공 학 석 사 학 위 논 문

저널 베어링으로 지지된 회전 축계의 유한 요소 해석

2008 년　2 월

부 경 대 학 교 대 학 원

지능기계공학전공

송 애 희

공 학 석 사 학 위 논 문

저널 베어링으로 지지된 회전 축계의 유한 요소 해석

지도교수 양 보 석

이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함.

2008 년　2 월

부 경 대 학 교 대 학 원

지능기계공학전공

송 애 희

송애희의 공학석사 학위논문을 인준함.

2008 년 2 월

주 심 공학박사 이 수 종 (인)

위 원 공학박사 김 선 진 (인)

위 원 공학박사 양 보 석 (인)

목 차

Finite Element Analysis of Rotating Shaft System Supported by Journal Bearing

Ae-Hee Song

Department of Mechanical Engineering,

The Graduate School, Pukyong National University

ABSTRACT

In the design of modern rotating machinery, it is often necessary to improve the performance of rotor-bearing system. This generally suggests high shaft speeds, multiple stages, highly loaded rotating components, large spacing between stages, etc. The trend towards greater flexibility results in critical speeds in or near the operating speed, which may cause severe vibration problems. Also, journal bearing have important role to support the rotor system.

Therefore, in this paper the static and dynamic characteristics of journal bearing using finite element method have studied with comparing the change of temperature and clearance. The vibration analysis of rotor-bearing system for induction motor was performed using the journal bearing data. The dynamic characteristics of rotor system are analyzed by the finite element method based on Timoshenko beam theory. The natural frequency, mode shape, critical speed map, stationary unbalance response and stability were performed for improving the dynamic performance of rotor-bearing system.

제 1 장 서 론

현재 사용되고 있는 대부분의 회전 기계들은 산업 기술의 발전에 따라 고속, 고출력, 경량화 하고 있다. 고속 회전 기계에서 발생하는 대부분의 문제는 회전축계의 진동과 밀접한 관계가 있으며, 특히 회전축계를 지지하는 베어링의 동특성은 회전축계의 위험속도(critical speed), 불평형 응답(unbalance response) 및 안정성(stability) 에 큰 영향을 미치는 중요한 변수로 작용한다.[1)~3)]

고속이나 대형 회전기계의 회전축은 주로 저널베어링으로 지지되어 있으며, 이러한 회전축계의 진동 특성을 파악하기 위해서는 저널베어링의 정확한 동적 특성, 즉 강성 및 감쇠 계수에 대한 연구가 요구된다.[4)]

이와 관련하여 그 동안 많은 연구가 수행되었으며, Stafford[5)]와 Nairb[6)]는 유한요소법(finite element method)를 이용한 베어링의 탄성 유체윤활문제에 대한 연구를, Awasthia[7)]는 여러 개의 윤활유 공급 구멍이 있는 베어링에 대하여 이를 적용하여 수학적으로 계산하였다. Lund와 Thomsen[8)]은 유막 내의 압력분포에 대한 1차 Taylor 전개식으로부터 각각의 동특성 계수를 결정하는 섭동(perturbation) 방정식을 수식화 하는 수학적 미분 방법을 제시하였으며, Hamrock[12)]와 Someya[13)] 등은 이 방법을 이용하여 저널 베어링의 동특성 계수를 결정하였다.

본 연구에서는 평면저널베어링(plan journal bearing)의 동특성 규명을 위해 유한요소법을 이용한 해석을 수행하고 그 결과를 기

존의 결과와 비교하였으며, 틈새(clearance) 및 유막 온도 변화에 따른 동특성 변화를 관찰하였다. 또한 전동기(electric motor) 지지용 베어링의 동특성 계수를 계산하고, 그 결과를 전동기 축계 진동 해석에 적용하였다. 전동기 축계를 유한개의 요소로 분할하여 복소 고유치 해석(complex eigenvalue analysis)을 수행하고 이로부터 위험속도와 안정성을 평가하였으며, 모드 해석과 불평형 응답 해석을 통한 대상 축계의 진동 해석(vibration analysis)을 수행하고 이를 비교, 분석하였다.

제 2장 해석 이론

2.1 저널 베어링 해석 이론

저널 베어링(journal bearing)은 고정된 베어링 메탈과 회전체 표면 사이에 윤활유가 얇은 유막(oil film)을 형성하여 마찰을 적게 하며 저널을 지지하는 구조를 가지고 있다.

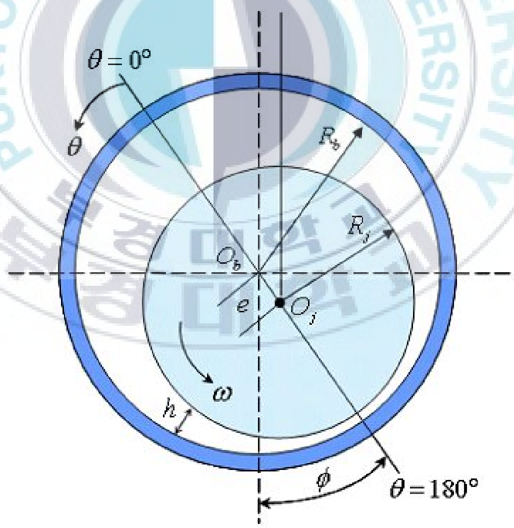


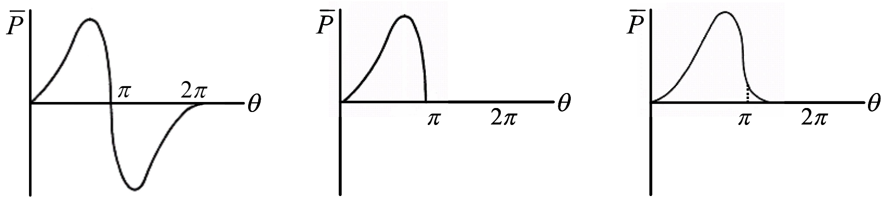
Fig. 2.1 Geometry of journal bearing

Fig. 2.1은 일반적인 저널 베어링의 구조를 개념적으로 보여준다. 여기서 O_b는 베어링 중심, O_j는 저널 중심, 동심 조건에서의 공칭 틈새 C는 베어링 반경 R_b와 저널 반경 R_j의 차이고, e

는 저널 베어링의 편심(eccentricity), 틈새와 편심의 비가 편심률(eccentricity ratio) ε 이 된다. 저널은 ω 의 속도로 회전하고 있으며, θ 는 원주방향의 위치를 나타내고, h 는 임의 θ 에서의 유막 두께가 되므로 $h = C(1+\varepsilon\cos\theta)$ 의 값을 가지며 ϕ 는 베어링과 저널을 잇는 중심선과 하중의 방향이 이루는 자세각(attitude angle)이다.

저널베어링의 해석을 위해서는 해석 범위에 대한 경계조건이 필요하다. 이러한 해석 범위에 따라 무한소폭베어링(short bearing) 이론, 유한폭베어링(finite bearing) 이론, 무한폭베어링(long bearing) 이론이 있다. 무한소폭베어링 이론은 베어링 폭이 무한히 좁은 경우, 폭 방향의 압력 기울기가 상대적으로 큰 값을 가지므로 원주방향의 압력 기울기를 무시하고 해석하는 방법이다. 반대로 무한폭베어링 이론은 베어링 폭이 무한히 넓은 경우, 폭 방향의 유동이 없으며 그에 따라 폭 방향 압력 기울기를 무시하고 해석하는 방법으로, 실제 베어링 해석 시 적용에 한계가 있으므로 유한폭베어링 이론이 많이 이용된다.

베어링에서 저널이 회전할 때 양(positive)의 압력이 발생하는 영역을 converging 영역, 음(negative)의 압력이 발생하는 영역을 diverging 영역이라고 한다. 이런 영역에 대한 경계 조건으로 Sommerfeld 조건, Half-Sommerferd 조건 및 Reynolds 조건이 있다. Fig. 2.2는 이들 조건에 대한 압력 분포를 나타낸 것으로 Sommerfeld 조건은 정현파의 압력 분포를 보이며, π 와 2π 위치에서 압력이 0이 된다. Half-Sommerfeld 조건은 Sommerfeld 조건에서 대기압보다 낮은 음(negative)의 압력이 발생하는 부분을 대기압과 같다고 가정한 것으로, 이는 실제 베어링에서는 음의 압력이 발생하지 않기 때문이다.



(a) Sommerfeld condition (b) Half-Sommerfeld condition (c) Reynolds condition

Fig. 2.2 Pressure distribution for each condition

일반적으로 저널 베어링의 압력 계산 시 Half-Sommerfeld 조건을 많이 사용하지만 이 조건은 $\theta = \pi$ 에서 불연속이 되어, 실제 물리적인 현상을 만족하지 못하므로 $\theta = \pi + \alpha$ 에서 $d\bar{P}/d\theta = 0$ 이 되도록 하는 것이 Reynolds 조건이다. Reynolds 조건으로 구하여진 해는 실제 베어링 압력 분포와 거의 일치하는 장점이 있지만, 정확한 α 값을 구하기 어려운 단점이 있다.

본 논문에서는 유한폭베어링 이론으로 Half-Sommerfeld 조건에 대하여 저널 베어링을 해석하였으며, 이에 사용된 가정은 다음과 같다.

(1) 공급되는 윤활유는 비압축성(incompressible) Newtonian 유체이다.
(2) 윤활유의 점도는 온도와 무관하게 일정하다.
(3) 저널과 베어링의 중심축은 평행하다.

2.1.1 저널 베어링의 정특성

베어링 내의 유체 흐름은 두 평판 사이의 유체 유동으로 Navier-Stokes 방정식과 연속(continuity) 방정식으로부터 유도되는 레이놀즈 방정식(Reynolds equation)으로부터 구할 수 있다. 비압축

성 유체를 사용하는 정상상태의 저널 베어링 유막에서 발생하는 압력의 지배방정식을 나타내는 레이놀즈 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h^3}{\eta}\frac{\partial P}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{h^3}{\eta}\frac{\partial P}{\partial z}\right)=6U\frac{\partial h}{\partial x} \tag{2.1}$$

유사한 저널베어링에 대하여 적은 수의 특성변수로써 일반적으로 통용될 수 있는 결과를 레이놀즈 방정식의 해로부터 유도하기 위하여 저널베어링의 기하학적 형상 및 운전조건을 특정 지우는 변수를 이용한 윤활방정식의 무차원화가 바람직하다. 다음 식은 무차원 변수를 이용하여 레이놀즈 방정식을 무차원화한 것이다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{\overline{h}^3}{\overline{\eta}}\frac{\partial \overline{P}}{\partial \theta}\right)+\left(\frac{R}{L}\right)^2\frac{\partial}{\partial \overline{z}}\left(\frac{\overline{h}^3}{\overline{\eta}}\frac{\partial \overline{P}}{\partial \overline{z}}\right)=\frac{\partial \overline{h}}{\partial \theta} \tag{2.2}$$

여기서 무차원 변수의 정의는 다음과 같다.

$$\overline{P}=P/6\eta_i\omega(R/C)^2$$
$$\overline{h}=h/c=1+\cos\theta$$
$$\overline{x}=\theta=x/R$$
$$\overline{\eta}=\eta/\eta_i$$
$$\overline{z}=z/L$$

저널 베어링의 정특성 중 하나로 저널에 작용하는 하중에 따라 저널의 중심이 베어링 중심에서부터 편심되는 비율이 변화하는 관계를 베어링의 부하용량(load capacity)이라 한다. 이러한 특성은 정하중을 받으면 한 평형점을 중심으로 회전하고 있는 저널에 의하여 베어링 유막 틈새에 형성되는 압력분포에 의해 결정된다.

정상상태에서 저널표면에 작용하는 압력을 적분함으로써 유막 내의 압력에 의한 베어링의 반력(reaction force)을 구할 수 있다. 반력의 수평 분력 F_x 와 수직 분력 F_y 는 식 (2.3)과 같다.

$$\begin{aligned} F_x &= 6\eta_i \omega RL(R/c)^2 \int_0^1 \int_0^{2\pi} \bar{P} \cos\theta d\theta d\bar{z} \\ F_y &= 6\eta_i \omega RL(R/c)^2 \int_0^1 \int_0^{2\pi} \bar{P} \sin\theta d\theta d\bar{z} \end{aligned} \quad (2.3)$$

이 힘들의 합력으로부터 베어링 부하용량 W와 자세각 ϕ 을 계산할 수 있으며, 이를 식 (2.4)에 나타내었다.

$$W = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2}}\,,\ \ \phi = \tan^{-1}(F_y / -F_x) \quad (2.4)$$

2.1.2 저널 베어링의 동특성

저널 베어링의 부하 용량은 저널의 편심율 및 속도에 따라 비선형적으로 증가하여 반력이 작용하는 방향은 저널의 운동방향과 일치하지 않는다. 따라서 저널 베어링의 이러한 반력 특성을 저널의 정적 평형점 부근에서 선형화된 강성 계수 및 감쇠 계수로 나타낼 수 있으며, 운동 방향과 반력 방향이 일치하지 않으므로 연계된 계수가 존재하고 비등방성 특성을 갖게 된다.

저널 베어링의 선형화된 강성 및 감쇠 계수를 계산하기 위하여 섭동법(perturbation method)을 이용한다.

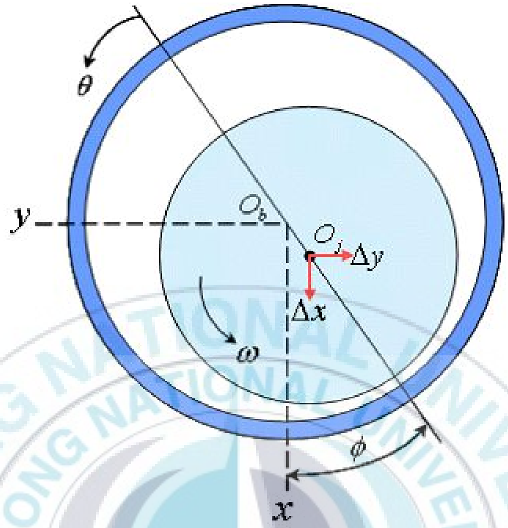


Fig. 1.3 The change of static equilibrium point by perturbation

저널 중심이 정적 평형 상태에서의 저널 중심 O_j 에서 미소량 Δx, Δy 만큼 변했을 때 베어링 틈새 h_0 는 h 로 변한다. 즉, 무차원화된 틈새 $\bar{h}$ 은 식 (2.5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{h} = \bar{h}_0 + \Delta\bar{x} \cdot \cos(\theta + \phi) + \Delta\bar{y} \cdot \sin(\theta + \phi) \qquad (2.5)$$

여기서 정적 평형 위치에서의 무차원 틈새 $\bar{h}_0$ 은 다음과 같다.

$$\bar{h}_0 = 1 + \varepsilon \cos\theta \qquad (2.6)$$

섭동(perturbation)에 의한 저널의 진폭이 매우 작다고 가정할 때, 압력 변화는 Taylor 급수 전개하여 1차 항만은 고려하면 식 (2.7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{P} = \bar{P}_0 + \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}} d\bar{x} + \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{y}} d\bar{y} + \frac{\partial \bar{P}}{\partial \dot{\bar{x}}} d\dot{\bar{x}} + \frac{\partial \bar{P}}{\partial \dot{\bar{y}}} d\dot{\bar{y}} \tag{2.7}$$

식 (2.5)와 식 (2.7)을 레이놀즈 방정식에 대입하여 미소 증분 Δx, Δy 의 2차 이상의 항은 무시하고 정리하면 베어링 유막의 압력 분포와 동특성을 계산하기 위한 지배 방정식을 얻을 수 있으며, 이를 각 요소

$$\bar{P}_0,\ \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}},\ \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{y}},\ \frac{\partial \bar{P}}{\partial \dot{\bar{x}}},\ \frac{\partial \bar{P}}{\partial \dot{\bar{y}}} \tag{2.8}$$

로 나누어 표현하면 다음과 같다.

① $\bar{P}_0$ 요소:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{\bar{h}_0^{\,3}}{\eta} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\bar{h}_0^{\,3}}{\eta} \frac{\partial}{\partial z} \right) \right\} \bar{P}_0 = \frac{\partial \bar{h}_0}{\partial \theta} \tag{2.9}$$

② $\dfrac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}}$ 요소:

$$\left\{\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{\bar{h}_0^3}{\bar{\eta}}\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\left(\frac{R}{L}\right)^2\frac{\partial}{\partial\bar{z}}\left(\frac{\bar{h}_0^3}{\bar{\eta}}\frac{\partial}{\partial\bar{z}}\right)\right\}\bar{P}_1$$

$$=-\sin(\theta+\phi)-\frac{3\cos(\theta+\phi)}{\bar{h}_0}\frac{\partial\bar{h}_0}{\partial\theta}-\frac{3\bar{h}_0^3}{\bar{\eta}}\frac{\partial\bar{P}_0}{\partial\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{\cos(\theta+\phi)}{\bar{h}_0}\right)$$

(2.10)

③ $\dfrac{\partial\bar{P}}{\partial\bar{y}}$ 요소:

$$\left\{\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{\bar{h}_0^3}{\bar{\eta}}\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\left(\frac{R}{L}\right)^2\frac{\partial}{\partial\bar{z}}\left(\frac{\bar{h}_0^3}{\bar{\eta}}\frac{\partial}{\partial\bar{z}}\right)\right\}\bar{P}_2$$

$$=\cos(\theta+\phi)-\frac{3\sin(\theta+\phi)}{\bar{h}_0}\frac{\partial\bar{h}_0}{\partial\theta}-\frac{3\bar{h}_0^3}{\bar{\eta}}\frac{\partial\bar{P}_0}{\partial\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{\sin(\theta+\phi)}{\bar{h}_0}\right)$$

(2.11)

④ $\dfrac{\partial\bar{P}}{\partial\dot{\bar{x}}}$ 요소:

$$\left\{\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{\bar{h}_0^3}{\bar{\eta}}\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\left(\frac{R}{L}\right)^2\frac{\partial}{\partial\bar{z}}\left(\frac{\bar{h}_0^3}{\bar{\eta}}\frac{\partial}{\partial\bar{z}}\right)\right\}\bar{P}_3=2\cos(\theta+\phi)$$

(2.12)

⑤ $\dfrac{\partial\bar{P}}{\partial\dot{\bar{y}}}$ 요소:

$$\left\{\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{\bar{h}_0^3}{\bar{\eta}}\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\left(\frac{R}{L}\right)^2\frac{\partial}{\partial\bar{z}}\left(\frac{\bar{h}_0^3}{\bar{\eta}}\frac{\partial}{\partial\bar{z}}\right)\right\}\bar{P}_4=2\sin(\theta+\phi)$$

(2.13)

여기서 각 요소는 $\overline{P}_1, \overline{P}_2, \overline{P}_3, \overline{P}_4$ 로 나타내었으며 $\overline{\eta}$ 는 무차원화된 윤활유 점도로 온도와 무관하게 일정하다고 가정하였으므로 1의 값을 가진다. 요소 ①은 정상 상태에서의 유막 내 압력 분포를 나타내며, 부하 용량을 계산하는데 사용된다. 요소 ②~⑤는 비정상 상태에서의 유막 내 압력 분포를 나타내며, 이것은 힘의 분포와 관계 있으며 동특성 계수를 계산하는데 사용된다.

베어링의 강성 계수는 베어링 유막의 힘이 미소 변위를 할 때의 값으로 주어지므로, 강성계수는

$$k_{xx} = \frac{\partial F_x}{\partial x},\ k_{yx} = \frac{\partial F_y}{\partial x},\ k_{xy} = \frac{\partial F_x}{\partial y},\ k_{yy} = \frac{\partial F_y}{\partial y} \qquad (2.14)$$

가 된다. 감쇠계수는 베어링 유막의 힘이 미소 변위에 대한 시간의 요소로 주어지므로, 감쇠계수는

$$c_{xx} = \frac{\partial F_x}{\partial \dot{x}},\ c_{yx} = \frac{\partial F_y}{\partial \dot{x}},\ \mathrm{c}_{xy} = \frac{\partial F_x}{\partial \dot{y}},\ \mathrm{c}_{yy} = \frac{\partial F_y}{\partial \dot{y}} \qquad (2.15)$$

가 된다.

따라서 강성 계수와 감쇠 계수는 각각 다음 식과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
k_{xx} &= -\int_0^L \int_0^{2\pi} \overline{P}_1 \cos(\theta+\phi)\ d\theta\ d\overline{z} \\
k_{yx} &= -\int_0^L \int_0^{2\pi} \overline{P}_1 \sin(\theta+\phi)\ d\theta\ d\overline{z} \\
k_{xy} &= -\int_0^L \int_0^{2\pi} \overline{P}_2 \cos(\theta+\phi)\ d\theta\ d\overline{z} \\
k_{yy} &= -\int_0^L \int_0^{2\pi} \overline{P}_2 \sin(\theta+\phi)\ d\theta\ d\overline{z}
\end{aligned} \qquad (2.16)$$

$$
\begin{aligned}
c_{xx} &= -\int_0^L \int_0^{2\pi} \overline{P}_3 \cos(\theta+\phi)\, d\theta\, d\overline{z} \\
c_{yx} &= -\int_0^L \int_0^{2\pi} \overline{P}_3 \sin(\theta+\phi)\, d\theta\, d\overline{z} \\
c_{xy} &= -\int_0^L \int_0^{2\pi} \overline{P}_4 \cos(\theta+\phi)\, d\theta\, d\overline{z} \\
c_{yy} &= -\int_0^L \int_0^{2\pi} \overline{P}_4 \sin(\theta+\phi)\, d\theta\, d\overline{z}
\end{aligned}
\tag{2.17}
$$

2.1.3 유한 요소법(Finite Element Method)

유한한 폭을 갖는 베어링 유막 내의 압력 분포를 구하기 위해서는 Reynolds 2차 편미분 방정식을 완전히 해석하여야 하지만, 일반적인 해석 방법으로는 해를 구할 수 없으므로 수치해석을 수행하여야 한다. 이를 위해 가장 많이 사용되는 해석 방법으로는

- 유한 차분법(finite difference method)
- 유한 요소법(finite element method)
- 유한 체적법(finite volume method)

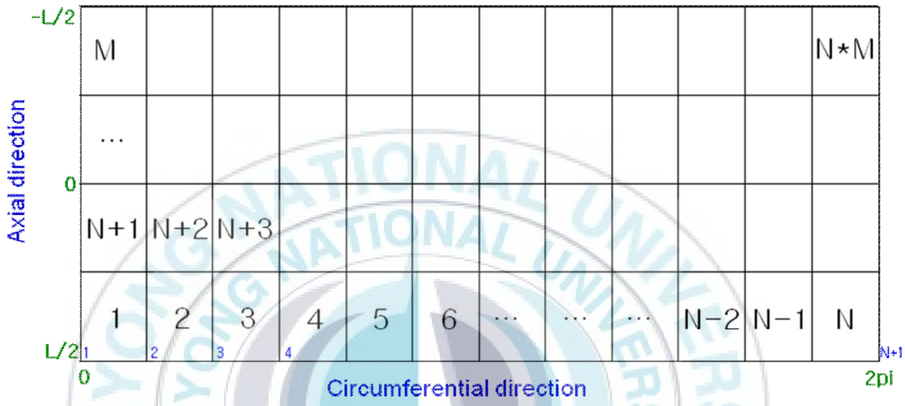
등이 있다.

유한 요소법은 다양한 베어링 형상에 대한 적용 능력이 뛰어나고 프로그램 구현이 용이하므로, 이 논문에서는 해석 방법으로 유한 요소법을 이용하였다.

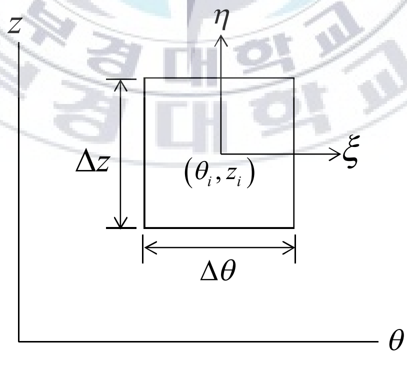
먼저 저널 베어링 윤활 면을 4개의 노드(node)를 가지는 Isoparametric 요소로 분할한다. 여기서는 회전 방향으로 N개, 축 방향으로 M개의 요소로 분할하였으며, 각각의 요소 번호와 노드 번호는 Fig. 2.4(a)와 같다. 요소 번호는 각 요소의 중앙에 표시되어 있으며, 노드 번호는 각 요소의 네 모서리에 표시되어 있다.

여기서 전역 좌표는 베어링 축 중심과 회전의 시작점을 원점으로 하는 좌표를 이용하였다.

Fig. 2.4(b)는 국부 좌표에서의 요소를 나타내고 있으며, 그 요소의 중심 즉 (θ_i, z_i)를 원점으로 하는 좌표계로, 국부 좌표계에서의 노드 번호는 왼쪽 아래에서부터 반시계 방향으로 매겨진다.



(a) Mesh plot for flow field



(b) Four node element

Fig. 2.4 Shape of element

하나의 요소는 4개의 노드로 이루어져 있고, 그 요소에서의 압력은 근사적으로 각 노드에서의 압력과 형상 함수(shape function)의 곱으로 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\bar{P} = \sum_{j=1}^{4} N_j \bar{P}_j \tag{2.18}$$

이때 사용된 형상 함수는 1차 Lagrange 보간 함수에 의해 식 (2.19)와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
N_1 &= \frac{1}{\Delta\theta\Delta\bar{z}}\left(\frac{\Delta\theta}{2}-\theta\right)\left(\frac{\Delta\bar{z}}{2}-\bar{z}\right) \\
N_2 &= \frac{1}{\Delta\theta\Delta\bar{z}}\left(\frac{\Delta\theta}{2}+\theta\right)\left(\frac{\Delta\bar{z}}{2}-\bar{z}\right) \\
N_3 &= \frac{1}{\Delta\theta\Delta\bar{z}}\left(\frac{\Delta\theta}{2}+\theta\right)\left(\frac{\Delta\bar{z}}{2}+\bar{z}\right) \\
N_4 &= \frac{1}{\Delta\theta\Delta\bar{z}}\left(\frac{\Delta\theta}{2}-\theta\right)\left(\frac{\Delta\bar{z}}{2}+\bar{z}\right)
\end{aligned} \tag{2.19}$$

섭동법을 이용한 저널 베어링의 정적 및 동적 거동에 대한 각 지배방정식은 식 (2.9) ~ (2.13)과 같다. 먼저 정적 상태의 압력 분포 $\bar{P}_0$에 대한 방정식을 고려한다. 위에서 근사화된 압력 값을 $\bar{P}_0$에 대한 지배방정식에 대입하여 다음과 같이 나타낼 수 있는데, 이것을 Residue라고 한다.

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{\bar{h}^3}{\bar{\eta}}\frac{\partial}{\partial\theta}\sum_{j=1}^{4}N_j\bar{P}_j\right)+\left(\frac{R}{L}\right)^2\frac{\partial}{\partial\bar{z}}\left(\frac{\bar{h}^3}{\bar{\eta}}\frac{\partial}{\partial\bar{z}}\sum_{j=1}^{4}N_j\bar{P}_j\right)-6\frac{\partial\bar{h}}{\partial\theta}=R^e \tag{2.20}$$

하나의 요소에 대한 방정식을 얻기 위해 Galerkin 방법을 이용하여 2차 편미분 방정식 형태인 식 (2.9)를 적분 형태로 바꾼다. Galerkin 방법은 위에서 구한 Residue를 최소화 하는 것으로 그 보간 방법은 다음과 같다.

$$\int_{\Omega} N_i R^e d\Omega = 0 \qquad (2.21)$$

식 (2.21)을 정리하면, 다음 식과 같이 된다.

$$\int_{\Omega} N_i \left\{ \frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{\bar{h}^3}{\bar{\eta}} \frac{\partial}{\partial\theta} \sum_{j=1}^{4} N_j \bar{P}_j \right) + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\bar{h}^3}{\bar{\eta}} \frac{\partial}{\partial z} \sum_{j=1}^{4} N_j \bar{P}_j \right) - 6\frac{\partial \bar{h}}{\partial\theta} \right\} d\Omega = 0$$

$$(2.22)$$

이 식을 연속성에 의해 적분하여 각 항별로 정리하면 식 (2.23) ~ (2.25) 와 같으며, 이때 계산은 Gauss-Ostrogradskian 적분 이론을 이용한다.

