



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학석사 학위논문

다이아프램이 고려된 ILM 교량
상부단면의 단순해석 및 최적설계조건



2015년 2월

부경대학교 대학원

토 목 공 학 과

박 용 진

공학석사 학위논문

다이하프램이 고려된 ILM 교량
상부단면의 단순해석 및 최적설계조건



이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함

2015년 2월

부경대학교 대학원

토 목 공 학 과

박 용 진

박용진의 공학석사 학위논문을 인준함

2015년 2월 27일



주 심 공학박사 장 희 석 ㉠

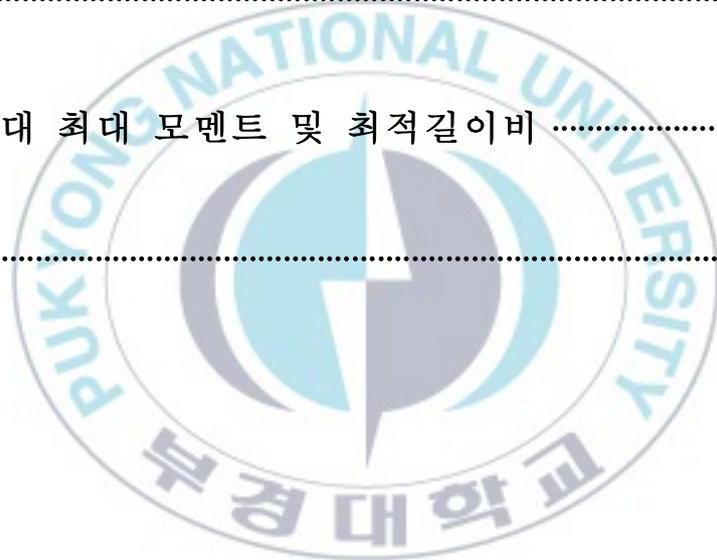
위 원 공학박사 국 승 규 ㉠

위 원 공학박사 이 환 우 ㉠

목 차

1. 서 론	1
1.1 연구 배경 및 동기	1
1.2 연구 동향	3
1.3 연구 목적 및 범위	5
2. ILM 공법 교량	6
2.1 ILM 공법의 개요	6
2.2 ILM 공법의 특징	7
2.2.1 장점	7
2.2.2 단점	8
2.3 압출진행에 따른 상부 단면력의 변화	9
3. 다이어그램이 고려된 단순 해석식	13
3.1 매개변수 및 기본가정	13
3.2 단순 해석식 유도	16
3.2.1 지점 B에서의 부모멘트(1단계 압출)	16
3.2.2 지점 B에서의 부모멘트(2단계 압출)	18
3.2.3 지점 C에서의 부모멘트	27
3.2.4 지간 AB에서의 정모멘트	30
3.2.5 지간 BC에서의 정모멘트	32
4. 해석식 검증	34
4.1 검증 모델	34
4.2 해석식의 정확성	36
4.3 다이어그램에 따른 길이비, 강성비 분포	38
4.4 다이어그램의 영향	39

5. 변단면 압출추진코의 등가 등단면 환산방법	40
5.1 압출추진코 단면의 형상	40
5.2 등가 등단면의 특성값	42
6. 최적설계조건	45
6.1 최소강성비와 최적길이비	45
6.2 절대 최대 모멘트	51
6.3 기존 교량의 최적화 수준 분석	54
7. 결 론	56
부 록 I 절대 최대 모멘트 및 최적길이비	57
참 고 문 헌	63



그림목차

그림 2.1	압출되는 동안의 대표적인 단면위치	9
그림 2.2	압출 종료 직전의 휨모멘트도 및 전단력도	11
그림 3.1	압출시의 Nose-Deck 구조계	14
그림 3.2	2단계 압출 3경간 연속보 해석 구조계	18
그림 3.3	중첩법의 적용	27
그림 3.4	첫 번째 경간 분리	30
그림 3.5	단순보 도입	32
그림 4.1	예제 교량의 해석 모델	34
그림 4.2	예제 교량의 다이어그램 크기 산정	35
그림 4.3	해석식과 MIDAS Civil 결과의 비교	36
그림 4.4	다이어그램의 크기에 따른 실제 교량 제원 분포	38
그림 4.5	다이어그램의 변화에 따른 단면력 궤적	39
그림 5.1	압출추진코 단면의 형상	40
그림 5.2	압출추진코 단면 형상의 개념도	41
그림 5.3	강성값에 따른 휨모멘트 크기	43
그림 5.4	등단면 해석식의 강성값 결정	44
그림 6.1	부모멘트 최소화 조건하에서의 최적길이비	46
그림 6.2	정모멘트 최소화 조건하에서의 최적길이비	49
그림 6.3	절대 최대 모멘트 및 최적길이비	51
그림 6.4	기존 설계길이비와 최적길이비를 적용한 교량 상부구조의 단면력 궤적 비교	54

사진목차

사진 2.1 ILM공법 교량	6
사진 3.1 Diaphragm	13

표목차

표 3.1 최소일의 방법	20
표 4.1 예제 교량의 설계 변수	35
표 4.2 해석식과 MIDAS Civil 결과의 비교	37
표 6.1 다이아프램 하중 고려시 최소강성비	46
표 6.2 부모멘트 최소화 조건하에서의 최적길이비 설계식	47
표 6.3 최적길이비 설계식 결정	48
표 6.4 정모멘트 최소화 조건하에서의 최적길이비 설계식	50
표 6.5 $P_d=600$ kN인 경우의 절대 최대 정모멘트 설계식	52
표 6.6 $P_d=600$ kN인 경우의 절대 최대 부모멘트 설계식	52

Simplified Analysis of Superstructure Section Considering Diaphragm and Optimum Design Conditions for ILM Bridge

Yong-Jin, Park

*Department of Civil Engineering, Graduate School,
Pukyong National University*

Abstract

ILM(Incremental Launching Method) bridges pass both the middle of spans and supports during launching. The launching noses are used to minimize the maximum positive moments and negative moments of the superstructure occurring during launching for ILM bridges. In this study, the simplified analysis formula considering diaphragm to calculate the bending moment that occurs during launching is induced and analyzes the optimum design conditions considering diaphragm. The accuracy of the proposed simplified analysis formula compared to the MIDAS Civil has an error of less than 5%. There is a difference up to 13% in the moment between the cases when the diaphragm is considered and is not. In addition, the criteria for deciding the unit weight of equivalent cross section and average stiffness value of equivalent cross section that can be applied to the simplified analysis formula is proposed. The optimization of the launching nose was performed for the two cases of the minimization conditions of the negative moments and minimization conditions of the positive moments according to the size of the diaphragm load of each moment. The design formula was calculated through the regression analysis, and emphasis was put on the simplicity by expressing accuracy by cubic equation within a level that does not reduce accuracy. Furthermore, the formula that can calculate the absolute maximum moment that can occur depending on the size of each diaphragm was suggested. In this study, it is proposed the effective way to optimize the launching nose is considering the minimization conditions of negative moment because of the mechanic characteristic of ILM bridges.

Keywords : *Incremental Launching Method, Launching Nose, Equivalent Uniform Cross Section, Diaphragm, Optimum Relative Length*

1. 서 론

1.1 연구 배경 및 동기

높은 품질을 확보하는데 있어 효과적인 공법으로 인정받아 널리 채택되고 있는 ILM공법(Incremental Launching Method) 교량(김용훈 등, 1999 ; Sasmal 등 , 2004 ; 2006)은 압출되는 동안 상부의 단면이 지간의 중앙부와 지점부를 모두 통과한다. 따라서 단면들은 압출 중 자중에 의한 최대 정 모멘트 및 최대 부 모멘트 그리고 최대 전단력을 모두 경험하게 되는 구조적 특성을 가지고 있다. 결국, ILM 교량의 상부단면들은 공용상태와 다른 응력들을 압출 중에 경험하게 된다(Rosignoli, 1998).

ILM 교량의 상부단면들이 압출 중에 경험하게 되는 응력들은 시공 중에만 발생하는 일시적인 응력들이지만, 그 크기는 단면의 안전성에 영향을 줄 수 있다. 압출 중 상부단면에 발생하는 일시적인 응력들을 흡수하고, 효과적으로 제어하기 위해서 일반적으로 압출추진코(launching nose)가 이용되고 있다(Rosignoli, 1999 ; 안태욱 등, 2006 ; 최항용 등, 2008). 이때 압출추진코의 길이, 강성, 중량 및 탄성계수 등은 압출이 진행되는 동안에 상부단면에 발생하는 응력들의 크기와 변화 폭에 영향을 준다(Rosignoli, 2002 ; 안태욱, 2006). 즉, ILM 교량에서는 압출 중 상호작용에 따른 응력변화를 고려하여 압출추진코를 설계하는 것이 교량 상부구조 최적화 설계를 위해서 필수적으로 이루어져야 한다.

그러나 ILM 교량의 설계에서도 경간분할 및 지간길이 등이 전례의 설계결과에 따라 결정되는 경우가 많다. 따라서, 상부구조와 압출추진코의 단면들이 현장에 따라 크게 달라지지 않는다(Fontan 등, 2014). 그러므로 상부단면의 최적설계에 영향을 주는 압출 중 상호작용을 고려한 압출추진

코의 최적설계에 관한 필요성도 크게 인식되지 못하고 있는 실정이다. 이에 따라, 단순히 전례의 설계결과를 정리하여 보관하는 정도의 기술축적 이외의 기술개발에 대한 절실한 필요성도 크게 제기되지 못하는 실정이다. 결국, 위와 같은 설계관행의 지속은 설계업무의 효율성 측면에서는 장점이 있으나 창의적인 설계결과를 기대하거나 이를 바탕으로 우리나라의 관련 기술 분야의 발전을 기대하기는 어려운 것이다. 따라서 설계관행에 따르는 설계가 아닌 창의적인 설계결과를 창출 할 수 있는 보다 활용적인 ILM 교량 상부단면과 압출추진코의 상호작용 해석식에 대해서 연구가 필요하다(Fontan 등, 2011).



1.2 연구 동향

Rosignoli(1998)는 압출추진코의 단면형상을 전체 길이 내에서 동일한 단면으로 가정하였다. 등단면으로 가정한 압출추진코와 상부구조와의 상호작용을 고려한 압출 중에 변화하는 상부단면의 휨모멘트를 계산하는 해석식과 압출추진코의 길이와 중량변화에 따른 영향을 분석하였다. 그러나 압출추진코와 상부구조와의 연결부 다이어프램의 중량을 고려하지 않아 해석식의 정확성이 낮다는 단점을 가지고 있다.

문영철(2002)은 Rosignoli의 해석식을 이용하여 상호작용을 고려 할 수 있는 압출추진코의 설계식을 개발하였다. 그리고 최항용(2008)은 역시 Rosignoli의 해석식을 이용하여 압출 과정에서 발생하는 부모멘트 및 정모멘트를 최소화할 수 있는 압출노즈에 대한 최적조건을 도출하였다. 또한 도출된 최적조건을 사용하여 압출추진코의 단위중량비와 길이비의 관계식을 유도하고 압출가설시 발생하는 절대 최대 정모멘트 및 부모멘트의 산정식을 제시하였다. 최항용(2008)은 문영철(2002)에 비해 단면력으로 산정 될 수 있는 절대 정모멘트와 부모멘트에 대한 산정식을 제시 하여 설계에 있어서 유용한 결과물을 보여주고 있다. 그러나, 문영철(2002)과 최항용(2008)은 Rosignoli의 해석식을 이용하여 해석하였기 때문에 다이어프램의 하중이 모두 고려되지 않아 설계식과 최적 설계 조건의 정확성이 낮다는 단점을 가지고 있다.

안태욱(2006)은 압출추진코의 단면형상을 전체 길이 내에서 단면의 높이가 선형적으로 변화하는 단면 즉, 변단면으로 가정한 상태에서 상호작용을 고려한 상부단면의 휨모멘트를 계산하는 해석식을 제안하였다. 또한 압출추진코의 길이, 강성, 중량변화 등에 따른 매개변수의 영향을 분석하였다. 안태욱의 해석식은 다이어프램의 고려와 변단면으로 가정하여 정확

성을 향상 시켰지만 해석식의 복잡함에 따라 활용도가 저하될 수 있다.

장재엽(2012)은 압출추진코의 단면형상을 유사등단면(강성 : 등단면, 중량 : 변단면)으로 가정하여 상부단면의 휨모멘트를 계산하는 해석식을 제안하였다. 또한 등단면으로 가정된 압출추진코의 강성 결정방법에 대해서 분석하였다. 그러나 설계자가 해석식을 사용함에 있어 간편성을 크게 향상시킬 수 없었다.



1.3 연구 목적 및 범위

선행연구들에서는 상부구조물과 압출추진코의 연결부 보강단면인 다이아프램을 고려하지 않았거나, 다이아프램이 고려된 기초연구만 있었다. 이 연구에서는 설계자가 예비 설계시 신속한 구조해석을 수행할 수 있어 최적설계를 위한 설계 여유시간을 가질 수 있도록 다이아프램이 고려된 압출 중 ILM 교량의 상부단면에 발생하는 휨모멘트 단순 해석식을 개발하고자 한다. 개발된 단순 해석식의 정확성을 검증하기 위해서는 상용 구조 해석 프로그램인 MIDAS Civil(MIDAS IT, 2012)을 사용하여 상부구조 해석을 수행하며, 검증 예제로서는 현재 완공되어 공용중인 14개의 실제 교량 제원을 사용하고자 한다.

또한 ILM 교량의 압출 중 역학적 특성에 따라 상부단면의 최적화에 영향을 줄 수 있는 압출추진코의 최적설계조건에 관하여 분석하고자 한다. 그리고 설계식을 개발하여 설계자가 간편하고 쉽게 압출 중 상부구조에서 발생하는 절대 최대 휨모멘트 및 압출추진코와 상부지간의 최적길이비를 계산할 수 있도록 하고자 한다.

2. ILM 공법 교량

2.1 ILM 공법의 개요

ILM 공법은 1960년대 초에 서독의 Stuttgart시에 있는 Leonhardt & Andr사의 Fritz Leonhardt, Willi Baur 및 Andr 3인에 의해서 개발된 공법으로 그 후 점차적으로 발전되어 현재에 이르고 있다(신현목, 2009; 이광민, 1992; Göhler 등, 2000 ; Rosignoli, 2000). 이 공법은 사진 2.1에서와 같이 상부구조물을 교대 후방에 미리 설치한 제작장에서 1개의 세그먼트(segment)씩 제작한다. 그리고, 교량의 지간을 통과할 수 있는 평형 압축력을 포스트텐션 방법에 의해 미리 제작된 상부 구조물에 프리스트레스를 도입시킨 후 교량의 교축방향으로 특수 압출장비를 이용하여 밀어내는 공법이다.



사진 2.1 ILM공법 교량

2.2 ILM 공법의 특징

2.2.1 장점

1) 기술적인 측면

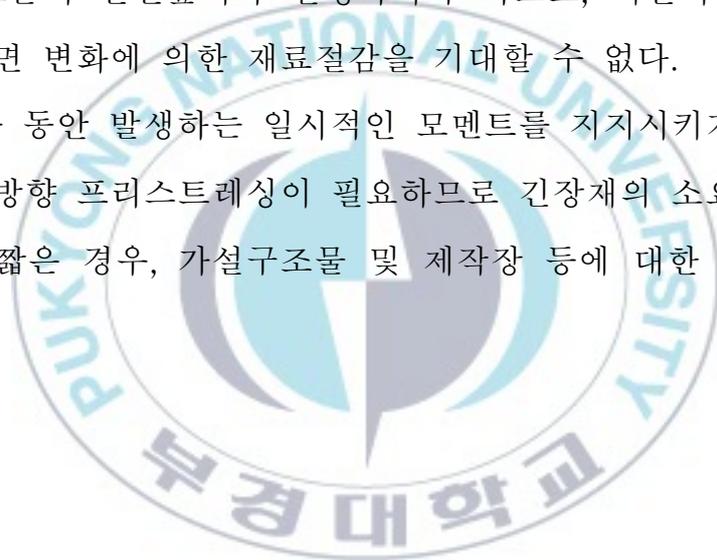
- (1) 제작장은 공장생산이 갖는 모든 장점을 갖는다. 즉, 반복작업으로 수행될 뿐만 아니라 전천후 제작이 가능하다.
- (2) 거푸집의 반복되는 가설 및 해체작업으로 인한 시간 낭비가 없고, 계곡, 하천, 교통 장애물의 통과 지역에 적합하다.
- (3) 연속교로 시공되므로 신축이음장치의 설치개소가 줄어 차량의 주행성이 양호하다.

2) 경제적인 측면

- (1) 동일한 작업 공정의 반복이므로 노무비가 절감된다.
- (2) 거푸집 및 가시설물의 재사용과 조립해체작업이 간편하다.
- (3) 일정한 장소에서 철근가공조립 및 긴장작업이 용이하다.
- (4) 자재 운반거리가 단축된다.
- (5) 콘크리트 품질관리가 우수하다.
- (6) 작업장에 보온설비를 함으로써 외부 기후조건과 상관없이 공사를 진행할 수 있으므로 공사기간이 단축된다.
- (7) 가설 구조물(강재거푸집, 압출추진코) 및 장비의 타공사에 전용이 가능하다.
- (8) 시공중에 안전도가 높고, 현장의 청결성으로 건설공해를 줄일 수 있다.

2.2.2 단점

- 1) 적용 대상교량은 직선구간 혹은 단일 원곡선 구간(Val Restel 교량의 경우 $R=150\text{ m}$)이다.
- 2) 교대 배면에 일정한 작업 공간을 확보할 수 있어야 한다.
- 3) 구조물 제작시 엄격한 규격관리가 필요하다. 제작 규격오차가 발생되면 일정량만큼 압출 후에는 교정 및 수정이 매우 어려우며 그 비용도 많이 소요된다.
- 4) 상부구조물의 단면높이가 일정하여야 하므로, 지간이 긴 교량의 경우에 단면 변화에 의한 재료절감을 기대할 수 없다.
- 5) 압출하는 동안 발생하는 일시적인 모멘트를 지지시키기 위해서는 별도의 축방향 프리스트레싱이 필요하므로 긴장재의 소요량이 많다.
- 6) 교장이 짧은 경우, 가설구조물 및 제작장 등에 대한 비용의 부담이 크다.



