교 육 학 석 사 학 위 논 문

학습양식에 따른 함수의 연속과 미분가능성의 이해에 관한 연구

2015년 2월

부경대학교 교육대학원

수 학 교 육 전 공

최 충 만

교 육 학 석 사 학 위 논 문

학습양식에 따른 함수의 연속과 미분가능성의 이해에 관한 연구

지도교수 서 종 진

이 논문을 교육학석사 학위논문으로 제출함.

2015년 2월

부경대학교 교육대학원

수 학 교 육 전 공

최 충 만

최충만의 교육학석사 학위논문을 인준함.

2015년 2월 27일

주 심 이학박사 조 성 진 (인)

위 원 이학박사 표 용 수 (인)

위 원 교육학박사 서 종 진 (인)

목 차

표 목차

Study on understanding of the continuity and differential possibility of function according to learning style

Choong Man Choi

Graduate School of Education

Pukyong National University

Abstract

It requires the clear understanding of general form of graph in the fundamental function, or definitions of limit, continuity and differential in order to perform the college general mathematics. The purposes of this thesis is to investigate and analyze the level of understanding in drawing the general form of graph on the function defined in the quadratic function, irrational function, and function in the domain given of condition as well as the concepts of limit, continuity and differential.

As a result of analyzing the contents of investigation, there were a lot of college students who could not understand the general form drawing of graph on the function defined in the quadratic function, irrational function, and function in the domain given of condition as well as the concepts of limit, continuity and differential.

In addition, this thesis has shown that the dependent college students lacked a little understanding the concept of general form drawing of graph, continuity, and differentiable than the independent college students.

From the result of this research above, it may be summed up as follows. It is considered as there will be no difficulty in taking college general mathematics class by evaluating whether they understand the concept of fundamental function, limit, continuity, and concept of differential in the teaching and learning the college general mathematics. It requires the self-learning by supplying the information of their own mathematics learning status for the college students individually. Furthermore, this researcher considers there will be large effect in case of guidance in order to modify and complement the mutual learning mode with the teaching and learning in the process of performing the college general mathematics during the semester by forming the group with the college students who had different learning styles.

Ⅰ. 서론

1. 연구의 필요성 및 목적

제4차 수학과 교육과정에서부터 제7차 수학과 교육과정에 이르기까지 학습 부담 경감을 위한 학습내용을 축소하고 문제해결력을 강조하는 등 학생들의 수학학습에 도움을 주기 위해 많은 노력을 기울여왔다. 특히, 제7차 수학과 교육과정에서부터는 수요자를 중심으로 한 학습자 중심 교육 과정을 실시하여 교사 위주의 수업에서 학생 중심의 수업으로 전환하였으며, 최근에는 학교수학에 스토리텔링을 도입하고 2018년부터는 통합교육을 실시하려는 등 학교수학에 많은 변화가 일고 있다. 그러나 고등학교에서 학습한 수학 개념에 대한 이해의 부족으로 고등학교 수학과 대학 교양수학과의 단절현상이 여전히 존재하고 있는 현실이다. 이러한 단절 문제는 대학 교양수학을 학습하는데 많은 지장을 초래하므로 해결해야할 필요성이 있다. 이것을 해결하기 위해서는 여러 가지를 고려하여 그 해결 방안을 찾을 수 있을 것이다. 대학 입시, 고등학교 수학과 대학 교양수학의 내용적인 면, 교수법, 학습방법 등등 문제가 제기되는 모든 요인들에 대한 해결 방안이 동시에 이루어질 수 있으면 좋겠지만 현실적으로 불가능하다고 볼 수 있다. 그러므로 어느 한 가지 요인에 대한 해결 방안을 찾는 것은 의미 있다고 볼 수 있다. 그 예로, 대학생들이 자신의 학습양식을 파악하고 자신만의 독특한 학습방법, 학습습관, 학습요령 등을 수정・보완하여 자신들이 전공을 수행하기 위해 필요로 하는 수학 기본개념을 형성할 수 있도록 지도하는 것이다.

이에 본 논문에서는 대학수학을 수강하는 대학 1학년생들이 독립적으로 학습하기를 선호하는 대학생과 의존적으로 학습하기를 선호하는 대학생들이 기초수학 내용(함수의 연속과 미분가능성)을 어느 정도 이해하고 있는지 조사 분석하였다.

2. 연구문제

본 연구에서는 대학수학에서의 교수학습 개선방안을 찾기 위하여 다음과 같은 연구문제를 설정하였다.

연구문제1. 대학생들이 함수의 연속과 미분가능에 대하여 어느 정도 이해하고 있는가?

연구문제2. 학습양식의 유형(독립형, 의존형)에 따라 함수의 연속과 미분가능에 대한 이해 정도에 어느 정도 차이가 있는가?

3. 용어의 정의

(1) 함수의 연속과 미분가능성에 대한 이해 정도

“함수의 연속과 미분가능성에 대한 이해정도”란 본 연구에서 사용한 검사 도구에서 연속과 미분가능성에 대한 이유를 올바르게 설명한 정도를 말한다.

(2)학습양식

학습양식(Learning style)은 학생들이 학습과정에서 보이는 특성으로 학습방법, 학습습관, 학습요령 등 여러 요소로 구성된 복합적인 학습 특성을 말한다(임창재, 1994).

4. 연구의 제한점

본 연구는 대학생 70명을 대상으로 학습 유형 중 독립형과 의존형 두 유형에 한정하여 조사 분석하였으므로 대학수학을 수강하는 대학생 전체 대표할 수는 없지만, 연구결과는 대학수학 교수·학습의 개선이나 방법을 연구하는 데 기초자료로의 활용이나, 대학생들의 학습양식을 파악함으로써 학생들 개개인의 학습과정에서 나타나는 특성을 알 수 있으므로 지도하는데 도움이 될 것으로 사료된다.

Ⅱ. 이론적 배경 및 선행 연구

1. 학습양식과 인지양식의 발달

양식에 관한 연구는 그리스 고전 문학으로 까지, 양식의 기원에 관해서는 기질이나 체형에 대한 고대의 분류로 거슬러 올라갈 수 있다. 과거 10여 년 동안 30여개의 양식의 명칭이 사용되었으며 학습양식과 인지양식의 명칭으로 연구가 진행되었다. Alport는 “양식”의 개념과 “인지”를 결합하여 사용하였으며, 그는 인지양식(cognitive style)이란 용어를 처음으로 사용하였다. 학습양식(learning style)이란 용어를 처음으로 사용한 연구자는 Thelen(1959)이었으며 그 용어는 몇몇 학자들에 의해 여러 방향으로 설명되었다. 이론가들에 의하여 인지양식과 학습양식이라는 용어가 사용되었으나, 두 용어가 다르게 사용되어야 한다는 주장(Das, 1988)과 두 개의 용어를 같은 뜻으로 간주하여 사용할 수 있다는 주장(Entwistle, 1981)으로 나뉘었다. 1970년대에 인지양식을 대신하는 말로 학습양식이 일상적으로 사용되기 시작하였으며, 이것에 대한 관심으로 1960년대와 1970년대에 학습자의 선호도를 측정하기 위한 학습양식 검사 도구가 개발되기 시작하였다(Jonassen & Grabowski, 1993). 70년대에 사용되었던 학습양식 검사는 80년대에 들어와서 그 검사의 실험결과를 다양하게 반영하고 수정하여 정교화 된 검사지로 개정하기에 이른다(Vernon, 1973; Riding & Rayner, 1998; Riding & Cheema, 1991; Allport, 1957; Riding & Rayner, 1998; Das, 1988; Entwistle, 1981; Thelen, 1959; 백희수, 2009, 재인용).

2. 학습양식의 의미와 유형

학습양식은 많은 학자들이 저마다 독특한 특성을 고려하여 정의하고 있다. Dunn은 학습양식을 정보를 선택하고 획득하는 능력에 영향을 주는 학습자세 또는

선호하는 학습환경이라고 하였으며, Kolb는 유전, 과거의 경험, 그리고 개인의 경향에 의해 결정되는 것이라 하였다(양은경, 황우형, 2005).

한편, 학습양식이라는 용어 대신 학습전략이라는 표현이나 학습접근이라는 용어를 사용하기도 하는데 학습양식을 학습전략과 관련시켜 설명하려는 시도로서 Schmeck은 학습전략이란 학습자가 학습과제에 직면하였을 때 정보를 처리하는 활동유형(형태)이라고 정의하였다. 또한 Scnowman은 학습양식을 학업성취를 위한 절차의 연속, 그리고 전술(tactics)이라 불리는 특수한 절차라고 하였다.

임창재(1994)는 학습양식을 다음과 같이 정의하였다. 첫째, 학습양식은 학습하는 과정에 나타나는 학습자특성으로 학습습관, 학습방법, 학습요령 등 여러 요소로 구성되는 복합적 개념이다. 둘째, 학습양식이란 학습자가 학습할 때의 상황이 전제되며, 여기서 나타나는 학습자의 독특한 행동양식이다. 이러한 행동양식은 상황이 바뀌더라도 어느 정도의 지속성과 안정성을 지니고 있으므로 일시적이나 외부의 강압에 의한 행동은 학습양식의 의미에 포함될 수 없다. 셋째, 학습양식은 학습능력이나 지능, 그리고 인지양식과는 구별되어, 학습양식의 하위 영역에 속하는 개념이다. 넷째, 학습양식은 정신작용의 외면적 표출로서 학습자가 학습상황에서 학습환경과 상호작용하는 독특한 행동특성이며, 학습자의 행동이나 반응을 통하여 알 수 있다(White, 1996; Buehler, 1996; 임창재, 1994, 재인용).

