



저작자표시 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.
- 이차적 저작물을 작성할 수 있습니다.
- 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#) 

工學碩士 學位論文

Flux Switching 전동기의 토크 특성 해석



2015年 2月

釜慶大學校 大學院

電氣工學科

張 龍 海

工學碩士 學位論文

Flux Switching 전동기의 토크 특성 해석

指導教授 禹 炅 一

이 論文을 工學碩士 學位論文으로 提出함.

2015年 2月

釜慶大學校 大學院

電氣工學科

張 龍 海

張龍海의 工學碩士 學位論文을 認准함.

2015年 2月



主 審 工學博士 朴 瀚 錫 印

委 員 工學博士 裴 鍾 一 印

委 員 工學博士 禹 炅 一 印

목 차

1. 서론	
1.1 연구배경	1
1.2 연구내용	2
2. 플렉스 스위칭 전동기	
2.1 구동 원리	3
2.2 토크 수식	6
3. 유한요소법	
3.1 유한요소법 개요	8
3.2 유한요소 모델링	10
4. Winding Function 이론	
4.1 Winding Function	21
4.2 돌극형 회전기에서의 WFT	26
4.3 WFT을 이용한 인덕턴스 계산	29
5. 토크 특성 해석 및 결과 고찰	
5.1 Winding Function 결과	32
5.2 토크 특성 해석 결과	34
참고문헌	42

Torque Characteristics Analysis of Flux Switching Motor

Yong-Hae Jang

Department of Electrical Engineering Graduate School
Pukyong National University

Abstract

Flux Switching Motor(FSM) has advantages: it consists of simple control circuits; it has simple structure; its efficiency is high; it costs less to produce due to mass production. But it also has disadvantage such as noise. With the development of power electronics technology, Flux Switching Motor draws researchers' attention.

Although the Finite Element Analysis has been used for a long time in the field of motor analysis and design, it takes longer to analyze than other methods. On the other hand, Magnetic Equivalent Circuit Method, one of the other motor analysis methods, is not capable of considering a torque harmonic in the air gap.

But Winding Function Theory considers a torque harmonic in the air gap and can be analyzed in a very short time.

The torque characteristics of Flux Switching Motor with salient rotor by using Winding Function Theory have been recently researched.

In this paper, torque characteristic analysis of Flux Switching Motor based on Winding Function Theory is described. Two method analyzing torque characteristic of Flux Switching Motor was used to compare Finite Element Analysis with Winding Function Theory. As a first method, Maxwell program was used to analyze Flux Switching Motor based on Finite Element Analysis. As a second method, Matlab program was used to analyze torque characteristic of Flux Switching Motor Flux Switching Motor based on Winding Function Theory.

1. 서론

1.1 연구배경

현재 산업현장에서는 유도전동기나 BLDC 전동기가 가장 많이 사용되고 있다. 유도전동기는 가격은 저렴하나 운전 효율 면에서 불리하고, BLDC 전동기는 운전 효율면에서는 유리하나 영구자석 및 구동회로의 복잡성으로 인해 가격이 고가이므로 제품선정에서부터 불리한 점이 작용하고 있다[1-2].

플럭스 스위칭 전동기(Flux Switching Motor: FSM)는 최근에 등장하고 개발된 전동기로서 스위치드 릴럭턴스 전동기(Switched Reluctance Motor)나 동기형 릴럭턴스 전동기(Synchronous Reluctance Motor)와 같이 릴럭턴스 토크를 이용하고, 고정자 및 회전자의 구조면에서는 유사하나 제어회로 및 운전 알고리즘이 다른 특징을 가지고 있다. 그리고 저속에서 BLDC 전동기 이상의 고효율 특성을 가지면서도 견고하고 간단한 구조, 저가격의 제조원가, 간단한 제어회로로 구성되는 장점을 가지고 있다. 또한 기기제작의 용이성으로 인해 대량생산이 가능하여 제조원가를 낮출 수 있다. 특히 적은 숫자의 전력변환소자라도 기기의 알고리즘을 구성할 수 있으며 공기청정기 등의 송풍기 구동에 적합하도록 저속에서 고효율의 특성을 가지는 장점으로 인해 미국을 비롯한 선진국에서 활발히 연구개발이 진행되고 있다.

FSM의 설계 및 해석기법으로는 등가 자기회로법, 유한요소해석(Finite Element Analysis: FEA) 등이 있는데, 등가 자기회로법은 공극에서의 고조파를 고려하지 못하고 FEA는 해석시간이 오래 걸린다는 단점이 있다[3-10]. 그러므로 공극에서의 고조파를 고려할 수 있고 해석 시간의 소요가 적은 Winding Function Theory(WFT)을 이용한 해석이 각광을 받고 있는 추세이다[11].

1.2 연구내용

본 논문에서는 FSM의 토크 특성 해석에 대하여 설명한다. 기존의 FSM 모델을 FEA를 통하여 특성을 해석하고 WFT를 이용하여 FSM의 특성을 해석할 수 있는 Matlab 프로그램을 완성한다. WFT를 통한 FSM의 토크 특성 해석 결과와 FEA를 통한 토크 특성 해석 결과를 비교 검토하여 해석기법의 정확성을 분석한다.

논문의 연구내용을 정리하면 다음과 같다.

1장에서는 연구배경과 연구내용을 정리하였다.

2장에서는 플럭스 스위칭 전동기의 특성에 대해 설명하였다.

3장에서는 전동기의 해석기법인 유한요소법에 대해 소개하였다.

4장에서는 WFT와 특성 해석에 적용하기 위한 조건사항들을 소개하였다.

5장에서는 FSM의 FEA와 WFT에 의한 토크특성 해석 결과를 비교, 검토하였다.

6장에서는 본 논문에서 얻어진 결과를 요약하였다.

2. 플럭스 스위칭 전동기

2.1 구동 원리

FSM은 필드 권선(F)과 아마추어 권선(A)에 흐르는 전류에 의해서 발생하는 자속의 상호 작용에 의해서 만들어진 릴럭턴스 토크에 의해서 구동되고, 필드와 아마추어 권선의 전류에 의해서 발생된 자속은 고정자와 회전자를 통하여 흐르게 된다.



그림 2.1 FSM의 필드(F)와 아마추어(A) 권선

필드 권선(F)과 아마추어 권선(A1)에 전류를 흘리게 되면 자속이 발생하게 되고, 릴럭턴스가 적은 쪽으로 정렬시키려고 하는 릴럭턴스 토크에 의해서 회전자가 정렬된다.

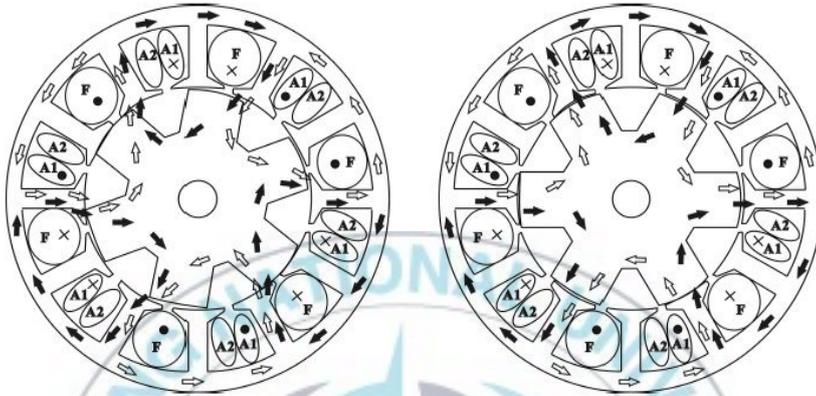


그림 2.2 필드와 아마추어 권선(A1) + 여자시의 자속패턴

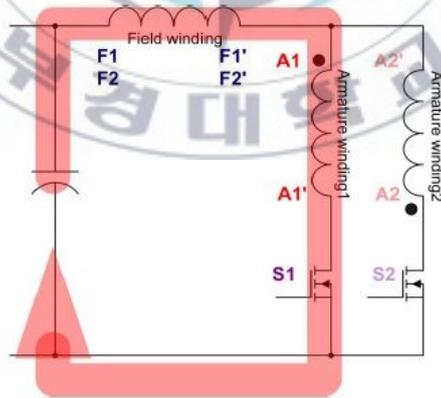


그림 2.3 필드와 아마추어 권선(A1) + 여자시 드라이브 구성

회전자가 고정자와 정렬하게 되면 필드 권선(F)과 아마추어 권선(A2)에 전류를 흘리게 되며 톨러턴스 토크가 다시 발생하고 회전자를 정렬시키게 된다. 필드 권선에 의해 발생하는 자속벡터의 방향은 항상 일정한 방향이고 아마추어 권선에 의해 발생하는 자속벡터는 90[deg]의 전기각을 가지면서 이동된다.

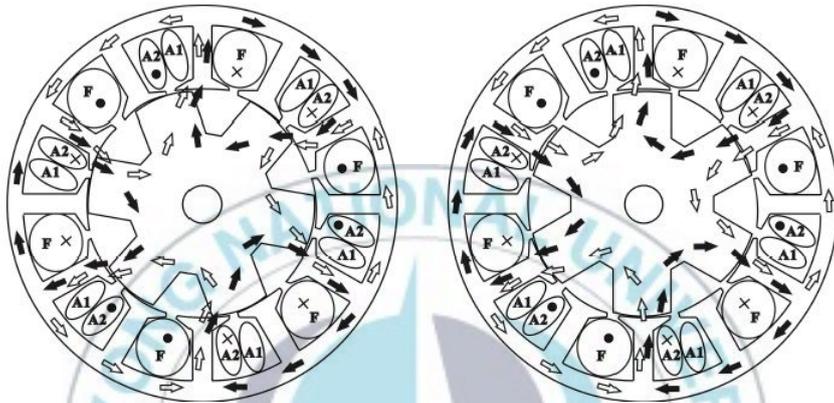


그림 2.4 필드와 아마추어 권선(A1) -여자시의 자속패턴

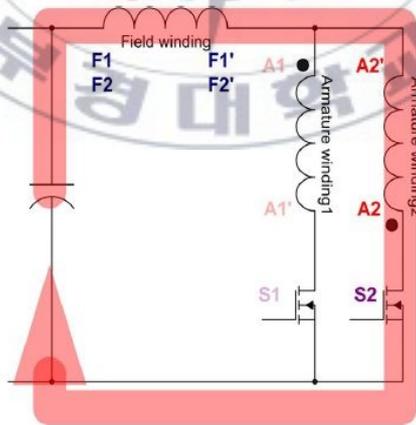


그림 2.5 필드와 아마추어 권선(A1) -여자시 드라이브 구성

회전자와 고정자의 형상에 따라 자기 인덕턴스가 미세하게 변할 수 있으나, 필드 권선과 아마츄어 권선의 자기 인덕턴스는 일정하다고 가정하고 두 권선의 상호 인덕턴스에 의해서 릴럭턴스 토크가 발생하는 것으로 가정한다. 필드 권선과 아마츄어 권선의 자속은 회전자 폴과 고정자 폴 사이의 자기 저항을 최소화하기 위해 회전자와 고정자를 정렬시키고 각각의 위치에서 전류를 적절히 인가하여 릴럭턴스 토크를 발생시켜 회전자를 회전시킨다.