2.3 압출진행에 따른 상부 단면력의 변화

ILM 교량은 압출이 진행되는 동안, 상부의 각 단면이 지간 중앙부와 지점부를 모두 지난다. 그러므로 모든 단면이 사하중에 의한 최대 정 모멘트 및 최대 부 모멘트 그리고 최대 전단력을 모두 경험하게 된다.

그림 2.1은 압출되는 동안의 발생되는 상부구조의 대표적인 단면 위치를 나타내고 있다. 먼저 그림 2.1(a)는 완성될 교량 구조계에서의 단면 위치와 압출 중의 단면 위치가 일치하는 경우이고, 그림 2.1(b)는 완성될 교량 구조계에서 지점부에 놓이게 될 단면이 지간 중앙부에 위치하는 경우이다.

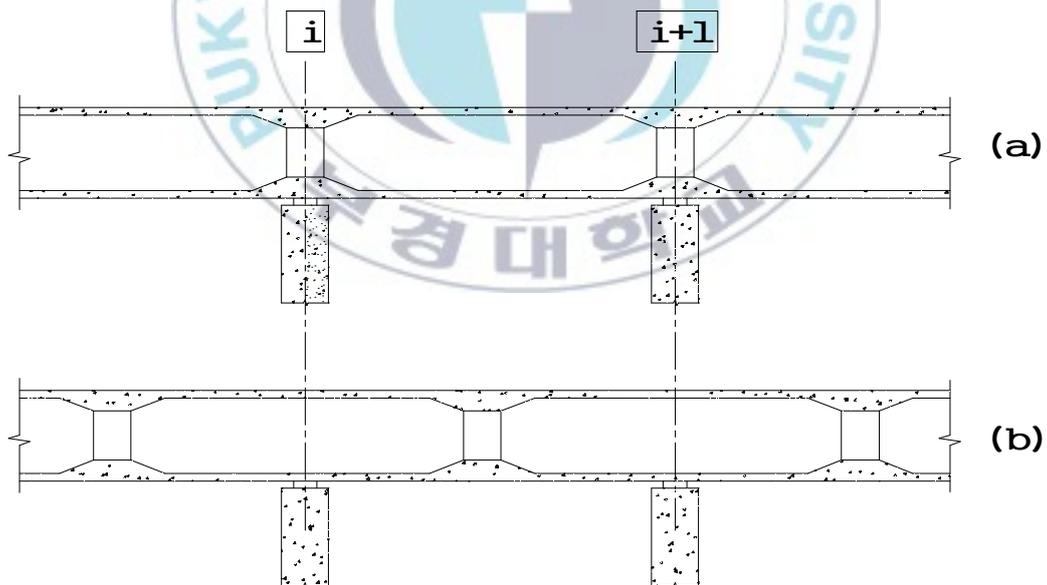


그림 2.1 압출되는 동안의 대표적인 단면위치

그림 2.1(a)와 그림 2.1(b)의 2가지 경우 모두 지간 중앙부에 위치하고 있는 단면은 완성구조계에 비하여 안전할 것이다. 압출되는 동안은 사하중만 작용하므로 사용하중이 작용되는 완성 구조계 때보다는 작은 휨 모멘트와 전단력을 가지기 때문이다. 또한, 압출과정의 안전을 위해 작용시킨 적당한 긴장력 때문에 이들 전단력과 휨 모멘트의 영향은 더욱 감소될 것이다.

한편, 지점부에 위치하는 단면은, 그림 2.1(a)인 경우, 압출되는 동안의 응력은 완성 구조계때의 응력보다는 작고, 단면의 설계가 일반적으로 사용하중에 적합하게 설계되기 때문에 안전성을 확보하고 있다. 그러나, 그림 2.1(b)의 현재의 지점부 단면은 교량 완성 구조계에서 지간 중앙부에 위치할 단면으로서 정 모멘트와 낮은 전단력에 저항할 수 있게 설계되어져 있다. 그런데, 현재 상태에서는 단면의 저항능력보다 큰 크기의 부 모멘트와 전단력을 받고 있다. 이러한 일시적인 응력에 저항할 수 있기 위해서는 사용상태를 위한 저항능력보다 큰 저항력을 갖는 단면으로 설계되어야 할 것이다.

그림 2.2은 ILM 교량 상부구조계의 맨 첫 번째 지간의 선단이 마지막 지점부에 도달하기 직전의 상태에서의 휨 모멘트와 전단력을 나타내고 있다. 맨 앞쪽의 캔틸레버 부분의 길이를 지간의 길이와 같은 l 이라 할 때, 첫 번째 지점에서의 부모멘트는 $ql^2/2$ 으로 나머지 배면지점의 $ql^2/12$ 보다 무려 6배나 높고, 전단력은 ql 로 배면에서의 $ql/2$ 보다 2배 높게 나타난다.

배면(rear zone)지점의 모멘트와 같은 크기의 단면력이 발생하는 순간의 캔틸레버의 길이 l_{cr} 을 구해보면 식 (2.1)로부터 $l_{cr} = 0.4l$ 이 된다.

$$\frac{ql_{cr}^2}{2} = \frac{ql^2}{12} \quad (2.1)$$

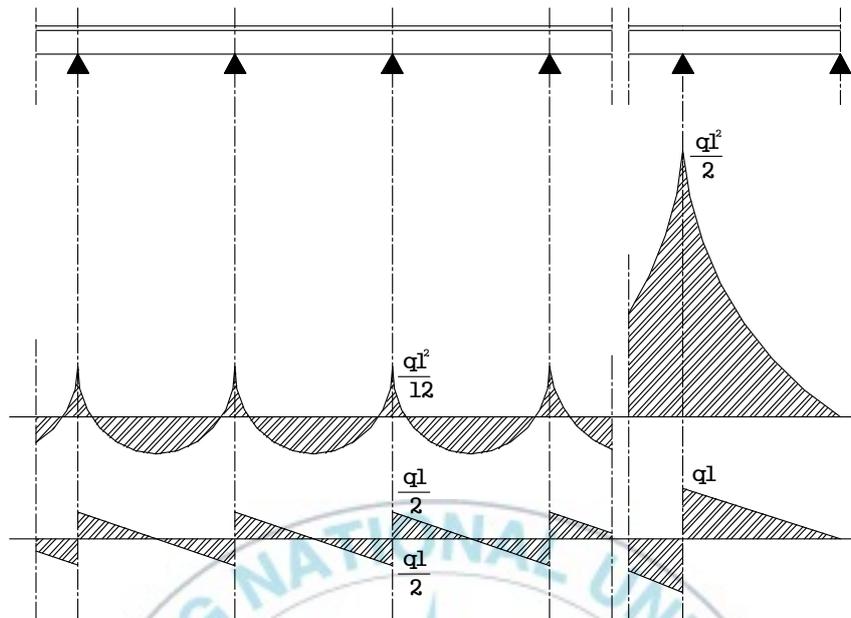


그림 2.2 압출 종료 직전의 휨모멘트도 및 전단력도

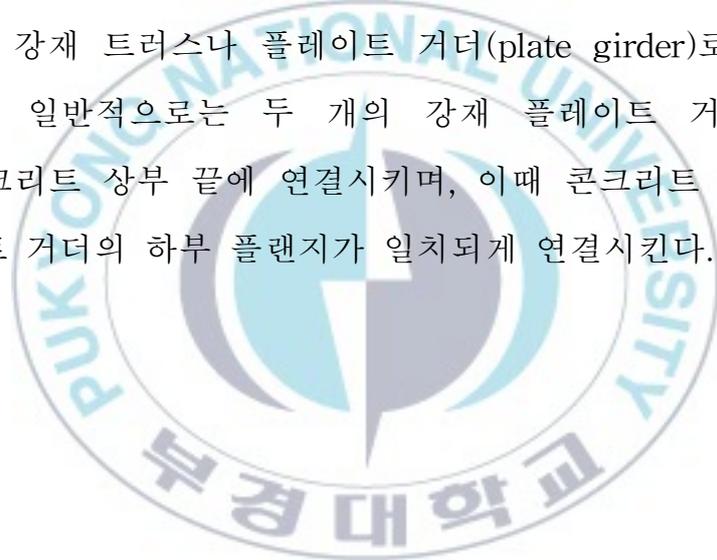
이러한 일시적으로 높은 응력을 해결하기 위한 방법으로 크게 2가지로 분류할 수 있다.

- 1) 지점수를 늘려서 지간 길이 l 을 작게하여 압출시의 응력을 줄이는 방법.
- 2) 캔틸레버 부분의 중량을 감소시켜 응력을 줄이는 방법.

1)의 해결방안에 대한 적용은 각 지간에 임시교각을 설치하여 지간 길이 l 을 줄이는 방법이다. 한 지간에 여러 개의 임시교각을 설치하여 더욱 응력을 줄일 수도 있지만, 실질적으로 임시교각의 지점이동, 시공오차, 상부 단면의 휨 강성 등의 이유로 1 개를 설치하였을 때처럼 두드러진 응력

감소는 나타나지 않는다. 따라서 일반적으로 1지간에 1개의 임시교각을 설치한다.

2)의 해결방안은 맨 첫 번째 지간부의 끝단의 상부단면에 콘크리트 중량보다 더 가벼운 구조체(압출추진코)를 연결시켜 전방의 교각지점에 상부구조보다 먼저 도달시키는 방법이다. 이러한 압출추진코를 이용한 방법은 임시교각을 설치하는 방법보다 비교적 간단하다는 이점이 있다. 또한, 이 방법은 안전하고, 빠르며, 경제적인 편이다. 따라서 압출추진코를 이용한 방법이 대부분의 ILM 공법에서 압출 중 상부단면에 발생하는 일시적으로 큰 크기의 응력을 제어하기 위한 기본적인 방법으로 채택되고 있다. 압출추진코는 강재 트러스나 플레이트 거더(plate girder)로 제작하여 사용되고 있다. 일반적으로는 두 개의 강재 플레이트 거더(steel plate girder)를 콘크리트 상부 끝에 연결시키며, 이때 콘크리트 상부단면의 하부와 플레이트 거더의 하부 플랜지가 일치되게 연결시킨다.



3. 다이아프램이 고려된 단순 해석식

3.1 매개변수 및 기본가정

이 연구에서의 압출 중 상부단면의 부재력 변화에 영향을 줄 수 있는 압출추진코와 교량 상부단면의 기하학적, 역학적인 특성을 고려하는 매개변수는 다음과 같다(Rosignoli, 2002 ; 안태욱, 2006 ; 장재엽, 2011).

- 1) 교량구조(l)의 지간길이에 대한 압출추진코(l_n)의 길이비 ; $\frac{l_n}{l}$
- 2) 교량구조(q)와 압출추진코(q_n)의 단위길이당 중량비 ; $\frac{q_n}{q}$
- 3) 교량구조(I)와 압출추진코(I_n)의 강성비 ; $\frac{I_n}{I}$
- 4) 교량구조(E)와 압출추진코(E_n)의 탄성계수비 ; $\frac{E_n}{E}$
- 5) 교량구조의 다이아프램 하중 ; P_d

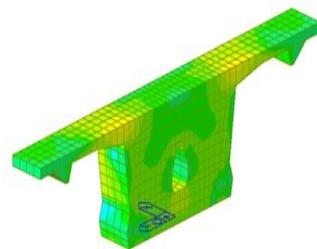
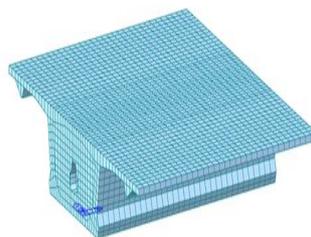
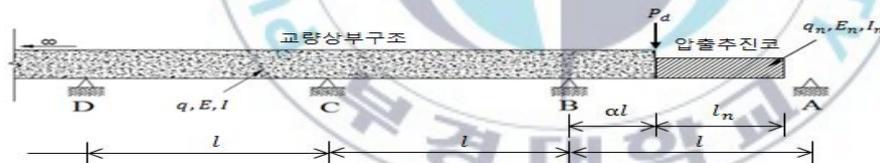


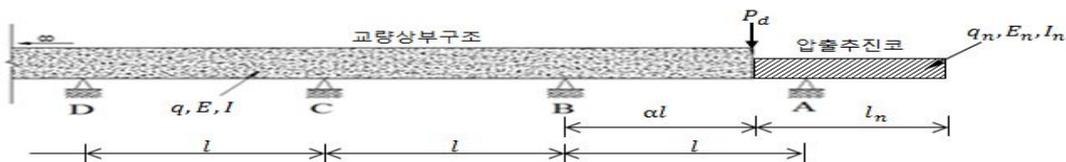
사진 3.1 Diaphragm

여기서, q_n 은 등단면으로 가정된 압출추진코의 단위 중량을 의미하고, I_n , E_n 은 압출추진코의 단면 2차모멘트와 탄성계수를 의미한다. 그리고 P_d 는 사진 3.1에 제시된 바와 같이 상부구조물과 압출추진코의 연결부 보강단면인 다이아프램을 의미한다.

상부단면과 압출추진코로 이루어진 구조체가 압출이 진행되는 동안 가질 수 있는 대표적인 구조계는 그림 3.1과 같이 2단계로 정의한다. 압출추진코가 지점 A에 도달하기 직전까지의 캔틸레버 상태(그림 3.1(a) 참조)를 1단계 압출이라 정의하고, 압출추진코가 지점 A에 도달한 후부터 콘크리트 상부가 지점 A에 도달 할 때까지(그림 3.1(b) 참조)를 2단계 압출이라 정의한다. 그림 3.1에서 압출되는 콘크리트 상부구조의 길이비를 αl 로 정의하고 1단계와 2단계 압출의 α 의 범위는 $0 \leq \alpha \leq 1$ 이다. 그림 3.1(a)와 그림 3.1(b)에서 정의된 P_d 는 다이아프램을 집중하중으로 나타낸 것이다.



(a) 1단계 압출



(b) 2단계 압출

그림 3.1 압출시의 Nose-deck 구조계

한편 이 연구에서는 압출추진코와 교량 상부구조와의 상호작용의 해석 모델에 다음과 같은 가정들을 적용한다.

- 1) 콘크리트 상부구조는 일정한 강성 및 중량을 가진다.
- 2) 압출추진코의 강성비 및 중량비는 등단면으로 일정한 강성을 가진다고 가정한다.
- 3) 그림 3.1의 D지점 이후는 지간길이가 l 인 무한개의 연속보로 되어 있다고 가정한다.
- 4) 미지수를 추가적으로 도입하지 않기 위해서 압출 긴장력은 도심축을 지난다고 가정한다.



3.2 단순 해석식 유도

압출중인 ILM 교량 상부단면의 설계단면력은 그림 3.1의 지점 B와 지점 C에서의 부(-)모멘트, 그리고 지간 AB와 지간 BC에서 발생하는 정(+)모멘트 중에서 결정 될 수 있다. 따라서 각각의 해석식이 필요하다.

3.2.1 지점 B에서의 부모멘트(1단계 압출 ; $\frac{M_B^*}{ql^2}$)

1단계 압출의 정의가 압출추진코의 끝이 지점 A에 도달하기 직전까지 이므로 α 의 범위는 $0 \leq \alpha < 1 - \frac{l_n}{l}$ 이 된다. 1단계 압출에서 지점 B에 발생하는 상부단면의 휨모멘트를 M_B^* 라 정의한다. 압출이 진행되는 동안 즉, 압출추진코의 끝단이 지점 A에 도달하기 직전까지의 지점 B의 휨모멘트 M_B^* 는 다음 식 (3.1)과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 P_d 는 압출추진코와 상부구조 연결부의 다이어프램 집중하중을 의미한다.

$$M_B^* = -\frac{1}{2}qx^2 - P_dx - q_n l_n \left(x + \frac{l_n}{2} \right) \quad (3.1)$$

다음으로, 식 (3.1)에서 x 를 αl 로 치환한 후 ql^2 으로 나누면 식 (3.2)가 된다.

$$\frac{M_B^*}{ql^2} = -\frac{1}{2}\alpha^2 - \frac{q_n}{q} \frac{l_n}{l} \left(\alpha + \frac{1}{2} \frac{l_n}{l} \right) - \frac{P_d}{ql} \alpha \quad (3.2)$$

식 (3.2)에서 보는 바와 같이 1단계 압출에서, 지점 B의 휨모멘트는 M_B^* 는 압출추진코와 교량 상부단면과의 길이비($\frac{l_n}{l}$)와 중량비($\frac{q_n}{q}$)만의 함수이고, 강성비($\frac{I_n}{I}$)와 탄성계수비($\frac{E_n}{E}$)와는 무관함을 알 수 있다.



3.2.2 지점 B에서의 부모멘트(2단계 압출 ; $\frac{M_B^{**}}{ql^2}$)

2단계 압출은 압출추진코가 지점 A에 도달한 때부터 시작된다. 압출추진코가 지점 A에 도달하게 되면 압출추진코의 끝은 교각의 지점반력에 의해 처짐이 회복된다. 이러한 탄성처짐의 회복으로 정 모멘트가 발생하게 되어 지점 B의 휨모멘트는 감소하게 된다. 2단계 압출은 지점 A에 콘크리트 상부가 도달할 때까지이다. 따라서 2단계 압출에서 α 의 범위는 $1-l_n/l \leq \alpha \leq 1$ 이다.

2단계 압출이 진행되는 동안에 지점 B에 발생하는 상부단면의 휨모멘트를 M_B^{**} 라 정의한다. 휨모멘트 M_B^{**} 의 산정을 위해서 그림 3.1의 D지점 이후는 무한연속보로 가정한 것에 근거하여 교량 전체 구조계에서 그림 3.2와 같은 3경간 연속보를 해석영역으로 선정하였다.

