



### 문 관 호

음향진동공학협동과정

부경대학교 대학원



# 및 재질에 따른 진동특성해석

바이몰프형 압전 진동자의 경계조건

공학석사학위논문

공학석사학위논문

# 바이몰프형 압전 진동자의 경계조건 및 재질에 따른 진동특성해석



부경대학교 대학원

음향진동공학협동과정

문 관 호

## 문관호의 공학석사 학위논문을 인준함.

2008년 2월 26일



위 원 공학박사 윤 종 락 (인)

위 원 공학박사 김 무 준 (인)

Abstract iii
I. 서 론 ··································
Ⅱ. 이론 해석
2.1 운동 방정식 도출 및 일반해
2.1.1 전기기계결합계수
2.2 경계 조건에 따른 특성해석11
2.2.1 양단 자유일 때 변위11
2.2.2 양단 자유일 때 입력 어드미턴스15
2.2.3 일단 고정일 때 변위
2.2.4 일단 고정일 때 입력 어드미턴스
a Li si
Ⅲ. 실험 및 결과
3.1 압전 세라믹의 물질상수 결정
3.2 제작 및 실험 방법
3.3 공진 특성 및 전기기계결합계수
IV. 결 론 ··································
참고 문헌

목 차

— i —

## 그림 목차

그림 2.1 압전 바이몰프의 모델4
그림 2.2 양단 자유일 때 경계조건
그림 2.3 일단 고정일 때 경계조건
그림 3.1 바이몰프 제작에 사용된 압전 세라믹스
그림 3.2 압전 세라믹스의 공진 특성23
그림 3.3 구해진 물질상수에 의한 공진특성 시뮬레이션 결과
그림 3.4 압전 바이몰프의 실험조건
그림 3.5 탄성체가 없는 경우 공진특성결과
그림 3.6 탄성체가 아크릴일 때 공진특성결과
그림 3.7 탄성체가 동판일 때 공진특성결과
그림 3.8 탄성체가 아크릴일 때 두께 및 주파수에 따른 어드미턴스 35
그림 3.9 탄성체가 동판일 때 두께 및 주파수에 따른 어드미턴스36
그림 3.10 두께비와 영률에 따른 전기기계결합계수

Analysis of Vibration Characteristics with Boundary Conditions and Material Properties of a Bimorph Type Piezoelectric Vibrator

Kwan Ho, Mun

Interdisciplinary Program of Acoustics and Vibration Engineering, Graduate School Pukyong National University

#### Abstract

Piezoelectric bimorph has been widely used as sensors and actuators in industry. However, it is hard to design and optimize because a lot of design factors. In order to solve this problem, in this paper, the general solution was found by deriving the equation of motion for piezoelectric bimorph. The validity of analysis method was confirmed by comparing the change of the resonance frequency with thickness and material of bimorph. In addition, we was found that the thicker the thickness of the elastic plate is the higher the resonance frequency. Due to the fact that admittance is not uniform for the thickness, we knew there is the optimal condition for the thickness of elastic plate. Also, in the specific thickness ratio, the electromechanical coupling coefficient is uniform by Young's modulus. Therefore we found that there is a optimal thickness ratio between piezoelectric and elastic plates. From these results, it is expected that the electroacoustic characteristic analysis will be usefully to apply to design factors of piezoelectric bimorph.



## I. 서 론

압전효과(piezoelectric effect)는 1880년 Curie형제에 의하여 실험적으로 발견된 이후, 분극 처리된 압전 세라믹스에서 압전효과가 우연히 발견되었 다. 그 후 압전 세라믹스의 응용은 비약적으로 발전하게 되었다[1].

압전 세라믹스는 기계적 에너지와 전기적 에너지의 상호 변환을 가능하 게 하는 성질을 갖고 있는 소자로서, 산업현장의 각정 압력, 온도, 유량계 측, 위치제어용 센서류의 핵심 부품이나 착화소자, 초음파 진동자, 음향필 터, 엑츄에이터(actuator)용 소자등 에너지 전환 목적에 따라 매우 폭넓게 응용되고 있다. 특히 엑츄에이터 분야에서의 압전 세라믹스는 최근 변위의 정밀제어가 요구되는 전자기기 및 정밀 기계장치 등의 발달로 인하여 새 로운 형식의 변위 트랜스듀서(transducer)로서 각광을 받고 있으며, 이는 기존의 전자식 엑츄에이터의 주류를 이루는 솔레노이드(solenoid) 방식으 로는 구현하기 어려운 빠른 응답속도(>1 kHz)의 실현과 변위 정밀도, 소 형경량화가 가능하며, 낮은 소비전력과 전자 노이즈의 방해를 받지 않는다 는 등의 장점을 갖기 때문이다[2][3].

압전 엑츄에이터라고 하는 것은 전기 입력에너지를 기계적 출력에너지 인 변위·응력으로 변환하는 변환기로 정의된다. 엑츄에이터는 그 모양과 접합 방법에 따라 직선 변위형과 굴곡 변위형으로 나눌 수 있다. 직선 변 위형에는 단판형과 적층형이 있으며 굴곡 변위형에는 모노몰프, 유니몰프, 바이몰프, 멀티몰프등이 있다[4][5].

직선 변위형의 단판형은 두께 방향으로 분극된 압전판으로 분극과 평행 한 전계를 인가할 때 발생되는 길이 방향의 신축변위를 이용한 것이고 적 층형은 압전판을 적층시킨 것으로 인접한 압전판의 분극은 서로 반대 방

- 1 -

향으로 일어나며, 전기적으로 병렬 구동되는 압전판 변위는 적층의 축 방 향으로 발생된다. 굴곡 변위형 엑츄에이터의 구조에는 여러 형태가 있으 며, 현재 가장 널리 이용되고 있는 것이 바이몰프형 엑츄에이터이다. 굴곡 변위형의 바이몰프는 두 장의 압전판을 접착한 것으로 압전판은 서로 반 대방향의 응력이 만들어지기 때문에 전계를 인가하면 굴곡변형이 발생된 다. 또한 저전압에서도 변위의 확대율이 크고, 세라믹 판을 접착제로 붙이 므로 제작이 용이하며 정밀한 조작이 가능하여 초정밀 안내기구, 기체, 액 체 이송 및 각종 의료기기 등에 사용되는 압전 다이어그램 펌프에 응용되 는 등 여러 분야에서 활용되고 있다[6~8].

하지만 바이몰프형 압전 진동판은 그 목적에 따라 특성을 결정하는 설 계변수가 너무 많아 이론적인 특성해석이 충분하지 못하다[9]. 따라서 압 전 바이몰프의 설계변수에 대한 충분한 이론적 특성해석이 요구되고 있다. 본 연구에서는 압전 바이몰프 진동자의 이론적 해석 모델을 수립하여 이 들의 각 요소에 대한 특성 변화를 해석하고 그 결과를 기초적인 실험 결 과와 함께 제시하기 위하여 다음과 같은 내용을 행하였다.