2.2 토크 수식

FSM은 필드 권선(F)과 아마츄어 권선(A)에 흐르는 전류에 의해서 발생하는 자속의 상호 작용에 의해서 만들어진 릴럭턴스 토크에 의해서 구동된다. FSM의 쇄교 자속은 자기 회로의 포화를 무시하면 인덕턴스(L)는 전류(i)에 독립적이고, 회전자의 위치(θ)에 대한 함수가 되므로 다음의 식 (2.1)과 같이 표현이 가능하다.

$$\lambda(\theta) = L(\theta)i \quad (2.1)$$

$$L(\theta) = L_1 - L_2 \cos(\theta) \quad (2.2)$$

각 상의 에너지는

$$\begin{aligned} W &= \int \lambda \cdot di \quad (2.3) \\ &= \int Li \cdot di \\ &= \frac{1}{2} Li^2 \end{aligned}$$

따라서 코에너지(coenergy)에 의해 토크 식 (2.4)을 얻을 수 있다.

$$T = \frac{d}{d\theta} W(i, \theta) = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\theta} \quad (2.4)$$

식 (2.2)와 (2.4)에 의해 토크는 다음과 같이 표현이 된다.

$$T = \frac{1}{2} i^2 L_2 \sin\theta \quad (2.5)$$

위의 토크는 한 상에 대한 토크이다.



3. 유한요소법

전동기의 정특성 및 동특성을 지배하는 방정식은 편미분 방정식으로 표현되므로 이를 정밀, 신속하게 해를 구해야만 한다. 수치 해석법의 경우 물리적으로 연속적인 형상을 갖는 제반의 형상들을 편미분 방정식으로 표현하여 유한개의 이산치 값을 구하는 방법으로 치환하여 푸는 방법이다.

3.1 유한요소법 개요

자연현상에 대한 수식적 표현은 계변수에 의해 특성화되는 경계치를 가지는 연속치 문제로서 볼 수 있으며 이는 계 전체를 지배하는 편미분 방정식으로 표현된다. 따라서 이와 같은 편미분 방정식을 만족하는 해를 구하면 그 해의 분포함수를 알 수 있다.

편미분 방정식의 해를 구하는 방법으로 계를 집중적인 정수로 보는 해석적인 방법과 분포계로 보는 수치해석적인 방법으로 나눌 수 있다. 해석적인 방법으로는 변수분리법이나 푸리에 급수에 기반을 둔 공간고조파법 등이 있으며 이를 이용하여 계의 지배방정식을 풀기 위해서는 많은 가정을 수반하여야 해석이 가능하므로 해의 정밀도가 낮고 모델에 따라서 해석식이 달라지므로 범용성에 제약을 가지고 있다.

반면에 수치해석적인 방법은 이러한 연속치 문제를 유한개의 이산 값을 가지는 대수방정식 문제로 치환하여 푸는 방법으로써 해석적 방법에 의해 해의 정밀도와 범용성 면에서 우수한 장점을 가지고 있으며 최근 컴퓨터의 급속한 발달로 고속화, 대용량화, 저가격화가 실현되어 점차 관심이 증대되고 있다.

수치해석적인 방법으로는 여러가지가 있으나 해석모델의 복잡한 형상 및

재질의 비선형성 등을 처리하기가 비교적 용이한 유한요소법(FEM)이 많이 사용되고 있다. 유한요소법은 1950대 항공기의 기체강도를 계산하기 위한 구조역학 분야에 처음 도입되어 그 후 토목, 조선공학 등의 분야로 널리 확산되어 이용되었으며 특히 전기공학 관련 분야에서는 1960년대 후반부터 1970년대를 거쳐 지금까지 가장 널리 사용되고 있다.

유한요소법은 그 명칭에서 알 수 있듯이 대상물체 또는 영역을 유한한 크기를 갖는 부분영역(요소)으로 나누고, 각 영역에 대해 원래의 미분방정식으로부터 변분원리 또는 가중잔차법 등과 같은 방법을 이용하여 근사화시켜 얻어진 관계식을 개개의 요소에 적용하여 전 영역에 대한 유한개의 방정식을 구하고 이것의 미지수를 구하는 방법이다.

유한요소법을 이용하여 편미분방정식을 정식화하는 방법은 크게 두가지로 나눌 수 있는데 그 하나는 변분법으로서 임의의 포텐셜분포를 가정할 때 실제의 자연현상으로 존재하는 분포는 포텐셜 에너지가 최소로 되도록 한다는 자연법칙을 이용하는 방법이고, 또 하나는 Galerkin법으로서 계에서 에너지 범함수의 구성이 불가능한 경우에 그 계의 지배방정식을 구하면 가중잔차법의 원리에 의해 형상함수를 가중함수로 하여 근사해를 구할 수 있다.

유한요소법을 전기기기의 해석에 적용할 경우 전처리, 유한요소정식화, 풀이, 후처리의 순서로 이루어지며 각 단계를 설명하면 아래와 같다.

1. 해석문제의 정의 : 해석하고자 하는 현상에 대해 정의를 하고 그 계의 지배방정식을 유도한다. 이때에 해석방법(차원, 재료의 취급 및 구동함수 등)을 결정한다.

2. 전처리 : 해석문제가 정의되고 해석대상을 유한개의 영역으로 분할(요소분할 : Preprocess)한다. 이때 분할하는 요소의 종류는 시험함수와 각 절

점의 자유도에 의해 결정된다. 일반적으로 2차원의 경우 3절점의 3각형 요소가 이용되고 3차원의 경우 8절점 6면체 요소가 많이 사용되고 있다. 요소의 절점이나 자유도에는 여러가지 조합이 있을 수 있으나 일반적으로는 1차원 요소를 사용하고 요소수를 늘리는 것이 해의 정확도면에서 유리한 것으로 알려져 있다.

3. 유한요소 정식화 : 요소의 형태를 정의하고 요소분할을 한 다음 각 요소에 대하여 요소방정식을 유도하여야 한다. 이때에 요소방정식은 변분원리 또는 가중잔차법을 사용하여 각 절점에 대한 선형 대수방정식을 유도하게 되는데 이것을 유한요소 정식화라고 한다. 각 요소방정식이 얻어진 후 각 요소방정식을 합하여 계전체에 대한 계 방정식을 유도한게 된다. 이때 얻어진 방정식은 미분방정식에서 선형대수 방정식으로 변환되기 때문에 컴퓨터를 사용하여 쉽게 해를 구할 수 있게 된다.

4. 후처리 : 유한요소 해석결과 얻어진 결과는 보통 미지수가 포텐셜이므로 여기서 바로 물리적인 의미를 도출해 내는 것은 어렵다. 따라서 구해진 포텐셜을 이용하여 물리적인 의미가 있는 다른 양을 계산하거나 또는 물리적인 의미가 있는 양들을 시각적으로 그래프 처리를 하는 과정을 후처리 과정이라고 한다. 자계해석에서 주로 얻고자 하는 물리적인 양은 자속밀도, 인덕턴스, 전자력이고 그래픽적으로 유용한 정보는 자속분포, 자속밀도 분포 및 힘 밀도 등이다.

3.2 유한요소 모델링

변위 전류를 무시할 수 있는 준 정상상태에서, 임의의 해석 영역에 대한

Maxwell 방정식 및 보조방정식은 다음과 같다.

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_o + \vec{J}_e \quad (3.1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B}), \quad (3.2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (3.3)$$

$$\vec{J}_e = \sigma \vec{E}, \quad (3.4)$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H}), \quad (3.5)$$

여기서, \vec{H} : 자계의 세기 [A/m],

\vec{E} : 전기계의 세기 [V/m],

\vec{B} : 자속 밀도 [Wb/m²],

\vec{J}_o : 권선 전류 밀도 [A/m²],

\vec{J}_e : 유도전류 밀도 [A/m²],

\vec{v} : 도체의 이동속도 [m/sec],

μ : 재료의 투자율 [H/m],

σ : 2차측 도체의 등가 도전률 [1/Ωm].

한편, 식 (3.3)으로부터 자기 벡터 포텐셜 \vec{A} 는 자속밀도 \vec{B} 와 다음과 같은 관계식으로 정의된다.

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}. \quad (3.6)$$

따라서 식(3.2)와 식(3.6)으로부터 이차 도체판에 유기되는 기전력 \vec{E} 는 식(3.7)과 같이 구하여 진다.