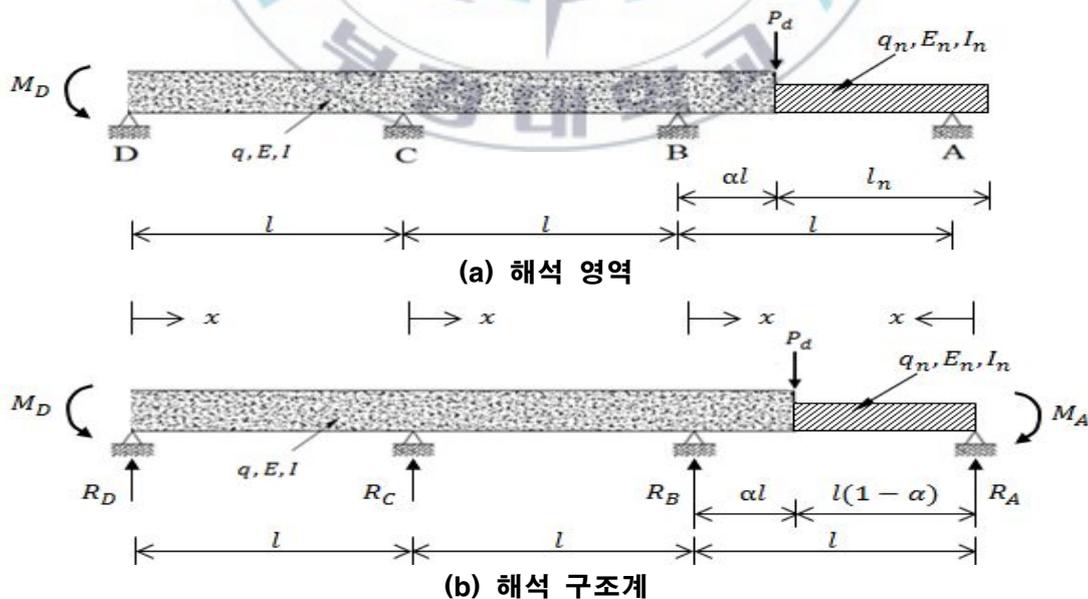


그림 3.2 2단계 압출 3경간 연속보 해석 구조계

그림 3.2에서 $M_D = \frac{ql^2}{12}$ 으로 가정할 때, 휨모멘트 M_B^{**} 는 식 (3.3)와 같이 나타낼 수 있다.

$$M_B^{**} = R_D 2l + R_C l - \frac{ql^2}{12} - 2ql^2 = R_D 2l + R_C l - \frac{25}{12} ql^2 \quad (3.3)$$

그림 3.2의 구조계는 4개의 지점 A, B, C, D에서 각각의 수직반력 R_A , R_B , R_C , 그리고 R_D 를 갖는 2차 부정정 구조계이다. 이 연구에서는 식 (3.3)을 완전한 해석식으로 만들기 위해서 2개의 지점반력은 평형조건식으로부터, 그리고 나머지 2개의 지점반력은 부정정 구조물의 해석방법인 최소일의 방법을 이용한 추가의 조건식으로부터 산정한다.

먼저, 그림 3.2의 해석구조계에서 지점반력 R_A 는 지점 D에서 모멘트 총합 $\sum M_D = 0$, R_D 는 지점 A에서 모멘트 총합 $\sum M_A = 0$ 을 취하는 평형조건식으로부터 식 (3.4)와 (3.5)으로 산정할 수 있다.

$$R_A = -\frac{1}{3}R_C - \frac{2}{3}R_B + \frac{2}{3}ql + \frac{1}{3}q\alpha\left(2l + \frac{\alpha l}{2}\right) + \frac{1}{3}q_n(1-\alpha)\left(2l + \alpha l + \frac{l(1-\alpha)}{2}\right) + \frac{1}{3}P_d(2+\alpha) - \frac{M_D}{3l} + \frac{M_A}{3l} \quad (3.4)$$

$$R_D = -\frac{1}{3}R_B - \frac{2}{3}R_C + \frac{1}{6}q_n l(1-\alpha)^2 + \frac{1}{3}q\alpha\left(\frac{\alpha l}{2} + l(1-\alpha)\right) - \frac{4}{3}ql + \frac{1}{3}P_d(1-\alpha) + \frac{M_D}{3l} - \frac{M_A}{3l} \quad (3.5)$$

다음으로 지점반력 R_B 와 R_C 는 식 (3.6)과 (3.7)의 최소일의 방법을 적용하여 산정하였다.

$$\sum \int \frac{1}{EI} M \left(\frac{\partial M}{\partial R_B} \right) dx = 0 \quad (3.6)$$

$$\sum \int \frac{1}{EI} M \left(\frac{\partial M}{\partial R_C} \right) dx = 0 \quad (3.7)$$

여기서 M_x 은 해석구간에서의 휨 모멘트식을 의미한다.

표 3.1은 그림 3.2(a)의 적분 원점 A, B, C, D로 부터의 거리 x 에 대한 휨모멘트 식(M_x)과 지점반력 R_B 와 R_C 의 편도함수 $\partial M/\partial R_B$ 와 $\partial M/\partial R_C$ 를 정리한 것이다. 이때, I 구간은 그림 3.1에서 DC경간을, II구간은 CB경간을, III구간은 지점 B에서 콘크리트와 압출추진코 연결부까지를, IV구간은 지점 A에서 콘크리트 상부와 압출추진코 연결부까지를 말한다.

표 3.1 최소일의 방법

구간	적분 원점	적분구간	M_x	$\partial M/\partial R_B$	$\partial M/\partial R_C$
I	D	$0 \sim l$	$R_D x - M_D - \frac{1}{2} q x^2$	$-\frac{1}{3} x$	$-\frac{2}{3} x$
II	C	$0 \sim l$	$R_D(l+x) + R_C x - M_D - \frac{1}{2} q(l+x)^2$	$-\frac{1}{3} l - \frac{1}{3} x$	$-\frac{2}{3} l + \frac{1}{3} x$
III	B	$0 \sim \alpha l$	$R_D(2l+x) + R_C(l+x) + R_B x - M_D - \frac{1}{2} q(2l+x)^2$	$-\frac{2}{3} l + \frac{2}{3} x$	$-\frac{1}{3} l + \frac{1}{3} x$
IV	A	$0 \sim l(1-\alpha)$	$R_A x - \frac{1}{2} q_n x^2 - M_A$	$-\frac{2}{3} x$	$-\frac{1}{3} x$

표 3.1의 내용으로부터 식 (3.6)과 (3.7)의 조건을 식 (3.8)와 같이 수정하므로 III, IV구간의 방정식을 소거할 수 있어 보다 간단한 조건을 만들 수 있음을 알 수 있다. 따라서, 이 연구에서는 식 (3.6)과 (3.7)의 조건식을 식 (3.8)와 (3.9)의 조건식으로 수정하여 적용시킨다.

$$\sum \int \frac{1}{EI} M \left(\frac{\partial M}{\partial R_B} \right) dx - 2 \sum \int \frac{1}{EI} M \left(\frac{\partial M}{\partial R_C} \right) dx = 0 \quad (3.8)$$

$$\sum \int \frac{1}{EI} M \left(\frac{\partial M}{\partial R_C} \right) dx = 0 \quad (3.9)$$

먼저, 식 (3.8)를 풀이하면 식 (3.10)과 같이 정리되고, 과정은 아래와 같다.

$$R_D = -\frac{1}{6} R_C + \frac{2}{3} ql \quad (3.10)$$

I 구간 :

$$\begin{aligned} & \int_0^l \left(R_D x - M_D - \frac{1}{2} qx^2 \right) \left(-\frac{1}{3} x \right) dx - 2 \int_0^l \left(R_D x - M_D - \frac{1}{2} qx^2 \right) \left(-\frac{2}{3} x \right) dx \\ &= -\frac{M_D}{2} l^2 + \frac{R_D}{3} l^3 - \frac{1}{8} ql^4 \end{aligned}$$

II 구간 :

$$\begin{aligned} & \int_0^l \left(R_D l + R_D x + R_C x - M_D - \frac{ql^2}{2} - qxl - \frac{q}{2} x^2 \right) \left(-\frac{1}{3} l - \frac{1}{3} x \right) dx \\ & - 2 \int_0^l \left(R_D l + R_D x + R_C x - M_D - \frac{ql^2}{2} - qxl - \frac{q}{2} x^2 \right) \left(-\frac{2}{3} l + \frac{1}{3} x \right) dx \end{aligned}$$

$$= -\frac{M_D}{2}l^2 + \frac{2R_D}{3}l^3 + \frac{R_C}{6}l^3 - \frac{11q}{24}l^4$$

$$[I + II] = -M_D l^2 + R_D l^3 + \frac{R_C}{6} l^3 - \frac{7}{12} q l^4 = 0$$

$$\therefore R_D = -\frac{1}{6} R_C + \frac{2}{3} q l$$

한편, 마지막 조건식인 식 (3.9)의 좌변을 표 3.1에서 정의한 각 구간별로 정리하면 각각 식(3.11), (3.12), (3.13) 그리고 식 (3.14)과 같이 된다.

I 구간 :

$$\int_0^l \frac{1}{EI} (R_D x - \frac{1}{2} q x^2 - M_D) \left(-\frac{2}{3} x\right) dx = \frac{1}{EI} \left(-\frac{2}{9} R_D l^3 + \frac{1}{3} M_D l^2 + \frac{1}{12} q l^4\right) \quad (3.11)$$

II 구간 :

$$\int_0^l \frac{1}{EI} \left\{ R_D (l+x) + R_C x - M_D - \frac{q(l+x)^2}{2} \right\} \left(\frac{1}{3} x - \frac{2}{3} l \right) dx$$

$$= \frac{1}{EI} \left(-\frac{13}{18} R_D l^3 - \frac{2}{9} R_C l^3 + \frac{1}{2} M_D l^2 + \frac{13}{24} q l^4 \right)$$

(3.12)

III 구간 :

$$\int_0^{\alpha l} \frac{1}{EI} \left\{ R_D (2l+x) + R_C (l+x) + R_B x - M_D - \frac{q(2l+x)^2}{2} \right\} \left(\frac{1}{3} x - \frac{1}{3} l \right) dx$$

$$= \frac{1}{EI} \left\{ M_D l^2 \left(-\frac{1}{6} \alpha^2 + \frac{1}{3} \alpha \right) + R_D l^3 \left(-\frac{2}{3} \alpha + \frac{1}{6} \alpha^2 + \frac{1}{9} \alpha^3 \right) + R_C l^3 \left(-\frac{1}{3} \alpha + \frac{1}{9} \alpha^3 \right) \right\}$$

$$+ \frac{1}{EI} \left\{ R_B l^3 \left(-\frac{1}{6} \alpha^2 + \frac{1}{9} \alpha^3 \right) + q l^4 \left(\frac{2}{3} \alpha - \frac{1}{6} \alpha^3 - \frac{1}{24} \alpha^4 \right) \right\} \quad (3.13)$$

IV 구간 :

$$\int_0^{l(1-\alpha)} \frac{1}{E_n I_n} \left(R_A x - \frac{q_n}{2} x^2 - M_A \right) \left(-\frac{1}{3} x \right) dx$$

$$= \frac{1}{E_n I_n} \left\{ R_A l^3 \left(-\frac{1}{9} (1-\alpha)^3 \right) + q_n l^4 \left(\frac{1}{24} (1-\alpha)^4 \right) + M_A l^2 \left(\frac{1}{6} (1-\alpha)^2 \right) \right\} \quad (3.14)$$

다음으로 식 (3.11)에서부터 식 (3.14)에 있는 지점반력 R_A , R_B , R_D 를 지금까지 얻어진 지점반력에 관한 3개의 관계식들인 식 (3.4), (3.5)와 식 (3.10)를 이용하여 모두 R_C 의 함수로 치환시킨 후에 식 (3.9)을 적용한다. 먼저, 식 (3.5)과 식 (3.10)로부터,

$$R_B = -\frac{3}{2} R_C + P_d(1-\alpha) + 2ql + \frac{1}{2} q_n l(1-\alpha)^2 + ql\alpha \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) + \frac{M_D}{l} - \frac{M_A}{l} \quad (3.15)$$

가 얻어지고, 식 (3.4)와 식 (3.15)로부터,

$$R_A = \frac{2}{3} R_C + P_d\alpha + ql \left(-\frac{2}{3} + \frac{\alpha^2}{2} \right) + \frac{1}{2} q_n l(1-\alpha)(1+\alpha) + \frac{M_A}{l} - \frac{M_D}{l} \quad (3.16)$$

을 얻을 수 있다. 결국, 식 (3.10), (3.15) 그리고 식 (3.16)을 식 (3.11)에서부터 식 (3.14)에 대입한 후에 식 (3.9)를 정리하면 식 (3.17)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
& \Sigma \int \frac{1}{EI} M \left(\frac{\partial M}{\partial R_C} \right) dx = \\
& \frac{1}{EI} \left[R_C l^3 \left(-\frac{7}{108} - \frac{2}{9} \alpha + \frac{2}{9} \alpha^2 - \frac{2}{27} \alpha^3 \right) \right. \\
& + q_n l^4 \left\{ (1-\alpha)^2 \left(-\frac{1}{12} \alpha^2 + \frac{1}{18} \alpha^3 \right) + \left(\frac{1}{2} - \alpha + \frac{1}{2} \alpha^2 \right) \left(\frac{1}{6} \alpha^2 - \frac{1}{9} \alpha^3 \right) \right\} \\
& + ql^4 \left(\frac{7}{108} + \frac{1}{4} \alpha - \frac{1}{4} \alpha^2 - \frac{1}{36} \alpha^3 + \frac{11}{72} \alpha^4 - \frac{1}{18} \alpha^5 \right) + q_n l_n l^2 \left(\frac{1}{2} l_n + \alpha l - l \right) \left(\frac{1}{6} \alpha^2 - \frac{1}{9} \alpha^3 \right) \\
& + P_d \left(-\frac{1}{6} \alpha^2 l^3 + \frac{5}{18} \alpha^3 l^3 - \frac{1}{9} \alpha^4 \right) \left. \right] \\
& \frac{1}{E_n I_n} \left[R_C l^3 \left(-\frac{2}{27} (1-\alpha)^3 \right) \right. \\
& + q_n l^4 \left\{ -\frac{1}{18} (1-\alpha^2) (1-\alpha)^3 + \frac{1}{24} (1-\alpha)^4 + \left(\frac{1}{2} - \alpha + \frac{1}{2} \alpha^2 \right) \left(\frac{1}{6} (1-\alpha)^2 - \frac{1}{9} (1-\alpha)^3 \right) \right\} \\
& + ql^4 \left\{ \frac{1}{108} (1-\alpha)^3 - \frac{1}{9} \left(-\frac{2}{3} + \frac{\alpha^2}{2} \right) (1-\alpha)^3 \right\} + q_n l_n l^2 \left(\frac{1}{2} l_n + \alpha l - l \right) \left\{ \frac{1}{6} (1-\alpha)^2 - \frac{1}{9} (1-\alpha)^3 \right\} \\
& + P_d \left(-\frac{1}{9} \alpha l^3 (1-\alpha)^3 \right) \left. \right] \tag{3.17}
\end{aligned}$$

위의 식 (3.17)는 4개의 지점반력들 중에서 R_C 만을 포함한 관계식이다. 한편, 식 (3.10)의 R_D 를 식 (3.3)에 대입하면 식 (3.18)과 같이 R_C 만의 함수인 2단계 압출과정 중 지점 B의 위치에서 휨 모멘트 M_B^{**} 가 선정된다.

$$M_B^{**} = \frac{2}{3} R_C l - \frac{3}{4} ql^2 \tag{3.18}$$

그러므로 식 (3.17)에서 R_C 를 구한 후에 그 값을 식 (3.18)에 대입하면 M_B^{**} 를 산정할 수 있다. 위의 식으로부터 R_C 를 정리하여 다음과 같이 구

할 수 있다.

$$R_C = \frac{A+B}{C'+C''} \quad (3.19)$$

여기서, A, B, C는 식 (3.20), 식 (3.21), 식 (3.22) 그리고 식 (3.23)와 같다.

$$\begin{aligned} A = & \frac{1}{EI} \left[q_n l^4 \left\{ (1-\alpha)^2 \left(-\frac{1}{12} \alpha^2 + \frac{1}{18} \alpha^3 \right) + \left(\frac{1}{2} - \alpha + \frac{1}{2} \alpha^2 \right) \left(\frac{1}{6} \alpha^2 - \frac{1}{9} \alpha^3 \right) \right\} \right. \\ & + q l^4 \left(\frac{7}{108} + \frac{1}{4} \alpha - \frac{1}{4} \alpha^2 - \frac{1}{36} \alpha^3 + \frac{11}{72} \alpha^4 - \frac{1}{18} \alpha^5 \right) + q_n l_n l^2 \left(\frac{1}{2} l_n + \alpha l - l \right) \left(\frac{1}{6} \alpha^2 - \frac{1}{9} \alpha^3 \right) \\ & \left. + P_d l^3 \left(-\frac{1}{6} \alpha^2 + \frac{5}{18} \alpha^3 - \frac{1}{9} \alpha^4 \right) \right] \quad (3.20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B = & \frac{1}{E_n I_n} \left[q_n l^4 \left\{ -\frac{1}{18} (1-\alpha^2)(1-\alpha)^3 + \frac{1}{24} (1-\alpha)^4 \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(\frac{1}{2} - \alpha + \frac{1}{2} \alpha^2 \right) \left(\frac{1}{6} (1-\alpha)^2 - \frac{1}{9} (1-\alpha)^3 \right) \right\} \right. \\ & + q l^4 \left\{ \frac{1}{108} (1-\alpha)^3 - \frac{1}{9} \left(-\frac{2}{3} + \frac{\alpha^2}{2} \right) (1-\alpha)^3 \right\} + q_n l_n l^2 \left(\frac{1}{2} l_n + \alpha l - l \right) \left\{ \frac{1}{6} (1-\alpha)^2 - \frac{1}{9} (1-\alpha)^3 \right\} \\ & \left. - P_d l^3 \left(-\frac{1}{9} \alpha (1-\alpha)^3 \right) \right] \quad (3.21) \end{aligned}$$

$$C' = \frac{1}{EI} \left[l^3 \left(-\frac{7}{108} - \frac{2}{9} \alpha + \frac{2}{9} \alpha^2 - \frac{2}{27} \alpha^3 \right) \right] \quad (3.22)$$

$$C'' = \frac{1}{E_n I_n} \left[l^3 \left(-\frac{2}{27} (1-\alpha)^3 \right) \right] \quad (3.23)$$