먼저, 제 1장은 서론으로써 본 연구의 배경 및 문제점과 목적을 기술하 였고, 제 2장은 압전 바이몰프의 특성해석을 위한 운동 방정식의 일반해와 입력 어드미턴스에 관한 이론적 모델을 수립하였다. 또한 압전 바이몰프의 전기기계 변환효율에 관계하는 전기기계결합계수에 대한 해석을 하였다. 제 3장은 특성해석에 관한 압전 바이몰프의 모델 수립을 위해 몇 가지의 경계조건에 따라 이론적 해석을 행하였으며 이를 확인하기 위하여 제작한 압전 바이몰프 진동자를 대상으로 실험을 통해 본 연구에서 제안한 해석 법을 확인하였다. 마지막으로 제 4장인 결론에서는 본 연구에서 해석한 모 델과 실험결과를 비교하여 해석법의 유효성을 확인하였다.

- 2 -

## Ⅱ. 이론 해석

#### 2.1 운동 방정식 도출 및 일반해

그림 2.1은 두께  $t_p$ , 폭 b, 길이 l인 특성이 동일한 두 장의 압전판 사이 에 두께 2 $t_m$ 인 탄성체를 삽입하여 접착한 압전 바이몰프의 구조를 나타내 고 있다. 여기서 두 압전판의 분극 방향은 2축 방향으로 나란하게 하였다. 이와 같은 구조의 압전 바이몰프에 대한 운동 방정식을 도출하기 위하여 압전 바이몰프를 구성하고 있는 압전 횡 효과에 대한 해석이 필요하다. 이 그림에서 길이 l이 폭 b 및 두께  $t_p$ 에 비해 충분히 길다고 가정하면 이 압 전판의 횡 효과에 대해 다음과 같은 압전 기본식이 사용될 수 있다[10].

$$S_{2} = s_{22}^{E} T_{2} + d_{32} E_{3}$$

$$D_{3} = d_{32} T_{2} + \epsilon_{33}^{T} E_{3}$$

$$(2.1.1)$$

$$(2.1.2)$$

압전식에서  $S_2$ 는 변형,  $s_{22}^E$ 는 탄성계수,  $T_2$ 는 응력,  $d_{32}$ 는 압전상수,  $E_3$ 는 전계,  $D_3$ 은 전속 밀도,  $\varepsilon_{33}^T$ 는 응력이 일정한 경우의 유전율이다. 식(2.1.1)과 식(2.1.2)에서  $T_2$ 를 소거하면 식(2.1.3)과 같다.

$$D_3 = \frac{d_{32}}{s_{22}^E} S_2 + \left(\varepsilon_{33}^T - \frac{d_{32}^2}{s_{22}^E}\right) E_3$$
(2.1.3)

이때 밴딩모드에 있어서 변형  $S_2$ 는 다음과 같이 정의된다[11].

$$S_2 = -z \frac{\partial^2 \xi_p}{\partial y^2} \tag{2.1.4}$$

단, ξ<sub>p</sub>는 z축을 방향으로 진동하는 진동변위이다.



그럼 2.1 법신 마이블프의 모델 Fig. 2.1 Model of piezoelectric bimorph

식(2.1.4)를 식(2.1.3)에 대입하면 식(2.1.5)를 구할 수 있다.

$$D_{3} = -\frac{d_{32}}{s_{22}^{E}} z \frac{\partial^{2} \xi_{p}}{\partial y^{2}} + (\varepsilon_{33}^{T} - \frac{d_{32}^{2}}{s_{22}^{E}}) E_{3}$$
(2.1.5)

전계  $E_3$ 는 전기포텐셜  $\varphi$ 와 다음과 같은 관계가 있으므로

$$E_3 = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

식(2.1.5)는 다음과 같이 된다.

$$D_3 = -\frac{d_{32}}{s_{22}^E} z \frac{\partial^2 \xi_p}{\partial y^2} - \varepsilon_{33}^{LS} \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$
 (2.1.6)

 단,  $\varepsilon_{33}^{LS} = \varepsilon_{33}^T - \frac{d_{32}^2}{s_{22}^E}$ 
 (2.1.6)

 여기서  $\varepsilon_{33}^{LS} = 2$ 이 방향을 속박하여 변형이 없다고 가정한 경우의 유전율
 이다.

 아저체 내부의 저기범의의 부모는 의저하므로 다음과 가이 든 수 이다.
 (2.1.6)

압전체 내부의 전기변위의 분포는 일정하므로 다음과 같이 둘 수 있다. ∂D.

(2.1.7)

$$\frac{\partial D_3}{\partial z} = 0$$

식(2.1.6)을 식(2.1.7)에 적용하면 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z} = -\frac{d_{32}}{s_{22}^E \varepsilon_{33}^{LS}} \frac{\partial^2 \xi_p}{\partial y^2}$$
(2.1.8)

따라서 전기포텐셜의 일반해는

$$\varphi = -\frac{d_{32}}{s_{22}^2 \varepsilon_{33}^{LS}} \frac{\partial^2 \xi_p}{\partial y^2} \left(\frac{1}{2}z^2\right) + L_1 z + L_2 \tag{2.1.9}$$

여기서  $L_1$ ,  $L_2$ 는 각각 적분상수이다.

그림 2.1의 구조에서 전기적 경계조건은 다음과 같으며  

$$z = t_m$$
에서  $\varphi = -\varphi_0, \ z = \pm (t_p + t_m)$ 에서  $\varphi = +\varphi_0$  (2.1.10)

경계조건을 식(2.1.9)에 적용하면 아래와 같이 적분상수  $L_1$ ,  $L_2$ 를 각각 구 할 수 있다.

$$L_{1} = \frac{2\varphi_{0}}{t_{p}} + \frac{d_{32}}{s_{22}^{E}\varepsilon_{33}^{LS}} \frac{(t_{p} + 2t_{m})}{2} \left(\frac{\partial^{2}\xi_{p}}{\partial y^{2}}\right)$$
(2.1.11)

$$L_{2} = -\frac{2\varphi_{0}}{t_{p}} \left( t_{m} + \frac{t_{p}}{2} \right) - \frac{d_{32}}{s_{22}^{2}\varepsilon_{33}^{LS}} \left( \frac{t_{p}t_{m} + t_{m}^{2}}{2} \right) \left( \frac{\partial^{2}\xi_{p}}{\partial y^{2}} \right)$$
(2.1.12)

식(2.1.11)과 식(2.1.12)를 전기포텐셜의 일반해인 식(2.1.9)에 적용하면 식 (2.1.13)을 얻을 수 있다.

$$\varphi = -\frac{d_{32}}{s_{22}^E \varepsilon_{33}^{LS}} \frac{\partial^2 \xi_p}{\partial y^2} \left( \frac{1}{2} z^2 - \frac{(t_p + 2t_m)}{2} z + \frac{(t_p t_m + t_m^2)}{2} \right) + \frac{2\varphi_0}{t_p} \left( z - \left( t_m + \frac{t_p}{2} \right) \right)$$
(2.1.13)

(2.1.13) 다시 식(2.1.13)을 식(2.1.6)에 대입하여 전기변위를 구하면 다음과 같다.

$$D_{3} = -\frac{d_{32}}{s_{22}^{E}} \left(\frac{t_{p} + 2t_{m}}{2}\right) \frac{\partial^{2} \xi_{p}}{\partial y^{2}} - \frac{\varepsilon_{33}^{LS}}{t_{p}} V$$

$$(2.1.14)$$

$$E, \quad V = 2\varphi_{0}$$

한편, 압전 방정식의 변형에 관한 식(2.1.1)에 전계 *E*<sub>3</sub>와 전기 포텐셜 φ 의 관계 및 식(2.1.4)를 이용하여 응력에 관한 식(2.1.15)를 구할 수 있다.