학습양식의 유형은 학습양식의 특성이나 학습접근, 자극유형 등에 따라 여러가지로 분류하고 있다. Dunn & Dunn과 Price는 학습양식을 학습접근을 중심으로 자극유형에 따라 ① 환경적 자극(environmental element of learning styles), ② 정서적 자극(emotional elements of learning styles), ③ 사회적 자극(socialogical elements of learning styles), ④ 신체적 자극(physical elements of learning styles), ⑤ 심리적 자극(psychological elements of learning styles) 분류한다. Grasha와 Reichmann은 독립적, 의존적, 협동적, 경쟁적, 참가적, 회피적의 학습유형으로 분류하였다. 각 유형에 따라 간단히 살펴보면 다음과 같다.

① 독립적 학습(independent) : 혼자 힘으로 공부하길 원하는 학생의 특징으로 필요한 경우에는 다른 학습자의 아이디어에도 귀를 기울일 줄 안다. 중요하다고 느끼는 내용을 배우며, 또한 자신의 학습능력에 대하여 자신감을 가지고 있다. 이

들은 교사중심보다는 학습자중심 수업방법을 좋아한다.

② 의존적 학습(dependent) : 지적 호기심이 거의 없거나 또는 교사가 요구하는 것만을 배우려는 학습자의 특징으로 교사나 동료학습자들의 권위있는 지침을 기대하며, 무엇을 해야하는가에 관해 듣기를 원한다. 교사가 흑판에 개요나 요점을 써주는 교사중심의 수업을 좋아한다.

③ 협동적 학습(collaborative) : 각자가 가지고 있는 지식이나 재능, 그리고 창의성 등을 서로 교환함으로써 가장 많은 것을 배울 수 있다고 느낀다. 교사와 동료학습자와 협력하며 서로 서로 어울려 공부하기를 원한다. 소그룹 형식의 토의에 협력적이고 개별적인 것보다는 그룹으로써 하며, 교사들과의 상호작용을 잘 한다.

④ 경쟁적 학습(competitive) : 학급에서 다른 학습자보다 더 잘하려는 학습자들이다. 좋은 성적을 얻거나 혹은 교사의 관심을 받기 위해서는 다른 학습자들과 경쟁을 해야 한다고 생각한다. 그들은 경쟁적인 교실상황을 좋아하며 강연회나 세미나 같은 것도 보통 수업 못지 않게 좋아한다.

⑤ 참가적 학습(participant) : 교과내용을 배우길 원하며, 수업에 참가하기를 원하는 학습자들로 수업에 관련된 활동에는 가능한 한 많은 참여를 해야 한다고 생각한다. 과제를 논의하는 토론을 좋아하며, 수업에서 과제의 분석과 통합에 능한 교사를 좋아한다.

⑥ 회피적 학습(avoidance) : 교과학습의 수업내용에 별로 흥미가 없는 학습자들로 이들은 교실에서 교사나 동료들과 함께 어울리지 않으며, 교실 내에서 일어나고 있는 일에 흥미가 없거나 질려있는 유형이다. 시험에 흥미도 없고 열광적으로 수업하는 교사를 싫어하며, 계획적이고 조직적인 강의를 싫어하거나 개인적 접촉을 하려는 교사를 싫어한다(Richard J. Riding and Stephen G. Rayner, 1998; 임창재, 1994, 재인용).

3. 학습유형과 관련된 선행 연구

학습양식에 관한 연구는 주로 학습양식 측정도구를 개발하는 방향으로 진행되

었는데, 국내에 소개된 학습양식검사를 중심으로 연구의 동향을 둘로 나누어 볼 수 있다. 하나는 Dunn의 학습양식검사이고, 다른 하나는 Grasha의 학습양식검사이다. Dunn은 자기보고형식의 학습양식검사(Learning Style Inventory : LSI)를 제작하여 초등학생을 대상으로 연구한 결과 열등한 독서자가 우수한 독서자보다 촉각적 및 운동감각적으로 학습하는 것을 선호한다고 하였다(임창제, 1994).

그 외에도 학습유형에 관한 연구는 학습유형에 대한 학자들의 주장만큼이나 다양하게 이뤄지고 있다.

김정하(2007)는 초등학교 5학년 203명을 대상으로 U&I 학습성격유형에 대해서 조사연구를 실시하여, 학습성격유형에 따라 수학 학습전략 사용에 유의미한 차의가 있으며, 학습성격유형에 따라 수학 학업성취도에도 유의미한 차이가 있음을 말하고 있다. 또한, 학습성격유형들 사이에도 유의미한 관계가 있는 경우도 있음을 보여주었다. 정재교는 중학생 남녀 243명, 고등학생 남녀 238명을 대상으로, 박선아는 중학생 남여 606명을, 그리고 김정대는 중학생 남녀 600명을 대상으로 Grasha, Riechmann의 학습양식검사를 수정 사용하여 연구한 결과 중·고등학생들은 독립형, 경쟁형, 회피형 학습양식을 다른 학습양식유형보다 더 지니고 있는 것으로 나타났다(임창제, 1994).

국내에서 Grasha의 학습양식검사를 일부 번역하여 사용한 것으로는 신기철의 자아개념과 학습양식, 김정대의 학업성취도와 학습양식, 박선아의 학업성취귀인과 학습양식, 정재교의 학습양식과 학업성취 원인지각, 임창재의 학습양식과 교수효과에 관한 연구 등이 있다. 박재항은 독립형이 의존형보다, 참여형이 회피형보다 수학적 문제 해결력이 높게 나타남을 밝혔으며, 김정대는 '중학생의 학습유형 및 학업성취도의 변인별 분석'에서 GRSLSQ(Grasha의 학습유형검사)를 이용하여 수학과목에서는 독립적, 협동적, 회피적, 참여적 학습유형과 의미 있는 상관을 보임을 밝혔다. 마지막으로 강건우는 공업계 고등학교 학생들의 학습유형과 수학 성취도에 관한 연구를 통하여 하위 집단에서 의존형이 독립형과 상당히 많은 차이를 보이고 있음을 알아냈는데, 이것은 하위 수준의 학생들이 교사가 요구하는 것만 배우려는 학습자의 특징을 나타내며 교사 중심의 수업을 좋아함을 보여준 것이었다(박재항, 1997; 박상분, 2001; 김정대, 1985; 강건우, 2002; 양은경, 황우형, 2005, 재인용).

양승순(2007)은 지금까지의 연구들은 초등학생과 중학생들의 성격유형과 학업성취, 수학문제 해결력 등에 대한 것이 대부분이었으며, 고등학생을 대상으로 학습성격유형과 수학학업성취도의 관계에 대해서는 아직 연구된 바가 없음을 말하며, 김만권과 한종철(2001)이 개발한 U&I 학습 성격검사를 통해 개개인이 가지고 있는 독특한 성격을 분류하여 학습성격유형과 수학학업성취도와의 관계를 분석하였다(양승순, 2007).

앞서 본 바와 같이 지금까지의 학습양식에 대한 연구는 그 대상이 주로 초등학생과 중·고등학생들을 대상으로 연구가 이뤄졌으며, 대학생에 대한 연구는 아직까지는 미흡하다고 할 수 있다. 뿐만아니라, 학생들의 학습성격유형을 하나의 도구로 검사한 연구들이므로 그 결과를 일반화하기에 무리가 있다.

특히, 대학생들을 대상으로 하여 Grasha & Riechmann의 학습양식검사를 조사한 연구는 미흡해보인다. 따라서, 본 연구는 다양한 변인을 통하여 학생들의 학습성향과 그에 따른 수학학업성취도에 대한 연구를 진행하였다.

Ⅲ. 연구방법

1. 연구 기간 및 연구 대상

본 논문의 연구를 하기 위하여 2014년 5월부터 7월 까지 검사도구와 설문지(학습양식, 연속과 미분가능성의 이해를 조사하기 위한 검사도구)를 제작하였다. 8월에는 수학교육 전문가의 도움을 받아 수정·보완하여 검사도구와 설문지를 완성하였다. 그리고 9월에는 대학생 76명을 대상으로 조사하였다. 수집된 자료는 76명이었지만 두 가지 모두 자료가 수집된 것은 70명 이었다. 그러므로 연구대상은 70명으로 한정하여 자료를 분석하였다.

2. 검사도구

1) 함수의 극한과 연속, 미분에 대한 기본적 문제

학생들이 함수의 극한과 연속, 미분에 대한 기본적인 개념을 어느 정도 알고 있는지 조사하기 위하여 다음과 같은 함수에 대하여 5문항을 제작하였으며, 각 문항에는 하위 문제를 구성하였다(<표 Ⅲ-1>, <표 Ⅲ-2>, <표 Ⅲ-3>, <표 Ⅲ-4>, <표 Ⅲ-5>).