결국 식 (3.19)의 지점반력 R_C 를 2단계 압출의 지점 B에서 휨 모멘트를 나타내는 식 (3.18)에 대입하고 정리하면 M_B^{**}/ql^2 는 식 (3.24)와 같고 식 (3.25)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{M_B^{**}}{ql^2} = -\frac{2}{3} \left(\frac{A + \frac{EI}{E_n I_n} B}{C' + \frac{EI}{E_n I_n} C''} \right) \frac{1}{ql} - \frac{3}{4} \quad (3.24)$$

$$\frac{M_B^{**}}{ql^2} = \frac{\textcircled{1}}{\textcircled{2}} \quad (3.25)$$

여기서, ①과 ②는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} &= \left[\frac{1}{3} \alpha^3 \left(-1 + \frac{11}{8} \alpha - \frac{1}{2} \alpha^2 \right) - \frac{P_d}{ql} \left(\frac{1}{2} \alpha^2 - \frac{5}{6} \alpha^3 + \frac{1}{3} \alpha^4 \right) \right] \\ &\quad + \left[\frac{q_n \left(\frac{l_n}{l} \right)^2}{q} \alpha^2 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \alpha \right) + \frac{q_n \left(\frac{l_n}{l} \right)}{q} \alpha^2 \left(-\frac{1}{2} + \frac{5}{6} \alpha - \frac{1}{3} \alpha^2 \right) \right] \\ &\quad + \frac{EI}{E_n I_n} \left[\left(-\frac{1}{6} \alpha^2 (1-\alpha)^3 \right) + \frac{q_n}{q} \left(\frac{1}{24} (1-\alpha)^4 \right) - \frac{1}{3} \frac{P_d}{ql} \alpha (1-\alpha)^3 \right] \\ &\quad + \frac{EI}{E_n I_n} \left[\frac{q_n \left(\frac{l_n}{l} \right)^2}{q} \left(\frac{1}{4} (1-\alpha)^2 - \frac{1}{6} (1-\alpha)^3 \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{q_n \left(\frac{l_n}{l} \right)}{q} \left(\frac{1}{2} (1-\alpha)^2 (\alpha-1) + \frac{1}{3} (1-\alpha)^4 \right) \right] - \frac{7}{288} \\ \textcircled{2} &= \left(\frac{1}{3} \alpha^3 - \alpha^2 + \alpha + \frac{7}{24} + \frac{EI}{E_n I_n} \frac{(1-\alpha)^3}{3} \right) \end{aligned}$$

3.2.3 지점 C에서의 부모멘트($\frac{M_C}{ql^2}$)

1단계 압출에서 지점 C에 발생하는 상부단면의 휨모멘트를 M_C^1 이라 정의하고, M_C^1 을 산정하기 위해 중첩의 원리를 이용한다. 먼저, 그림 3.3(a)와 같은 연속보 구조계의 각 지점에 휨모멘트 M_B , M_C^1 , M_D 를 작용시켜, 그림 3.3(b)와 같이 콘크리트 상부의 단위 길이당 자중에 의한 q 와 각 단부에 작용하는 모멘트를 받는 두 개의 단순보로 분리시킨다. 여기서, M_D 는 D지점 이후에 지간길이 l 인 무한개의 연속보로 연결된 것으로 한 기본 가정에 따라 $M_D = -\frac{ql^2}{12}$ 이 된다.

그림 3.3(b)와 같은 구조계에서 DC지간의 지점 C의 처짐각을 θ'_C 로 하고, CB지간의 지점 C의 처짐각을 θ''_C 이라고 할 때, 실제로 두 단순보는 지점 C에서 연속이므로 두 보의 처짐각은 식 (3.26)과 같은 적합방정식이 성립된다.

$$\theta'_C = -\theta''_C \quad (3.26)$$

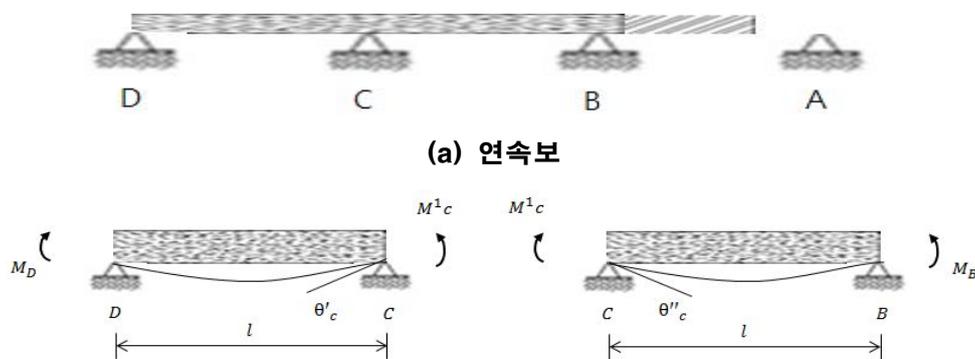


그림 3.3 중첩법의 적용(1단계 압출)

그림 3.3(b)에서 M_B , M_C^1 , M_D 그리고 q 에 의한 지점 C의 처짐각을 각각 $(\theta_C)M_B$, $(\theta_C)M_C^1$, $(\theta_C)M_D$, $(\theta_C)q$ 라고 정의한다. 그러면, 모멘트 면적 법에 의해 $(\theta_C)M_B = \frac{M_B l}{6EI}$, $(\theta_C)M_C^1 = \frac{M_C^1 l}{3EI}$, $(\theta_C)M_D = \frac{M_D l}{6EI}$, $(\theta_C)q = \frac{ql^3}{24EI}$ 로 각각의 처짐각이 산정된다. 그리고, 중첩의 원리에 의해 θ'_C 과 θ''_C 는 식 (3.27), (3.28)과 같이 산정된다.

$$\theta'_C = (\theta_C)M_D + (\theta_C)M_C^1 + (\theta_C)q \quad (3.27)$$

$$= \frac{M_D l}{6EI} + \frac{M_C^1 l}{3EI} + \frac{ql^3}{24EI}$$

$$\theta''_C = (\theta_C)M_C^1 + (\theta_C)M_B + (\theta_C)q \quad (3.28)$$

$$= \frac{M_C^1 l}{3EI} + \frac{M_B l}{6EI} + \frac{ql^3}{24EI}$$

식 (3.27)과 식 (3.28)을 식 (3.26)의 적합방정식에 대입하면, 식 (3.29)가 성립된다.

$$\frac{M_D l}{6EI} + \frac{M_C^1 l}{3EI} + \frac{ql^3}{24EI} + \frac{M_C^1 l}{3EI} + \frac{M_B l}{6EI} + \frac{ql^3}{24EI} = 0 \quad (3.29)$$

여기서 $C_1 = \frac{l}{3EI}$, $C_2 = \frac{l}{6EI}$, $C_3 = \frac{ql^2}{24EI}$ 라 변환하면

$$M_D \times C_2 + 2M_C^1 \times C_1 + 2C_3 + M_B \times C_2 = 0 \quad (3.30)$$

$$M_C^1 = -\frac{C_2}{2C_1}M_D - \frac{C_3}{C_1} - \frac{C_2}{2C_1}M_B \quad (3.31)$$

이 된다. 그리고, 식 (3.31)에 $C_1 = \frac{l}{3EI}$, $C_2 = \frac{l}{6EI}$, $C_3 = \frac{ql^2}{24EI}$ 및 $M_D = -\frac{ql^2}{12}$ 을 대입하여 정리하면 M_C^1 는 식 (3.32)와 같이 된다.

$$\frac{M_C^1}{ql^2} = -\frac{5}{48} - \frac{1}{4} \frac{M_B^*}{ql^2} \quad (3.32)$$



3.2.4 지간 AB에서의 정모멘트($\frac{M_{AB}}{ql^2}$)

그림 3.4와 같이 등단면 압출추진코의 경우 A-B경간 최대 정모멘트를 결정하기 위해 그림 3.2(a)의 지간 A-B를 분리하여 단순보를 도입하였다. 그림 3.4에서 교량 상부구조의 단위길이당 중량을 q , 그리고 압출추진코의 단위길이당 중량을 q_n , 지점 A와 B의 반력을 각각 R_A , R_B , 2단계 압출 과정 중 지점 B의 휨모멘트를 M_B^{**} 라 하였다.

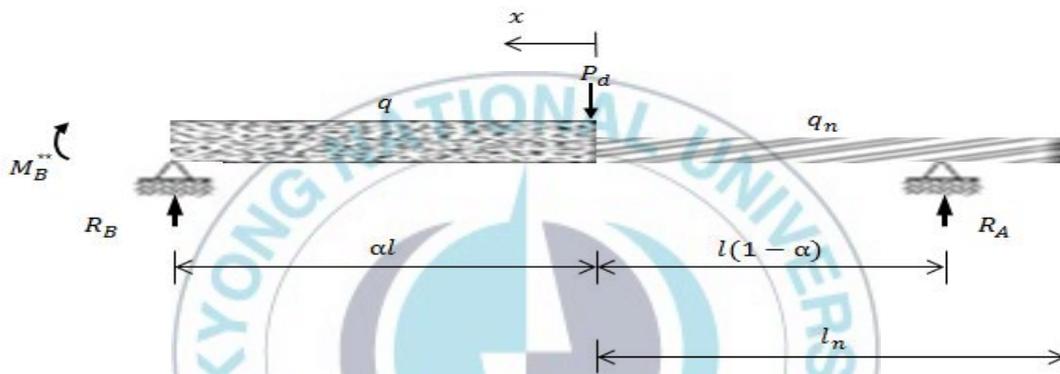


그림 3.4 첫 번째 지간 분리

그림 3.4에서 지점 A의 반력 R_A/ql 는 평형조건식 $\sum M_B = 0$ 을 이용하여 식 (3.33)과 같이 산정하였다. 그리고 압출추진코와 교량 상부구조 연결부를 기준으로 한 임의의 위치 x 에서 전단력 V_x 와 휨 모멘트 M_x 는 식 (3.34), (3.35)와 같다.

$$\frac{R_A}{ql} = \frac{\alpha^2}{2} + \frac{q_n}{q} \frac{l_n}{l} \alpha + \frac{1}{2} \frac{q_n}{q} \frac{l_n^2}{l^2} + \frac{M_B^{**}}{ql^2} + \frac{p_d}{ql} \alpha \quad (3.33)$$

$$V_x = -R_A + q_n l_n + P_d + qx \quad (3.34)$$

$$M_x = R_A(x + l(1 - \alpha)) - q_n l_n(x + \frac{l_n}{2}) - P_d x - \frac{q}{2} x^2 \quad (3.35)$$

지간 A-B에서 발생하는 최대 정모멘트는 식 (3.34)의 전단력 V_x 가 0이 되는 위치에서 발생할 것이다. 따라서 전단력 V_x 가 0이 되는 위치는 식 (3.34)에 의해 식 (3.36)과 같이 구해지고

$$x = \frac{R_A}{q} - \frac{q_n}{q} l_n - \frac{P_d}{q} \quad (3.36)$$

식 (3.36)을 식 (3.35)에 대입하여 식 (3.37)과 같이 압출 중 첫 번째 지간 A-B에서 발생하는 최대 정모멘트를 산정할 수 있는 해석식을 유도하였다.

$$M_{AB}^{\max} = R_A \left(\frac{R_A}{q} - \frac{q_n}{q} l_n - \frac{P_d}{q} + l(1-\alpha) \right) - q_n l_n \left(\frac{R_A}{q} - \frac{q_n}{q} l_n - \frac{P_d}{q} + \frac{l_n}{2} \right) - P_d \left(\frac{R_A}{q} - \frac{q_n}{q} l_n - \frac{P_d}{q} \right) - \frac{q}{2} \left(\frac{R_A}{q} - \frac{q_n}{q} l_n - \frac{P_d}{q} \right)^2$$

$$\frac{M_{AB}^{\max}}{ql^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{R_A}{ql} \right)^2 + \frac{R_A}{ql} \left(1 - \alpha - \frac{q_n}{q} \frac{l_n}{l} - \frac{P_d}{ql} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{q_n}{q} \right) \left(\frac{l_n}{l} \right)^2 \left(\frac{q_n}{q} - 1 \right) + \frac{P_d}{ql} \left(\frac{q_n}{q} \frac{l_n}{l} + \frac{1}{2} \frac{P_d}{ql} \right) \quad (3.37)$$

3.2.5 지간 BC에서의 정모멘트($\frac{M_{BC}}{ql^2}$)

그림 3.2(a)의 B-C 지간에서 발생하는 최대 정모멘트를 결정하기 위해 그림 3.5와 같은 단순보를 도입하였다.

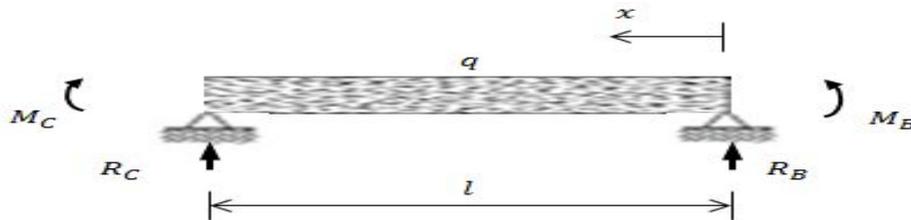


그림 3.5 단순보 도입

그림 3.5와 같이 분리된 단순보에서 교량 상부구조의 단위길이당 중량을 q , 지점 B와 지점 C에서 발생하는 모멘트를 각각 M_B 와 M_C 라 두고, 지점 B에서 반력 R_B 를 평형조건식 $\sum M_C = 0$ 를 이용하여 식 (3.38)과 같이 산정하였다. 그리고 지점 B를 기준으로 임의의 위치에서의 전단력 V_x 와 휨모멘트 M_x 를 식 (3.39)와 (3.40)과 같이 구하였다.

$$R_B = \frac{M_C}{l} + \frac{ql}{2} - \frac{M_B}{l} \quad (3.38)$$

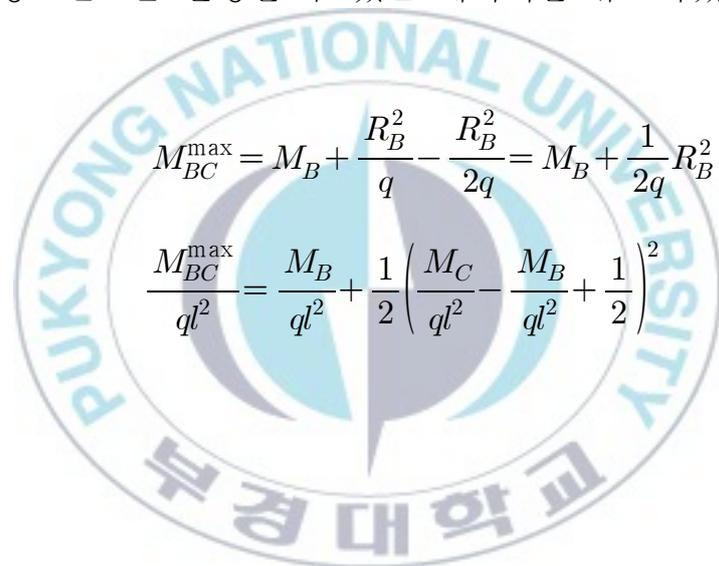
$$V_x = -R_B + qx \quad (3.39)$$

$$M_x = M_B + R_B x - \frac{1}{2}qx^2 \quad (3.40)$$

B-C 지간에서 발생하는 최대 정모멘트는 식 (3.39)의 전단력 V_x 가 0이 되는 위치에서 발생할 것이다. 따라서 전단력 V_x 가 0이 되는 위치는 식 (3.39)에 의해 식 (3.41)과 같이 구해지고

$$x = \frac{R_B}{q} \quad (3.41)$$

식 (3.41)을 식 (3.40)에 대입하여 식 (3.42)와 같이 압출중 B-C 지간에 발생하는 최대 정모멘트를 산정할 수 있는 해석식을 유도하였다.



$$M_{BC}^{\max} = M_B + \frac{R_B^2}{q} - \frac{R_B^2}{2q} = M_B + \frac{1}{2q} R_B^2$$

$$\frac{M_{BC}^{\max}}{ql^2} = \frac{M_B}{ql^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{M_C}{ql^2} - \frac{M_B}{ql^2} + \frac{1}{2} \right)^2 \quad (3.42)$$

4. 해석식 검증

4.1 검증 모델

이 연구에서 개발된 단순 해석식의 정확성을 검증하기 위하여 상용 구조해석 프로그램인 MIDAS Civil(MIDAS IT, 2012)을 사용하여 상부구조 해석을 수행하였다. 검증 예제로서는 현재 완공되어 공용중인 14개의 실제 교량 제원을 사용하였다. 그림 4.1은 그 중 한 교량의 해석 모델링 모습을 나타낸다.

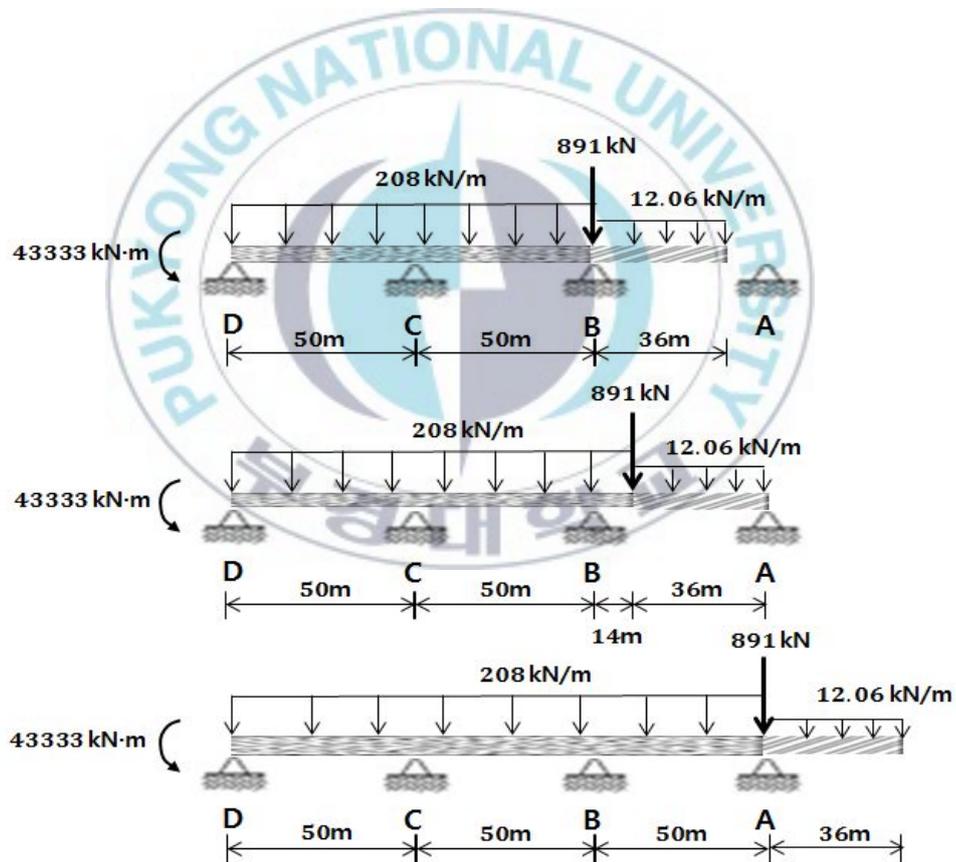


그림 4.1 예제 교량의 해석 모델

표 4.1 예제 교량의 설계 변수

변수	값	변수	값	변수	값
l	50 m	E_n	$2.1 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$	q	208 kN
l_n	36 m	I	10.8 m^4	q_n	12.06 kN
E	$2.8 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$	I_n	0.25 m^4	P_d	891 kN

이때 예제 교량의 설계변수값은 표 4.1와 같다. 여기서 자중은 등분포하중으로 적용을 하였으며, 다이어프램 하중은 상부구조물과 압출추진코가 접하는 곳에 집중하중으로 적용하였다. 다이어프램 하중의 크기는 그림 4.2에서 제시된 첫 번째 세그먼트의 격벽하중으로 산정하였고 그 계산과정은 식 (4.1)과 같다. 각각의 항은 순서대로 단면의 넓이, 폭, 콘크리트의 단위중량이다.

