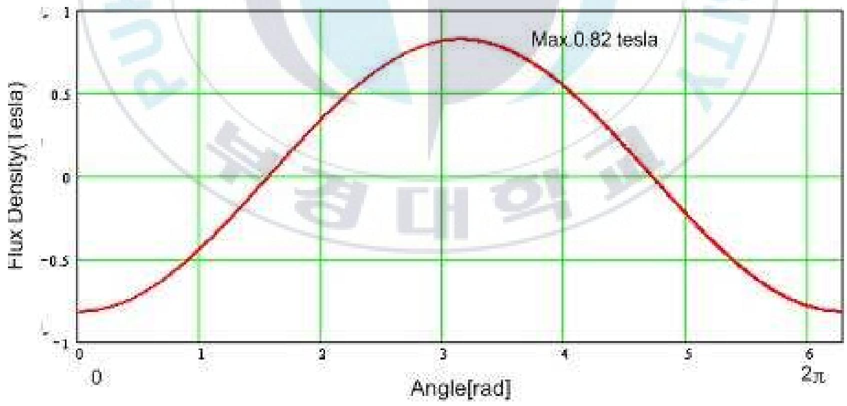
Fig. 5.20 Radial force distribution on rotor surface (without slot permeance)

5.2.2 편심 작용에 의한 자속 밀도 계산

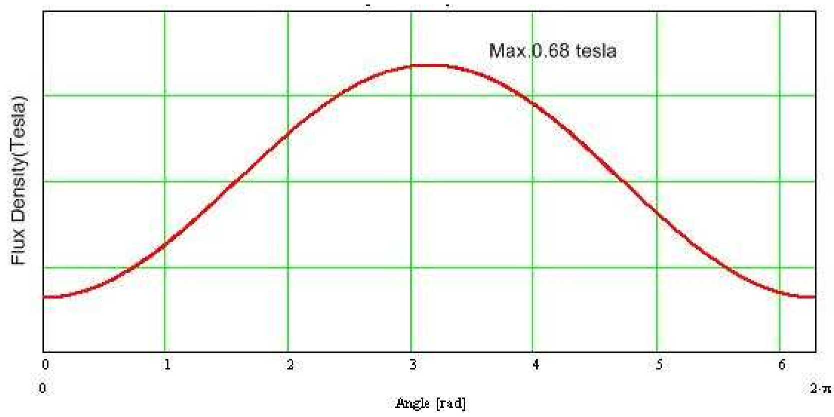
정적 편심이 없는 경우와 50%의 편심을 가진 경우의 자속 밀도 분포, 공극 자속 밀도의 FFT 계산 결과, 회전자 표면에서의 반경 방향 힘의 분포 계산 결과를 아래에 나타내었다.

1) 편심이 없는 경우

정적 편심이 없는 경우 자속에 의해 공극에 발생되는 평균 자속값 0.522 Tesla를 입력 값으로 해서 제 2장에서 나타낸 Maxwell 응력 텐서를 이용한 불평형 자기 흡인력의 기본 계산식에 대입하여 슬롯 퍼미언스가 고려되지 않는 경우와 슬롯 퍼미언스가 고려된 경우 각각에 대해 공극에서의 자속 밀도 분포를 Fig. 5.19에, FFT 분석 결과를 Fig. 5.20에 그리고 반경방향에서의 자기 흡인력을 Fig. 5.21에 계산 값을 각각 나타내었다.

