



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

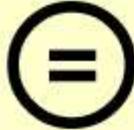
다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시, 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리, 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지, 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

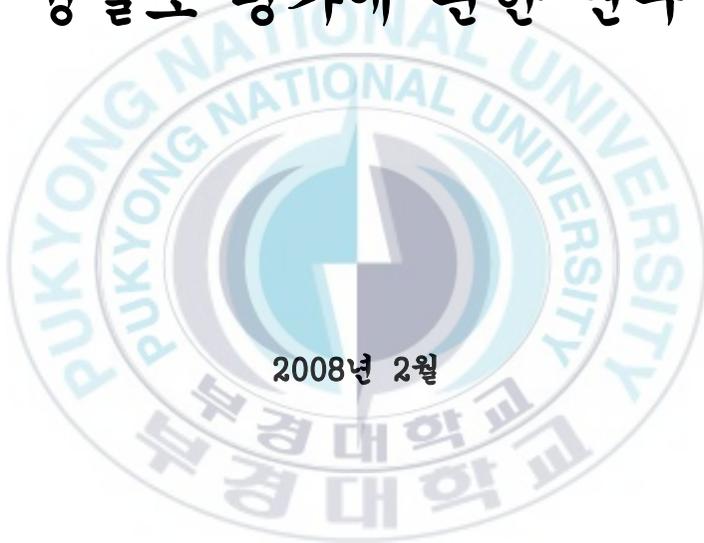
저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학석사 학위논문

유압 펌프의 유량 맥동 제측 및
정밀도 평가에 관한 연구



2008년 2월

부경대학교 대학원

기계공학부 지능기계공학과

김 지 응

공학석사 학위논문

유압 펌프의 유량 맥동 제측 및 정밀도 평가에 관한 연구



지도교수 이 일 영

이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함.

2008년 2월

부경대학교 대학원

기계공학부 지능기계공학과

김 지 응

김지웅의 공학석사 학위논문을 인준함.

2008년 2월



주 심 공학박사 이 연 원 인

위 원 공학박사 손 정 현 인

위 원 공학박사 이 일 영 인

목 차

Abstract	i
기호설명	iii
제 1 장 서 론	1
1.1 연구의 배경	1
1.2 연구의 목적 및 내용	2
제 2 장 2차 맥동원법에 대한 이론 해석	3
2.1 유압 펌프 고유치에 대한 기초 방정식	3
2.2 2차 맥동원법에 대한 요약	8
제 3 장 2차 맥동원법에 기초한 측정 장치 및 측정 방법	11
3.1. 2차 맥동원법에 기초한 측정 장치	11
3.1.1 측정 장치의 구성 조건	11
3.1.2 측정 장치의 제작	13
3.2 2차 맥동원법에 기초한 측정 방법	15
3.2.1 제1단계 측정	15
3.2.2 제2단계 측정	16
3.2.3 2차 맥동원법 측정 순서의 요약	17
제 4 장 유압 펌프의 고유치 측정 결과 및 고찰	19
4.1 Z_s 측정 결과(제1단계 측정 결과)	19
4.1.1 기본 물리 변수값의 정의 및 연산 프로그램 순서도	19
4.1.2 압력 맥동의 시간응답 특성	21
4.1.3 주파수 영역에서의 압력 맥동 데이터의 생성	22
4.1.4 2차 맥동원의 조화주파수에 해당하는 Z_s 구하기	23

4.1.5 Z_s 근사식 구하기	34
4.2 Q_s 측정 결과(제2단계 측정 결과)	37
4.2.1 기본 물리 변수값의 정의 및 연산 프로그램 순서도	37
4.2.2 압력 맥동의 시간응답 특성	38
4.2.3 주파수 영역에서의 압력 맥동 생성	39
4.2.4 측정 대상 펌프의 내부 유량 맥동 계산	41
4.3 Q_s의 신뢰성 검증	45
4.3.1 Q_s 를 이용한 Q_0 , P_3 의 계산	45
4.3.2 Q_s 의 신뢰성 검증	48
제 5 장 결 론	49
부 록 A	50
A.1 전달 매트릭스법에 의한 단일 관로 내 맥동류 해석	50
A.1.1 1차원 비점성을 가정한 관로 내 유동 해석	50
A.1.2 1차원 정상 층류 관 마찰 손실을 고려한 유동 해석	54
A.1.3 비정상 층류 압력 손실식을 고려한 해석	55
A.2 유압 펌프의 Z_s 및 Q_s를 구하기 위한 선행 연구	58
A.2.1 기지의 중단 임피던스로부터 구하는 방법	58
A.2.2 유압 트롬본(hydraulic trombone)법	59
A.2.3 2 압력/2 시스템(2 Pressures/2 Systems, 2P/2S)법	60
참 고 문 헌	62

A Study on Measurement of Hydraulic Pump's Flow Ripple Characteristics and Evaluation of the Test Results

Ji-Woong, Kim

*Intelligent Mechanical Engineering Division,
School of Mechanical Engineering, Graduate School,
Pukyong National University*

Abstract

Pressure ripple in hydraulic systems is a major source of vibration, which can lead to fatigue failure of components and cause air-borne noise. Therefore, in order to reduce vibration levels and produce quieter and more reliable systems, it is important to understand and quantify the fluid-borne noise characteristics of positive displacement pumps.

The fluid-borne noises of hydraulic pumps are characterized by the source impedance and the source flow ripple of pump. And these produced by a pump are influenced by the pumping mechanism and the fluid properties, and are, in general, independent of the dynamic characteristics of the circuit to which the pump is connected. These two characteristic values cannot be measured directly, but can be measured by some indirect methods from pressure ripple in pipe line.

Methods for measuring the source impedance and the source flow ripple of pump were proposed by some researchers. One representative method of the proposed methods is the “secondary source” method which has been accepted as an ISO standard(ISO 10767 Part 1).

The ISO 10767 Part 1 consists of the measurement system and test method based on the “secondary source” method. But the basic theory of the

“secondary source” method is not described distinctly in the ISO document. So it is very difficult for the industry side engineers to understand the ISO 10767. So this study analyzes theoretically on the source impedance, the source flow ripple of the pump, and pressure ripple of the pipe components. And explains the test process based on the ISO 10767 Part 1.

Firstly, in this study, the characteristics of the hydraulic system were analyzed in frequency domain. And the equations for pressure and flow ripple in the pipe line were rearranged with the transfer matrix method. And then, a mathematical model for measuring the pump’s properties from the pressure ripple in the standard pipe line was proposed by using the hydraulic transfer matrix method. And the theory of the “secondary source” method for measuring the pump’s properties from the mathematical model was explained concretely. As well, the author fabricated a test system based on the "secondary source" method, and conducted pilot tests. The test of the ISO 10767 Part 1 is divided into two steps. At the first step, the equation approximating the source impedance was obtained. And, at the second step, from the pressure ripple obtained by experiments, internal flow ripple and outlet flow ripple of the hydraulic pump were evaluated in frequency domain by numerical calculations. At the same time, a program for computing the flow ripple and internal impedance of hydraulic pumps was developed by using MATLAB.

To confirm the reliability of the calculated results from the dynamic characteristics of the hydraulic pump and pipe line system, the pressure ripple calculated from the pump’s properties was compared with the pressure ripple measured through the ISO 10767 Part 1. In the comparison, comparatively good agreements were obtained by showing the error rates 11.4 %.

As the results of this study, measuring the source impedance and the source flow ripple was enabled based on the ISO 10767 Part 1. And it is expected that the results of this study will be utilized by the engineers in the fluid power field in applying the ISO 10767 Part 1 to pump performance tests on flow/pressure ripple characteristics.

기 호 설 명

* 주파수 영역 변수

P_x : 위치 x 에서의 압력 맥동

\hat{P}_x : 위치 x 에서의 압력 맥동

Q_S : 유압 펌프의 내부 유량 맥동

Q_x : 위치 x 에서의 유량 맥동

\hat{Q}_x : 위치 x 에서의 유량 맥동

R_S : 관로 상류측 끝에서의 파동 반사율

R_T : 관로 하류측 끝에서의 파동 반사율

Z_C : 관로의 특성 임피던스

Z_L : 관로 입구 끝에서의 특성 임피던스

Z_S : 유압 펌프의 내부 임피던스

Z_T : 관로 출구 끝에서의 특성 임피던스

λ : 관로의 파동 전파 계수

$\bar{\lambda}$: 관로의 파동 전파 계수 ($=\lambda/j$)

ω : 각주파수

* 시간 영역 변수

p : 관로 내 압력

p_0 : 관로 내 초기 압력

$P_x(t)$: 위치 x 에서의 압력 맥동

$Q_s(t)$: 유압 펌프의 유량 맥동

u : x 방향으로의 유속

* 물리 정수

A : 관로의 내부 단면적

l : 관로 상 두 점 사이의 길이

R : 관로의 내부 반지름

V : 유체의 체적

c : 관로 내 음속

K : 유체의 체적 탄성 계수

V : 유체의 체적

V_0 : 유체의 초기 체적

r_0 : 관로 반지름

μ : 유체의 점성 계수

ρ : 유체의 밀도

제 1 장 서 론

1.1 연구의 배경

유압 장치에서는 유압 펌프에서 공기 중으로 전파되는 **공기 전파 소음(air-borne noise)**, 유압 펌프에 연결되어 있는 구조물로 전파되는 **고체 전파 소음(structure-borne noise)**, 그리고 관로 내의 유체를 타고 전파되는 **유체 전파 소음(fluid-borne noise)** 등이 발생한다. 특히 유압 장치에서 발생하는 전체 소음에서 유체 전파 소음의 비중이 가장 크며, 이는 유압 펌프에서 관로를 통하여 전파되는 유량·압력 맥동에 기인하는 것으로 알려져 있다(그림 1.1 참조). 여기서 피스톤식 유압 펌프의 경우 발생하는 유량·압력 맥동은 주로 작동유의 압축성으로 인해 피스톤 하사점 근방에서 송출 포트로부터 실린더실로 급격히 역류하는 유동에 의해 발생된다.

따라서 압력 맥동을 저감한 저소음형 유압 장치의 설계를 위해서는, 압력 맥동의 기진원인 유압 펌프의 유체 전파 소음 특성과 유체 전파 소음의 전달 통로인 배관 요소들에서의 맥동 전달 특성을 명확히 파악하는 것이 중요하다. 특히 유압 펌프의 유체 전파 소음 특성을 결정짓는 고유치로는 펌프의 **내부 임피던스**와 **유량 맥동**이 있다. 그러나 둘 다 직접 측정하는 것이 불가능한 양이며, 관로 내의 압력 맥동을 측정함으로써 간접적으로 측정하는 방법들이 여러 연구자들에 의하여 제안되었다(부록A.2 참조)^{1)~8)}.

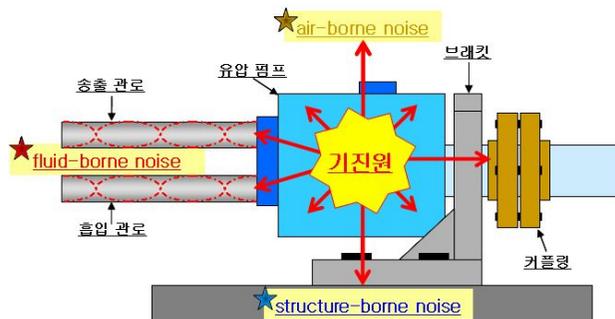


그림 1.1 유압 장치에서의 소음 발생

이들 측정 방법 중에서 Edge 및 Johnston의 “2차 맥동원(secondary source)” 법^{7),8)}에 의한 유압 장치의 유량·압력 맥동 측정법은 1996~1999년 사이에 ISO 규격⁹⁾(ISO 10767 Part 1, 2, 3 : 1은 유압 펌프에 대한 정밀 측정법, 2는 유압 펌프에 대한 단순 측정법, 3은 유압 모터에 대한 정밀 측정법)으로 채택되었으며, 이들 규격은 2002년도에 국내의 KS 규격(KS B ISO 10767 Part 1, 2, 3)으로도 채택되었다. 하지만 2차 맥동원법은 ISO 규격으로 채택되었으나 그 측정 방법 및 측정 결과의 연산과정이 복잡하여 현장에서의 적용이 매우 어려운 것으로 알려져 있다.

1.2 연구의 목적 및 내용

ISO 10767 Part 1의 내용을 살펴보면, 2차 맥동원법에 기초한 측정 장치의 구성과 측정 방법, 그리고 유압 펌프의 내부 임피던스와 유량 맥동을 수치 계산하기 위한 수식들이 있다. 그러나 유압 펌프의 고유치를 구하기 위한 2차 맥동원법의 기초 이론 내용과 수식의 유도 과정이 결여되어 있기 때문에 ISO 10767 Part 1의 내용을 이해하기가 쉽지 않다. 특히 현장 기술자들이 유압 펌프의 내부 임피던스 및 유량 맥동을 측정하기 위한 ISO 10767 Part 1의 적용에 많은 애로점이 있을 것으로 판단된다.

본 연구에서는 먼저 유체의 관로 내 동특성을 주파수 영역으로 유도한 후, 기준 관로에서의 압력 맥동과 유량 맥동에 대한 수식을 전달 매트릭스법으로 유도하였다. 이러한 유체의 관로 내 전달 매트릭스법을 이용하여 기준 관로 상의 압력 맥동으로부터 유압 펌프의 고유치를 계산하기 위한 수학적 모델과 2차 맥동원법에 대한 기초 이론에 대하여 설명하였다.

또한 ISO 10767 Part 1에 근거한 측정 장치를 구현하여 기준 관로 상에서의 압력 맥동을 측정한 후 측정 대상 펌프의 내부 임피던스와 유량 맥동을 수치 계산하였다. 여기서 매트랩(MATLAB)을 사용하여 유압 펌프의 내부 임피던스와 유량 맥동 해석 프로그램을 개발하였다. 그리고 프로그램의 신뢰성 검증을 위하여 임의의 관로 상에서의 압력 맥동 측정값과 유압 펌프의 고유치로부터 연산한 압력 맥동 계산값을 비교하여 확인하였다.

제 2 장 2차 맥동원법에 대한 이론 해석

2.1 유압 펌프 고유치에 대한 기초 방정식^{5),7)}

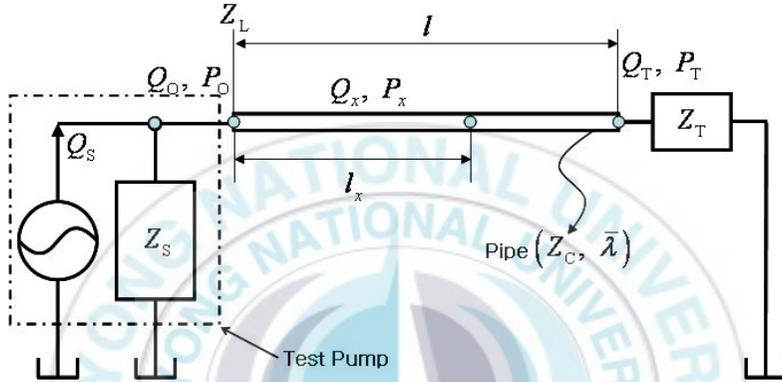


그림 2.1 단순 유압 회로에서의 임피던스⁵⁾

유압 펌프는 내부 임피던스를 분로(分路) 임피던스 형태로 갖는 유량원으로 간주할 수 있음이 알려져 있다. 이는 전기회로의 노턴 모델(Norton model)을 전용한 것이며, 펌프, 단일 관로, 부하 밸브로 구성된 유압 회로는 임피던스 표시로서 그림 2.1과 같이 나타낼 수 있다.

그림 2.1에서 유압 펌프의 내부 유량 맥동(Q_s)은 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q_s = Q_0 + \frac{P_0}{Z_s} \rightarrow Q_s = \frac{P_0}{Z_L} + \frac{P_0}{Z_s} = P_0 \cdot \left(\frac{Z_s + Z_L}{Z_s \cdot Z_L} \right)$$

따라서 유압 펌프의 출구 압력 맥동(P_0)은 식 (2.1)과 같다.

$$\therefore P_0 = \left(\frac{Q_s \cdot Z_s \cdot Z_L}{Z_s + Z_L} \right) \quad (2.1)^5$$

또한 부록A.1의 식 (A.19)에 의해 P_x 는 식 (2.2)와 같다.

$$P_x = P_0 \cdot \left\{ \cosh(\lambda l_x) - \frac{Z_C}{Z_L} \cdot \sinh(\lambda l_x) \right\} \quad (2.2)^5$$

식 (2.2)에 식 (2.1)을 대입하면 P_x 는 식 (2.3)과 같다.

$$P_x = \left(\frac{Q_S \cdot Z_S \cdot Z_L}{Z_S + Z_L} \right) \cdot \left\{ \cosh(\lambda l_x) - \frac{Z_C}{Z_L} \cdot \sinh(\lambda l_x) \right\} \quad (2.3)^5$$

여기서, 삼각함수와 쌍곡선함수 사이의 변환관계를 살펴보면,¹¹⁾

$$\cos(\alpha) = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2}, \quad \sin(\alpha) = \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2 \cdot j}$$

$$\cosh(\alpha) = \frac{e^\alpha + e^{-\alpha}}{2}, \quad \sinh(\alpha) = \frac{e^\alpha - e^{-\alpha}}{2}$$

이므로,

$$\cosh(\lambda l_x) = \cosh(j\bar{\lambda} l_x) = \cos(\bar{\lambda} l_x)$$

$$\sinh(\lambda l_x) = \sinh(j\bar{\lambda} l_x) = j \cdot \sin(\bar{\lambda} l_x)$$

이다. 이 때 $\lambda = j\bar{\lambda}$ 이다. 따라서 유압 펌프 송출구로부터 임의의 거리(l_x)에서의 압력 맥동(P_x)는 아래의 식 (2.4)로 나타낼 수 있다.

$$\therefore P_x = \left(\frac{Q_S \cdot Z_S \cdot Z_L}{Z_S + Z_L} \right) \cdot \left\{ \cos(\bar{\lambda} l_x) - j \cdot \frac{Z_C}{Z_L} \cdot \sin(\bar{\lambda} l_x) \right\} \quad (2.4)$$

또한 부록A.1의 식 (A.21)로부터 식 (2.5)가 성립된다.

$$\frac{P_0}{Q_0} = \frac{\cosh(\lambda l) + \frac{Q_T}{P_T} \cdot Z_C \cdot \sinh(\lambda l)}{\frac{1}{Z_C} \cdot \sinh(\lambda l) + \frac{Q_T}{P_T} \cdot \cosh(\lambda l)} \quad (2.5)$$

여기서

$$\frac{P_0}{Q_0} = Z_L, \quad \frac{P_T}{Q_T} = Z_T$$

이므로, 식 (2.5)는 식 (2.6)으로 나타낼 수 있다.

$$Z_L = \frac{Z_C \cdot Z_T}{Z_C \cdot Z_T} \cdot \frac{\cosh(\lambda l) + \frac{1}{Z_T} \cdot Z_C \cdot \sinh(\lambda l)}{\frac{1}{Z_C} \cdot \sinh(\lambda l) + \frac{1}{Z_T} \cdot \cosh(\lambda l)}$$

$$Z_L = Z_C \cdot \frac{Z_T \cdot \cosh(\lambda l) + Z_C \cdot \sinh(\lambda l)}{Z_C \cdot \cosh(\lambda l) + Z_T \cdot \sinh(\lambda l)} \quad (2.6)^5$$

여기서 삼각함수와 쌍곡선함수의 관계를 적용하면, 식 (2.6)은 식 (2.7)로 나타낼 수 있다.

$$\therefore Z_L = Z_C \cdot \frac{Z_T \cdot \cos(\bar{\lambda} l) + j \cdot Z_C \cdot \sin(\bar{\lambda} l)}{Z_C \cdot \cos(\bar{\lambda} l) + j \cdot Z_T \cdot \sin(\bar{\lambda} l)} \quad (2.7)$$

이 때, $\bar{\lambda}$, Z_C 및 $\xi(\omega)$ 는 각각 아래와 같다.⁵⁾

$$\bar{\lambda} = \frac{\omega}{c} \xi(\omega)$$

$$Z_C = \left(\frac{\rho c}{A} \right) \cdot \xi(\omega)$$

$$\xi(\omega) \square 1 + \left(\frac{v}{R^2 \omega} \right)^{0.5} + \left(\frac{v}{R^2 \omega} \right) + \frac{7}{8} \left(\frac{v}{R^2 \omega} \right)^{1.5} \quad 13)$$

식 (2.7)은 오일러 공식을 적용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Z_L = Z_C \cdot \frac{Z_T \cdot \cos(\bar{\lambda} l) + j \cdot Z_C \cdot \sin(\bar{\lambda} l)}{Z_C \cdot \cos(\bar{\lambda} l) + j \cdot Z_T \cdot \sin(\bar{\lambda} l)}$$

$$= Z_C \cdot \frac{Z_T \cdot \frac{e^{j\bar{\lambda} l} + e^{-j\bar{\lambda} l}}{2} + j \cdot Z_C \cdot \frac{e^{j\bar{\lambda} l} - e^{-j\bar{\lambda} l}}{2 \cdot j}}{Z_C \cdot \frac{e^{j\bar{\lambda} l} + e^{-j\bar{\lambda} l}}{2} + j \cdot Z_T \cdot \frac{e^{j\bar{\lambda} l} - e^{-j\bar{\lambda} l}}{2 \cdot j}}$$

$$= Z_C \cdot \frac{(Z_T + Z_C) \cdot e^{j\bar{\lambda} l} + (Z_T - Z_C) \cdot e^{-j\bar{\lambda} l}}{(Z_T + Z_C) \cdot e^{j\bar{\lambda} l} - (Z_T - Z_C) \cdot e^{-j\bar{\lambda} l}} \quad (2.8)^5$$