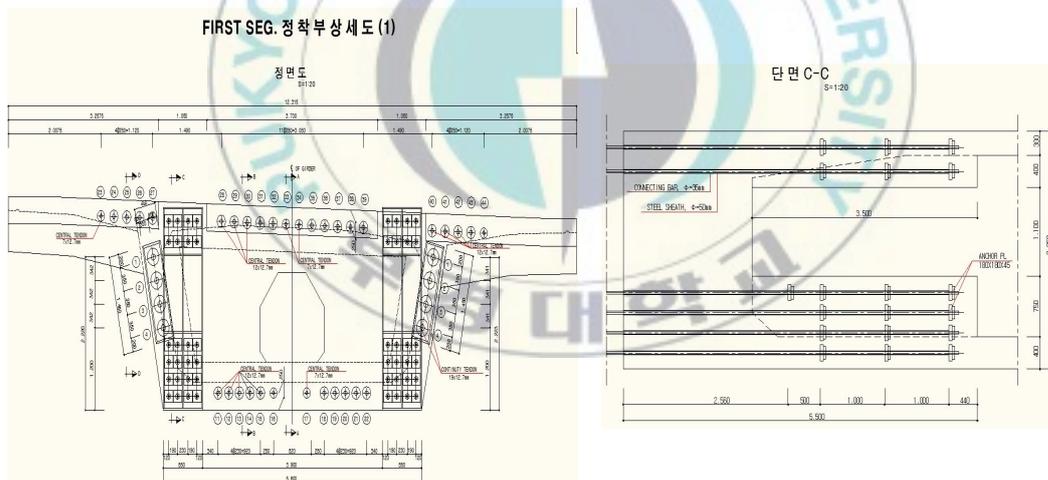


그림 4.2 예제 교량의 다이어프램 크기 산정

$$P_d = 17.82 \text{ m}^2 \times 2 \text{ m} \times 25 \text{ kN/m}^3 = 891 \text{ kN} \quad (4.1)$$

압출과정은 상부구조물을 0.5m씩 압출을 시켜 총 100개의 해석모델로 적용하였다.

4.2 해석식의 정확성

그림 4.2는 동일한 교량에 대해 개발된 해석식과 4.1절에서 제시된 해석모델로 계산된 단면력을 그래프로 비교한 것이다. 실선은 해석식을 사용하여 계산된 단면력이고 점선은 MIDAS Civil 프로그램으로 계산한 것이다. 모든 위치와 압출 시작부터 종료시점까지의 모든 시점에서 두 그래프가 일치하는 것을 확인할 수 있다. 표 4.2는 그림 4.2의 그래프를 수치상으로 나타낸 것이다. ILM 교량의 상부구조의 모멘트 값 M_B , M_C , M_{AB} , M_{BC} 를 비교해본 결과 전체적으로 0.5%이하의 오차를 가진다.

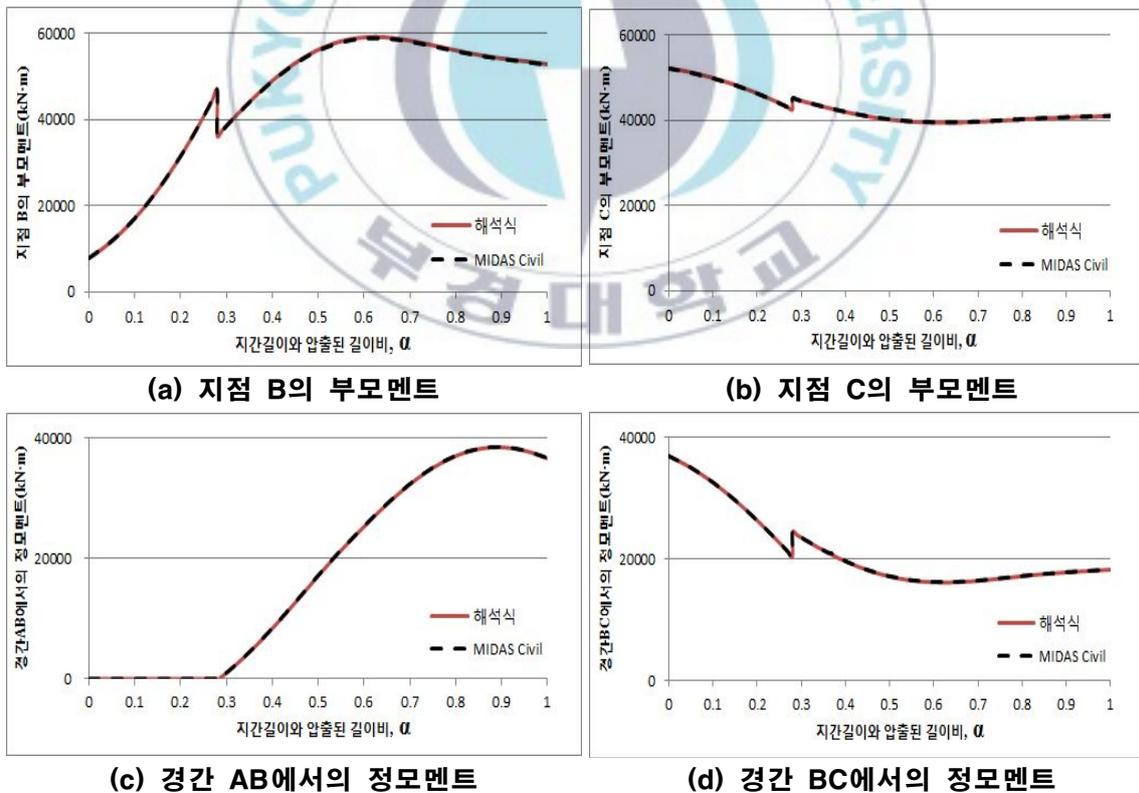


그림 4.3 해석식과 MIDAS Civil 결과의 비교

표 4.2 해석식과 MIDAS Civil 결과의 비교

α	Mb(kN · m)		Mc(kN · m)		Mab(kN · m)		Mbc(kN · m)	
	해석식	MIDAS Civil	해석식	MIDAS Civil	해석식	MIDAS Civil	해석식	MIDAS Civil
0	-7817	-7815	-52212	-52110	0	0	36880	36924
0.1	-17044	-17041	-49906	-49830	0	0	32564	32598
0.2	-31471	-31467	-46299	-46266	0	0	26327	26345
0.28	-36216	-36179	-45113	-45101	-226	-203	24412	24436
0.3	-36216	-36179	-45113	-45101	-226	-203	24412	24436
0.4	-38517	-38467	-44537	-44536	991	1023	23508	23534
0.5	-48962	-48834	-41926	-41974	8362	8435	19603	19641
0.6	-56156	-55956	-40128	-40214	17082	17179	17105	17153
0.7	-59035	-58796	-39408	-39512	25281	25384	16149	16203
0.8	-58299	-58066	-39592	-39693	32302	32398	16391	16445
0.9	-56033	-55836	-40158	-40244	37009	37089	17147	17194
1	-54169	-54010	-40624	-40695	38460	38526	17780	17818

α	Ra(kN)		Mab발생위치(m)	
	해석식	MIDAS Civil	해석식	MIDAS Civil
0	0	0		
0.1	0	0		
0.2	0	0		
0.28	211	211	36.0	36.0
0.3	211	211	35.0	35.0
0.4	252	253	30.0	30.0
0.5	539	542	25.0	25.0
0.6	996	1000	21.5	21.5
0.7	1643	1648	20.5	20.5
0.8	2466	2471	20.1	20.1
0.9	3424	3428	20.2	20.2
1	4478	4481	20.7	20.7

따라서 제안된 해석식은 설계자가 신속하고 정확하게 설계 단면력의 크기를 구할 수 있고 설계단면력이 발생하는 압출시기도 쉽게 알 수 있도록 유용한 도구가 될 것으로 판단한다. 이러한 정확도는 다른 예제 교량에서도 같은 결과를 보였다.

4.3 다이어프램에 따른 길이비, 강성비 분포

다이어프램은 상부 구조물과 압출추진코 연결 지점부의 강성을 향상시키는 역할을 한다. 이 연구에서 조사 분석된 ILM교량의 다이어프램 분포는 그림 4.3과 같다.

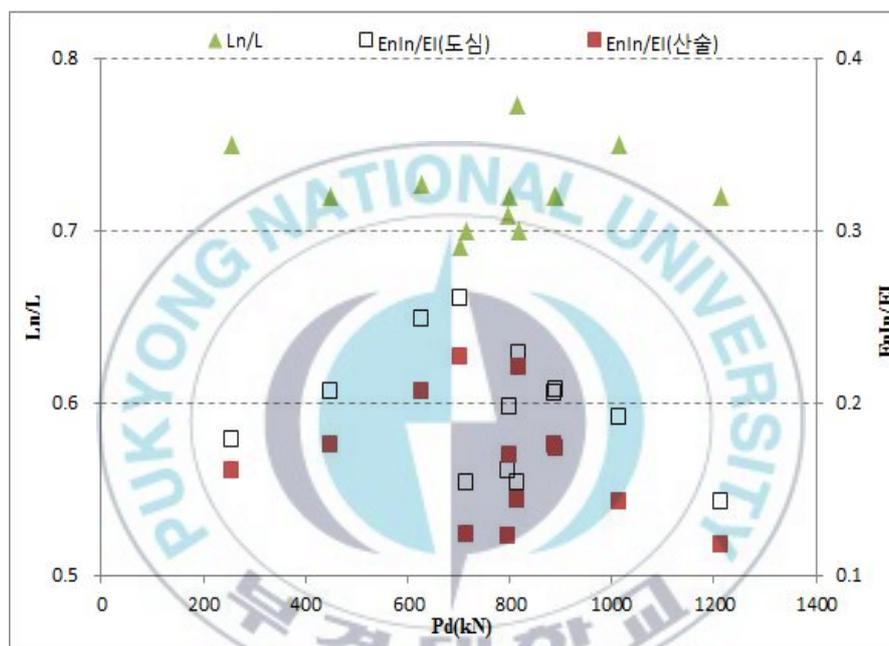


그림 4.4 다이어프램의 크기에 따른 실제 교량 제원 분포

다이어프램의 크기와 압출추진코의 길이비, 강성비 사이에서 뚜렷한 상관관계는 찾을 수 없었다. 다만, 기존에 설계된 압출추진코의 길이비는 0.7 부근에서, 다이어프램 크기의 경우 800 kN부근에서 가장 많이 설계되어 왔다는 것을 알 수 있다. 다이어프램의 크기는 상부 PSC 박스의 크기 및 단면 형상에 영향을 받을 것으로 보인다.

4.4 다이아프램의 영향

4.1절의 조사된 사례 교량의 다이아프램 분포를 바탕으로 다이아프램의 크기 변화에 따른 교량 상부구조물의 단면력 궤적의 한 예를 그림 4.4에 나타내었다. 압출 시작시점과 종료시점에서의 모멘트 크기는 같지만 압출중 발생하는 최대 모멘트에서는 다이아프램 하중에 따라 차이를 보인다.

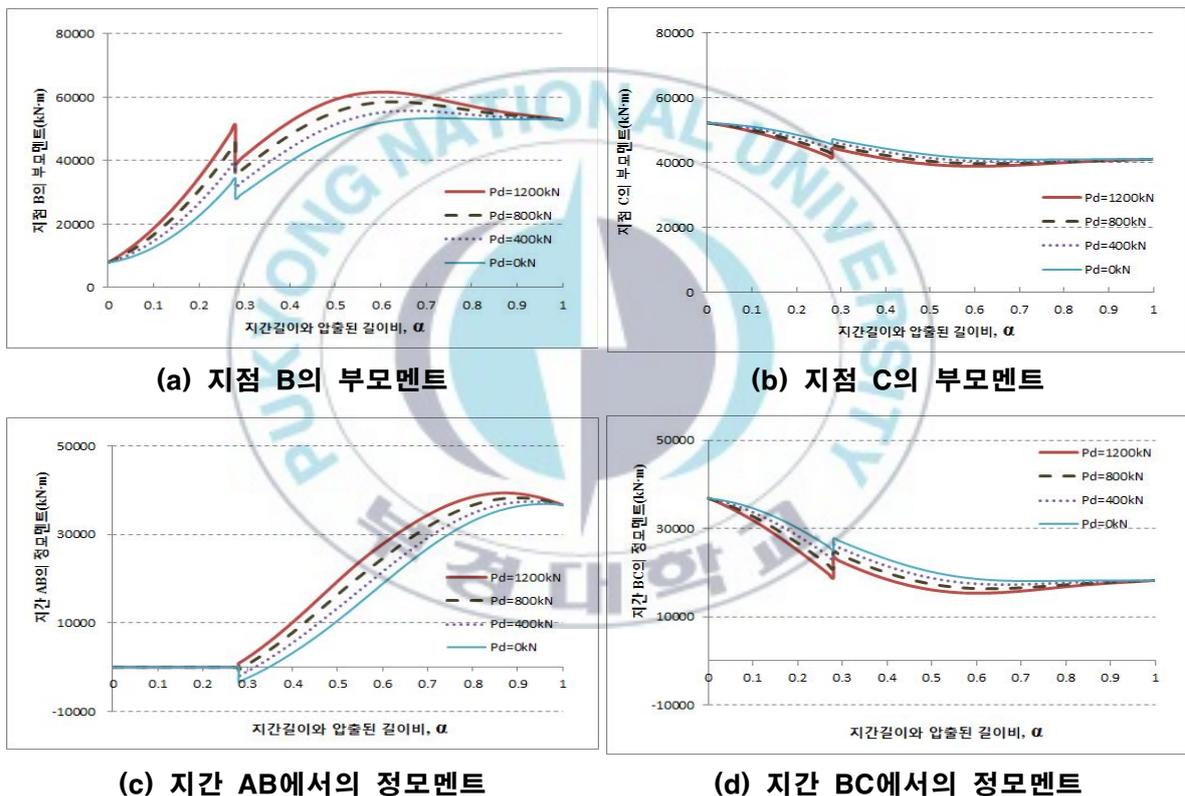


그림 4.5 다이아프램의 변화에 따른 단면력 궤적

$P_d=0$ kN 즉, 다이아프램을 고려하지 않으면 M_B 는 최대 13.4%, M_{AB} 는 최대 6.4% 만큼 설계 단면력이 과소평가되어 상부구조 안전성에 유해한 영향을 미칠 것이다. 따라서 압출중 상부구조의 설계단면력 해석에 반드시 다이아프램의 영향을 고려해야 할 것으로 본다.

5. 변단면 압출추진코의 등가 등단면 환산방법

5.1 압출추진코 단면의 형상

그림 5.1은 4.1절에서 검증 예제로 사용되었던 ILM 교량 중 단면형상이 다른 3개 교량의 압출추진코 단면이다. 대부분의 압출추진코는 I형 플레이트를 양쪽에 배치하고, 비틀림 방지를 위해 수평·수직 브레이싱으로 보강되어 제작된다. 각각의 교량에 따라서 형상이 다르고 단면의 형태는 길이방향에 따라 일정하지 않고 변한다.