첫 번째 항:

$$\int_{\Omega} N_i \frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{\bar{h}^3}{\bar{\eta}} \frac{\partial}{\partial\theta} N_j \bar{P}_j \right) d\Omega$$

$$= \int_{\Omega} \left\{ \frac{\partial}{\partial\theta}\left(N_i \frac{\bar{h}^3}{\bar{\eta}} \frac{\partial}{\partial\theta} N_j \bar{P}_j \right) - \frac{\bar{h}^3}{\bar{\eta}} \frac{\partial}{\partial\theta} N_j \bar{P}_j \frac{\partial N_i}{\partial\theta} \right\} d\Omega \qquad (2.23)$$

$$= -\int_{\Omega} \frac{\bar{h}^3}{\bar{\eta}}_j \frac{\partial N_i}{\partial\theta} \frac{\partial N_j}{\partial\theta} \bar{P}_j d\Omega$$

두 번째 항:

$$
\begin{aligned}
&\int_{\Omega} N_i \left(\frac{R}{L}\right)^2 \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\bar{h}^3}{\bar{\eta}}\frac{\partial}{\partial z}N_j\bar{P}_j\right) d\Omega \\
&= \int_{\Omega}\left\{\frac{\partial}{\partial z}\left(N_i\left(\frac{R}{L}\right)^2\frac{\bar{h}^3}{\bar{\eta}}\frac{\partial}{\partial z}N_j\bar{P}_j\right) - \left(\frac{R}{L}\right)^2\frac{\bar{h}^3}{\bar{\eta}}\frac{\partial}{\partial z}N_j\bar{P}_j\frac{\partial N_i}{\partial z}\right\} d\Omega \qquad (2.24) \\
&= -\left(\frac{R}{L}\right)^2\int_{\Omega}\frac{\bar{h}^3}{\bar{\eta}}_{j}\frac{\partial N_i}{\partial z}\frac{\partial N_j}{\partial z}\bar{P}_j d\Omega
\end{aligned}
$$

세 번째 항:

$$
\begin{aligned}
&\int_{\Omega} N_i \frac{\partial \bar{h}}{\partial \theta} d\Omega \\
&= \int_{\Omega}\left\{\frac{\partial}{\partial \theta}N_i\bar{h} - \bar{h}\frac{\partial N_i}{\partial \theta}\right\} d\Omega \qquad (2.25) \\
&= -\int_{\Omega}\bar{h}\frac{\partial N_i}{\partial \theta} d\Omega
\end{aligned}
$$

위 식들을 압력 항에 대해 정리하면, 식 (2.26)을 얻을 수 있으며, 이 식을 다시 행렬 형태의 식 (2.27)로 표현할 수 있다.

$$
\int_{\Omega}\frac{\bar{h}^3}{\bar{\eta}}\left(\frac{\partial N_i}{\partial \theta}\frac{\partial N_j}{\partial \theta} + \left(\frac{R}{L}\right)^2\frac{\partial N_i}{\partial z}\frac{\partial N_j}{\partial z}\right) d\Omega = \int_{\Omega}\bar{h}\frac{\partial N_i}{\partial \theta} d\Omega \qquad (2.26)
$$

$$
\bar{K}_{0ij}\bar{P}_{0j} = \bar{R}_{0j} \qquad (2.27)
$$

동적 거동을 나타내는 압력 분포 $\overline{P}_1, \overline{P}_2, \overline{P}_3, \overline{P}_4$ 는 정상 상태에서의 압력 분포 $\overline{P}_0$ 에서 각 요소 방정식의 우변은 같고 좌변만 다르므로, 위에서 구한 것과 같은 방법으로 계산할 수 있다. 각 압력 분포에 대한 지배 방정식의 우변만 고려하면, 식 (2.28) ~ (2.31)을 얻을 수 있다.

② $\dfrac{\partial \overline{P}}{\partial x}$ 요소:

$$
\begin{aligned}
&\int_\Omega N_i \left\{ -\sin(\theta+\phi) - \frac{3\cos(\theta+\phi)}{\overline{h}_0}\frac{\partial \overline{h}_0}{\partial \theta} - \frac{3\overline{h}_0^{\,3}}{\overline{\eta}}\frac{\partial \overline{P}_0}{\partial \theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{\cos(\theta+\phi)}{\overline{h}_0}\right)\right\} d\Omega \\
&= -\int_\Omega N_i \sin(\theta+\phi)\, d\Omega + \int_\Omega N_i \frac{3\cos(\theta+\phi)}{\overline{h}_0}\frac{\partial \overline{h}_0}{\partial \theta} d\Omega \\
&\quad + \int_\Omega N_i \frac{3\overline{h}_0^{\,3}}{\overline{\eta}}\frac{\partial \overline{P}_0}{\partial \theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{\cos(\theta+\phi)}{\overline{h}_0}\right) d\Omega \\
&= -\int_\Omega N_i \sin(\theta+\phi)\, d\Omega + \int_\Omega 3\cos(\theta+\phi)\frac{\partial N_i}{\partial \theta} d\Omega \\
&\quad + \int_\Omega 3\cos(\theta+\phi)\frac{\overline{h}_0^{\,3}}{\overline{\eta}}\frac{\partial \overline{P}_0}{\partial \theta}\frac{\partial N_i}{\partial \theta} d\Omega
\end{aligned}
$$

(2.28)

③ $\dfrac{\partial \overline{P}}{\partial \overline{y}}$ 요소:

$$\int_{\Omega} N_i \left\{ \cos(\theta+\phi) - \frac{3\sin(\theta+\phi)}{\overline{h}_0}\frac{\partial \overline{h}_0}{\partial \theta} - \frac{3\overline{h}_0^{\,3}}{\overline{\eta}}\frac{\partial \overline{P}_0}{\partial \theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{\sin(\theta+\phi)}{\overline{h}_0}\right)\right\} d\Omega$$

$$= \int_{\Omega} N_i \cos(\theta+\phi) d\Omega - \int_{\Omega} N_i \frac{3\sin(\theta+\phi)}{\overline{h}_0}\frac{\partial \overline{h}_0}{\partial \theta} d\Omega$$

$$- \int_{\Omega} N_i \frac{3\overline{h}_0^{\,3}}{\overline{\eta}}\frac{\partial \overline{P}_0}{\partial \theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{\sin(\theta+\phi)}{\overline{h}_0}\right) d\Omega$$

$$= \int_{\Omega} N_i \cos(\theta+\phi) d\Omega + \int_{\Omega} 3\sin(\theta+\phi)\frac{\partial N_{i0}}{\partial \theta} d\Omega$$

$$+ \int_{\Omega} 3\sin(\theta+\phi)\frac{\overline{h}_0^{\,3}}{\overline{\eta}}\frac{\partial \overline{P}_0}{\partial \theta}\frac{\partial N_i}{\partial \theta} d\Omega \qquad (2.29)$$

④ $\dfrac{\partial \overline{P}}{\partial \dot{\overline{x}}}$ 요소:

$$\int_{\Omega} N_i 2\cos(\theta+\phi) d\Omega \qquad (2.30)$$

⑤ $\dfrac{\partial \overline{P}}{\partial \dot{\overline{y}}}$ 요소:

$$\int_{\Omega} N_i 2\sin(\theta+\phi) d\Omega \qquad (2.31)$$

이들에서 요소 ②~⑤에 대한 각 요소 행렬 방정식을 구하면 식 (2.32)와 같다.

$$\begin{aligned} \overline{K}_{1ij}\overline{P}_{1j} &= \overline{R}_{1j} \\ \overline{K}_{2ij}\overline{P}_{2j} &= \overline{R}_{2j} \\ \overline{K}_{3ij}\overline{P}_{3j} &= \overline{R}_{3j} \\ \overline{K}_{4ij}\overline{P}_{4j} &= \overline{R}_{4j} \end{aligned} \tag{2.32}$$

이러한 요소 방정식의 각 $\overline{K}$, $\overline{R}$ 행렬을 이용하여 전역 행렬 (global matrix)을 구성한다. 이렇게 구성된 행렬을 이용하여 행렬 방정식을 계산함으로써 베어링 유막에서의 압력 분포를 얻을 수 있다.

Fig. 2.5는 유한 요소법을 이용하여 압력 분포를 계산하는 일련의 과정을 흐름도로 나타낸 것이다.

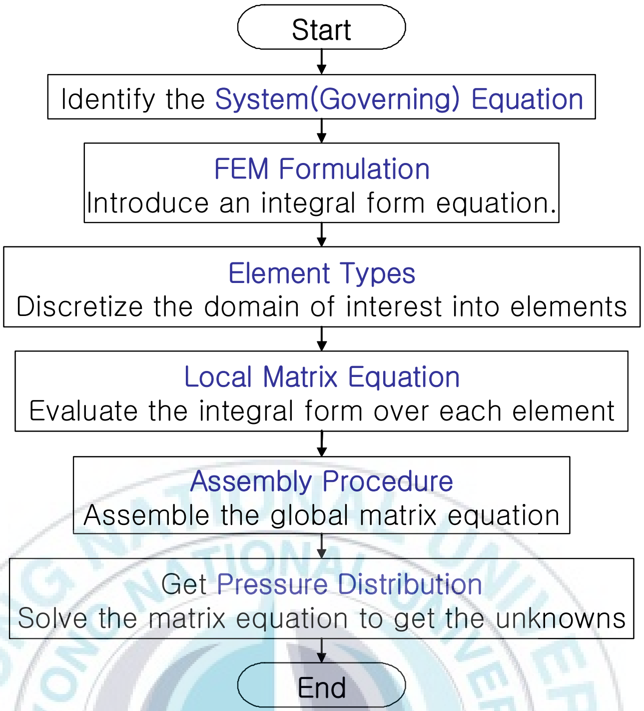


Fig. 2.5 Flowchart of FEM

각 압력 요소들은 유한 요소법을 이용하여 Fig. 2.5의 과정에 의해 계산된다. Fig. 2.6은 이러한 과정을 포함한 저널 베어링의 동특성을 계산하는 전체 흐름도를 나타낸다.

먼저 저널 베어링에 관한 변수들을 입력하고 편심과 자세각을 가정한다. 하나의 요소에 대한 요소 행렬을 구성하고 이 국부 행렬(local matrix)들을 조합하여 전역 행렬을 구성한다. 이 행렬을 이용하여 행렬 방정식을 풀어 정적 평형 상태(static equilibrium state)에서의 압력 분포를 계산하고 이로부터 부하 용량을 계산한다. 계산된 부하 용량과 저널의 하중을 비교하고 이것이 일치할 때까지 반복 계산을 수행한다. 부하 용량과 저널의 하중이 일치하면, 정적 평형 상태에서의 압력 분포와 정적 평형 위치(편심,

자세각)를 결정하고 이로부터 동적 거동을 나타내는 압력 분포 (P_1, P_2, P_3, P_4)을 P_0 와 동일한 방법으로 계산한다. 계산된 압력 분포로부터 동특성 계수인 강성 및 감쇠 계수를 구한다.

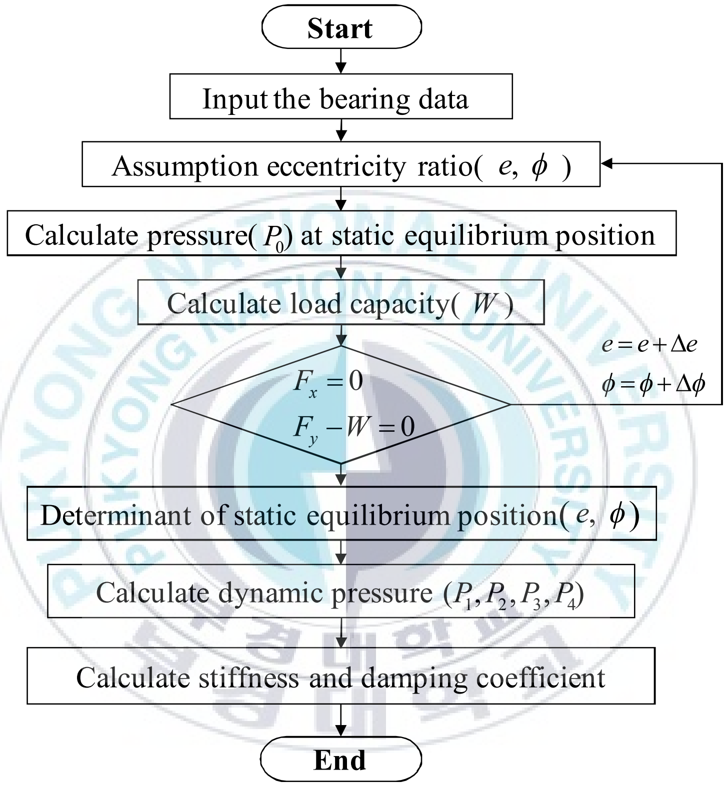


Fig. 2.6 Flowchart of analysis of journal bearing

2.2 축계 해석 이론

이 논문에서 회전축계의 진동 응답은 유한 요소법을 이용하여 해석한다. 축 요소(shaft element)는 Timoshenko 보(beam)로 모델링 하고, 분할 수는 고려하는 계의 형상, 진동 모드의 수 등에 의해 결정한다. 그 외의 원판 요소(disk element)는 질량, 질량 극관성 모멘트 및 횡관성 모멘트가 원판의 무게 중심에 집중하는 것으로 한 집중요소(lumped element)로 고려한다. 베어링 요소(bearing element)는 감쇠 및 강성계수의 대각 항(diagonal terms)인 c_{xx}, c_{yy} 및 k_{xx}, k_{yy}와 연성 항(cross-coupled terms)인 c_{xy}, c_{yc} 및 k_{xy}, k_{yx}의 선형화된 8개의 계수로 나타낸다.

1자유도의 질량-스프링-감쇠계에 대한 운동 방정식은 다음과 같다.

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = f \tag{2.33}$$

다 자유도계의 경우, 변위 u는 자유도와 같은 차원의 변수를 포함하는 변위벡터 $\mathbf{u}$로 표현된다. 또한 질량 m, 감쇠 c, 강성 k도 각각 행렬형식으로 표현되고, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F} \tag{2.34}$$

여기서 **M**, **C**, **K** 및 **F**는 각각 계 전체의 질량행렬(mass matrix), 감쇠행렬(damping matrix), 강성행렬(stiffness matrix) 및 외력벡터이고, $\ddot{\mathbf{u}}$, $\dot{\mathbf{u}}$, $\mathbf{u}$를 각각 가속도 벡터, 속도 벡터 및 변위 벡터이다.

2.2.1 복소고유치 해석

감쇠를 고려한 감쇠계(damped system)에 대한 일반 고유치 문제의 경우, 고유치는 복소수가 되고, 고유 모드도 복소수이다.

유한요소 모델로부터 유도된 운동 방정식을 이용하여 축계의 고유치 해석 (eigenvalue analysis)을 수행한다. 축계의 운동 방정식 (2.34)의 동차 식은 다음과 같다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{0} \tag{2.35}$$

해를 $\mathbf{q} = \mathbf{u}e^{\lambda t}$ 로 놓고, 식 (2.35)에 대입하면

$$\left(\lambda^2\mathbf{M} + \lambda\mathbf{C} + \mathbf{K}\right)\mathbf{u} = \mathbf{0} \tag{2.36}$$

가 얻어지고, 이를 표준형, 즉 표준 고유치 문제로 변환하면 식 (2.37)과 같이 된다.

$$\mathbf{A}\omega = \lambda\omega, \quad (8n \times 1) \tag{2.37}$$

단, $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{-M}^{-1}\mathbf{K} & \mathbf{-M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix}$, $\mathbf{v} = \lambda\mathbf{u}$.

전 절점의 수를 n 이라 하면, 행렬 **M, C, K, I, 0** 는 $4n \times 4n$ 이고, **A** 는 $8n \times 8n$ 의 행렬이 되어 고유치는 모두 $8n$ 개가 얻어진다.

그 결과로 N 자유도에 대응하는 실수부 λ_r 과 허수부 λ_i 를 갖는 N개의 복소 고유치(complex eigenvalue)는 식 (2.38)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\lambda_k = \lambda_{rk} + i\lambda_{ik} \quad (k = 1, 2, \cdots, N) \qquad (2.38)$$

만일 모든 고유치의 실수부 λ_{rk} 값이 음이라면, 임의의 초기 조건으로 출발한 계의 운동은 시간이 경과함에 따라 감소한다. 예로 이는 운동을 구성하는 모든 성분 중 k차 모드 성분

$$x_k(t) = x_{0k} e^{\lambda_k t} = x_{0k} e^{\lambda_{rk} t} e^{i\lambda_{ik} t} \qquad (2.39)$$

에서 $e^{i\lambda_{ik} t}$ 는 각속도 λ_{ik} 의 원 진동을 나타낸다. 한편 실수부 λ_{rk} 가 음일 때, $e^{\lambda_{rk} t}$ 는 시간의 증가와 함께 지수적으로 감소하게 되므로 진동진폭 x_k 는 시간과 함께 진동을 하면서 점차 소멸하여 가기 때문에 이러한 계는 안정(stable)하다.

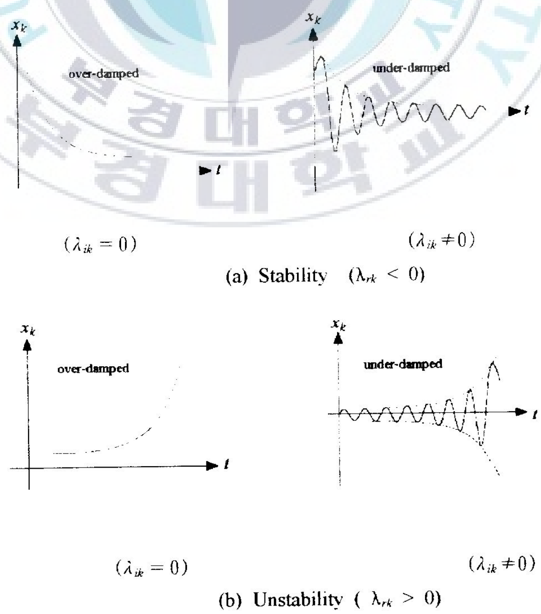


Fig. 2.7 Definition of stability

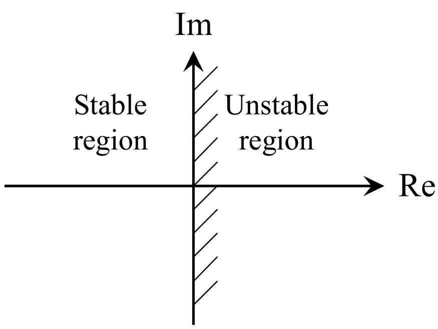


Fig. 2.8 Complex plain

만약 고유치의 어느 하나라도 양의 실수부 λ_{rk} 를 갖게 되면, 이에 대응하는 모드의 운동성분은 시간과 함께 최대 진동진폭이 지수적으로 증가하여 발산하게 되고, 그 계는 불안정(unstable)하게 된다. $\lambda_{rk} = 0$ 이면, 안정과 불안정의 경계, 즉 안정한계(stability threshold)가 된다. 따라서 회전체가 안정하고 자려 진동(self-excited vibration)이 발생하지 않을 조건은 특성방정식의 모든 근 즉, 복소 고유치의 실수부가 음(-)이 되는 것이다.

2.2.2 불평형 응답 해석

회전 기계에서의 질량 불평형(mass unbalance)은 질량 중심과 축 중심이 일치하지 않는 편심(편중심, eccentricity)을 가질 때 발생하며, 이러한 불평형으로 인한 진동은 기계 요소들에 손상을 야기할 수 있다. 기계 수명 연장을 위해 불평형으로 인한 진동은 허용 범위 안으로 줄여져야 하며 이러한 범위나 한계는 정해져야 한다.

일반적으로 불평형 양은 식 (2.40)과 같이 표현된다.

$$u = m \times r \tag{2.40}$$

여기서 m (kg) 은 불평형 질량(unbalanced mass), r (m) 은 축 중심에서 불평형 질량까지의 거리이다.

불평형에 의해 발생하는 불평형 원심력은 Fig. 2.9와 식 (2.41)과 같이 표현된다.

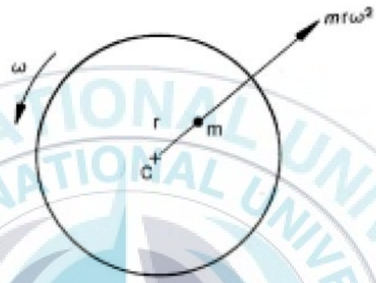


Fig. 2.9 Unbalanced centrifugal force

$$F = m \times r \times \omega^2 \text{ (N)} \tag{2.41}$$

여기서 $m \times r$ (kg·m)은 불평형 u 이고, ω (rad/s) 는 축의 회전각속도이다.

통상 불평형 응답 해석에서는 불평형의 위치와 크기를 사전에 파악할 수 없으므로, 임의의 위치에 ISO 1940 규격에서 정의하는 식 (2.42)의 최대 허용잔류 불평형을 불평형량으로 부가하여 해석을 수행한다.

$$U = 9549 \times G \times M \;/ N \quad \text{(g·mm)} \tag{2.42}$$

여기서 U 는 최대 허용 잔류 불평형, G 는 기계류 등급에 따

른 계수, M 은 작용하는 정하중(static load), N 는 최대 회전속도이다.

Table 2.1은 강체 회전기계의 특성에 따라 G 16에서 G 0.4까지 분류한 평형품질 등급이고, Fig. 2.10은 회전기계류의 등급을 나타낸다. 횡축은 최대운전속도(rpm), 종축은 허용불평형량(unbalance tolerance)을 나타냄으로써 강체 회전체의 질량 대 잔류 불평형에 대해 공급될 수 있는 속도를 직접적으로 보여준다.

Table 2.1 Quality grades of rotating rigid bodies (ISO 1940)

Grade	Application
G 16	Drive shafts (propeller shafts) with special requirements. Parts of crushing machinery. Parts of agricultural machinery. Slurry or dredge pump impeller. Individual components of engines (gas or diesel) for cars, trucks and locomotives. Crankshaft drives of engines with six or more cylinders under specialrequirements.
G 6.3	Parts or process plant machines. Fans. Fly wheels. Pump impellers. Machine tool and general machinery parts. Normal electrical armatures. Individual components of engines under special requirements Marine main turbine gears (merchant service).
G 2.5	Gas & steam turbines, including marine main turbines. Rigid turbo-generator rotors. Turbo-compressors. Machine tool drives. Medium and large electrical armatures with special requirements. Small electrical armatures. Turbine driven pumps.
G 1	Grinding machine drives. Small electrical armatures with special requirements.
G 0.4	Spindles, disks and armatures of precision grinders.

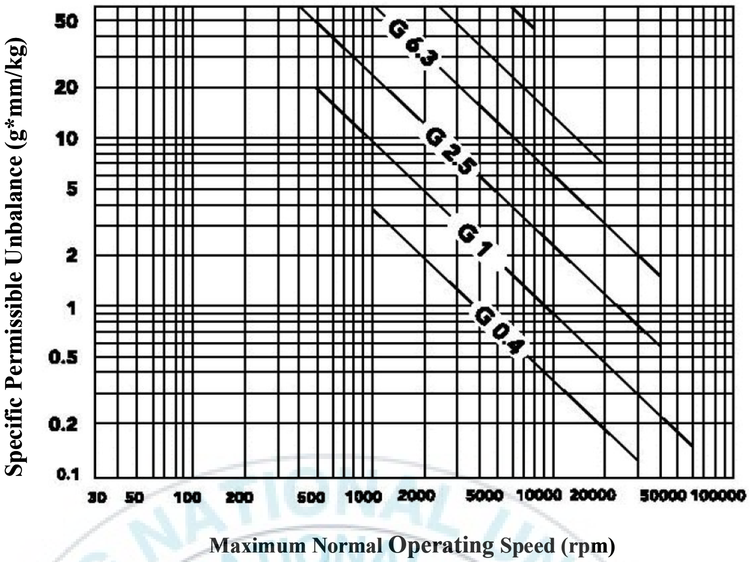


Fig. 2.10 Unbalance tolerance guide for rigid rotors (ISO 1940)

ISO 1973에서는 일반 산업용 기계에 대한 축의 변위 응답의 최대허용진폭을 규정하고 있는데, 이를 Table 2.2에 나타내었다. 여기서 영역 A는 새로 설비된 기계에 적용되고 영역 B는 장시간 운전허용 범위에 적용되며 영역 C는 제한된 시간 운전 허용 범위에 적용된다. 이때 축 진동 변위는 두 직교방향에서 측정된 양진폭(peak-peak) 중 더 큰 쪽의 값을 평가 기준에 이용하며 n은 축의 회전속도(rpm)를 나타낸다.

Table 2.2 ISO 1973-3

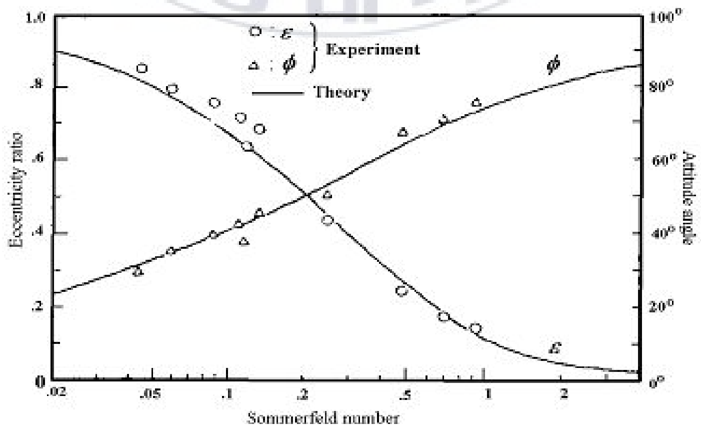
영역경계	상대축진동변위 $S_{p-p}(\mu m, peak-peak)$
A/B	$4800/\sqrt{n}$
B/C	$9000/\sqrt{n}$
C/D	$13200/\sqrt{n}$

제 3장 저널 베어링 윤활면 형상을 고려하지 않은 해석

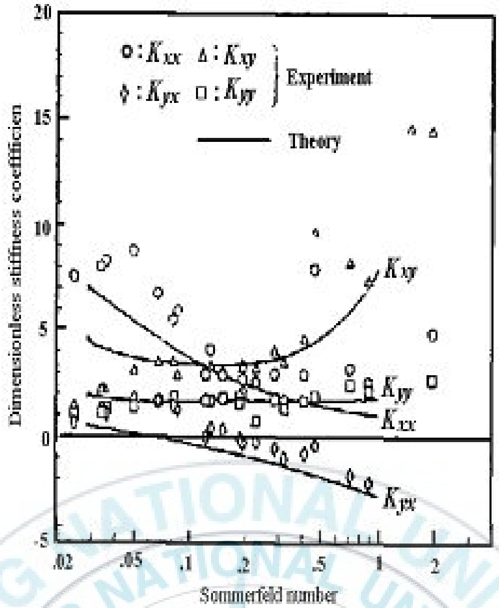
3.1 저널 베어링의 해석 결과

평면 저널 베어링(plane journal bearing)에 대하여 정적 평형 상태에서의 압력 분포와 Sommerfeld 수에 따른 동특성을 유한 요소법을 이용하여 계산하였다.

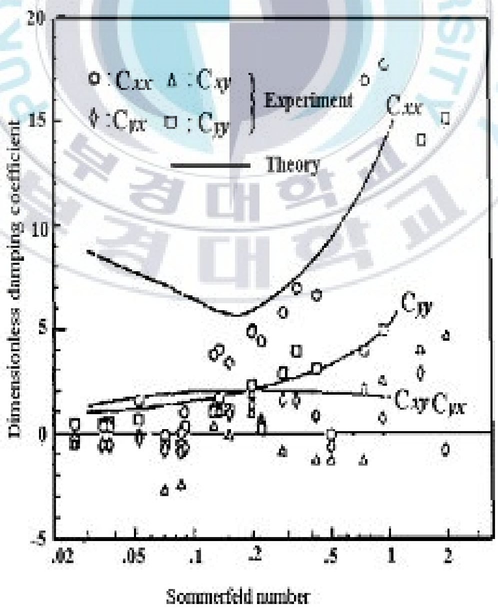
Fig. 3.1은 *L/D*가 1이고 편심 ε이 139μm 인 베어링의 정특성 및 동특성을 나타낸다[8]. 그림 (a)는 Sommerfeld 수에 대한 정적 평형 상태에서의 편심률과 자세각을, (b)와 (c)는 각각 Sommerfeld 수에 대한 무차원화된 강성 계수와 감쇠 계수 값을 나타낸다.