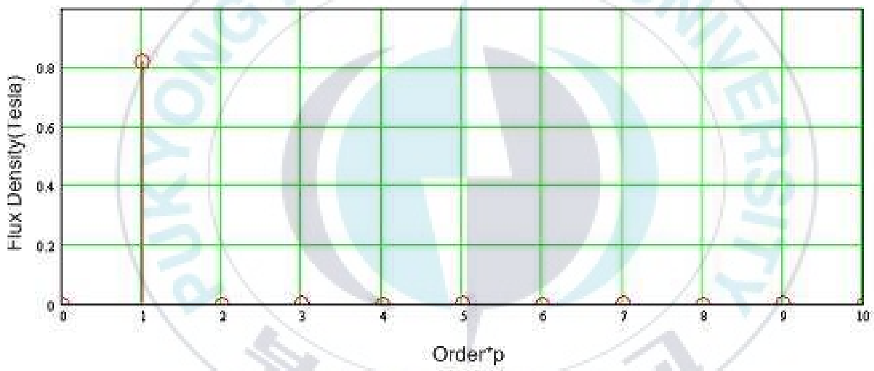


(a) Without slot permeance

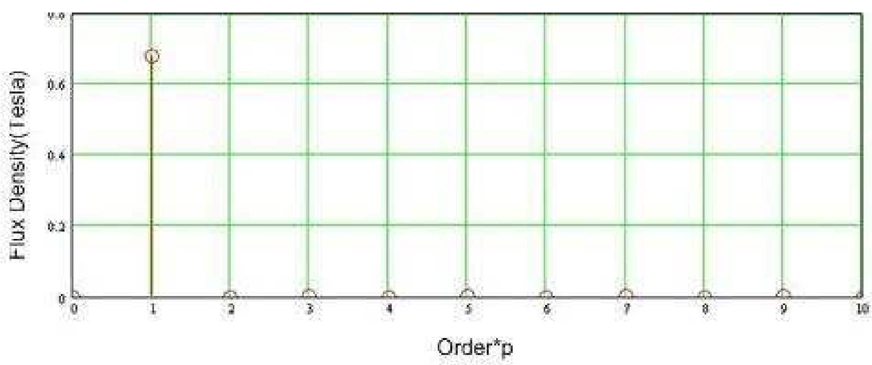


(b) With slot permeance

Fig. 5.19 Air gap flux density distribution

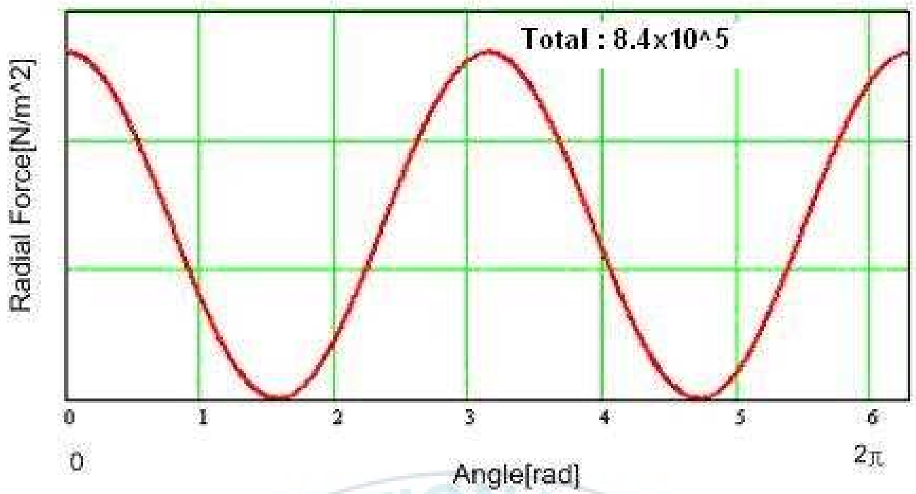


(a) Without slot permeance

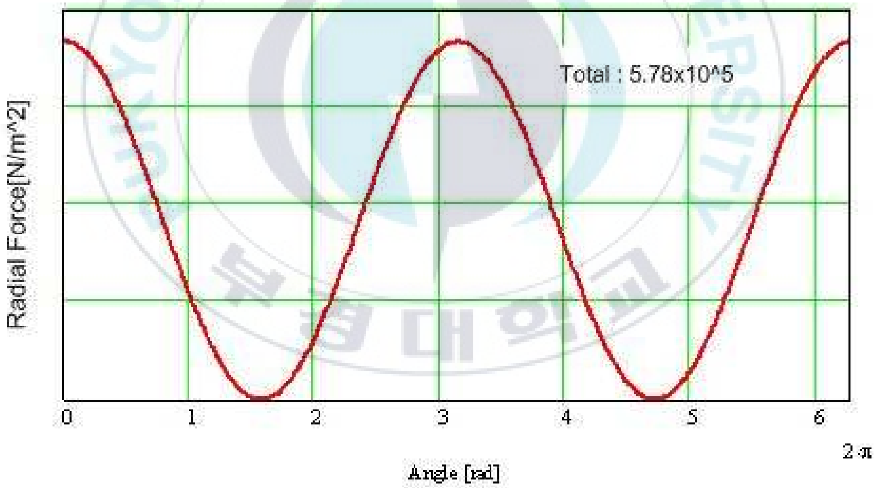


(b) With slot permeance

Fig. 5.20 FFT analysis of air gap flux density



(a) Without slot peameance