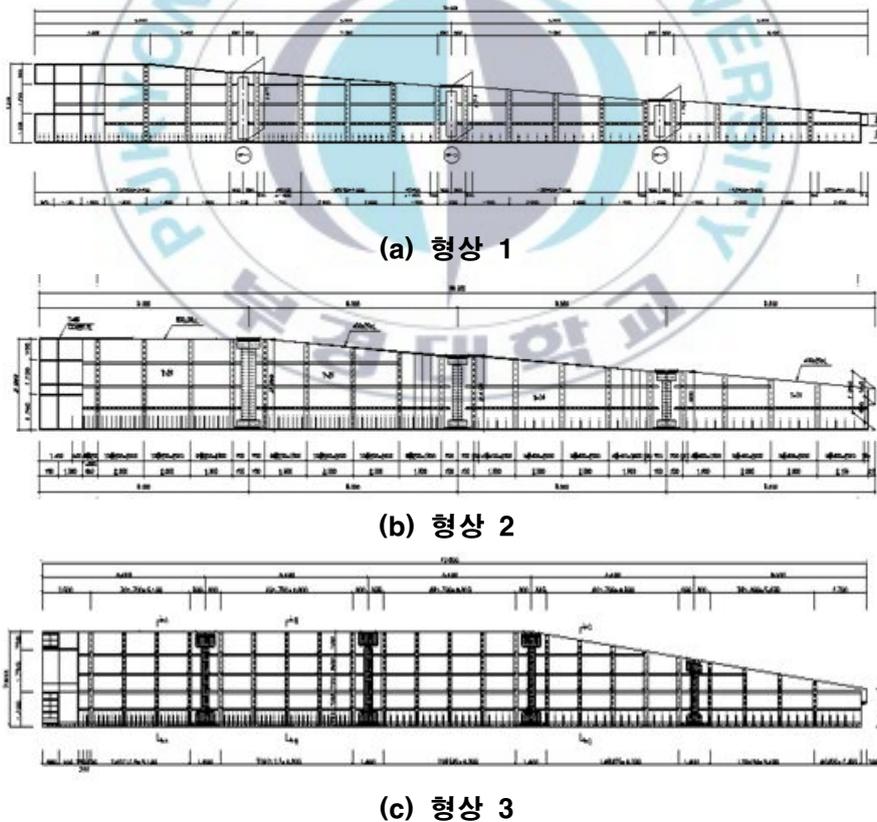
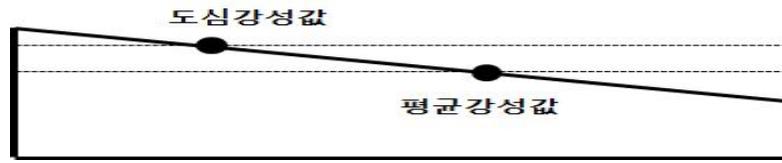
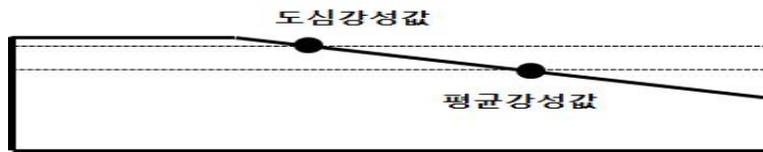


그림 5.1 압출추진코 단면의 형상



(a) $l_{ns}/l_n = 0$ 인 경우



(b) $0.2 \leq l_{ns}/l_n \leq 0.3$ 인 경우



(c) $l_{ns}/l_n = 0.6$ 인 경우

그림 5.2 압출추진코 단면형상의 개념도

이 연구에서는 조사된 사례 교량을 바탕으로 l_{ns}/l_n 의 길이비에 따라 등 단면 압출추진코의 평균강성값과 도심강성값을 그림 5.2와 같이 나타냈다. 그림 5.2(a)와 같은 경우는 압출추진코의 단면형상이 전체 길이에 따라 선형적으로 변화하는 경우의 그림이다. 그림 5.2(b)의 경우는 단면형상이 일정한 구간(l_{ns})과 선형적으로 변화하는 구간이 함께 존재하는 경우이고, 그림 5.2(c)와 같은 경우는 일정한 구간(l_{ns})이 보다 더 긴 경우이다.

5.2 등가 등단면의 특성값

실제 ILM 교량의 압출중 상부구조물에 발생하는 모멘트를 정확하게 계산하기 위해서는 5.1절에서 살펴본 바와 같이 압출추진코 단면형상에 따라 변단면 해석을 수행해야 한다. 그러나 단순 해석식의 사용 간편성을 위해 압출추진코의 단면형상이 등단면으로 가정된 해석식이 개발되었다. 따라서 적절한 압출추진코의 등단면 중량값 및 강성값 결정이 요구된다. 선행연구(이환우 등, 2012)에서 압출추진코의 중량을 변단면과 등단면으로 가정하였을 때의 모멘트 차이가 미소하게 나타났다. 따라서 등단면 압출추진코의 중량 q_n 은 식 (5.1)과 같이 압출추진코의 총 무게를 압출추진코의 전체 길이로 나눈 값으로 간편하게 결정한다(이환우 등, 2012).

$$q_n = \frac{q_{n,total}}{l_n} \quad (5.1)$$

그림 5.3은 4.1절에서 검증 예제로 사용되었던 ILM 교량의 압출 중 발생한 최대 모멘트를 비교한 것이다. MIDAS Civil 해석값은 압출추진코의 실제 변단면 형상으로 일정하지 않은 강성값과 중량값을 해석모델에 적용한 것이다. 그림 5.3에서 단순 해석식에 압출추진코의 강성을 산술평균값 및 도심위치의 강성값으로 적용한 경우 차이가 있는 것을 확인할 수 있다. 그림 5.3의 K, L, M교량에서 도심강성값을 단순 해석식에 사용하였을 경우 최대 모멘트는 MIDAS Civil로 해석된 최대 모멘트값 보다 작다. 이것은 도심강성값이 실제 강성값 보다 과다 평가되어 적용되었기 때문이고 이 경우는 설계 모멘트값이 과소평가되어 불안정한 설계를 초래할 가능성이 존재한다. 따라서 압출추진코 단면형상의 비교를 통해서 산술평균 강성값과 도심위치의 강성값 중 하나를 적절하게 선택해야 한다.

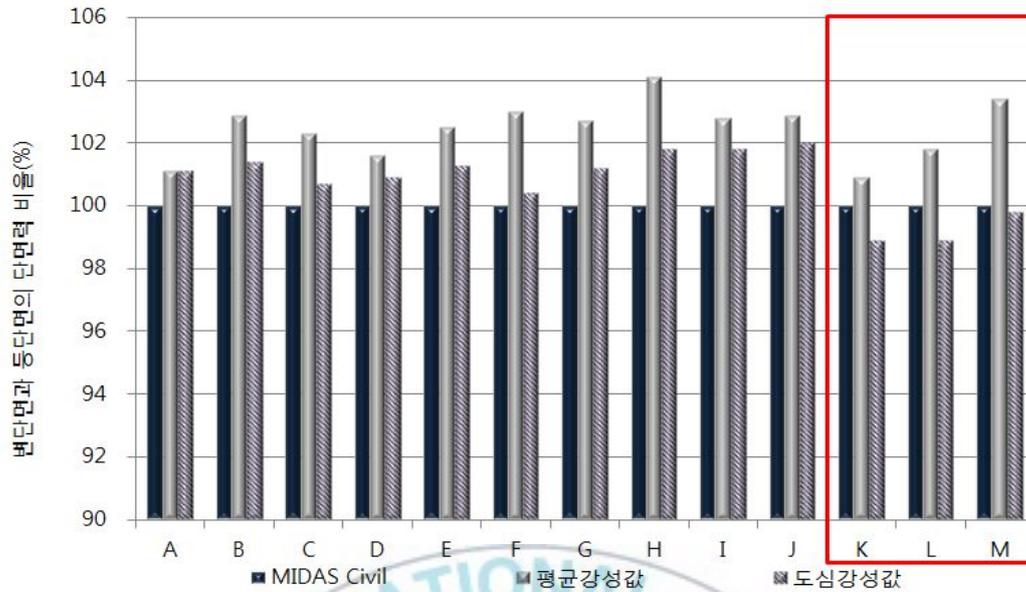


그림 5.3 강성값에 따른 휨모멘트 크기

그림 5.4를 보면 K, L, M교량을 제외한 교량은 l_{ns}/l_n 의 길이비가 0.4이하인 단면형상을 보인다. 이와 같은 경우에는 평균강성값과 도심강성값을 적용한 최대 모멘트 모두가 실제 단면 강성값을 고려한 최대 모멘트에 비해 크게 나타난다(그림 5.3). 즉 평균강성값과 도심강성값 중 어느 것을 사용하더라도 불안전 설계는 피할 수 있을 것이다. 따라서 이 경우에는 도심강성값을 사용하면 평균강성값을 사용한 경우 보다 설계 단면력을 줄일 수 있어 경제적인 설계를 유도할 수 있을 것이다.

반면에 K, L, M교량은 l_{ns}/l_n 의 길이비가 0.4이상인 단면형상이다. 이와 같은 경우에는 도심강성값을 사용한 경우 최대 모멘트가 실제 단면 강성값을 적용한 최대 모멘트에 비해 작게 되어 불안전 설계를 초래할 가능성이 있다(그림 5.3).

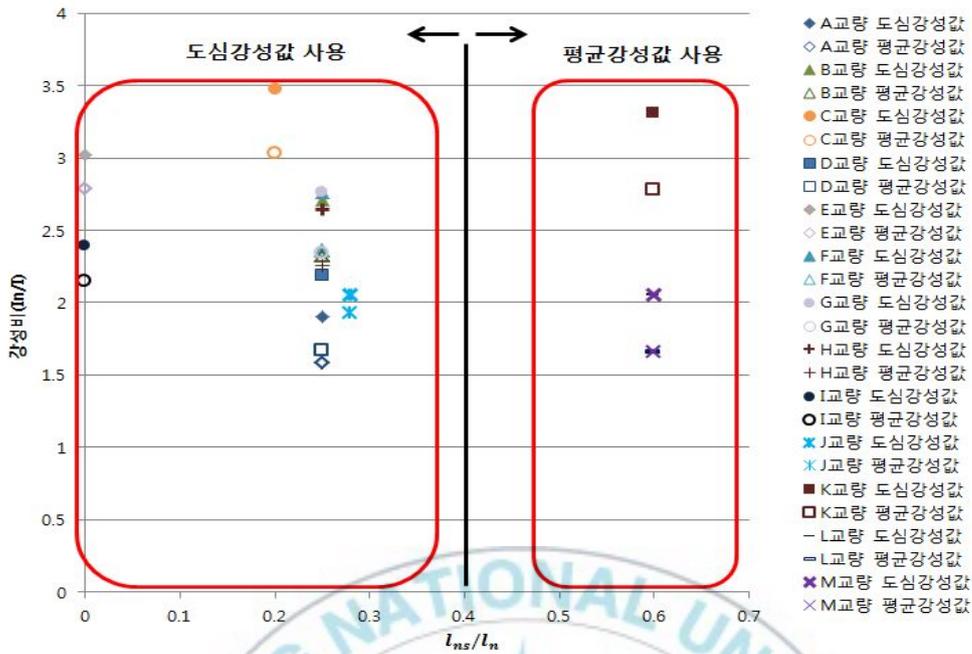


그림 5.4 등단면 해석식의 강성값 결정

따라서 이 연구에서는 그림 5.4에서 제시된 바와 같이 l_{ns}/l_n 의 길이버가 0.4이하일 때는 압출추진코의 강성을 도심강성값으로 산정하고, 0.4이상일 때는 평균강성값으로 산정하는 것이 경제적인 측면과 안전성을 모두 고려한 올바른 해석이라 분석한다.

6. 최적설계조건

6.1 최소강성비와 최적길이비

압출추진코의 길이가 상부구조 지간의 길이에 비해 상대적으로 긴 경우는 캔틸레버 상태로 압출할 수 있는 상부단면의 저항력을 충분히 활용하지 못하여 비경제적인 설계가 된다. 반면에 압출추진코의 길이가 지간의 길이에 비해 상대적으로 짧은 경우는 압출추진코를 설치하는 효과가 감소한다(이환우 등, 2006). 따라서 압출추진코와 상부구조 지간의 최적길이비가 요구된다.

압출추진코와 상부구조 지간의 최적길이비를 도출하는 방법은 부모멘트를 최소화시키는 방법(Rosignoli, 1988 ; 이환우 등, 2006 ; 최항용 등, 2008)과 정모멘트까지 최소화시키는 방법(최항용 등, 2008)이 연구되었다. 압출 중 최대 부모멘트가 발생할 수 있는 단면 위치는 그림 3.1에서 알 수 있듯이 지점 B와 지점 C이다. 우선은 지점 B에서의 최대 부모멘트가 지점 C에 비하여 크게 나타날 것이라 가정하고 최적길이비를 산정한다.

부모멘트 최소화 조건하에서 최적길이비란 1단계 압출완료 시점과 전체 압출종료 시점의 모멘트 값 차이를 가능한 최소화 시킬 수 있는 길이비로 정의한다. 그 이유는 캔틸레버 상태로 압출할 수 있는 상부단면의 저항력을 충분히 활용함과 동시에 압출추진코의 설치 효과를 최대화하기 위해서이다. 한편 2단계 압출 중 상부단면에 발생하는 휨모멘트는 압출추진코와 상부구조의 단면 강성비에 종속된다. 따라서 2단계 압출 중에 발생하는 모멘트가 압출종료 시점의 모멘트를 초과하지 않도록 하는 최소강성비 조건이 우선 필요하다. 다이아프램이 고려되지 않았을 경우의 최소강성비는 선행연구(Rosignoli, 1988 ; 이환우 등, 2006 ; 최항용 등, 2008)에서 0.2로 제시되었으며 이 연구에서도 같은 결과를 확인하였다.

선행연구와 같은 절차와 방법으로 다이아프램을 고려하여 산출된 최소강성비는 표 6.1과 같다. 이 값은 중량비 및 길이비에 관계없이(이환우 등, 2010) 다이아프램의 크기에 따라 결정된다.

표 6.1 다이아프램 하중 고려시 최소강성비

P_d (kN)의 크기	최소강성비
0	0.2
400	0.25
800	0.3
1200	0.35

최소강성비를 만족하면서 지점 B의 부모멘트를 최소화시키는 중량비 변화에 따른 압축추진코와 상부구조 지간의 최적길이비는 그림 6.1과 같다. 그림 6.1에서 알 수 있듯이 중량비의 범위는 사례 교량들에서 얻어진 중량비는 물론이고 실제 교량에서 나타날 수 있는 중량비(0~0.09)를 충분히

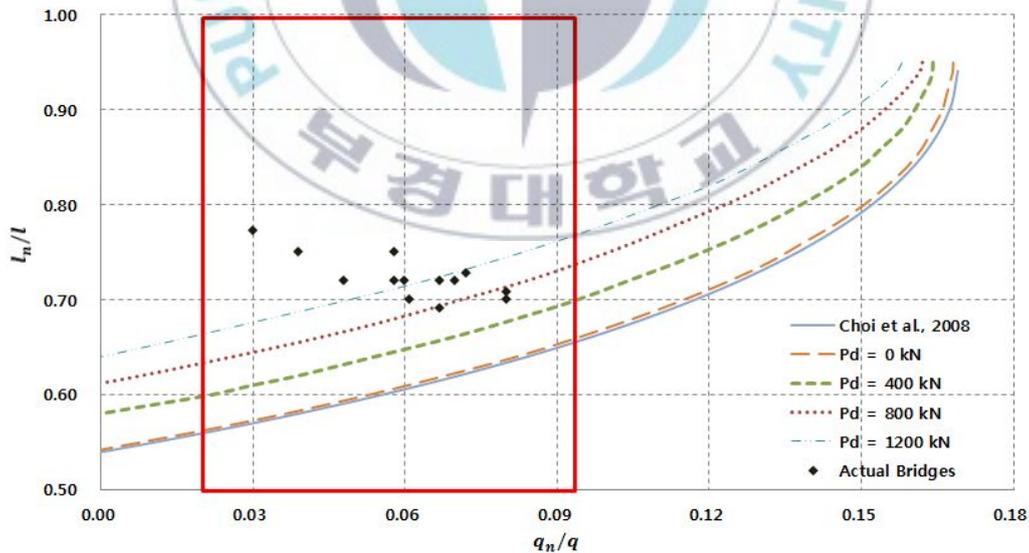


그림 6.1 부모멘트 최소화 조건하에서의 최적길이비

포함할 수 있는 0~0.165사이로 하였다. 이 범위에서 지점 B의 부모멘트가 지점 C의 부모멘트 보다 항상 크다는 것은 매개변수해석을 통해 확인하

였다. 여기서 점선은 고려된 각각의 다이아프램 크기, 실선은 다이아프램을 고려하지 않은 선행연구(최항용 등, 2008)를 나타낸다. 또한 점 분포는 조사된 사례교량을 나타낸다.

우선 다이아프램을 고려하지 않은 선행연구(최항용 등, 2008)와 $P_d=0\text{kN}$ 그래프가 유사한 것을 확인할 수 있다. 그리고 다이아프램의 크기가 증가할수록 더 긴 압출추진코를 사용해야하는 것을 알 수 있다. 즉, 압출추진코의 최적설계를 위해서는 다이아프램의 영향을 반드시 고려해야 할 것이다. 또한 사례 교량들의 압출추진코 길이는 최적길이비 보다 길게 설계되어온 것을 알 수 있다. 이는 사례 교량들이 비경제적으로 긴 압출추진코를 적용해 온 것을 의미한다.

표 6.2는 그림 6.1의 그래프를 회귀분석하여 얻은 설계식으로 이를 사용하면 중량비 변화에 따른 길이비를 쉽게 계산 가능하다.

표 6.2 부모멘트 최소화 조건하에서의 최적길이비 설계식

P_d (kN)	설계식	결정계수
400	$\frac{l_n}{l} = 119.76 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 - 18.327 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 + 1.9429 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.5719$	0.99
600	$\frac{l_n}{l} = 106.04 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 - 15.688 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 + 1.846 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.5908$	0.99
800	$\frac{l_n}{l} = 77.359 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 - 9.6416 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 + 1.5631 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.6084$	0.99
1000	$\frac{l_n}{l} = 77.435 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 - 9.8241 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 + 1.5783 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.6238$	0.99
1200	$\frac{l_n}{l} = 69.113 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 - 8.6934 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 + 1.5723 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.6374$	0.99

표 6.3는 회귀분석을 하여 얻은 설계식을 6차식과 3차식, 6차식과 2차

식을 비교해 나타낸 것이다. 6차식을 사용하면 전체 중량비 범위에서 그래프를 가장 정확히 나타내는 식 제공이 가능하다. 그러나 그림 6.1의 실제교량분포를 살펴보면 중량비 0.03 ~ 0.09에서 모든 교량이 존재한다. 이 범위에서의 그래프는 거의 직선과도 같기에 3차식으로도 충분한 정확성을 가지고 설계식을 제공할 수 있다.

표 6.3 최적길이비 설계식 결정

$\left(\frac{q_n}{q}\right)$	길이비					
	6차	결정 계수	3차	결정 계수	2차	결정 계수
0.005	0.583	0.999	0.581	0.994	0.594	0.990
0.02	0.598	0.999	0.604	0.994	0.597	0.990
0.03	0.611	0.999	0.617	0.994	0.602	0.990
0.045	0.629	0.999	0.633	0.994	0.614	0.990
0.06	0.646	0.999	0.648	0.994	0.633	0.990
0.075	0.667	0.999	0.665	0.994	0.657	0.990
0.09	0.693	0.999	0.686	0.994	0.686	0.990
0.12	0.755	0.999	0.748	0.994	0.763	0.990
0.14	0.802	0.999	0.813	0.994	0.826	0.990
0.15	0.839	0.999	0.855	0.994	0.862	0.990

$\left(\frac{q_n}{q}\right)$	오차(m), L=50m	
	6차-3차	6차-2차
0.005	0.081	-0.551
0.02	-0.305	0.076
0.03	-0.282	0.469
0.045	-0.211	0.726
0.06	-0.122	0.667
0.075	0.078	0.504
0.09	0.372	0.345
0.12	0.349	-0.376
0.14	-0.572	-1.218
0.15	-0.829	-1.165

6차식에 대한 3차식의 오차는 지간길이를 50m로 가정했을 때, 최대

0.372m에 불과하다. 따라서 설계식을 3차식까지 간편화시켜 사용의 편리성을 고려하였다. 2차식을 사용하여도 표본의 값을 얼마만큼 잘 반영을 하느냐를 나타내는 결정계수는 0.99이상을 얻을 수 있다. 그러나 중량비의 관심범위 0.03 ~ 0.09 내에서 최대 0.726m의 오차를 보이기에 이는 허용 가능한 오차라 볼 수 없다고 판단하였다.