여기서 $R_T = \frac{Z_T - Z_C}{Z_T + Z_C}$ 이라 하면, 식 (2.8)은 식 (2.9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$Z_L = Z_C \cdot \frac{e^{j\bar{\lambda}l} + R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}l}}{e^{j\bar{\lambda}l} - R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}l}} \quad (2.9)^5$$

또한, 식 (2.4)에 오일러 공식을 적용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} P_x &= \left(\frac{Q_S \cdot Z_S \cdot Z_L}{Z_S + Z_L} \right) \cdot \left\{ \cos(\bar{\lambda}l_x) - j \frac{Z_C}{Z_L} \sin(\bar{\lambda}l_x) \right\} \\ &= \left(\frac{Q_S \cdot Z_S \cdot Z_L}{Z_S + Z_L} \right) \cdot \cos(\bar{\lambda}l_x) - j \cdot \left(\frac{Q_S \cdot Z_S \cdot Z_C}{Z_S + Z_L} \right) \cdot \sin(\bar{\lambda}l_x) \\ &= \frac{\left(\frac{Q_S \cdot Z_S \cdot Z_L \cdot e^{j\bar{\lambda}l_x} + Q_S \cdot Z_S \cdot Z_L \cdot e^{-j\bar{\lambda}l_x}}{2} \right)}{Z_S + Z_L} \\ &\quad - \frac{\left(j \cdot \frac{Q_S \cdot Z_S \cdot Z_C \cdot e^{j\bar{\lambda}l_x} - Q_S \cdot Z_S \cdot Z_C \cdot e^{-j\bar{\lambda}l_x}}{2 \cdot j} \right)}{Z_S + Z_L} \\ &= \frac{(Q_S \cdot Z_S \cdot Z_L - Q_S \cdot Z_S \cdot Z_C) \cdot e^{j\bar{\lambda}l_x}}{2(Z_S + Z_L)} \\ &\quad + \frac{(Q_S \cdot Z_S \cdot Z_L + Q_S \cdot Z_S \cdot Z_C) \cdot e^{-j\bar{\lambda}l_x}}{2(Z_S + Z_L)} \end{aligned} \quad (2.10)$$

식 (2.10)의 분모항에 식 (2.9)를 대입하면 식 (2.11)과 같다.

$$\begin{aligned} 2(Z_S + Z_L) &= 2 \cdot \frac{Z_S \cdot e^{j\bar{\lambda}l} - Z_S \cdot R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}l} + Z_C \cdot e^{j\bar{\lambda}l} + Z_C \cdot R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}l}}{e^{j\bar{\lambda}l} - R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}l}} \\ &= 2 \cdot \frac{(Z_S + Z_C) \cdot e^{j\bar{\lambda}l} - (Z_S - Z_C) \cdot R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}l}}{e^{j\bar{\lambda}l} - R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}l}} \end{aligned} \quad (2.11)$$

또한, 식 (2.11)의 분자항에 식 (2.10)을 대입하면,

$$\begin{aligned}
& (Q_S \cdot Z_S \cdot Z_L - Q_S \cdot Z_S \cdot Z_C) \cdot e^{j\bar{\lambda}l_x} + (Q_S \cdot Z_S \cdot Z_L + Q_S \cdot Z_S \cdot Z_C) e^{-j\bar{\lambda}l_x} \\
&= Q_S \cdot Z_S \cdot Z_C \left(\frac{e^{j\bar{\lambda}l} + R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}l}}{e^{j\bar{\lambda}l} - R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}l}} \right) \cdot e^{j\bar{\lambda}l_x} + Q_S \cdot Z_S \cdot Z_C \cdot e^{j\bar{\lambda}l_x} \\
& \quad + Q_S \cdot Z_S \cdot Z_C \left(\frac{e^{j\bar{\lambda}l} + R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}l}}{e^{j\bar{\lambda}l} - R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}l}} \right) \cdot e^{-j\bar{\lambda}l_x} + Q_S \cdot Z_S \cdot Z_C \cdot e^{-j\bar{\lambda}l_x} \\
&= Q_S \cdot Z_S \cdot Z_C \left\{ \left(\frac{e^{j\bar{\lambda}(l+l_x)} + R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}(l+l_x)}}{e^{j\bar{\lambda}l} - R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}l}} \right) - \left(\frac{e^{j\bar{\lambda}(l+l_x)} + R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}(l+l_x)}}{e^{j\bar{\lambda}l} - R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}l}} \right) \right. \\
& \quad \left. + \left(\frac{e^{j\bar{\lambda}(l-l_x)} + R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}(l-l_x)}}{e^{j\bar{\lambda}l} - R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}l}} \right) + \left(\frac{e^{j\bar{\lambda}(l-l_x)} - R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}(l-l_x)}}{e^{j\bar{\lambda}l} - R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}l}} \right) \right\} \quad (2.12)
\end{aligned}$$

이다. 위에서 구한 식 (2.11), (2.12)를 식 (2.10)에 대입하여 풀면,

$$\begin{aligned}
P_x &= Q_S \cdot Z_S \cdot Z_L \cdot \left[\frac{e^{j\bar{\lambda}(l+l_x)} - e^{j\bar{\lambda}(l+l_x)} + R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}(l+l_x)} - R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}(l+l_x)}}{2 \cdot \left\{ (Z_S + Z_C) \cdot e^{j\bar{\lambda}l} - (Z_S - Z_C) \cdot R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}l} \right\}} \right. \\
& \quad \left. + \frac{R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}(l-l_x)} + R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}(l-l_x)} + e^{j\bar{\lambda}(l-l_x)} + e^{j\bar{\lambda}(l-l_x)}}{2 \cdot \left\{ (Z_S + Z_C) \cdot e^{j\bar{\lambda}l} - (Z_S - Z_C) \cdot R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}l} \right\}} \right] \\
&= Q_S \cdot Z_S \cdot Z_C \cdot \frac{e^{j\bar{\lambda}(l+l_x)} + R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}(l-l_x)}}{(Z_S + Z_C) \cdot e^{j\bar{\lambda}l} - (Z_S - Z_C) \cdot R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}l}} \\
&= Q_S \cdot Z_S \cdot Z_C \cdot \frac{\frac{e^{j\bar{\lambda}(l+l_x)} + R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}(l-l_x)}}{(Z_S + Z_C) \cdot e^{j\bar{\lambda}l}}}{1 - \frac{(Z_S - Z_C) \cdot R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}l}}{(Z_S + Z_C) \cdot e^{j\bar{\lambda}l}}}
\end{aligned}$$

여기서 $R_S = \frac{Z_S - Z_C}{Z_S + Z_C}$ 로 두고 대입하면 P_x 는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\therefore P_x = \frac{Q_S \cdot Z_S \cdot Z_C}{Z_S + Z_C} \cdot \left\{ \frac{e^{-j\bar{\lambda}l_x} + R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}(2l-l_x)}}{1 - R_S \cdot R_T \cdot e^{-j2\bar{\lambda}l}} \right\} \quad (2.13)$$

이 때 R_S 는 관로 상류측 끝에서의 파동 반사율이고 R_T 는 관로 하류측 끝에서의 파동 반사율이다. 또한 식 (2.4), (2.13)의 $\{ \}$ 내는 정재파 (standing wave)의 영향을 나타내는 항이다.

2.2 2차 맥동원법에 대한 요약^{5),7)}

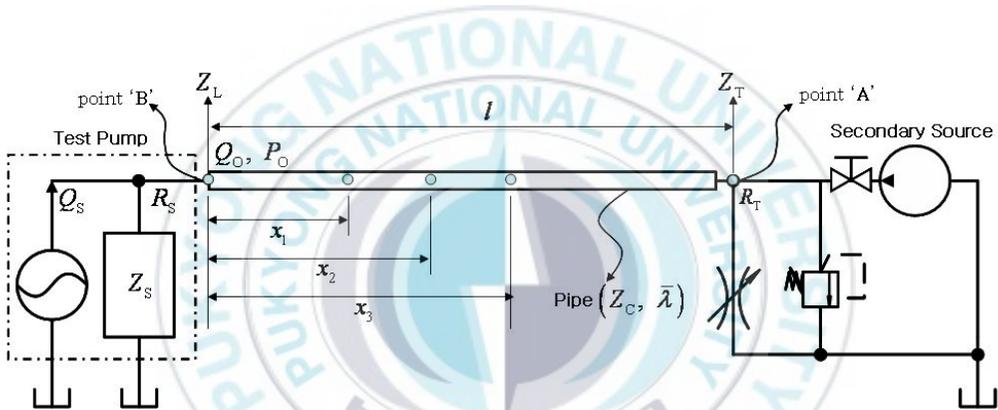


그림 2.2 2차 맥동원법에 대한 유압 회로¹⁰⁾

그림 2.2에 나타낸 바와 같이, 관로의 우측 끝에 별도의 맥동원 즉, 2차 맥동원(secondary source, 유압 펌프 또는 특수 제작한 맥동 발생 장치)을 설치하고, 이것에 의하여 발생하는 위치 x_1 및 x_2 에서의 압력 맥동을 P_{x1} , P_{x2} 라고 하면 식 (2.13)으로부터 다음 식이 얻어진다.

$$\frac{P_{x2}}{P_{x1}} = \frac{e^{-j\bar{\lambda}(l-x_2)} + R_S \cdot e^{-j\bar{\lambda}(l+x_2)}}{e^{-j\bar{\lambda}(l-x_1)} + R_S \cdot e^{-j\bar{\lambda}(l+x_1)}} \quad (2.14) \quad ^5)$$

여기서 식 (2.13)으로부터 P_{x2}/P_{x1} 를 직접 구하면 식 (2.14)에서 R_S 가 아닌 R_T 가 표기되겠지만, 2차 맥동원을 기준으로 관로를 역방향으로 연산하기 때문에 R_T 대신에 R_S 를 표기한다.

식 (2.14)로부터 R_S 에 관한 아래 식이 얻어진다.

$$R_S = \frac{\left(\frac{P_{x2}}{P_{x1}}\right) \cdot e^{-j\bar{\lambda}(l-x_1)} - e^{-j\bar{\lambda}(l-x_2)}}{e^{-j\bar{\lambda}(l+x_2)} - \left(\frac{P_{x2}}{P_{x1}}\right) \cdot e^{-j\bar{\lambda}(l+x_1)}} \quad (2.15)$$

또한 $R_S = \frac{Z_S - Z_C}{Z_S + Z_C}$ 이므로, P_{x1} , P_{x2} 를 측정하면 식 (2.15)로부터 R_S 가 구해지고, 이어서 식 (2.16)으로부터 Z_S 가 구해진다.

$$Z_S = -Z_C \cdot \left(\frac{R_S + 1}{R_S - 1}\right) \quad (2.16)^5$$

한편, 측정 대상 펌프(test pump, 1차 맥동원)의 유량 맥동에 의하여 발생하는 압력 맥동 P_{x1} , P_{x2} 을 측정하면 식 (2.13)으로부터 얻어지는 아래 식 (2.17)에 의하여 R_T 가 구해진다.

$$\frac{P_{x2}}{P_{x1}} = \frac{e^{-j\bar{\lambda}x_2} + R_T e^{-j\bar{\lambda}(2l-x_2)}}{e^{-j\bar{\lambda}x_1} + R_T e^{-j\bar{\lambda}(2l-x_1)}}$$

$$R_T = \frac{\left(\frac{P_{x2}}{P_{x1}}\right) \cdot e^{-j\bar{\lambda}x_1} - e^{-j\bar{\lambda}x_2}}{e^{-j\bar{\lambda}(2l-x_2)} - \left(\frac{P_{x2}}{P_{x1}}\right) \cdot e^{-j\bar{\lambda}(2l-x_1)}} \quad (2.17)$$

또한 $R_T = \frac{Z_T - Z_C}{Z_T + Z_C}$ 이므로 식 (2.18)로부터 관로 하류측 끝(2차 맥동원 쪽 끝)의 임피던스 Z_T 가 구해진다.

$$Z_T = -Z_C \cdot \left(\frac{R_T + 1}{R_T - 1}\right) \quad (2.18)^5$$

식 (2.13)을 식 (2.19)와 같이 Q_S 에 관한 식으로 정리한 후 위에서 구한 R_T , R_S , Z_S 를 대입하면 펌프의 유량 맥동 Q_S 를 구할 수 있다.

$$Q_s = P_x \cdot \frac{Z_s + Z_c}{Z_s \cdot Z_c} \cdot \left(\frac{1 - R_s \cdot R_T \cdot e^{-j2\bar{\lambda}l}}{e^{-j\bar{\lambda}x} + R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}(2l-x)}} \right) \quad (2.19) \quad ^5)$$



제 3 장 2차 맥동원법에 기초한 측정 장치 및 측정 방법

3.1. 2차 맥동원법에 기초한 측정 장치

3.1.1 측정 장치의 구성 조건⁹⁾

ISO 10767 Part 1에 나타나 있는 2차 맥동원법 측정 장치의 구성 조건은 아래와 같다.

회로상의 관로 안지름은 유압 펌프 토출구의 안지름과 10% 이상의 차이를 가지면 안된다. 또한 유압 펌프의 토출구와 관로를 연결하기 위한 연결 금구의 길이는 관로 안지름의 2배를 초과해서는 안된다. 이 때 사용되는 관로는 균일하고 강성이 있는 진직(眞直) 금속관으로 하고, 관로의 안지름은 펌프 토출구 안지름의 80~120%로 해야한다(그림 3.1 참조).

압력 변환기는 그림 3.2에서와 같이 관로 길이에 따라 설치해야 한다. 이 때 압력 변환기의 다이어프램이 관 내부 벽 ± 0.5 mm 이내로 인접하도록 부착해야 한다. 여기서 사용되는 압력 변환기와 압력 맥동 계측 장비는 펌프 회전수에 대한 10개의 조화 주파수(harmonic frequency) 성분의 진폭과 위상을 측정할 수 있어야 한다. 이 때 두 개 또는 세 개의 압력 변환기로부터 압력 맥동은 동시에 측정되어야 하며, 아래와 같은 정확성과 분해능을 가지고 있어야 한다.

- 1) 진폭 $\pm 1\%$ 이내
- 2) 위상 $\pm 1\%$ 이내
- 3) 주파수 $\pm 0.5\%$ 이내

허용 오차 이상에서의 $\pm 10\%$ 이내의 전체 실효값(rms) 압력 맥동은 불확실한 결과를 초래할 수 있다.

배관 길이 및 압력 변환기 설치 위치는 표 3.1과 같다.

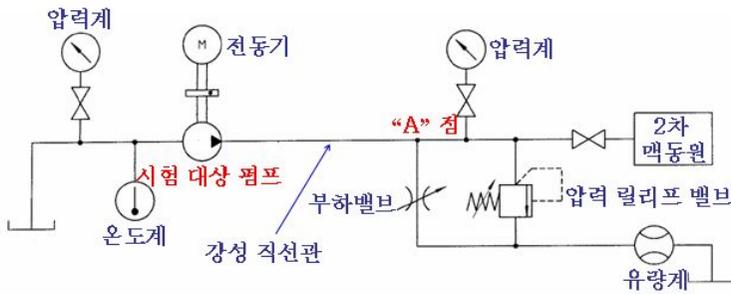


그림 3.1 ISO 10767 Part 1의 유압 회로도⁹⁾



그림 3.2 ISO 10767 Part 1의 관로 구성도⁹⁾

표 3.1 배관 길이와 압력 변환기 위치⁹⁾

배관 길이와 변환기 부착 위치	최소 펌핑 주파수 f_{\min} (Hz)	
	$50 \leq f_{\min} \leq 100$	$100 \leq f_{\min} \leq 400$
x_1	0.15 m \pm 1%	0.1 m \pm 1%
x_2	0.85 m \pm 1%	0.43 m \pm 1%
x_3	1.85 m \pm 1%	0.9 m \pm 1%
l	최소 2 m	최소 1 m

3.1.2 측정 장치의 제작¹⁰⁾

ISO 10767 Part 1에 제시되어 있는 2차 맥동원법 측정 장치의 구성 조건으로부터 그림 3.3과 같이 측정 장치를 제작하였다.

측정 대상 유압 펌프 및 2차 맥동원용으로는 모두 V사의 가변 용량형 사판식 피스톤 펌프(행정용적: $13.8 \text{ cm}^3/\text{rev}$, 피스톤수: 9개)를 사용하였다. 펌프에 부착된 레귤레이터에 의하여 압력 설정이 가능하기 때문에 별도의 릴리프 밸브를 설치하지는 않았다. 압력 변환기로는 압전식(piezo-electric type, resonant freq. 500 kHz, linearity $\pm 1\%$ FS)을, 구동용 전동기로는 DC 서보모터(7.5 kW, 0~4000 rpm)를 사용하였다. 압력 변환기로부터 압력 맥동 데이터를 PC로 저장하기 위한 A/D변환기로는 NI사의 DAQCard-6062E를 사용하였다.

측정 장치에 사용된 관로는 재질이 같은 강관(내경: 0.01 m)이며, 기준 관로 길이 x_1 , x_2 및 l 은 각각 0.109 m, 0.436 m, 1.152 m이다. 또한 기준 관로로 사용한 강관에는 압력 변환기 설치용 블록을 부착하였으며, 블록 내면은 기준 관로와 동일한 직경이 되도록 가공하였다.

그림 3.4는 측정 장치의 주요 구성요소 사진을 나타낸 것이다.

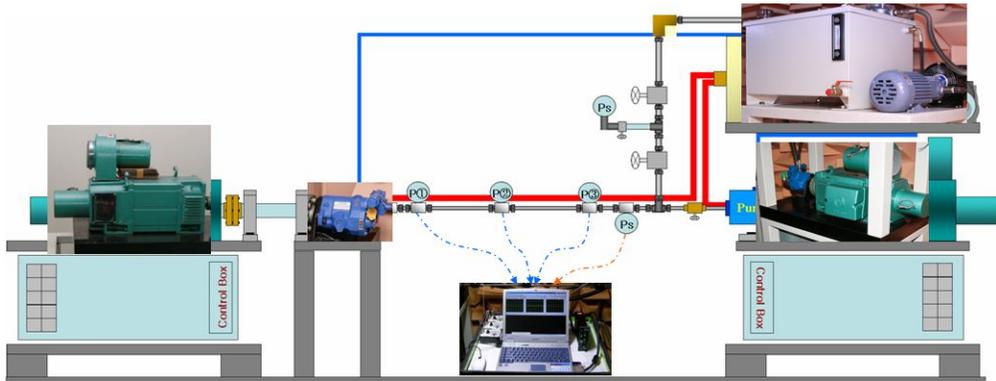


그림 3.3 2차 맥동원법 측정 장치의 구성도¹⁰⁾

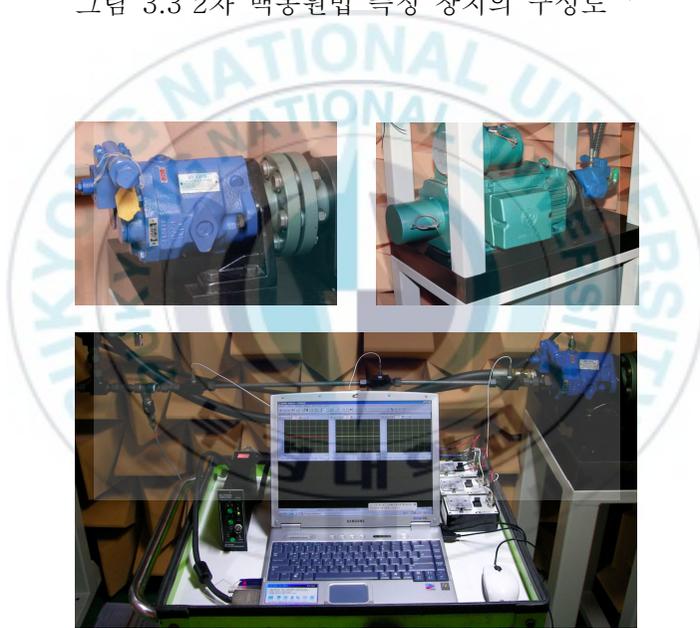


그림 3.4 측정 장치 구성 요소의 사진¹⁰⁾

(측정 대상 펌프, 2차 맥동원 및 구동기, 데이터 취득을 위한 PC)

3.2 2차 맥동원법에 기초한 측정 방법

2차 맥동원법에 의한 측정 방법은 다음과 같이 크게 두 단계로 구분된다.