<표 Ⅲ-1> 함수 $f(x)=x^2+2$과 관련된 5문항에 대한 내용

문항		문항 내용
1		함수의 그래프의 개형 그리기
2		$\lim_{x\to5}(x^2+2)$ 구하기
3		$\lim_{x\to5}(x^2+2)$의 극한값이 존재하는 이유
4	4-1	함수 $f(x)=x^2+2$는 $x=2$에서 연속인가?
	4-2	함수 $f(x)=x^2+2$의 $x=2$에서 연속성에 대한 이유
5	5-1	함수 $f(x)=x^2+2$는 $x=2$에서 미분가능한가?
	5-2	함수 $f(x)=x^2+2$의 $x=2$에서 미분가능성에 대한 이유

<표 Ⅲ-2> 함수 $f(x)=\sqrt{x}$과 관련된 5문항에 대한 내용

문항		문항 내용
1		함수의 그래프의 개형 그리기
2		$\lim_{x\to 5}\sqrt{x}$ 구하기
3		$\lim_{x\to 5}\sqrt{x}$의 극한값이 존재하는 이유
4	4-1	함수 $f(x)=\sqrt{x}$는 $x=5$에서 연속인가?
	4-2	함수 $f(x)=\sqrt{x}$의 $x=5$에서 연속성에 대한 이유
5	5-1	함수 $f(x)=\sqrt{x}$는 $x=5$에서 미분가능한가?
	5-2	함수 $f(x)=\sqrt{x}$의 $x=5$에서 미분가능성에 대한 이유

<표 Ⅲ-3> 함수 $f(x)=\sqrt{x}$과 관련된 4문항에 대한 내용

문항		문항 내용
1		$\lim_{x\to 0}\sqrt{x}$ 구하기
2		$\lim_{x\to 0}\sqrt{x}$의 극한값이 존재하는 이유
3	3-1	함수 $f(x)=\sqrt{x}$는 $x=0$에서 연속인가?
	3-2	함수 $f(x)=\sqrt{x}$의 $x=0$에서 연속성에 대한 이유
4	4-1	함수 $f(x)=\sqrt{x}$는 $x=0$에서 미분가능한가?
	4-2	함수 $f(x)=\sqrt{x}$의 $x=0$에서 미분가능성에 대한 이유

<표 Ⅲ-4> 함수 $f(x)=\begin{cases}x^2, x>1\\x,\ x<1\end{cases}$과 관련된 5문항에 대한 내용

문항		문항 내용
1		함수의 그래프의 개형 그리기
2		$\lim_{x\to 1}f(x)$ 구하기
3		$\lim_{x\to 1}f(x)$의 극한값이 존재하는 이유
4	4-1	함수 $f(x)=\begin{cases}x^2, x>1\\x,\ x<1\end{cases}$는 $x=1$에서 연속인가?
	4-2	함수 $f(x)=\begin{cases}x^2, x>1\\x,\ x<1\end{cases}$의 $x=1$에서 연속성에 대한 이유
5	5-1	함수 $f(x)=\begin{cases}x^2, x>1\\x,\ x<1\end{cases}$는 $x=1$에서 미분가능한가?
	5-2	함수 $f(x)=\begin{cases}x^2, x>1\\x,\ x<1\end{cases}$의 $x=1$에서 미분가능성에 대한 이유

<표 Ⅲ-5> 함수 $f(x)=\begin{cases} x, & x>0 \\ -x, & x \le 0 \end{cases}$과 관련된 5문항에 대한 내용

문항		문항 내용
1		함수의 그래프의 개형 그리기
2		$\lim_{x\to 0} f(x)$ 구하기
3		$\lim_{x\to 0} f(x)$의 극한값이 존재하는 이유
4	4-1	함수 $f(x)=\begin{cases} x, & x>0 \\ -x, & x \le 0 \end{cases}$는 $x=0$에서 연속인가?
	4-2	함수 $f(x)=\begin{cases} x, & x>0 \\ -x, & x \le 0 \end{cases}$는 $x=0$에서 연속성에 대한 이유
5	5-1	함수 $f(x)=\begin{cases} x, & x>0 \\ -x, & x \le 0 \end{cases}$는 $x=0$에서 미분가능한가?
	5-2	함수 $f(x)=\begin{cases} x, & x>0 \\ -x, & x \le 0 \end{cases}$는 $x=0$에서 미분가능성에 대한 이유

2) 함수의 극한과 연속, 미분에 대한 전반적인 이해

학생들이 함수의 극한과 연속, 미분에 대한 기본적인 개념을 어느 정도 알고 있는지 조사하기 위하여 다음과 같은 5문항을 제작하였다(<표 Ⅲ-6-1>).

<표 Ⅲ-6-1> 함수의 극한과 연속, 미분에 대한 전반적인 이해

문항		문항 내용
1		$y=x^2$와 만나는 임의의 $y=ax+b$구하기
2		두 함수가 만나는 점 c, d 구하기
3		(c, d)에서의 기울기에 관하여 아는대로 서술
4	4-1	$y=2x$의 $x=2$에서의 기울기
	4-2	$y=7x+5$의 $x=2$에서의 기울기
	4-3	$y=3x^2$의 $x=2$에서의 기울기
	4-4	$y=(x-4)^2$의 $x=2$에서의 기울기
	4-5	$y=5(x-7)^2$의 $x=2$에서의 기울기
	4-6	$y=6(x-3)^2-7$의 $x=2$에서의 기울기
5	5-1	함수의 극한에 대하여 알고 있는 것을 모두 기술하여라.
	5-2	함수의 연속에 대하여 알고 있는 것을 모두 기술하여라.
	5-3	평균변화율과 미분계수에 대하여 알고 있는 것을 모두 기술하여라.

문항 1에서 임의의 점을 구하지 못하고 문제를 해결하지 못한 대학생들은 추가적인 정보를 제시하여 문제를 해결하도록 하였다(<표 Ⅲ-6-2>).

<표 Ⅲ-6-2> 함수의 극한과 연속, 미분에 대한 전반적인 이해

문항		문항 내용
1		$y=x^2$와 만나는 임의의 $y=ax+b$구하기($x=1, x=9$에서 만난다)
2		두 함수가 만나는 점 c, d 구하기
3		(c, d)에서의 기울기에 관하여 아는대로 서술
4	4-1	$y=2x$의 $x=2$에서의 기울기
	4-2	$y=7x+5$의 $x=2$에서의 기울기
	4-3	$y=3x^2$의 $x=2$에서의 기울기
	4-4	$y=(x-4)^2$의 $x=2$에서의 기울기
	4-5	$y=5(x-7)^2$의 $x=2$에서의 기울기
	4-6	$y=6(x-3)^2-7$의 $x=2$에서의 기울기
5	5-1	함수의 극한에 대하여 알고 있는 것을 모두 기술하여라.
	5-2	함수의 연속에 대하여 알고 있는 것을 모두 기술하여라.
	5-3	평균변화율과 미분계수에 대하여 알고 있는 것을 모두 기술하여라.

3) 학습양식

학습양식의 유형은 학자마다 다르게 분류하여 설명하고 있으나 본 연구에서는 일반적으로 알려진 Grasha와 Reichmann(1974)의 학습양식을 임창재(1994)가 구성한 학습양식 검사도구를 사용하였다. 이 검사도구는 독립적 학습(independent), 의존적 학습(dependent), 협동적 학습(collaborative), 경쟁적 학습(competitive), 참가적 학습(participant), 회피적 학습(avoidance)의 6가지로 분류하고 있다. 검사도구의 신뢰도는, 요인분석 과정을 거친 최종 신뢰도 계수(Cronbach α)는 독립형이 6개 문항에 α는 .69135, 의존형인 5개 문항에 α는 .52790, 협동형이 9개 문항에 α는 .80862, 경쟁형이 7개 문항에 α는 .72360, 참여형이 10개 문항에 α는 .83351, 회피형이 10개 문항에 α는 .80739이다(임창재, 1994).

<표 Ⅲ-7> 학습양식 검사도구

학습양식	문항수	문항번호
독립형	6	1-6
의존형	5	7-11
협동형	9	12-20
경쟁형	7	21-27
참여형	10	28-37
회피형	10	38-47

3. 조사 자료 수집 및 분석

1) 조사 자료 수집

학생들이 함수의 극한과 연속, 미분 가능성에 대하여 기본 개념을 어느 정도 알고 있는지 알아보기 위하여 함수의 그래프 그리기, 극한, 연속, 미분과 관련된 문항(<표 Ⅲ-1>, <표 Ⅲ-2>, <표 Ⅲ-3>, <표 Ⅲ-4>, <표 Ⅲ-5>, <표 Ⅲ-6-1>, <표 Ⅲ-6-2>)을 제시하여 2시간 동안 기술하도록 하여 자료를 수집하였다. 76명의 자료가 수집되었지만 두 가지 모두(학습양식, 연속과 미분가능성의 이해 정도 검사) 자료가 수집된 것은 70명 이었다. 그러므로 연구대상은 70명으로 한정하여 자료를 분석하였다.

2) 조사 자료 분석

수집된 자료는 다음과 같은 방식으로 분석하였다.

(1) 단답형인 경우는 정답과 오답의 이원으로 분류하였다.

예를 들어, 함수 $f(x)=\begin{cases} x, & x>0 \\ -x, & x\le 0 \end{cases}$은 $x=0$ 미분가능한가에 대하여 미분가능하면 미분 가능하다에, 미분불가능하면 미분불가능하다에 체크하도록 하였다. 이러한 문제에서는 정답과 오답의 이원으로 분류하여 분석하였다.

또 다른 예, 극한값을 구하는 문항에서는 극한값만을 제시하도록 하고 정답과 오답의 이원으로 분류하여 분석하였다.

(2) 서술형인 경우는, 예를 들어, 함수 $f(x)=\begin{cases} x, & x>0 \\ -x, & x\le 0 \end{cases}$이 $x=0$에서 미분불가능하면 불가능한 이유를, 미분가능하면 가능한 이유를 알고 있는 되로 주어진 문제지의 답란에 첫 번째, 두 번째, 세 번째, … 칸에 차례로 제시하도록 하였다. 분석에서는 첫 번째 칸에 제시한 내용을 먼저 분석하고, 두 번째 칸에 제시한 내용을 분석한 다음 세 번째 칸에 제시한 내용을 차례로 분석하였다. 그러므로 분석에서는, 예를 들어, 한 가지 이유만을 제시한 경우, 두 가지 이유를 제시한 경우의 합계 인원수가 다르게 나타난다.