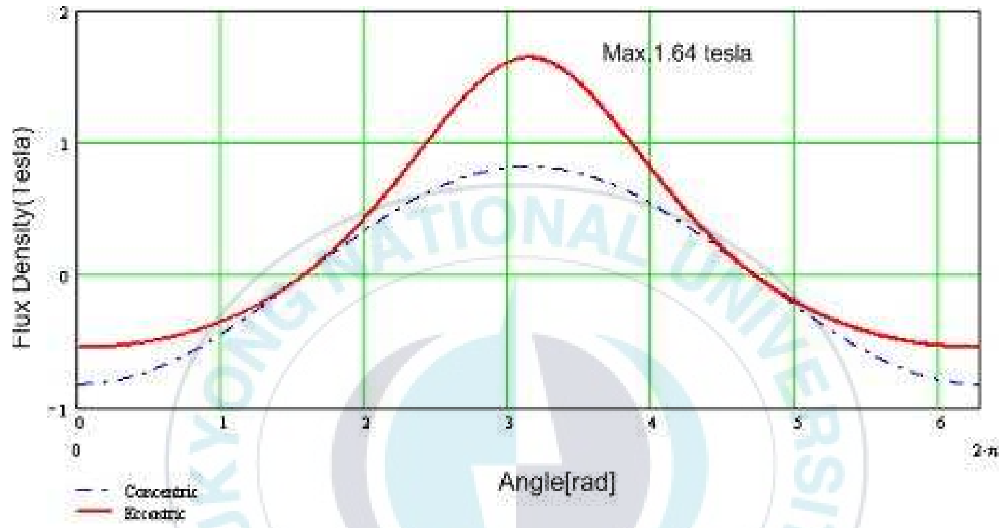
(b) With slot peameance

Fig. 5.21 Radial force distribution on rotor surface

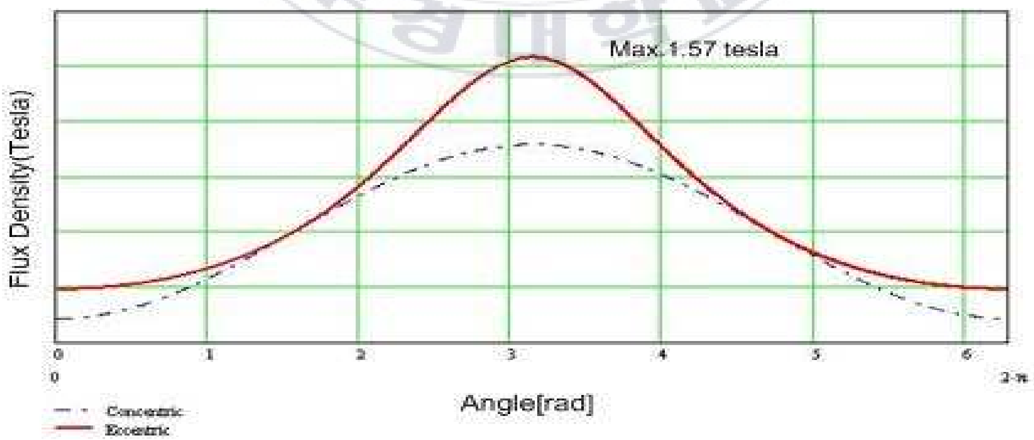
2) 편심이 50%인 경우

정적 편심이 50%인 경우, 자속에 의해 공극에 발생되는 평균 자속 값 0.522 Tesla를 입력 값으로 해서 제 2장에서 나타낸 Maxwell 응력 텐서를 이용한 불

평형 자기 흡인력의 기본 계산식에 대입하여 슬롯 퍼미언스가 고려되지 않는 경우와 슬롯 퍼미언스가 고려된 경우 각각에 대해 공극에서의 자속 밀도 분포(Fig. 5.21), FFT분석 결과(Fig. 5.22) 및 반경방향에서의 자기 흡인력(Fig. 5.23)의 계산 값을 각각 나타내었다.