- 제1단계 : 측정 대상 펌프(펌프 ①)와 2차 맥동원(펌프 ②)을 모두 구동시킨 상태에서 압력 맥동 P_{x1} , P_{x2} 를 측정함으로써 Z_S 를 구하는 과정
- 제2단계 : 측정 대상 펌프만을 구동시킨 상태에서 압력 맥동 P_{x1} , P_{x2} 를 측정함으로써 Q_S 를 구하는 과정

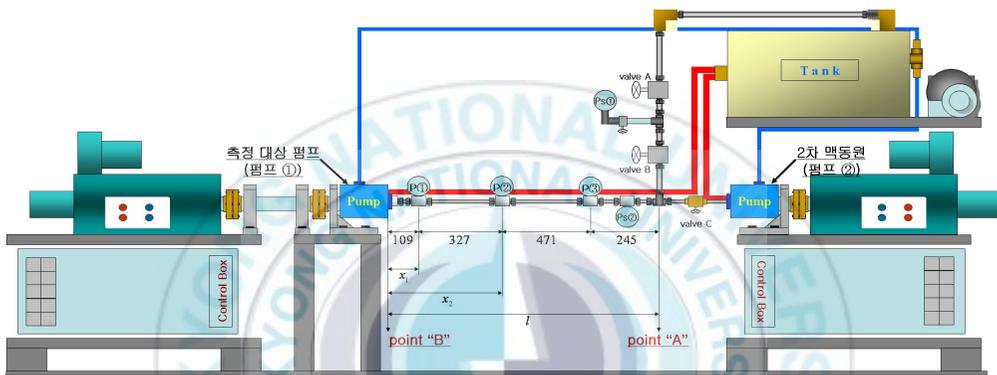


그림 3.5 2차 맥동원법 측정 장치의 구성도¹⁰⁾

3.2.1 제1단계 측정

펌프 ①의 내부 임피던스(Z_S)는 식 (2.64)로부터 구해진다. 이 때 식 (2.16)에서 관로 상류측 끝(point “B”)에서의 파동 반사율(R_S)은 식 (2.15)와 주파수 영역에서의 관로 상 압력 맥동 데이터(P_{x1} , P_{x2})로부터 구해진다. 여기서 식 (2.15)는 펌프 ②에 의하여 생성되는 파동에 관한 식이다. 따라서 R_S 를 구하기 위한 식 (2.15)에 사용되는 P_{x1} 및 P_{x2} 는 펌프 ②에 의해 생성되는 압력 맥동 데이터여야 한다.

하지만 그림 3.5의 측정 장치로부터 펌프 ②만을 구동하여 압력 맥동 데이터를 측정할 수 없음을 알 수 있다. 이는 펌프 ②를 구동함과 동시에 펌프 ①이 정격 회전방향의 반대방향으로 구동되기 때문이다. 그러므로 제1단계에서는 펌프 ① 및 ②를 동시에 구동시켜야 하며, 이 때 측정되는 P_{x1} 및 P_{x2} 의 데이터로부터 펌프 ①에 의한 성분을 배제시켜야 한다.

이러한 압력 맥동 데이터의 처리를 위해서는 펌프 ①과 펌프 ②의 회전속도를 서로 달리 함으로써 각 펌프가 생성한 압력 맥동 데이터의 조화성분들(harmonic components)의 주파수가 겹치지 않도록 하고, $P_{x1}(t)$ 및 $P_{x2}(t)$ 의 FFT 신호처리 결과에서 펌프 ②의 조화주파수 성분만을 취함으로써 실현한다.

예를 들어 펌프 ①의 회전속도가 1800 rpm이면 펌프 ①에 의해 생성되는 조화주파수는 270 Hz($30 \text{ rps} \times 9 \text{ pistons}$)의 정수배에 해당하는 주파수이다. ISO 10767 Part 1에서는 펌프 ①에 의해 생성된 조화주파수와 겹치지 않는, 펌프 ②의 조화주파수 성분이 10개 이상 생성되어야 한다고 명시되어 있다. 따라서 펌프 ②이 속도를 1700 rpm(255 Hz) 또는 1900 rpm(285 Hz)으로 결정하면 된다.

제1단계 측정으로부터 취득한 압력 맥동 데이터($P_{x1}(t)$, $P_{x2}(t)$)를 FFT 처리한 후 2차 맥동원의 조화주파수에 해당하는 성분들만으로 압력 맥동을 분리하면 식 (2.15), (2.16)으로부터 R_S 와 Z_S 를 구할 수 있다. 구해진 Z_S 는 펌프 ①의 내부 임피던스 측정치이며, Z_S 의 데이터는 펌프 ②의 조화주파수들에서만 그 값이 존재하게 된다. 이러한 Z_S 의 측정치에 기초하여 Z_S 에 관한 근사식을 구할 수 있다. 그리고 Z_S 의 근사식으로부터 다시 R_S 의 데이터(조밀한 주파수 성분에 따른 데이터)를 구할 수 있다.

3.2.2 제2단계 측정

펌프 ①의 내부 유량 맥동(Q_S)은 식 (2.19)로부터 구해진다. 이 때 식 (2.19)에서 관로 하류측 끝(point “A”)에서의 파동 반사율(R_T)는 식 (2.17)과 주파수 영역에서의 관로 상 압력 맥동 데이터(P_{x1} , P_{x2})로부터 구해진다. 여기서 식 (2.17)은 펌프 ①에 의하여 생성되는 파동에 관한 식이다. 따라서 R_T 를 구하기 위한 식 (2.17)에 사용되는 P_{x1} 및 P_{x2} 는 펌프 ①만을 구동하여 측정한 $P_{x1}(t)$ 및 $P_{x2}(t)$ 의 측정 데이터를 주파수 영역으로 변환한 값이다.

측정에서 구한 P_{x1} , P_{x2} 의 결과를 식 (2.17)에 대입함으로써 R_T 를 구할 수 있고, 또한 3.2.1절에서 구한 R_S , Z_S 와 제2단계 측정에서 구한 임의의 위치 x 에서의 주파수 영역 압력 데이터 P_x 를 식 (2.19)에 대입함으로써 Q_S 를 구할 수 있다. 이 때 식 (2.19)로부터 계산되는 Q_S 는 주파수 영역의 값(실수부, 허수부가 존재)이며, Q_S 데이터를 역 FFT 연산함에 따라 시간 영역의 $Q_S(t)$ 가 구해진다.

3.2.3 2차 맥동원법 측정 순서의 요약

표 3.2 2차 맥동원법 측정 순서의 요약[그림 3.5 참조]

[시험준비]

- (1) 전동기에 주전원을 인가하기 전에 밸브 A, B를 완전 개방하고 밸브 C는 완전히 폐쇄한다.
- (2) 전동기에 주전원을 인가하기 전에 전동기 컨트롤 박스의 회전 속도 설정 단자가 '0' 인지 확인한다.
- (3) 전동기의 주전원 인가 후 측정 대상 펌프(test pump)의 전동기 컨트롤 박스의 전원을 켜다.
- (4) 측정 대상 펌프의 회전 속도가 일정 목표치[예) 1200 rpm]까지 되도록 컨트롤 박스의 전류입력단자를 서서히 회전시킨다(단, 펌프의 회전속도 계측에는 디지털 회전 속도계를 사용함).
- (5) 밸브 A를 서서히 폐쇄하여 압력게이지(Ps①, Bourdon tube pressure gauge)가 1~5 bar 정도를 유지하도록 한다. 이는 고압부에서 저압부로 유체가 흐를 때 발생하는 캐비테이션(cavitations)을 저감하기 위함이다.
- (6) 밸브 B를 완전히 폐쇄한 후 측정 대상 펌프 레귤레이터의 압력 설정 밸브를 조정하여 압력을 설정치(예: 80 bar)로 설정한다[정압력 변환기(Ps②, Static pressure transducer) 0.8 V].
- (7) 밸브 B를 서서히 개방하여 압력을 20 ~ 30 bar로 낮춘다.
- (8) 2차 맥동원(secondary source)의 구동기 컨트롤 의 전원을 켜다.
- (9) 2차 맥동원의 회전속도가 일정 목표치까지 되도록 컨트롤 박스의 전류 입력 단자를 서서히 회전시킨다. 단, 2차 맥동원의 회전과 동시에 밸브 C를 완전히 개방한다. 이는 측정 대상 펌프로부터 기름이 2차 맥동원 쪽으로 유입하지 않도록 하기 위함이다.
- (10) 측정 대상 펌프의 회전 속도를 약 30 rpm(거의 회전하지 않는 정도)으로 낮춘다.
- (11) 밸브 B를 완전히 폐쇄한 후 정압력 변환기의 출력이 설정치(예: 80 bar)가 되도록 2차 맥동원 레귤레이터의 압력 설정 밸브를 조정한다.
- (12) 밸브 B를 완전히 개방한다.
- (13) 측정 대상 펌프와 2차 맥동원의 회전속도를 시험 목표치[예) test pump :

1800 rpm, secondary source : 1700 rpm]로 설정한다.

(14) 밸브 B를 서서히 폐쇄하여 정압력 변환기의 출력이 측정 압력(예: 70 bar)이 되도록 조정한다.

※ (13), (14)의 과정을 수회 반복하면서 압력과 회전속도가 설정치에 도달하도록 미세조정한다.

(15) 밸브 A를 미세조정하여 압력게이지 압력이 1 bar 정도가 되도록 재조정한다.

[제1단계 측정]

(16) 동압력 변환기(P① ~ ③, Dynamic pressure transducer)로부터 측정 데이터를 취득한다.

(17) 밸브 C를 완전히 폐쇄함과 동시에 2차 맥동원의 회전속도를 0으로 떨어뜨린 후 컨트롤 박스의 전원을 끈다.

[제2단계 측정]

(18) 정압력 변환기의 출력이 측정 압력(예: 70 bar)임을 확인한 후, 동압력 변환기로부터 측정 데이터 ($P_{x1}(t)$, $P_{x2}(t)$, $P_{x3}(t)$)를 취득한다.

[시험종료]

(19) 밸브 B를 완전개방 후 측정 대상 펌프의 회전속도를 0으로 낮추고 전동기 컨트롤 박스 전원을 끈다.

제 4 장 유압 펌프의 고유치 측정 결과 및 고찰

4.1 Z_S 측정 결과(제1단계 측정 결과)

4.1.1 기본 물리 변수값의 정의 및 연산 프로그램 순서도

기준 관로 상에서 측정된 압력 맥동 데이터($P_{x1}(t)$, $P_{x2}(t)$)로부터 측정 대상 펌프의 내부 임피던스(Z_S)와 관로 상류측 끝에서의 파동 반사율(R_S)을 수치 계산하기 위하여 매트랩(MATLAB) 프로그램을 사용하였다. 여기서 사용한 매트랩 프로그램 순서도(flow chart)는 그림 4.1 과 같다.

이 때 수치 계산에 사용되는 기본적인 물리 변수값은 표 4.1과 같다.

표 4.1 수치 계산을 위한 물리 파라미터의 정의

물리 변수	변수값
기준 관로 길이 x_1 [m]	0.109
기준 관로 길이 x_2 [m]	0.436
기준 관로 길이 l [m]	1.152
관로 안지름 D [m]	0.01
관로 내 음속 c [m/s]	1360
유체의 동점성 계수 [m^2/s]	60×10^{-6}
유체의 밀도 [Kg/m^3]	869
데이터 취득 샘플링 주파수 [Hz]	10,000
FFT 사용 데이터 개수	100,000
FFT 주파수 대역 [Hz]	10,000
1번 압력 변환기 게인 [$(N/m^2)/V$]	$(1/0.1377) \times 10^5$
2번 압력 변환기 게인 [$(N/m^2)/V$]	$(1/0.1580) \times 10^5$

여기서 압력 변환기 게인값은 제품 검수조서로부터 확인하였다.

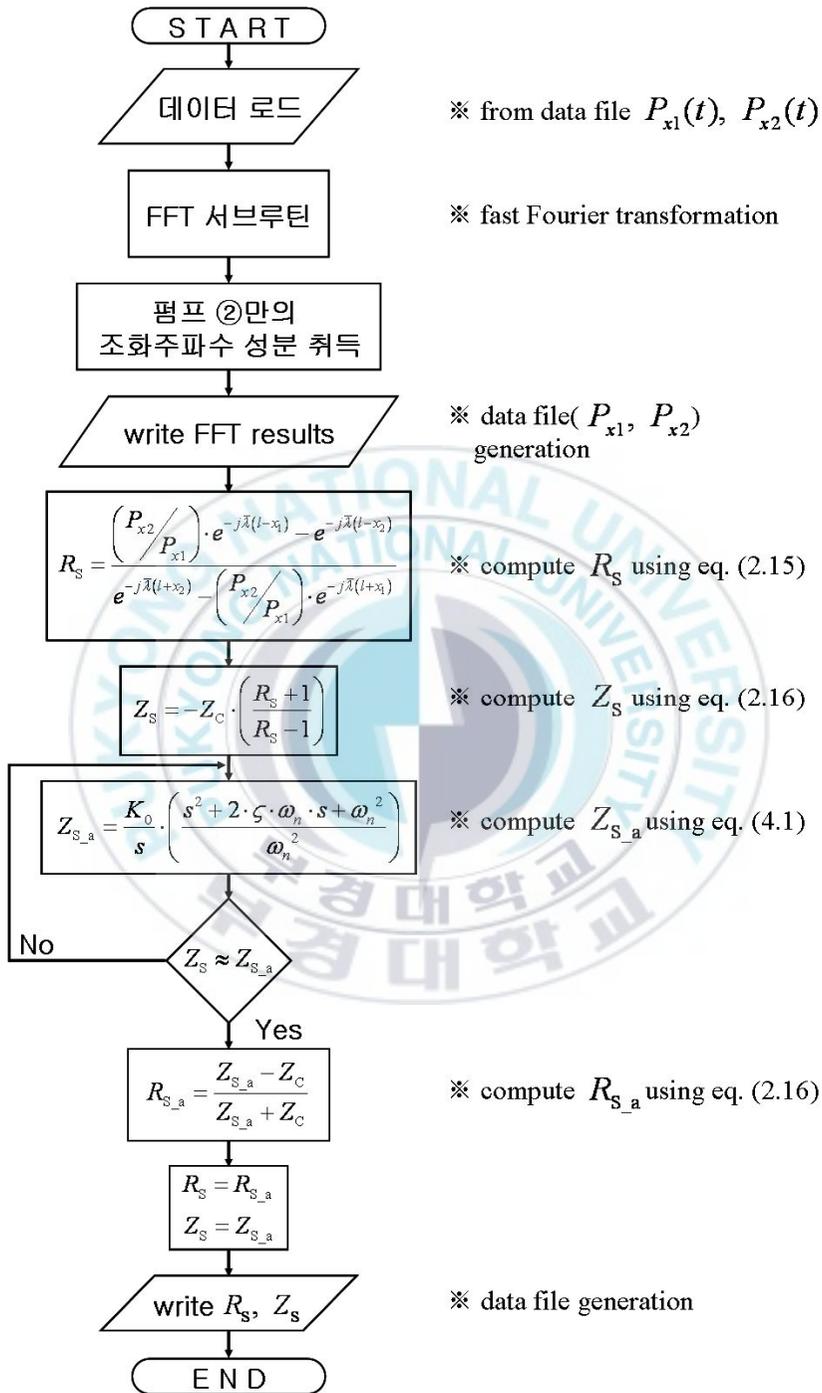
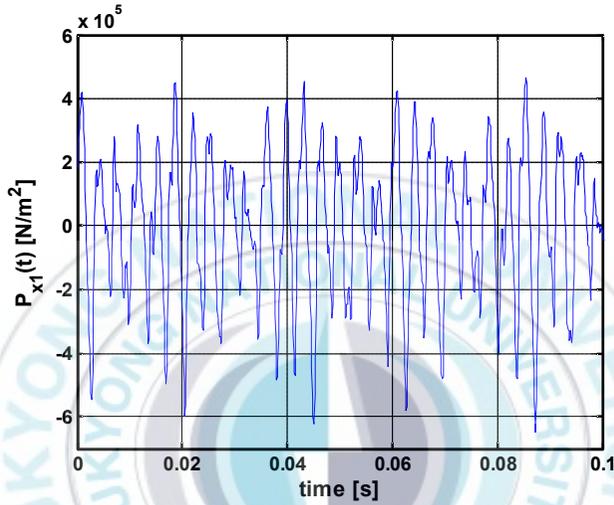


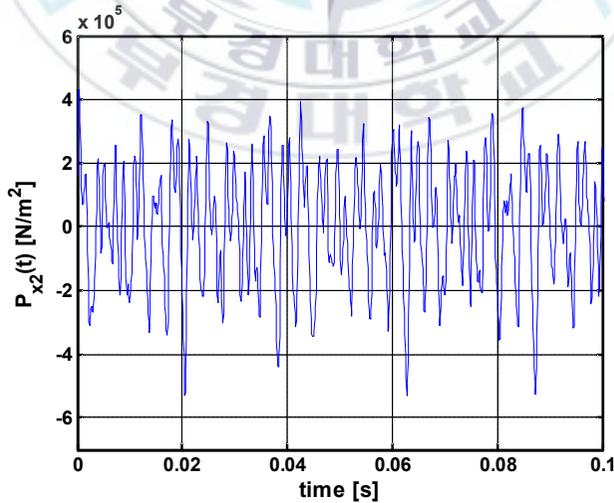
그림 4.1 제1단계에서 Z_S 와 R_S 를 구하기 위한 프로그램 순서도

4.1.2 압력 맥동의 시간응답 특성

제1단계 측정 결과에서 측정 시간 t , 압력 맥동 $P_{x1}(t)$, $P_{x2}(t)$ 에 대한 데이터를 얻는다. 여기서 $P_{x1}(t)$, $P_{x2}(t)$ 측정 결과는 측정 대상 펌프의 속도가 1900 rpm이고, 2차 맥동원의 속도가 1100 rpm일 때, 그림 4.2와 같다.



(가) $P_{x1}(t)$

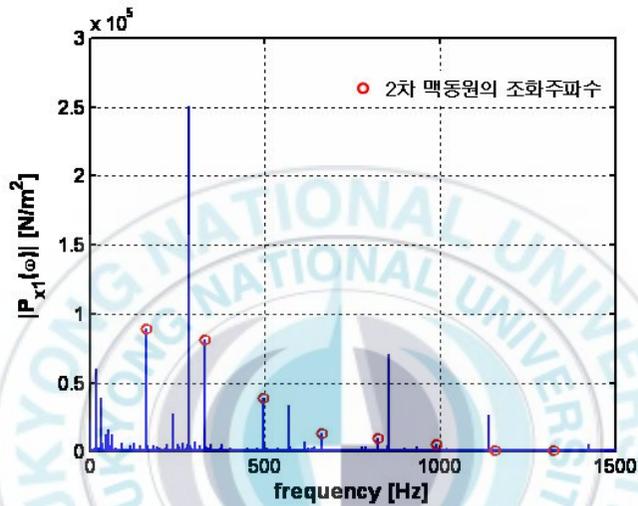


(나) $P_{x2}(t)$

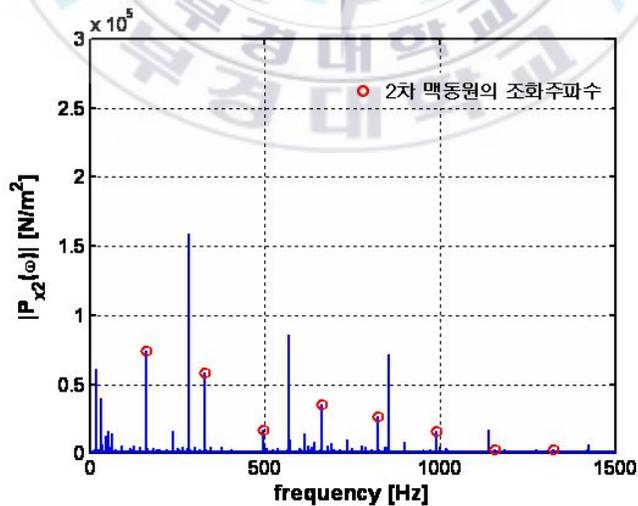
그림 4.2 제1단계에서 측정한 압력 맥동(시간 영역)

4.1.3 주파수 영역에서의 압력 맥동 데이터의 생성

$P_{x1}(t)$, $P_{x2}(t)$ 를 주파수 성분으로 변환하기 위하여 매트랩 함수 ‘fft’ 를 사용한다. 여기서 FFT하기 위해 사용한 $P_{x1}(t)$, $P_{x2}(t)$ 데이터는 100,000개이다. 주파수 영역에서의 압력 맥동 P_{x1} , P_{x2} 의 크기는 그림 4.3과 같다.



(가) P_{x1}



(나) P_{x2}

그림 4.3 제1단계에서 측정된 압력 맥동(주파수 영역)

4.1.4 2차 맥동원의 조화주파수에 해당하는 Z_s 구하기

2차 맥동원(1100 rpm, 165 Hz)의 조화주파수에 해당하는 측정 대상 펌프의 내부 임피던스(Z_s)를 구하기 위해서는 관로 상류측 끝의 파동 반사율(R_s)을 구해야 한다. 이 때 R_s 는 식 (2.15)로부터 구해진다. 따라서 P_{x1} , P_{x2} 로부터 2차 맥동원의 조화주파수에 해당하는 성분만을 가진 P_{x1} , P_{x2} 를 구해야 한다.