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{v} \times \vec{B}. \quad (3.7)$$

식(3.1), (3.4)로부터

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{A} \right) = \vec{J}_o + \vec{J}_e. \quad (3.8)$$

가 되며, 벡터공식을 쓰면 식(3.8)으로부터 다음 식 (3.9)를 얻는다.

$$\vec{\nabla} \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \cdot \vec{A} \right) - \left(\vec{\nabla} \cdot \frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \right) \vec{A} = \vec{J}_o + \vec{J}_e. \quad (3.9)$$

여기에 $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$ 인 Coulomb gauge 조건을 적용하면 자기벡터 포텐셜 \vec{A} 에 관한 Poisson 방정식을 얻는다.

$$\left(\vec{\nabla} \cdot \frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \right) \vec{A} = -\vec{J}_o - \sigma \left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{v} \times \vec{B} \right). \quad (3.10)$$

식 (3.10)을 유한요소법을 사용하여 x-y평면에 대해 이차원적으로 해석하기 위하여 다음과 같은 가정을 한다.

- (1) z축 방향으로의 모든 물리적 현상은 동일하다.
- (2) 해석영역에서 모든 전류와 자기벡터 포텐셜은 z축 성분만 갖는다.
- (3) 재질의 도전율은 등방성이며, 일정한 상수 값이다.
- (4) 재질의 투자율은 등방성이다.

가정으로부터 \vec{J}_o 와 자기 벡터 포텐셜 \vec{A} 는 z 축 성분만 존재하며 도체는 x 축 방향으로만 움직이므로 식(3.10)을 (x,y)에 대한 이차원 직각 좌표계로 전개하면 다음과 같이 LIM의 특성해석을 위한 지배방정식이 구해진다.

$$\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) = -J_o + \sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + v_x \frac{\partial A}{\partial x} \right), \quad (3.11)$$

여기서, A 는 가정 (2)에 의하여 자기 벡터 포텐셜 \vec{A} 의 z 축 방향 성분만을 나타내며, v_x 는 x 방향의 이동 속도를 나타낸다.

해석 영역을 l 개의 삼각형 요소로 분할한 후, 각각의 삼각 요소 내에서 자기 벡터 포텐셜은 선형적으로 변한다고 가정하면 식 (3.12)와 같이 근사화 된다.

$$A^e(x, y, t) = \sum_{i=1}^3 N_{ie}(x, y) A_{ie}(t), \quad (3.12)$$

여기서 $N_{ie}(x, y)$ 는 형상함수로서 다음과 같은 좌표함수로 정의된다.

$$N_{ie}(x, y) = \frac{1}{2\Delta^{(e)}} (b_{ie} + c_{ie}x + d_{ie}y). \quad (3.13)$$

단, $\Delta^{(e)}$ 는 각 삼각형 요소의 면적이며, b_{ie} , c_{ie} , d_{ie} 는 각각

$$\begin{aligned} b_{ie} &= x_{je}y_{ke} - x_{ke}y_{je}, \\ c_{ie} &= y_{je} - y_{ke}, \\ d_{ie} &= x_{ke} - x_{je}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

로 표현되고, 여기서 ie , je , ke 는 순환수를 나타내는 첨자이다. 또한, 형상함수 N_i 는 선형 독립이므로 전 영역에서의 자기 벡터 포텐셜 A 는 다음 식으로 근사화 시킬 수 있다.

$$A^* = \sum_{i=1}^n N_i(x, y) A_i. \quad (3.15)$$

따라서, 유한요소법의 정식화를 위하여 Galerkin법을 적용하면, 식(3.16)에서

나타낸 LIM의 지배방정식에 대한 잔차 R 은 다음과 같이 된다.

$$R = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial^2 A^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A^*}{\partial y^2} \right) + J_o - \sigma \left(\frac{\partial A^*}{\partial t} + v_x \frac{\partial A^*}{\partial x} \right). \quad (3.16)$$

식 (3.16)에서 구한 잔차 R 에 가중함수를 곱해서 해석영역에 대해 적분하고, 이 값을 가중잔차 G_j 로 놓아 G_j 를 영으로 하는 해를 구하면, 곧 LIM의 지배방정식에 대한 근사해를 구하는 것이므로 가중함수를 형상함수 N_j 로 대체시키면 가중 잔차 G_j 는 식 (3.17)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} G_j &= \int_s RN_j \, dx dy \\ &= \int_s \left[\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \sum_{i=1}^n N_i A_i + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \sum_{i=1}^n N_i A_i \right) \right. \\ &\quad \left. + J_o - \sigma \left(\frac{\partial}{\partial t} \sum_{i=1}^n N_i A_i + v_x \frac{\partial}{\partial x} \sum_{i=1}^n N_i A_i \right) \right] N_j dx dy = 0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

($j=1, 2, \dots, n$)

또한, 요소 (e)의 절점 들에 대하여 식(3.12) 및 식(3.17)을 적용하면, 다음 식이 성립한다.

$$\begin{aligned}
G_{je} = & \int_{s^e} \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \sum_{i=1}^3 N_{ie} A_{ie} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \sum_{i=1}^3 N_{ie} A_{ie} \right) N_{je} dx dy + \int_{s^e} J_{\sigma} N_{je} dx dy \\
& - \int_{s^e} \sigma \left(\frac{\partial}{\partial t} \sum_{i=1}^3 N_{ie} A_{ie} + v_x \frac{\partial}{\partial x} \sum_{i=1}^3 N_{ie} A_{ie} \right) N_{je} dx dy \\
& (j=1, 2, 3)
\end{aligned} \tag{3.18}$$

여기서 s^e 는 요소 (e)의 면적이다.

식(3.18)을 Green의 공식에 의하여 전개하고, Neumann의 경계조건을 고려하여 정리하면 다음 식으로 된다.

$$\begin{aligned}
G_{je} = & \int_{s^e} \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial N_{ie}}{\partial x} \frac{\partial N_{je}}{\partial x} + \frac{\partial N_{ie}}{\partial y} \frac{\partial N_{je}}{\partial y} \right) A_{ie} dx dy \\
& - \int_{s^e} J_{\sigma} N_{je} dx dy + \int_{s^e} \sum_{i=1}^3 \sigma \left(N_{ie} N_{je} \frac{\partial A_{ie}}{\partial t} \right) dx dy \\
& + \int_{s^e} \sum_{i=1}^3 \sigma v_x N_{ie} \frac{\partial N_{je}}{\partial x} A_{ie} dx dy \\
= & \int_{s^e} \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\mu} \left(\frac{c_{ie}}{2\Delta^{(e)}} \frac{c_{je}}{2\Delta^{(e)}} + \frac{d_{ie}}{2\Delta^{(e)}} \frac{d_{je}}{2\Delta^{(e)}} \right) A_{ie} dx dy \\
& - \int_{s^e} J_{\sigma} N_{je} dx dy + \int_{s^e} \sum_{i=1}^3 \sigma \left(N_{ie} N_{je} \frac{\partial A_{ie}}{\partial t} \right) dx dy \quad . \tag{3.19} \\
& + \int_{s^e} \sum_{i=1}^3 \sigma v_x N_{ie} \frac{\partial N_{je}}{\partial x} A_{ie} dx dy
\end{aligned}$$

한편, 식(3.19)에서 전류밀도 J_o 는 미지 값으로서 식(3.20)과 같이 쓸 수 있다.

$$J_o = \frac{N}{S} i , \quad (3.20)$$

여기서, N 은 슬롯 내에 전류 i 가 흐르는 코일의 턴수이며, S 는 슬롯의 단면적이다. 따라서, 식(3.20)을 식(3.19)에 대입하고 면적좌표를 이용하여 형상함수를 적분하여 정리하면 다음과 같은 요소 행렬을 얻을 수 있다.

$$G_{je} = \frac{1}{4\Delta^{(e)}\mu} \begin{bmatrix} c_{1e}c_{1e} + d_{1e}d_{1e} & c_{1e}c_{2e} + d_{1e}d_{2e} & c_{1e}c_{3e} + d_{1e}d_{3e} \\ c_{2e}c_{1e} + d_{2e}d_{1e} & c_{2e}c_{2e} + d_{2e}d_{2e} & c_{2e}c_{3e} + d_{2e}d_{3e} \\ c_{3e}c_{1e} + d_{3e}d_{1e} & c_{3e}c_{2e} + d_{3e}d_{2e} & c_{3e}c_{3e} + d_{3e}d_{3e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{1e} \\ A_{2e} \\ A_{3e} \end{bmatrix}$$

$$+ \frac{\sigma v_x}{6} \begin{bmatrix} c_{1e} & c_{2e} & c_{3e} \\ c_{1e} & c_{2e} & c_{3e} \\ c_{1e} & c_{2e} & c_{3e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{1e} \\ A_{2e} \\ A_{3e} \end{bmatrix} - \frac{\Delta^{(e)}Ni}{3S} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$+ \frac{\sigma\Delta^{(e)}}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} A_{1e} \\ A_{2e} \\ A_{3e} \end{bmatrix}$$

$$= ([S]^{(e)} + [V]^{(e)})\{A\} - \{F_n\}^{(e)} + [M]^{(e)}\frac{\partial}{\partial t}\{A\} , \quad (3.21)$$

여기서, 식(3.21)은 요소 (e) 에 대한 잔차의 표현식이므로, 이것을 전 영역의 모든 요소 l 개에 대하여 조합하면, 전 영역의 잔차 식에 해당하는 식

(3.22)와 같은 벡터 방정식이 구해진다.

$$\begin{aligned}
 \{ G_j \} &= \sum_{e=1}^l \{ G_{je} \} \\
 &= \sum_{e=1}^l (([S]^{(e)} + [G]^{(e)})\{A\} - \{F_n\}^{(e)} + [M]^{(e)} \frac{\partial}{\partial t}\{A\}) \\
 &= \{[S] + [G]\}\{A\} - \{F_n\} + [M] \frac{\partial}{\partial t}\{A\} \\
 &= 0 \quad . \qquad (3.22)
 \end{aligned}$$

식 (3.22)에서 [S]는 절점의 위치와 투자율에 관련된 시스템 방정식의 계수 행렬로 대칭이며, [V]는 속도 항에 관련된 계수행렬, [M]은 와전류에 관련된 계수행렬이며 [F_n]는 권선의 절점 전류벡터 행렬이다.