(a) Static characteristics

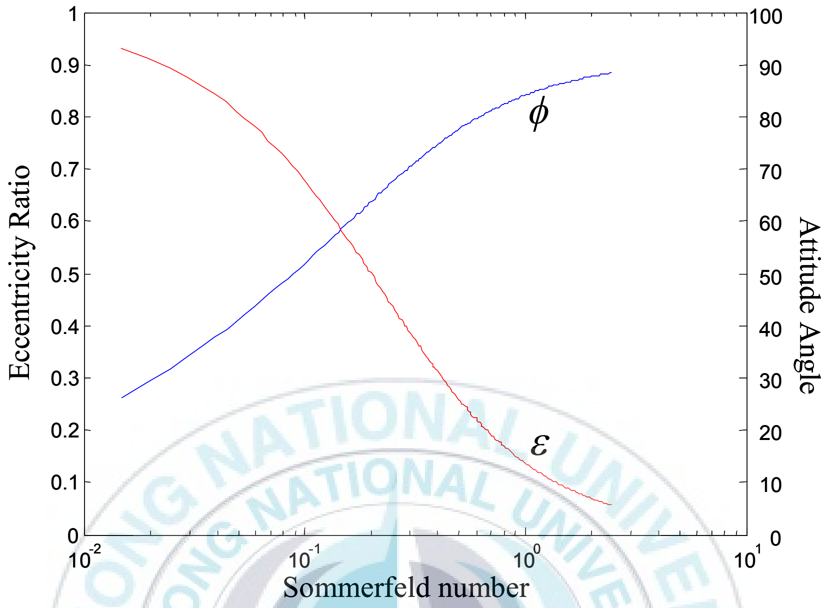


(b) Non-dimensional stiffness coefficients

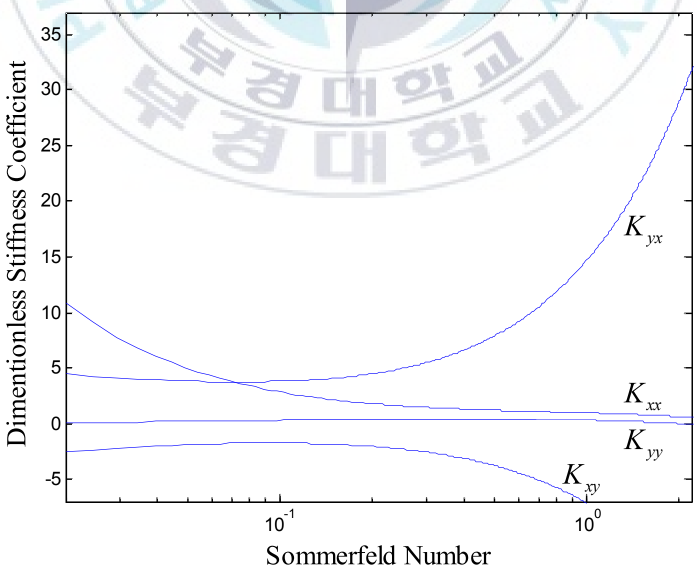


(c) Non-dimensional damping coefficients

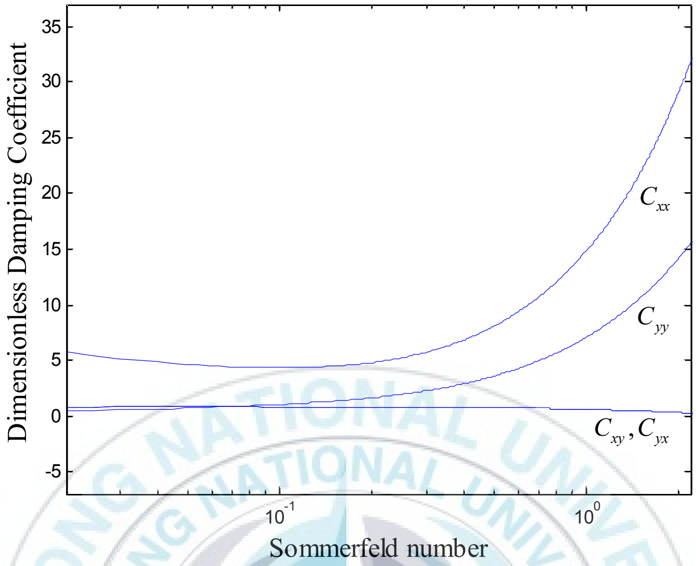
Fig. 3.1 Comparison of static characteristics and dynamic coefficients with reference [8)]



(a) Static characteristics



(b) Non-dimensional stiffness coefficients



(c) Non-dimensional damping coefficients

Fig. 3.2 Static characteristics and dynamic coefficients

Fig. 3.2는 L/D = 1, 편심 C = 140μm 인 베어링에 대해 유한요소법을 이용하여 회전 방향으로 36개 축 방향으로 20개의 요소로 나누어 계산한 결과를 나타낸다. 그림 (a)는 Sommerfelt 수에 대한 정적 평형 상태에서의 편심률과 자세각을 나타내고 (b)와 (c)는 각각 Sommerfelt 수에 대한 무차원화된 강성 계수 값과 감쇠 계수 값을 나타낸다. 위의 그림과 비교하면 편심률, 자세각 그리고 감쇠 계수는 거의 같은 값을 보인다. 강성 계수는 Sommerfelt 수에 대한 경향은 같지만 *xx*방향의 강성과 *yy*방향의 강성이 참고자료보다 2 정도 큰 값을 나타내며, *xy* 방향의 강성은 3 정도 작은 값을 나타낸다. 이는 베어링 길이와 지름의 비인 세장비는 1로 같지만 편심 및 윤활유의 점도의 차이에 기인한 것으로 생각된다.

3.1.1 전동기 지지용 저널 베어링 해석 결과

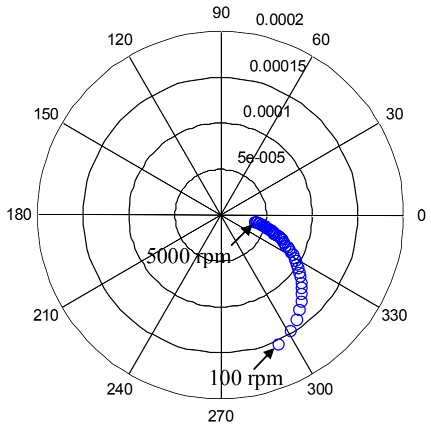
해석 대상인 전동기 지지용 저널 베어링의 사양은 Table 3.1과 같다.

Table 3.1 Geometric dimensions of bearing

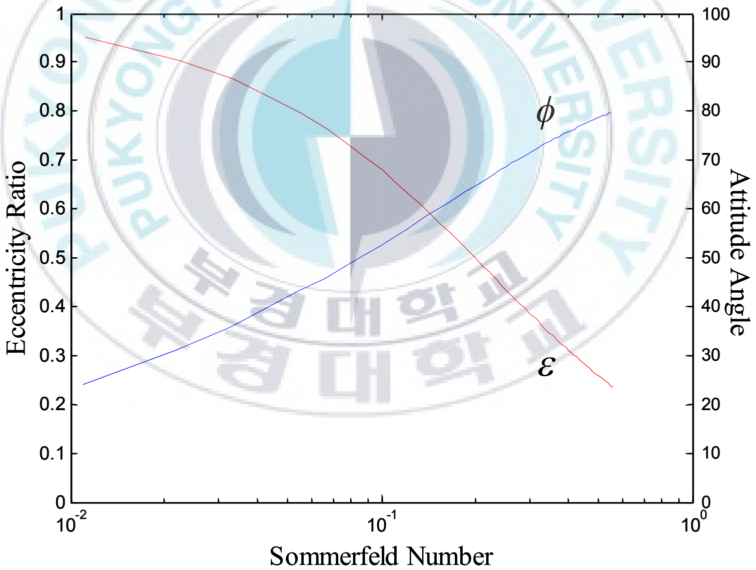
Item	Symbol	Unit	Value
Axial length	L	mm	125
Journal radius	R_j	mm	62.5
Bearing radius	R_b	mm	62.4
Clearance	C	μm	162
Oil Viscosity	μ	mm	0.017
Weights(Right Bearing)	W_r	mm	5.91
Weights(Left Bearing)	W_l	mm	6.32

해석 범위는 운전 속도 100 ~ 5,000 rpm으로 유한요소법을 이용한 해석을 수행하였으며, 축 방향과 회전 방향의 요소는 각각 20개, 36개로 총 720개의 요소로 분할 하였으며, 그 해석 결과는 다음과 같다.

Fig. 3.3은 베어링의 정특성을, Fig. 3.4와 Fig. 3.5는 각각 무차원 및 유차원 동특성을 나타낸다. 정적 평형점은 속도가 증가할수록 베어링 중심으로 향하고, 동적 특성을 나타내는 Sommerfeld 수에 대한 강성 계수와 감쇠 계수는 L/D가 1인 베어링의 전형적인 양상을 나타낸다.

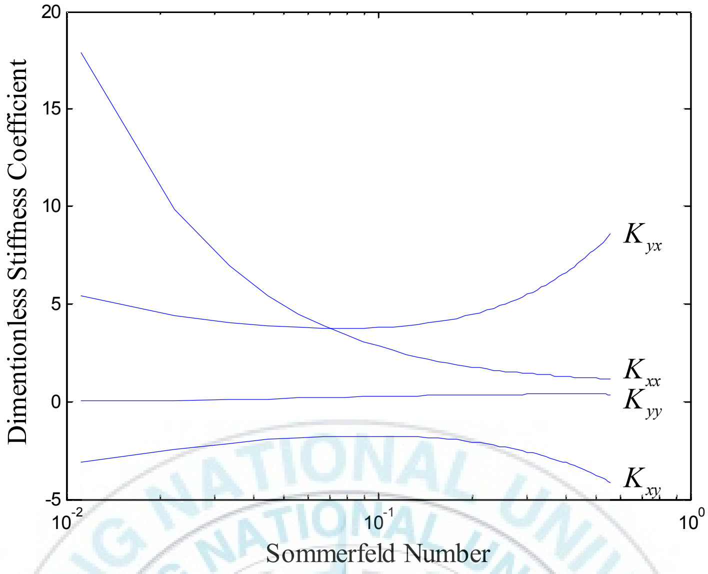


(a) Center of journal at static state

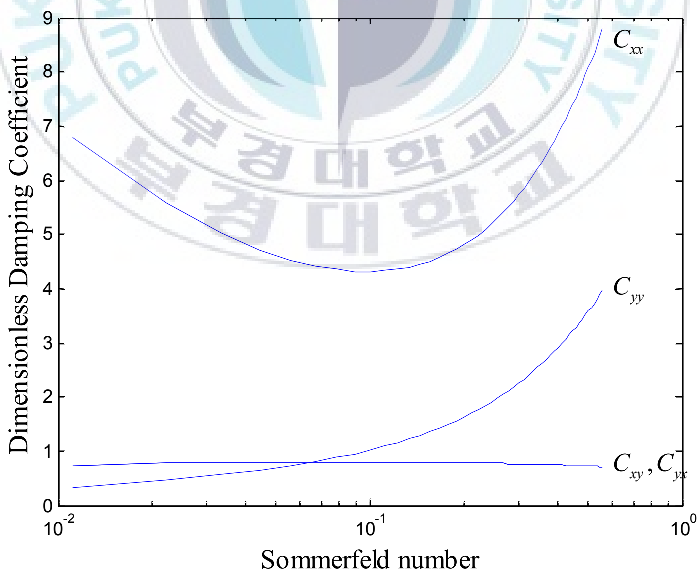


(b) Eccentricity and attitude angle

Fig. 3.3 Static characteristics of right bearing

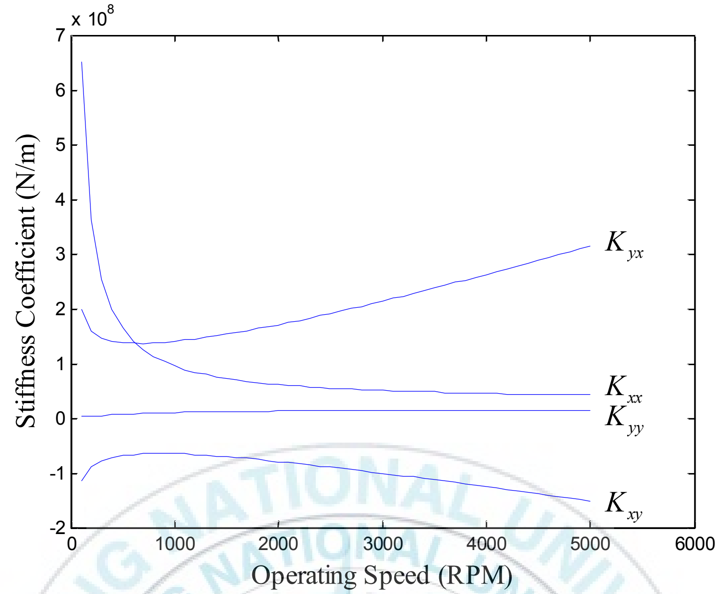


(a) Dimensionless stiffness coefficient

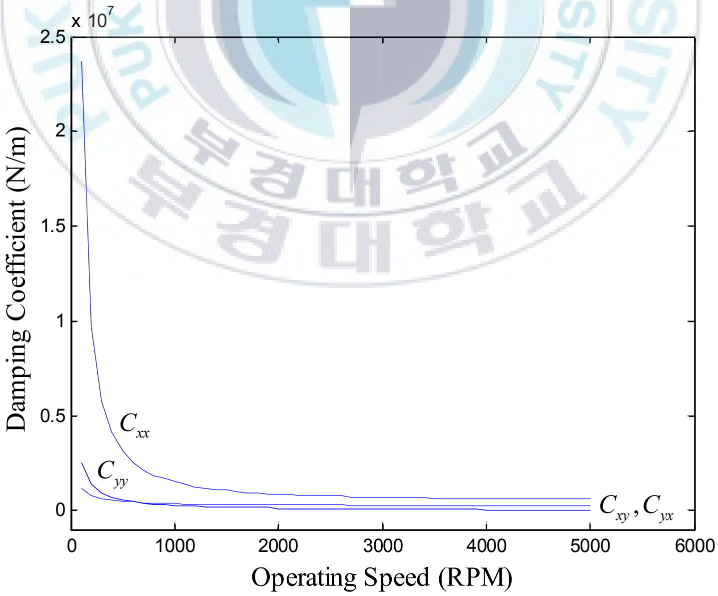


(b) Dimensionless damping coefficient

Fig. 3.4 Non-dimensional dynamic coefficients of right bearing



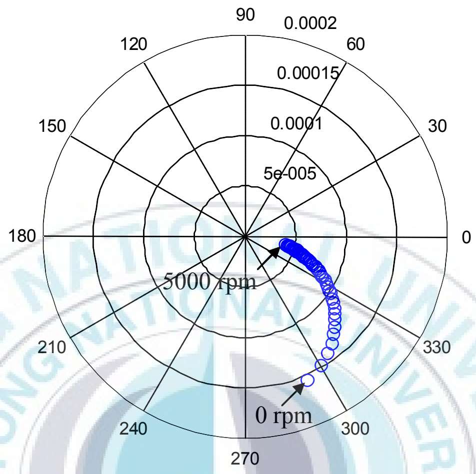
(a) Stiffness coefficient



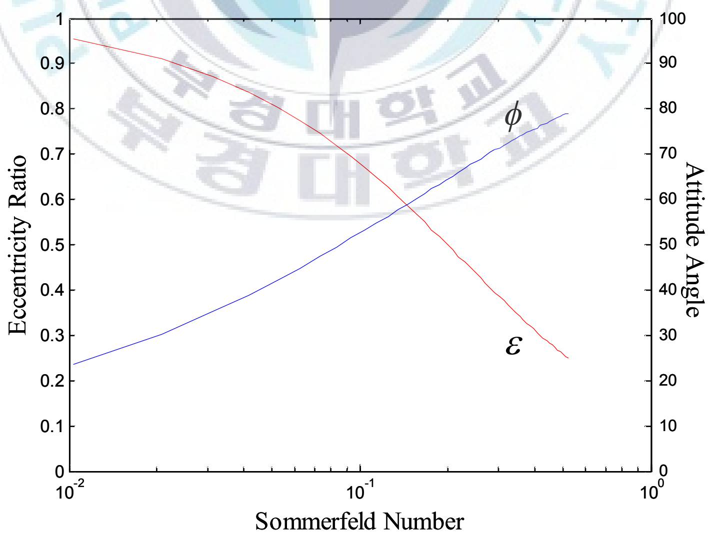
(b) Damping coefficient

Fig. 3.5 Dimensional dynamic coefficients of right bearing

Fig. 3.6은 왼쪽 베어링의 정적 특성을, Fig. 3.7과 3.8은 각각 강성 계수와 감쇠 계수를 나타낸다. 오른쪽 베어링과 같은 특징을 보이며 강성 계수는 오른쪽 베어링과 비슷한 반면 감쇠 계수는 오른쪽 베어링에 비해 약간 큰 값을 갖는다.

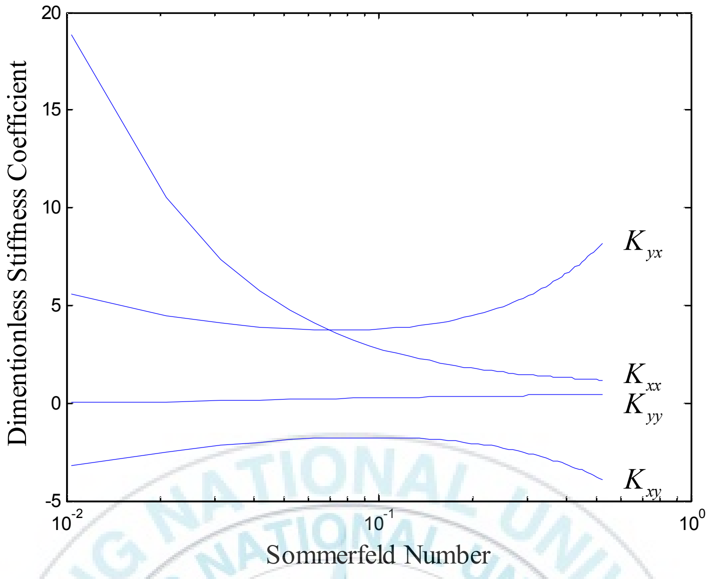


(a) Center of journal at static state

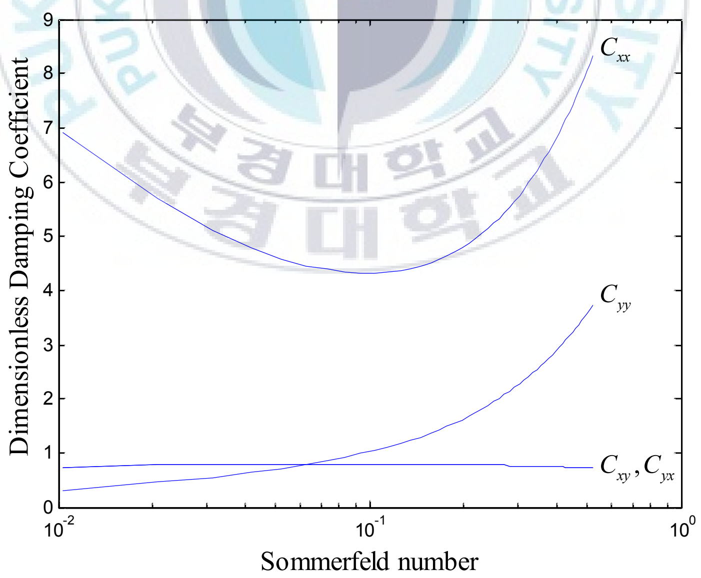


(b) Eccentricity and attitude angle

Fig. 3.6 Static characteristics of left bearing

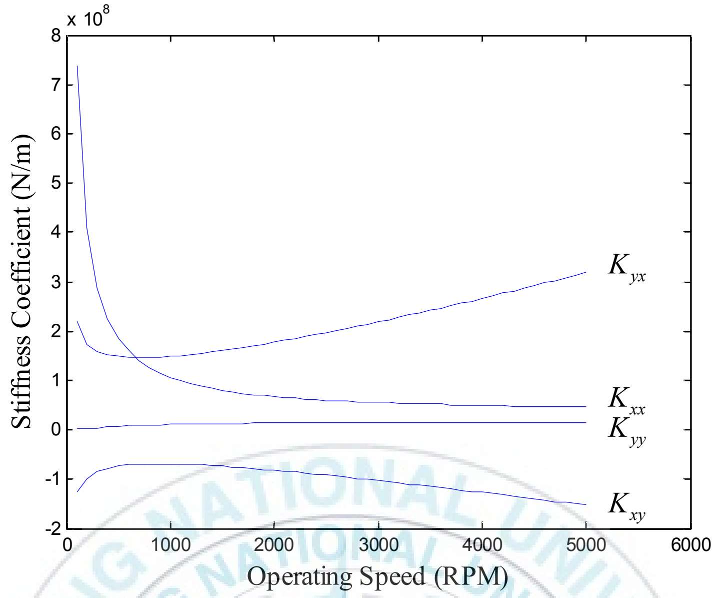


(a) Stiffness coefficient

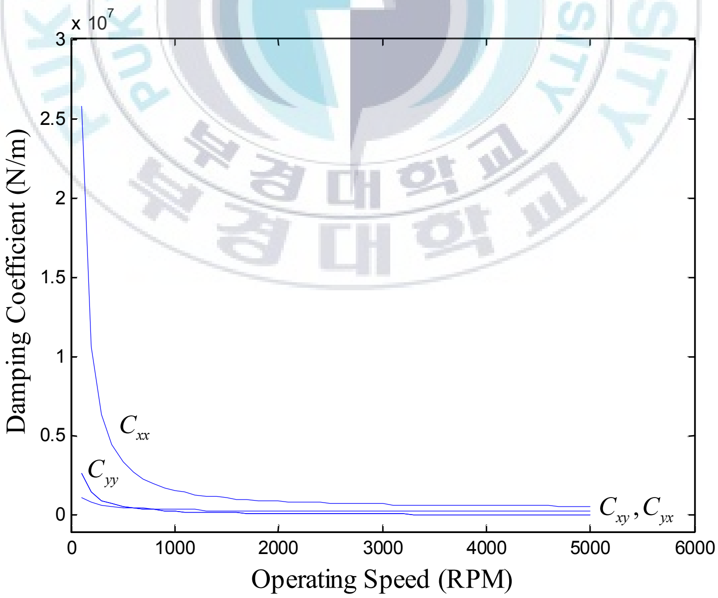


(b) Damping coefficient

Fig. 3.7 Non-dimensional dynamic coefficients of left bearing



(a) Stiffness coefficient



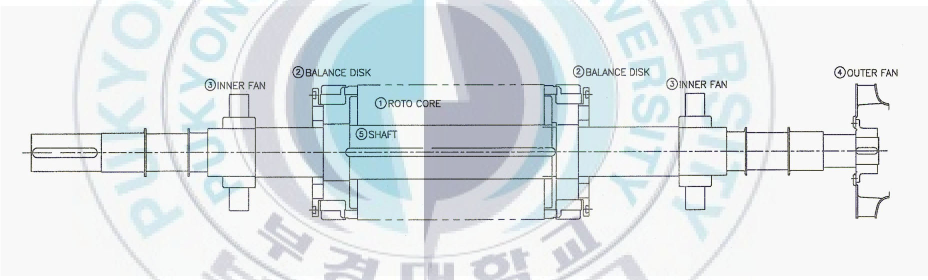
(b) Damping coefficient

Fig. 3.8 Dimensional dynamic coefficients of left bearing

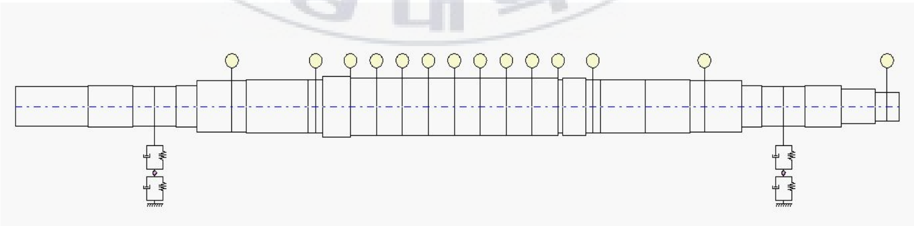
3.2 전동기 회전 축계의 진동 해석

Fig. 3.9는 해석 대상 시스템인 전동기의 개략도와 전동기 회전 축계의 유한 요소 해석 모델을 나타내고 Table 3.2는 전동기의 주요 사양을 나타낸다. 대상 전동기는 홴(fan), 평형 디스크(balance disk), 회전자 코어(rotor core) 등으로 이루어져 있다.

홴과 평형 디스크는 각 위치에 집중 질량으로 모델링 하였으며, 코어는 9개의 집중 질량으로 분할하여 모델링 하였다. 따라서 회전체 모델은 축 요소 34개, 원판 요소 14개 그리고 2개의 베어링으로 구성되고 베어링은 각 4번과 30번 절점에 위치한다. 전동기의 운전속도는 3,600 rpm이고, 베어링 계수는 3.1절에서 계산한 결과를 이용하였다.



(a) Rotor-shaft system of motor



(b) Finite element model of rotor-shaft system

Fig. 3.9 Analytical model for electric motor shaft system

Table 3.2 Specification of electric motor

RATED OUTPUT	POLE	FREQ.	VOLTAGE	REVOLUTION
1600KW	2 P	60 Hz	6600 V	3600 rpm

3.2.1 고유진동수 및 고유모드

Fig. 3.10은 운전 속도에 대한 고유 진동수를, 변화를 나타내는 Campbell 선도를, Fig. 3.11은 운전 속도 3,600 rpm에서 고유 진동수와 고유 진동 모드를 나타내었다.

Fig. 3.10에서 1,600 rpm에서 1차 고유진동수가 1차 위험속도를 통과하고 있으며, 운전속도의 ±10% 의 공진영역에서 3차와 4차 고유 진동수가 통과하는 것을 알 수 있다. 3차 모드는 강체 모드인 2차 원추 모드(conical mode)를 (Fig. 3.11(c)), 4차 모드는 탄성 1차 모드를 보인다(Fig. 3.11(c)). 또한 3차 고유진동수는 전 속도 영역에서 1차 위험속도 선과 함께 증가하다 3,800 rpm에서 1차 고유 진동수와 일치하고 있어 대상 시스템의 공진 발생 위험이 있음을 알 수 있다.