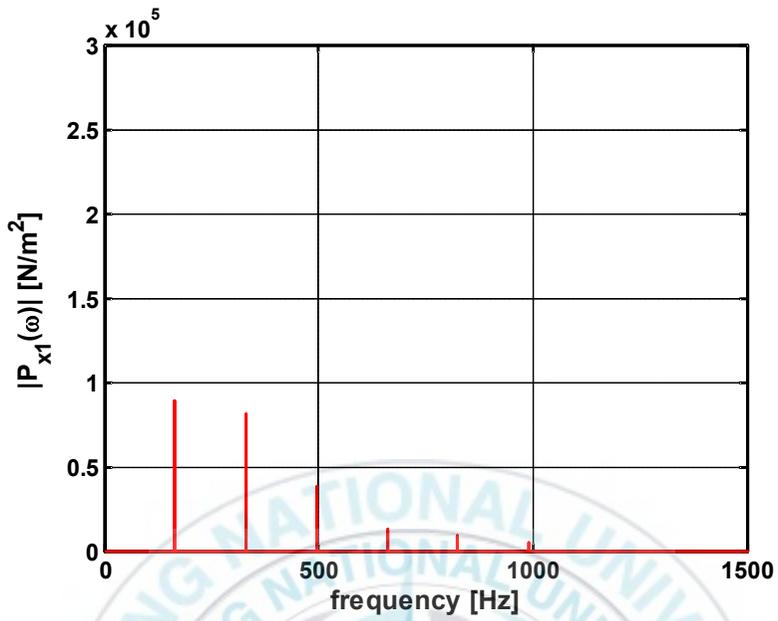
그러나 그림 4.3에서와 같이 P_{x1} , P_{x2} 의 주파수 성분에는 측정 대상 펌프(1900 rpm, 285 Hz)에 의해 생성된 압력 맥동이 포함되어 있다(그림 4.3 참조). 따라서 측정된 P_{x1} , P_{x2} 의 데이터로부터 측정 대상 펌프에 의해 생성된 성분을 배제시켜야 한다. 그러기 위해서는 우선 10개의 2차 맥동원 조화주파수를 확인한 후 P_{x1} , P_{x2} 로부터 조화주파수에 해당하는 크기만을 가진 P_{x1} , P_{x2} 를 정의한다(그림 4.4 참조).

2차 맥동원의 회전속도가 1100 rpm이고 펌프의 피스톤 수가 9개이므로 2차 맥동원의 조화주파수는 165 Hz의 정수배가 되어야 한다. 여기서 P_{x1} , P_{x2} 의 크기를 그림 4.5에서와 같이 확인해 보면 2차 맥동원의 첫번째 조화주파수는 165.2 Hz 이다. 이러한 속도 오차는 디지털 회전 속도계에 의해 발생한 것으로 간주된다. 따라서 2차 맥동원의 조화주파수를 정확히 확인할 필요가 있다.

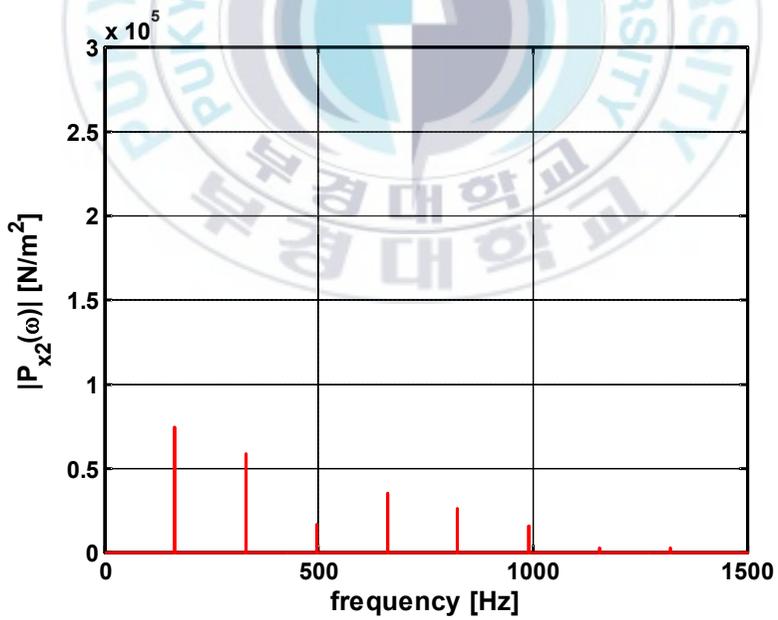
또한 그림 4.6은 2차 맥동원의 9번째 조화주파수(1485 ± 3 Hz) 범위에서의 P_{x1} , P_{x2} 의 크기를 나타낸 것이다. 이 그림으로부터는 정확한 조화주파수 성분을 분간하기 어렵다. 따라서 이에 대한 성분은 그림 4.4의 데이터에서 제외시키기로 한다.

위에서 구한 P_{x1} , P_{x2} (2차 맥동원 조화주파수에서의 데이터)를 식 (2.15)에 대입함으로써 R_s 를 구하고, 다시 식 (2.16)에 대입함으로써 Z_s 를 구할 수 있다(그림 4.7 참조).

이상과 같이 2차 맥동원의 속도를 1500 ~ 2700 rpm으로 변화시킨 후 Z_s 를 구하여 그 크기와 위상을 표시하면 그림 4.8 ~ 4.13과 같다.

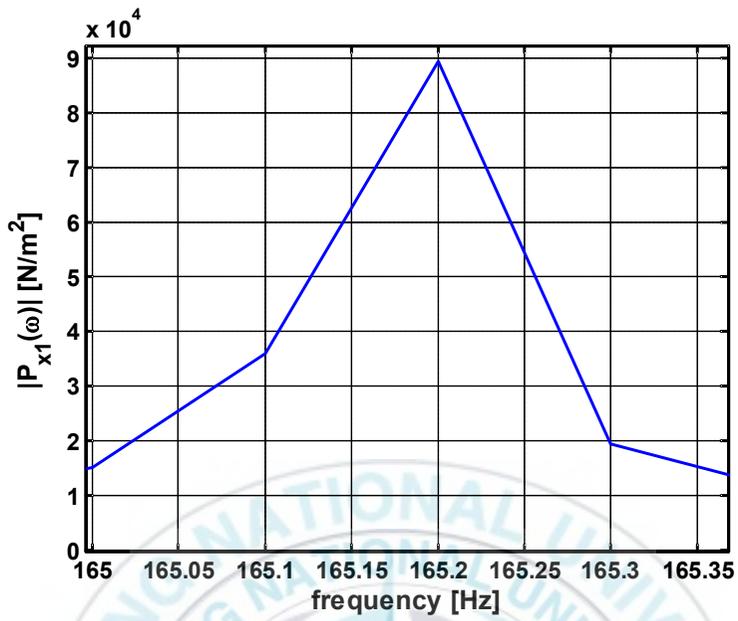


(가) 수정 후의 P_{x1}

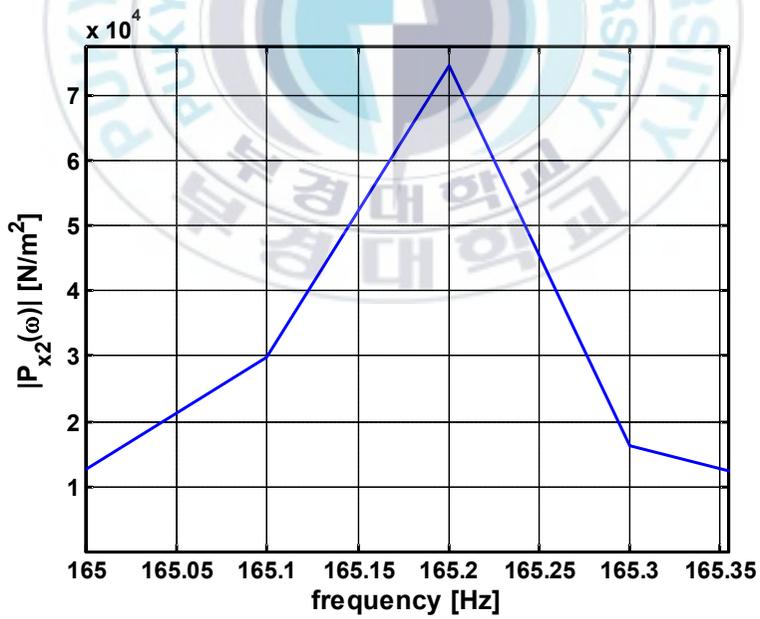


(나) 수정 후의 P_{x2}

그림 4.4 2차 맥동원 조화주파수 성분의 P_{x1} , P_{x2} 크기

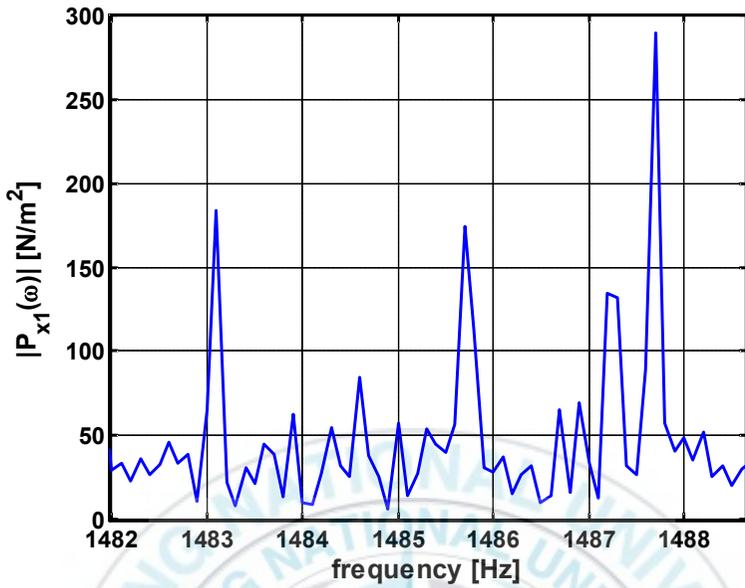


(가) P_{x1}

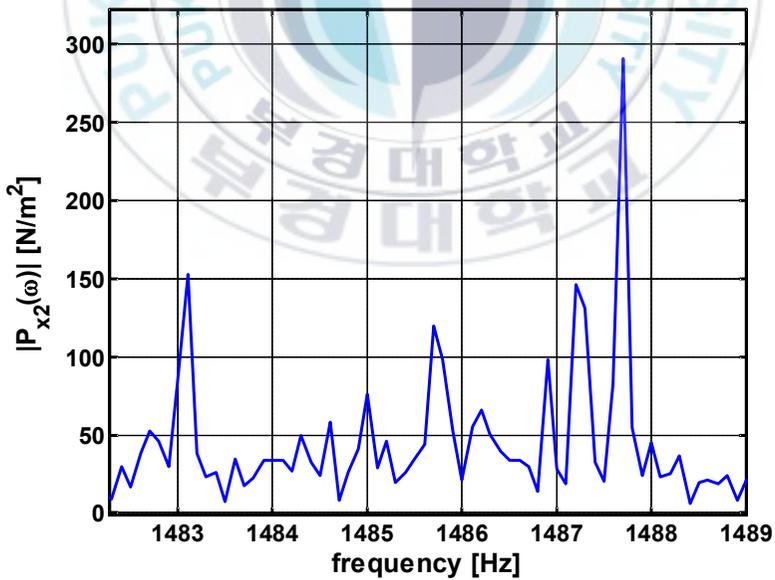


(나) P_{x2}

그림 4.5 2차 맥동원 첫번째 조화주파수 성분의 P_{x1} , P_{x2} 크기

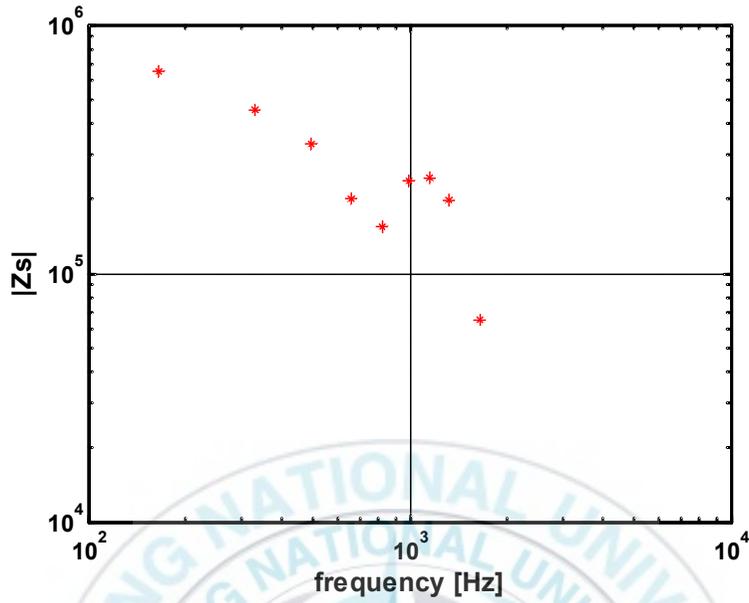


(가) P_{x1}

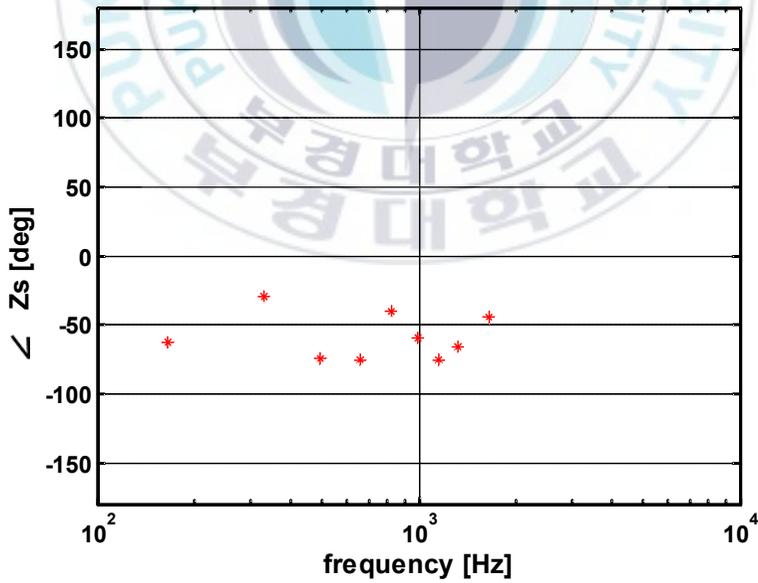


(나) P_{x2}

그림 4.6 2차 맥동원 9번째 조화주파수 부근에서의 P_{x1} , P_{x2} 크기

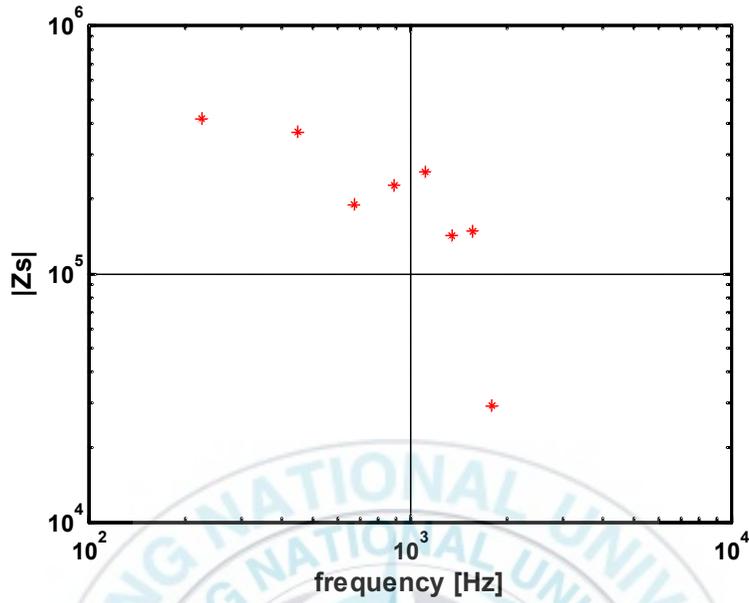


(가) Z_s 크기

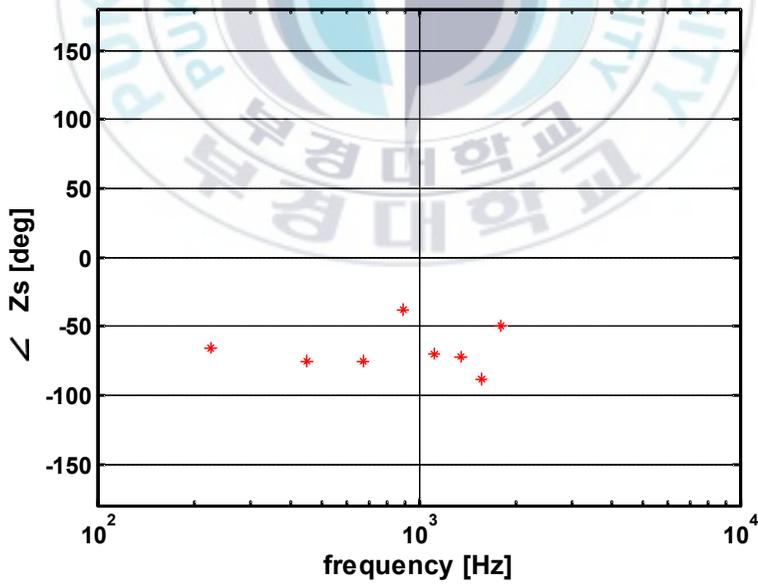


(나) Z_s 위상

그림 4.7 Z_s 의 크기와 위상(단, 2차 맥동원의 회전속도가 1100 rpm 일 경우)

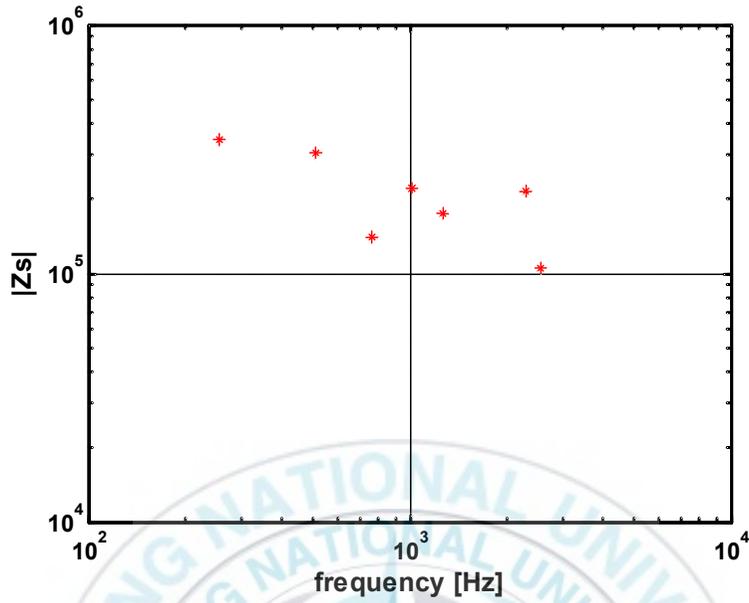


(가) Z_s 크기

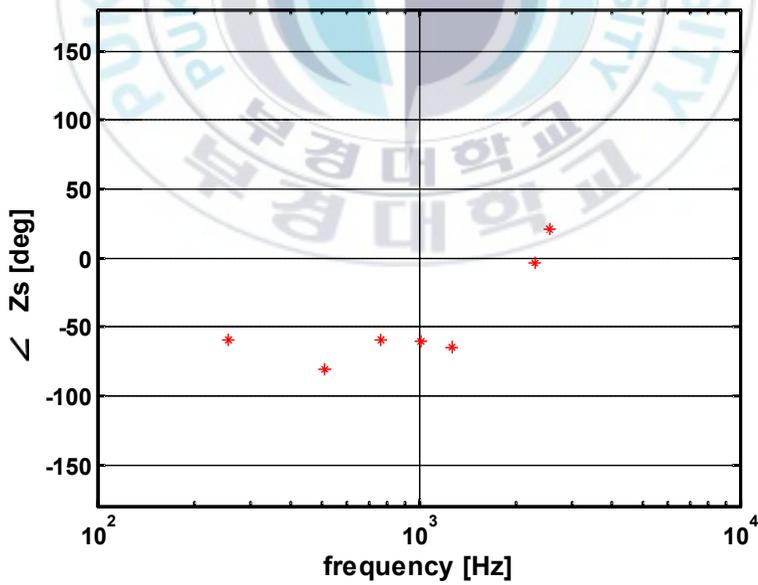


(나) Z_s 위상

그림 4.8 Z_s 의 크기와 위상(단, 2차 맥동원의 회전속도가 1500 rpm 일 경우)