압출 중 한 단면에서 정모멘트와 부모멘트가 교대로 발생하는 ILM 교량의 특성상 정모멘트의 발생을 최소화 시키는 것도 최적설계 조건에서는 필요하다. 정모멘트 최소화 조건하에서의 최적길이비란 지간 AB에서의 최대 모멘트와 지간 BC에서의 최대 모멘트 차이를 최소화하게 하는 압출 추진코와 상부구조 지간의 길이비로 정의한다(최항용 등, 2008).

이 연구에서는 다이아프램의 영향이 고려된 정모멘트 최소화 조건하에서의 압출추진코와 상부구조 지간의 최적길이비를 0~0.165의 중량비 범위에서 그림 6.2와 같이 산정하였다. 여기서 점선은 고려된 각각의 다이아프램 크기, 실선은 다이아프램을 고려하지 않은 선행연구(최항용 등, 2008)를 나타낸다. 또한 점 분포는 조사된 사례교량을 나타낸다.

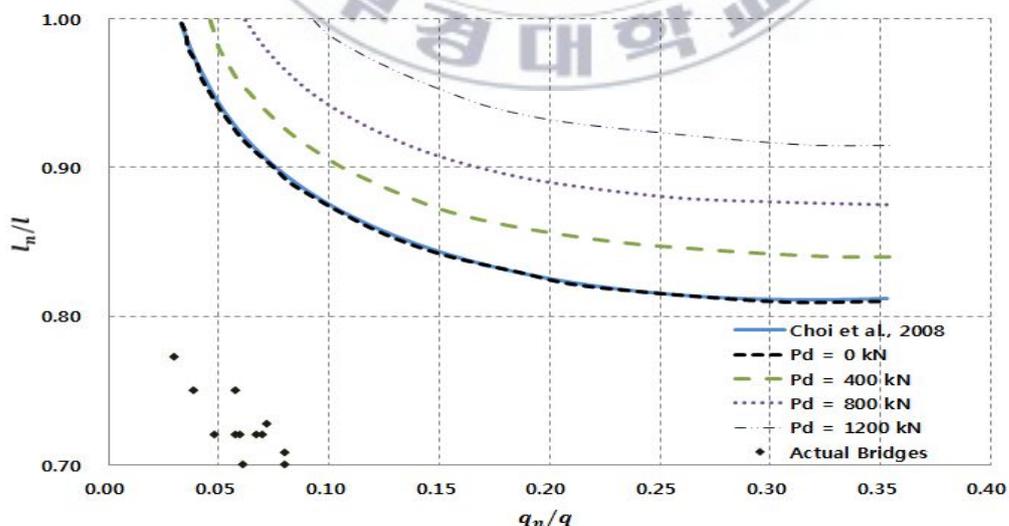


그림 6.2 정모멘트 최소화 조건하에서의 최적길이비

부모멘트 최소화 조건(그림 6.1)과 동일하게 다이아프램의 크기가 증가할수록 더 긴 압출추진코를 사용해야하는 것을 알 수 있다. 즉, 압출추진코의 최적설계를 위해서는 다이아프램의 영향을 반드시 고려해야 할 것이다. 그러나 그림 6.1과 그림 6.2에서 제시하는 최적길이비는 다르다. 또한 정모멘트 최소화 조건을 만족하는 최적길이비에 비해 분석된 사례 교량들의 길이비가 짧다는 것을 알 수 있다. 이것은 부모멘트 최소화 조건의 경우와 상반되는 분석결과이다.

따라서 최적길이비의 적용을 위해서는 부모멘트 최소화 조건과 정모멘트 최소화 조건 중 어느 것을 따라야 적합한지 알아야 되고, 이는 압출중 발생하는 상부구조물의 절대 최대 모멘트가 부모멘트와 정모멘트 중에서 어느 것에 의해 결정되는지 확인이 필요하다.

정모멘트 최소화 조건하에서의 최적길이비 설계식은 표 6.4에 나타내었다.

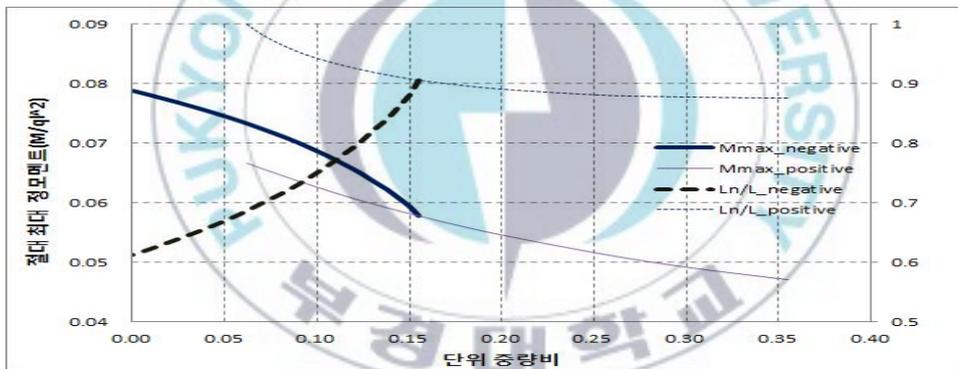
표 6.4 정모멘트 최소화 조건하에서의 최적길이비 설계식

P_d (kN)	설계식	결정계수
400	$\frac{l_n}{l} = -13.938 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 10.867 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 2.8352 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 1.0957$	0.99
600	$\frac{l_n}{l} = -11.421 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 9.4003 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 2.6121 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 1.1086$	0.99
800	$\frac{l_n}{l} = -11.229 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 9.2623 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 2.5678 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 1.1201$	0.99
1000	$\frac{l_n}{l} = -8.5644 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 7.5334 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 2.2506 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 1.1269$	0.99
1200	$\frac{l_n}{l} = -7.0137 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 6.4462 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 2.0279 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 1.1355$	0.99

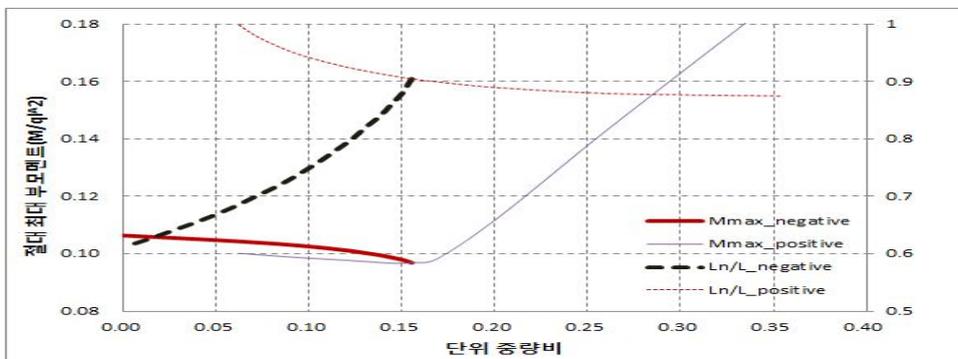
이를 사용하면 중량비 변화에 따른 길이비를 쉽게 계산 가능하다.

6.2 절대 최대 모멘트

절대 최대 모멘트는 최적길이비를 적용한 압출중 상부구조물에 발생되는 최대 모멘트이다. 그림 6.3은 다이아프램의 크기가 $P_d=800$ kN인 한 예를 보여주고 있다. 굵은 점선과 굵은 실선은 각각 부모멘트 최소화 조건하에서의 최적길이비와 절대 최대 모멘트값을 나타낸다. 가는 점선과 가는 실선은 각각 정모멘트 최소화 조건하에서의 최적길이비와 절대 최대 모멘트값을 나타낸다. 표 6.5와 표 6.6은 그림 6.3을 회기분석하여 얻어진 절대 최대 모멘트 설계식이다. 이를 이용하면 최소강성비와 최적길이비 조건을 만족하는 경우의 압출 중 발생하는 절대 최대 모멘트를 간편하게 예측할 수 있다.



(a) 절대 최대 정모멘트



(b) 절대 최대 부모멘트

그림 6.3 절대 최대 모멘트 및 최적길이비($P_d=800$ kN)

표 6.5 $P_d=800$ kN인 경우의 절대 최대 정모멘트 설계식

최소화 조건	설계식	결정계수
정모멘트	$M_P^{\max} = -0.1924\left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 0.2527\left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.143\left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.0745$	0.99
부모멘트	$M_N^{\max} = -3.337\left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 0.243\left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.0924\left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.0788$	0.99

표 6.6 $P_d=800$ kN인 경우의 절대 최대 부모멘트 설계식

최소화 조건	설계식	결정계수
정모멘트	$M_P^{\max} = 2.6114\left(\frac{q_n}{q}\right)^3 - 0.6786\left(\frac{q_n}{q}\right)^2 + 0.013\left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.1013$ $(0.062 < \frac{q_n}{q} \leq 0.155)$	0.99
정모멘트	$M_P^{\max} = -7.1253\left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 5.8114\left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 1.0302\left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.1424$ $(0.155 \leq \frac{q_n}{q} < 0.36)$	0.99
부모멘트	$M_N^{\max} = -3.2503\left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 0.4258\left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.0485\left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.1065$	0.99

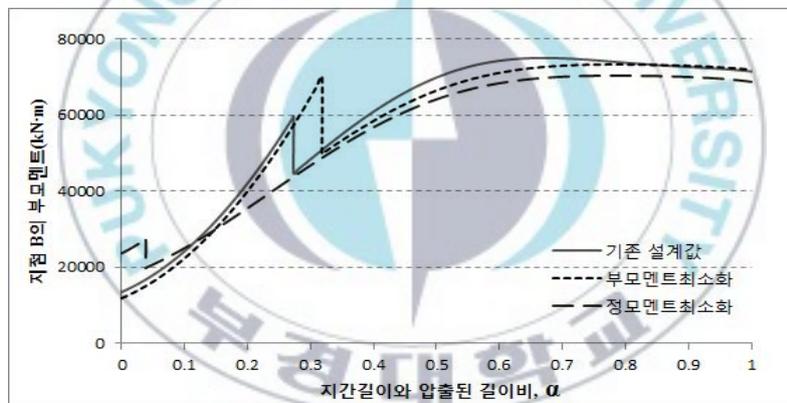
다이하프램의 크기가 $P_d=800$ kN인 경우에 정, 부모멘트를 모두 고려한 이상적인 설계조건은 단위 중량비 0.155, 길이비 0.905를 적용하는 경우임을 그림 6.3에서 알 수 있다. 이 결과는 직관적으로 비현실적임을 알 수 있다. 즉 부모멘트 최소화 조건과 정모멘트 최소화 조건 모두를 동시에 만족하는 최적길이비는 ILM 교량의 압축 중 역학특성으로 인하여 비현실적이다. 또한 그림 6.3(a)와 그림 6.3(b)의 최대 모멘트의 크기를 비교해보면 절대 최대 모멘트는 부모멘트에 의해 결정되는 것을 알 수 있다.

이와 같은 결과는 크기가 다른 다이아프램의 경우에서도 확인되었다. 따라서 부모멘트 최소화 조건만을 고려하는 것이 압출추진코의 최적설계를 위한 효과적인 방법이 될 것으로 판단된다. 다이아프램의 크기가 $P_d=800$ kN이 아닌 경우의 절대 최대 모멘트 그래프 및 설계식은 부록 I에 첨부하였다.

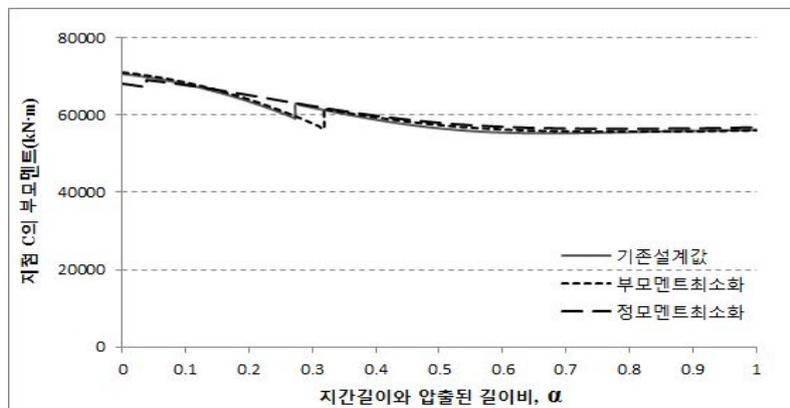


6.3 기존 교량의 최적화 수준 분석

6.1절에서 제시된 최적길이비를 4.1절에서 검증예제로 사용된 사례 교량에 적용시켜 효율성 검증을 실시하였다. 사례 교량의 설계 길이비와 최적 길이비로 교량 상부구조의 단면력 궤적을 비교한 것이 그림 6.4이다. 실선은 사례 교량의 기존 설계값이고 좁은 간격의 점선은 부모멘트 최소화 조건, 넓은 간격의 점선은 정모멘트 최소화 조건하에서의 최적길이비를 적용한 것이다. 제시된 최적길이비를 사용하면 압축 2단계에서 발생하는 지점 B에서의 최대 부모멘트가 5 ~ 10 %수준 감소되는 것을 확인할 수 있었다. 정모멘트 최소화 조건하에서의 최적길이비는 1단계와 2단계 압축 중 발생 모멘트를 감소시키나 단지 이론적인 길이비에 가깝다.

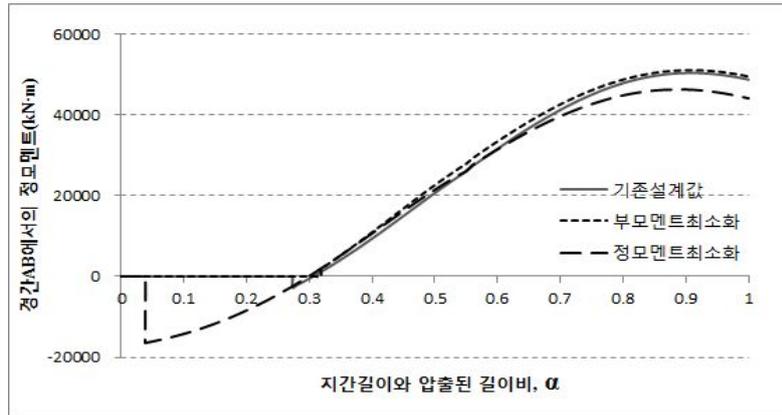


(a) 지점 B의 부모멘트

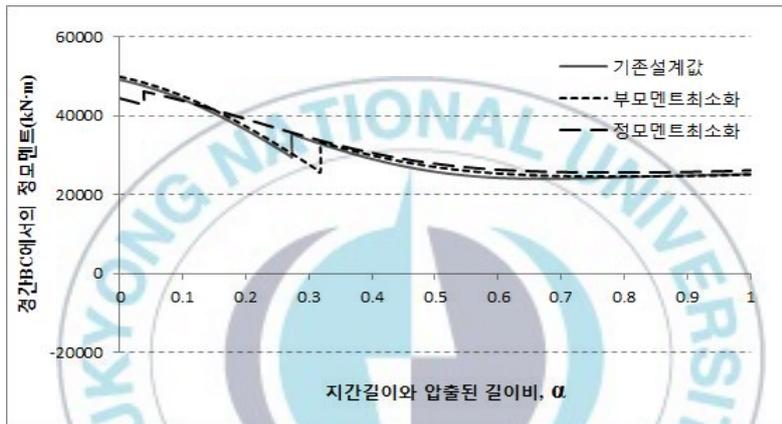


(b) 지점 C의 부모멘트

그림 6.4 기존 설계길이비와 최적길이비를 적용한 교량 상부구조의 단면력 궤적 비교



(c) 경간 AB에서의 정모멘트



(d) 경간 BC에서의 정모멘트

그림 6.4 기존 설계길이비와 최적길이비를 적용한 교량 상부구조의 단면력 궤적 비교(계속)

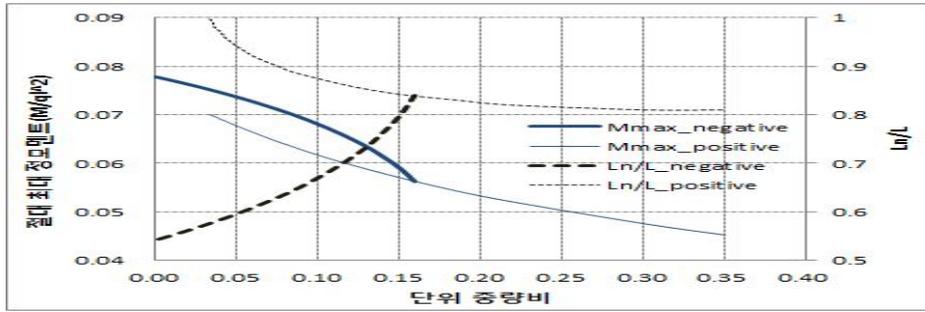
따라서 6.2절에서 언급된 바와 같이 설계시 결국 고려해야 될 모멘트는 크기가 가장 큰 지점 B의 부모멘트이고 부모멘트 최소화 조건을 우선적으로 고려한 최적설계가 바람직한 분석이라 판단한다.