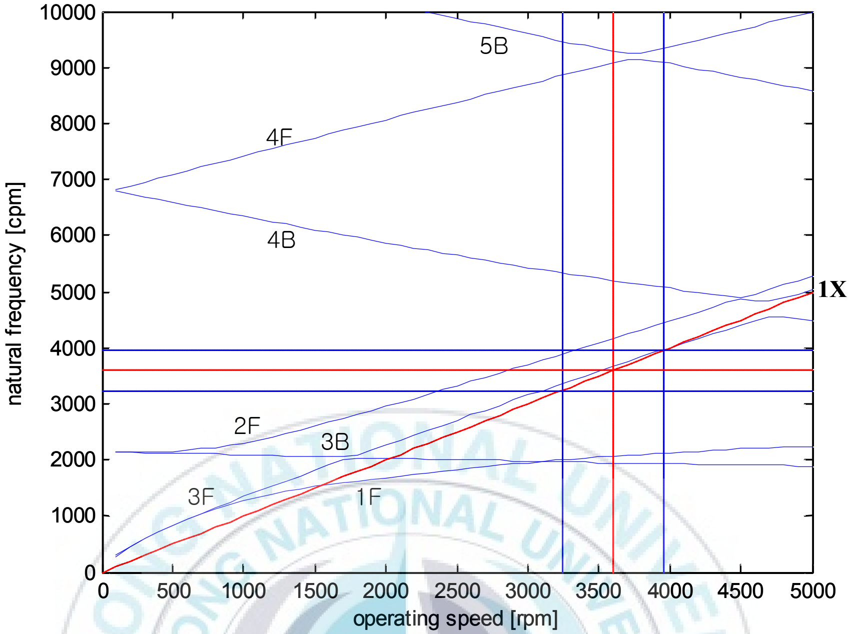
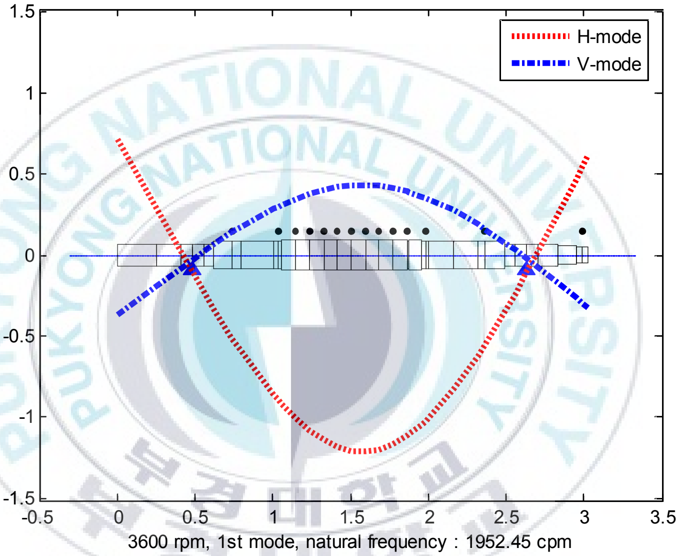


Fig. 3.10 Campbell diagram

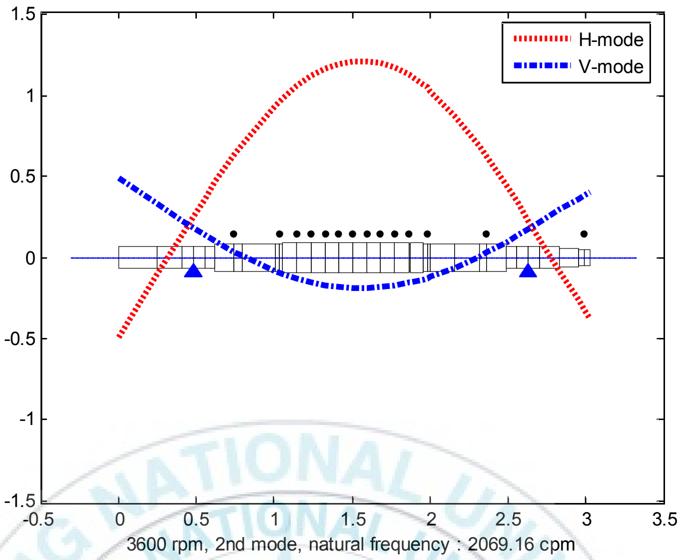
Table 3.3 Natural frequency

모드	고유진동수	비고
1st	1952cpm	3B
2nd	2069cpm	3F
3rd	3670cpm	1F
4th	4168cpm	2F
5th	5200cpm	4B
6th	9085cpm	4F
7th	9289cpm	5B
8th	11371cpm	6B
9th	13763cpm	5F
10th	16536cpm	6F

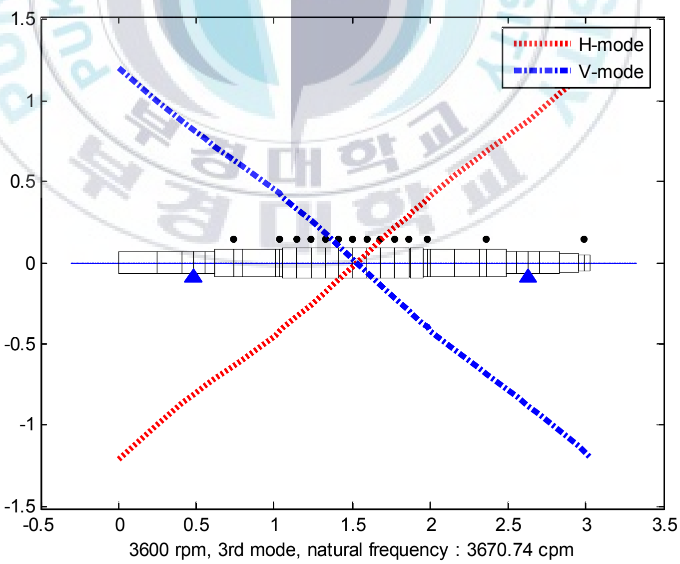
운전 속도(3,600 rpm)에서 각 모드에 대한 고유진동수를 Table 3.3에 정리하였다. 고유진동 모드는 1차와 2차에서 각각 탄성 1차의 후향(backward)과 전향(forward) 모드를 보이며 3차에서는 강체 2차 원추 모드(conical mode), 5차와 6차는 각 탄성 2차 모드, 7차와 9차는 탄성 3차 모드, 8차와 10차는 탄성 4차 모드를 보인다.



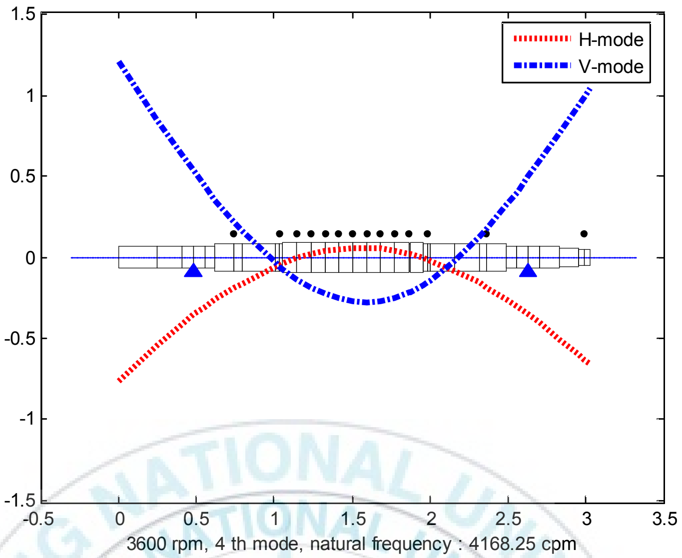
(a) lst mode



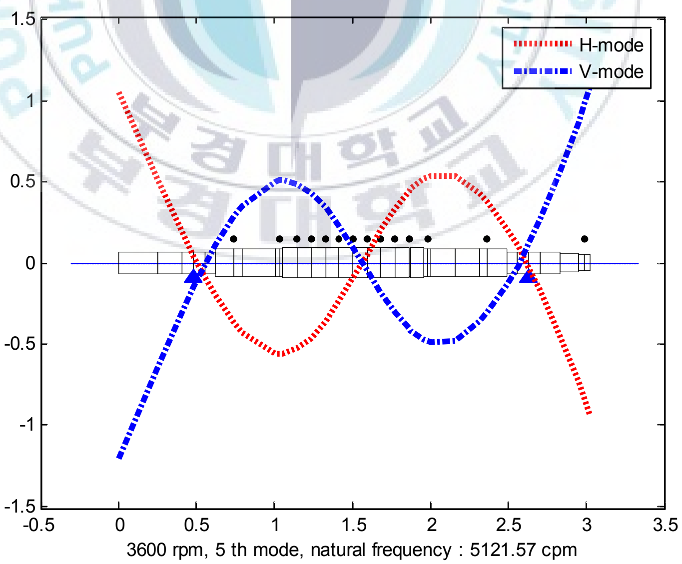
(b) 2nd mode



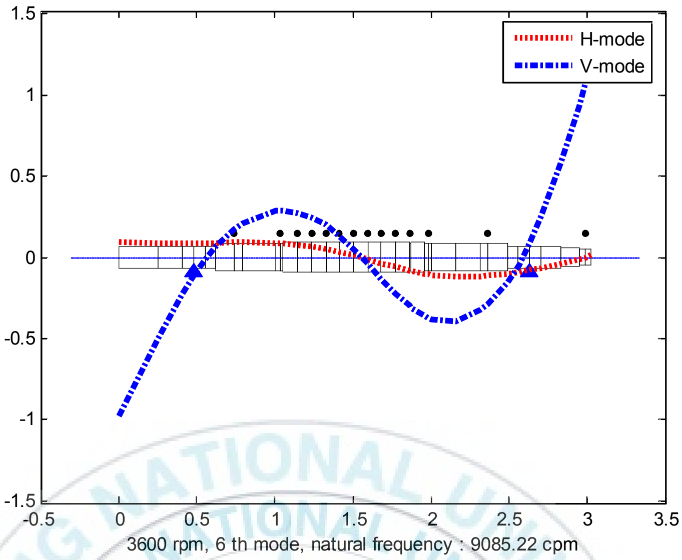
(c) 3rd mode



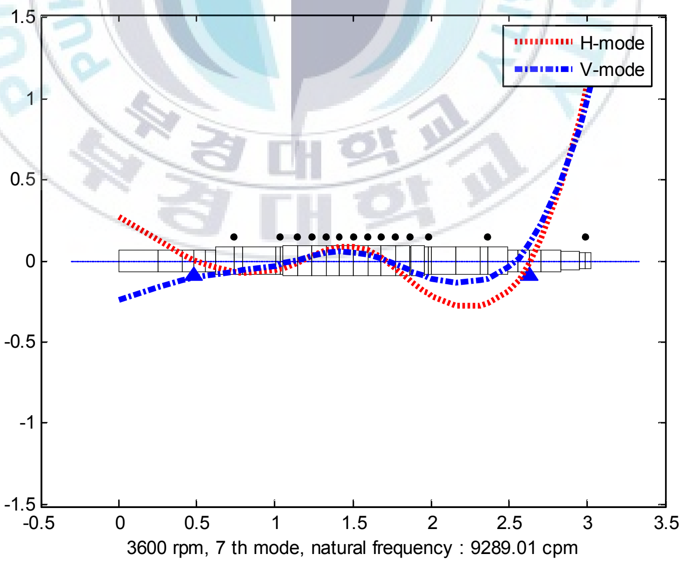
(d) 4th mode



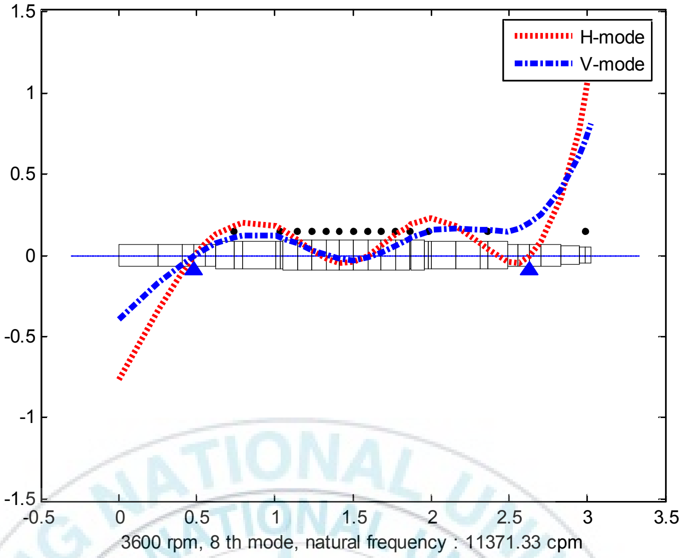
(e) 5th mode



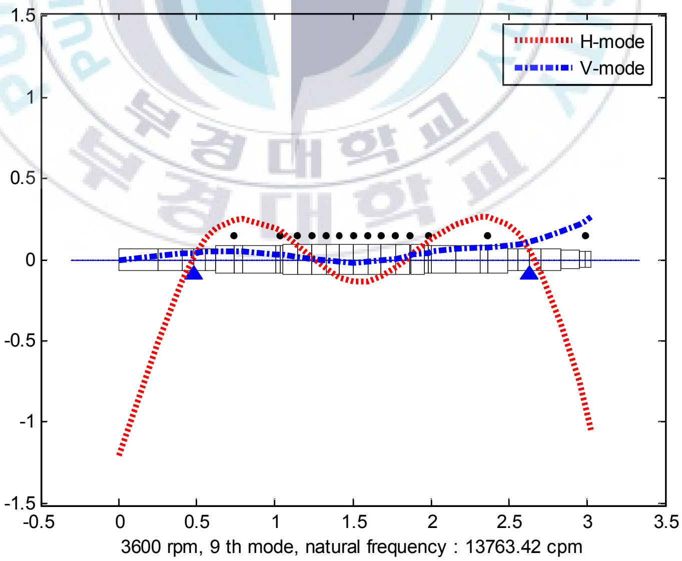
(f) 6th mode



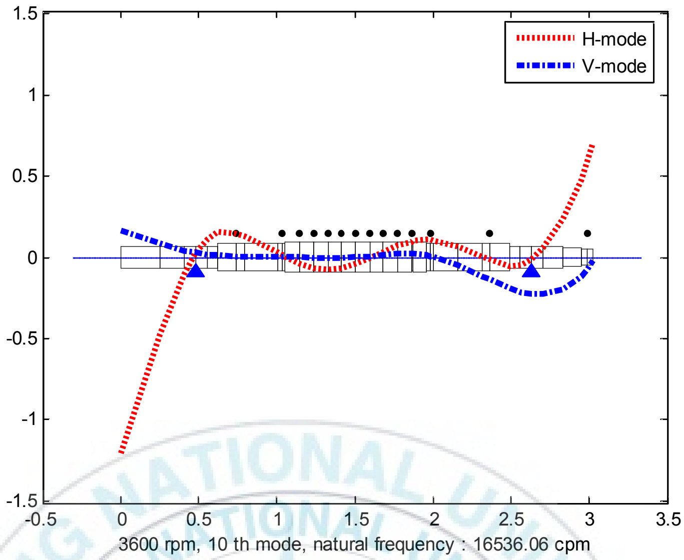
(g) 7th mode



(h) 8th mode



(i) 9th mode



(j) 10th mode

Fig. 3.11 Natural frequency and mode shape

3.2.2 위험속도 선도

회전체·베어링계의 동적 성능에 영향을 미치는 회전체 지지 부분의 강성 특성을 설명하기 편리한 방법으로 Fig. 3.12에 보이는 위험속도선도(critical speed map)가 사용된다. 이는 회전체의 감쇠와 연성(cross-coupling)효과를 무시한 초기설계 단계의 검토에 사용되는 단순화된 해석으로 간주될 수 있고, 통상 비감쇠 위험속도 선도(undamped critical speed map)로 불린다. 그림에서 수평축은 지지 강성(N/m)을 나타내며, 수직축은 회전체의 위험속도(cpm)이다. 이 특성은 주어진 회전체에 대해 지지 강성(support stiffness)의 변화에 따른 회전체의 위험속도 변화를 보여준다.

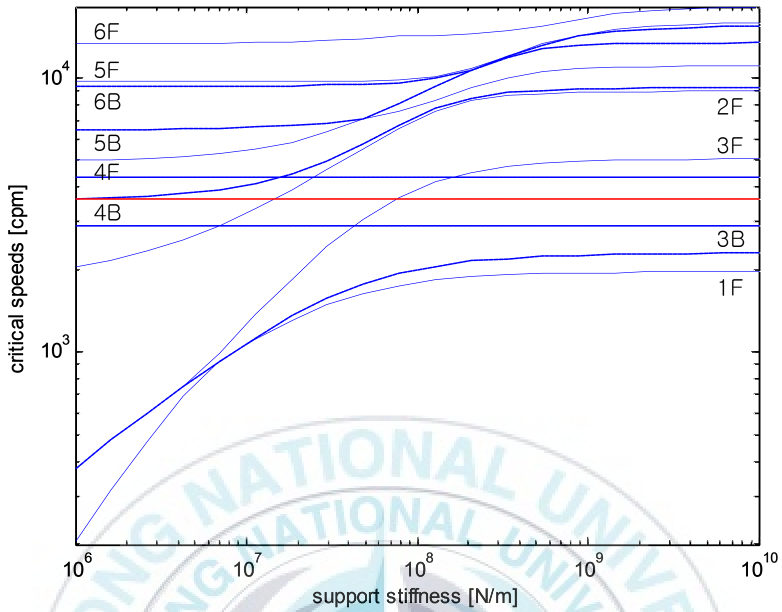


Fig. 3.12 Undamped critical speed map

API(American Petroleum Institute) 규격은 정격 운전속도에 대하여 분리여유(separation margin, SM)를 ±20%를 주도록 권고하므로, 운전속도 3,600 rpm에 대하여 2,880 ~ 4,320 rpm으로 분리 여유를 주었으며, 이를 그림에 나타내었다. 이 회피영역에서 3차와 4, 5차의 고유 진동수 성분이 포함되어 있으나, 실제 대상 저널 베어링의 강성이 운전영역에서 5.5×10^{8} N/m 이상이므로 각 성분으로 인한 과도 진동 문제는 발생하지 않을 것으로 예상된다. 그러나 고유치 해석 시 캠벨 선도 상에서의 3차 성분의 문제가 여기서도 나타나므로 좀더 면밀한 검토가 요구된다.

3.2.3 안정성 해석

Fig. 3.13은 대상 시스템의 안정성(stability)을 평가하기 위한 근 괘적 선도(root locus map)를 나타낸다. 이 선도는 복소 고유치 해석에 의해 얻어진 복소 고유치(complex eigenvalue)의 실수 부분을 수평축, 허수 부분을 수직축으로 하는 복소 평면 위에 복소 고유치를 회전속도의 변화에 따라 나타낸 것이다. 여러 모드의 복소 고유치 중 어느 특정 모드의 실수부가 운전속도의 변화에 따라 양의 값을 갖게 되면, 복소 평면의 우측으로 이동하게 되고 축계는 불안정(unstable)하게 된다.

근 궤적 선도에서 실수부의 우측 영역 즉, 불안정 영역에 존재하는 값들은 1차 전향 모드의 1,100 ~ 3,100 rpm, 3차 후향 모드의 3,200 ~ 5,000 rpm, 3차 전향 모드의 3,500 ~ 4,600 rpm, 2차 전향 모드의 4,700 ~ 5,000 rpm 값들로 그 이상의 고차 모드는 모두 안정 영역에 존재한다. 특히 불안정 영역에서 3차 모드는 운전 속도 영역에 포함되므로 잠정적인 문제 발생의 요인이 될 수 있다.

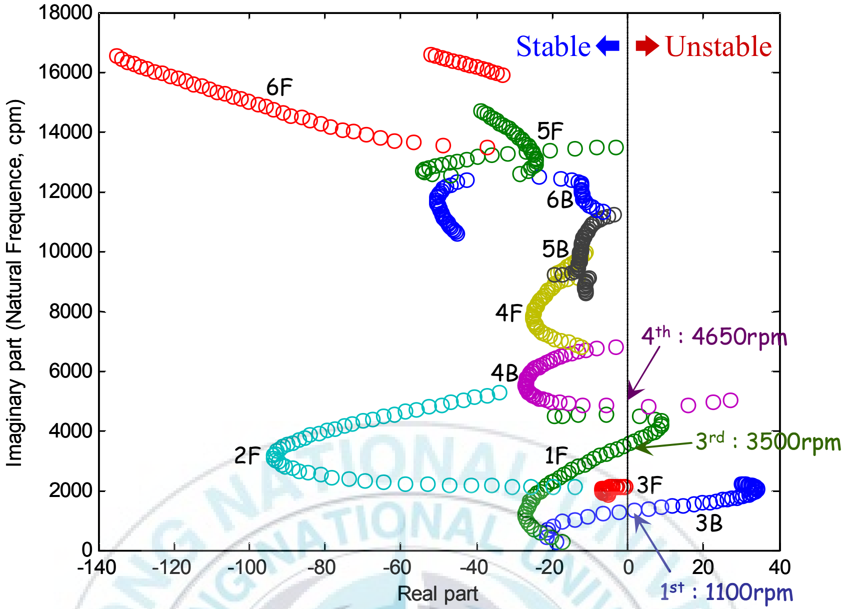


Fig. 3.13 Root locus map

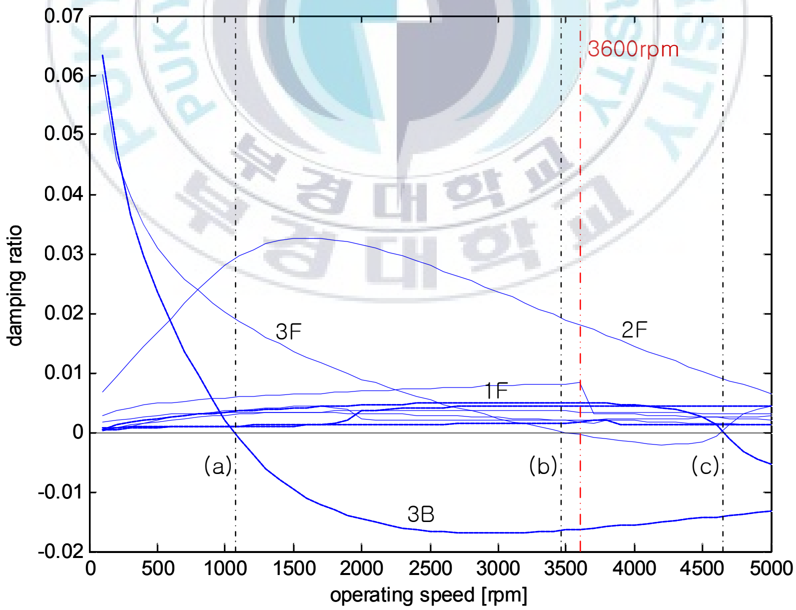
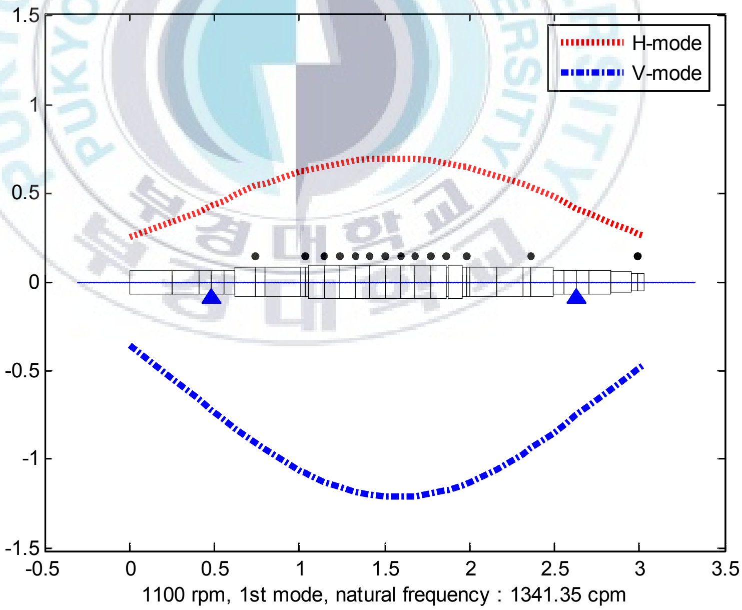
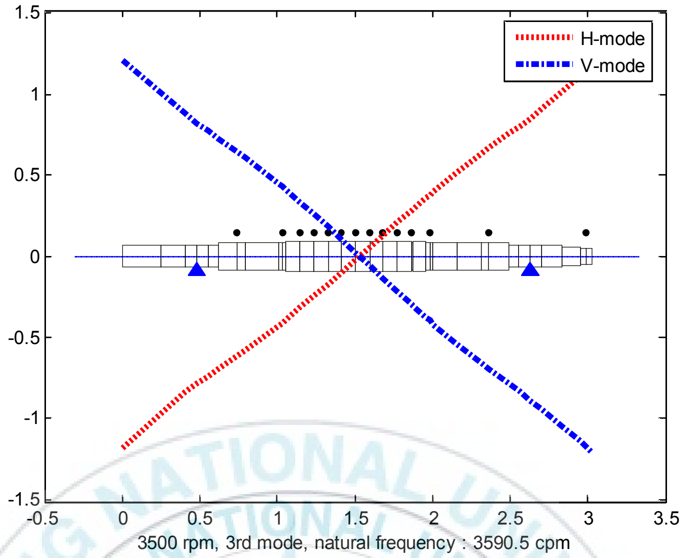


Fig. 3.14 Damping ratio plot

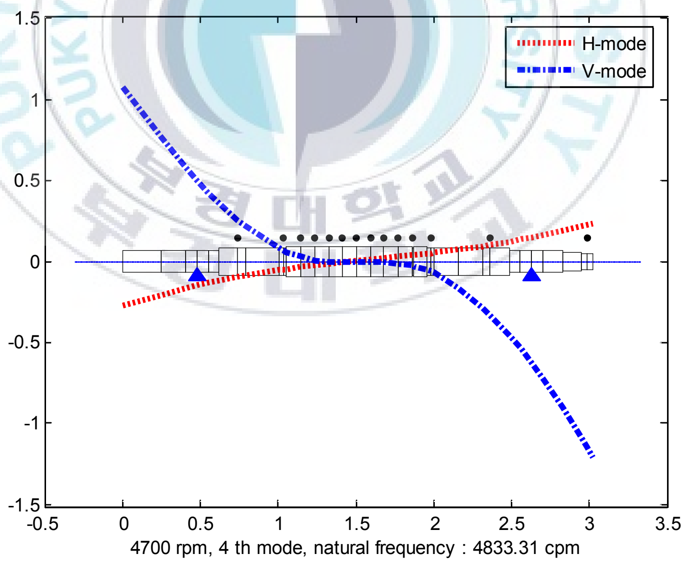
Fig. 3.14는 복소 고유치 해석을 통해 안정성 판별을 위한 감쇠비 선도이다. 횡축은 회전속도를 나타내고 종축은 감쇠비(damping ratio)를 나타내며, 감쇠비가 양(+)의 값을 가지면 시스템은 안정하고 음(–)의 값을 가지면 불안정하게 된다. 감쇠비 선도에서 3차 후향 모드가 1,100 rpm에서 음(–)의 값을 가지므로 이 속도가 1차 안정한계속도(stability threshold speed)가 되고 1차 전향 모드가 3,450 rpm에서 음(–)의 값을 가지므로 이 속도는 2차 안정한계속도가 된다. 각 안정한계속도에서의 모드 형상을 Fig. 3.15에 나타내었다. 1,100 rpm에서의 불안정 모드 형상은 굽힘 1차 모드, 3,450 rpm에서는 강체 2차 원추모드 그리고 4,700 rpm에서는 굽힘 2차 모드를 보인다.



(a) Mode shape at 1,100 rpm



(b) Mode shape at 3,450 rpm



(c) Mode shape at 4,700 rpm

Fig. 3.15 Mode shape of unstable mode

운전 속도(3,600 rpm)에서의 감쇠비를 각 모드별로 정리하여 Table 3.4에 나타내었다. 2차와 3차 모드의 감쇠비가 음의 값을 가지므로 시스템의 불안정하게 만드는 요인으로 작용할 수 있다. 또한 근 궤적 선도에서 불안정 영역에 존재했던 강체 2차 모드인 3차 모드가 감쇠비 선도에도 3,600 rpm에서 동일하게 불안정 요인으로 작용하므로, 시스템을 불안정하게 만드는 잠정적인 위험요소가 될 것으로 예상된다.

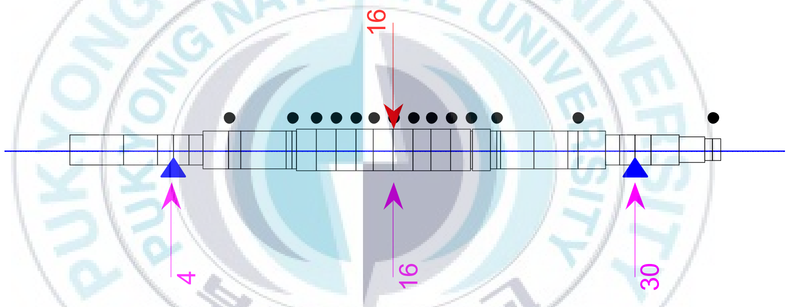
Table 3.4 Damping ratio at operating speed

모드	감쇠비	비고
1st	0.0034	3B
2nd	−0.0164	3F
3rd	−0.0005	1F
4th	0.0180	2F
5th	0.0049	4B
6th	0.0018	4F
7th	0.0016	5B
8th	0.0044	6B
9th	0.0021	5F
10th	0.0082	6F

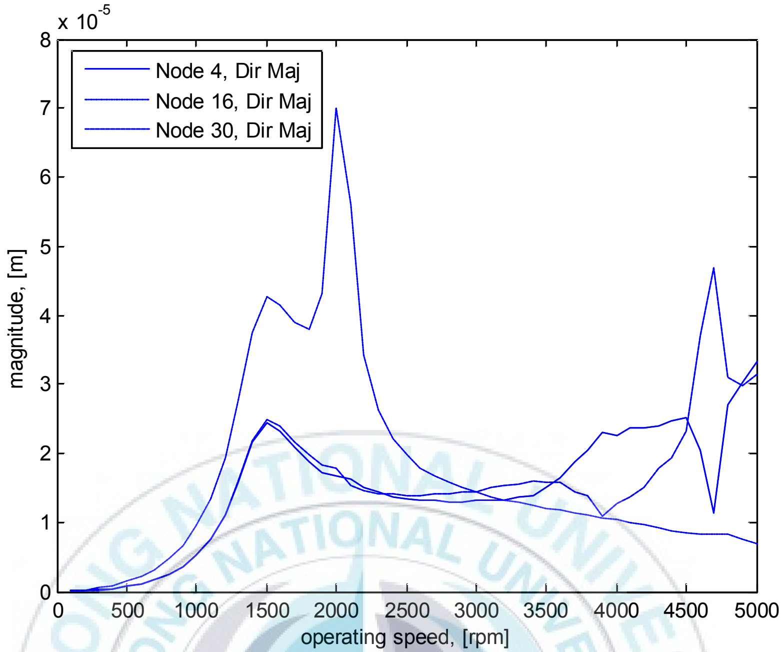
3.2.4 불평형 응답 해석

불평형 응답 해석을 위한 허용 잔류 불평형은 ISO 1940에 근거, 식 (2.52)를 이용하여 계산하였으며 평형 등급은 G6.3을 적용하였다. 여기서 작용하는 정하중은 699 kg이고 속도는 3,600 rpm이다.