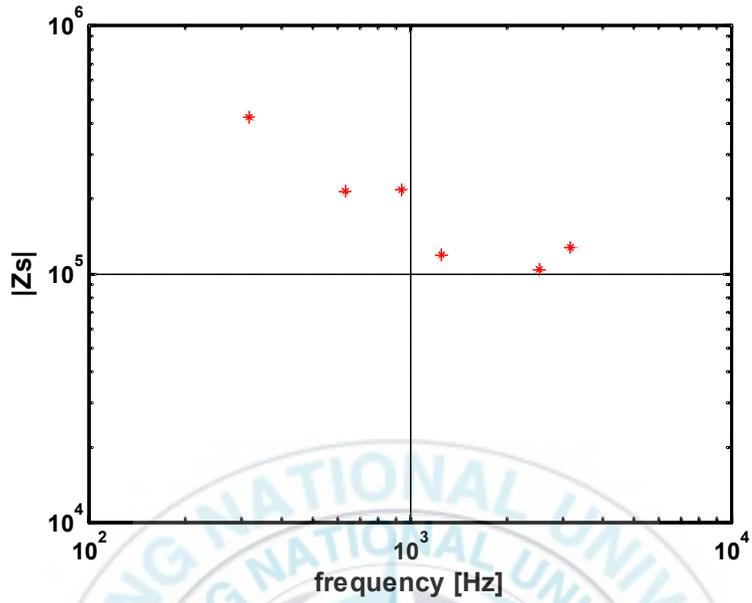


(가) Z_s 크기

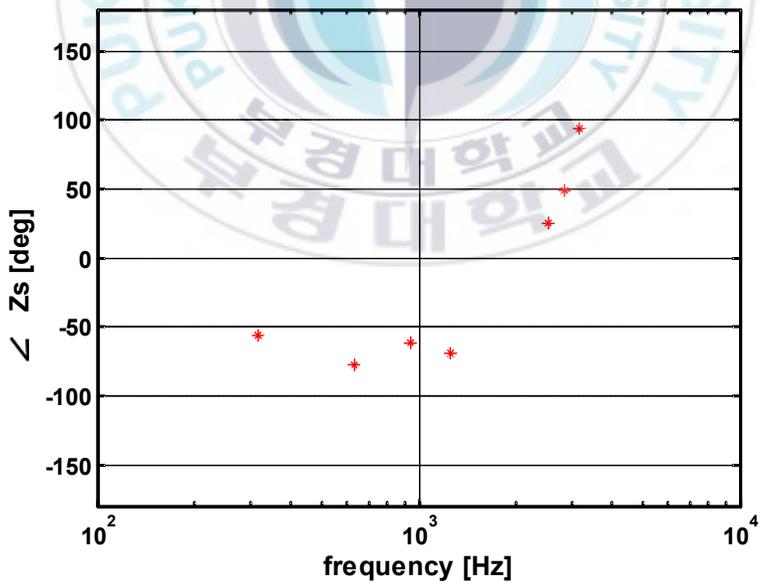


(나) Z_s 위상

그림 4.9 Z_s 의 크기와 위상(단, 2차 맥동원의 회전속도가 1700 rpm 일 경우)

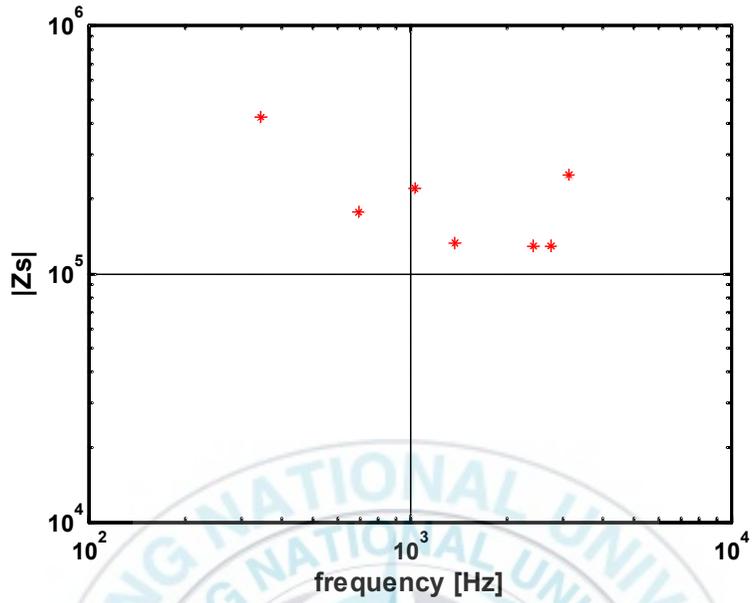


(가) Z_s 크기

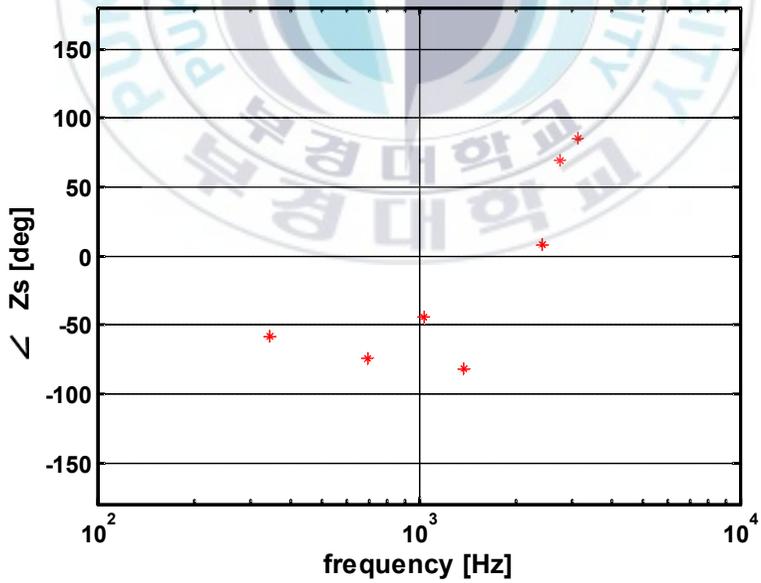


(나) Z_s 위상

그림 4.10 Z_s 의 크기와 위상(단, 2차 맥동원의 회전속도가 2100 rpm 일 경우)

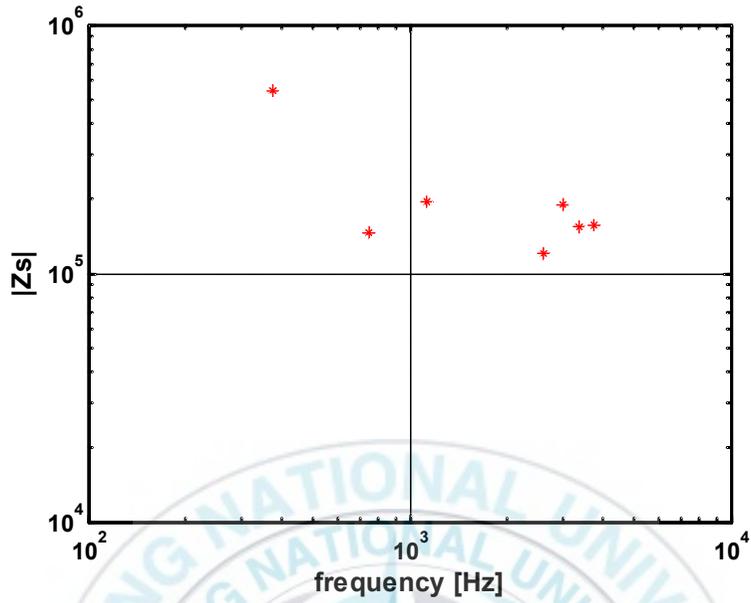


(가) Z_s 크기

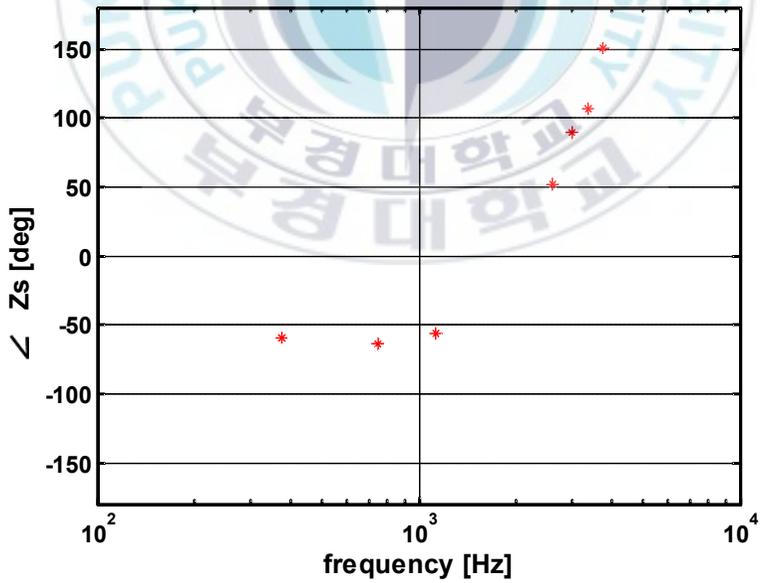


(나) Z_s 위상

그림 4.11 Z_s 의 크기와 위상(단, 2차 맥동원의 회전속도가 2300 rpm 일 경우)

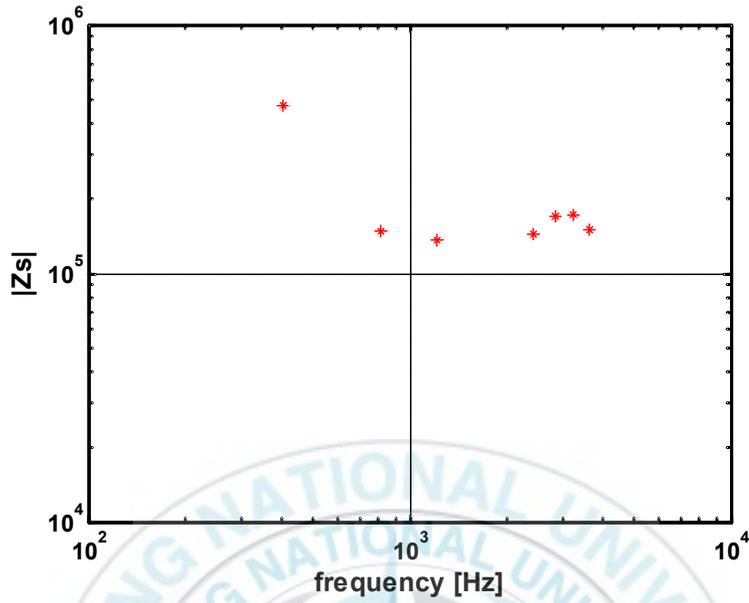


(가) Z_s 크기

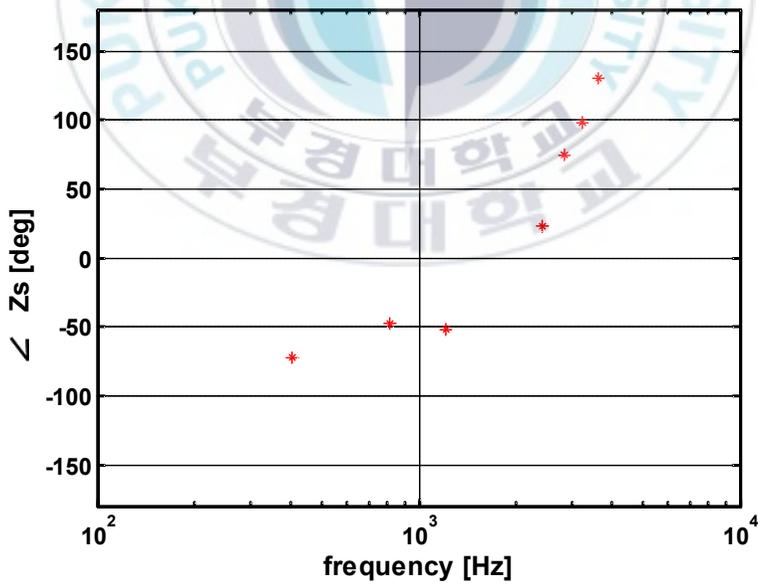


(나) Z_s 위상

그림 4.12 Z_s 의 크기와 위상(단, 2차 맥동원의 회전속도가 2500 rpm 일 경우)



(가) Z_s 크기



(나) Z_s 위상

그림 4.13 Z_s 의 크기와 위상(단, 2차 맥동원의 회전속도가 2700 rpm 일 경우)

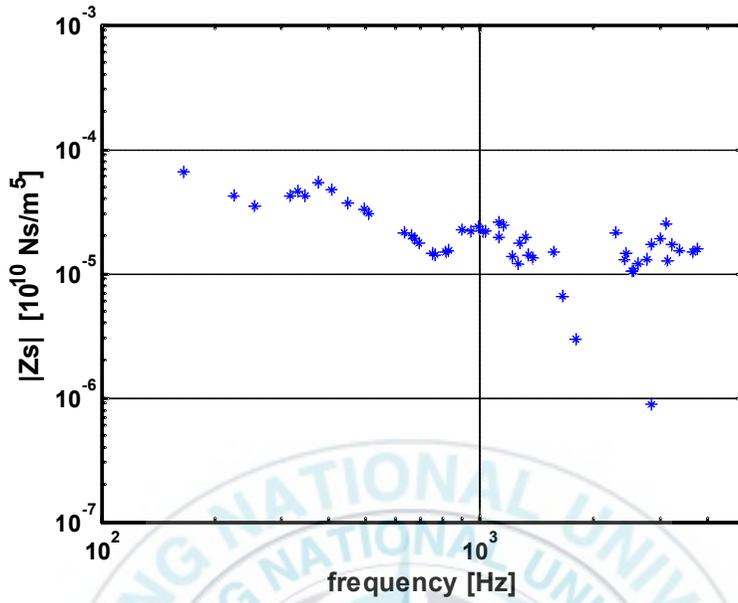
4.1.5 Z_s 근사식 구하기

그림 4.14에서와 같이 구해진 2차 맥동원 조화주파수에 해당하는 Z_s 의 크기와 위상을 살펴보면, 0 ~ 2000 Hz 사이에서는 적분기의 특징을 보이고 있고, 그 이상의 고주파 영역에서는 단순 2차계의 역함수 특징을 가지고 있다. 그림 4.14에서 확인한 Z_s 의 특징으로부터 측정 대상 펌프의 Z_s 를 아래 식과 같이 근사화 할 수 있다.

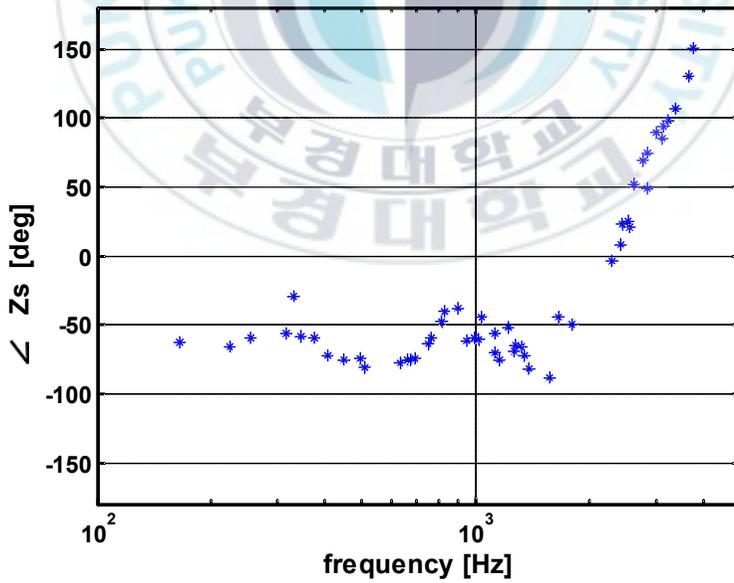
$$Z_s = \frac{K_0}{s} \cdot \left(\frac{s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2}{\omega_n^2} \right) \quad (4.1)^{10)}$$

여기서 K_0 , ζ 및 ω_n 은 모두 상수들이다.

식 (4.1)로부터 Z_s 를 구하기 위해 K_0 , ζ , ω_n 의 정의를 달리하며 그림 4.14에 수렴하는 Z_s 를 그림 4.15와 같이 시행착오적으로 구한다. 또한 식 (4.1)로부터 구한 Z_s 와 식 (2.16)으로부터 R_s 를 구한다.

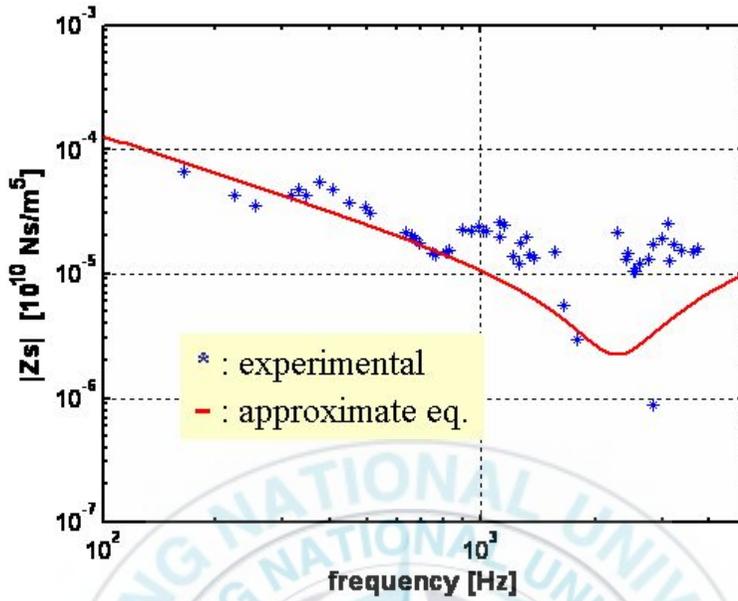


(가) Z_s 크기

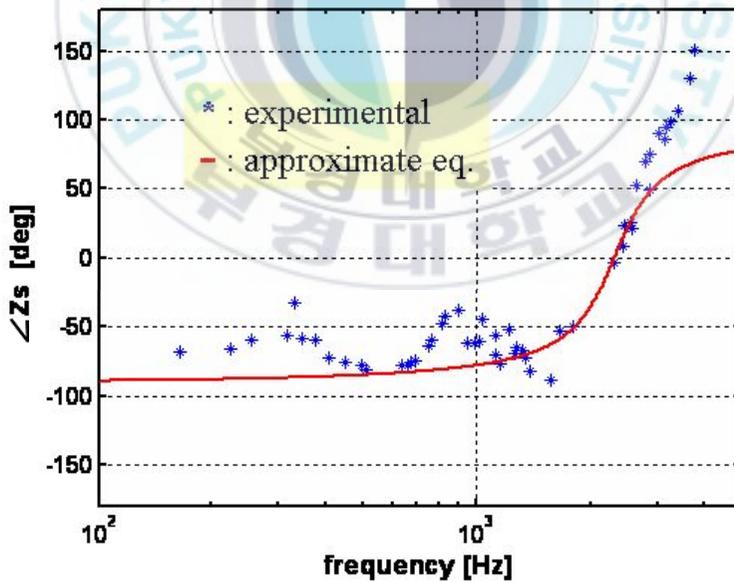


(나) Z_s 위상

그림 4.14 Z_s 의 크기와 위상 (2차 맥동원 회전속도 : 1100 ~ 2700 rpm)



(가) Z_s 크기



(나) Z_s 위상

그림 4.15 근사식으로부터 구한 Z_s 의 크기와 위상¹⁰⁾
 (단, $K_0 = 4 \times 10^{13}$, $\zeta = 0.2$, $\omega_n = 2\pi \times 2300$)

4.2 Q_s 측정 결과(제2단계 측정 결과)

4.2.1 기본 물리 변수값의 정의 및 연산 프로그램 순서도

기준 관로 상에서 측정된 압력 맥동 데이터($P_{x1}(t)$, $P_{x2}(t)$)로부터 관로 하류 측 끝에서의 파동 반사율(R_T)과 측정 대상 펌프의 내부 유량 맥동(Q_s)을 수치 계산하기 위하여 매트랩(MATLAB) 프로그램을 사용하였다. 여기서 사용한 매트랩 프로그램 순서도(flow chart)는 그림 4.17과 같다.

이 때 수치 계산에 사용되는 기본적인 물리 변수값은 4.1절과 같다.