식(3.21)과 (3.22)에서 [V]는 속도 항이 있는 경우의 잔차로 정지 좌표계를 사용하여 해석할 때는 이 속도 항이 영이 되지 않으므로써 계수행렬이 비대칭이 됨을 알 수 있다. 유한 요소법으로 문제를 풀 때 시스템 행렬이 비대칭이 되면 계산기 메모리 용량이 커지고 계산 시간이 많이 걸리는 단점이 있다. 따라서 이 [V]항을 영으로 만들기 위하여 이동 좌표계를 사용하여 상대속도를 영으로 만들어 줌으로써 계수행렬을 식 (3.23)과 같이 대칭성을 유지할 수 있게 처리한다.

$$[S]\{A\} + [M] \frac{\partial}{\partial t}\{A\} = \{F_n\} \quad . \qquad (3.23)$$

각 상전압에 대한 Kirchhoff 법칙으로부터 식 (3.24)와 같은 회로방정식을 구할 수 있다.

$$[U] = [R] [I] + [L] \frac{d}{dt} [I] + [E] \quad , \qquad (3.24)$$

$$[E] = \frac{d}{dt} [\lambda_s] \quad (3.25)$$

여기서,

$[U] = (U_a, U_b, U_c)^T$: 각상의 전압,

$[I] = (i_a, i_b, i_c)^T$: 각상의 권선전류,

$[R] = \text{diag}(R_a, R_b, R_c)$: 각상의 일차측 권선 및 회로저항,

$[L_0] = \text{diag}(L_a, L_b, L_c)$

: 각상의 일차측 코일 end 부분의 누설인덕턴스,

$[E] = (E_a, E_b, E_c)^T$: 각상의 유기 기전력,

$[\lambda_s] = (\lambda_a, \lambda_b, \lambda_c)^T$

: 유한요소 영역에서의 각상 권선의 자속쇄교수.

여기서 자속 쇄교수 λ_s 를 자기 벡터 포텐셜 \vec{A} 를 사용하여 나타내기 위해 다음과 같은 관계식을 사용한다.

$$\lambda_s = \int_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint_l \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (3.26)$$

각 권선 영역을 구성하는 요소수가 N_s 개이고 z 축 방향으로의 적층폭이 h_{eff} 이며, 각 권선 영역 요소의 자기 벡터 포텐셜을 그 요소 중심에서의 값으로 근사화 하면, 슬롯면적 S 내의 권회수가 N 인 권선에 쇄교되는 자속수는 다음과 같이 표현된다.

$$\lambda_s = \sum_{e=1}^{N_s} \lambda^{(e)} = \frac{h_{eff}}{3} \sum_{e=1}^{N_s} \left(\pm \sum_{i=1}^3 \frac{N}{S} \Delta^{(e)} A_i \right), \quad (3.27)$$

여기서, + : 전류가 흘러나오는 요소일 때,

- : 전류가 흘러 들어가는 요소일 때,
- $\Delta^{(e)}$: 삼각형 요소의 면적.

따라서 식 (3.27)을 식 (3.24)에 대입하여 정리하면 다음 식을 얻는다.

$$h_{eff}[N]^T \frac{d}{dt}[A] + [L_0] \frac{d}{dt}[I] + [R][I] = [U] , \quad (3.28)$$

여기서, $[N] = \{ N_a, N_b, N_c \}$,

$$N_k = \begin{cases} \frac{N V_j}{3 S} & j \in a, b, c \\ 0 & j \in a, b, c \end{cases} .$$

$(k = a, b, c) , (j=1, 2, \dots, n)$

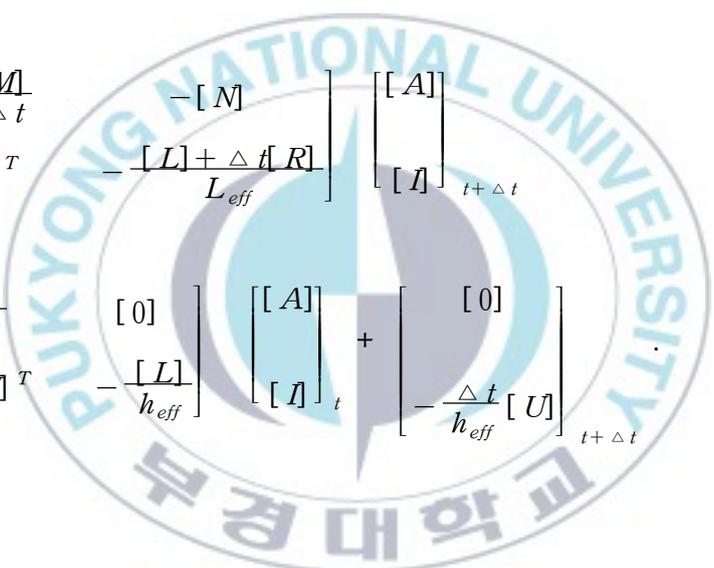
이며 V_j 는 절점 j 에 관계되는 요소의 면적합, n 는 총 절점 수이다. 한편, 절점 전류 벡터와 상전류 벡터의 관계식인 $[F_n] = [N][I]$ 를 이용하여 식(3.23)과 식(3.28)을 결합하면 다음과 같은 시간 미분항이 포함된 선형연립방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} [S] & -[M] \\ [0] & [R] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A] \\ [I] \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} [M] & [0] \\ h_{eff}[N]^T & [L] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A] \\ [I] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] \\ [U] \end{bmatrix} . \quad (3.29)$$

식(3.29)의 시간 미분항을 처리하는 방법으로서 수렴성과 계산 시간을 고려하여 후퇴 차분법을 사용하면 전체 시스템 방정식은 식(3.30)과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} [S] & -[M] \\ [0] & [R] \end{bmatrix} + \frac{1}{\Delta t} \begin{bmatrix} [M] & [0] \\ h_{eff}[N]^T & [L] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A] \\ [I] \end{bmatrix}_{t+\Delta t} \\
& = \frac{1}{\Delta t} \begin{bmatrix} [M] & [0] \\ h_{eff}[N]^T & [L] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A] \\ [I] \end{bmatrix}_t + \begin{bmatrix} [0] \\ [U] \end{bmatrix}_{t+\Delta t}. \tag{3.30}
\end{aligned}$$

식(3.30)을 다시 정리하면 식(3.31)과 같은 행렬이 된다.



$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} [S] + \frac{[M]}{\Delta t} & -[M] \\ -[N]^T & -\frac{[L] + \Delta t [R]}{L_{eff}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A] \\ [I] \end{bmatrix}_{t+\Delta t} \\
& = \begin{bmatrix} \frac{[M]}{\Delta t} & [0] \\ -[N]^T & -\frac{[L]}{h_{eff}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A] \\ [I] \end{bmatrix}_t + \begin{bmatrix} [0] \\ -\frac{\Delta t}{h_{eff}} [U] \end{bmatrix}_{t+\Delta t}. \tag{3.31}
\end{aligned}$$

가동자의 이동을 고려하기 위하여 식 (3.32)과 같은 운동방정식이 적용되었다.

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_{mag} - F_0 \tag{3.32}$$

여기서 m : 가동자의 질량, F_{mag} : 유한 요소 해석으로부터 구한 발생추력, F_0 : 마찰력이다.

4. Winding Function 이론

4.1 Winding Function

그림 4.1와 같은 원통형 모델은 고정자와 회전자가 회전축에 대해 대칭 정렬되어 있다. 공극은 일정한 간격을 유지하고, 길이는 회전자 반지름에 비해 매우 작다고 가정한다. 고정자 안쪽 지름은 R_s 이고, 회전자 반지름은 R_r 이다. 권선에 흐르는 전류는 i , 권선의 턴 수는 N_t , 회전축에 대칭이며, 권선의 뒤틀림과 기울기는 없다고 가정한다. 그림 4.1의 경우 $N_t = 1$ 이다. 그림 4.1에서 경로 12341은 ϕ 각을 이루고 반시계방향으로 증가한다. 그중 경로 12는 기준점($\phi=0$)에서 고정자에서 회전자로 공극을 가로지르고, 경로 34는 임의의 점($0 < \phi \leq 2\pi$)에서 그 반대 방향이다. 암페어의 법칙을 적용하면 다음과 같다.

$$\oint_{12341} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_s \vec{J} \cdot d\vec{S} \quad (4.1)$$

여기서 S 는 폐경로 12341의 표면적이다. 권선에 i 전류가 흐르면 이 방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\int_{12341} \vec{H} \cdot d\vec{l} = n(\phi)i \quad (4.2)$$

$n(\phi)$ 는 turn function이라 하고, 폐경로 12341에 둘러싸인 권선의 턴 수를 표현한다. 폐경로 12341에 둘러싸인 권선에 들어가는 방향으로 전류가 흐르면 $n(\phi)$ 는 양의 값을 가지고, 나오는 방향의 전류일 경우는 음의 값을 가지게 된다. 그림 4.1의 경우는 $+1$ 값을 가진다. 그림 4.1에서 $0 < \phi \leq 2\pi$ 사이의 turn function을 그림 4.2에 나타내었다.

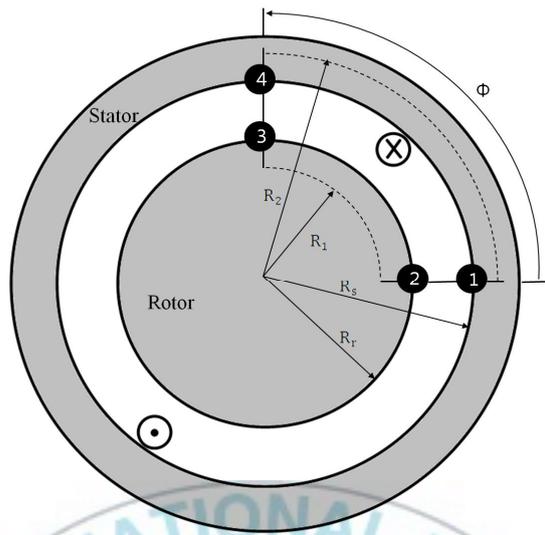


그림 4.1 기본 원통형 기기

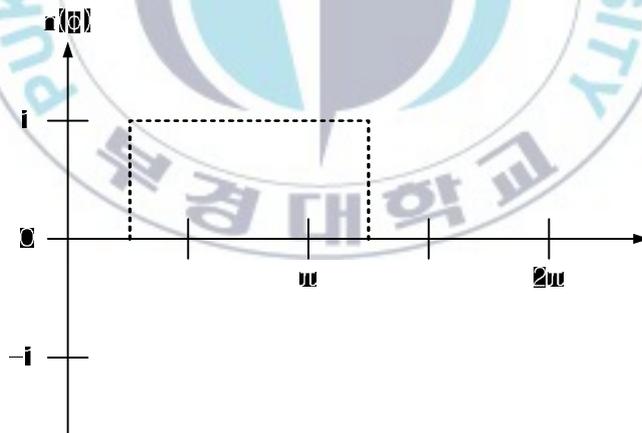


그림 4.2 기본 원통형 기기(그림4.1)의 turn function

그림 4.2에서 turn function은 각 ϕ 에 의존하는 것을 알 수 있다.