Fig. 3.16은 계산 된 불평형을 회전자 중앙 즉, 16번 절점에 부가하여 해석을 수행한 결과로 양 쪽 베어링 부(Node 4, Node 30)와 불평형이 가해진 절점(Node 16)에서의 불평형 응답을 운전 속도에 따라 나타낸 보드(Bode) 선도이다



(a) Finite element model for unbalance analysis

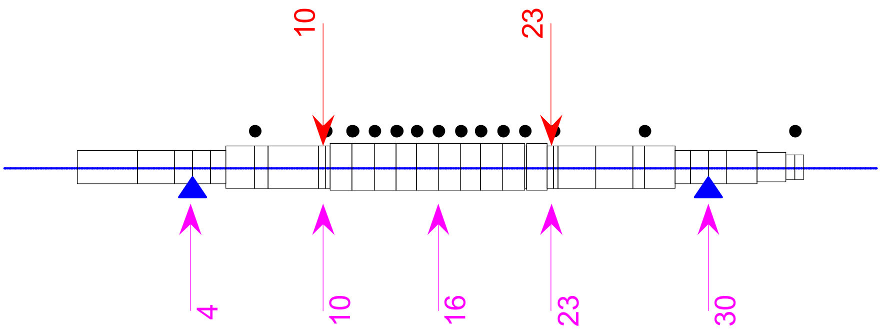


(b) Unbalance response

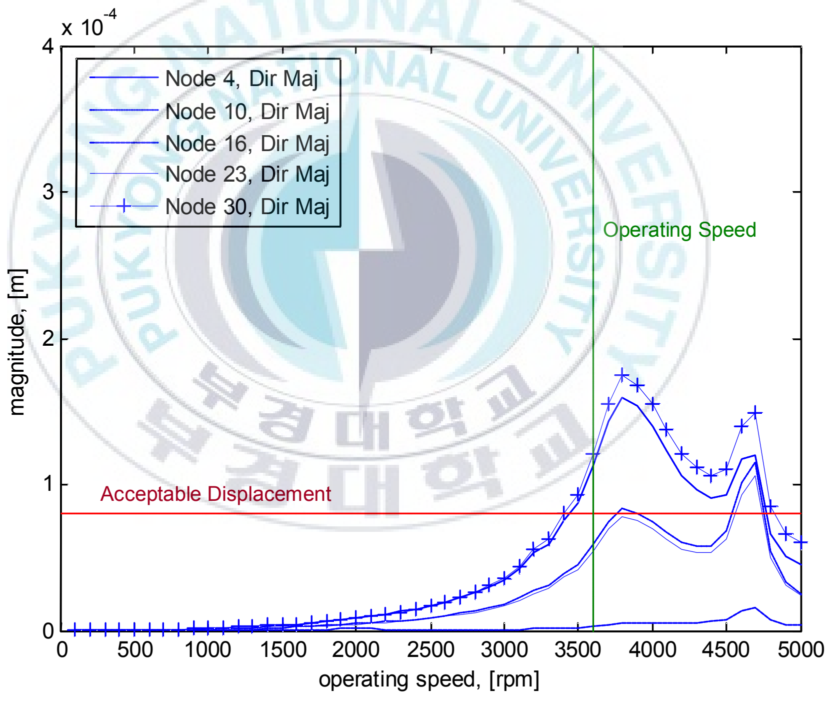
Fig. 3.16 Unbalance response of one unbalance input

Fig. 3.16은 정격 운전 속도 (3,600 rpm)에서의 응답은 3개의 절점에서 모두 작고 저속 영역에서 16번 절점의 최대 피크치가 나타났으나, 이 값은 ISO 7919-3(산업용 기계)에 의한 새로 설비된 기계의 허용 변위인 80 μm보다 매우 작은 값이므로 전 운전속도 영역에서 안정하다고 할 수 있다.

Fig. 3.17은 계산된 불평형의 1/2을 각각 양쪽 평형 디스크의 위치 즉, 10번과 23번 절점에 부가하여 해석을 수행한 결과로 양쪽 베어링 부(Node 4, Node 30)와 불평형이 가해진 절점(Node 10, Node 23) 그리고 회전자의 중앙(Node 16)에서의 불평형 응답을 운전 속도에 따라 나타낸 보드(Bode) 선도이다.



(a) Finite element model for unbalance analysis



(b) Unbalance response

Fig. 3.17 Unbalance response of two unbalances inputs

응답은 두 베어링에서의 값이 가장 크게 나타나며 불평형이 가해진 두 평형 디스크에서 두 번째로 그 값이 크게 나타난다. 이는 3,600 rpm에서의 모드가 1차 강체 모드로 축의 양 끝으로 갈수록 응답이 크게 나타나기 때문이며 회전자 중앙부의 응답이 가장 작게 나타나는 것은 그 절점이 nodal point 이기 때문이다. 각 응답의 최대 피크가 정격운전속도인 3,600 rpm보다 조금 높은 3,800 rpm에서 나타나고 있으며 두 번째 피크는 4,700 rpm에서 나타나고 있다. 응답이 운전속도 영역에서 허용 변위보다 크게 나타나기 때문에 이를 개선하기 위한 방안이 필요하다.

3.3 안정화 대책

일반적으로 베어링-축계의 안정성은 축을 지지하는 베어링의 동특성에 의해 많은 영향을 받는다. 앞 절의 전동기 시스템의 진동 해석 결과, 운전 속도 영역에서 공진의 위험성과 몇몇 모드에서 불안정성이 존재함을 확인하였다.

이를 개선하기 위한 방법으로 일반적으로 운전 조건의 변경, 축계의 설계변경 그리고 베어링 설계 변경 등이 고려될 수 있다. 그러나 운전 조건의 변경은 전동기의 성능과 직결되므로 통상 비현실적이고 축계 형상 역시 성능과 관련되어 설계 변경에 상당한 제한이 따른다. 따라서 많은 경우, 베어링의 재설계를 통한 방법이 채택된다.

베어링의 지지 강성에 영향을 미치며 재설계(redesign)가 가능한 요인으로 윤활유, 틈새비, 세장비 등이 있으며 이러한 값들의 변화에 따른 축계의 재해석이 요구되므로 이 장에서는 지지 베어링의 윤활유 온도, 틈새, 세장비의 변화에 따른 동특성 변화와 이에 대한 축계의 재해석(reanalysis)을 통하여 공진을 회피하기 위한 계의 고유진동수 변화와 안정한계속도의 변화를 검토하였다.

3.3.1 윤활유 온도 변화 해석

(1) 온도 변화에 대한 베어링 동특성 해석 결과

베어링에 사용되는 윤활유의 특성은 윤활면의 압력분포에 직접적인 영향을 주며, 이에 따른 베어링 동특성 변화로 전동기 축계의 안정성에 영향을 줄 수 있다. 따라서 윤활유의 주요 특성

중 하나인 온도를 50°C에서 70°C까지 변화시키면서 동특성 해석을 수행하였다.

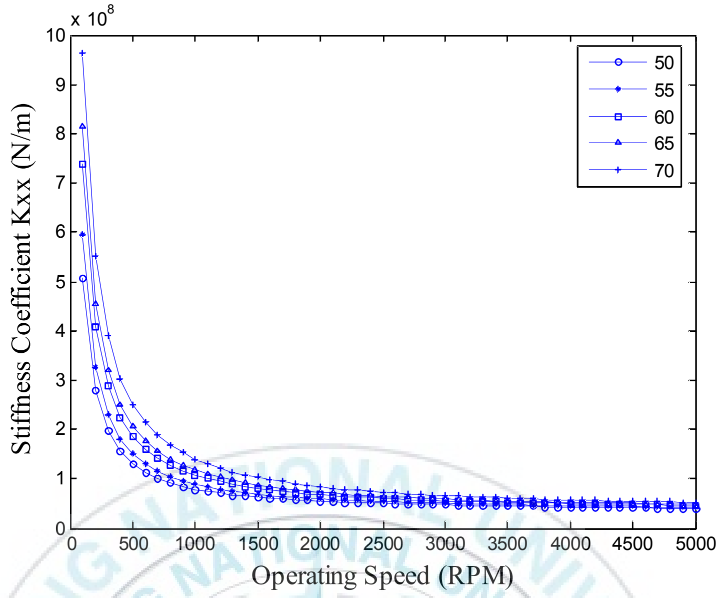
다음은 *L*/*D*는 1이고, 틈새 *C*는 100 μm인 저널 베어링을 운전 속도 100 ~ 5,000 rpm에 대하여 해석한 결과이다.

Table 3.5은 베어링에 사용된 윤활유의 온도 변화에 대한 점도 변화를 나타낸 것이다.

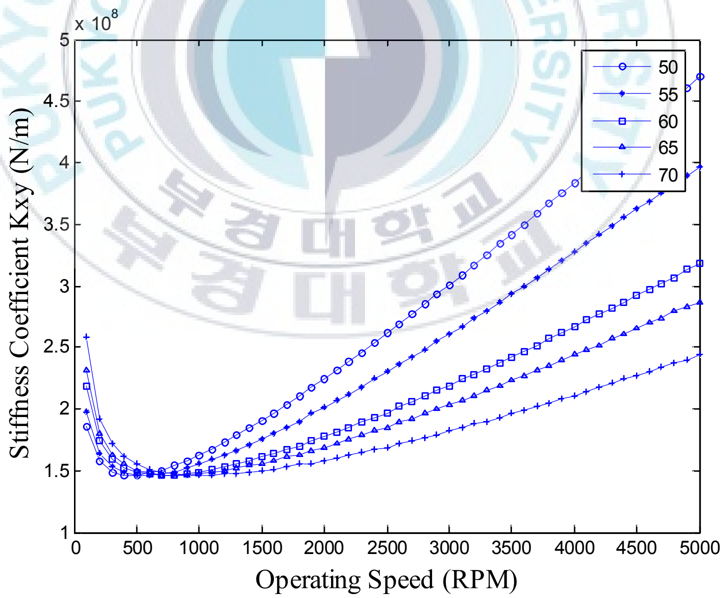
Table 3.5 Oil information

	온도(°C)	점도(cP)
1	50	2.65E-2
2	55	2.20E-2
3	60	1.70E-2
4	65	1.50E-2
5	70	1.20E-2

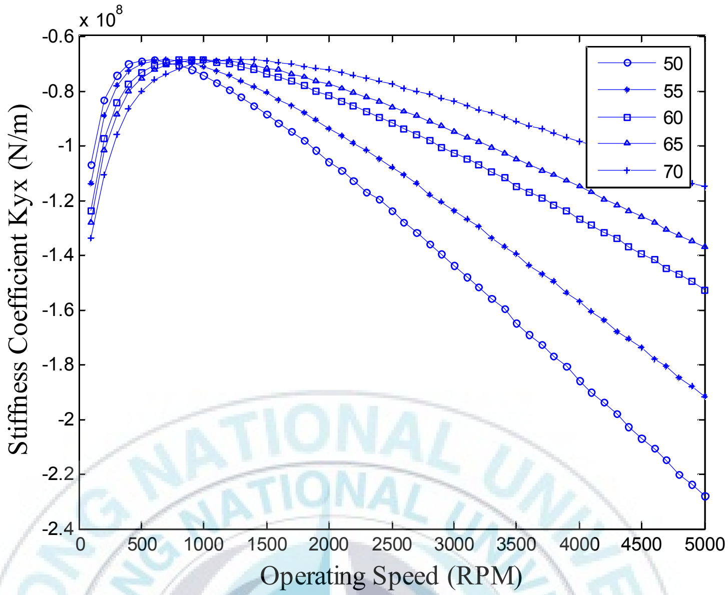
Fig. 3.18은 운전 속도의 변화에 따른 강성 계수를 나타낸다. 여기서 *x*는 수직방향, *y*는 수평방향을 의미한다. *x* 방향의 직 강성(direct stiffness)은 점도가 낮아 짐에 따라 약간씩 증가하지만, 다른 방향의 강성에 비해 그 변화량이 작다. 점도가 작아짐에 따라 *xy* 방향의 연성 강성(coupled stiffness)은 작아지고 *yx* 방향의 연성 강성과 *y* 방향의 직 강성은 커지며 운전 속도가 증가할수록 점도에 따른 차이가 커지는 것을 알 수 있다.



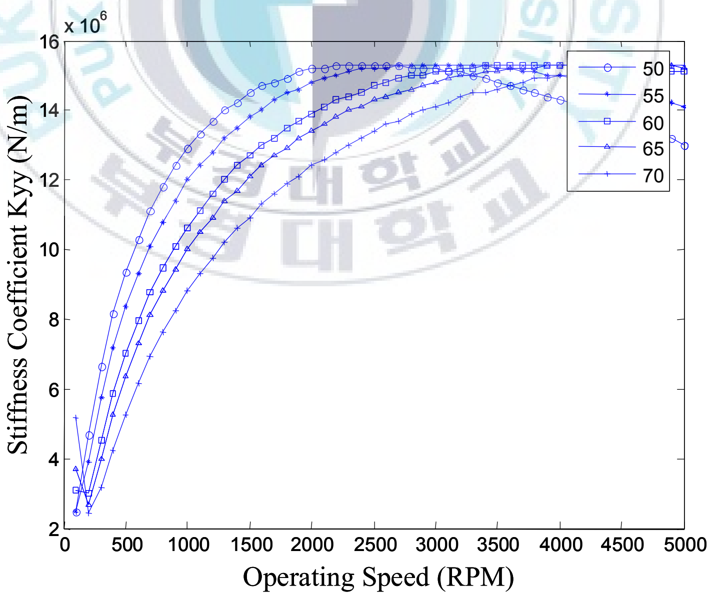
(a) Direct stiffness coefficient



(b) Coupled stiffness coefficient



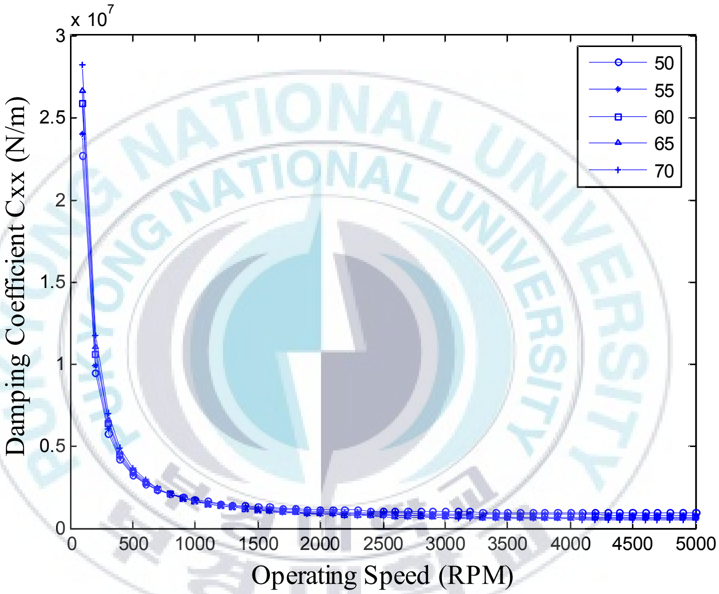
(c) Coupled stiffness coefficient



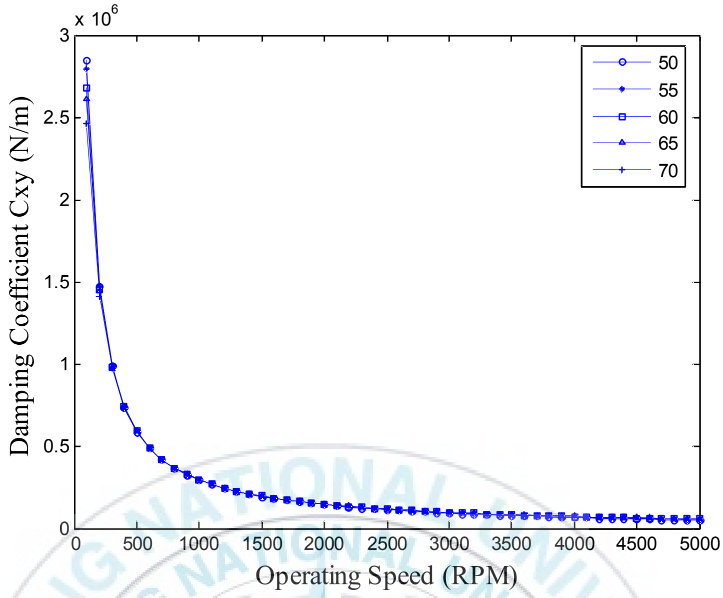
(d) Direct stiffness coefficient

Fig. 3.18 Stiffness coefficient versus operating speed

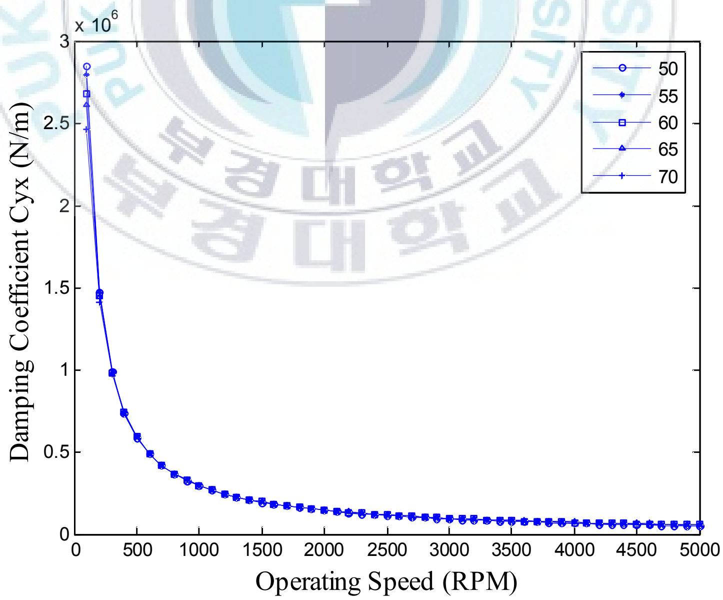
Fig. 3.19는 운전 속도의 변화에 따른 감쇠 계수를 나타낸다. x 방향의 직 감쇠 계수는 저속(100 ~ 500 rpm)에서는 비슷한 값을 갖지만, 그 이상의 운전 속도에서는 점도가 낮아질수록 감쇠 계수의 값도 낮아진다. 연성 감쇠 계수는 점도 변화와 무관함을 알 수 있으며, y 방향의 직 감쇠 계수는 점도가 낮아질수록 큰 차이를 보이며 낮아진다.



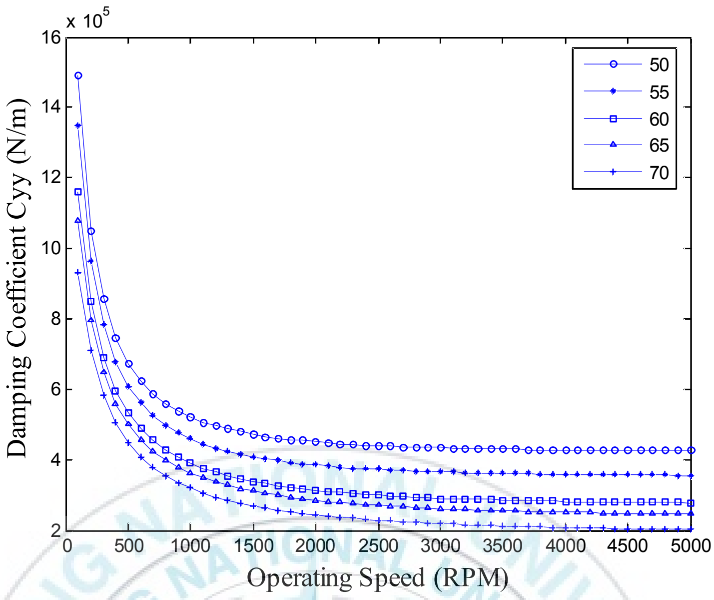
(a) Direct damping coefficient



(b) Coupled damping coefficient



(c) Coupled damping coefficient

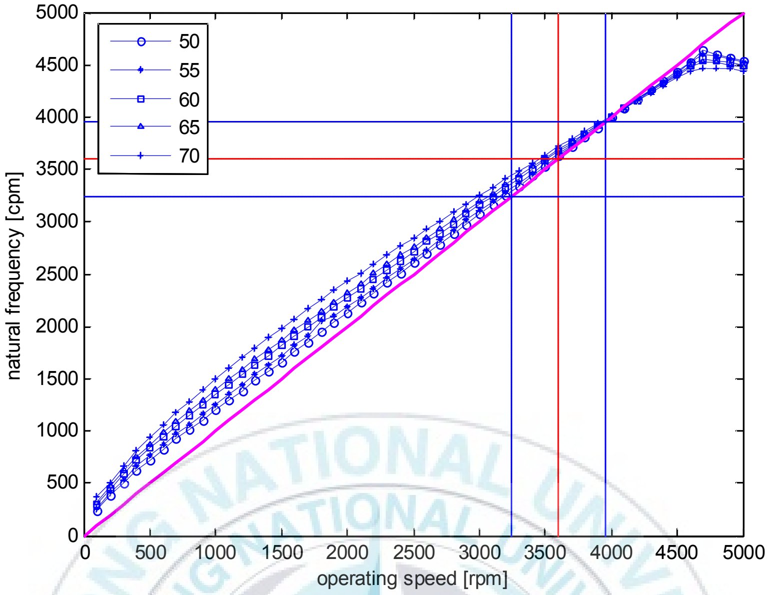


(d) Direct damping coefficient

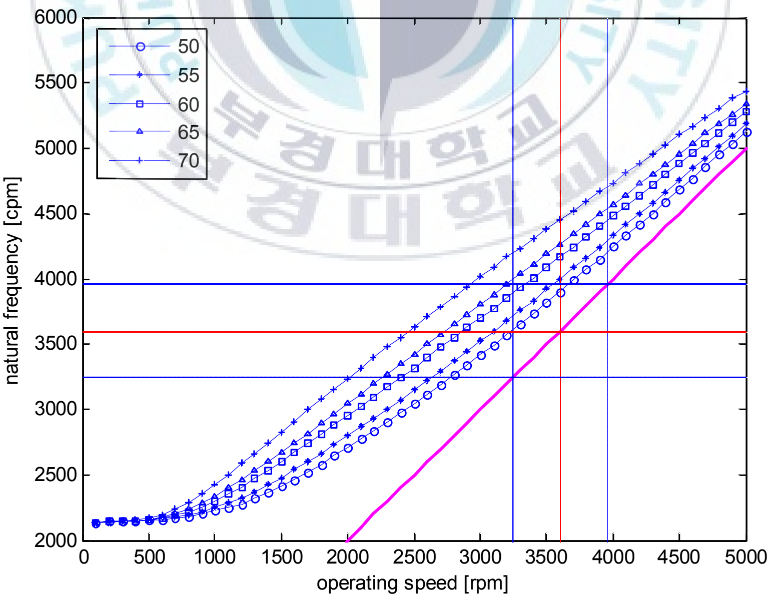
Fig. 3.19 Damping coefficient versus operating speed

(2) 온도 변화에 대한 전동기 축계 해석 결과

앞 절에서 계산된 동특성 계수를 이용하여 축계의 복소 고유치 해석을 수행하고 공진 영역에 포함되었던 1차 탄성 모드와 1차 강체 모드에 대한 캠벨 선도를 Fig. 3.20에 나타내었다. 해석 결과, 탄성 모드의 경우 온도가 높아짐에 따라 운전속도 선과 멀어지면서 공진 위험 영역에서 벗어나는 것을 알 수 있다. 그러나 강체 모드의 경우, 저속에서는 온도가 높아짐에 따라 운전속도 선과 약간씩 멀어지지만 공진 위험 영역에서는 모든 경우 운전속도 선과 교차한다. 따라서 이 모드에 의한 공진 위험은 온도 변화로 개선할 수 없으며, 이는 1차 강체 모드가 지지 강성, 특히 주 강성에 큰 영향을 받는데 온도 변화에 따른 베어링 동특성 해석 결과에서 볼 수 있듯이 x 방향의 직 강성이 온도 변화에 따라 거의 변화가 없기 때문이라고 생각된다.



(a) 3rd mode



(b) 4th mode

Fig. 3.20 Campbell diagram

축계의 안정성 향상을 위해 불안정 진동모드인 1차 탄성 모드(O)와 1차 강체 모드(*)의 발생 한계 속도(threshold speed)를 검토하였다. 온도 변화에 대한 불안정 진동 모드의 발생 한계 속도를 Fig. 3.21에 나타내었으며, 온도가 증가할수록 한계속도 또한 증가하지만, 모든 조건에서 한계속도가 운전속도 이하이고 그 증가량이 미비하여 온도 변화만으로는 안정성 향상에 효과가 없는 것으로 판단된다.

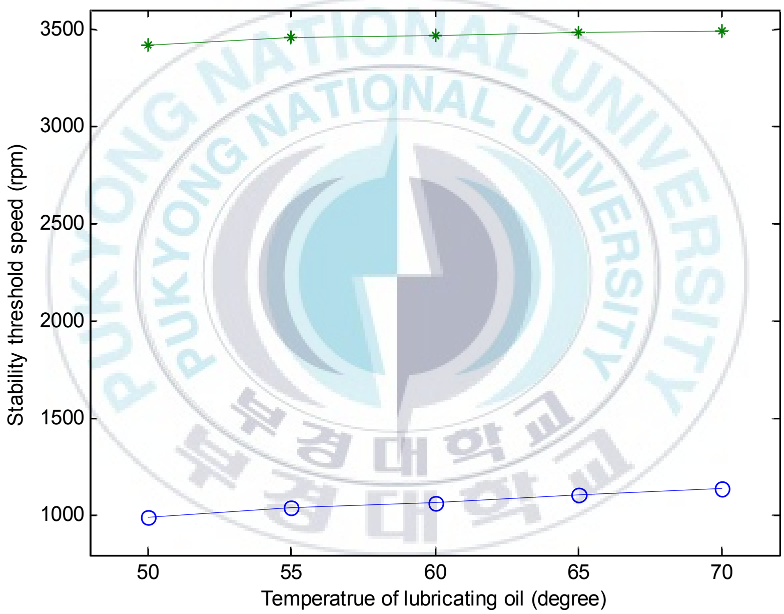


Fig. 3.21 Temperature of lubricating oil versus stability threshold speed

전동기 축계의 불평형 응답해석 결과, 가장 큰 변위 응답을 보였던 오른쪽 베어링(Node 30)에서의 불평형 응답을 온도변화에 대하여 Fig. 3.22에 나타내었다. 그림에서 2개의 피크가 나타나는데 첫 번째 피크는 캠벨 선도의 운전속도 선과 교차하는 점에서의 값으로 온도가 50°C일 때의 피크 값이 운전속도(3,600 rpm)와

일치하고 온도가 증가할수록 피크 값이 운전속도 이상으로 옮겨간다. 그러나 모든 조건에서 운전속도 이하에서의 응답이 허용변위 이상이므로 온도에 의한 축계의 안정성 향상을 기대할 수 없다. 두 번째 피크는 가장 큰 응답을 보이지만, 4,500 rpm 이상에서 나타나므로 무시할 수 있다.