Ⅳ. 연구결과 분석

문항 1. 함수 $f(x)=x^2+2$과 관련된 5문항에 대한 학생들의 반응

1-1. ‘함수 $f(x)=x^2+2$에 대해서 그래프의 개형을 그리도록 하였다. 대학생들의 반응은 8가지 유형으로 나타났다. 그래프 개형을 올바르게 그린 대학생은 91.4%(64명)로 독립형은 28.6%(20명), 의존형은 62.9%(44명)로 나타났고 그래프 개형을 그렸지만 오류가 있는 대학생은 8.6%(6명)로 독립형은 1.4%(1명), 의존형은 7.1%(5명)로 나타났다(<표 Ⅳ-1-1>).

<표 Ⅳ-1-1> 함수 $f(x)=x^2+2$의 그래프 개형 그리기에 대한 반응

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)	합계(%)
		독립	의존		
개형을 명확하게 그린경우	그래프의 개형을 그리고 한 점을 서술한 경우	13(18.6)	35(50)	48(68.5)	64 (91.4)
	그래프의 개형을 그리고 함수 $f(x)=x^2+2$로 그래프를 설명한 경우	6(8.6)	9(12.9)	15(21.4)	
	그래프의 개형만을 그린 경우	1(1.4)	0(0)	1(1.4)	
개형을 그렸지만 오류가 있는경우	한 점에서 함수값을 잘못 찾은 경우	0(0)	2(2.9)	2(2.9)	6 (8.6)
	정의역을 잘 이해하지 못한 경우	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	그래프의 개형이 틀린 경우	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	함수식에 대한 이해가 부족한 경우	1(1.4)	0(0)	1(1.4)	
	그래프의 개형을 직선의 형태로 표현한 학생	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
합계		21(30)	49(70)	70(100)	

1-2. 함수 $f(x)=x^2+2$에 대해서 극한값 $\lim_{x\to 2}(x^2+2)$을 구하는 문제에서는, 정답이 90%(63명)로 독립형은 28.6%(20명), 의존형은 61.4%(43명)로 나타났다. 오답을 기술한 대학생은 10%(7명)로 독립형은 1.4%(1명), 의존형은 8.6%(6명)로 나타났다(<표 Ⅳ-2-1>). 오답자 7명은 답을 4(6명)와 $\frac{26}{3}$(1명)이라고 기술하였다.

<표 Ⅳ-2-1> $\lim_{x \to 2}(x^2+2)$ 구하기에 대한 반응

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)
		독립	의존	
정답	6	20(28.6)	43(61.4)	63(90.0)
오답	4, $\frac{26}{3}$	1(1.4)	6(8.6)	7(10.0)
합계		21(30)	49(70)	70(100)

1-3. 이 문항(<표 Ⅳ-2-1>)에 대하여 극한값이 존재하면 존재하는 이유를, 존재하지 않으면 존재하지 않는 이유를 알고 있는 대로 주어진 문제지의 답란에 제시하도록 하였다. 그 결과, 이유를 명확하게 설명한 대학생은 38.7%(27명)로 독립형은 12.8%(9명), 의존형은 25.7%(18명)로 나타났고, 이유를 설명하였지만 부족한 경우는 44.3%(31명)로 독립형은 15.2%(11명) 의존형은 28.5%(20명)로 나타났다. 이유를 제시하였지만 오류가 있거나 이유를 제시하지 못한 경우는 17%(12명)로 독립형은 1.4%(1명) 의존형은 15.6%(11명)로 <표 Ⅳ-3-1>와 같이 나타났다.

<표 Ⅳ-3-1> $\lim_{x \to 2}(x^2+2)$의 극한값이 존재하는 이유 설명

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
이유를 명확하게 설명한 경우	$\lim_{x \to 2+}(x^2+2) = \lim_{x \to 2-}(x^2+2)$ 기술	4 (5.7)	13 (18.6)	17 (24.3)	27 (38.7)
	좌극한과 우극한이 같음을 기술	5 (7.1)	5 (7.1)	10 (14.3)	
이유를 설명했지만 부족한 경우	좌극한과 우극한의 언급없이 극한값만 제시	5 (7.1)	15 (21.4)	20 (28.6)	31 (44.3)
	그래프를 그리고 서술형으로 기술	4 (5.7)	1 (1.4)	5 (7.1)	
	'x가 2로 갈때 x에 2를 대입해보면 $2^2+2=6$이므로' 라고 기술한 경우	0 ()	4 (5.7)	4 (5.7)	
	'x가 2의 값에 최대한 근접하므로'라고 기술한 경우	1 (1.4)	0 (0)	1 (1.4)	
	'x가 2로 한정(유한)되기 때문에 x에 2를 대입하여 계산'라고 기술한 경우	1 (1.4)	0 (0)	1 (1.4)	
이유를 제시했지만 오류가 있는 경우	기술하지 않은 경우	0 (0)	3 (4.3)	3 (4.3)	12 (17.0)
	미분한 경우	0 (0)	3 (4.3)	3 (4.3)	

	수식 계산이 틀린 경우	1 (1.4)	1 (1.4)	2 (2.8)	
	‘그래프’ 라고 기술한 경우	0 (0)	1 (1.4)	1 (1.4)	
	‘함수를 적분한 뒤 $x=2$를 대입한 경우’라고 기술한 경우	0 (0)	1 (1.4)	1 (1.4)	
	‘x^2+2의 그래프를 그려보았을 때, x가 2인 경우의 값은 4이다.’ 라고 기술	0 (0)	1 (1.4)	1 (1.4)	
	그래프만을 그린 경우	0 (0)	1 (1.4)	1 (1.4)	
합계		21 (30)	49 (70)	70(100)	

1-4. 함수 $f(x)=x^2+2$은 $x=2$에서 연속인가에 대하여 연속이면 연속에, 불연속이면 불연속에 체크하도록 하였다. 정답(연속)이 98.6%(69명)로 독립형은 30%(21명) 의존형은 68.6%(48명)로 나타났고, 오답(불연속)이 1.4%(1명)로 독립형은 0%(0명) 의존형은 1.4%(1명)로 나타났다(<표 Ⅳ-4-1>).

<표 Ⅳ-4-1> 함수 $f(x)=x^2+2$는 $x=2$에서 연속인가에 대한 반응

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)
		독립	의존	
정답	연속	21(30)	48(68.6)	69(98.6)
오답	불연속	0(0)	1(1.4)	1(1.4)
합계		21(30)	49(70)	70(100)

이 문항(<표 Ⅳ-4-1>)에 대하여 연속이면 연속인 이유를, 불연속이면 불연속인 이유를 아는 대로 주어진 문제지의 답란에 제시하도록 하였다. 70명의 대학생들 모두 한 가지 이유만 제시하였다. 제시된 이유는, 연속이 7가지, 불연속이 4가지, 아무것도 기술하지 않은 경우로 나타났다.

연속이 되는 이유를 명확하게 제시한 대학생은 58.5%(41명)로 독립형이 20%(14명) 의존형이 38.5%(27명)로 나타났고, 이유를 제시하였지만 그 내용이 부족한 경우는 15.7%(11명)로 독립형은 1.4%(1명) 의존형은 14.3%(10명)로 나타났다. 이유를 제시하였으나 오류가 있거나 아무 이유도 제시하지 못한 경우는 25.8%(18명)로 독립형은 8.6%(6명) 의존형은 17%(12명)로 나타났다(<표 Ⅳ-4-2>).

<표 Ⅳ-4-2> 함수 $f(x)=x^2+2$의 $x=2$에서 연속성에 대한 이유 설명

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
이유를 명확하게 설명한 경우	$\lim_{x\to 2+} f(x) = \lim_{x\to 2-} f(x) = f(2)$를 기술	11(15.7)	15(21.4)	26(37.1)	41 (58.5)
	좌극한과 우극한의 값이 함수값과 같아야 함을 서술한 경우	3(4.3)	12(17.1)	15(21.4)	
이유를 설명했지만 부족한 경우	그래프를 이용하여 설명한 경우	0(0)	4(5.7)	4(5.7)	11 (15.7)
	그래프가 끊어지지 않고 그려지므로	0(0)	3(4.3)	3(4.3)	
	미분가능하기 때문에 연속	1(1.4)	2(2.9)	3(4.3)	
	$f(2)=6$으로 존재하므로 $f(x)$는 연속	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
이유를 제시했지만 오류가 있는 경우	기술하지 않은 경우	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	18 (25.8)
	좌극한과 우극한이 같음만을 보인 경우	2(2.9)	8(11.4)	10(14.2)	
	그래프만을 그린 경우	1(1.4)	1(1.4)	2(2.9)	
	증명 방법은 맞으나 계산이 틀린 경우	1(1.4)	1(1.4)	2(2.9)	
	무한대로 가는 경우를 설명한 학생	1(1.4)	1(1.4)	2(2.9)	
	$\lim_{x\to 2}(x^2+2)$는 $x=2$에서 불연속이지만, $f(x)=x^2+2$는 $x=2$에서 연속이다.	1(1.4)	0(0)	1(1.4)	
합계		21(30)	49(70)	70(100)	

1-5. 함수 $f(x)=x^2+2$은 $x=2$에서 미분가능한가에 대하여 미분가능하면 미분가능하다에, 미분불가능하면 미분불가능하다에 체크하도록 하였다. 70명의 대학생들은 정답(미분가능)에 98.6%(69명)이 답하였는데 그 중에서 독립형은 28.6%(20명) 의존형은 70%(49명)로 나타났고, 오답(미분불가능)에 답한 학생은 1.4%(1명)로 독립형인 경우였다(<표 Ⅳ-5-1>).