식 (4.2)는 4개의 성분으로 나눌 수 있고, 각 성분들은 자기회로에서 기자력으로 설명된다. 식 (4.2)를 기자력으로 표현하면 다음과 같다.

$$F_{12} + F_{23} + F_{34} + F_{45} = n(\phi)i \quad (4.3)$$

ϕ 를 공극상의 임의의 점이라고 가정하면 식 (4.3)은 다음과 같이 벡터 합으로 쓸 수 있다.

$$F_{12} = \int_{R_s}^{R_r} H_r(r,0)dr \quad (4.4)$$

$$F_{23} = - \int_{R_1}^{R_r} H_r(r,0)dr + \int_0^\phi R_1 H_\phi(R_1,u)du + \int_{R_1}^{R_r} H_r(r,\phi)dr \quad (4.5)$$

$$F_{34} = \int_{R_r}^{R_s} H_r(r,\phi)dr \quad (4.6)$$

$$F_{41} = \int_{R_s}^{R_2} H_r(r,\phi) - \int_0^\phi R_2 H_\phi(R_2,u)du - \int_{R_s}^{R_2} H_r(r,0)dr \quad (4.7)$$

여기서 u 는 적분 치환 변수이다. 권선 단부 효과를 무시하면, 자계의 세기(H)의 반경 방향(r) 성분과 회전 방향(ϕ) 성분은 축 방향 길이(z)에 독립적이다.

철심의 투자율은 공극 보다 몇 천배 크기 때문에 공극 부분과는 다르게 철심의 릴럭턴스를 무시한다. 공극의 길이는 자속의 경로중 매우 작은 부분이기 때문에 철심의 릴럭턴스가 반드시 작은것은 아니다. 철심의 이(teeth) 부분과 요크(Yoke) 부분의 길이를 공극에 포함하여 유효 공극 길이 g_e 로 통합한다. 유효 공극과 공극 길이가 같다고 가정한다. 자기력 F_{23} 과 F_{41} 을 공극 자기력 F_{12} 와 F_{34} 에 통합하고, 철심의 투자율을 무한대로 둔다. 그러면 식 (4.3)은 다음과 같다.

$$F_{12}(0) + F_{34}(\phi) = n(\phi)i \quad (4.8)$$

유효 공극 길이 g_e 는 회전자 길이 R_r 과 비교해서 매우 작아서 공극 자계 세기 H_r 은 일정하다고 가정한다. 따라서 식 (4.4), (4.5)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F_{12}(0) = -H_r(R_s, 0)g_e \quad (4.9)$$

$$F_{34}(\phi) = H_r(R_s, \phi)g_e \quad (4.10)$$

식 (4.9), (4.10)을 풀기 위해서 가우스 정리를 이용한 추가 방정식이 필요하다.

$$\int^s \bar{B} \cdot d\bar{S} = 0 \quad (4.11)$$

철심은 무한대의 투자율을 가지고, 원통형 표면 S 를 선택하면 식 (4.11)은 다음과 같다.

$$\mu_0 \int_0^l \int_0^{2\pi} r H_r(r, \phi) d\phi dz = 0 \quad R_r \leq r \leq R_s \quad (4.12)$$

l 은 고정자 축 방향 길이이고, 자계 H_r 은 축 방향에 독립적이고, 공극 반지름 r 은 일정한 값을 가지므로 식 (4.12)는 다음과 같다.

$$\int_0^{2\pi} H_r(r, \phi) d\phi = 0 \quad (4.13)$$

$$\int_0^{2\pi} F_{34}(\phi) d\phi = 0 \quad (4.14)$$

식 (4.8)를 0부터 2π 까지 적분하면 다음과 같다.

$$\int_0^{2\pi} F_{12}(0) d\phi + \int_0^{2\pi} F_{34}(\phi) d\phi = \int_0^{2\pi} n(\phi)i d\phi \quad (4.15)$$

F_{12} 와 i 는 ϕ 에 독립이기 때문에 식 (4.15)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F_{12} = i \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} n(\phi) d\phi \right] \quad (4.16)$$

식 (4.16)의 대괄호 안의 값은 turn function $n(\phi)$ 의 평균값을 나타낸다. turn function의 평균값을 다음과 같이 나타낸다.

$$\langle n(\phi) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} n(\phi) d\phi \quad (4.17)$$

그러면 식 (4.16)는 다음과 같다.

$$F_{12} = \langle n(\phi) \rangle i \quad (4.18)$$

식 (4.8)로부터 공극의 임의의 점에서의 기자력 다음과 같다.

$$F_{34}(\phi) = (n(\phi) - \langle n(\phi) \rangle) i \quad (4.19)$$

식 (4.19)에서 괄호 안은 turn function에서 turn function의 평균값을 뺀 값을 나타낸다. 이 값을 winding function이라고 하고, 다음과 같이 정의한다.

$$N(\phi) = n(\phi) - \langle n(\phi) \rangle \quad (4.20)$$

식 (4.19)은 다음과 같이 간단히 쓸 수 있다.

$$F(\phi) = N(\phi) i \quad (4.21)$$

기자력은 winding function과 관계가 있다. 기기의 해석에서 winding function은 중요하고, 대부분의 인덕턴스를 계산하는 기초가 된다.

4.2 돌극형 회전기에서의 WFT

이중 원통형 기기에서 회전자와 고정자 사이의 공극은 고정자 외부에서 측정되는 각 ϕ 와 독립되어 있다고 가정한다. 이런 종류의 전동기는 유도기 또는 권선형 동기 전동기이고, 직류 전동기와 돌극형 전동기와 같은 다른 기기들은 고정자 내경과 회전자 외경이 위치에 대한 함수로 표현되어진다. 이 경우 공극의 길이는 각 ϕ 의 함수로 표현되어진다.

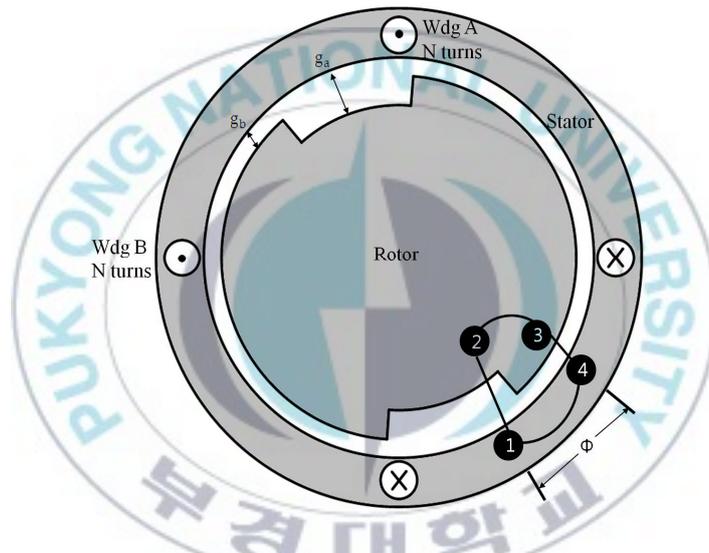


그림 4.3 돌극형 기기의 자속 경로

그림 4.3에서 고정자는 원통의 형태를 갖지만, 공극에 대한 단면은 일정하지 않다. 권선이 지면 안으로 들어가서 반대쪽으로 지면을 통과하여 나올 경우를 생각하자.

각 권선은 폴 피치이며, 지면으로 들어가는 방향으로 전류가 흐른다.

균일한 공극을 가진 경우, 공극 부분은 철심에서의 MMF(Magnetic Motive Force) 강하를 고려하여 수정되어진다. 여기서 철심의 투자율은 무한대라고 가정한다.

비록 회전자에 돌극이 존재하지만, 해석은 직류 전동기에서의 고정자 돌극과 비슷하게 된다.

암페어의 법칙을 적용하면

$$\int_{12341} \bar{H} \cdot d\bar{l} = \int_{12} \bar{H} \cdot d\bar{l} + \int_{34} \bar{H} \cdot d\bar{l} = n(\phi)i \quad (4.22)$$

여기서, $d\bar{l}$ 은 점 1과 4를 따라 발생하는 자속이라 정의한다.

$n(\phi)$ 는 경로 12341에 포함되어 있는 권선 턴 수에 대응하는 turn function 이다.

자계 H 에 대한 선적분으로 MMF를 정의하면

$$F_{12}(0) + F_{34}(0) = n(\phi)i \quad (4.23)$$

가우스 법칙에서

$$\oint_s \bar{B} \cdot d\bar{s} = 0 \quad (4.24)$$

여기서, 표면 S 는 고정자 안쪽의 표면을 일컫는다. 이 때, 원통의 위와 아래를 통과하는 축방향 자속은 무시되어도 좋다.

축방향 자속 밀도 \bar{B} 는 고려하지 않고 길이를 고려하여 표현하면

$$\int_0^{2\pi} \int_0^L (\mu_0 H) R_s (dl)(d\phi) = 0 \quad (4.25)$$

R_s 는 고정자 내경의 반지름이다.