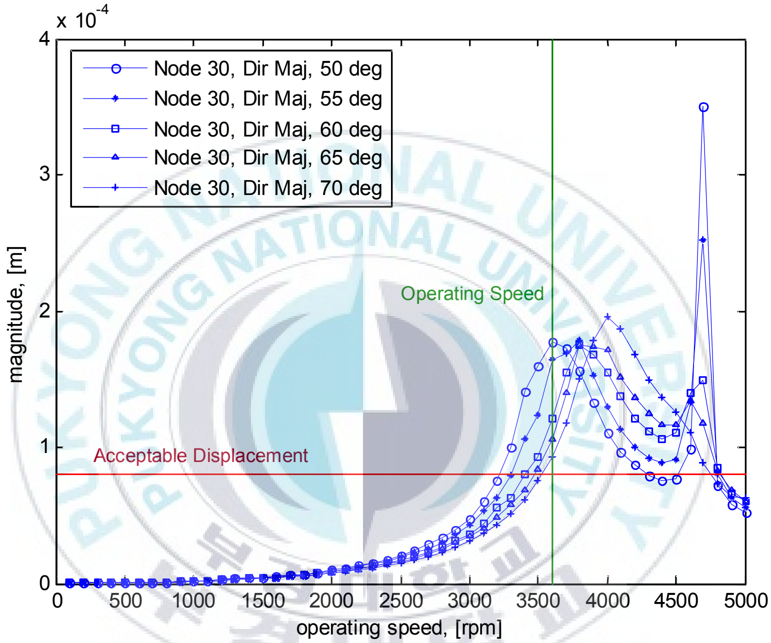


Fig. 3.22 Unbalance response

3.3.2 틈새 변화에 대한 해석

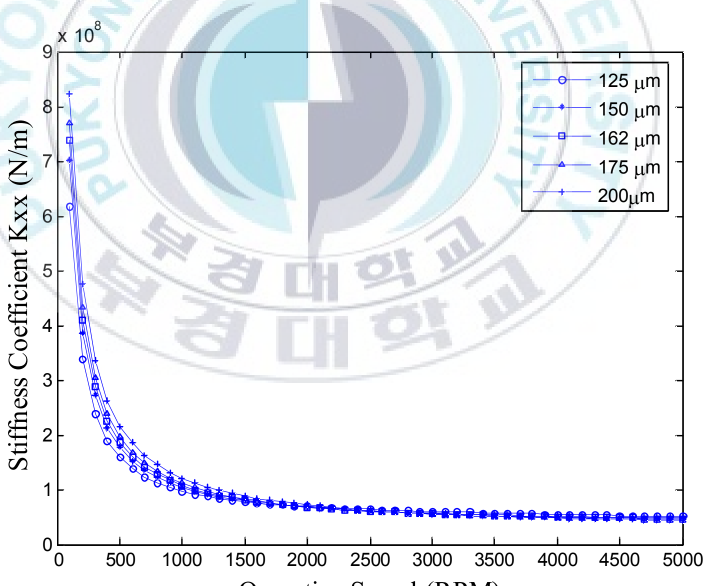
(1) 틈새 변화에 대한 베어링 동특성 해석 결과

축과 베어링 사이의 틈새(clearance)는 베어링의 통특성에 큰 영향을 미치는 특성 변수 중 하나로 설계 변경이 용이하다는 장

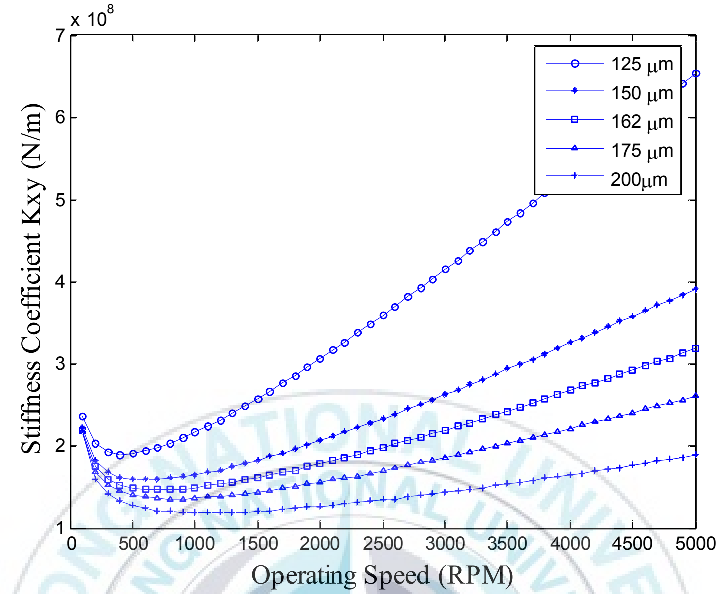
점이 있다. 따라서 틈새 변화가 베어링 동특성에 미치는 영향을 검토하였다.

다음은 L/D가 1인 저널 베어링을 운전 속도 100 ~ 5,000 rpm에 대하여 해석한 결과이다. 베어링 틈새는 각각 40 μm, 63 μm 및 100 μm로 변화하였을 때의 동특성 계수들의 변화를 조사하였다.

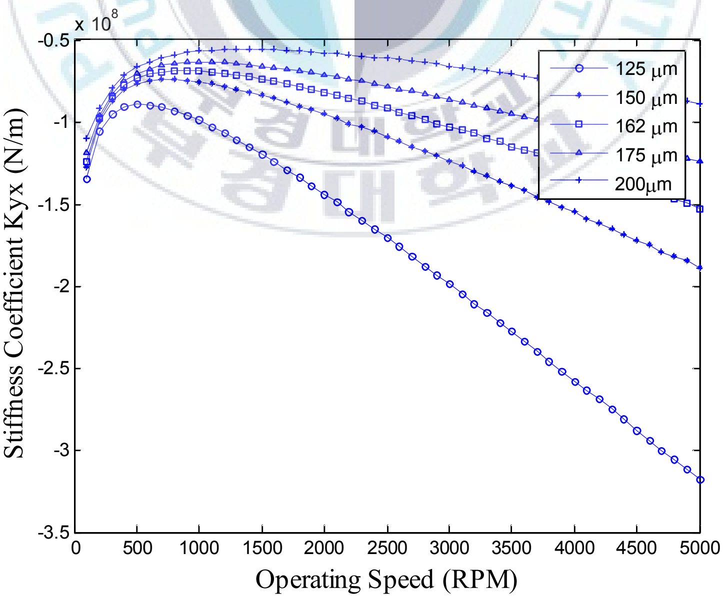
Fig. 3.23는 틈새의 변화에 따른 강성 계수의 변화를 보여준다. x 방향과 y 방향의 직 강성은 틈새 변화에 따른 크기의 변화뿐만 아니라, 속도가 증가함에 따른 양상도 크게 변하는 것을 확인할 수 있다. 연성 강성 계수 k_{xy}, k_{yx} 는 틈새가 커질수록 작아지거나 커지고 속도가 증가함에 따라 그 변화량도 증가하는 것을 알 수 있다.



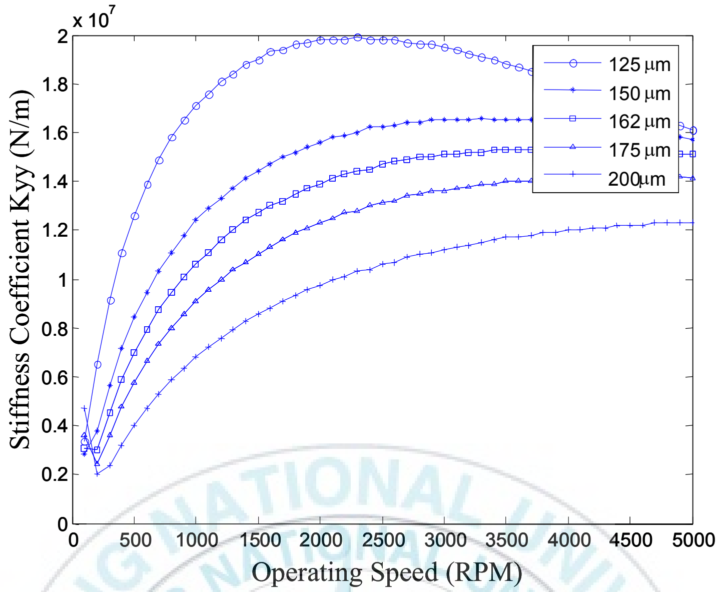
(a) Direct stiffness coefficient



(b) Coupled stiffness coefficient



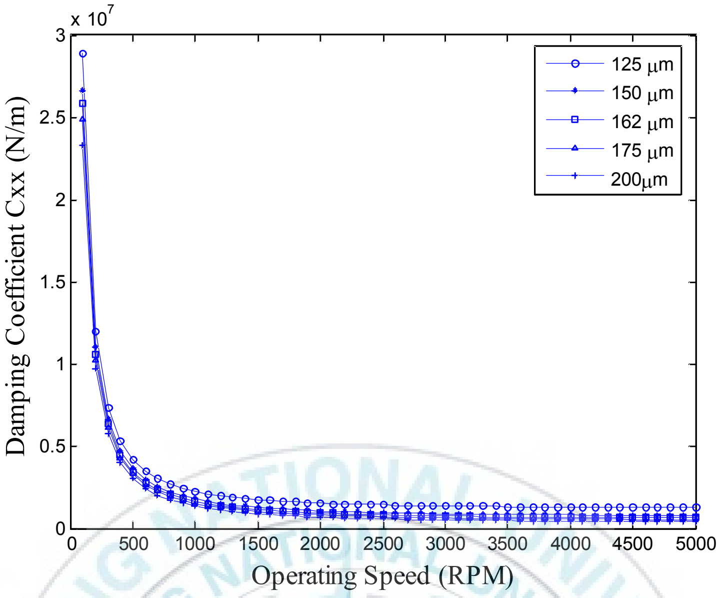
(c) Coupled stiffness coefficient



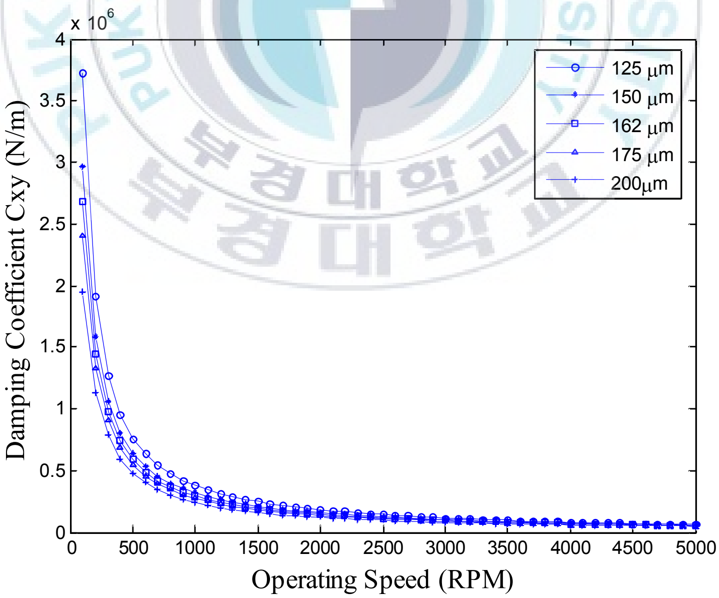
(d) Direct stiffness coefficient

Fig. 3.23 Stiffness coefficient versus operating speed

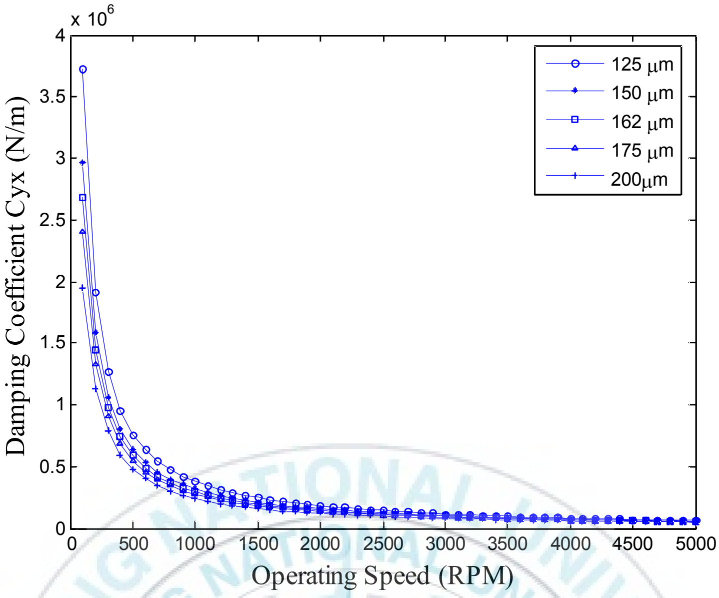
Fig. 3.24는 틈새 변화에 따른 감쇠 계수의 변화를 보여준다. 틈새가 증가함에 따라 x 방향과 y 방향의 직 감쇠는 작아지고 운전 속도에 따른 변화 양상은 동일함을 알 수 있다. 연성 감쇠는 직 감쇠에 비해 그 변화량이 작으나 틈새에 따른 값의 변화를 보인다.



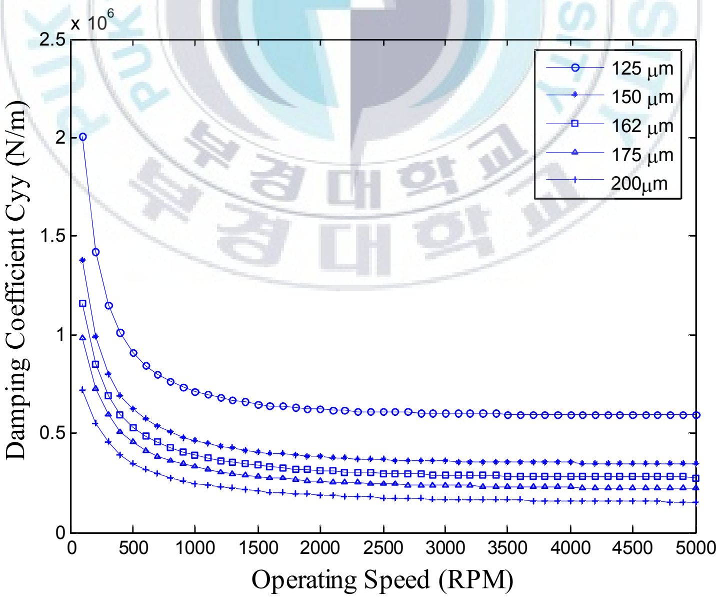
(a) Direct damping coefficient



(b) Coupled damping coefficient



(c) Coupled damping coefficient

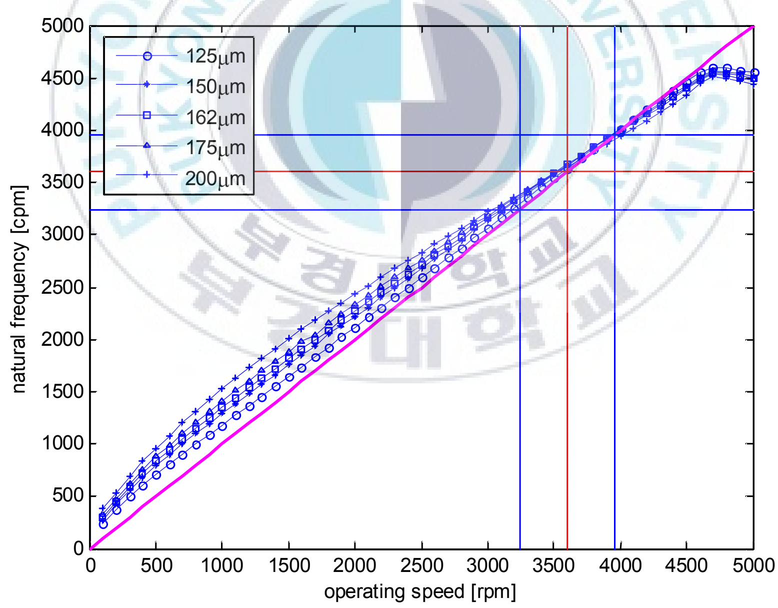


(d) Direct damping coefficient

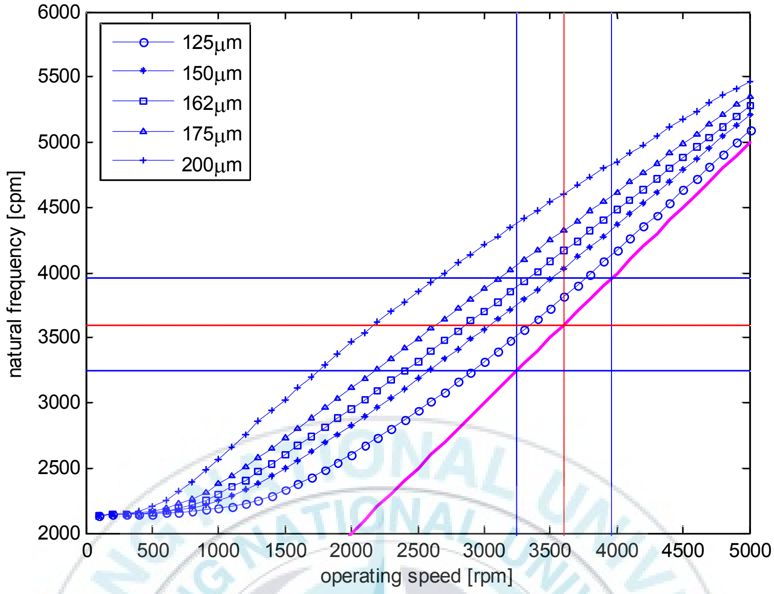
Fig. 3.24 Damping coefficient versus operating speed

(2) 틈새 변화에 대한 전동기 축계 해석 결과

전동기 축계의 해석 결과, 공진 영역에 포함되었던 1차 탄성 모드와 1차 강체 모드의 캠벨 선도를 틈새 변화에 대하여 Fig. 3.25에 나타내었다. 해석 결과 탄성 모드의 경우, 틈새가 커짐에 따라 운전속도 선과 멀어지면서 공진 위험 영역에서 벗어나는 것을 알 수 있다. 그러나 강체 모드의 경우, 저속에서는 틈새가 커짐에 따라 운전속도 선과 약간씩 멀어지지만, 공진 영역에서는 모든 경우 운전속도 선과 교차한다. 이러한 경향은 온도 변화에 의한 해석 결과와 유사하나, 온도에 비해 틈새가 베어링의 동특성에 좀더 큰 영향을 미치지만 틈새 변화로도 이 모드에 의한 공진 위험을 개선할 수 없다.



(a) 3rd mode



(b) 4th mode

Fig. 3.25 Campbell diagram

축계의 안정성 향상을 위해 불안정 진동모드인 1차 탄성 모드와 1차 강체 모드의 발생 한계 속도를 검토하였다. 틈새 변화에 대한 불안정 진동모드의 발생 한계 속도를 Fig. 3.26에 나타내었으며 틈새가 증가할수록 두 모드의 한계속도 또한 증가하지만, 1차 탄성 모드의 경우는 모든 조건에서 한계 속도가 운전 속도 이하이고 1차 강체 모드의 경우 172 μm 이상에서 한계속도가 운전속도 이상이 된다. 1차 탄성모드의 경우, 지지 강성의 영향이 크지 않아 틈새 변화에 대한 안정성 향상 효과가 없으며 1차 강체 모드는 틈새 변화에 의한 강성 변화로 안정성을 향상시킬 수 있는 것으로 판단된다.

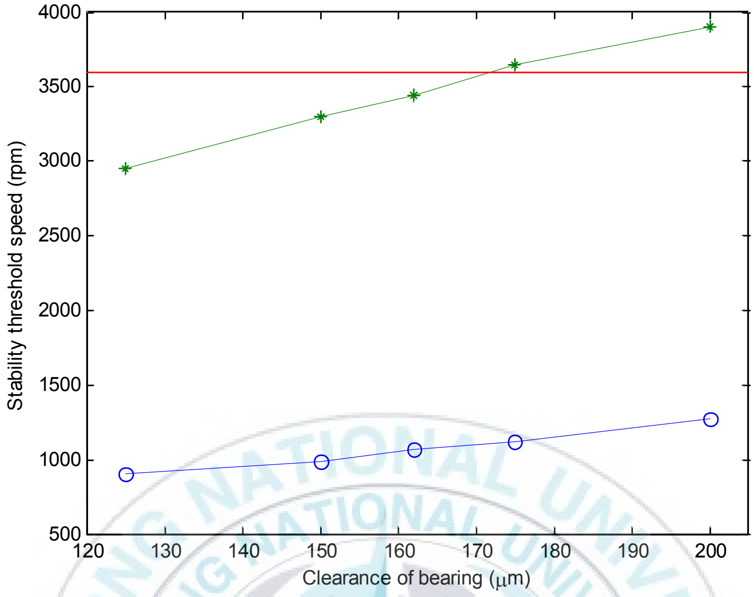


Fig. 3.26 Clearance of bearing versus stability threshold speed

전동기 축계의 불평형 응답해석 결과 가장 큰 변위 응답을 보였던 오른쪽 베어링(Node 30)에서의 불평형 응답을 틈새 변화에 대하여 Fig. 3.27에 나타내었다. 그림에서 2개의 피크가 나타나는데 첫 번째 피크는 캠벨 선도의 운전속도 선과 교차하는 점에서의 값으로 틈새가 작아질수록 이 피크의 속도가 운전속도 이상으로 높아지지만 그 변위응답은 커진다. 또한 모든 조건에서 운전속도 이하에서의 응답이 허용 변위 이상이므로, 틈새에 의한 축계의 안정성 향상을 기대할 수 없다.

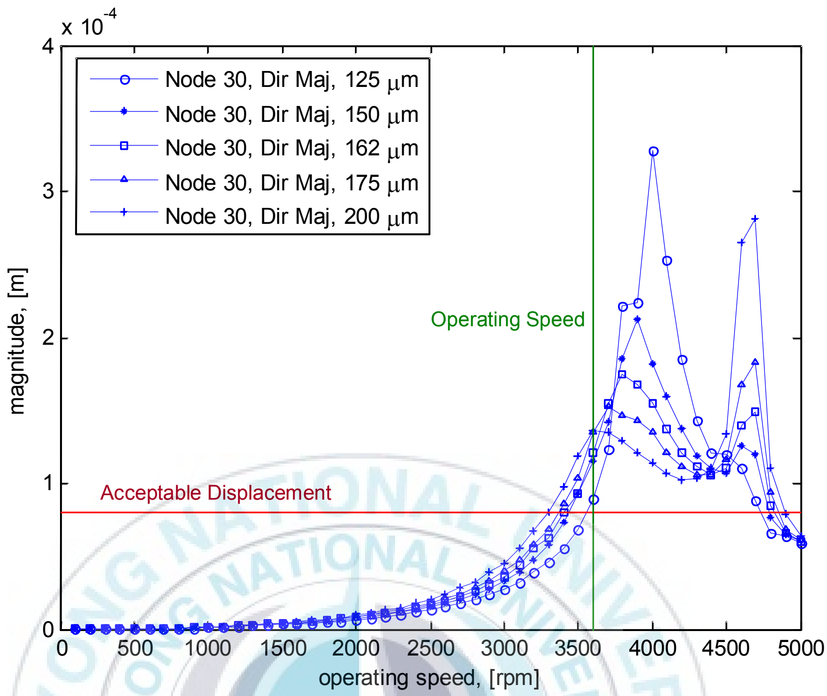


Fig. 3.27 Unbalance response

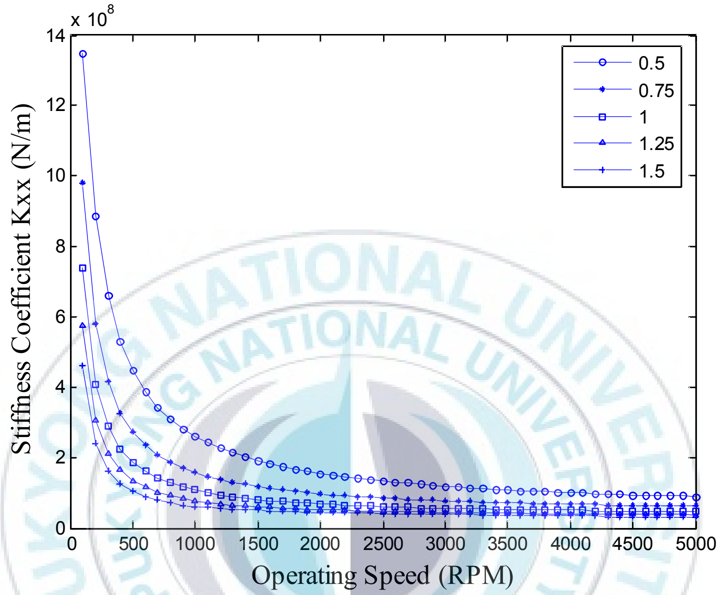
3.3.3 세장비 변화에 대한 해석

(1) 세장비 변화에 대한 베어링 동특성 해석 결과

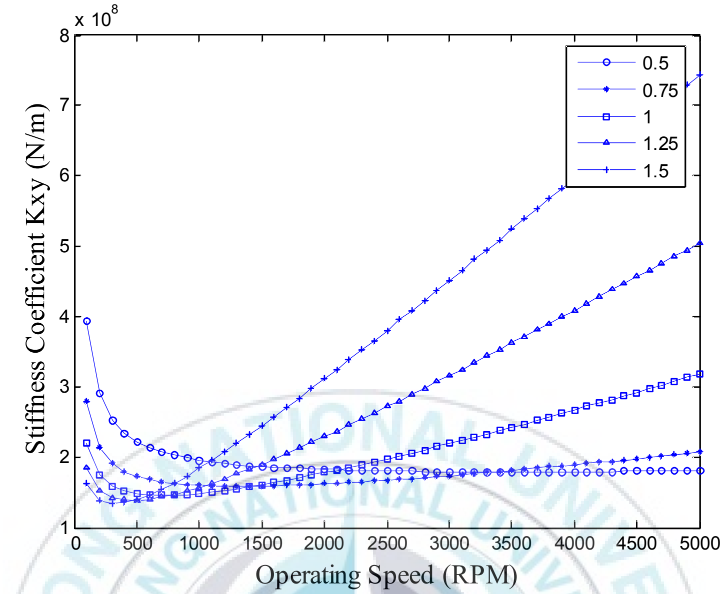
다음은 베어링 틈새가 63 μm이고 윤활유가 온도가 60°C일 때, 축의 운전 속도 100 ~ 5,000 rpm에 대하여 해석한 결과이다. 베어링의 직경은 축의 설계와 직접적인 관계가 있으므로 변경이 어려워 폭을 변경시켜 세장비(*L*/*D*)에 변화를 주었다. 세장비를 각각 0.5, 0.75, 1, 1.25 및 1.5로 변화하였을 때의 동특성 계수들의 변화를 검토하였다.

Fig. 3.28은 세장비 변화에 대한 강성 계수의 변화를 보여준다. 세장비가 커짐에 따라 x 방향과 y 방향의 직 강성은 작아지고 x

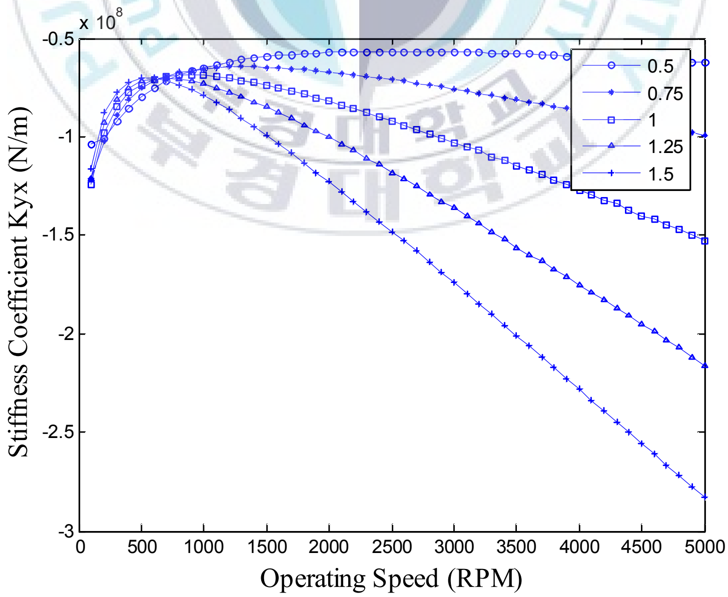
방향의 직 강성이 y 방향의 직 강성에 비해 세장비에 대한 변화량이 작다. 연성 강성은 저속에서는 세장비가 커질수록 작아지나 고속에서는 세장비가 커질수록 증가하는 경향을 보인다.