$$T_2 = -\frac{1}{s_{22}^E} z \frac{\partial^2 \xi_p}{\partial y^2} + \frac{d_{32}}{s_{22}^E} \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$
(2.1.15)

식(2.1.13)을 식(2.1.15)에 적용하면 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$T_{2} = -\frac{1}{s_{22}^{E}} \frac{1}{1 - k_{32}^{2}} \left[ z - \frac{\left(t_{p} + 2t_{m}\right)}{2} k_{32}^{2} \right] \frac{\partial^{2} \xi_{p}}{\partial y^{2}} + \frac{d_{32}}{s_{22}^{E}} \frac{V}{t_{p}}$$
(2.1.16)

탄성체의 영률을  $Y_M$ 이라 두면 임의의 단면에 있어서 모멘트 M는 식 (2.1.16)을 적용하여 다음과 같이 구해진다.

$$M = 2 \int_{0}^{b} dx \left[ \int_{o}^{t_{m}} \left( -Y_{M} z \frac{\partial \xi_{p}}{\partial y^{2}} \right) z dz + \int_{t_{m}}^{t_{m}+t_{p}} T_{2} z dz \right]$$
$$= NV - K_{M} \frac{\partial^{2} \xi_{p}}{\partial y^{2}}$$
(2.1.17)

여기서 전위차 V의 계수 N과 휨 강성률  $K_M$ 으로 나누어 나타내면 다음과 같다.

$$N = (t_p + 2t_m)b\frac{d_{32}}{s_{22}^E}$$
(2.1.18)  

$$K_M = 2b\left[Y_M t_m^3 + \frac{1}{s_{22}^E} \frac{1}{1 - k_{32}^2} \left[t_p \frac{(t_p^2 + 3t_p t_m + 3t_m^2)}{3} - \frac{t_p (t_p + 2t_m)^2}{4} k_{32}^2\right]\right]$$
(2.1.19)  
·면에서 *z*방향으로 작용하는 전단력 F는 모멘트 M를 미분하여 얻을 4

단면에서 z방향으로 작용하는 전단력 F는 모멘트 M를 미분하여 얻을 수 있다. 즉,

(2.1.20)

$$F = \frac{\partial M}{\partial y}$$

한편, 뉴턴의 제 2법칙으로부터 미소질량 dm인 미소구간 dy에 있어서 전 단력은 다음과 같이 나타낼 수 있고

$$dF = dm \frac{\partial^2 \xi_p}{\partial t^2} \tag{2.1.21}$$

단,  $dm = 2(t_p \rho_p + t_m \rho_m)bdy$ 

식(2.1.17)을 전단력 F와 모멘트 M의 관계를 나타낸 식(2.1.20)에 대입하여 미분한 후 뉴턴의 제 2법칙을 적용한 식(2.1.21)에 대입하여 비교하면 다음 과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$-\left[\frac{2}{3}bY_{M}t_{m}^{3}+\frac{2}{3}bt_{p}\frac{1}{s_{22}^{E}}\frac{1}{1-k_{32}^{2}}\left(t_{p}^{2}+3t_{p}t_{m}+3t_{m}^{2}\right)\right.\\\left.-\frac{1}{s_{22}^{E}}\frac{1}{1-k_{32}^{2}}\frac{t_{p}(t_{p}+2t_{m})^{2}}{2}k_{32}^{2}b\right]\frac{\partial^{4}\xi_{p}}{\partial y^{4}}=2b\left(t_{p}\rho_{p}+t_{m}\rho_{m}\right)\frac{\partial^{2}\xi_{p}}{\partial t^{2}}$$

$$(2.1.22)$$

정상상태만을 고려할 때 변위의 시간함수는 다음과 같이 가정할 수 있으므 로

$$\xi_p = \xi_{p0} e^{jwt} \tag{2.1.23}$$

식(2.1.23)을 미분하여 식(2.1.22)에 대입하면 파동 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial^{4} \xi_{p}}{\partial y^{4}} - k_{p}^{4} \xi_{p} = 0$$
(2.1.24)  

$$\varphi^{2} \lambda k_{p}, \quad W_{p} = 2\lambda^{2} \lambda + \Gamma \oplus 2\lambda^{2} \xi_{p} + \xi_{$$

이 방정식의 일반해는 다음과 같이 둘 수 있다.  $\xi_p = A_1 \cosh(k_p y) + A_2 \sinh(k_p y) + A_3 \cos(k_p y) + A_4 \sin(k_p y)$  (2.1.27)

#### 2.1.1 전기기계결합계수

바이몰프 압전진동자의 전기-기계변환효율에 관계하는 전기기계결합계 수를 구하기 위하여 식(2.1.17)로부터 한쪽 고정인 경우의 경계조건인  $y=-\frac{l}{2}$ 에서  $\frac{\partial \xi_p}{\partial y}=0, \ \xi_p=0$ 를 사용하면,  $\left.\frac{\partial \xi_p}{\partial y}\right|_{y=-\frac{l}{2}}=\frac{NV-M}{K_M}y\Big|_{y=-\frac{l}{2}}+C_1=0$  (2.1.28) 이로부터 적분상수  $C_1$ 을 구하면 다음과 같다.  $C_1=\frac{NV-M}{2K_M}l$  (2.1.29) 식(2.1.28) 및 식(2.1.29)로부터 다음의 관계를 얻을 수 있다.  $\frac{\partial \xi_p}{\partial y}=\frac{NV-M}{K_M}\left(y+\frac{l}{2}\right)$  (2.1.30) 여기서  $y=\frac{l}{2}$ 일 때  $\theta=\frac{\partial \xi_p}{\partial y}$ 라 두면  $M=NV-\frac{K_M}{l}\theta$  (2.1.31)

또한 식(2.1.14)에서 전극면적에 대해 전속밀도  $D_3$ 를 적분하면 전하량 Q는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$Q = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_{0}^{b} D_{3} dx dy$$
  
=  $-\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_{0}^{b} \frac{d_{32}}{s_{22}^{E}} \frac{(t_{p} + 2t_{m})}{2} \frac{\partial^{2} \xi_{p}}{\partial y^{2}} dx dy - \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_{0}^{b} \frac{\varepsilon_{33}^{LS}}{t_{p}} V dx dy$   
=  $-N\theta - bl \frac{\varepsilon_{33}^{LS}}{t_{p}} V$  (2.1.32)

한편, 굴곡진동에 대한 전기음향변환 기본식은 다음과 같이 주어진다 [12].

$$M = -AV + s_{v0}\theta \tag{2.1.33}$$

$$Q = C_d V + A\theta \tag{2.1.34}$$

여기서 A는 역계수,  $s_{v0}$ 는 압전 바이몰프의 탄성스티프네스이며  $C_d$ 는 제동 용량이다.