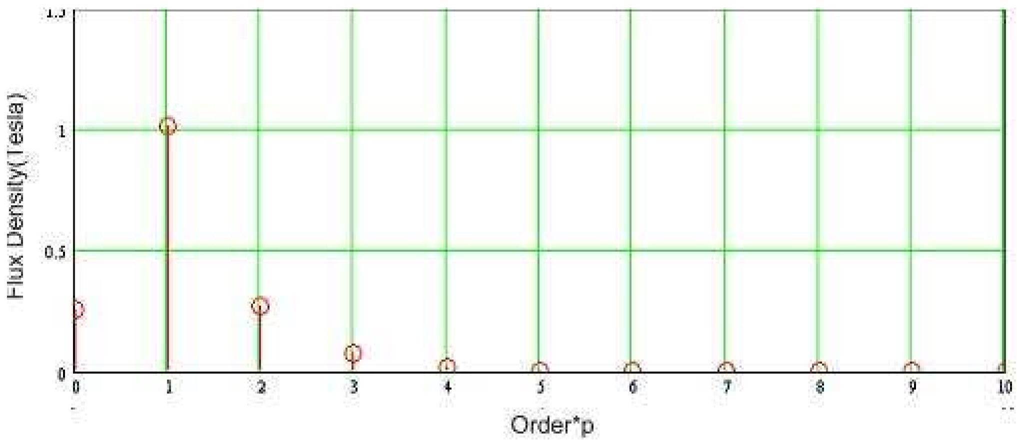


(a) Without slot peameance

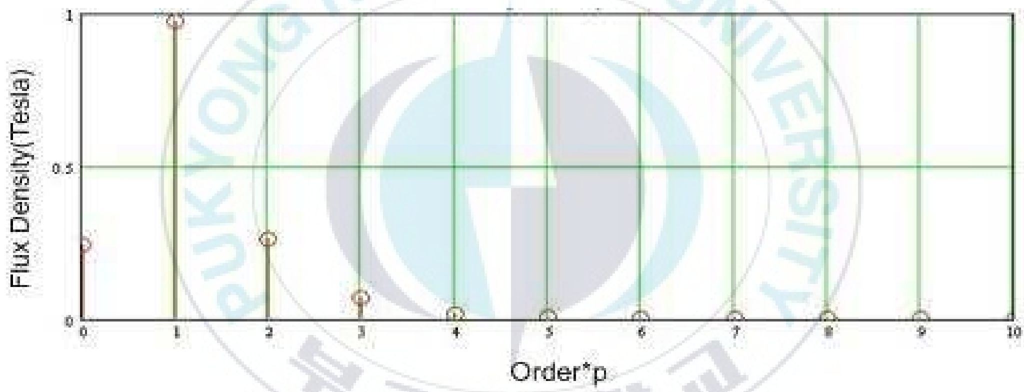


(b) With slot peameance

Fig. 5.21 Air gap flux density distribution

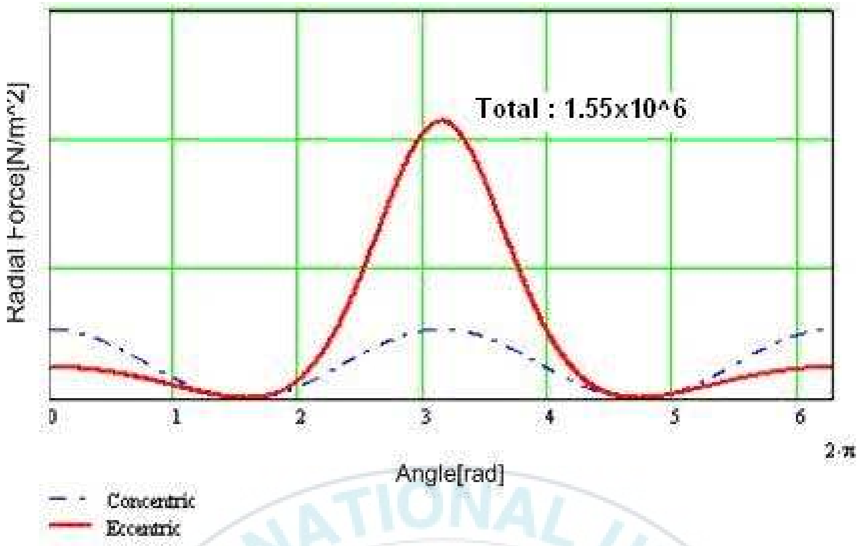


(a) Without slot peameance

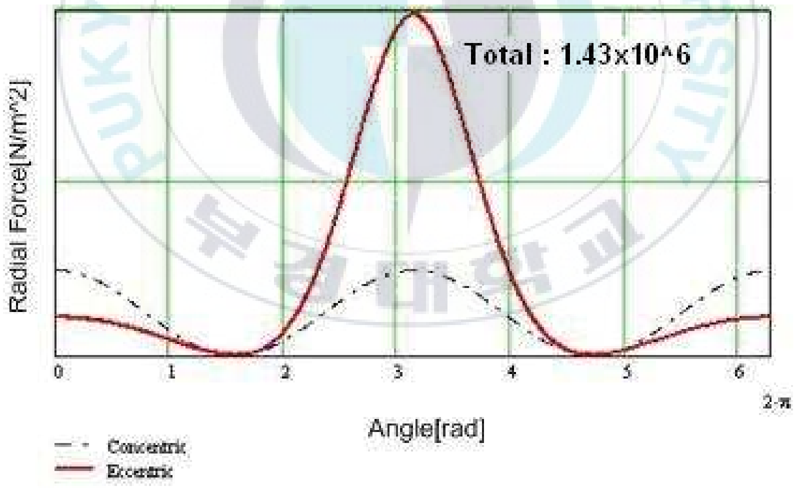


(b) With slot peameance

Fig. 5.22 FFT analysis of air gap flux density



(a) Without slot permeance



(b) With slot permeance

Fig. 5.23 Radial force distribution on rotor surface

5.3 비교 검토

위에서 측정과 해석 결과 값을 정리하여 아래의 Table 5.3에 나타내었다.

Table 5.3 Comparison of measured results

<table>
<tr><td colspan="3" rowspan="4">Part</td><td colspan="4">Eccentricity</td></tr>
<tr><td colspan="2">0%</td><td colspan="2">50%</td></tr>
<tr><td>Max. Gap</td><td>Max. Gap</td><td>Max. Gap</td><td>Min. Gap</td></tr>
<tr><td>2.80</td><td>2.8</td><td>4.20</td><td>1.4</td></tr>
<tr><td rowspan="4">FEM</td><td colspan="2">Max. flux density at 1st order (Tesla)</td><td colspan="2">0.729 (THD: 33.3%)</td><td colspan="2">0.739 (THD: 36.1%)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Max. flux density (Tesla)</td><td>1.268</td><td>1.174</td><td>1.098</td><td>1.563</td></tr>