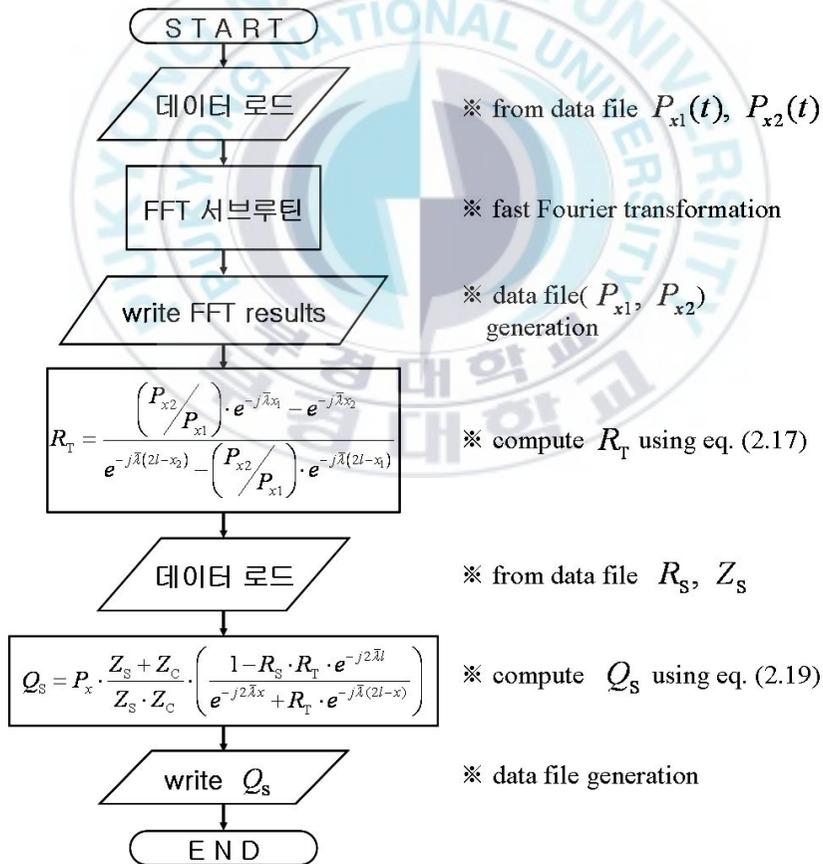
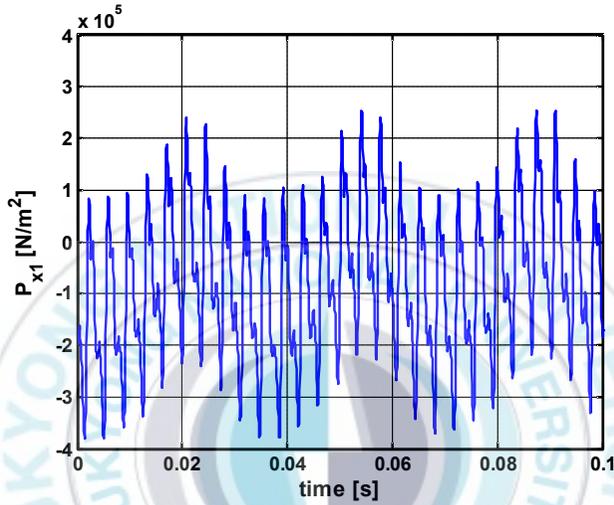


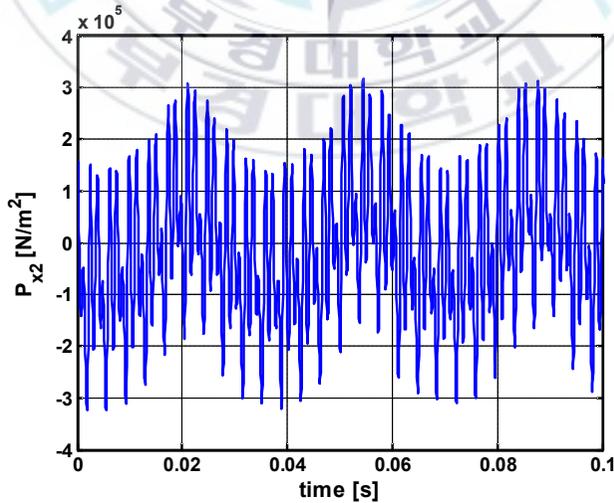
그림 4.17 제2단계에서 R_T 와 Z_s 를 구하기 위한 프로그램 순서도

4.2.2 압력 맥동의 시간응답 특성

제2단계 측정 결과에서 측정 시간 t , 압력 맥동 $P_{x1}(t)$, $P_{x2}(t)$ 에 대한 데이터를 얻는다. 여기서 $P_{x1}(t)$, $P_{x2}(t)$ 측정 결과는 측정 대상 펌프의 속도가 1800 rpm이고, 2차 맥동원의 속도가 0 rpm일 때, 그림 4.18과 같다.



(가) $P_{x1}(t)$

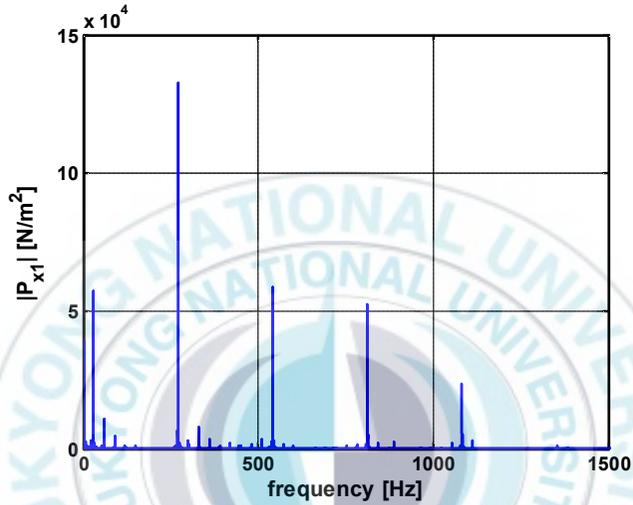


(나) $P_{x2}(t)$

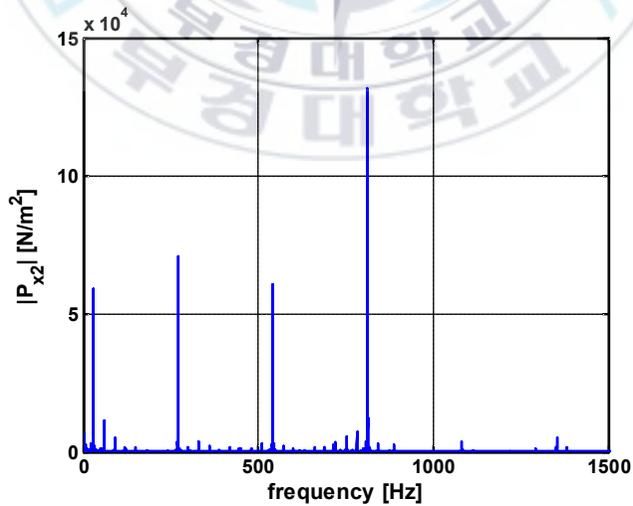
그림 4.18 제2단계에서 측정된 압력 맥동(시간 영역)

4.2.3 주파수 영역에서의 압력 맥동 생성

계측한 $P_{x1}(t)$, $P_{x2}(t)$ 는 매트랩 함수 ‘fft’ 에 의해 주파수 성분으로 변환된다. 여기서 주파수 성분으로 변환된 압력 맥동 P_{x1} , P_{x2} 의 크기는 그림 4.19와 같다.



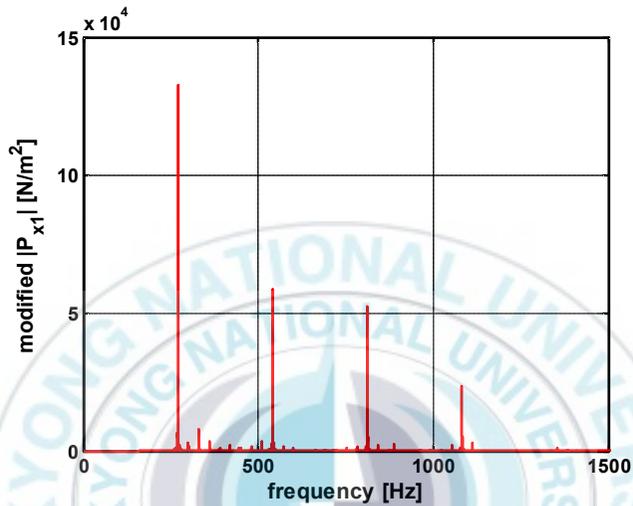
(가) P_{x1}



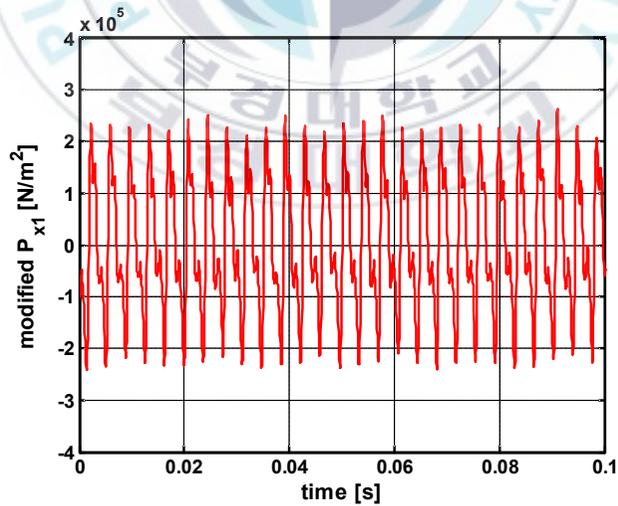
(나) P_{x2}

그림 4.19 제2단계에서 측정된 압력 맥동(주파수 영역)

그림 4.19에서 270 Hz보다 낮은 30 Hz 부근에서 상당한 크기의 압력 맥동이 있음을 확인할 수 있다. 이러한 저주파 영역의 성분을 제거하기 위해서 P_{x1} , P_{x2} 의 임의의 저주파 영역(여기서는 160 Hz) 이하의 성분을 모두 0으로 수정한다. 이 때 수정된 P_{x1} 과 이를 역FFT한 $P_{x1}(t)$ 의 결과는 그림 4.20와 같다.



(가) P_{x1}



(나) $P_{x1}(t)$

그림 4.20 수정된 압력 맥동의 주파수역/시간역 성분

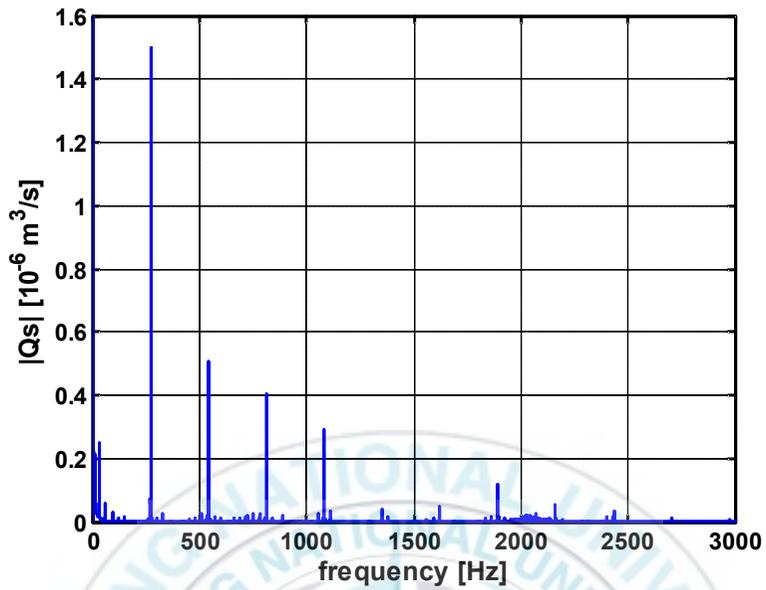
4.2.4 측정 대상 펌프의 내부 유량 맥동 계산

측정 대상 펌프의 내부 유량 맥동(Q_s)을 구하기 위한 식 (2.19)에서 R_s 와 Z_s 는 제1단계 측정 결과로부터 구하였다. 또한 R_T 는 제2단계에서 측정한 P_{x1} 과 P_{x2} , 그리고 식 (2.17)로부터 구해진다. 따라서 식 (2.19)로부터 Q_s 를 구할 수 있다. 이 때 수치 계산으로 구한 Q_s 의 크기와 위상은 그림 4.21과 같다.

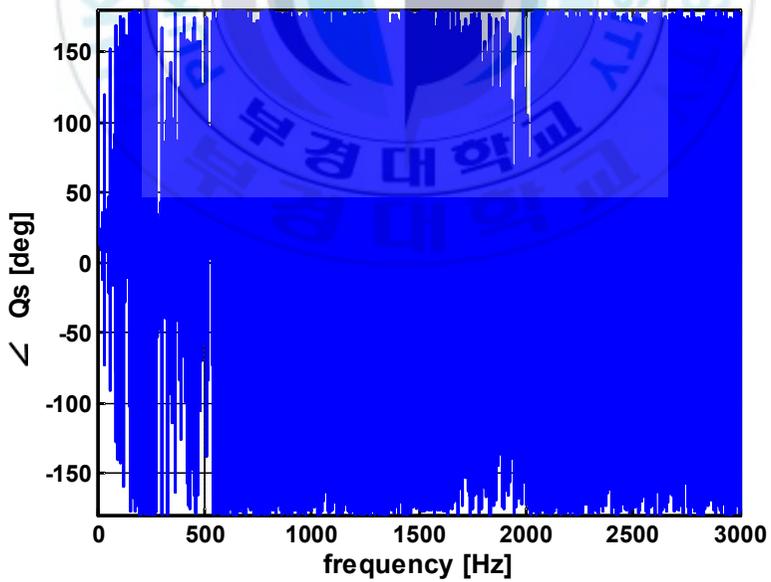
그림 4.21(가)에서 Q_s 의 크기는 측정 대상 펌프의 첫번째 조화주파수(270 Hz)보다 낮은 주파수 영역에서 매우 큰 크기의 성분이 있다. 이러한 저주파 성분은 제2단계에서 측정한 P_{x1} 과 P_{x2} 의 저주파 성분의 영향으로 생긴 것이다. 따라서 Q_s 에 포함되어 있는 임의의 저주파 영역(여기서는 160 Hz 이하)의 성분을 모두 0으로 수정한다.

또한 측정 대상 펌프의 조화주파수(270 Hz의 정수배)에 해당하는 Q_s 의 위상을 그림 4.21(나)에서 확인하기가 어렵다. 이에 측정 대상 펌프의 조화주파수에 해당하는 Q_s 의 성분을 제외한 나머지 성분을 0으로 수정한다.

이러한 데이터 처리과정을 거친 후 Q_s 의 크기와 위상을 그림 4.22에 나타내었다. 또한 수정 전·후의 Q_s 를 역FFT 처리 후 시간 영역에서의 그 결과를 그림 4.23에 비교하여 나타내었다.

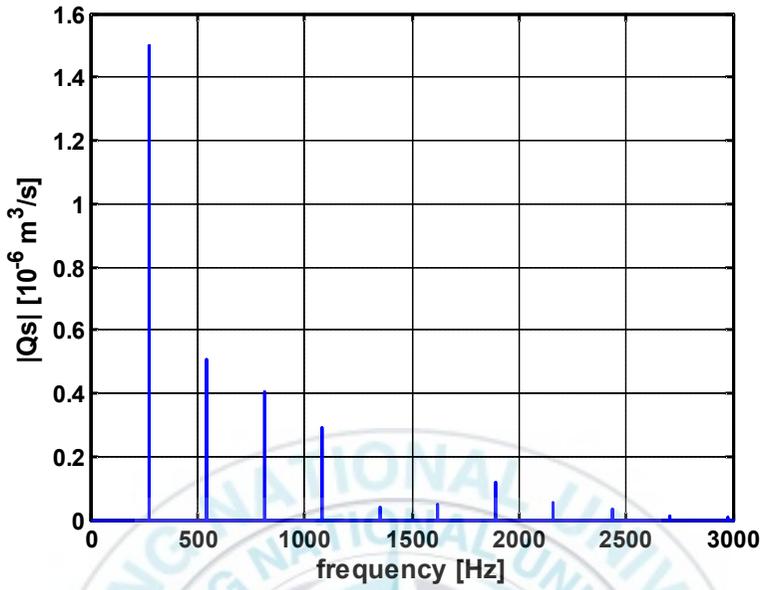


(가) Q_s 크기

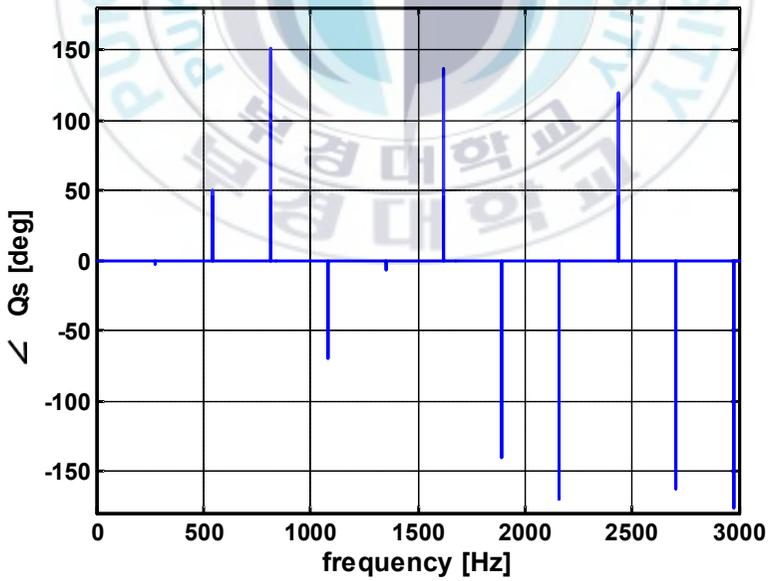


(나) Q_s 위상

그림 4.21 Q_s 의 크기와 위상



(가) 수정된 Q_s 크기



(나) 수정된 Q_s 위상

그림 4.22 수정된 Q_s 의 크기와 위상

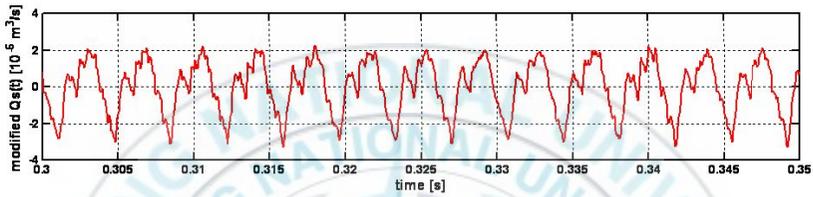
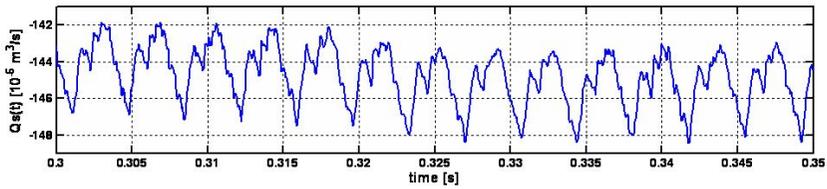
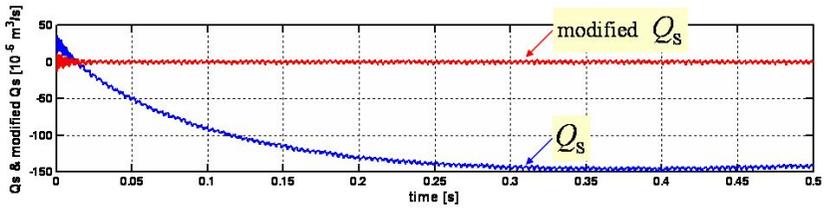


그림 4.23 수정 전/후의 $Q_s(t)$

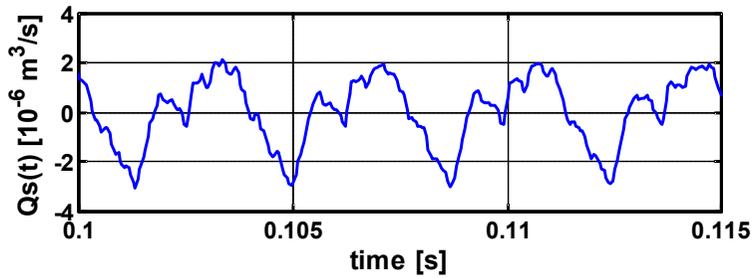
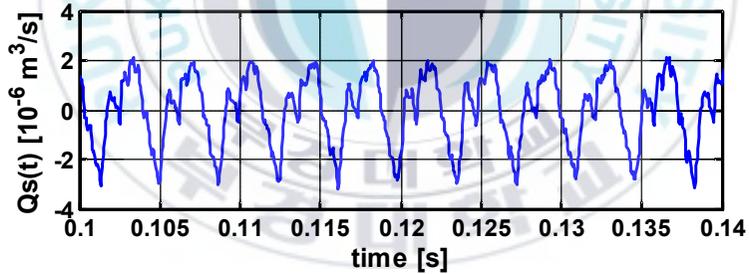


그림 4.24 수정 후의 $Q_s(t)$ ¹⁰⁾

4.3 Q_s 의 신뢰성 검증

4.3.1 Q_s 를 이용한 Q_0, P_3 의 계산

4.2절에서 구한 Q_s 의 신뢰성은 임의의 위치 x_3 에서 측정한 $P_{x_3}(t)$ 와 Q_s 로부터 계산된 $P_{x_3}(t)$ 를 비교함으로써 검증할 수 있다. $P_{x_3}(t)$ 는 그림 4.25에 나타난 회로도를 바탕으로 유체 관로 내의 전달 매트릭스를 이용하여 구할 수 있다.