식(2.1.33) 및 식(2.1.34)를 식(2.1.31) 및 식(2.1.32)와 각각 비교하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$A = -N, \ s_{v0} = -\frac{K_M}{l}, \ C_d = -bl\frac{\varepsilon_{33}^{LS}}{t_p}$$
(2.1.35)

결합계수의 정의식은 식(2.1.36)과 같이 주어지므로 식(2.1.35)의 계수들을 대입하면 압전 바이몰프의 전기-기계결합계수  $k_v$ 를 구할 수 있다.

$$\frac{k_v^2}{1-k_v^2} = \frac{A^2}{C_d s_{v0}}$$
(2.1.36)  

$$\vec{=}_{,},$$

$$k_v = \sqrt{\frac{\frac{N^2}{E_{33}^{LS} b K_M}}{t_p} + N^2}$$
(2.1.37)

전기기계결함계수에 관한 식(2.1.37)을  $t_p$ 로 규격화하여 전개하면 다음과 같이 나타난다.

$$k_{v} = \left[ 2\varepsilon_{33}^{LS}b^{2} \frac{Y_{M}t_{mp}^{2}}{3} \frac{1}{s_{22}^{E}(1-k_{32}^{2})} \left\{ \frac{1+3t_{mp}+3t_{mp}^{2}}{3} - \frac{(1+2t_{mp})^{2}}{4}k_{32}^{2} \right\} \\ (1+2t_{mp})^{2} \left( b\frac{d_{32}}{s_{22}^{E}} \right)^{2} \right]$$
(2.1.38)

이때 
$$t_{mp} = \frac{t_m}{t_p}$$
이다.

#### 2.2 경계조건에 따른 특성해석

#### 2.2.1 양단 자유일 때 변위

그림 2.2에서 양단 자유일 경우에 기계적 경계조건은 다음과 같다.  $y = -\frac{l}{2}$ 에서 M = 0, F = 0  $y = \frac{l}{2}$ 에서 M = 0, F = 0이 경계조건에 따른 각각의 식을 유도하기 위하여 다음과 같이 네 가지로 조건으로 분류할 수 있다. (1)  $y = -\frac{l}{2}$ 에서 모멘트 M = 0이 조건을 식(2.1.17)에 적용하면 다음과 같이 구할 수 있다.  $\frac{\partial^2 \xi_p}{\partial y^2}\Big|_{y=-\frac{l}{2}} = \frac{(t_p + 2t_m)V\frac{d_{32}}{s_{22}}}{2\left[Y_M\frac{t_m^3}{3} + \frac{1}{s_{22}^E}\frac{1}{1-k_{32}^2}\left[\frac{t_p(t_p^2 + 3t_pt_m + 3t_m^2)}{3} - \frac{t_p(t_p + 2t_m)^2}{4}k_{32}^2\right]\right]}{= (t_p + 2t_m)V\frac{d_{32}}{s_{22}^E}\frac{1}{2W_p}}$  (2.2.1)

변위에 대한 일반해인 식(2.1.27)을 식(2.2.1)에 적용하면 식(2.2.2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$A_{1}\cosh\left(k_{p}\frac{l}{2}\right) - A_{2}\sinh\left(k_{p}\frac{l}{2}\right) - A_{3}\cos\left(k_{p}\frac{l}{2}\right) + A_{4}\sin\left(k_{p}\frac{l}{2}\right) = \frac{d_{32}}{s_{22}^{E}}\frac{(t_{p}+2t_{m})}{2W_{p}k_{p}^{2}}V$$
(2.2.2)

- 11 -



Fig. 2.2 Boundary conditions of free-free ends

(2) 
$$y = -\frac{l}{2}$$
에서 전단력  $F = 0$ 

이 조건을 식(2.1.17)과 식(2.1.20)에 적용하면 다음과 같은 관계를 알 수 있다.

$$\frac{\left.\frac{\partial^{3}\xi_{p}}{\partial y^{3}}\right|_{y=-\frac{l}{2}} = 0 \tag{2.2.3}$$

식(2.1.27)을 식(2.2.3)에 적용하면 다음을 구할 수 있다.

$$A_1 \sinh\left(k_p \frac{l}{2}\right) - A_2 \cosh\left(k_p \frac{l}{2}\right) + A_3 \sin\left(k_p \frac{l}{2}\right) + A_4 \cos\left(k_p \frac{l}{2}\right) = 0 \qquad (2.2.4)$$

위의 조건을 식(2.1.17) 및 식(2.1.27)에 적용하면 다음과 같다.

$$A_{1}\cosh\left(k_{p}\frac{l}{2}\right) + A_{2}\sinh\left(k_{p}\frac{l}{2}\right) - A_{3}\cos\left(k_{p}\frac{l}{2}\right) - A_{4}\sin\left(k_{p}\frac{l}{2}\right) = \frac{d_{32}}{s_{22}^{E}}\frac{(t_{p}+2t_{m})}{2W_{p}k_{p}^{2}}V$$
(2.2.5)

(4) 
$$y = \frac{l}{2}$$
에서 전단력  $F = 0$ 

이 조건을 식(2.1.20)에 적용하면 식(2.2.3)과 유사하게 다음과 같이 나타낼 수 있으며

$$\frac{\left.\frac{\partial^3 \xi_p}{\partial y^3}\right|_{y=\frac{l}{2}} = 0 \tag{2.2.6}$$

식(2.1.27)을 식(2.2.6)에 적용하여 비교하면 다음과 같이 식(2.2.7)을 구할 수 있다.

$$A_{1}\sinh\left(k_{p}\frac{l}{2}\right) + A_{2}\cosh\left(k_{p}\frac{l}{2}\right) + A_{3}\sin\left(k_{p}\frac{l}{2}\right) - A_{4}\cos\left(k_{p}\frac{l}{2}\right) = 0 \qquad (2.2.7)$$

식(2.2.2), (2.2.4), (2.2.5)와 식(2.2.7)을 연립하여 계수 A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub>, A<sub>4</sub>를 구

하면 각각 다음과 같다.

$$A_{1} = \frac{\frac{d_{32}}{s_{22}^{E}}(t_{p} + 2t_{m})\operatorname{sin}\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)}{2k_{p}^{2}W_{p}\left\{\cosh\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)\operatorname{sin}\left(\frac{k_{p}l}{2}\right) + \cos\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)\operatorname{sinh}\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)\right\}}V$$

$$A_{2} = 0$$

$$(2.2.9)$$

 $A_2 \,{=}\, 0$ 

$$A_{3} = -\frac{\frac{d_{32}}{s_{22}^{E}}(t_{p}+2t_{m})\sin\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)}{2k_{p}^{2}W_{p}\left\{\cosh\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)\sin\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)+\cos\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)\sin\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)\right\}}V$$
(2.2.10)

 

 A4 = 0
 (2.2.11)

 따라서 이들 계수를 식(2.1.27)에 대입하면 탄성체가 있고 양단이 자유인

 경우의 변위 ξ<sub>p</sub>를 구할 수 있다.

$$\xi_p = \frac{d_{32}}{s_{22}^E} \frac{(t_p + 2t_m)}{2k_p^2 W_p} \frac{\cosh(k_p y) \sin\left(\frac{k_p l}{2}\right) - \cos(k_p y) \sinh\left(\frac{k_p l}{2}\right)}{\cosh\left(\frac{k_p l}{2}\right) \sin\left(\frac{k_p l}{2}\right) + \cos\left(\frac{k_p l}{2}\right) \sinh\left(\frac{k_p l}{2}\right)} V \qquad (2.2.12)$$