<표 Ⅳ-5-1> 함수 $f(x)=x^2+2$는 $x=2$에서 미분가능한가대한 반응

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)
		독립	의존	
정답	미분가능	20(28.6)	49(70)	69(98.6)
오답	미분불가능	1(1.4)	0(0)	1(1.4)
합계		21(30)	49(70)	70(100)

이 문항(<표 Ⅳ-5-1>)에 대하여 미분가능하면 가능한 이유를, 미분불가능하면 불가능한 이유를 알고 있는 대로 모두 주어진 문제지의 답란에 기재하도록 하였다. 그 결과, 한 가지 이유만 제시한 대학생은 69명, 두 가지 이유를 제시한 대학생은 1명 이었다(<표 Ⅳ-5-2>, <표 Ⅳ-5-3>).

대학생들의 반응에서, 미분가능하다는 이유는 7가지, 미분불가능이라는 이유는 1가지, 아무것도 기술하지 않은 경우로 나타났다. 대학생들이 제시한 첫번째 이유들은 그 이유를 명확하게(미분가능) 제시한 학생들은 34.3%(24명)로 독립형은 12.9%(9명) 의존형은 21.5%(15명)로 나타났고, 이유를 제시하였지만 부족한 경우는 11.4%(8명)로 독립형은 2.9%(2명) 의존형은 8.6%(6명)로 나타났다. 이유를 제시하였지만 오류가 있거나 아무 이유도 기술하지 못한 경우는 54.3%(38명)로 독립형은 14.3%(10명) 의존형은 40%(28명)로 나타났다(<표 Ⅳ-5-2>). 정답(미분가능)을 기술한 학생은 69명이었지만, 이중에서 24명만이 그 이유를 정확하게 기술하여서 미분의 정의에 대해서 정확한 지도를 할 필요성이 보인다.

<표 Ⅳ-5-2> 함수 $f(x)=x^2+2$의 $x=2$에서 미분가능성에 대한 설명(1)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
이유를 명확하게 설명한 경우	$\lim_{x\to 2+} f'(x) = \lim_{x\to 2-} f'(x)$을 설명	6(8.6)	9(12.9)	15(21.4)	24 (34.3)
	좌미분계수와 우미분계수가 같음을 서술	3(4.3)	6(8.6)	9(12.9)	
이유를 설명했지만 부족한 경우	첨점이 아님을 통해 미분이 가능함을 설명한 경우	2(2.9)	6(8.6)	8(11.4)	8 (11.4)
이유를 제시했지만 오류가 있는 경우	$f'(x)=2x$, $x=2$에서 기울기 존재	3(4.3)	4(5.7)	7(10.0)	38 (54.3)
	기술하지 않은 경우	0(0)	2(2.9)	2(2.9)	
	$f'(x)=2x$를 기술하고 연속이므로 미분가능하다고 기술한 경우	0(0)	3(4.3)	3(4.3)	
	$\lim_{x\to 2} f(x)$가 $x=2$에서 연속이므로 미분가능	7(10)	16(22.9)	23(32.9)	
	$\lim_{x\to 2+} = \lim_{x\to 2-}$이므로 미분가능	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	'$f(2)=x^2+2=6$'라고 기술한 경우	0(0)	2(2.9)	2(2.9)	
합계		21(30)	49(70)	70(100)	

<표 Ⅳ-5-1>의 이유를 제시하고(<표 Ⅳ-5-2>), 또 다른 이유를 제시한 학생은

1명으로 두번째 이유를 제시하였으나 그 내용이 부족했다. 이 학생의 학습양식유형은 독립형이었다(<표 Ⅳ-5-3>).

<표 Ⅳ-5-3> 함수 $f(x)=x^2+2$의 $x=2$에서 미분가능성에 대한 설명(2)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)
		독립	의존	
이유를 설명했지만 부족한 경우	$\lim_{x\to 2}(x^2+2)$가 $x=2$에서 연속이므로 미분가능하다고 기술한 경우	1 (100)	0 (0)	1(100)
합계				1(100)

문항 2. 함수 $f(x)=\sqrt{x}$과 관련된 5문항에 대한 학생들의 반응

2-1. 함수 $f(x)=\sqrt{x}$에 대해서 그래프의 개형을 그리도록 하였다. 대학생들의 반응은 4가지 유형으로 나타났는데, 그중에서 그래프 개형을 올바르게 그린 대학생은 90%(63명)로 독립형은 27.2%(19명) 의존형은 61.8%(44명)로 나타났고, 그래프 개형을 그렸지만 오류가 있는 대학생은 10%(7명)로 독립형은 2.9%(2명) 의존형은 7.3%(5명)이었다. 오류가 있는 7명의 대학생에게는 그래프 개형 그리기 지도를 할 필요성이 보인다(<표 Ⅳ-6-1>).

<표 Ⅳ-6-1> 함수 $f(x)=\sqrt{x}$의 그래프 개형 그리기에 대한 반응

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
개형을 명확하게 그린 경우	그래프의 개형을 그리고 함수 ($f(x)=\sqrt{x}$)로 그래프를 설명한 경우	10(14.3)	11(15.7)	21(30.0)	63 (90.0)
	그래프의 개형을 그리고 한 점을 정의한 경우	9(12.9)	33(47.1)	42(60.0)	
개형을 그렸지만 오류가 있는 경우	함수식에 대한 정의가 틀림	2(2.9)	2(2.9)	4(5.7)	7 (10.0)
	정의역에 대한 정의가 틀림	0(0)	3(4.3)	3(4.3)	
합계		21(30)	49(70)	70(100)	

2-2. 함수 $f(x)=\sqrt{x}$에 대해서 극한값 $\lim_{x\to 5}\sqrt{x}$을 구하는 문제에서는, 정답을 기술한 대학생 94.3%(66명)중에서 독립형은 30%(21명) 의존형은 26.4%(45명)이었고, 오답을 기술한 대학생 5.7%(4명)은 모두 의존형으로 나타났다(<표 Ⅳ-7-1>).

<표 Ⅳ-7-1> $\lim_{x\to 5}\sqrt{x}$ 구하기에 대한 반응

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)
		독립	의존	
정답	$\sqrt{5}$	21 (30.0)	45 (64.3)	66(94.3)
오답	$\frac{1}{2\sqrt{5}}$, $\frac{10\sqrt{5}}{3}$, $\frac{\sqrt{5}}{10}$	0 (0)	4 (5.7)	4(5.7)
합계				70(100)

2-3. 이 문항(<표 Ⅳ-7-1>)에 대하여 극한값이 존재하면 존재하는 이유를, 존재하지 않으면 존재하지 않는 이유를 알고 있는 대로 주어진 문제지의 답란에 제시하도록 하였다. 그 결과, 70명의 대학생이 모두 한 가지 이유만을 제시하였으며, 극한값이 존재하는 이유는 11가지로 나타났다. 이유를 명확하게 설명한 대학생은 41.5%(29명)로 독립형은 15.7%(11명) 의존형은 25.7%(18명), 이유를 설명하였지만 부족한 경우는 45.7%(32명)로 독립형은 12.8%(9명) 의존형은 32.9%(23명)로 나타났으며, 이유를 제시하였지만 오류가 있거나 이유를 기술하지 못한 경우는 12.8%(9명)로 독립형은 1.4%(1명) 의존형은 11.4%(4명)로 나타났다(<표 Ⅳ-8-1>).

<표 Ⅳ-8-1> $\lim_{x\to 5}\sqrt{x}$ 의 극한값이 존재하는 이유 설명

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
이유를 명확하게 설명한 경우	정의역과 연속에 대한 설명을 함께 서술	1(1.4)	2(2.9)	3(4.3)	29 (41.5)
	$\lim_{x\to 5+}f(x)=\lim_{x\to 5-}f(x)$을 이용하여 설명	7(10.0)	12(17.1)	19(27.2)	
	좌우극한이 같음을 서술한 학생	3(4.3)	4(5.7)	7(10)	
이유를 설명했지만 부족한 경우	x에 5를 대입한다고 기술한 학생	0(0)	8(11.4)	8(11.4)	32 (45.7)
	좌우극한의 설명없이 극한만을 설명	1(1.4)	3(4.3)	4(5.7)	
	그래프로 설명한 경우	4(5.7)	2(2.9)	6(8.6)	
	$f(x)=\sqrt{x}$는 연속함수이므로 $x=5$에서 함숫값과 극한값이 존재하며 그 값이 같다	0(0)	4(5.7)	4(5.7)	
	x값이 5에 가까워질수록 $\sqrt{5}$에 값에 다가가기 때문이라고 서술	3(4.3)	6(8.6)	9(12.9)	
	'x가 5로 한정되므로'라고 기술	1(1.4)	0(0)	1(1.4)	
이유를 제시했지만 오류가	$\lim_{x\to 5+\infty}\sqrt{x}=\lim_{x\to 5-\infty}\sqrt{x}=\lim_{x\to 5}\sqrt{x}=\sqrt{5}$	1(1.4)	0(0)	1(1.4)	9 (12.8)
	기술하지 않은 학생	0(0)	4(5.7)	4(5.7)	

있는 경우	미분한 경우	0(0)	4(5.7)	4(5.7)	
합계		21(30)	49(70)	70(100)	

2-4. 함수 $f(x)=\sqrt{x}$ 은 $x=5$ 에서 연속인가에 대하여 연속이면 연속에, 불연속이면 불연속에 체크하도록 하였다. 정답(연속)에 체크한 대학생은 94.3%(66명)로 독립형의 학습유형을 가진 경우는 28.6%(20명) 의존형의 학습유형을 가진 경우는 65.7%(46명)로 나타났고, 오답(불연속)에 체크한 대학생은 5.7%(4명)로 독립형의 학습유형을 가진 경우는 1.4%(1명) 의존형의 학습유형을 가진 경우는 4.3%(3명)로나타났다(<표 Ⅳ-9-1>).