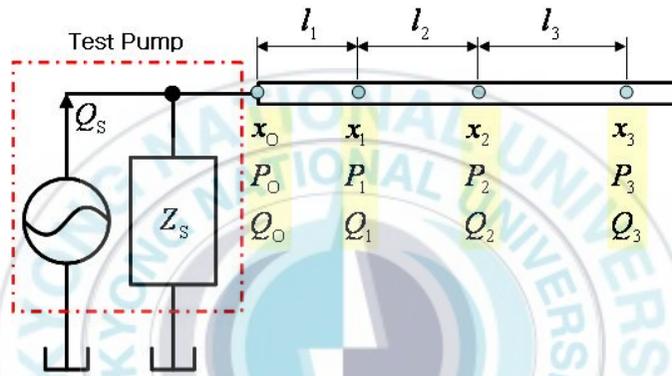


그림 4.25 신뢰성 확인을 위한 측정 장치 회로도

그림 4.25에서 Q_0 는 펌프 내부의 유량 맥동(Q_s)으로부터 내부 누설 유량(P_0/Z_s)을 고려한 것이다. 따라서 식 (4.2)로 나타낼 수 있다.

$$Q_0 = Q_s - \frac{P_0}{Z_s} \quad (4.2)$$

식 (4.2)에서 압력 맥동 P_0 는 식 (A.23)으로부터 다음과 같이 정의된다.

$$\frac{Q_1}{P_0} = \frac{1}{\left(\frac{P_1}{Q_1}\right) \cdot \cos(\bar{\lambda}l_1) + j \cdot Z_c \cdot \sin(\bar{\lambda}l_1)}$$

$$P_0 = Q_1 \cdot \left\{ \left(\frac{P_1}{Q_1}\right) \cdot \cos(\bar{\lambda}l_1) + j \cdot Z_c \cdot \sin(\bar{\lambda}l_1) \right\} \quad (4.3)$$

식 (4.3)에서 P_1 는 제2단계 시험에서 측정한 P_{x1} 의 주파수 성분으로서 기지이며, Q_1 는 미지이다. 여기서 Q_1 에 관한 식을 식 (A.21)로부터 얻을 수 있다.

$$\frac{P_1}{Q_1} = \frac{\cos(\bar{\lambda}l_2) + j \cdot \left(\frac{Q_2}{P_2}\right) \cdot Z_C \cdot \sin(\bar{\lambda}l_2)}{j \cdot \left(\frac{1}{Z_C}\right) \cdot \sin(\bar{\lambda}l_2) + \left(\frac{Q_2}{P_2}\right) \cdot \cos(\bar{\lambda}l_2)}$$

$$Q_1 = \frac{P_1 \cdot \left\{ j \cdot \left(\frac{1}{Z_C}\right) \cdot \sin(\bar{\lambda}l_2) + \left(\frac{Q_2}{P_2}\right) \cdot \cos(\bar{\lambda}l_2) \right\}}{\cos(\bar{\lambda}l_2) + j \cdot \left(\frac{Q_2}{P_2}\right) \cdot Z_C \cdot \sin(\bar{\lambda}l_2)} \quad (4.4)$$

식 (4.4)에서 P_2 은 제2단계 시험에서 측정된 P_{x_2} 의 주파수 성분으로서 기지이며, Q_2 은 미지이다. 여기서 Q_2 는 식 (A.22)로부터 구할 수 있다.

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{\cos(\bar{\lambda}l_2) + j \cdot \left(\frac{Q_2}{P_2}\right) \cdot Z_C \cdot \sin(\bar{\lambda}l_2)}$$

$$Q_2 = \left\{ P_1 - P_2 \cdot \cos(\bar{\lambda}l_2) \right\} \cdot \left\{ \frac{1}{j \cdot Z_C \cdot \sin(\bar{\lambda}l_2)} \right\} \quad (4.5)$$

식 (4.5)로부터 구해진 Q_2 를 식 (4.4)에 대입하여 Q_1 을 구하고 다시 식 (4.3)에 대입하면 P_0 가 구해진다. 또한 P_0 를 식 (4.1)에 대입하면 Q_0 를 구할 수 있다.

그림 4.24에서 위치 x_3 과 x_0 사이에서의 유체 전달 매트릭스는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} P_3 \\ Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\bar{\lambda}l) & -j \cdot Z_C \sin(\bar{\lambda}l) \\ -j \cdot \left(\frac{1}{Z_C}\right) \sin(\bar{\lambda}l) & \cos(\bar{\lambda}l) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_0 \\ Q_0 \end{bmatrix} \quad (\text{단, } l = l_1 + l_2 + l_3)$$

$$(4.6)$$

여기서 압력 맥동 P_3 는 식 (4.7)과 같이 나타낼 수 있으며, 따라서 P_0 , Q_0 로부터 수치 계산할 수 있다.

$$P_3 = \cos(\bar{\lambda}l) \cdot P_0 - j \cdot Z_C \sin(\bar{\lambda}l) \cdot Q_0 \quad (4.7)$$

이상과 같은 수치 계산 과정으로부터 구한 $Q_0(t)$, $Q_1(t)$, $Q_2(t)$ 의 결과는 그림 4.26과 같다.

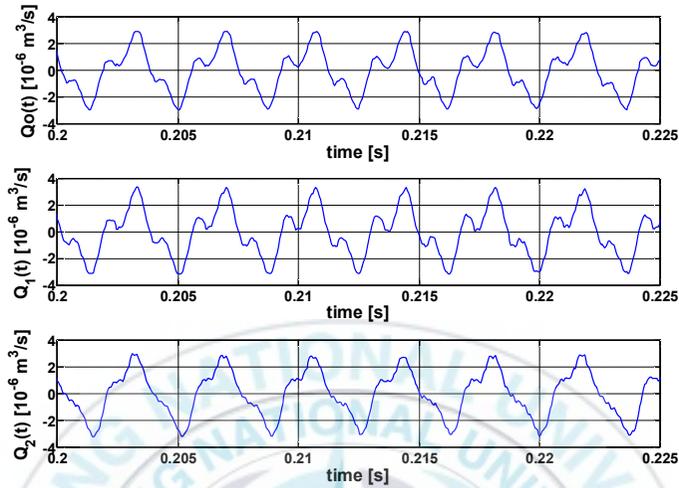


그림 4.26 $Q_0(t)$, $Q_1(t)$, $Q_2(t)$

여기서 임의의 위치 x_3 에 대해 실제 측정된 $P_3(t)$ 와 수치 계산된 $P_3(t)$ 의 결과는 그림 4.27과 같다.

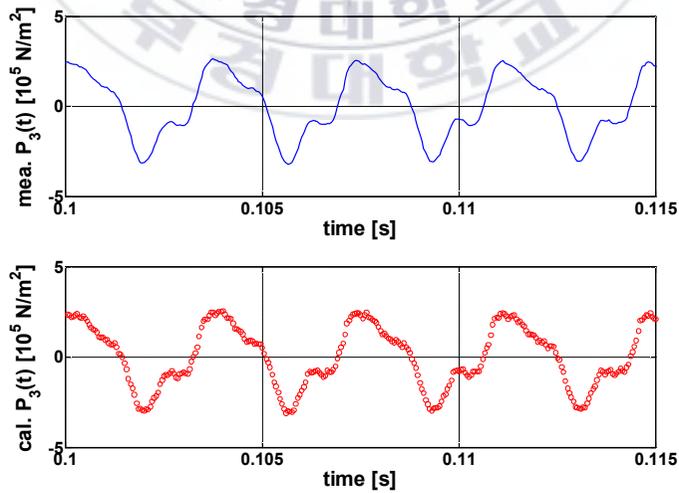


그림 4.27 측정 및 수치 계산된 $P_3(t)$

4.3.2 Q_s 의 신뢰성 검증

2차 맥동원법에 의한 펌프의 내부 유량 맥동(Q_s)은 관로 상의 압력 맥동 계측치($P_{x1}(t)$, $P_{x2}(t)$)로부터 간접적으로 측정된 결과이다. 따라서 구해진 Q_s 의 신뢰성을 검증해야 한다. Q_s 의 신뢰성은 이로부터 계산한 관로상 제3의 위치에서의 압력 맥동과 그 위치에서 실측한 압력 맥동을 비교함으로써 확인할 수 있다.

신뢰성 검증을 위하여 측정 대상 펌프의 송출구로부터 관로를 따라 0.84 m 만큼 떨어진 위치에서 실제 측정된 $P_3(t)$ 에 대해 Q_s 로부터 계산한 $P_3(t)$ 의 오차를 계산한다. 이 때 오차를 계산하는 식은 아래와 같다.

$$Er = \frac{\int_0^T |P_{3-m}(t) - P_{3-c}(t)| dt}{\int_0^T |P_{3-m}(t)| dt} \times 100(\%) \quad (4.8)$$

식 (4.8)에서 $P_{3-m}(t)$ 는 실제 측정값이고 $P_{3-c}(t)$ 는 계산값이다.

여기서 한 주기에 해당하는 $P_{3-m}(t)$ 와 $P_{3-c}(t)$ 를 비교하면 그림 4.28과 같다.

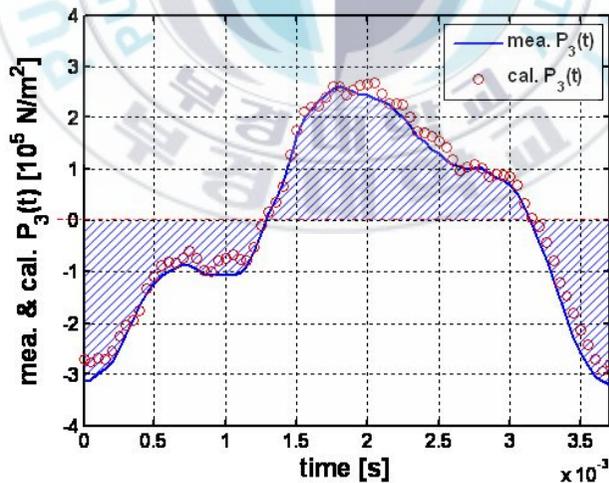


그림 4.28 $P_{3-m}(t)$ 와 $P_{3-c}(t)$ 의 비교

이 때 $P_{3-m}(t)$ 에 대한 $P_{3-c}(t)$ 의 오차율은 11.4%로서 유압 펌프의 고유치가 비교적 정확하게 측정되었음을 확인할 수 있다.

제 5 장 결 론

유압 장치에서 발생하는 소음을 저감하기 위해서는 그 기진원인 유압 펌프의 유체 전파 소음 특성을 파악해야 한다. 유압 펌프의 유체 전파 소음 특성을 결정짓는 고유치로는 유압 펌프의 내부 임피던스(Z_s)와 유량 맥동(Q_s)이 있다. 그러나 이러한 유압 펌프의 고유치는 직접 측정하기가 불가능한 물리량이다.

본 논문에서는 유압 펌프의 내부 임피던스 및 유량 맥동을 측정하기 위하여 ISO 10767 Part 1에 근거한 2차 맥동원법을 구현하였다. 이는 그 특성이 기지인 기준 관로의 압력 맥동 측정값($P_{x1}(t)$, $P_{x2}(t)$)으로부터 Z_s 와 Q_s 를 수치 계산하여 간접적으로 측정하는 방법이다. 본 연구에서 얻어진 성과를 요약하면 아래와 같다.

- (1) 유압 관로에서의 동특성을 주파수 영역으로 유도하였고, 기준 관로에서의 압력 맥동(P_x)과 유량 맥동(Q_x)에 대한 수식을 전달 매트릭스법으로 유도하였다.
- (2) 기준 관로의 압력 맥동 측정값($P_{x1}(t)$, $P_{x2}(t)$)만으로 유압 펌프의 고유치인 내부 임피던스(Z_s)와 유량 맥동(Q_s)을 수치 계산하여 구하였다.
- (3) 2차 맥동원법의 측정 결과로부터 Z_s 와 Q_s 를 구하는 프로그램을 개발하였으며, 임의의 관로 상에서의 압력 맥동 측정값과 프로그램으로부터 구해진 Z_s 및 Q_s 로부터 연산된 압력 맥동 계측값을 비교하여 프로그램의 신뢰성을 확인하였다.
- (4) 본 연구에서 구현된 2차 맥동원법과 유압 펌프의 고유치(Z_s , Q_s) 해석 프로그램은 ISO 10767 Part 1에 근거하여 유압 펌프의 고유치를 측정하고자 하는 현장 기술자들에게 많은 도움이 될 것으로 기대된다. 또한 저소음형 유압 펌프의 개발 및 유압 장치의 유량·압력 맥동 해석에도 큰 도움이 될 것으로 기대된다.

부 록 A

A.1 전달 매트릭스법에 의한 단일 관로 내 맥동류 해석

A.1.1 1차원 비점성을 가정한 관로 내 유동 해석^{11)~13)}

관로 내의 흐름을 1차원 흐름으로 간주(관로 축방향의 유동만을 고려)하고, 관마찰 압력 손실을 무시한다. 이 경우, 관로 내 유동의 운동 방정식, 연속 방정식 및 상태 방정식은 아래와 같이 표시된다.

$$\rho \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{1}{K} \cdot \frac{\partial p}{\partial \rho} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.2})$$

식 (A.1), (A.2)에서 V 혹은 p 를 소거하면 다음 식을 얻는다.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \left(\frac{K}{\rho} \right) \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = \left(\frac{K}{\rho} \right) \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \quad (\text{A.4})$$

이들은 둘 다 전형적인 1차원 파동 방정식이며, 그 일반해는 다음과 같다.

$$V - V_0 = F\left(t - \frac{x}{c}\right) + f\left(t + \frac{x}{c}\right) \quad (\text{A.5})$$

$$p - p_0 = \rho c \left[F\left(t - \frac{x}{c}\right) - f\left(t + \frac{x}{c}\right) \right] \quad (\text{A.6})$$

여기서 c 는 음속으로 $c = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$ 로 표시되고, $F\left(t - \frac{x}{c}\right)$ 는 c 의 속도로 x 의 정방향으로 진행하는 파를 나타낸다. 또한 $f\left(t + \frac{x}{c}\right)$ 는 c 의 속도로 x 의 부(負)의 방향으로 진행하는 파동을 나타낸다.

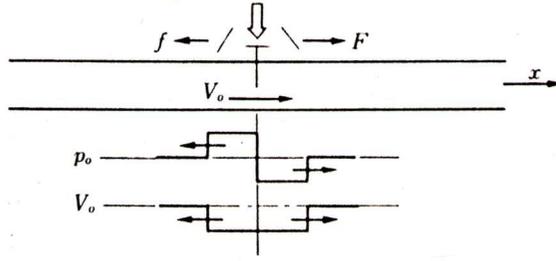


그림 A.1 파동 전파에 따른 압력, 유속의 변화¹²⁾

긴 관로 도중에 설치된 밸브를 일부분 급격히 닫았을 때의 밸브 양측의 관로 내에 발생하는 파동을 생각하여, 관로 길이는 충분히 길다고 할 때 밸브 조작 직후의 파동을 그림 2.1에 나타내었다.

밸브 상류측(좌측)에서는 f 파만이 발생하므로 식 (A.5), (A.6)으로부터 다음 식을 얻는다.

$$\Delta V = V - V_0 = f \left(t + \frac{x}{c} \right) \quad (A.7)$$

$$\Delta p = p - p_0 = -\rho c f \left(t + \frac{x}{c} \right) \quad (A.8)$$

따라서 압력 변화는 다음과 같이 계산된다.

$$\Delta p = -\rho c \Delta V = \rho c V_0 \quad (A.9)$$

즉, x 의 부(負)의 방향으로 진행하는 f 파의 전후에서는 p 와 V 의 증감이 역으로 된다. 위 그림에서 생각하면, 「밸브 폐쇄 \Rightarrow 유량저하 $\Rightarrow \Delta V$ 는 負 $\Rightarrow \Delta p$ 는 正 \Rightarrow 압력상승」으로 된다.

한편, 밸브 하류측(우측)에서는 F 파만이 발생하므로 식 (A.7), (A.8)로부터

$$\Delta V = V - V_0 = F \left(t - \frac{x}{c} \right) \quad (A.10)$$

$$\Delta p = p - p_0 = -\rho c F \left(t - \frac{x}{c} \right) \quad (A.11)$$

이 되고, 따라서 압력 변화는 다음과 같이 표시된다.

$$\Delta p = \rho c \Delta V = -\rho c V_0 \quad (A.12)$$

관로 단면적을 A 라 하고, 식 (A.1), (A.2)에서 V 를 Q/A 로 대치하여

Laplace 변환하면 다음 식을 얻는다.

$$\frac{\rho}{A}s\hat{Q} + \frac{\partial\hat{P}}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.13})$$

$$s\hat{P} + \frac{\rho c^2}{A} \cdot \frac{\partial\hat{Q}}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.14})$$

식 (A.13), (A.14)는 연립 미분방정식이며, 이를 x 에 대하여 풀면 다음의 일반해가 구해진다.

$$\hat{P}(x) = C_1 e^{\lambda x} + C_2 e^{-\lambda x} \quad (\text{A.15})$$

$$\hat{Q}(x) = -\frac{1}{Z_c} (C_1 e^{\lambda x} - C_2 e^{-\lambda x}) \quad (\text{A.16})$$

여기서 C_1, C_2 는 x 에 무관한 상수이다. 또한 λ 와 Z_c 는 관로의 파동 전파 계수 및 특성 임피던스(characteristic impedance)로 불리며 다음과 같이 표시된다.

$$\lambda = \frac{s}{c} \quad (\text{A.17})$$

$$Z_c = \frac{\rho c}{A} \quad (\text{A.18})$$

관로 상류단($x=0$)에서의 압력 및 유량의 Laplace 변환 \hat{P}_1, \hat{Q}_1 을 식 (A.15) 및 식 (A.16)에 대입함으로써 C_1, C_2 를 정하고, 관로 하류단($x=l$)에서의 압력, 유량의 Laplace 변환 \hat{P}_2, \hat{Q}_2 와 앞에서 구한 C_1, C_2 를 식 (A.15), 식 (A.16)에 대입함으로써 다음과 같은 관계식이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} \hat{P}_2 \\ \hat{Q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\lambda l) & -Z_c \sinh(\lambda l) \\ -\left(\frac{1}{Z_c}\right) \sinh(\lambda l) & \cosh(\lambda l) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{P}_1 \\ \hat{Q}_1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.19})$$

$$\begin{bmatrix} \hat{P}_1 \\ \hat{Q}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\lambda l) & Z_c \sinh(\lambda l) \\ \left(\frac{1}{Z_c}\right) \sinh(\lambda l) & \cosh(\lambda l) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{P}_2 \\ \hat{Q}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.20})$$

식 (A.19)와 식 (A.20)의 우변 계수 행렬을 유체 관로의 전달 매트릭스라 한다. 식 (A.19) 혹은 식 (A.20)이 내포하는 4개의 미지수 \hat{P}_1 , \hat{Q}_1 , \hat{P}_2 및 \hat{Q}_2 중 임의의 두 요소 사이의 전달함수를 구할 수 있으며, 예를 들면 아래와 같다.

$$\frac{\hat{P}_1}{\hat{Q}_1} = \frac{\cosh(\lambda l) + \left(\frac{\hat{Q}_2}{\hat{P}_2}\right) \cdot Z_c \cdot \sinh(\lambda l)}{\left(\frac{1}{Z_c}\right) \cdot \sinh(\lambda l) + \left(\frac{\hat{Q}_2}{\hat{P}_2}\right) \cdot \cosh(\lambda l)} \quad (\text{A.21})$$

$$\frac{\hat{P}_2}{\hat{P}_1} = \frac{1}{\cosh(\lambda l) + \left(\frac{\hat{Q}_2}{\hat{P}_2}\right) \cdot Z_c \cdot \sinh(\lambda l)} \quad (\text{A.22})$$

$$\frac{\hat{Q}_2}{\hat{P}_1} = \frac{1}{\left(\frac{\hat{P}_2}{\hat{Q}_2}\right) \cdot \cosh(\lambda l) + Z_c \cdot \sinh(\lambda l)} \quad (\text{A.23})$$

$$\frac{\hat{Q}_2}{\hat{P}_2} = \frac{\left(\frac{1}{Z_c}\right) \cdot \sinh(\lambda l) - \left(\frac{\hat{Q}_1}{\hat{P}_1}\right) \cdot \cosh(\lambda l)}{\left(\frac{\hat{Q}_1}{\hat{P}_1}\right) \cdot Z_c \cdot \sinh(\lambda l) - \cosh(\lambda l)} \quad (\text{A.24})$$

$$\frac{\hat{Q}_2}{\hat{Q}_1} = \frac{1}{\cosh(\lambda l) + \left(\frac{\hat{P}_2}{\hat{Q}_2}\right) \cdot \left(\frac{1}{Z_c}\right) \cdot \sinh(\lambda l)} \quad (\text{A.25})$$

위의 전달함수 속에는 \hat{Q}_1/\hat{P}_1 , \hat{Q}_2/\hat{P}_2 가 포함되어 있으며, 만약 이와 같은 변수 상호간의 비가 알려진다면 위 식들로부터 관로 내 유동의 주파수 응답 특성 해석이 가능하다.