<tr><td colspan="2">Radial force (pa) applied by 1^{st} order Max. flux density/$\sqrt{2}$</td><td colspan="2">$8.2x10^{5}$</td><td colspan="2">$1.55x10^{6}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Radial force change (%)</td><td colspan="2">-</td><td colspan="2">194%</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Calculation Avg. 0.522T applied</td><td rowspan="2">Max. flux density (Tesla)</td><td>Without slot permeance</td><td colspan="2">0.82</td><td colspan="2">1.64</td></tr>
<tr><td>With slot permeance</td><td colspan="2">0.68</td><td colspan="2">1.57</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Radial force (pa)</td><td>Without slot permeance</td><td colspan="2">$8.4x10^{5}$</td><td colspan="2">$1.55x10^{6}$</td></tr>
<tr><td>Radial force Change (%)</td><td colspan="2">-</td><td colspan="2">184%</td></tr>
<tr><td>With slot permeance</td><td colspan="2">$5.78x10^{5}$</td><td colspan="2">$1.43x10^{6}$</td></tr>
<tr><td>Radial force Change (%)</td><td colspan="2">-</td><td colspan="2">247%</td></tr>
</table>

Note) THD : Total Harmonic Distribution

FEM에 의한 해석 결과, 정적 편심이 없는 상태와 50% 존재하는 경우 194% 정도의 반경 방향력이 크게 계산되었으며, 계산 결과 슬롯 효과를 고려하지 않은 경우 184%의 반경 방향력이 정적 편심 50%일 때 더 크게 계산되었다. 또한 슬롯 효과를 고려하는 경우는 정적 편심 50%일 때 편심이 없는 경우에 비해 반경 방향력은 247% 크게 증가하였다.