<표 Ⅳ-9-1> 함수 $f(x)=\sqrt{x}$ 는 $x=5$ 에서 연속인가에 대한 반응

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)
		독립	의존	
정답	연속	20(28.6)	46(65.7)	66(94.3)
오답	불연속	1(1.4)	3(4.3)	4(5.7)
합계		21(30)	49(70)	70(100.0)

이 문항(<표 Ⅳ-9-1>)에 대하여 연속이면 연속인 이유를, 불연속이면 불연속인 이유를 아는 대로 주어진 문제지의 답란에 제시하도록 하였다. 70명의 대학생들은 모두 한 가지 이유만 제시하였다. 제시된 이유는, 연속이 9가지, 불연속이 4가지, 아무것도 제시하지 않은 경우로 나타났다. 연속이 되는 이유를 명확하게 제시한 대학생들은 61.4%(43명)로 독립형은 21.5%(15명) 의존형은 40%(28명)로 나타났고, 이유를 제시하였지만 그 내용이 조금 부족한 경우는 24.3%(17명)로 독립형은 2.9%(2명) 의존형은 21.4%(15명)로 나타났으며, 이유를 제시하였지만 오류가 있거나 아무 이유도 제시하지 못한 경우는 14.3%(10명)로 독립형은 5.7%(4명) 의존형은 8.6%(6명)로 나타났다(<표 Ⅳ-9-2>).

<표 Ⅳ-9-2> 함수 $f(x)=\sqrt{x}$ 의 $x=5$ 에서 연속성에 대한 이유 설명

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
이유를 명확하게 설명한 경우	$\lim_{x\to 5+0} f(x)=\lim_{x\to 5-0} f(x)=f(5)$ 임을 설명	13 (18.6)	23 (32.9)	36 (51.4)	43 (61.4)
	$x=5$ 에서 함숫값과 극한값이 같으므로	2 (2.9)	5 (7.1)	7 (10.0)	

이유를 설명했지만 부족한 경우	첨점이 존재하지 않고 좌극한과 우극한이 동일하기 때문이라고 서술	1 (1.4)	1 (1.4)	2 (2.9)	17 (24.3)
	그래프를 그렸을 때 $x=5$에서 끊어지지 않고 그려지기 때문에 연속	1 (1.4)	10 (14.3)	11 (15.7)	
	좌극한과 우극한의 값만 같다고 서술	0 (0)	4 (5.7)	4 (5.7)	
이유를 제시했지만 오류가 있는 경우	미분가능하기 때문에 연속	0 (0)	1 (1.4)	1 (1.4)	10 (14.3)
	기술하지 않은 경우	0 (0)	2 (2.9)	2 (2.9)	
	미분불가능하기 때문이라고 서술	0 (0)	1 (1.4)	1 (1.4)	
	$\sqrt{5} \neq \frac{\sqrt{5}}{10}$ 이라고 서술한 경우	0 (0)	1 (1.4)	1 (1.4)	
	$x>0$이기 때문에 $\lim_{x \to 0-} f(x)$가 존재하지 않는다고 서술한 경우	1 (1.4)	0 (0)	1 (1.4)	
	$\lim_{x \to 5+} \sqrt{x}$ 는 $\sqrt{5}$ 로 수렴하지만, $\lim_{x \to 5-} \sqrt{x}$ 는 $\sqrt{5}$ 로 수렴하지 못하기 때문에 불연속	0 (0)	1 (1.4)	1 (1.4)	
	$f(x)=\sqrt{x}$ 좌표에서 x=5지점에서의 기울기가 $\sqrt{5}$ 의 y값이 나오므로 연속	1 (1.4)	0 (0)	1 (1.4)	
	$\lim_{x \to 5+\infty} \sqrt{x} = \lim_{x \to 5-\infty} \sqrt{x} = \lim_{x \to 5} \sqrt{x} = \sqrt{5}$	1 (1.4)	0 (0)	1 (1.4)	
	$\lim_{x \to 5} \sqrt{x}$ 는 $x=5$에서 불연속이지만 $f(x)=\sqrt{x}$ 는 $x=5$에서 연속이다.	1 (1.4)	0 (0)	1 (1.4)	
합계		21 (30)	49 (70)		70 (100)

2-5. 함수 $f(x)=\sqrt{x}$ 은 $x=5$에서 미분가능한가에 대하여 미분가능하면 미분 가능하다에, 미분불가능하면 미분불가능하다에 체크하도록 하였다. 그 결과, 대학생들의 반응에서 정답(미분가능)이 92.9%(65명)로 독립형은 28.6%(20명), 의존형은 64.3%(45명)로 나타났으며, 오답(미분불가능)이 7.1%(5명)로 독립형은 1.4%(1명) 의존형은 5.7%(4명)로 나타났다(<표 Ⅳ-10-1>).

<표 Ⅳ-10-1> 함수 $f(x)=\sqrt{x}$ 는 $x=5$에서 미분가능인가에 대한 반응

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)
		독립	의존	
정답	미분가능	20(28.6)	45(64.3)	65(92.9)
오답	미분불가능	1(1.4)	4(5.7)	5(7.1)
합계		21(30)	49(70)	70(100)

이 문항(<표 Ⅳ-10-1>)에 대하여 미분가능하면 가능한 이유를, 미분불가능하면 불가능한 이유를 알고 있는 대로 주어진 문제지의 답란에 제시하도록 하였다. 그 결과, 한 가지 이유만 제시한 대학생은 69명, 두 가지 이유를 제시한 대학생은 1명 이었다(<표 Ⅳ-10-2>, <표 Ⅳ-10-3>).

대학생들의 반응에서, 미분가능하다는 이유는 9가지, 미분가능이라는 이유는 2가지, 아무것도 기술하지 않은 경우로 나타났다. 그리고 이유를 명확하게(미분가능) 제시한 학생들은 32.9%(22명)로 독립형이 11.4%(8명), 의존형이 21.4%(15명)로 나타났고, 이유를 제시하였지만 그 내용이 조금 부족한 경우는 14.3%(11명)로 독립형이 7.2%(5명), 의존형이 7.2%(5명)로 나타났고, 이유를 기술하지 못하였거나 혹은 기술하였으나 오류가 있는 경우는 52.8%(37명)로 그 중에서 독립형은 11.4%(8명), 의존형은 41.3%(29명)로 나타났다(<표 Ⅳ-10-2>).

<표 Ⅳ-10-2> 함수 $f(x)=\sqrt{x}$의 $x=5$에서 미분가능성에 대한 설명(1)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
이유를 명확하게 설명한 경우	$\lim_{x \to 5+} f'(x) = \lim_{x \to 5-} f'(x)$이므로 미분가능	5 (7.1)	8 (11.4)	13 (18.6)	22 (32.9)
	좌우의 미분계수가 같고 연속임을 서술	3 (4.3)	7 (10.0)	10 (14.3)	
이유를 설명했지만 부족한 경우	$f'(x)$가 $\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$로 존재한다고 기술	3 (4.3)	1 (1.4)	4 (5.7)	11 (14.3)
	연속이고 첨점이 아닌 경우 미분가능함을 이용한 학생	2 (2.9)	4 (5.7)	6 (8.6)	
이유를 제시했지만 오류가 있는 경우	기술하지 않은 학생	0 (0)	5 (7.1)	5 (7.2)	37 (52.8)
	불연속의 정의를 기술	1 (1.4)	2 (2.9)	3 (4.3)	
	미분가능성에 대한 이해가 부족한 학생	0 (0)	1 (1.4)	1 (1.4)	
	연속이므로 미분가능	5 (7.1)	18 (25.7)	23 (32.8)	
	기울기가 존재한다고 기술한 학생	1 (1.4)	0 (0)	1 (1.4)	
	연속이지만 극한값과 미분값이 다르기 때문이라고 기술한 학생	0 (0)	1 (1.4)	1 (1.4)	
	$f(5)=\sqrt{5}$라고 기술한 학생	0 (0)	1 (1.4)	1 (1.4)	

	x=5에서의 기울기가 존재하고 연속이기 때문에 미분이 가능하다라고 기술	1 (1.4)	1 (1.4)	2 (2.9)	
합계		21 (30)	49 (70)	70 (100)	

<표 Ⅳ-10-1>의 이유를 제시하고(<표 Ⅳ-10-2>), 또 다른 이유를 제시한 학생은 1명으로 이유를 제시하였지만 그 내용이 부족하였고, 이 대학생의 학습양식 유형은 의존형이었다(<표 Ⅳ-10-3>).

<표 Ⅳ-10-3> 함수 $f(x)=\sqrt{x}$의 $x=5$에서 미분가능성에 대한 설명(2)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)
		독립	의존	
이유를 설명했지만 부족한 경우	연속이므로 미분가능	0(0)	1(100)	1(100)
합계				1(100)

문항 3. 함수 $f(x)=\sqrt{x}$과 관련된 4문항에 대한 학생들의 반응

3-1. 함수 $f(x)=\sqrt{x}$에 대해서 극한값 $\lim_{x\to 0}\sqrt{x}$을 구하는 문제에서는, 정답이 77.1%(54명)이고 그 중에서 독립형은 22.9%(16명), 의존형은 52.9%(37명)인 것으로 나타났으며, 오답이 22.9%(16명)이고 그 중에서 독립형은 7.1%(5명), 의존형은 17.1%(12명)로 나타났다(<표 Ⅳ-11-1>).