2.2.2 양단 자유일 때 입력 어드미턴스

전속밀도에 관한 식(2.1.14)를 이용하여 전류 I를 구하면

$$I = \frac{dQ}{dt} = jw \int_{0}^{b} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} 2D_{3} dy dx$$
  
=  $2jwb \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \left\{ -\frac{d_{32}}{s_{22}^{E}} \left( \frac{t_{p} + 2t_{m}}{2} \right) \frac{\partial^{2} \xi_{p}}{\partial y^{2}} - \frac{\varepsilon_{33}^{LS}}{t_{p}} V \right\} dy$  (2.2.13)

여기에 식(2.2.12)을 적용하여 다음과 같이 전류를 구할 수 있다.

$$I = -jw \left\{ b \left(\frac{t_p + 2t_m}{2}\right)^2 \left(\frac{d_{32}}{s_{22}^E}\right)^2 \frac{2}{k_p W_p} \frac{\sin\left(\frac{k_p l}{2}\right) \sinh\left(\frac{k_p l}{2}\right)}{\cosh\left(\frac{k_p l}{2}\right) \sin\left(\frac{k_p l}{2}\right) + \cos\left(\frac{k_p l}{2}\right) \sinh\left(\frac{k_p l}{2}\right)} + \frac{2\varepsilon_{33}^{LS}}{t_p} bl \right\}$$

$$(2.2.14)$$

탄성체가 있는 양단 자유일 경우에 바이몰프의 전기단자에서 본 입력 어드 미턴스는 전압과 전류와의 관계를 이용하여 식(2.1.14)를 대입하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$Y = -\frac{I}{V}$$

$$= jw \Biggl\{ b \Biggl( \frac{t_p + 2t_m}{2} \Biggr)^2 \Biggl( \frac{d_{32}}{s_{22}^E} \Biggr)^2 \frac{2}{k_p W_p} \frac{\sin\left(\frac{k_p l}{2}\right) \sinh\left(\frac{k_p l}{2}\right)}{\cosh\left(\frac{k_p l}{2}\right) \sin\left(\frac{k_p l}{2}\right) + \cos\left(\frac{k_p l}{2}\right) \sinh\left(\frac{k_p l}{2}\right)} + \frac{2\varepsilon_{33}^{LS}}{t_p} bl \Biggr\}$$

$$(2.2.15)$$

#### 2.2.3 일단 고정일 때 변위

그림 2.3에서 나타낸 것과 같이 한쪽 단이 고정일 경우, 이에 따른 기계 적 경계조건은 다음과 같다.

$$y = -\frac{l}{2}$$
에서  $\xi_p = 0, \quad \frac{\partial \xi_p}{\partial y} = 0$   
 $y = \frac{l}{2}$ 에서  $M = 0, \quad F = 0$ 

이 경계조건에 따른 각각의 식을 유도하기 위하여 다음과 같이 네 가지 조 건으로 분류할 수 있다.

- (1)  $y = -\frac{l}{2}$ 에서 변위  $\xi_p = 0$
- 이 조건에 식(2.1.27)을 이용하여 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.  $A_1 \cosh\left(k_p \frac{l}{2}\right) + A_2 \sinh\left(k_p \frac{l}{2}\right) + A_3 \cos\left(k_p \frac{l}{2}\right) + A_4 \sin\left(k_p \frac{l}{2}\right) = 0$  (2.2.16) (2)  $y = -\frac{l}{2}$ 에서  $\frac{\partial \xi_p}{\partial y} = 0$
- 이 조건을 식(2.1.27)에 적용하여 비교하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.  $-A_1 \sinh\left(k_p \frac{l}{2}\right) + A_2 \cosh\left(k_p \frac{l}{2}\right) + A_3 \sin\left(k_p \frac{l}{2}\right) + A_4 \cos\left(k_p \frac{l}{2}\right) = 0$  (2.2.17) (3)  $y = \frac{l}{2}$ 에서 모멘트 M = 0이 조건을 식(2.1.17)과 식(2.1.27)을 이용하여 나타내면 다음과 같다.

$$A_{1}\cosh\left(k_{p}\frac{l}{2}\right) + A_{2}\sinh\left(k_{p}\frac{l}{2}\right) - A_{3}\cos\left(k_{p}\frac{l}{2}\right) - A_{4}\sin\left(k_{p}\frac{l}{2}\right) = \frac{d_{32}}{s_{22}^{E}}\frac{(t_{p}+2t_{m})}{2W_{p}k_{p}^{2}}V$$
(2.2.18)



Fig. 2.3 Boundary conditions of fixed-free ends

(4)  $y = \frac{l}{2}$ 에서 전단력 F = 0

이 조건을 식(2.1.20)과 식(2.1.27)에 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$A_1 \sinh\left(k_p \frac{l}{2}\right) + A_2 \cosh\left(k_p \frac{l}{2}\right) + A_3 \sin\left(k_p \frac{l}{2}\right) - A_4 \cos\left(k_p \frac{l}{2}\right) = 0 \qquad (2.2.19)$$

식(2.2.16), (2.2.17), (2.2.18)과 식(2.2.19)를 연립하여 계수  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$ 를 각각 구하면

$$\begin{split} A_{1} &= \frac{s_{22}^{E}(t_{p}+2t_{m})\cos\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)}{4s_{22}^{E}k_{p}^{2}W_{p}\left\{\cosh\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)\cos\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)-\sinh\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)\sin\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)\right\}}V \quad (2.2.20) \\ A_{2} &= \frac{s_{22}^{E}(t_{p}+2t_{m})\sin\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)}{4s_{22}^{E}k_{p}^{2}W_{p}\left\{\cosh\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)\cos\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)+\sinh\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)\sin\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)\right\}}V \quad (2.2.21) \\ A_{3} &= -\frac{s_{22}^{E}(t_{p}+2t_{m})\cosh\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)}{4s_{22}^{E}k_{p}^{2}W_{p}\left\{\cosh\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)\cos\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)+\sinh\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)\sin\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)\right\}}V \quad (2.2.22) \\ A_{4} &= \frac{s_{22}^{E}(t_{p}+2t_{m})\sinh\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)}{4s_{22}^{E}k_{p}^{2}W_{p}\left\{\cosh\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)\cos\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)-\sinh\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)\sin\left(\frac{k_{p}l}{2}\right)\right\}}V \quad (2.2.23) \end{split}$$

따라서 이들 계수를 식(2.1.27)에 대입하면 다음과 같이 일단 고정인 경우 의 바이몰프에 대한 변위를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \xi_p &= \frac{d_{32}(t_p + 2t_m) V}{4s_{22}^E k_p^2 W_p} \left[ \frac{\cos\left(\frac{k_p l}{2}\right) \cosh(k_p y) + \sinh\left(\frac{k_p l}{2}\right) \sin(k_p y)}{\cosh\left(\frac{k_p l}{2}\right) \cos\left(\frac{k_p l}{2}\right) - \sinh\left(\frac{k_p l}{2}\right) \sin\left(\frac{k_p l}{2}\right)} \right. \\ &\left. + \frac{\sin\left(\frac{k_p l}{2}\right) \sinh(k_p y) - \cosh\left(\frac{k_p l}{2}\right) \cos(k_p y)}{\cosh\left(\frac{k_p l}{2}\right) \cos\left(\frac{k_p l}{2}\right) + \sinh\left(\frac{k_p l}{2}\right) \sin\left(\frac{k_p l}{2}\right)} \right] \end{aligned} (2.2.24)$$