FEM에서 해석한 1차 최대 공극 자속 밀도 값을 평균 공극 자속 밀도 값으로 치환하여 반경 방향력 힘의 계산 결과와 슬롯이 없는 경우를 고려한 반경 방향력은 유사한 값을 얻었다.

또한, FEM에 의한 최대 자속 밀도 해석 시 편심이 없는 경우에 비해 50% 정적 편심이 주어진 경우 132%의 차이가 있었으나, 계산 결과 최대 자속 밀도 값은 슬롯 효과를 고려하지 않은 경우 편심이 없는 경우 보다 50% 편심이 주어진 경우가 최대 자속 밀도 값이 200%로 나타났으며, 슬롯 효과를 고려한 경우 230%으로 나타났다.

비록 편심이 없는 경우와 편심이 50% 있는 경우 FEM에 의한 해석 결과와 계산간 차이가 있으나, 경향은 증대함을 알 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 평행 편심된 전동기 회전자에서 발생하는 반경 방향의 전자력을 슬롯 효과, 포화 효과를 고려하여 전자력을 계산하는 방법을 제시하였다. 그리고 정적 편심 상태의 변화에 따라 전자력의 변화와 그에 따른 실제 소음 변화를 측정하여 정적 편심에 기여하는 소음 주파수 차수를 이론과 일치함을 알았다.

정적 편심의 크기에 따라 반경 방향력의 크기도 증대 됨을 확인하였다.

슬롯 및 포화 효과를 고려한 고정자와 회전자를 모델링 하여 유한요소법(FEM)에 의해 해석을 수행하였으며, 이론 계산치와 비교하였다. 유한 요소 해석 결과에서 나타나듯이 정적 편심, 슬롯 효과 및 포화 효과를 고려한 경우, 편심 크기에 따른 반경 방향력 값의 크기가 이론상 계산 결과와 다르지만 추세는 같음을 확인하였다. 또한 슬롯의 존재에 따른 자속 밀도 분포가 전체 고조파 차수 중 1차 고조파 성분은 약 30%~40% 정도이며, 나머지는 슬롯 효과로 인한 고조파 차수로 나타남을 확인하였다.

계산에 의한 결과와 FEM에 의한 결과간 차이는 있었지만, 편심이 없는 상태와 50% 주어진 상태에서 자속 밀도 크기 및 반경 방향력의 차이를 확인할 수 있었다.

참고 문헌

(1) 秋山勇治,"誘導電動機의 偏心 問題"

(2) P. von Kaehne(1963), The electrical Research Association Reference Z/T 142 march.

(3) M. Bradford (1968), Unbalanced magnetic pull in a 6-pole induction motor, Proceeding of IEE, Vol. 115, No. 11, November 1968.

(4) E. Rosenberg (1918), Elektrotech. Z(ETZ), Heft I, II, III

(5) 손병구 (1999), 유도 전동기 회전자의 안정성과 불평형 응답해석, 석사학위 논문, 부경대학교

(6) M. Bradford, Unbalanced magnetic pull in a 6-pole induction motor, PROC, IEE, Vol. 115, No. 11 November 1968.