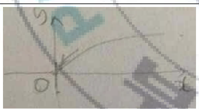
<표 Ⅳ-11-1> 함수 $f(x)=\sqrt{x}$의 $\lim_{x\to 0}\sqrt{x}$ 구하기에 대한 반응

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)
		독립	의존	
정답	0	16(22.9)	37(52.9)	54(77.1)
오답	존재X, ∞, 기술하지않음, 없다, X, 수렴X, 정의되지X	5(7.1)	12(17.1)	16(22.9)
합계		21(30)	49(70)	70(100)

3-2. 이 문항(<표 Ⅳ-11-1>)에 대하여 극한값이 존재하면 존재하는 이유를, 존재하지 않으면 존재하지 않는 이유를 알고 있는 대로 주어진 문제지의 답란에 제시하도록 하였고, 70명의 대학생이 모두 한 가지 이유만을 제시하였다. 극한값이

존재하는 이유는 9가지, 존재하지 않는 이유는 3가지로 나타났다. 이유를 명확하게 설명한 대학생은 18.6%(13명)로 독립형은 8.6%(6명), 의존형은 10%(7명)로 나타났다, 이유를 설명하였지만 부족한 경우는 44.3%(31명)로 독립형은 12.8%(9명), 의존형은 31.5%(22명)로 나타났고, 이유를 제시하였지만 오류가 있거나 아무것도 기술하지 않은 경우는 37.1%(26명)로 독립형이 8.6%(6명), 의존형이 27.6%(20명)로 나타났다(<표 Ⅳ-12-1>).

<표 Ⅳ-12-1> $\lim_{x\to 0}\sqrt{x}$ 의 극한값이 존재하는 이유 설명

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)	합계(%)
		독립	의존		
이유를 명확하게 설명한 경우	정의역을 설명하고 극한을 설명	2(2.9)	2(2.9)	4(5.7)	13 (18.6)
	$\lim_{x\to 0+}\sqrt{x}=\lim_{x\to 0-}\sqrt{x}$ 임을 보이고 극한을 설명한 경우	4(5.7)	5(7.1)	9(12.9)	
이유를 설명했지만 부족한 경우	좌우극한의 설명없이 극한값만을 설명	2(2.9)	3(4.3)	5(7.1)	31 (44.3)
	x에 0을 대입한 경우	0(0)	7(10.0)	7(10.0)	
	그래프에서 양의 방향에서 0으로 갈 때의 값이 0이므로 연속이라고 설명	5(7.1)	9(12.9)	14(20.0)	
	연속인 함수에서 극한값은 함수값이라고 설명한 경우	1(1.4)	1(1.4)	2(2.9)	
		1(1.4)	2(2.9)	3(4.3)	
이유를 제시했지만 오류가 있는 경우	미분한 경우	0(0)	4(4.7)	4(4.7)	26 (37.1)
	기술하지 않은 경우	2(2.9)	6(8.6)	8(11.4)	
	좌극한이 존재하지 않기 때문에 값이 존재하지 않는다고 기술	3(4.3)	9(12.9)	12(17.1)	
	무리함수 근호 $\sqrt{\ }$ 안에 0은 존재하지 않는다고 기술한 경우	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	좌극한 값과 우극한의 값이 수렴하지 않는다고 기술한 경우	1(1.4)	0(0)	1(1.4)	
합계		21(30)	49(70)	70(100)	

3-3. 함수 $f(x)=\sqrt{x}$ 은 $x=0$ 에서 연속인가에 대하여 연속이면 연속에, 불연속이면 불연속에 체크하도록 하였다. 정답(연속)이 30%(21명)로 독립형은 5.7%(4명) 의존형은 24.3%(17명)로 나타났고, 오답(불연속)이 70%(49명)로 독립형인 24.3%

(17명) 의존형이 45.7%(32명)로 나타났다(<표 Ⅳ-13-1>).

<표 Ⅳ-13-1> 함수 $f(x)=\sqrt{x}$는 $x=0$에서 연속인가에 대한 반응

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)
		독립	의존	
정답	연속	4(5.7)	17(24.3)	21(30.0)
오답	불연속	17(24.3)	32(45.7)	49(70.0)
합계		21(30)	49(70)	70(100)

이 문항(<표 Ⅳ-13-1>)에 대하여 연속이면 연속인 이유를, 불연속이면 불연속인 이유를 아는 대로 주어진 문제지의 답란에 제시하도록 하였더니, 70명의 대학생들 중 69명은 한 가지 이유를 제시하였고, 1명은 두 가지 이유를 제시하였다. 제시된 이유는, 연속이 8가지, 불연속이 9가지로 나타났다. 연속이 되는 이유를 올바르게 제시한 대학생들은 15.7%(11명)로 독립형이 4.3%(3명) 의존형인 11.4%(8명)로 나타났다. 이유를 제시하였지만 그 내용에 있어서 조금 부족한 경우는 11.4%(8명)로 독립형이 1.4%(1명) 의존형이 10%(7명)로 나타났고, 이유를 제시하였으나 그 내용에 오류가 있거나 혹은 아무 내용도 기술하지 못한 경우는 32.9%(51명)로 독립형이 24.3%(17명) 의존형이 48.6%(34명)로 나타났다(<표 Ⅳ-13-2>).

<표 Ⅳ-13-2> 함수 $f(x)=\sqrt{x}$의 $x=0$에서 연속성에 대한 이유 설명(1)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
이유를 명확하게 설명한경우	$\lim_{x\to 0} f(x)=f(0)$으로 설명한 경우	2(2.9)	4(5.7)	6(8.6)	11 (15.7)
	함수값과 극한값이 같음을 서술	1(1.4)	4(5.7)	5(7.1)	
이유를 설명했지만 부족한경우	$x\geq 0$인 범위에서 연속임을 서술	1(1.4)	1(1.4)	2(2.9)	8 (11.4)
	그래프가 연속적이라고 말한 경우	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	0을 x에 대입하였을때 0이라는 수가 공통적으로 나오기 때문에	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	$f(0)=0$으로 존재하기 때문에	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	좌극한과 우극한의 값이 0으로 같다	0(0)	3(4.3)	3(4.3)	
이유를 제시했지만 오류가 있는 경우	미분가능하다고 말한 경우	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	51 (32.9)
	기술하지 않은 경우	1(1.4)	4(5.7)	5(7.1)	
	$\lim_{x\to 0-} f(x)$가 존재하지 않는다고 기술	8(11.4)	6(8.6)	14(20.1)	
	극한값이 존재하지 않으므로 불연속	5(7.1)	12(17.2)	17(24.3)	
	0보다 작은 쪽은 확인 할 수 없기 때문이라고 기술한 경우	0(0)	7(10.1)	7(10.1)	

	$x<0$에서와 $x>0$에서의 함수가 다르므로	1(1.4)	1(1.4)	2(2.9)	
	$\lim_{x\to 0}\sqrt{x}=\infty$	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	$x=0$일때 함수값이 없으므로 불연속	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	$x=0$지점에서 좌표의 기울기가 없다	1(1.4)	0(0)	1(1.4)	
	$\lim_{x\to 0+\infty}\sqrt{x}\neq\lim_{x\to 0-\infty}\sqrt{x}$이기 때문에	1(1.4)	0(0)	1(1.4)	
	멈춰있는 점이기 때문에 불연속	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
합계		21(30)	49(70)	70(100)	

<표 Ⅳ-13-1>의 이유를 제시하고(<표 Ⅳ-13-2>), 또 다른 이유를 제시한 학생이 1명 있었는데, 두 번째 이유를 제시하였으나 그 내용에 오류가 있었다. 두 번째 이유를 제시한 1명의 학생의 학습유형은 독립형으로 나타났다(<표 Ⅳ-13-3>).

<표 Ⅳ-13-3> 함수 $f(x)=\sqrt{x}$의 $x=0$에서 연속성에 대한 이유 설명(2)

정·오답	내 용	학습유형 빈도(%)		빈도(%)
		독립	의존	
이유를 제시했지만 오류가 있는 경우	$x=0$일때 함수값이 없으므로 불연속이다	1(100)	0(0)	1(100)
합계		1(100)	0(0)	1(100)

3-4. 함수 $f(x)=\sqrt{x}$은 $x=0$에서 미분가능한가에 대하여 미분가능하면 미분가능하다에, 미분불가능하면 미분불가능하다에 체크하도록 하였다. 그 결과, 대학생들의 반응에서 정답(미분가능)이 81.4%(57명)이고 그 중에서 독립형은 27.1%(19명), 의존형은 54.3%(38명)로 나타났고, 오답(미분불가능)이 18.6%(13명)이고 그 중에서 독립형은 2.9%(2명) 의존형은 15.7%(11명)로 나타났다(<표 Ⅳ-14-1>).

<표 Ⅳ-14-1> 함수 $f(x)=\sqrt{x}$는 $x=0$에서 미분가능한가에 대한 반응

정·오답	내 용	학습유형 빈도(%)		빈도(%)
		독립	의존	
정답	미분불가능	19(27.1)	38(54.3)	57(81.4)
오답	미분가능	2(2.9)	11(15.7)	13(18.6)
합계		21(30)	49(70)	70(100.0)

이 문항(<표 Ⅳ-14-1>)에 대하여 미분불가능하면 불가능한 이유를, 미분가능하면 가능한 이유를 아는 대로 주어진 문제지에 서술하도록 하였다. 그 결과, 70명

의 대학생들 중에서 69명은 한 가지 이유만 제시하였고, 1명은 두 가지 이유를 제시하였다(<표 Ⅳ-14-2>, <표 Ⅳ-14-3>).

대학생들의 반응에서, 미분불가능하다는 이유는 11가지, 미분가능이라는 이유는 3가지로 나타났다. 아무 내용도 기술하지 못한 경우가 14.3%(10명)으로 독립형이 1.4%(1명) 의존형이 12.9%(9명)로 나타났고, 이유를 기술한 경우 중에서 명확하게 그 이유를 제시한 경우가 57.3%(40명)로 독립형이 17.1%(12명) 의존형이 40%(28명)로 나타났다. 이유를 제시하였으나 그 내용이 조금 부족한 경우는 8.6%(6명)로 독립형이 5.7%(4명) 의존형이 2.9%(2명)이었고, 그리고 이유를 제시하였으나 오류가 있는 경우는 9.8%(14명)로 독립형이 5.7%(4명), 의존형이 14.3%(10명)로 나타났다(<표 Ⅳ-14-2>).