### 2.2.4 일단 고정일 때 입력 어드미턴스

식(2.1.14)를 이용하여 전류를 구하면 다음과 같다.

$$I = \frac{dQ}{dt} = jw \int_{0}^{b} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} 2D_{3} dy dx$$
$$= 2jwb \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \left\{ -\frac{d_{32}}{s_{22}^{E}} \left( \frac{t_{p} + 2t_{m}}{2} \right) \frac{\partial^{2}\xi_{p}}{\partial y^{2}} - \frac{\varepsilon_{33}^{LS}}{t_{p}} V \right\} dy \qquad (2.2.25)$$

식(2.1.25)를 위의 식에 적용하면 다음과 같이 전류를 구할 수 있다. I=

$$-jw\left[\left(\frac{t_{p}+2t_{m}}{2}\right)^{2}\left(\frac{d_{32}}{s_{22}^{E}}\right)^{2}\frac{2b}{k_{p}W_{p}}\left\{\frac{\cosh(k_{p}l)\sin(k_{p}l)+\cos(k_{p}l)\sinh(k_{p}l)}{1+\cos(k_{p}l)\cosh(k_{p}l)}\right\}+\frac{2bl\varepsilon_{33}^{LS}}{t_{p}}\right]V$$
(2.2.26)

따라서 일단 고정인 바이몰프의 입력 어드미턴스는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Y = -\frac{I}{V}$$

$$= jw \left[ \left( \frac{t_p + 2t_m}{2} \right)^2 \left( \frac{d_{32}}{s_{22}^E} \right)^2 \frac{2b}{k_p W_p} \left\{ \frac{\cosh(k_p l) \sin(k_p l) + \cos(k_p l) \sinh(k_p l)}{1 + \cos(k_p l) \cosh(k_p l)} \right\} + \frac{2bl \varepsilon_{33}^{LS}}{t_p} \right]$$
(2.2.27)

## Ⅲ. 실험 및 결과

#### 3.1 압전 세라믹의 물질상수 결정

바이몰프의 제작에 사용되는 압전체의 물질상수를 구하기 위하여 그림 3.1과 같은 PZT 계열의 압전 세라믹 판을 사용하였다. 물질상수를 실험적 으로 구하기 위해 우선 임피던스 분석기(Impedance Analyzer, HP 4192A, 5Hz~13MHz)를 이용하여 입력 서셉턴스를 측정한 결과 그림 3.2와 같은 결과를 얻었다. 여기서 공진 주파수는 24.135 kHz, 반공진 주파수는 25.627 kHz임을 알 수 있다. 이 측정결과로부터 압전체내 음속에 관한 식(3.1.1)을 이용하여

 $v = f_r \lambda = 2f_r l$  (3.1.1) 음속을 알 수 있으며 위의 식을 이용하여 y축 방향에 대한 탄성계수를 다 음으로부터 구할 수 있다.

(3.1.2)

또한 그림 3.2의 공진 특성 기울기로부터 구한  $C_0$ 를 제동용량의 정의식인 다음과 비교하여

$$C_0 = \frac{bl}{t_p} \varepsilon_{33}^{LS} \tag{3.1.3}$$

유전율  $\epsilon_{33}^{LS}$ 를 구할 수 있다.

 $s_{22}^{E} = \frac{1}{m^{2}}$ 

이때 측정한 공진·반공진 주파수로부터 결합계수  $k_{32}$ 를 다음의 관계로부 터 구할 수 있으며







Fig. 3.2 Resonance characteristics of piezoelectric plate

$$k_{32} = \sqrt{\frac{-\frac{\pi}{2}\frac{f_a}{f_r}\cot\left(\frac{\pi}{2}\frac{f_a}{f_r}\right)}{1-\frac{\pi}{2}\frac{f_a}{f_r}\cot\left(\frac{\pi}{2}\frac{f_a}{f_r}\right)}}$$
(3.1.4)

이  $k_{32}$ 와  $\epsilon_{33}^{LS}$ 의 관계식을 이용하여  $\epsilon_{33}^{T}$ 를 구할 수 있다.

$$\varepsilon_{33}^{LS} = \varepsilon_{33}^T \left( 1 - k_{32}^2 \right) \tag{3.1.5}$$

또한 탄성계수, 유전율, 결합계수를 이용하여 압전상수  $d_{32}$ 를 구할 수 있다.

$$d_{32} = k_{32} \sqrt{s_{22}^E c_{33}^T} \tag{3.1.6}$$

여기서 압전 횡 효과 진동의 서셉턴스에 대한 1차원적 이론식인 식(3.1.7) 을

$$B = jwC_0 \left[ 1 + \frac{k_{32}^2}{1 - k_{32}^2} \frac{\tan \frac{\pi \, l \, f}{v}}{\tan \frac{\pi \, l \, f}{v}} \right]$$
(3.1.7)

이용하여 실험결과와 함께 나타내면 그림 3.3과 같이 나타난다. 이 결과를 보면 이론계산으로부터 구한 서셉턴스 그래프와 측정 결과가 공진 주파수 및 반공진 주파수에서 일치함을 알 수 있으며 비공진 영역에서 기울기 역 시 잘 일치함을 알 수 있다. 그러므로 이 결과로부터 도출된 물질상수들은 적절히 이 압전체의 특성을 나타냄을 확인 할 수 있었으며 위의 수식으로 부터 구한 물질상수들을 정리하면 표 3.1과 같이 나타낼 수 있다.



그림 3.3 구해진 물질상수에 의한 공진특성 시뮬레이션 결과 Fig. 3.3 Result of resonance simulation with obtained material constants

표 3.1 압전체의 물질상수 Table 3.1 Material constants of piezoelectric plate

폭 (	길이	두께	밀도	결합계수
b[mm]	l[mm]	$t_{p[mm]}$	$ ho[kg/m^3]$	$k_{32}[\%]$
13.5	63.9	0.44	7799.43	37
음속	탄성계수	비유전율	비유전율	압전상수
v[m/s]	$s^E_{22}[m^2/N]$	$\varepsilon_{33}^{LS}$	$\varepsilon_{33}^T$	$d_{32}[m/V]$
3084.45	$1.35 \times 10^{-11}$	2541.52	2954.44	$2.22 \times 10^{-10}$
	NA 3		IT III	
3084.45	1.35×10 <sup>-11</sup>	2541.52	2954.44	2.22×

#### 3.2 제작 및 실험 방법

두 장의 압전체 및 탄성체를 에폭시를 이용하여 접착하였다. 또한 압전 바이몰프는 변위의 발생력을 키우고, 전기용량을 줄이기 위하여 분극 방향 을 서로 같은 방향으로 나란하게 하였다.

여기서 접착한 면의 전극으로부터 도선을 빼기 위하여 플랫 와이어를 사 용하였다. 이렇게 만든 압전 바이몰프의 특성을 알아보기 위해 임피던스 분석기를 이용하여 전기 단자에서의 입력 서셉턴스를 측정하였다. 또한 양 단 자유일 경우에는 외부의 힘이 압전 바이몰프로 전달되지 않도록 그림 3.4(a)와 같이 압전 바이몰프 밑면에 부드러운 스펀지를 이용하여 측정을 하였으며, 일단 고정인 경우에는 그림 3.4(b)와 같이 압전 바이몰프의 한쪽 부분을 에폭시로 굳히고 바이스로 고정하는 방법으로 한쪽의 변위를 제로 로 만들어 압전 바이몰프의 특성을 실험하였다. 실험으로부터 얻은 압전 바이몰프의 특성이 이론적 특성해석법과 일치하는지 알아보기 위하여 이론 결과와 실험결과를 비교하였다.