(7) Tsivitse, P.J. and Weishsmann, P.R. (1971), Polyphase induction motor noise, IEEE Trans. On IGA, Vol. 7, No. 3, pp.339-358

(8) McDevitt, T.E., Campbell, R.L., and Jenkins, D.M. (2004), An investigation of induction motor zeroh-orth magnetic stresses, vibration, and sound radiation, IEEE trans. On MAG, Vol. 40, No. 2, pp.774-777

(9) Fahy, F.J. (1995), Sound Intensity, MacMillan

(10) Heller, B. and Hamata, V. (1977), Harmonic Field Effects in Induction Machines, Academia (Czechoslovak Academy of Science), Prague

감사의 글

학문에 대한 동경심만 가지고 회사를 다니면서 대학원에서 현장 경험에서 배운걸 이론적으로 더 깊이 배울 수 있을까라는 의문 속에 살고 있던 저에게 학문에 대한 동경을 현실로 이끌어주신 분이 계셨습니다.

또한 입학 후 2년 동안 잘 해 낼 수 있을까. 학교에 누를 끼치지 않을까. 교수님에게 폐만 되지 않을까. 같은 동료들에게 피해를 주지 않을까.. 하는 것으로부터 또한 해방을 시켜 주신 분이 바로 공경하는 지도 교수님 양보석 교수님이었습니다.

이렇게 미천한 저를 학위까지 이끌어 주심에 깊이 감사 드립니다.

또한, 미비하고 부족한 저희 논문에 관심을 기울여 주시고 많은 조언을 아끼지 않으셨던 권순재 교수님, 정영석 교수님께도 깊이 감사 드립니다.

회사 생활로 부족한 저를 옆에서 물심 양면으로 도와 주신 모든 지능역학 연구실 송진대 연구원, 하종룡 연구원, 손종덕 연구원, 송애희 연구원, 중국에서 유학 온 학구파 뉴강 연구원, 멋쟁이 디샤오 연구원, 인도네시아 대통령과 함께 만찬 기회를 가진 인도네시아 대표 위도도 연구원, 애인 따라 베트남에서 한국까지 유학 온 반퉁 연구원, 입학번호는 다르지만 졸업 동기인 차세대 유비쿼터스를 짊어질 심민찬 연구원, 나의 영원한 벗이자 가수인 김선화 연구원 또한 졸업동기는 아니지만 입학이 같은 현대 중공업에 문병윤 과장, 현대 자동차 연구소에서 열심히 자동차를 개발하고 있을 신병 이재갑 연구원, 예비 지능역학 연구실원 김백석, 태성도 군, 저와 유사한 환경에서 늦게 나마 배움의 기회에 접어든 B&K 권남구 팀장님, 신호이엔티 이소환 사장, CJ 임강민 과장님, 한국 승강기 협회 박승태 과장님, 지능 기계 공학을 먼저 졸업하신 선배, 동기, 후배님들 모두에게 깊이 고마움을 전합니다.

대학원에서 배움의 기회를 흔쾌히 승낙하신 김진오 부장님, 학교입학 후 학문에 전념하라고 뒤에서 알게 모르게 도와 준 신제품 개발실 김경민 부장님, 박성태 부장님, 이상홍 부장님, 김인수 부장님, 김종길 차장, 한광진 과장, 김주필 과장, 김관영 과장, 임태만 과장, 강광주 대리님, 채홍덕씨, 조수진씨등 그 외 전 신제품 개발실, 회전기 설계부서원들 및 늦은밤 좋은 시험을 위해 아까운 시간을 흔쾌히 할애 해준 회전기 시험실 박태웅 부장, 두 반장님 및 전 시험실 담당 기사님들께 깊이 감사를 드립니다. 특히 저의 논문에 자문 및 서포터인 권병훈 과장과 마북리 전력 기기 연구실 권중록 부장님, 김근웅 부장님, 박정태 차장님, 이정일 차장님께 다시 한번더 깊은 감사를 드립니다.

또한 언제나 옆에서 힘이 되어준 삼산회 친구인 다리 전문가 최영철, 박사 진종성, 대구 방송에 문종호, 임종섭, 이성철 친구외 전 삼산회 친구들에게 고마움을 전합니다.

마지막으로 항시 옆에서 저를 지켜 보고 응원해준 처가댁 가족, 나의 형제, 조카 및 나의 영원한 핏줄 아영, 주현과 내조 및 외조로 똘똘 뭉친 아내 미숙씨에게 깊은 감사의 마음을 보냅니다.

P.S) 대학원에서 파이팅 하라고 격려해준 저의 주변 모두께 다시 한번더 깊은 감사를 드립니다.