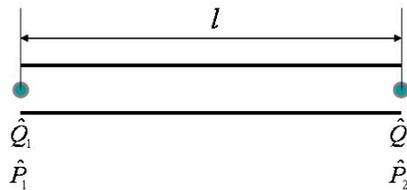


그림 A.2 단일 관로

A.1.2 1차원 정상 층류 관 마찰 손실을 고려한 유동 해석^{11)~13)}

여기서 취급하는 유동은 비정상 유동이므로, 관 마찰 손실에 대해서도 비정상 유동에 따른 손실을 고려해야 엄밀한 해석 결과를 기대할 수 있겠지만, 해석이 용이하지 않기 때문에 경우에 따라서는 계산의 편의를 고려하여 정상 유동시의 관 마찰 손실식을 사용하여 계산하기도 한다.

관로 내의 흐름을 1차원 정상 층류로 간주하고 관 마찰에 의한 압력 손실을 고려할 때, 유체의 운동 방정식과 연속 방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$\frac{\rho}{A} \cdot \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + p_f = 0 \quad (\text{A.26})$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{K}{A} \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.27})$$

$$p_f = \rho R_f V = \frac{\rho}{A} R_f Q \quad (\text{A.28})$$

여기서 p_f 는 원관 내에서 관로 단위 길이당 관 마찰 압력 손실을 나타내며, $R_f = 8\nu/R^2$, $A = \pi R^2$, R 은 관로 내경이다. 식 (A.26), (A.27)을 Laplace 변환하면 다음과 같이 표시된다.

$$\frac{\rho}{A} (s + R_f) \hat{Q} + \frac{\partial \hat{P}}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.29})$$

$$s \hat{P} + \rho \frac{c^2}{A} \cdot \frac{\partial \hat{Q}}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.30})$$

이들을 x 에 대하여 연립으로 풀고, 2.1절에서와 같이 관로 상류단(上流端) 및 하류단(下流端)에서의 압력과 유량 사이의 관계식을 구하면 식 (A.19) 및 식 (A.20)과 동일한 식이 얻어진다. 단, 여기서 λ 및 Z_c 는 다음과 같다.

$$\lambda = \frac{s}{c} \sqrt{1 + \frac{R_f}{s}} \quad (\text{A.31})$$

$$Z_c = \frac{\rho c}{A} \sqrt{1 + \frac{R_f}{s}} \quad (\text{A.32})$$

A.1.3 비정상 층류 압력 손실식을 고려한 해석^{11)~13)}

여기서는 관로 단면상에서의 유속 분포 및 시간적인 유속의 변화를 고려하여 해석한다. 흐름은 축대칭이며, 유속은 음속에 비하여 매우 작은 것으로 생각한다. 또한 압력은 관로 단면상에서 일정한 것으로 한다.

이상의 가정하에서 원주 좌표에서의 Navier-Stokes의 방정식은 다음 식으로 얻어진다.

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (\text{A.33})$$

또한 연속 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{K} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.34})$$

식 (A.33)은 Bessel 미분 방정식의 일종임을 알 수 있으며, 다음과 같은 경계조건을 고려함으로써

$$r = R, \quad u = 0$$

$$r = 0, \quad u \neq \infty$$

아래와 같은 해를 구할 수 있다.

$$\hat{U} = \frac{1}{\rho s} \left(\frac{\partial \hat{P}}{\partial x} \right) \left[\frac{J_0(s_1 r)}{J_0(s_1 R)} - 1 \right] \quad (\text{A.35})$$

여기서 $s_1 = j\sqrt{s/\nu}$ 이다.

식 (A.35)를 관로 단면상에서 적분하면 다음 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \hat{Q} &= \int_0^R \hat{U} \cdot 2\pi r dr \\ &= \frac{A}{\rho s} \cdot \frac{\partial \hat{P}}{\partial x} \left(\frac{2J_1(s_1 R)}{(s_1 R)J_0(s_1 R)} - 1 \right) \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

결국 운동 방정식 (A.33)은 식 (A.36)을 고쳐 씌우므로써 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\left(\frac{\rho}{A}\right)\left[1-\frac{2J_1(s_1R)}{(s_1R)J_0(s_1R)}\right]^{-1}s\hat{Q}+\frac{\partial\hat{P}}{\partial x}=0 \quad (\text{A.37})$$

연속 방정식은 식 (A.34)에 $2\pi r$ 을 곱하고 이를 관로 단면상에서 적분하면 식 (A.28)과 같은 형태로 간략화되고 Laplace 변환하면 다음 식으로 된다.

$$s\hat{P}+\frac{\rho c^2}{A}\cdot\frac{\partial\hat{Q}}{\partial x}=0 \quad (\text{A.38})$$

이 두 식을 연립으로 풀고, 2.1절에서와 마찬가지로 관로 상류단 및 하류단의 압력과 유량과의 관계를 구하면 식 (A.19)와 동일한 식이 얻어진다. 이 경우 λ 와 Z_C 는 아래와 같다.

$$\lambda=\frac{s}{c}\left[1-\frac{2J_1(s_1R)}{(s_1R)J_0(s_1R)}\right]^{-1/2} \quad (\text{A.39})$$

$$Z_C=\frac{\rho c}{A}\left[1-\frac{2J_1(s_1R)}{(s_1R)J_0(s_1R)}\right]^{-1/2} \quad (\text{A.40})$$

여기서 얻어진 관계식을 사용한 해석 결과는 실제 유압 관로 내의 유동 실험치와 잘 일치함이 확인되어 있다.

주파수 특성 계산시 문제가 되는 것은 식 (A.39), (A.40)에 $s=j\omega$ 를 대입했을 때 나타나는 $J_n(j\sqrt{jx})$ 형태의 함수이다. 이 함수는 Kelvin 함수 $\text{ber}_n x$ 와 $\text{bei}_n x$ 를 사용하여 다음과 같이 표시된다.

$$J_n(j\sqrt{jx})=\text{ber}_n x+j\text{bei}_n x \quad (\text{A.41})$$

여기서 $\text{ber}_n x$ 와 $\text{bei}_n x$ 는 다음과 같다.

$$\text{ber}_n x=\left(\frac{1}{2}x\right)^n\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\cos\left[\left(\frac{3}{4}n+\frac{1}{2}k\right)\pi\right]}{k!(n+k)!}\left(\frac{1}{4}x^2\right)^k \quad (\text{A.42})$$

$$\text{bei}_n x=\left(\frac{1}{2}x\right)^n\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\sin\left[\left(\frac{3}{4}n+\frac{1}{2}k\right)\pi\right]}{k!(n+k)!}\left(\frac{1}{4}x^2\right)^k \quad (\text{A.43})$$

예를 들면 $n = 0$ 일 때 (통상 0은 생략함)

$$\text{ber } x = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{[(2m)!]^2} \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^{4m} \quad (\text{A.44})$$

$$\text{bei } x = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{[(2m+1)!]^2} \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^{4m+2} \quad (\text{A.45})$$

이들 식을 직접 사용하면 식 (A.39), (A.40)의 계산이 매우 번잡해진다. 이에 대하여 z 를 복소수라 할 때 다음의 근사식이 많이 사용된다.

$|z|$ 가 작을 때

$$\frac{2J_1(iz)}{jzJ_0(iz)} \approx 1 - \frac{z^2}{8} + \frac{z^4}{48} - \frac{11z^6}{3072} \dots \quad (\text{A.46})$$

$|z|$ 가 크고 $|\arg z| < \pi/2$ 일 때

$$\left[1 - \frac{2J_1(iz)}{jzJ_0(iz)}\right]^{-1/2} \approx 1 + \frac{1}{z} + \frac{1}{z^2} + \frac{7}{8z^3} \dots \quad (\text{A.47})$$

식 (A.46), (A.47)을 사용하면 식 (A.39), (A.40)이 정밀도 높게 근사됨이 확인되어 있다. Brown은 예를 들면 λ 의 근사식으로서 식 (A.47)에 의한 다음과 같은 근사식을 제시하고 있다.

$$\lambda \approx \frac{s}{c} \left[1 + \left(\frac{v}{R^2 s}\right)^{0.5} + \left(\frac{v}{R^2 s}\right) + \frac{7}{8} \left(\frac{v}{R^2 s}\right)^{1.5} \right] \quad (\text{A.48})$$

이 외의 근사법으로는 식 (A.19), (A.20)에 있는 전달 매트릭스의 요소를 유리 다항식으로 직접 근사하는 방법도 시도되고 있다.

A.2 유압 펌프의 Z_S 및 Q_S 를 구하기 위한 선행 연구

A.2.1 기지의 중단 임피던스로부터 구하는 방법^{1),2)}

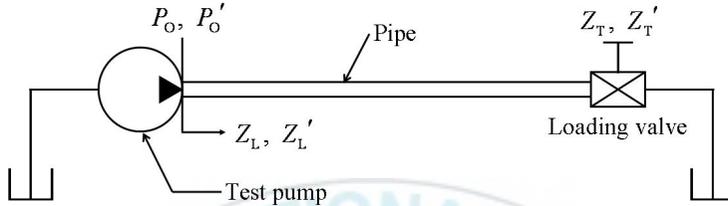


그림 A.3 두 가지의 서로 다른 기지의 중단 임피던스로부터 구하기 위한 회로도

그림 A.3에서 P_O 와 P'_O 는 관로 끝의 임피던스가 각각 Z_T 와 Z'_T 일 경우의 유압 펌프 출구부에서의 압력 맥동이다. 이 때 식 (2.1)에 의해 P'_O/P_O 는 아래 식과 같다.

$$\frac{P'_O}{P_O} = \frac{Z'_L}{Z_L} \cdot \left(\frac{Z_S + Z_L}{Z_S + Z'_L} \right) \quad (\text{A.9})$$

식 (A.9)에서 Z_L 과 Z'_L 는 관로 끝의 임피던스(Z_T , Z'_T)를 알고 있으므로 식 (2.6)으로부터 구할 수 있다. 따라서 식 (A.9)로부터 유압 펌프의 내부 임피던스(Z_S)를 구할 수 있으며, 또한 식 (2.1)로부터 유압 펌프의 내부 유량 맥동(Q_S)을 구할 수 있다.

위의 측정 방법은 관로 끝의 임피던스(Z_T , Z'_T)를 알고 있다는 전제하에 측정하므로 그 측정 방법은 매우 간단하다. 그러나 무반사 등의 중단 조건을 모든 조화성분에 대해서 정확히 구하기가 어렵고 낮은 부하 임피던스 및 높은 부하 임피던스에 대한 Z_T , Z'_T 의 값을 정확하게 구하는 것이 어렵다.

또한 식 (A.9)와 식 (2.1)로부터 Z_S , Q_S 를 구하기 위해서는 동시에 검출 불가능한 두 개의 서로 다른 시스템(Z_T , Z'_T 에 대한 시스템)의 압력 맥동 조화성분의 크기와 위상이 필요하다. 이 때 Z_S , Q_S 를 수치 계산함에 있어서 FFT로 주파수 영역으로 분석해서 구한 두 개의 압력 맥동 조화성분이 동일한 위상각을

기준으로 측정되지 않으면 안된다. 그러나 실제 측정함에 있어서 동일한 위상각을 가지는 두 개의 압력 맥동 조화성분을 측정하기가 매우 어렵다.

A.2.2 유압 트롬본(hydraulic trombone)법⁴⁾

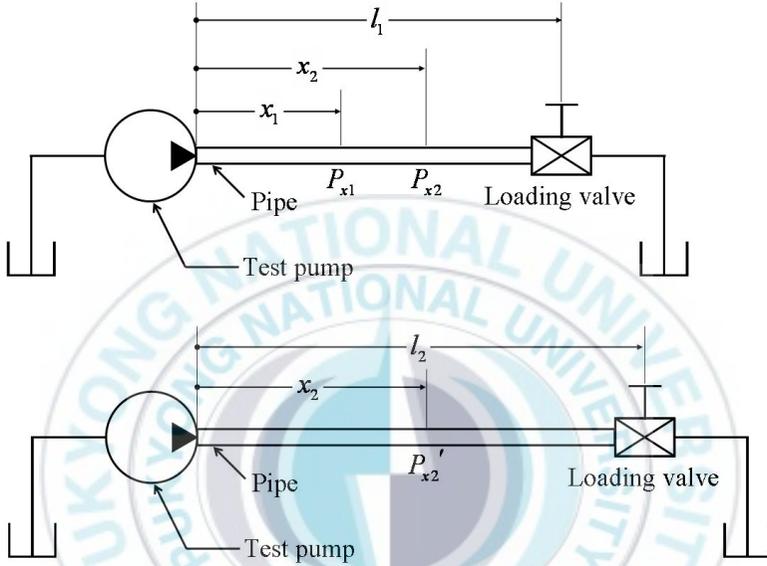


그림 A.4 유압 트롬본법에 의한 측정 회로도

식 (2.13)으로부터 그림 A.4에서의 P_{x2}/P_{x1} 는 아래 식과 같다.

$$\frac{P_{x2}}{P_{x1}} = \frac{e^{-j\bar{\lambda}x_2} + R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}(2l_1-x_2)}}{e^{-j\bar{\lambda}x_1} + R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}(2l_1-x_1)}} \quad (\text{A.10})$$

또한 P_{x2}'/P_{x1} 은 식 (A.11)과 같다.

$$\frac{P_{x2}'}{P_{x1}} = \left(\frac{1 - R_S \cdot R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}(2l_1-x_1)}}{1 - R_S \cdot R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}(2l_2-x_2)}} \right) \cdot \left(\frac{e^{-j\bar{\lambda}x_2} + R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}(2l_2-x_2)}}{e^{-j\bar{\lambda}x_1} + R_T \cdot e^{-j\bar{\lambda}(2l_1-x_1)}} \right) \quad (\text{A.11})$$

관로 하류측 끝에서의 파동 반사율(R_T)을 식 (A.10)으로부터 구한 후 식 (A.11)에 대입하면 관로 상류측 끝에서의 파동 반사율(R_S)을 구할 수 있다. 따

라서 식 (2.16)으로부터 측정 대상 펌프의 내부 임피던스(Z_S)가 구해지며, 또한 식 (2.13)으로부터 내부 유량 맥동(Q_S)이 구해진다.

이러한 유압 트롬본법은 관로 하류측 끝의 임피던스(Z_T)를 측정하기 때문에 그 계산값에 의한 Z_S , Q_S 의 오차 정도가 상당히 낮다. 그러나 A.2.1의 방법과 마찬가지로 Z_S , Q_S 를 구하기 위해서는 동시에 검출 불가능한 두 개의 서로 다른 시스템(l_1 , l_2 에 대한 시스템)의 압력 맥동 조화성분의 크기와 위상이 필요하다. 따라서 두 개의 압력 맥동 조화성분이 동일한 위상각을 기준으로 측정되지 않으면 안되며, 실제 측정함에 있어서 동일한 위상각을 가지는 두 개의 압력 맥동 조화성분을 측정하기가 매우 어렵다.

A.2.3 2 압력/2 시스템 (2 Pressures/2 Systems, 2P/2S)법^{5),6),11)}

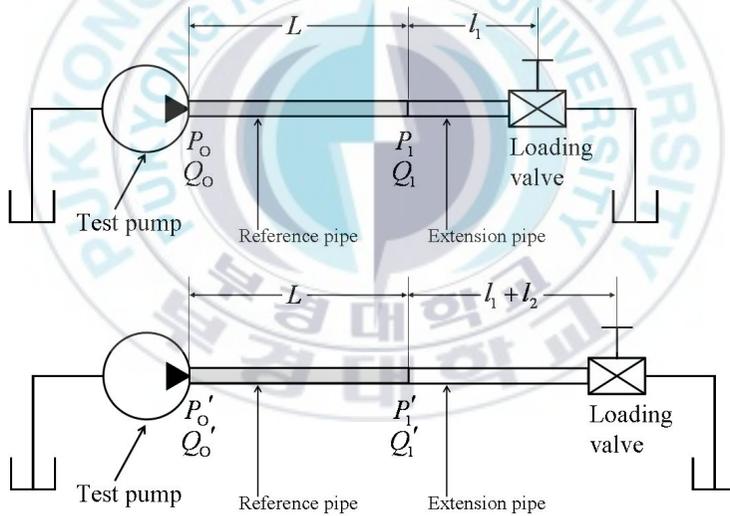


그림 A.5 2 압력/2 시스템법에 의한 측정 회로도

유체의 관로 내 전달 매트릭스로부터 그림 A.5의 Q_0 와 Q_0' 는 아래 식과 같다.

$$Q_0 = -j \cdot \frac{1}{Z_c} \cdot \{P_0 \cdot \cot(\bar{\lambda}L) - P_1 \cdot \operatorname{cosec}(\bar{\lambda}L)\} \quad (\text{A.12})$$

$$Q_0' = -j \cdot \frac{1}{Z_c} \cdot \{P_0' \cdot \cot(\bar{\lambda}L) - P_1' \cdot \operatorname{cosec}(\bar{\lambda}L)\} \quad (\text{A.13})$$

또한 유압 펌프의 내부 임피던스(Q_s)는 식 (A.14)와 같다.

$$Q_s = Q_0 + \frac{P_0}{Z_s} = Q_0' + \frac{P_0'}{Z_s} \quad (\text{A.14})$$

따라서 식 (A.12)~(A.14)로부터 Z_s 와 Q_s 를 구하면 아래 식과 같다.

$$Z_s = j \cdot Z_c \cdot \frac{(P_0 - P_0') \cdot \sin(\bar{\lambda}L)}{P_1 - P_1' - (P_0 - P_0') \cdot \cos(\bar{\lambda}L)} \quad (\text{A.15})$$

$$Q_s = j \cdot \frac{1}{Z_c} \cdot \frac{P_0 \cdot P_1' - P_0' \cdot P_1}{(P_0 - P_0') \cdot \sin(\bar{\lambda}L)} \quad (\text{A.16})$$

2 압력/2 시스템법은 기준 관로 상의 압력 맥동 측정값(P_0, P_1, P_0', P_1')으로부터 식 (A.15)와 식 (A.16)에 의해 Z_s, Q_s 를 바로 구할 수 있다. 즉, A.2.1절의 Z_T 와 Z_T' , A.2.2절의 R_T 와 R_S 등을 구할 필요가 없기 때문에 Z_s, Q_s 의 연산이 매우 간단하다.

그러나 앞의 두 방법과 마찬가지로 Z_s, Q_s 를 구하기 위해서는 동시에 검출 불가능한 두 개의 서로 다른 시스템(Q_0, Q_0' 에 대한 시스템)의 압력 맥동 조화성분의 크기와 위상이 필요하다. 따라서 두 개의 압력 맥동 조화성분이 동일한 위상각을 기준으로 측정되지 않으면 안되며, 실제 측정함에 있어서 동일한 위상각을 가지는 두 개의 압력 맥동 조화성분을 측정하기가 매우 어렵다.

참 고 문 헌

- 1) Davidson, L. C. , “The Internal Impedance of Positive Displacement Pumps(Experimental Determination and Effect on System Noise)” , Proceedings of the 32nd National conference on Fluid Power, pp. 99~100, 1976.
- 2) O’ Neal, D. L. and Maroney, G. E. , “Measuring Pump Fluid borne Noise Generation Potential,” The BFPR Journal, Vol. 1978-11, pp. 99~100, 1978.
- 3) Szerlag, S. F. , “Rating pump fluid-borne noise,” SAE Trans. 750830, pp. 1~16, 1975.
- 4) Edge, K. A. and Wing, T. J. , “The measurement of the fluid-borne pressure ripple characteristics of hydraulic components,” Proc. Instn. Mech. Engrs, Part B, Vol. 197, pp. 247~254, 1983.
- 5) 小嶋英一, “油壓ポンプの流體傳ば振動特性の新しい測定法(第1報, 測定法の原理),” 油壓 と空気壓, Vol. 24, No. 1, pp. 113~118, 1993.
- 6) 小嶋英一, “油壓ポンプの流體傳ば振動特性の新しい測定法(第2報, 試験結果と考察),” 油壓 と空気壓, Vol. 24, No. 1, pp. 119~126, 1993.
- 7) Edge, K. A. and Johnston, D. N. , “The “secondary source” method for the measurement of pump pressure ripple characteristics, Part 1 : description of method,” Proc. Instn. Mech. Engrs, Part A, Vol. 204, pp. 33~40, 1990.
- 8) Edge, K. A. and Johnston, D. N. , “The “secondary source” method for the measurement of pump pressure ripple characteristics, Part 2 : experimental results,” Proc. Instn. Mech. Engrs, Part A, Vol. 204, pp. 41~46, 1990.
- 9) ISO 10767 : Determination of pressure ripple levels generated in systems and components, Part 1. 1992.
- 10) 김지웅, 강만근, 이일영, “ISO 10767-1에 기초한 유압 펌프의 유량 맥동 측정 및 정밀도 평가” , 유공압시스템학회논문집 제4권 제3호, pp. 22~27, 2007. 9.
- 11) 정윤규, “피스톤식 유압 펌프의 유량 맥동 해석” , 공학석사 학위논문, pp. 6~20, 1998. 2.

- 12) 新版 油空圧便覧, “第3章 油空圧における流體力學異論とその適用”, (社)日本油空圧學會 編, pp. 17~29, 1989. 2.
- 13) Brown, F. T. , “The Transient Response of Fluid Lines” , J. of Basic Eng. , Trans. of the ASME, Ser. D, 84-4, pp. 547~553, 1962.