(a)



(b)

그림 3.4 압전 바이몰프의 실험조건 (a) 양단 자유 ,(b) 일단 고정 Fig. 3.4 Experimental conditions of piezoelectric bimorph (a) free-free ends ,(b) fixed-free ends

#### 3.3 공진특성 및 전기기계결합계수

이 절에서는 압전 바이몰프 탄성체의 재질과 두께에 따른 공진특성의 변 화를 알아보았다. 그 방법으로 탄성체가 없는 경우와 탄성체로 아크릴 및 동판을 사용한 경우로 각각 구분하고 경계조건을 양단 자유일 때, 일단 고 정일 때로 나누어 압전 바이몰프의 이론적 특성 해석결과와 실험결과를 비 교하였다. 먼저 탄성체가 없는 경우에 있어서 양단 자유일 때의 입력 서셉 턴스 측정결과와 식(2.2.15)에서 탄성체의 두께인  $t_m$ 과  $Y_M$ 을 각각 0으로 두고 계산한 결과를 그림 3.5(a)에 나타내었다. 여기서 측정결과인 실선과 이론계산결과인 파선이 잘 일치함을 알 수 있으나 공진시의 이론치가 발산 하는 것은 이론 계산식에서 압전체의 감쇠항을 고려하지 않았기 때문이다. 또한 탄성체가 없는 경우 일단 고정에 대한 공진특성을 그림 3.5(b)에 나 타내었다. 여기서 이론 계산결과인 파선은 식(2.2.27)에서  $t_m = 0$ 인 경우의 계산 결과이다. 이 결과를 보면 양단 자유인 경우에 나타나지 않았던 0.1 kHz 및 1.9 kHz 부근의 공진 모드가 발생함을 알 수 있다.

그림 3.6(a)는 양단 자유일 때로 탄성체가 아크릴이며 두께  $t_m$ 은 0.49 mm이다. 이 결과를 그림 3.5(a)와 비교해보면 동일한 주파수 범위에서 공 진모드가 1.6 kHz 부근에서 하나만 나타났으며 측정결과와 이론 계산결과 의 공진 주파수의 차이는 이론 계산시 압전체와 탄성체 사이에 있는 접착 층의 영향을 고려하지 않았기 때문이라고 생각된다. 또한 그림 3.6(b)는 일 단 고정일 때로 그림 3.6(a)에서 사용한 탄성체와 동일한 탄성체를 이용하 였고 그림 3.6(b)와 비교해보면 동일한 탄성체를 이용한 경우 양단 자유인 경우에 나타나지 않았던 0.6 kHz 및 4.9 kHz 부근에서 공진모드가 발생함 을 알 수 있다. 여기서 주파수가 증가할수록 공진 주파수에 있어서 이론결

- 29 -

과와 실험결과의 차이가 커지는 것은 파장이 긴 경우에는 접착층의 영향을 무시할 수 있지만 파장이 짧아질수록 접착층의 영향이 커지기 때문이라고 생각된다.

그림 3.7(a)는 탄성체가 동판일 경우 양단 자유일 때의 입력 서셉턴스 측 정결과와 식(2.2.15)에서 탄성체의 두께인  $t_m$ 이 0.32 mm일 때 계산한 결과 를 비교하여 나타내었다. 이 결과를 보면 측정결과와 이론 계산결과의 공 진 주파수 위치가 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 이것은 앞서 나타낸 그림 3.6(a), (b)와는 달리 탄성체인 동판의 영률이 접착층인 에폭시에 비해 때 우 커 접착층의 영향을 무시하여도 큰 오차가 없는 것을 나타내고 있다. 또한 그림 3.7(b)는 일단 고정일 경우로 그림 3.7(a)에서 사용한 탄성체를 이용한 경우 양단 자유에 나타나지 않았던 0.2 kHz 및 3.3 kHz 부근에서 공진모드가 발생함을 알 수 있었다. 여기서 측정결과와 이론 계산결과의 기울기의 차이는 이론계산에 사용한  $C_0$ 가 1차원 근사식을 이용하여 계산 되어졌기 때문이라고 생각된다.

본 연구에서는 바이몰프를 설계하는 여러 가지 구성요소 중 압전체 사이 에 삽입되는 탄성체의 종류 및 두께에 따른 공진 주파수의 변화를 알아보 기 위하여 그림 3.8(a)와 같이 탄성체가 아크릴이고 양단 자유인 경우에 대 하여 두께 및 주파수에 따른 입력 어드미턴스의 변화를 계산하여 3차원 그 래프로 나타내었다. 이 결과로부터 탄성체의 두께가 두꺼워질수록 공진 주 파수가 증가하는 것을 알 수 있었고 그림에서 두께  $t_m$ 이 0.6 mm일 경우에 입력 어드미턴스가 최대이고 두께에 따라 어드미턴스 값이 일정하지 않으 므로 최적의 두께 조건이 존재한다는 것을 알 수 있다. 또한 그림 3.8(b)는 탄성체의 재질은 동일하나 경계 조건이 일단 고정일 경우를 나타낸 것이 다. 그림 3.8(a), (b)를 비교해 보면 양단 자유일 때는 공진모드가 1개만 나 타나지만 일단 고정일 때는 공진모드가 3개 나타나므로 양단 자유일 때보

- 30 -

다 일단 고정일 때 바이몰프의 굴곡진동에 대한 공진모드가 증가하는 것을 알 수 있다.

그림 3.9(a)는 탄성체가 동판이고 경계조건이 양단 자유일 경우에 두께 및 주파수에 따른 입력 어드미턴스의 변화를 계산하여 나타낸 것이다. 이 그림을 그림 3.8(a)와 비교해 보면 탄성체가 동판일 경우에 아크릴일 경우 보다 공진 주파수가 더 낮은 것을 알 수 있다. 또한 탄성체가 동판이고 경 계조건이 일단 고정일 경우에 두께 및 주파수에 따른 입력 어드미턴스의 변화는 그림 3.9(b)에 나타내었다. 이 그림은 그림 3.8(b)와 유사하게 양단

자유일 때보다 일단 고정일 때 공진모드가 증가하는 것을 알 수 있다. 다음으로 그림 3.10은 식(2.1.38)에서 구한 전기기계결합계수를 두께비와 영률에 따라 이론적으로 계산하여 3차원 그래프로 나타내었다. 여기서 두 께비가 0.5 부근의 전기기계결합계수의 값이 영률에 따라 일정하게 나타나 므로 압전체와 탄성체간의 적절한 두께비가 존재한다는 것과 두께비가 큰 압전 바이몰프를 이용할 경우에는 영률이 낮은 탄성체를 선택함으로써 전 기기계결합계수를 높일 수 있다는 것을 알 수 있다.