축방향 성분을 제거하면

$$\int_0^{2\pi} H(\phi) d\phi = 0 \quad (4.26)$$

고정자 안쪽 표면에서의 MMF에 의한 $F(\phi)$ 는 회전자 표면에서의 잠재적인 자기력을 고려해야 한다.

고정자 표면의 자계 세기는 위 식(4.26)과 같으며, 이 식을 다시 쓰면

$$\int_0^{2\pi} \frac{F(\phi)}{g(\phi)} d\phi = 0 \quad (4.27)$$

여기서, 돌극형 기기의 경우 $F(\phi)/g(\phi)$ 의 비는 평균적인 값을 갖지 않는다.
 식 (4.23)를 $g(\phi)$ 에 대해 0부터 2π 까지 적분하면

$$\int_0^{2\pi} \frac{F_{12}(0) + F_{34}(\phi)}{g(\phi)} d\phi = \int_0^{2\pi} \frac{n(\phi)I}{g(\phi)} d\phi \quad (4.28)$$

위의 식에서 왼쪽 항을 다시 정리하여 표현하면

$$2\pi F_{12}(0) \langle g^{-1} \rangle = \int_0^{2\pi} \frac{n(\phi)I}{g(\phi)} d\phi \quad (4.29)$$

기존에 연구되었던 대로 MMF분포는 홀수차 고조파를 포함하고 있다. 만약 돌극에서 N과 S극이 중심선을 기준으로 대칭이며 일치한다고 간주하면 inverse gap function은 오직 짝수차 고조파 (dc성분)을 갖는다.

만약 turn function과 inverse gap function을 푸리에 급수로 확장 시킨다면 식 (4.29)의 오른쪽 항만 존재하는데 dc 성분만 남게 된다.

식 (4.29)은 다음과 같이 쓸 수 있고

$$2\pi F_{12}(0) \langle g^{-1} \rangle = 2\pi \langle n \rangle \langle g^{-1} \rangle I \quad (4.30)$$

단순화 시키면

$$F_{12}(0) = \langle n \rangle I \quad (4.31)$$

여기서 winding function을 다시 정의하면

$$N(\phi) = n(\phi) - \langle n \rangle \quad (4.32)$$

여기서, winding function 결과와 비교하면 식에서 드러난 외관상으로는 돌극에서의 기자력은 winding function의 영향을 받지 않는다.

4.3 WFT를 이용한 인덕턴스 계산

Winding inductance 계산에서 누설 자속은 권선으로부터 발생되며 계산되어진다. 그림 4.3에서 권선을 통해 흐르는 전류는 Winding A의 위의 권선으로 들어가서 아래 권선으로 나오는 것으로 정의한다. 2번 권선과 3번 권선, N번 권선에 관하여도 똑같이 정의한다. 공극에서의 자속 분포는 권선을 통해 흐르는 전류에 의해 발생되어지며 그림 4.3에서의 권선 배치가 정확한 것이 아니라고 간주한다.

서로 다른 단면 $(rd\phi)l$ 과 공극 길이 g 를 통과하는 일반적인 자속은

$$d\Phi = (dP)F = \mu_0 \frac{rld\phi}{g} F \quad (4.33)$$

이다. 식 (4.33)는 그림 고정자 치 부분과 회전자 돌극에 의해서 생기는 'flux tube' 를 정의한다. 여기서 ϕ 에 대한 함수인 공극 길이 g 에 주목해야 한다.

공극 길이 g 에서 자속 경로 분포는 ϕ 의 함수에 의해서 나타내어진다. 1턴 코일 Winding A 에서 $\phi_{in} - \phi_{out}$ 의 구간을 통과하는 총 자속은

$$\Phi_{total} = \mu_0 r l \int_{\phi_{in}}^{\phi_{out}} \frac{F(\phi)}{g(\phi)} d\phi \quad (4.34)$$

코일 2-2', 3-3'..... $N-N'$ 에 대하여 누설 자속에 대한 계산을 반복하면, 권선에서 발생되는 총 누설 자속이 계산되어진다.

N 턴을 갖는 B 권선에 전류가 흐를 때 N 턴을 갖는 A 권선에 대해 발생되는 총 자속은

$$\lambda_{AB} = \mu_0 r l I \int_0^{2\pi} \frac{n_A(\phi) N_B(\phi)}{g(\phi)} d\phi \quad (4.35)$$

$n_A(\phi)$ 는 A 권선의 turn function 이다. 상호 인덕턴스는

$$L_{AB} = \mu_0 r l \int_0^{2\pi} n_A(\phi) N_B(\phi) g^{-1}(\phi) d\phi \quad (4.36)$$

반대로 A 권선에 전류가 흐를 때 B 권선에 대한 누설 자속을 고려하면

$$L_{BA} = \mu_0 r l \int_0^{2\pi} N_A(\phi) n_B(\phi) g^{-1}(\phi) d\phi \quad (4.37)$$

자기 인덕턴스는

$$L_{AA} = \mu_0 r l \int_0^{2\pi} n_A(\phi) N_A(\phi) g^{-1}(\phi) d\phi \quad (4.38)$$

위의 식들은 turn function 과 winding function 으로부터 계산되어진다.

식 (4.34) 으로부터 상호 인덕턴스 표현은 다음과 같이 바꿀 수 있다.

$$L_{AB} = \mu_0 r l \int_0^{2\pi} N_A(\phi) N_B(\phi) g^{-1}(\phi) d\phi + \mu_0 r l \langle n_a \rangle \int_0^{2\pi} N_B(\phi) g^{-1}(\phi) d\phi \quad (4.39)$$

회전자는 대칭적으로 같은 극 형태와 같은 수의 N, S 자극으로 구성되어 있다. 이 형태에서 inverse gap function $g^{-1}(\phi)$ 는 짝수차 고조파 성분이 포함된 형태이다.

$$g^{-1}(\phi) = \frac{1}{g_0} + \left(\frac{1}{g_2}\right) \cos 2(\phi - \phi_0) + \left(\frac{1}{g_4}\right) \cos 4(\phi - \phi_0) + \dots \quad (4.40)$$

ϕ_0 는 공극의 길이가 가장 짧을 때의 회전자 위치이다. 이 때, winding function은 홀수차 고조파를 포함한다. $g(\phi)$ 또는 $g^{-1}(\phi)$ 는 짝수차 고조파를 포함하며 winding function 에서는 홀수 고조파 성분에 대해 표현하기에 식 (4.39)의 두 번째 항은 이상적으로 0이 된다.

상호 인덕턴스에 관해 다시 표현하면

$$L_{AB} = \mu_0 r l \int_0^{2\pi} N_A(\phi) N_B(\phi) g^{-1}(\phi) d\phi \quad (4.41)$$

자기 인덕턴스는

$$L_{AA} = \mu_0 r l \int_0^{2\pi} N_A^2(\phi) g^{-1}(\phi) d\phi \quad (4.42)$$

위의 결과로 다음과 같은 단순한 형태의 돌극형 기기에서의 상호, 자기 인덕턴스를 계산한다.

그림 4.3은 동기형 릴럭턴스 전동기의 단면을 나타내는데 여기서 회전자의 여자 권선은 존재하지 않는다.

집중권의 분포를 갖는 N turn을 갖는 고정자 권선은 상호 직각의 형태로 위치한다. 비록 공극은 극의 끝 부분의 뾰족한 형태로 인해 일정하지 않은 길이를 갖지만, inverse gap function 은 대략적으로 정현적인 형태를 취한다. 여기서 프린징 효과는 무시하며 자속선은 방사상의 형태로 뻗어 나간다.

그림 4.3에 대한 winding function 과 gap function은 다음 그림 4.4와 같고 이를 통해 앞서 설명한 수식으로 인덕턴스를 계산할 수 있다.