7. 결론

- 1) 설계자가 예비 설계시 신속한 구조해석을 수행할 수 있도록 다이아프램이 고려된 ILM 교량의 압출중 상부구조물 휨모멘트 단순 해석식을 개발하였다. 사례 교량을 대상으로 MIDAS Civil을 사용하여 비교 검증한 결과 대부분의 경우 0.5%이하 오차를 가지는 정확성을 확인하였다.
- 2) 다이아프램을 고려한 경우와 고려하지 않은 경우에 상부구조의 압출중 휨모멘트는 사례교량에서 최대 13.4%의 차이를 보였다. 따라서 압출중 상부구조의 설계단면력 해석시 다이아프램의 영향을 반드시 고려해야 할 것이다.
- 3) 단순 해석식의 사용 간편성을 위해 압출추진코를 등단면으로 가정하였다. 따라서 적절한 등단면의 단면 강성값 등이 필요하다. 이 연구에서는 l_{ns}/l_n 의 길이비 값이 0.4이하일 경우에는 도심강성값을 사용하고, 0.4이상일 경우에는 평균강성값을 사용할 것을 제안하였다.
- 4) 압출과정에서 발생하는 부모멘트 및 정모멘트를 최소화할 수 있는 압출추진코의 최적길이비를 제시하였다. 이는 설계자의 예비 설계시 예비 최적단면 결정에 도움이 될 것이다.
- 5) 최소강성비와 최적길이비 조건을 만족하는 경우의 압출중 발생하는 절대 최대 모멘트를 간편하게 예측할 수 있는 그래프를 제시하였다. 또한 압출추진코의 최적설계시 압출 중 부모멘트 최소화 조건을 우선적으로 고려하는 것이 효과적인 방법이 될 것으로 판단한다.

부록 I . 절대 최대 모멘트 및 최적길이비





(a) 절대 최대 정모멘트



(b) 절대 최대 부모멘트

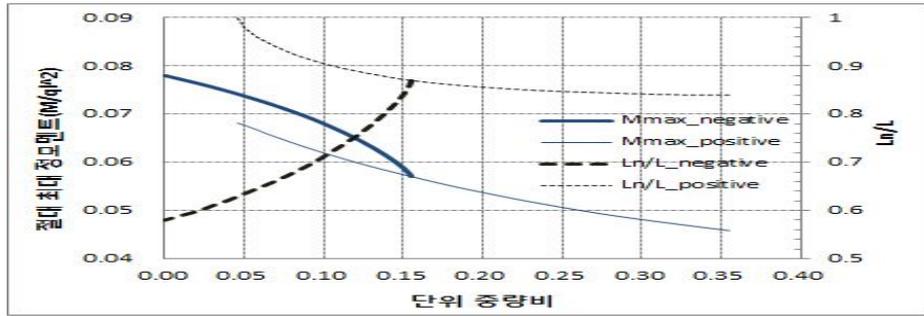
부록 그림 1 절대 최대 모멘트 및 최적 길이비($P_d=0$ kN)

부록 표 1 $P_d=0$ kN인 경우의 절대 최대 정모멘트 설계식

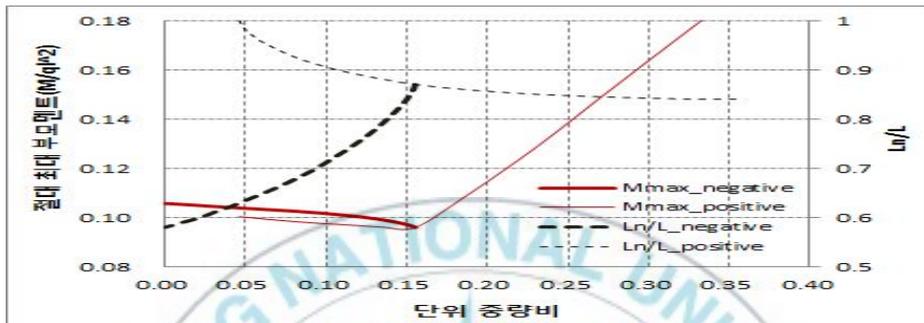
최소화 조건	설계식	결정계수
정모멘트	$\frac{M_P^{max}}{q^2} = -3.808 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 0.3615 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.0958 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.0779$	0.99
부모멘트	$\frac{M_N^{max}}{q^2} = -0.3852 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 0.372 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.1688 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.0752$	0.99

부록 표 2 $P_d=0$ kN인 경우의 절대 최대 부모멘트 설계식

최소화 조건	설계식	결정계수
정모멘트	$\frac{M_P^{max}}{q^2} = 0.337 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 0.2641 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.1121 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.1048 (0.033 < \frac{q_n}{q} \leq 0.159)$	0.99
정모멘트	$\frac{M_P^{max}}{q^2} = -4.4632 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 3.626 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.4633 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.096 (0.159 \leq \frac{q_n}{q} < 0.35)$	0.99
부모멘트	$\frac{M_N^{max}}{q^2} = -4.1336 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 0.7294 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.0784 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.1058$	0.99



(a) 절대 최대 정모멘트



(b) 절대 최대 부모멘트

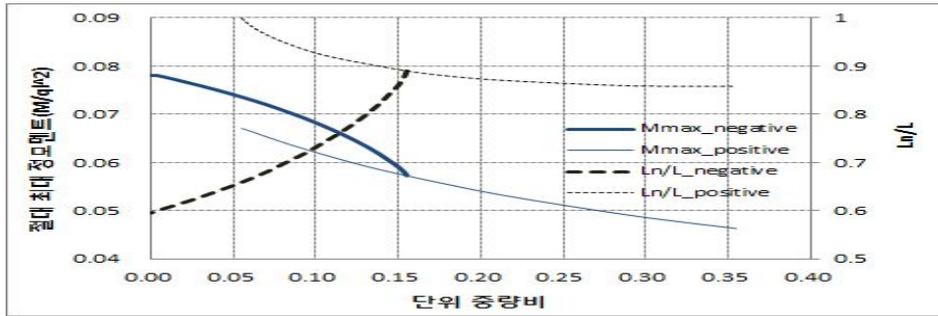
부록 그림 2 절대 최대 모멘트 및 최적 길이비($P_d=400$ kN)

부록 표 3 $P_d=400$ kN인 경우의 절대 최대 정모멘트 설계식

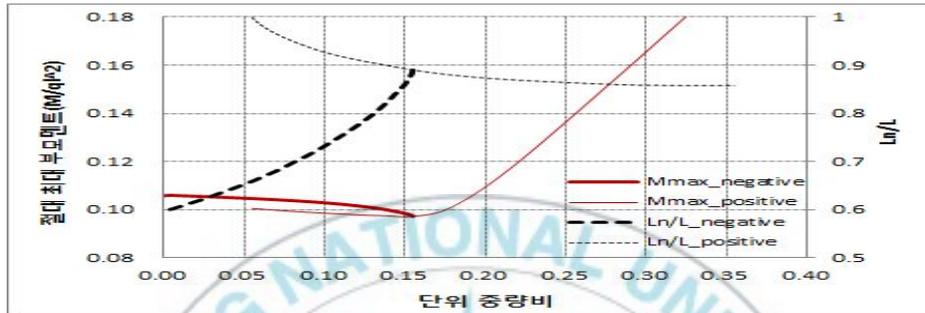
최소화 조건	설계식	결정계수
정모멘트	$\frac{M_P^{max}}{q^2} = -0.2403 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 0.285 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.152 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.0746$	0.99
부모멘트	$\frac{M_N^{max}}{q^2} = -3.5503 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 0.2932 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.0938 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.0782$	0.99

부록 표 4 $P_d=400$ kN인 경우의 절대 최대 부모멘트 설계식

최소화 조건	설계식	결정계수
정모멘트	$\frac{M_P^{max}}{q^2} = 0.909 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 - 0.0416 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.063 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.1032 \quad (0.046 < \frac{q_n}{q} \leq 0.155)$	0.99
정모멘트	$\frac{M_P^{max}}{q^2} = -2.7429 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 2.34 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.1567 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.0742 \quad (0.155 \leq \frac{q_n}{q} < 0.36)$	0.99
부모멘트	$\frac{M_N^{max}}{q^2} = -3.8627 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 0.6114 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.0641 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.1059$	0.99



(a) 절대 최대 정모멘트



(b) 절대 최대 부모멘트

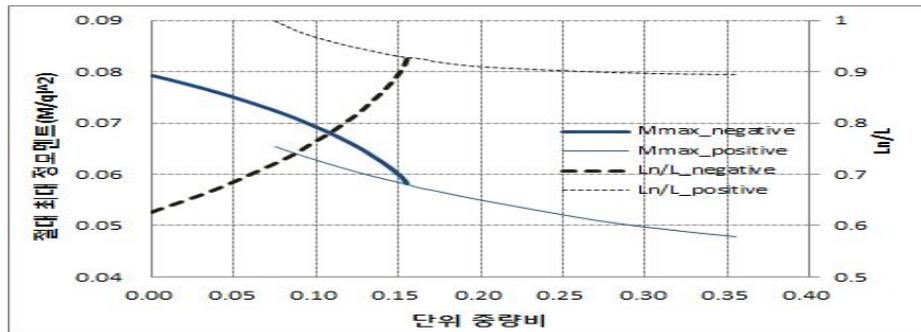
부록 그림 3 절대 최대 모멘트 및 최적 길이비($P_d=600$ kN)

부록 표 5 $P_d=600$ kN인 경우의 절대 최대 정모멘트 설계식

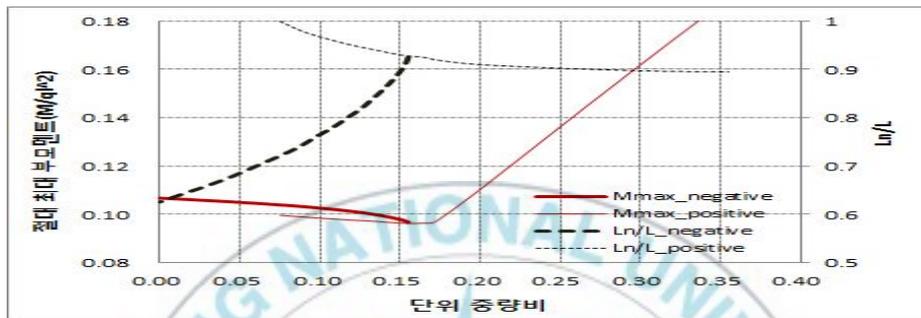
최소화 조건	설계식	결정계수
정모멘트	$\frac{M_P^{\max}}{q^2} = -0.2757 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 0.3022 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.1523 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.0746$	0.99
부모멘트	$\frac{M_N^{\max}}{q^2} = -3.2619 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 0.2102 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.0875 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.0783$	0.99

부록 표 6 $P_d=600$ kN인 경우의 절대 최대 부모멘트 설계식

최소화 조건	설계식	결정계수
정모멘트	$\frac{M_P^{\max}}{q^2} = 0.4225 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 0.0682 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.0623 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.1036 \quad (0.055 < \frac{q_n}{q} \leq 0.155)$	0.99
정모멘트	$\frac{M_P^{\max}}{q^2} = -9.5013 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 8.1467 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 1.7046 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.2005 \quad (0.155 \leq \frac{q_n}{q} < 0.36)$	0.99
부모멘트	$\frac{M_N^{\max}}{q^2} = -3.4133 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 0.4254 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.0385 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.106$	0.99



(a) 절대 최대 정모멘트



(b) 절대 최대 부모멘트

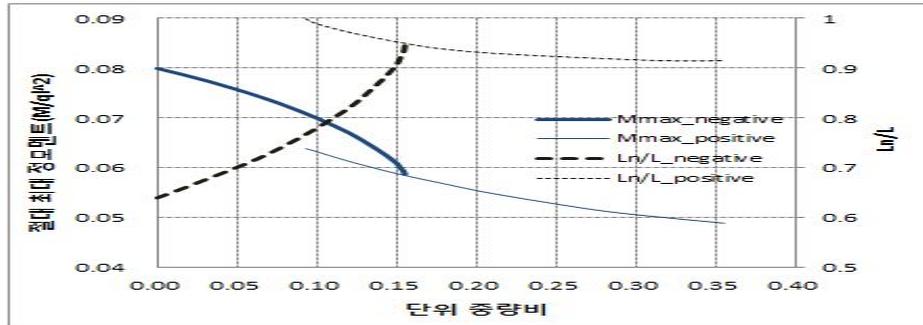
부록 그림 4 절대 최대 모멘트 및 최적 길이비($P_d=1000$ kN)

부록 표 7 $P_d=1000$ kN인 경우의 절대 최대 정모멘트 설계식

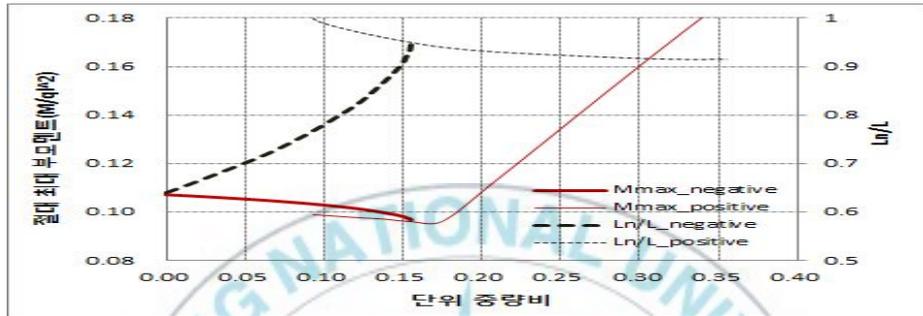
최소화 조건	설계식	결정계수
정모멘트	$\frac{M_P^{\max}}{q^2} = -0.1922 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 0.2582 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.1433 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.0747$	0.99
부모멘트	$\frac{M_N^{\max}}{q^2} = -3.8836 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 0.3624 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.0977 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.0794$	0.99

부록 표 8 $P_d=1000$ kN인 경우의 절대 최대 부모멘트 설계식

최소화 조건	설계식	결정계수
정모멘트	$\frac{M_P^{\max}}{q^2} = 2.4723 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 - 0.71 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 + 0.0218 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.1009 \quad (0.072 < \frac{q_n}{q} \leq 0.165)$	0.99
정모멘트	$\frac{M_P^{\max}}{q^2} = -4.3876 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 3.5919 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.445 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.0908 \quad (0.165 \leq \frac{q_n}{q} < 0.36)$	0.99
부모멘트	$\frac{M_N^{\max}}{q^2} = -3.3602 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 0.449 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.0522 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.1069$	0.99



(a) 절대 최대 정모멘트



(b) 절대 최대 부모멘트

부록 그림 5 절대 최대 모멘트 및 최적 길이비($P_d=1200$ kN)

부록 표 9 $P_d=1200$ kN인 경우의 절대 최대 정모멘트 설계식

최소화 조건	설계식	결정계수
정모멘트	$\frac{M_P^{\max}}{q^2} = -0.1496 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 0.2377 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.1385 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.0748$	0.99
부모멘트	$\frac{M_N^{\max}}{q^2} = -4.1598 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 0.4361 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.1018 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.0801$	0.99

부록 표 10 $P_d=1200$ kN인 경우의 절대 최대 부모멘트 설계식

최소화 조건	설계식	결정계수
정모멘트	$\frac{M_P^{\max}}{q^2} = 9.9333 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 - 3.746 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 + 0.4191 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.0843 \quad (0.093 < \frac{q_n}{q} \leq 0.175)$	0.99
정모멘트	$\frac{M_P^{\max}}{q^2} = -1.7031 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 1.3445 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 + 0.1692 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.0346 \quad (0.175 \leq \frac{q_n}{q} < 0.36)$	0.99
부모멘트	$\frac{M_N^{\max}}{q^2} = -3.3029 \left(\frac{q_n}{q}\right)^3 + 0.4424 \left(\frac{q_n}{q}\right)^2 - 0.0539 \left(\frac{q_n}{q}\right) + 0.1073$	0.99

참 고 문 헌

- 김용훈, 김씨동, 정승훈 (1999) ILM공법을 적용한 장폭(B=19.5m) 1Cell PSC Box Girder 의 낙단대교 상부공 설계, 한국전산구조공학회 학회지, 12(3), pp.95~101.
- 신현목 (2009) 프리스트레스 콘크리트, 동명사, 서울, 25(1), pp.464~466.
- 안태욱, 이환우, 정두희 (2006) 변단면 압출추진코와 ILM 교량 상부단면의 상호작용 해석, 한국전산구조공학회 논문집, 19(2), pp. 139~150.
- 이광민 (1992) ILM 공법에 의한 프리스트레스트 콘크리트 박스거더 교량의 설계, 콘크리트학회지, 4(3), pp.19~25.
- 이환우, 장재엽 (2010) 상부단면과의 상호작용을 고려한 ILM 교량용 압출추진코의 최적화 설계식, 한국전산구조공학회 논문집, 23(1), pp.53~60.
- 이환우, 장재엽 (2012) 압출추진코와 ILM 교량 상부구조 상호작용 해석식의 단순화, 한국전산구조공학회 논문집, 25(3), pp.245~258.
- 최항용, 서석구, 오명석, 오세환 (2008) 압출가설시 발생하는 휨모멘트의 최소화 조건을 통한 압출노즈의 최적설계, 대한토목학회 논문집, 28(A4), pp.487~495.
- Fontan, Arturo N. (2011) Improved Optimization Formulations for Launching Nose of Incrementally Launched Prestressed Concrete Bridges, Journal of Bridge Engineering, 16, pp.461~470.
- Fontan, Arturo N. (2014) Simultaneous Cross Section and Launching Nose Optimization of Incrementally Launched Bridges, Journal of Bridge Engineering, 19(3), pp.04013002.

- Göhler, B., Pearson, B.** (2000) Incrementally Launched Bridge, Ernst & Shon.
- Rosignoli, M.** (1998) Nose-Deck Interaction in Launched Prestressed Concrete Bridge. *Bridge Engineering*, 3(1), pp.21 ~ 27.
- Rosignoli, M.** (1999) Presizing of Prestressed Concrete Launched Bridge, *ACI Structural Journal*, 96(5), pp.705 ~ 710.
- Rosignoli, M.** (2000) Trust and Guide Devices for Launched Bridge, *Bridge Engineering*, 5(1), pp. 75 ~ 83.
- Rosignoli, M.** (2002) *Bridge launching*, Thomas Telford Ltd., London.
- Sasmal, S., Ramanjaneyulu, K., Srinivasm, V., Gopalakrishnan, S.** (2004) Simplified Computational Methodology for Analysis and Studies on Behaviour of Incrementally Launched Continuous Bridges, *Structural Engineering and Mechanics*, 17(2), pp. 245 ~ 266.
- Sasmal, S., Ramanjaneyulu, K.** (2006) Transfer Matrix Method for Construction Phase Analysis of Incrementally Launched Prestressed Concrete Bridges, *Engineering Structures*, 28, pp.1897 ~ 1910.