(b)



Fig. 3.5 Results of resonance characteristics without the elastic plate

(a) free-free ends, (b) fixed-free ends



(b)



- Fig. 3.6 Results of resonance characteristics with the acrylic as elastic plate
  - (a) free-free ends, (b) fixed-free ends



(b)



- Fig. 3.7 Results of resonance characteristics with the copper as elastic plate
  - (a) free-free ends, (b) fixed-free ends







- Fig. 3.8 Admittance characteristics change with the thickness and frequency of bimorph when acrylic inserted as an elastic material
  - (a) free-free ends, (b) fixed-free ends



- (b)
- 그림 3.9 탄성체가 동판일 때 두께 및 주파수에 따른 어드미턴스 (a) 양단 자유, (b) 일단 고정
- Fig. 3.9 Admittance characteristics change with the thickness and frequency of bimorph when copper inserted as an elastic material
  - (a) free-free ends, (b) fixed-free ends



그림 3.10 두께비와 영률에 따른 전기기계결합계수 Fig. 3.10 Electromechanical coupling coefficient with thickness ratio and Young's modulus

## IV. 결 론

압전 바이몰프는 저전압에서도 변위의 확대율이 크고 세라믹 판을 접착 제로 붙이므로 제작이 용이하며 정밀한 조작이 가능하다는 장점에도 불구 하고 압전 바이몰프의 전기음향변환 특성을 결정짓는 설계변수가 너무 많 아 그 사용이 제한되어져 왔다. 따라서 본 연구에서는 이 점을 개선하여 좀 더 효과적으로 압전 바이몰프를 이용하기 위하여 전기음향변환 특성해 석법을 정립하고 경계조건과 두께 및 재질에 따른 특성을 도출하였다.

구체적인 방법으로는 제 2장에서 압전 바이몰프의 여러 가지 설계변수에 대한 이론적 특성해석을 하기 위하여 압전 방정식으로부터 압전 바이몰프 의 운동방정식을 도출하고 도출한 운동 방정식을 이용하여 경계조건에 따 른 변위의 일반해를 구하였다. 또한 압전 바이몰프의 전기기계 변환효율에 관계하는 전기기계결합계수에 대한 식을 구하였다.

앞서 구한 운동 방정식과 경계조건에 따른 변위의 일반해를 이용하여 제 3장에서는 압전 바이몰프의 간접적인 기계적 특성해석을 도와줄 입력 어드 미턴스를 구하였고 여기서 구한 입력 어드미턴스를 이용하여 압전 바이몰 프의 공진특성 이론 계산결과와 측정결과가 유사함을 알 수 있었다. 또한 탄성체의 두께가 두꺼워짐에 따라 압전 바이몰프의 공진 주파수가 증가하 는 것과 양단 자유일 때 보다 일단 고정일 때 공진모드 수가 증가하는 것 을 알 수 있었으며 두께에 따른 어드미턴스가 일정하지 않는 것으로 보아 두께의 최적조건이 존재한다는 것을 이론적 계산으로 알 수 있었다. 또한 동일한 두께일 때 재질의 영률이 낮을수록 공진 주파수가 높다는 것을 알 수 있으며 전기기계결합계수에서는 두께비가 영률에 따라 일정하게 나타나 는 부분이 있는 것으로 보아 압전체와 탄성체간의 적절한 두께비가 존재하

- 38 -

는 것을 알 수 있었다. 이를 통해 본 연구에서 정립한 압전 바이몰프에 대 한 특성해석법이 유효하다는 것을 확인하였고 이을 이용하여 각 요소의 변 화에 따른 전기음향특성변화를 이론적으로 해석하였다. 따라서 본 연구의 결과는 압전 바이몰프의 설계변수에 따른 전기음향특성해석에 유용하게 적 용될 것으로 기대된다.



## 참고 문헌

[1] T. Ikeda, *Fundamentals of Piezoelectricity*, Oxford University, New York, pp. 1–3, 1990.

[2] S. C. Hwang and S. U. Kim, "Piezoelectric Bimorph Actuator for Precision Displacement Control", RIST 연구논문 제15권, 제2호, 2001.

[3] 김진수, 이덕출, "초음파 전동기와 압전 세라믹 엑츄에이터," 전기 학 회지, 제25권, 제9호, pp 698-705, 1998.

[4] B. G. Ahn, D. K. Lee, D. Y. Han, C. Y. Kang, J. W. Choi, H. J. Kim and S. J. Yoon, "Bender Typed Piezoelectric Multilayer Actuator", Journal of the Korean Ceramic Society, Vol. 40, No. 3, pp. 225–228, 2003.

[5] Tao Li, Y. H. Chen, F. Y. C. Boey, J. Ma, "Domain reorientation of piezoelectric bending actuators", Sensors and Actuators A: Physical, Vol. 134, No. 2, pp. 544–554, 2007.

[6] ニューケラスシリズ編集委員會, *壓電セラミクスの応用*, 學獻社, 東京, pp. 41-85, 1989.

[7] C. P. Germano, "Flexure Mode Piezoelectric Transducers", IEEE Trans. Audio and Electroacoustics, Vol. 19, No. 1, pp. 6–12, 1971.

[8] J. G. Smits, W. S. Choi, T. K. Cooney, "The efficiency to convert electrical to mechanical energy of a piezoelectric on silicon bimorph micromotor", IEEE Ultrasonics Symposium, Vol. 2, pp. 1019–1021, 1991.
[9] J. Ajitsaria, S. Y. Choe, D. Shen and D. J. Kim, "Modeling and analysis of a bimorph piezoelectric cantilever beam for voltage

generation", Smart Mater. Struct. Vol. 16, pp. 447-454, 2007.

[10] 조상희, "압전 세라믹의 평가와 응용", 한국세라믹학회, 세라미스트 요업재료의과학과기술 Vol. 1, No. 1, pp 47-59, 1986.

[11] 富川議郎, 超音波エレクトロニクス振動論 - 基礎と応用, 朝倉書店, pp. 104-107, 1997.

[12] 鈴木辰男, "バイモルフ壓電振動子の電氣機械結合係數", 日本音響學會
 誌 27卷 2号, pp. 87-94, 1971.



## 감사의 글

지난 2년 동안 부족한 저를 이끌어 주시고 학문의 길을 열어 주신 김무 준 교수님께 먼저 깊은 감사를 드립니다. 아울러 어려움에 부딪혔을 때 늘 아낌없이 조언해 주신 하강렬 교수님과 항상 변함없이 지켜봐주신 윤종락 교수님께도 감사의 말씀드리며 본 논문이 있기까지의 저에게 많은 가르침 을 주신 음향진동공학과의 모든 교수님께 감사드립니다.

대학원 생활동안 항상 저의 옆에서 많은 도움을 주신 배민건 박사님과 김정순 박사님께 고마움을 전하며 졸업하신 후에도 저에게 많은 관심을 가 져주신 선배님들과 같은 공간에서 생활하면서 실험할 때 끝까지 도움을 준 실험실 후배님들에게 감사의 마음을 전합니다.

또한, 학부시절부터 지금까지 줄곧 제가 올바른 길을 걸을 수 있도록 옆 에서 지켜봐 주시고 격려해 주신 이채봉 교수님께 깊이 감사드립니다.

마지막으로 무슨 일이든 항상 저를 믿고 아껴주신 가족들에게 감사의 마 음과 함께 이 논문을 바칩니다.