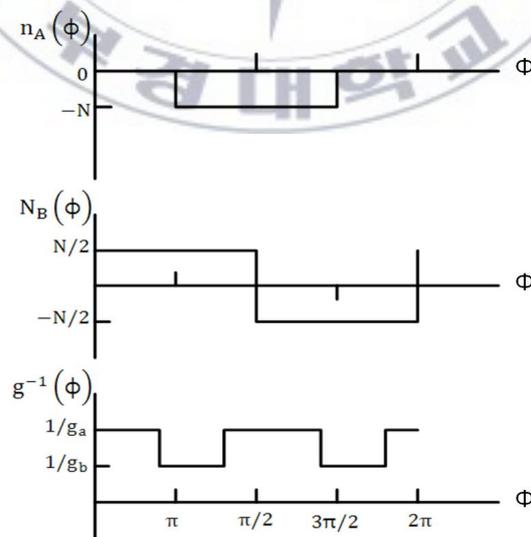


그림 4.4 돌극형 기기에서의 winding function과 inverse gap function

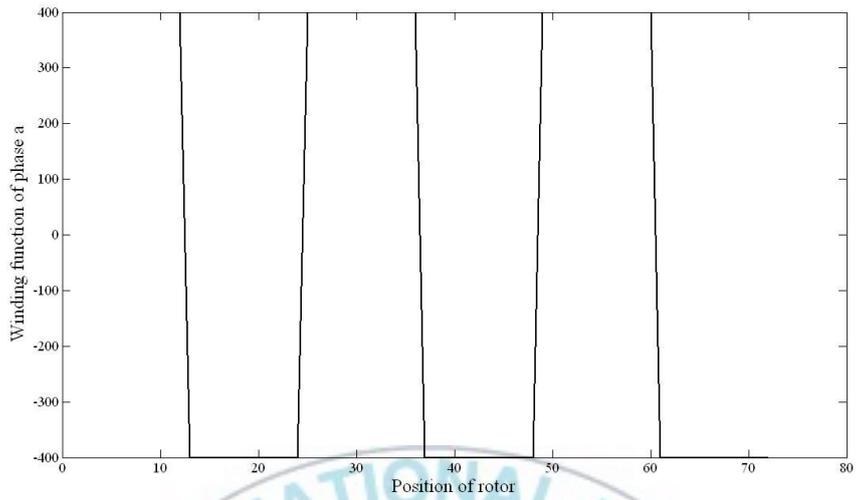
5. 토크 특성 해석 및 결과 고찰

5.1 Winding Function 결과

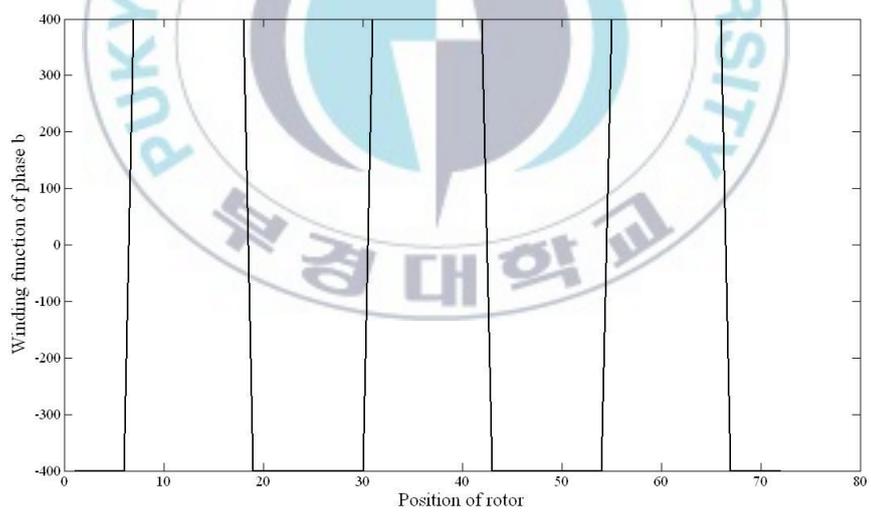
FSM의 제원은 표 2와 같다. 고정자의 슬롯수는 12, 회전자의 슬롯수는 6이며 펄드 권선과 아마추어 권선의 턴수는 각각 800이다. 그림 5.1은 펄드 권선(phase a)과 아마추어 권선(phase b)의 winding function을 나타낸다. 각 권선의 턴수가 800이므로 winding function의 y축의 최대값, 최소값이 400, -400이 됨을 확인 할 수 있다.

표 1. FSM의 제원

Contents	Value
Stator slots	12
Rotor slots	6
Turns	800 [turns]
Model depth	20 [mm]
Stator outer diameter	88 [mm]
Stator inner diameter	52 [mm]
Rotor outer diameter	51 [mm]
Shaft outer diameter	8 [mm]
Band length	51.7 [mm]
Airgap length	0.5 [mm]
Rotor pole height	10.14 [mm]



(a) 필드권선



(b) 아마추어 권선

그림 5.1 각 권선의 winding function

5.2 토크 특성 해석 결과

FSM의 토크 특성 해석을 FEA와 WFT를 바탕으로 각각 시뮬레이션 하여 WFT를 이용한 해석 결과의 타당성을 검토하였다.

전기기기의 전자기 토크 T_{em} 은 자기적인 co-energy를 포함하며, 선형 자계 시스템에서 co-energy는 공극에 저장된 에너지와 같다[4-5].

$$W_{co} = \frac{1}{2} [I]^t [L(\theta)] [I] \quad (5.1)$$

전자기 토크 특성을 나타내는 식은 다음과 같다.

$$T_{em} = \frac{1}{2} [I]^t \left[\frac{dL(\theta)}{d\theta} \right] [I] \quad (5.2)$$

여기서, I 는 전류 매트릭스이고 $L(\theta)$ 는 회전자 위치에 따른 인덕턴스 매트릭스이다.

$$[I] = \begin{pmatrix} i_a(\theta) \\ i_b(\theta) \\ i_c(\theta) \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

$$[L] = \begin{pmatrix} L_a(\theta) & L_{ab}(\theta) & L_{ac}(\theta) \\ L_{ab}(\theta) & L_b(\theta) & L_{bc}(\theta) \\ L_{ac}(\theta) & L_{bc}(\theta) & L_c(\theta) \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

돌극형 회전자에 대한 WFT를 적용시켜 토크 특성을 해석하기 위하여 그림 5.2의 회전자 슬롯에서의 자속 분포에 대한 자속 경로 수식 (5.5)를 이용하여 gap function을 계산하였다. 그림 5.3 은 고정자 측 자속 경로 길이 계산을 위한 모델을 나타내었다.

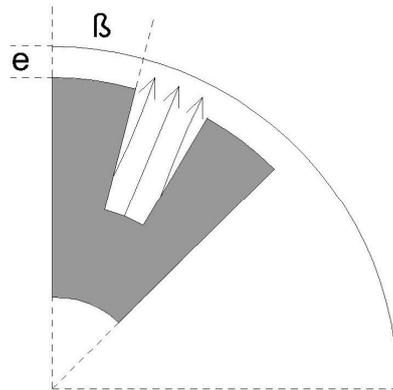


그림 5.2 회전자 슬롯에서의 자속 분포

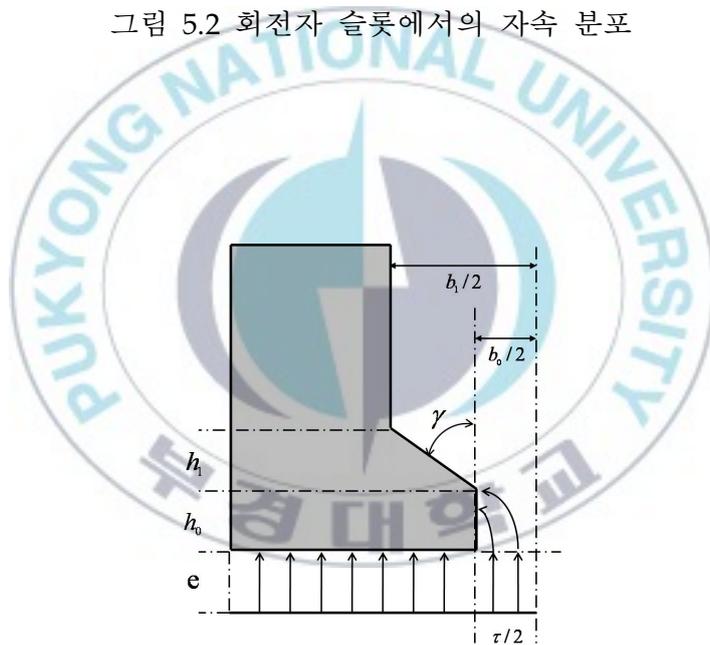


그림 5.3 고정자 슬롯에서의 자속 분포

회전자의 돌극을 고려하여 계산되어지는 자속 경로 계산은 다음과 같다.

$$E_r(\alpha - \theta) = \frac{R\left(\frac{\pi}{2} - |\alpha - \theta|\right)\left(\sin|\alpha - \theta| - \sin\left(\frac{\beta}{2}\right)\right)}{\cos|\alpha - \theta|} \quad (5.5)$$

고정자 치 형상을 고려하여 계산되는 자속 경로 계산은 다음과 같다.

$$E_s = \begin{cases} e + \frac{\pi}{2}R\alpha & \text{for } 0 \leq R\alpha \leq h_o \\ e + \frac{\pi}{2}R\alpha + \gamma(R\alpha - h_o) & \text{for } h_o \leq R\alpha \leq \tau/2 \end{cases} \quad (5.6)$$

회전자 형상을 고려한 자속 경로와 고정자 형상을 고려한 자속 경로의 합을 gap function g 라하며, 이의 역수를 inverse gap function g^{-1} 또는 $e^{-1}(\alpha - \theta)$ 이라하며 다음과 같이 나타낸다.

$$e^{-1}(\alpha - \theta) = \frac{1}{E_s(\alpha) + E_r(\alpha - \theta)} \quad (5.7)$$

$e^{-1}(\alpha - \theta)$ 은 a상 기준위치 α 에 따른 회전자의 변화를 나타내고, $N_a(\alpha)$ 는 a상 기준위치 α 에 대하여 나타내어지는 winding function 이다.

식 (5.8)에서 계산되어진 $e^{-1}(\alpha - \theta)$ 을 이용하여 식 (4.41), (4.42)를 다시 표현하면

상호 인덕턴스는

$$L_{AB} = \mu_0 r l \int_0^{2\pi} N_A(\phi) N_B(\phi) e^{-1}(\alpha - \theta) d\phi \quad (5.8)$$

자기 인덕턴스는

$$L_{AA} = \mu_0 r l \int_0^{2\pi} N_A(\phi)^2 e^{-1}(\alpha - \theta) d\phi \quad (5.9)$$

공극에서의 자속밀도를 나타내면 다음의 식을 이용한다.

$$B_a(\theta) = \mu_0 e^{-1}(\alpha - \theta) N_a(\alpha) i_a \quad (5.10)$$

그림 5.4와 그림 5.5는 회전자와 고정자에 대한 gap function을 나타낸다.