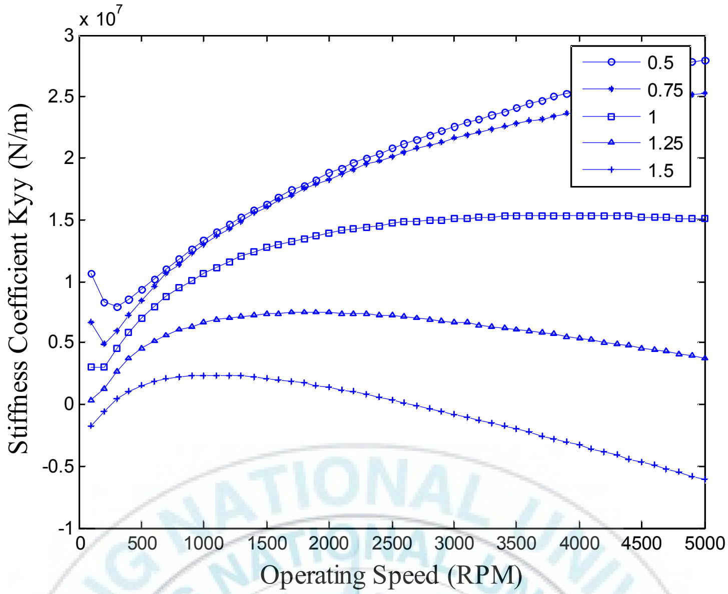
(a) Direct stiffness coefficient



(b) Coupled stiffness coefficient



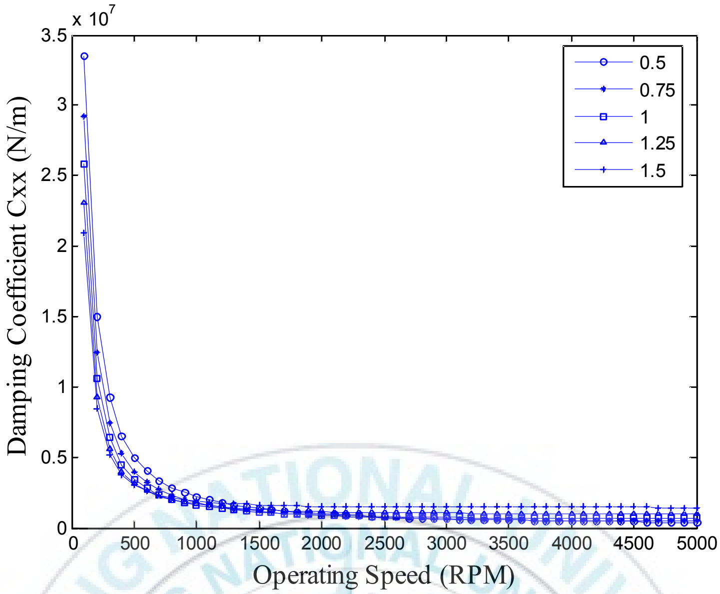
(c) Coupled stiffness coefficient



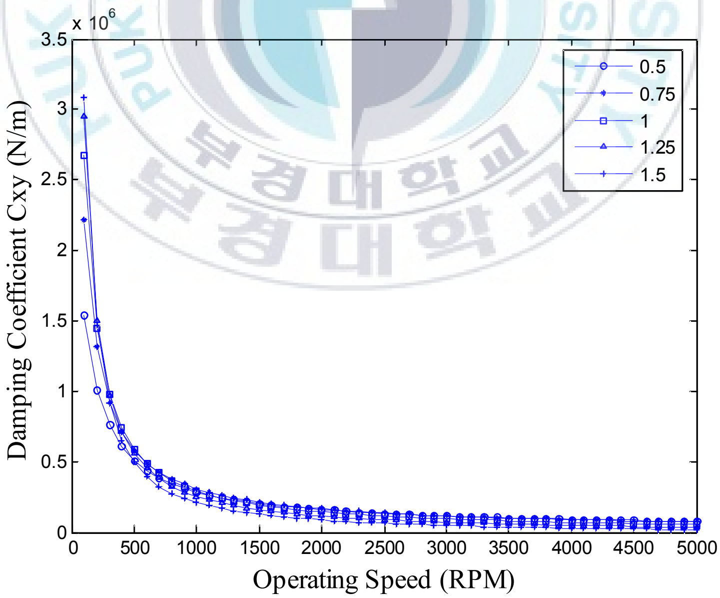
(d) Direct stiffness coefficient

Fig. 3.28 Stiffness coefficient versus operating speed

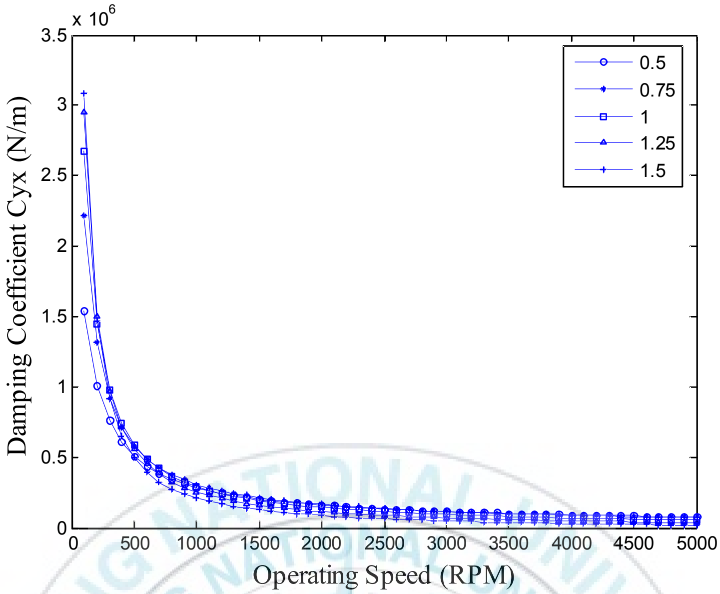
Fig. 3.29는 세장비 변화에 따른 감쇠 계수의 변화를 보여준다. x 방향의 직감쇠는 저속에서는 세장비가 커짐에 따라 감쇠 값이 작아지고 고속에서는 세장비가 커짐에 따라 감쇠 값이 커진다. y 방향의 직 감쇠는 세장비가 커질수록 증가하며 그 변화량이 다른 감쇠들에 비해 크다. 연성감쇠는 세장비가 커질수록 증가하며 그 변화량은 미소하다.



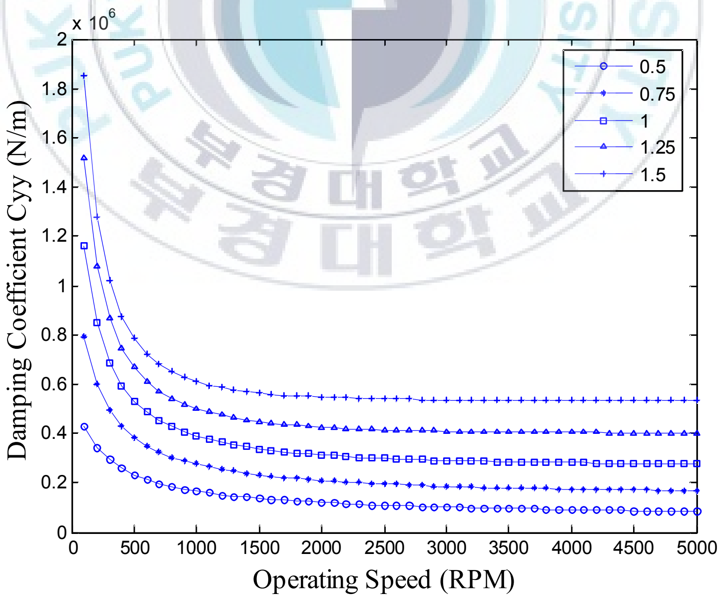
(a) Direct damping coefficient



(b) Coupled damping coefficient



(c) Coupled damping coefficient

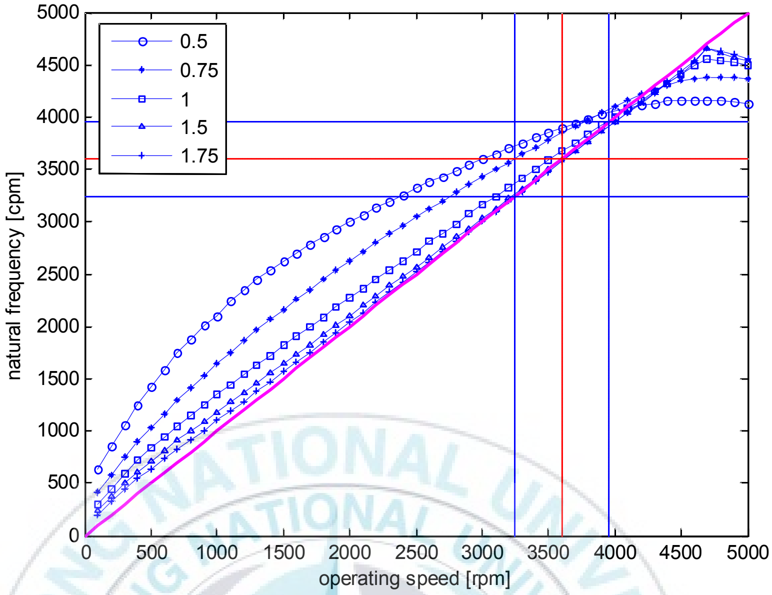


(d) Direct damping coefficient

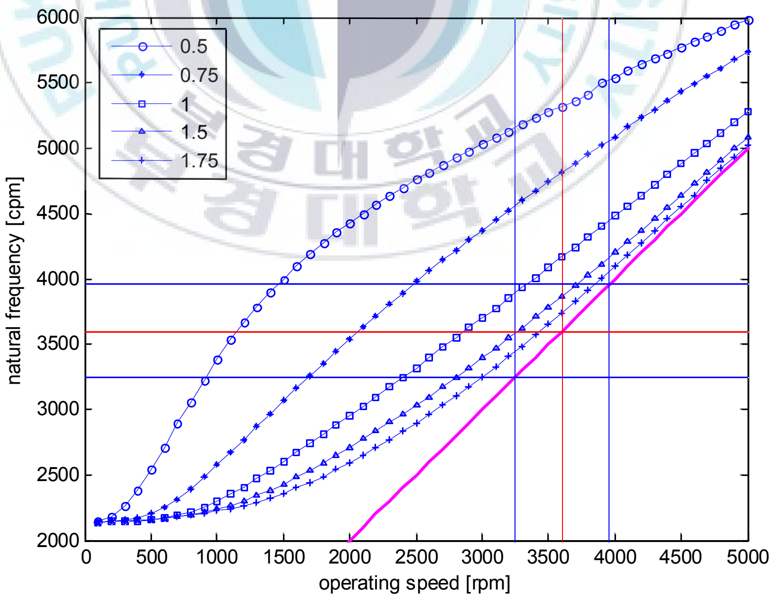
Fig. 3.29 Damping coefficient versus operating speed

(2) 세장비 변화에 대한 전동기 축계 해석 결과

Fig. 3.30은 세장비 변화에 대한 공진 영역에 포함 되었던 2차 탄성 모드와 1차 강체 모드의 캠벨 선도의 변화를 나타낸다. 해석 결과 탄성 모드의 경우, 세장비가 작아질수록 고유진동수가 운전속도와 멀어지는 것을 알 수 있다. 강체 모드의 경우, 세장비가 커질수록 고유진동수가 운전속도에 가까워지며 세장비가 1 이상에서는 세장비가 커질수록 고유진동수와 운전속도가 일치하는 속도가 높아지지만, 공진 위험 영역을 벗어나지 못한다. 1 이하에서는 그 속도가 낮아지지만, 공진 위험 영역 이상에서 존재한다. 세장비를 변화시킨 경우, 윤활유의 온도나 틈새를 변화시킨 경우에 비해 x 방향의 직 강성의 변화가 컸으며, 이로 인해 1차 탄성 모드의 공진 회피가 가능하며 세장비를 1이하로 낮추는 것이 적합하다고 생각된다. 그러나 세장비가 1 이하가 될 경우, 그 값이 작아질수록 고유진동수가 운전속도와 멀어지지만 두 값이 일치하는 공진 주파수는 세장비가 커질수록 높아진다. 따라서 1 이하의 세장비 중 적절한 값을 얻기 위해서는 최적화가 필요하다



(a) 3rd mode



(b) 4th mode

Fig. 3.30 Campbell diagram

축계의 안정성 향상을 위해 불안정 진동모드인 1차 탄성 모드(O)와 1차 강체 모드(*)의 발생 한계 속도를 검토하였다. 세장비 변화에 대한 불안정 진동 모드의 발생 한계 속도를 Fig. 3.31에 나타내었다. 1차 탄성 모드의 경우, 세장비 1 이하에서는 한계 속도가 높아지다 1 이상이 되면 다시 낮아진다. 또한 모든 경우, 그 한계 속도가 운전 영역 이하에 존재하여 세장비 변화로 1차 탄성 모드의 안정성을 향상시키기 어렵다고 판단된다. 1차 강체 모드의 경우, 세장비 1 이상에는 세장비가 커질수록 한계속도가 낮아지고 1 이하에서는 세장비가 커질수록 한계속도가 높아지다 세장비가 0.75일 때 1차 강체 모드가 안정하게 되었다. 이때의 한계속도를 그래프에서는 O으로 표현하였다. 따라서 1차 탄성 모드의 경우, 세장비 변화만으로는 안정화가 어려우며 이를 개선하기 위해서는 축계의 재설계가 불가피하다. 그러나 세장비 1이하의 값 중 1차 강체 모드를 안정하게 하는 값이 존재하므로 이 모드의 안정화를 위해서는 세장비를 1이하로 낮추는 것이 바람직하다.

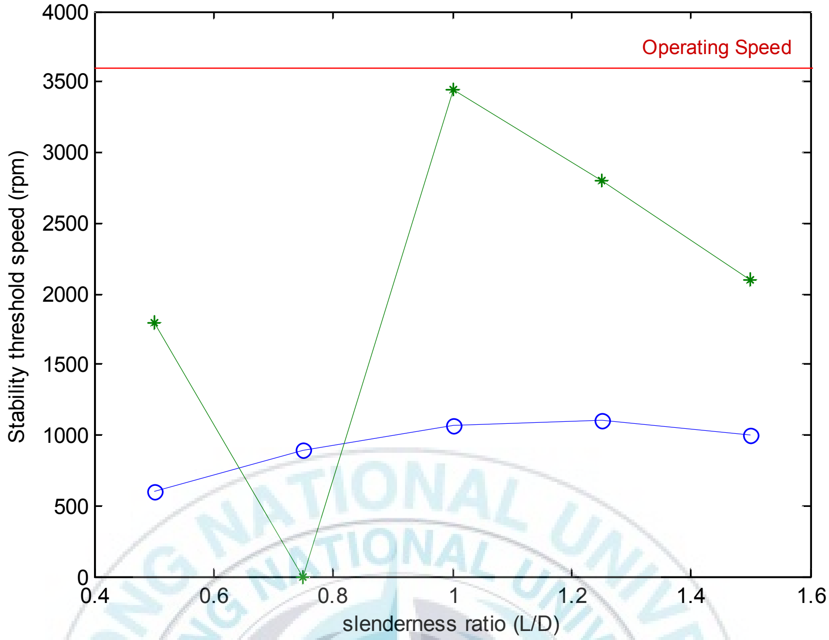


Fig. 3.31 Slenderness ratio versus stability threshold speed

전동기 축계의 불평형 응답해석 결과, 가장 큰 변위 응답을 보였던 오른쪽 베어링(Node 30)에서의 불평형 응답을 세장비 변화에 대하여 Fig. 3.32에 나타내었다. 세장비가 1 이상일 때는 2개의 피크가 나타나고 세장비가 커질수록 피크가 발생하는 속도 값은 작아진다. 1 이하일 때는 두 번째 피크는 사라지고 세장비가 커질수록 피크가 발생하는 속도 값은 커지고 변위응답은 작아진다. 세장비가 1.5인 경우 응답이 허용 변위보다 작고 0.5와 0.75의 경우, 공진점에서의 응답이 허용 변위보다 크긴 하지만 운전 속도 이하의 영역에서는 허용 변위 이하이다. 세장비 변화에 대해 불평형 응답이 크게 변화하며 세장비 1을 기준으로 그 응답 양상이 다른 것을 알 수 있다.

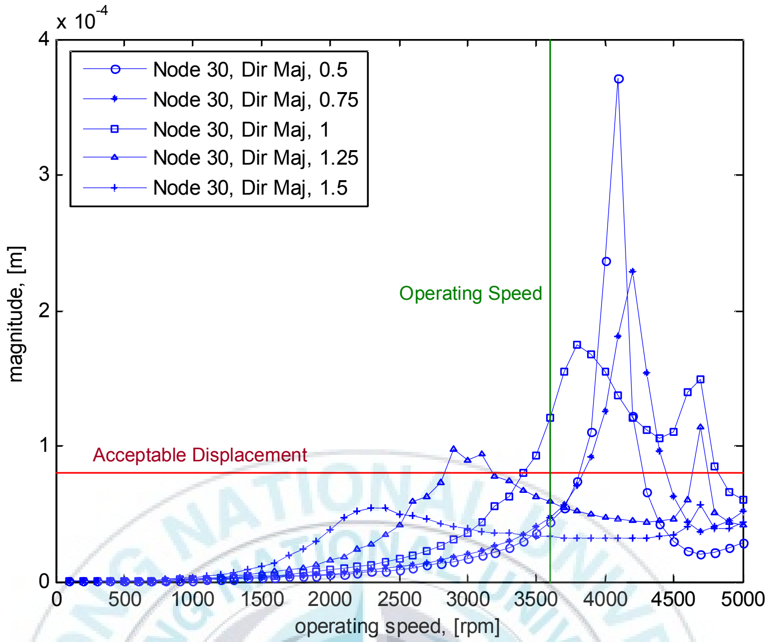


Fig. 3.32 Unbalance response

세장비가 1.5인 경우 응답이 허용변위 이하지만, 1차 강체 모드의 고유진동수가 운전 속도에 근접하고 불안정 진동모드의 발생 한계 속도가 운전 속도 이하이므로 축계의 안정성 향상에 적합하지 않다. 세장비가 1이하인 경우, 1차 탄성 모드와 1차 강체 모드의 공진 위험이 없고 불안정 진동모드의 발생 한계 속도를 운전 속도 이상으로 높일 수 있으며 운전속도 이하에서의 불평형 응답 또한 허용 변위 이하이므로 적절한 대안이 될 수 있을 것으로 생각된다.

제 4장 저널베어링 윤활면 형상을 고려한 해석

4.1 저널 베어링 해석 결과

초기의 저널 베어링은 진원형이었으나, 급유구로 공급된 오일의 윤활간극으로 유입을 원활하게 하기 위하여 급유구 쪽의 간극이 점진적으로 넓어지도록 설계되고 있다. 이에 따라 다양한 형상을 가진 베어링이 있으며 이를 Fig. 4.1에 나타내었다.

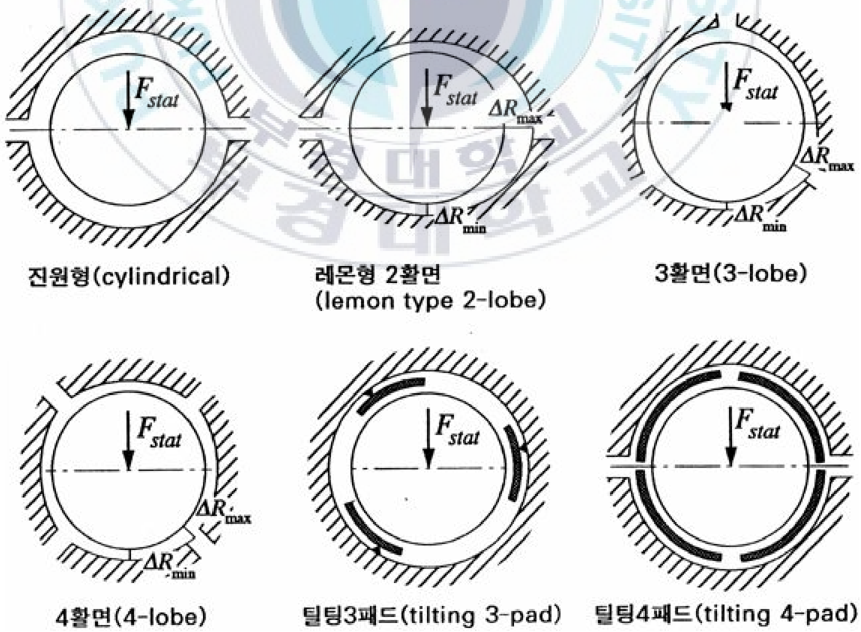


Fig. 4.1 Type of journal bearings

이러한 형상 변화는 틈새비에 영향을 미치며 이로 인해 베어링의 부하 용량, 마찰력 소요유량 등의 정특성 뿐만 아니라 강성 및 감쇠계수와 같은 동특성에도 많은 영향을 준다. 따라서 윤활면 형상에 대한 고려가 필요하다.

따라서 4장에서는 대상 전동기의 윤활면 형상을 고려한 저널 베어링 해석을 수행하고, 이를 3장의 결과와 비교하였다.

4.1.1 전동기 지지용 저널 베어링 해석 결과

Fig. 4.2는 해석 대상인 전동기 지지용 저널 베어링의 형상을 나타낸다. 오른쪽 그림은 상부 베어링을 왼쪽 그림은 하부 베어링의 형상이다.

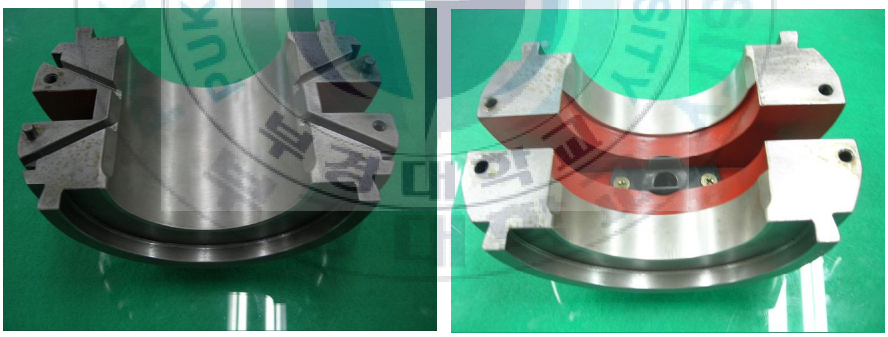


Fig. 4.2 Shape of journal bearing

그림에서 보는 것과 같이 축방향으로 2개의 그루브(groove)이 있으며 상부 베어링의 중앙부에 홈이 있는 형상이다. 이러한 형상에 대한 적용을 위해 베어링 윤활면을 축방향으로 40개, 회전방향으로 72개의 요소로 분할하였으며, 각 그루브 부분과 홈이 있는 부분의 압력을 0로 두었다.

Fig. 4.3은 각 노드에서의 형상에 대한 압력 조건을 나타내는 것으로 초록색은 베어링 양 끝단에서의 대기압 조건, 파란색은 두 개의 그루브 위치에서의 압력 조건, 분홍색은 중앙 홈에서의 압력조건을 나타낸다.

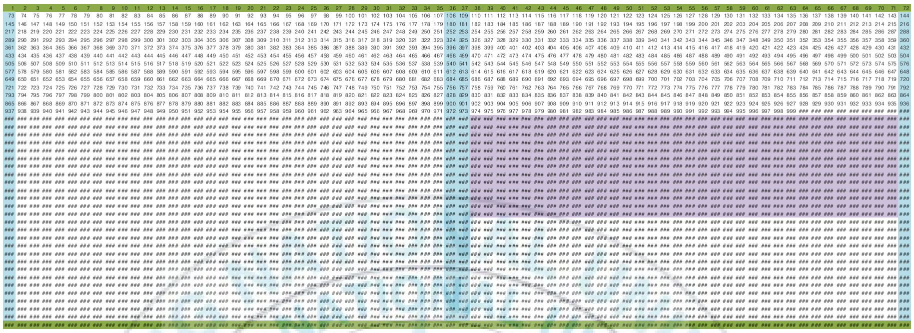


Fig. 4.3 Boundary condition at node

해석 시 사용된 베어링 사양은 3.1절과 동일하며 해석 범위는 500 ~ 5,000 rpm으로 해석결과는 다음과 같다.

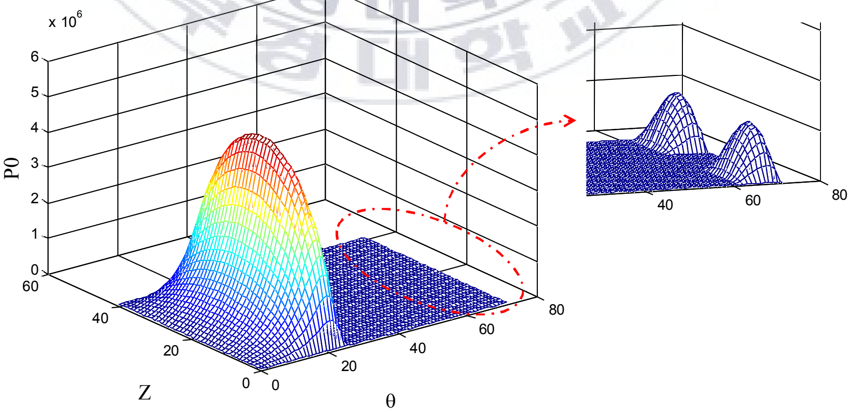
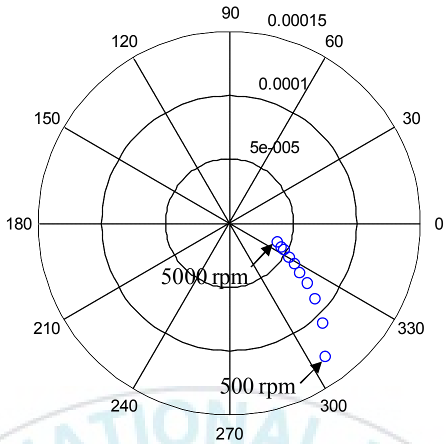


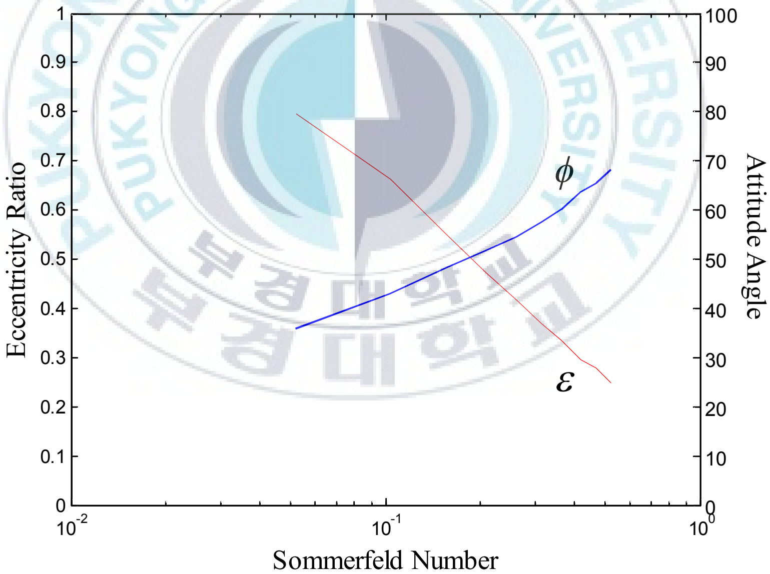
Fig. 4.4 Pressure at static equilibrium position

Fig. 4.4은 정적 평형 위치에서의 압력분포를 나타내는 것으로 사인파 형상의 압력 분포를 보인다. 오른쪽 끝 부분을 확대한 그림에서 보듯이 형상에 대한 경계조건에 의해 양 끝의 그루브 부분에서 압력이 급격이 감소하며 중앙 부분 또한 압력이 감소하는 것을 알 수 있다. 이러한 경계조건에 의해 형상을 고려하지 않은 해석 결과에 비해 압력 값이 작아지며 이에 따라 동특성 계수에도 영향을 미칠 것이다.

Fig. 4.5은 오른쪽 베어링의 정특성을 나타내며 3.1절의 해석 결과와 비교했을 때, 정적 평형점은 속도가 증가할수록 베어링 중심으로 향하는 경향은 비슷하지만 고속으로 갈수록 상부 베어링 면의 형상에 대한 영향을 적게 받게 되어 자세각의 변화가 작아진다. Fig. 4.6는 동특성 계수를 나타내며 3.1절의 계산결과를 실선으로 나타내어 비교하였다. *yx*방향의 강성은 비슷한 값을 갖지만, 그 외의 강성 값들은 차이를 보이며, 특히 축계 해석 결과에 큰 영향을 미치는 주 강성 값이 앞 장의 계산 결과에 비해 현저하게 작은 값을 갖는 것을 알 수 있다.