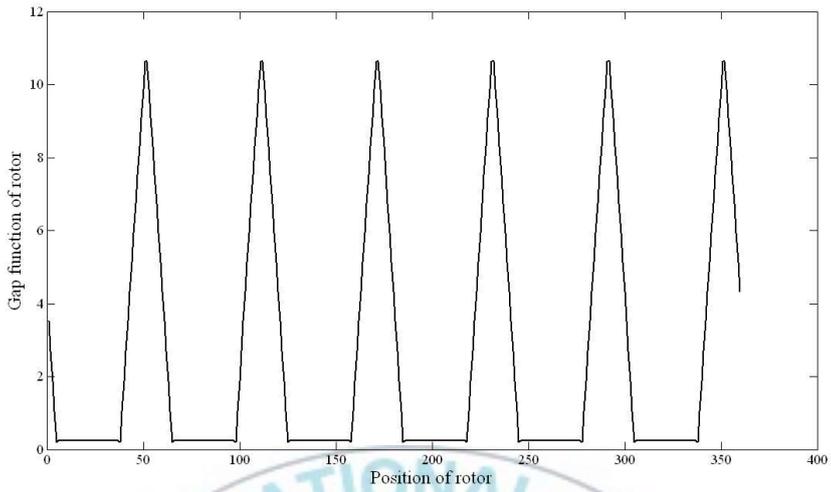


그림 5.4 회전자의 gap function

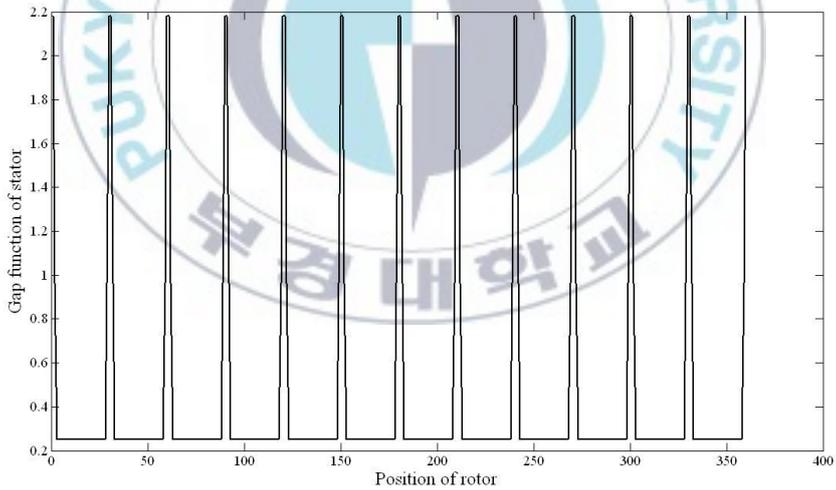


그림 5.5 고정자의 gap function

그림 5.6은 회전자와 고정자의 gap function 결과를 이용하여 식 (5.7)을 이용하여 구한 inverse gap function을 나타낸다. 그림 5.7과 5.8은 FEA를 통한 토크 특성과 WFT를 이용한 토크 특성 해석 결과를 나타낸다. 발생 토크의 최대값은 거의 일치하였으며, 최소값 부근에서는 크기는 비슷하지만 형상이 조금 상이하였다. 이것은 FSM에서 고려할 수 없는 자성체의 비선형성과 회전자의 gap function 모델링의 오차라고 생각된다. 두 개의 특성 해석 결과로부터 WFT를 이용한 특성 해석 프로그램의 타당성을 확인할 수 있다. 표 2에는 FEA, WFT 해석에 소요된 시간을 비교하였다. 두 결과를 비교할 때 WFT가 전동기 해석에 있어 FEA보다 해석 시간의 소요가 적은 것을 알 수 있다.

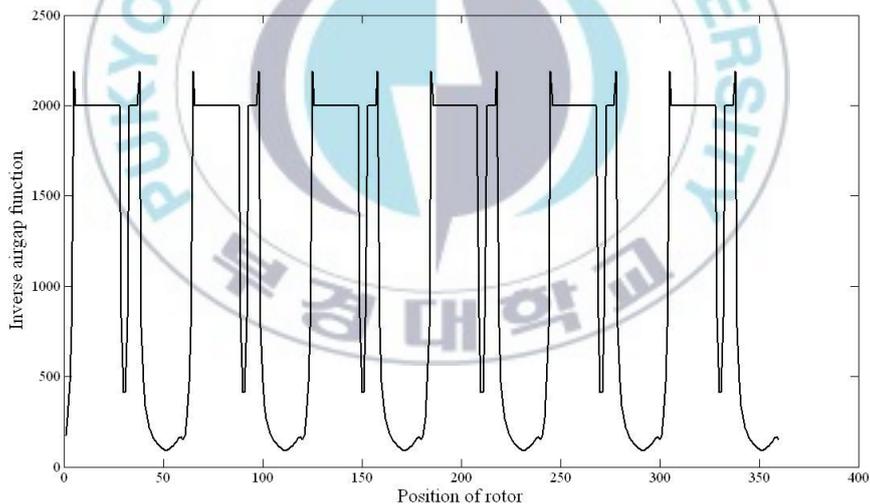


그림 5.6 Inverse gap function

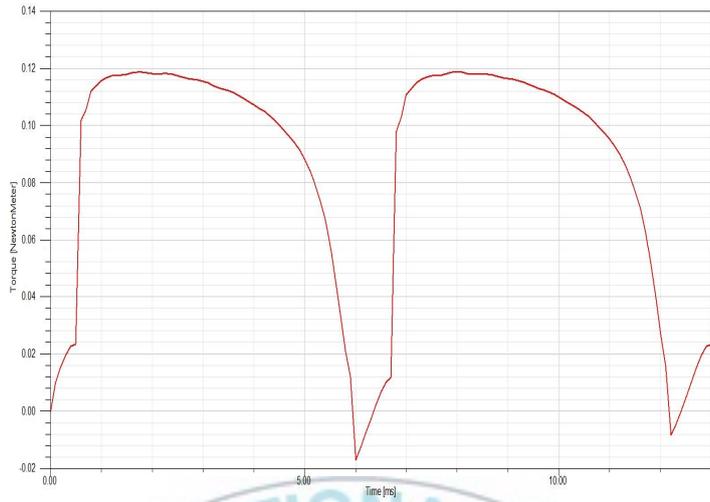


그림 5.7 토크 특성 해석 - FEA

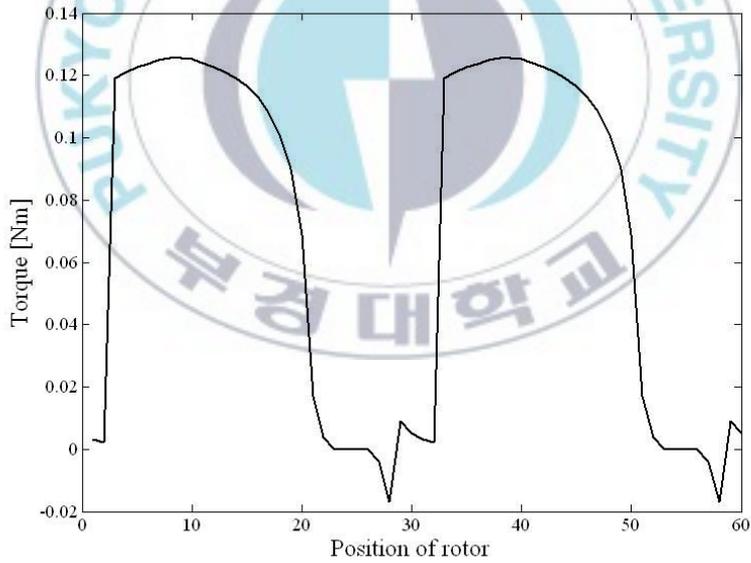


그림 5.8 토크 특성 해석 - WFT

표 2. 전동기 해석 방법별 소요 시간 비교

	FEA	WFT
해석에 소요된 시간	30분	2분



6. 결 론

본 논문에서는 FSM의 토크 특성 해석에 대하여 설명하였다. 기존의 FSM 모델을 FEA를 통하여 특성을 해석하였고, 공극에서의 고조파를 고려할 수 있고 해석 시간이 적은 WFT를 이용하여 FSM의 특성을 해석할 수 있는 Matlab 프로그램을 완성하였다. WFT를 통한 FSM의 토크 특성 해석 결과와 FEA를 통한 토크 특성 해석 결과를 비교 검토하여 해석기법의 정확성을 분석하였다.

FEA와 WFT를 각각 이용하여 플렉스 스위칭 전동기의 토크 특성을 비교한 결과, 최소값 부근의 특성은 약간 차이가 보였지만 크기는 대부분 일치함을 확인하였으며 FEA에 의한 소요시간은 30분, WFT는 2분으로 해석시간도 확연한 차이를 확인하였다.

따라서 제안된 WFT를 이용한 특성 해석 방법은 선형적인 자계시스템 특성을 가지는 전동기의 개략적인 설계, 파라미터 민감도 해석 또는 기기 설계 단계에서의 드라이브 시뮬레이션에 유용하리라 판단된다.

참 고 문 헌

- [1] T. A. Lipo, "Theory and control of synchronous machines," Lecture Notes for ECE 511, Department of Electrical and Computer Engineering, University of Wisconsin, Madison, 2002.
- [2] 김영현, "반응표면법과 유한요소법을 이용한 플럭스 스위칭 전동기의 최대토크 밀도와 최저토크리플을 위한 최적설계," 학위청구논문, pp.1-4, 2010.
- [3] C. Pollock and M. Wallace, "The Flux Switching Motor, A DC Motor without Magnets or Brushes", IEEE IAS Annual Meeting, October 1999.
- [4] A. Vagati, A. Canova, M. Chiampì, M. Pastorelli, and M. Repetto, "Design refinement of synchronous reluctance motor through finite element analysis," IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 36, no. 4, pp.1094-1102, Jul-Aug. 2000.
- [5] A. Vagati, T. A. Lipo, I. Boldea, T. Fukao, L. Malesani and T. J. E. Miller, "Synchronous Reluctance Motors and Drives A New Alternative," IEEE IAS, pp.1.1-1.3, 1994.
- [6] 박상훈, "Winding Function 이론을 이용한 동기형 릴럭턴스 전동기 토크 특성 해석," 학위청구논문, pp.33-38, 2011.
- [7] I. Boldea, "Reluctance Synchronous Machines and Drives," Oxford,UK: Clarendon/Oxford, 1996
- [8] A. Vagati, A. Canova, M. Chiampani, M. Pastorelli and M. Repetto, "Improvement of Synchronous Reluctance Motor Design through Finite-Element Analysis," IEEE, pp.862-871, 1999.
- [9] J. H. Lee and D. S. Hyun, "Finite Element Analysis of Synchronous Reluctance Motor Considering Iron Core Loss," Trans. KIEE, Vol. 48B, No. 4, pp.187-193, Apr 1999.
- [10] T. Lubin, T. Hamiti, H. Razik and A. Rezzoug, "Comparison Between Finite-Element Analysis and Winding Function Theory for a Inductances and Torque Calculation of Synchronous Reluctance Machines," IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 43, No. 8, pp.3206-3410, Aug 2007.
- [11] T. A. Lipo, "Analysis of Synchronous Machines," CRC Press, pp.1-56, 2012.