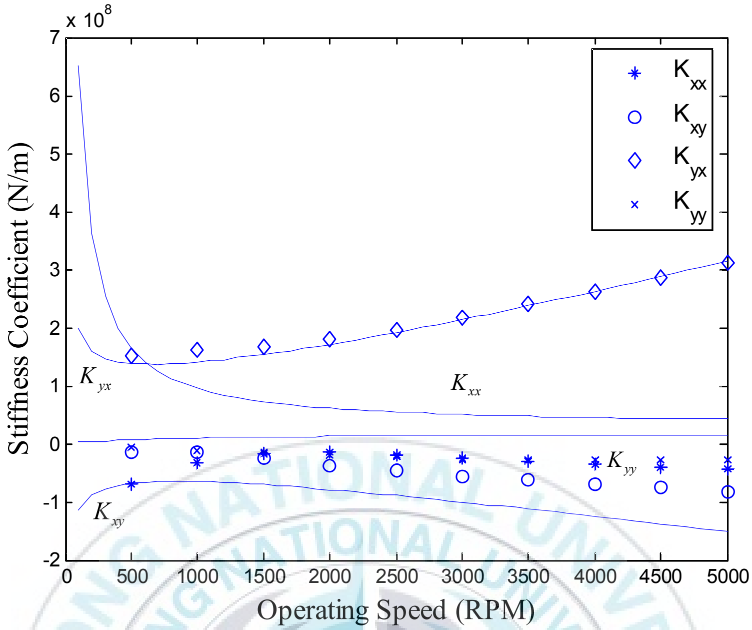


(a) Center of journal at static state

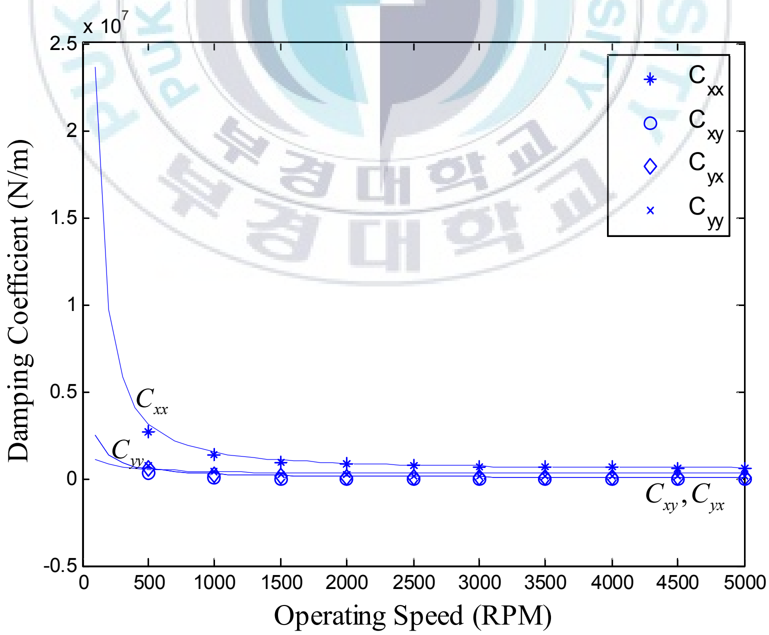


(b) Eccentricity and attitude angle

Fig. 4.5 Static characteristics of right bearing



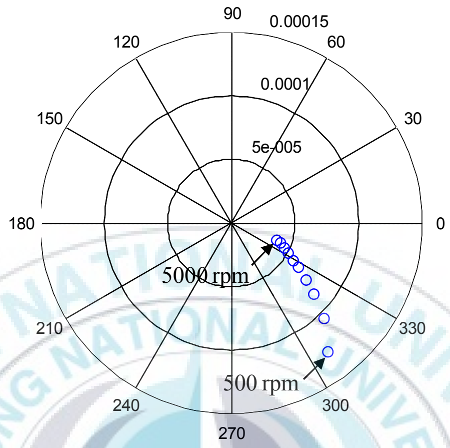
(a) Stiffness coefficient



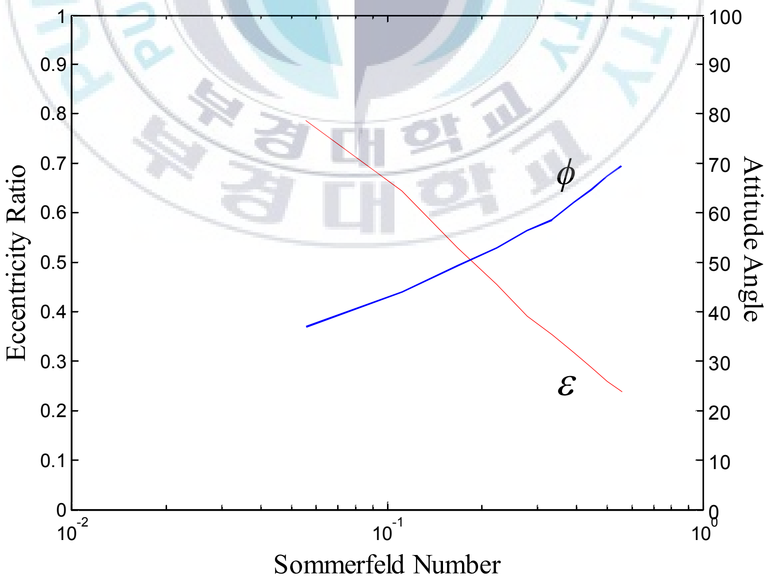
(b) Damping coefficient

Fig. 4.6 Dimensional dynamic coefficients of right bearing

Fig. 4.7은 왼쪽 베어링의 정적 특성을, Fig. 4.8 각각 강성 계수와 감쇠 계수를 나타낸다. 오른쪽 베어링과 같은 특징을 보이며 강성 계수는 오른쪽 베어링과 비슷한 반면 감쇠 계수는 오른쪽 베어링에 비해 약간 큰 값을 갖는다.

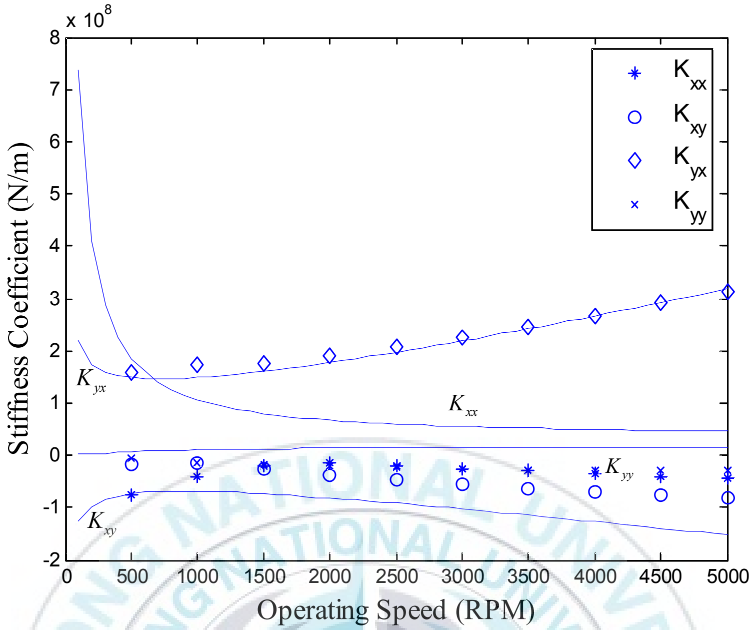


(a) Center of journal at static state

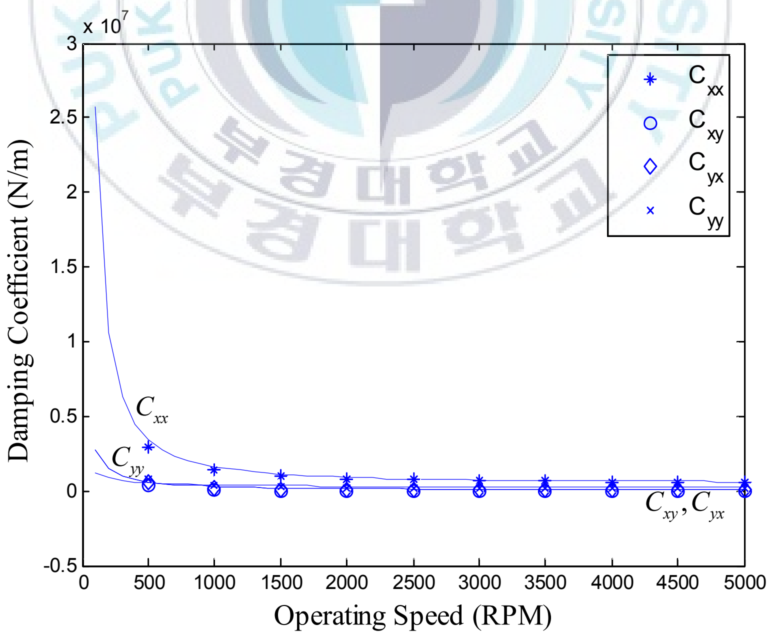


(b) Eccentricity and attitude angle

Fig. 4.7Static characteristics of left bearing



(a) Stiffness coefficient



(b) Damping coefficient

Fig. 4.8 Dimensional dynamic coefficients of left bearing

4.2 전동기 회전 축계의 진동 해석

4.1절의 계산 결과를 이용하여 축계 진동 해석을 수행하였으며, 모델링 방법 및 입력 파라미터들은 동일하다.

4.2.1 고유진동수 및 고유모드

Fig. 4.9는 운전 속도에 대한 고유 진동수를, 변화를 나타내는 Campbell 선도를나타내었다.

형상을 고려하지 않은 경우에 비해 4차 모드는 운전 속도 성분에서 더 멀어졌지만, 3차 모드는 전 영역에서 운전속도 성분과 매우 가까우며 3650 rpm에서 일치하고 있어 대상 시스템의 공진 발생 위험이 있음을 알 수 있다.

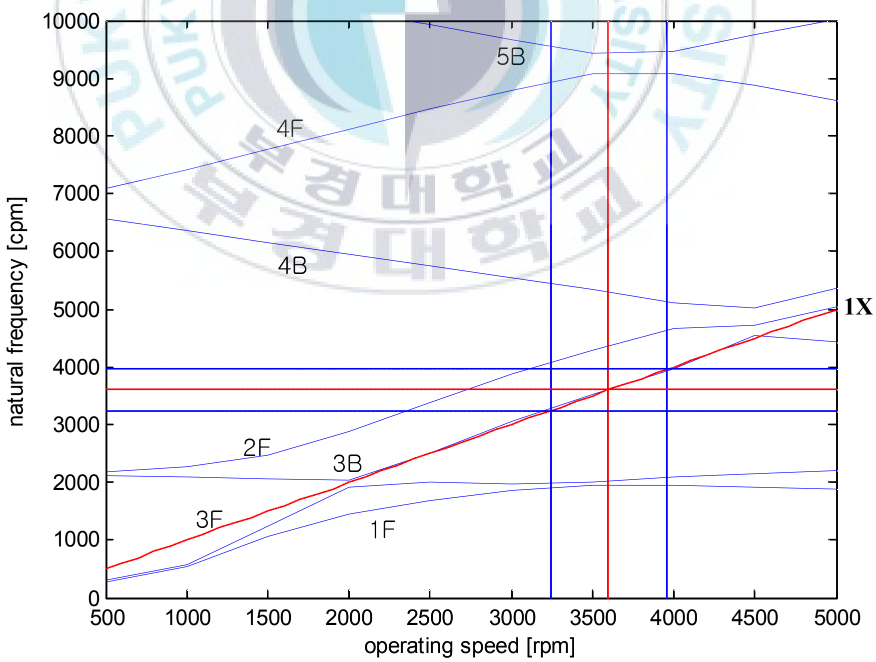


Fig. 4.9 Campbell diagram

Table 4.1 Natural frequency

모드	고유진동수		비고
	형상을 고려하지 않은 해석	형상을 고려한 해석	
1st	1952cpm	1965cpm	3B
2nd	2069cpm	1988cpm	3F
3rd	3670cpm	3512cpm	1F
4th	4168cpm	4279cpm	2F
5th	5200cpm	5336cpm	4B
6th	9085cpm	9077cpm	4F
7th	9289cpm	9426cpm	5B
8th	11371cpm	11652cpm	6B
9th	13763cpm	13823cpm	5F
10th	16536cpm	16771cpm	6F

운전 속도(3,600 rpm)에서 각 모드에 대한 고유진동수를 형상을 고려한 해석과 고려하지 않은 해석 결과를 비교하여 Table 4.1에 정리하였다. 2차, 3차 및 6 차 고유진동수는 형상을 고려한 해석의 고유진동수가 좀 더 낮게 나타났으며, 그 외 차수의 고유진동수를 높게 나타났다. 고유모드는 두 경우 같게 나타났다.

4.2.2 안정성 해석

Fig. 4.10은 복소 고유치 해석을 통해 안정성 판별을 위한 감쇠비 선도이다. 형상을 고려하지 않은 해석 결과는 일정 영역이상에서 3차 모드의 불안정성이 나타났으나, 형상을 고려한 해석

결과 3차 전·후향 모드의 감쇠비가 전 영역에서 음(-)을 값을 가지며 계를 불안정하게 하는 요인으로 작용하고 있다.

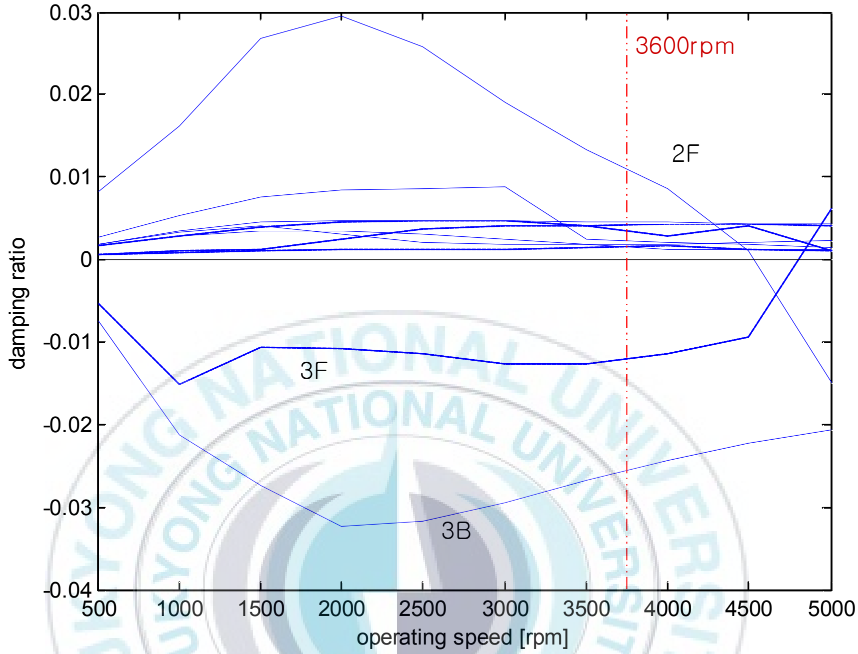
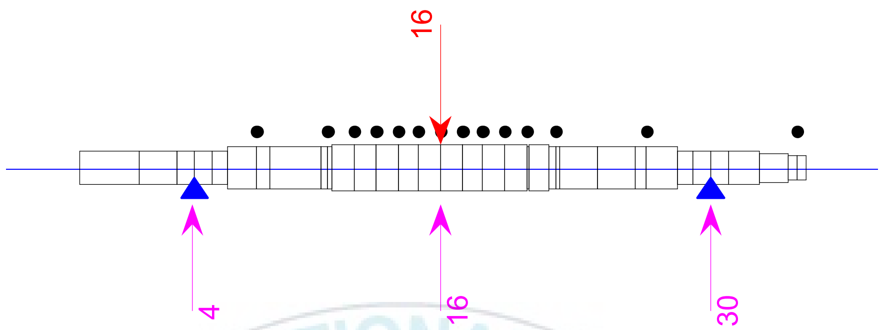


Fig. 4.10 Damping ratio plot

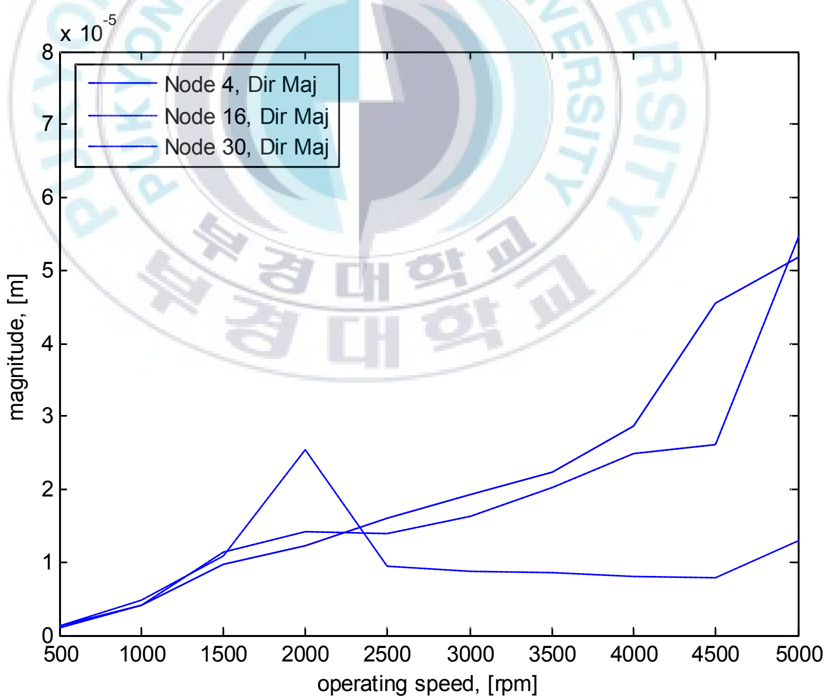
4.2.3 불평형 응답 해석

불평형 응답 해석을 위한 허용 잔류 불평형 및 불평형이 가해진 위치는 앞 절과 동일하며, Fig. 4.11에서 계산된 불평형을 회전자 중앙 즉, 16번 절점에 부가하여 해석을 수행한 결과로 양 쪽 베어링 부(Node 4, Node 30)와 불평형이 가해진 절점(Node 16)에서의 불평형 응답을 운전 속도에 따라 나타낸 보드(Bode) 선도이다. 앞 절의 결과에 비해 그 응답이 현저하게 낮게 나타나며, 이 값은 ISO 7919-3(산업용 기계)에 의한 새로 설비된 기계의 허용 변

위인 80 μm보다 매우 작은 값이므로 전 운전속도 영역에서 안정하다고 할 수 있다.



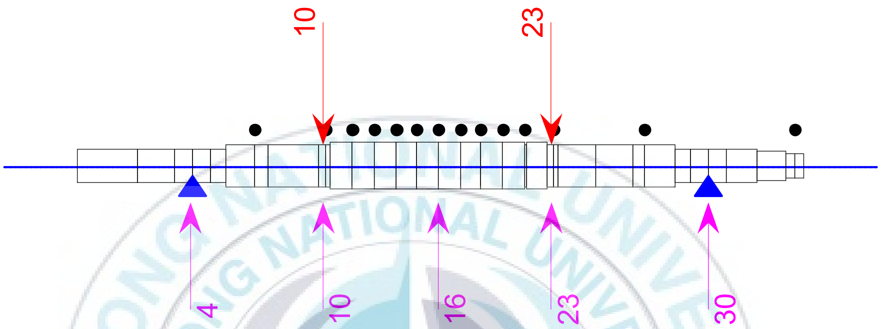
(a) Finite element model for unbalance analysis



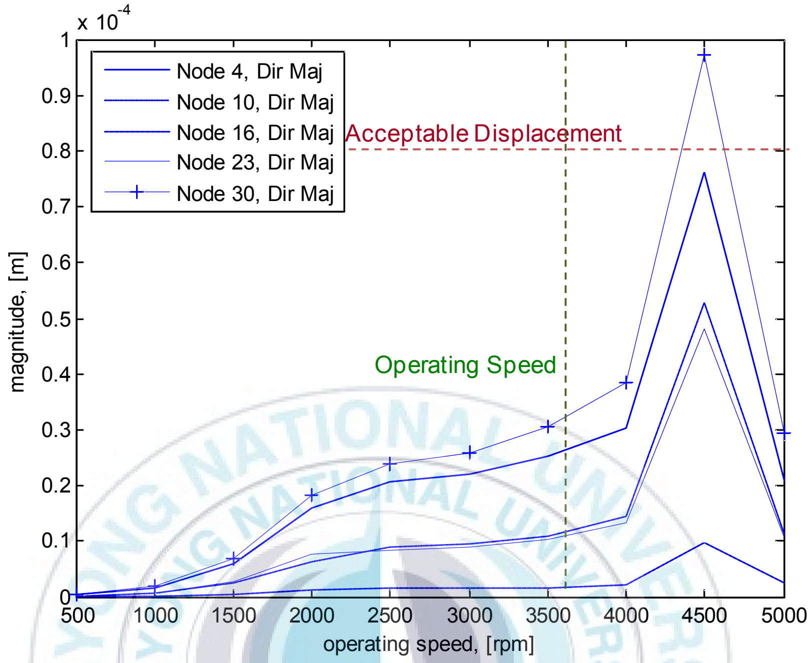
(b) Unbalance response

Fig. 4.11Unbalance response of one unbalance input

Fig. 4.12는 계산된 불평형의 1/2을 각각 양쪽 평형 디스크의 위치 즉, 10번과 23번 절점에 부가하여 해석을 수행한 결과이다. 양 쪽 베어링 부(Node 4, Node 30)와 불평형이 가해진 절점(Node 10, Node 23) 그리고 회전자의 중앙(Node 16)에서의 불평형 응답을 운전 속도에 따라 나타낸 보드(Bode) 선도이다.



(a) Finite element model for unbalance analysis



(b) Unbalance response

Fig. 4.12Unbalance response of two unbalances inputs

응답은 3.2절의 해석 결과와 동일하게 두 베어링에서의 값이 가장 크게 나타나며, 불평형이 가해진 두 평형 디스크에서 두 번째로 그 값이 크게 나타난다. 최대 피크는 4500 rpm에서 나타나고 있으며 두 번째 피크는 4,700 rpm에서 나타나고 있으며, 이는 운전 속도에 비해 고속 영역이며 4000 rpm 이하에서는 허용 변위인 80 μm보다 매우 작은 값이므로 대상 시스템은 안정하다고 할 수 있다.

제 5장 결론

본 논문에서는 유한요소법(FEM)을 이용하여 평면 저널 베어링의 정특성 및 동특성에 대한 해석을 수행하였다. 해석 결과를 참고 문헌과 비교하여 그 타당성을 확인하고 전동기 지지용 저널 베어링에 대한 동특성 해석을 수행하였다. 또한 틈새(clearance) 변화에 대한 동특성 변화 양상과 온도 변화에 대한 동특성 변화 양상을 확인하였다.

아울러 저널 베어링 동특성 해석 수행 결과를 이용하여 축계 해석을 수행하였다. 축계는 유한 요소로 모델링하고 복소 고유치 해석 및 불평형 응답 해석을 수행하여 전동기 회전 축계의 고유 진동수 및 고유 모드, 위험 속도 선도, 안정성 등을 검토하였다.

해석 결과, 전동기 축계 시스템에 1차 강체 모드의 공진 위험성과 1차 탄성모드와 1차 강체 모드의 불안정성이 존재함을 확인하였다. 이를 개선하기 위해 베어링의 윤활유, 틈새비 그리고 세장비 변화에 대한 베어링 동특성을 검토하고 축계 재해석을 수행하였다. 그 결과, 윤활유의 온도나 틈새비의 변화는 안정성 향상에 큰 영향을 미치지 못하였으며, 세장비를 변화 시킨 경우 그 비가 1이하에서 축계의 문제를 해결할 수 있는 방안을 찾을 수 있었다.

좀더 현실적인 결과를 도출하기 위해 베어링 윤활면 형상을 고려한 해석을 수행하고 이를 형상을 고려하지 않은 해석 결과와 비교하였다. 베어링 형상을 고려한 해석을 수행하기 위해서는 요소 개수를 늘릴 필요가 있으나, 한계가 있으므로 최대 계산 가능한 개수를 고려하여 해석을 수행하였다. 요소 개수가 증가함에 따라 많은 계산 시간이 소요되어 다양한 경우에 대한 해석을 수

행하지 못하였으나, 형상을 고려한 경우가 실제 베어링의 특성을 더 정확하게 계산할 수 있었다.

본 연구 결과는 다양한 베어링에 대해 적용 가능할 것으로 기대되며, 이를 위해 요소 개수를 증가시킬 수 있는 방안과 계산 시간을 단축시킬 수 있는 방안의 모색이 요구된다.

참고 문헌

(1) Y.H. Kim, K.T. Yoo, J.D. Song and B.S. Yang (2003) Vibration Analysis of Turbocharger Shaft System: International Symposium on Combustion Engine and Marine Engineering

(2) C. Sternlicht (1968) Vibration Problems with High-speed Turbomachinery: Trans.ASME, 174-186

(3) A. Muszynsk (1986) Whirl and Whip Rotor-Bearing Stability Problems : Journal of Sound and Vibration, 110(3), 443-462

(4) E.R. Booser, A. Missana and F.D. Ryan (1970) Performance of Large Steam Turbine Journal Bearing : Trans. ASME, 13, 262-268

(5) A.C. Stafford, R.D. Henshell and B.R. Dudley (1978) Finite Element Analysis of Problems in Elastohydrodynamic Lubrication: Proceedings of the Fifth Leeds–Lyon Symposium on Tribology, Leeds, Paper ix(iii), 329

(6) V.P.S. Naira and K.P. Nairb (2004) Finite Element Analysis of Elastohydrodynamic Circular Journal Bearing with Micropolar Lubricants: Finite Element in Analysis and Design, 41, 75-89

(7) R.K.Awasthia, S.C. Jain and Satish C. Sharma (2006) Finite Element Analysis of Orifice-Compensated Multiple Hole-entry Worn Hybrid Journal Bearing: Finite Element in Analysis and Design, 42, 1291-1303

(8) J.W. Lund, and K.K. Thomsen (1978) A Calculation Method and Data for the Dynamic Coefficients of Oil-Lubricated Journal Bearing: Topics in Fluid Film Bearing and Rotor Bearing System Design and Optimization, ASME, New York, 1-28

(9) T.J. Chung (2002) Computational Fluid Dynamics: Cambridge University Press

(10) O. Kolditz (2001) Computational Methods in Environmental Fluid Mechanics: Springer

(11) J. Bootsma (1975) Liquid-Lubricated Spiral-Groove Bearings: Phillips Research Reports-Supplements, The Netherlands, 7

(12) B.J. Hamrock (1994) Fundamentals of Fluid Film Lubrication: McGrow-Hill, New York

(13) T. Someya (1988) Journal-Bearing Databook: Springer-Verlag.

(14) J.W. Lund and K.K. Thomsen (1978) A Calculation Method and Data for the dynamic Coefficients of Oil-Lubricated Journal Bearing: Topics in Fluid Film Bearing and Rotor Bearing System Design and Optimization, ASME, New York

(15) W.K. Liu, S. Xiong, Y. Guo, Q.J. Wang, Y. Wang, Q. Yang and K. Vaidyanathan (2004) Finite Element Method for Mixed Elastohydrodynamic Lubrication: International Journal for Numerical Method in Engineering, 60, 1759-1790

(16) C. Satish, V. Kumar, S.C. Jain, R. Sinhasan and M. Subramanian (1999) A Study of Slot-Entry Hydrostatic/Hybrid Journal Bearing using the Finite Element Method: Tribology International, 32, 185-196

(17) Y. Tian and M. Bonis (1995) Analytical Approach for the Determination of the Dynamic Coefficients Hybrid Bearings: Wear, 188, 66-76

(18) S. Wada and H. Hayashi (1971) Application of Finite Element Method to Hydrodynamic Lubrication Problems: Bulletin of JSME, 14(77), 1231-1244

(19) 양보석 (2002) 회전기계의 진동: 인터비젼

(20) Y.H. Kim, K.T. Yoo, J.D. Song and B.S. Yang (2003) Vibration Analysis of Turbocharger Shaft System: International Symposium on Combustion Engine and Marine Engineering

(21) C. Sternlicht (1968) Vibration Problems with High-speed Turbomachinery: Trans.ASME, 174-186