<표 Ⅳ-14-2> 함수 $f(x)=\sqrt{x}$의 $x=0$에서 미분가능성에 대한 이유 설명(1)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)	합계(%)
		독립	의존		
이유를 명확하게 설명한 경우	$x=0$에서 연속이 아니므로 미분불가능	12(17.1)	21(30)	33(47.3)	40 (57.3)
	좌미분계수가 존재하지 않기 때문	0(0)	7(10.0)	7(10.0)	
이유를 설명했지만 부족한 경우	$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$인데, 분모는 0이 될수 없으므로 미분이 불가능	4(5.7)	2(2.9)	6(8.6)	6 (8.6)
이유를 제시했지만 오류가 있는 경우	기술하지 않은 경우	1(1.4)	9(12.9)	10(14.3)	24 (34.1)
	'$f(x)$가 존재하므로'라고 기술	1(1.4)	1(1.4)	2(2.9)	
	연속의 정의를 설명한 경우	0(0)	2(2.9)	2(2.9)	
	극한의 정의를 설명한 학생	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	$x=0$에서 기울기 값이 구해지기 때문에	1(1.4)	1(1.4)	2(2.8)	
	기울기가 0이기 때문에 미분불가능	1(1.4)	0(0)	1(1.4)	
	좌미분계수와 우미분계수가 발산	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	극한값은 0이지만 함수값이 없으므로	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	$\lim_{x \to 0-} \sqrt{x}$의 값이 존재하지 않기 때문에	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	함수 $f(x)$는 $x>0$의 값이므로 $x=0$에서 미분불가능	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	$f'(x)=\frac{1}{2x}$에서 $x=0$일때 미분값은 정의되지 않으므로 $x=0$에서 미분불가능	1(1.4)	0(0)	1(1.4)	
	$x=0$일 때 첨점이므로	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
합계		21(30)	49(70)	70(100)	

<표 Ⅳ-14-1>의 이유를 제시하고(<표 Ⅳ-14-2>), 또 다른 이유를 제시한 학생은 1명이었는데, 이유를 제시하였으나 그 내용이 정확하지 못하고 조금 부족하였다. 이 학생의 학습유형은 독립형으로 나타났다(<표 Ⅳ-14-3>).

<표 Ⅳ-14-3> 함수 $f(x)=\sqrt{x}$의 $x=0$에서 미분가능성에 대한 이유 설명(2)

정·오답	내 용	학습유형 빈도(%)		빈도(%)
		독립	의존	
이유를 설명했지만 부족한 경우	미분계수의 값을 정의할 수 없다고 설명	1(100)	0(0)	1(100)
합계		1(100)	0(0)	1(100)

문항 4. 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2, x>1 \\ x,\ x<1 \end{cases}$과 관련된 5문항에 대한 학생들의 반응

4-1. '함수 $f(x)=\begin{cases} x^2, x>1 \\ x,\ x<1 \end{cases}$에 대해서 그래프의 개형을 그리도록 하였다. 대학생들의 반응은 12가지 유형으로 나타났다. 그래프 개형을 올바르게 그린 대학생은 58.5%(41명)로 독립형은 15.7%(11명), 의존형은 42.9%(30명)로 나타났고, 그래프 개형을 그렸지만 오류가 있는 대학생은 41.5%(29명)로 독립형은 14.3%(10명) 의존형은 27.1%(19명)로 나타났다(<표 Ⅳ-15-1>).

<표 Ⅳ-15-1> 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2, x>1 \\ x,\ x<1 \end{cases}$의 개형그리기에 대한 반응

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
개형을 명확하게 그린 경우	그래프의 개형을 그리고 함수로 설명	6(8.6)	6(8.6)	12(17.1)	41 (58.5)
	그래프의 개형을 그리고 한 점을 서술	5(7.1)	24(34.3)	29(41.4)	
개형을 그렸지만 오류가 있는 경우	기술하지 않은 경우	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	29 (41.5)
	그래프의 개형을 그렸으나 $x=1$인 점에 대한 이해가 부족한 경우	4(5.7)	7(10)	11(15.7)	
	그래프의 개형을 그렸으나 $x<0$에 대한 영역을 그리지 않은 경우	4(5.7)	3(4.3)	7(10.0)	
	그래프의 개형을 그렸으나 불연속점을 잘 못 그린 경우	1(1.4)	2(2.8)	3(4.3)	
	그래프의 개형을 잘 못 그린 경우	1(1.4)	0(0)	1(1.4)	
	$x<1$과 $x>1$의 함수를 바꿔서 그림	0(0)	2(2.8)	2(2.8)	
	$\lim_{x\to 1}$에 대한 이해가 부족한 경우	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	

	함수의 그래프에 대한 이해가 부족한 경우	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	점 4개로 그래프를 그린 경우	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	$f(x)=x$와 $f(x)=x^2$의 그래프를 모두 그린 경우	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
합계		21(30)	49(70)	70(100)	

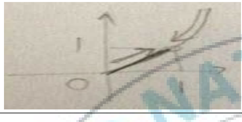
4-2. 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2, x>1 \\ x,\ x<1 \end{cases}$에 대해서 극한값 $\lim_{x\to 1} f(x)$을 구하도록 하였다. 70명의 대학생들 중 정답을 기술한 대학생은 91.4%(64명)로 그 중에서 학습유형이 독립형인 경우는 28.6%(20명), 의존형인 경우는 62.9%(44명)로 나타났고, 오답을 기술한 대학생은 8.6%(6명)로 학습유형은 독립형이 1.4%(1명), 의존형이 7.1%(5명)로 나타났다(<표 Ⅳ-16-1>).

<표 Ⅳ-16-1> $\lim_{x\to 1} f(x)$구하기에 대한 반응

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)
		독립	의존	
정답	1	20(28.6)	44(62.9)	64(91.4)
오답	X, 기술하지않음, $\lim_{x\to 1+} x^2=1, \lim_{x\to 1-} x=$ 불능, 0, $\frac{1}{2}$	1(1.4)	5(7.1)	6(8.6)
합계		21(30)	49(70)	70(100)

4-3. 이 문항(<표 Ⅳ-16-1>)에 대하여 극한값이 존재하면 존재하는 이유를, 존재하지 않으면 존재하지 않는 이유를 알고 있는 대로 주어진 문제지의 답란에 제시하도록 하였다. 그 결과, 70명의 대학생이 모두 한 가지 이유만을 제시하였으며, 극한값이 존재하는 이유는 8가지, 존재하지 않는 이유는 4가지로 나타났다. 이유를 명확하게 설명한 대학생은 65.8%(46명)로 그 중에서 독립형은 25.6%(18명)이고 의존형은 40%(28명)로 나타났고. 이유를 설명하였지만 부족한 경우는 17.1%(12명)로 독립형이 1.4%(1명) 의존형이 15.7%(11명)로 나타났다. 이유를 제시하였지만 오류가 있는 경우는 10%(7명)로 독립형이 2.9%(2명) 의존형이 7.1%(5명)로 나타났으며, 아무것도 기술하지 않은 경우는 7.1%(55명)로 독립형은 없고 7.1%(5명)이 의존형인 것으로 나타났다(<표 Ⅳ-17-1>).

<표 Ⅳ-17-1> $\lim_{x \to 1} f(x)$의 극한값에 대한 이유 설명

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%) 독립	학습양식 빈도(%) 의존	빈도 (%)	합계 (%)
이유를 명확하게 설명한 경우	$\lim_{x \to 1+} f(x) = \lim_{x \to 1-} f(x)$를 이용하여 설명	13 (18.5)	18 (25.7)	31 (44.3)	46 (65.8)
	좌극한과 우극한이 같음을 서술	4 (5.7)	10 (14.3)	14 (20.0)	
	x의 값이 1에 가장 가까울 때 $f(x)=x$의 최대값은 1이고, $f(x)=x^2$의 최솟값도 1이므로	1 (1.4)	0 (0)	1 (1.4)	
이유를 설명했지만 부족한 경우	x가 1에 무한히 가까워지므로	1 (1.4)	7 (10)	8 (11.4)	12 (17.1)
		0 (0)	1 (1.4)	1 (1.4)	
	극한값은 그냥 대입해서 구하면 될 거 같다고 기술한 경우	0 (0)	3 (4.3)	3 (4.3)	
이유를 제시했지만 오류가 있는 경우	기술하지 않은 경우	0 (0)	5 (7.1)	5 (7.1)	12 (17.1)
	좌극한과 우극한이 같음을 기술하였으나 그 계산값이 틀린 경우	1 (1.4)	0 (0)	1 (1.4)	
	미분하여 계산한 경우	0 (0)	2 (2.9)	2 (2.9)	
	좌극한의 값과 우극한의 값을 다르게 기술	0 (0)	1 (1.4)	1 (1.4)	
	$x>1$인 경우 x가 1일 때 값을 가질 수 없고, $x<1$인 경우 x가 1일 때 값을 가질 수 없다	0 (0)	1 (1.4)	1 (1.4)	
	그래프가 연속적이지 않고 두 함수의 극한값이 다르다고 기술한 경우	0 (0)	1 (1.4)	1 (1.4)	
	$\lim_{x \to 1} x^2 = \lim_{x \to 1+\infty} x^2 = \lim_{x \to 1-\infty} x^2 = 1$ $\lim_{x \to 1} x = \lim_{x \to 1+\infty} x = \lim_{x \to 1-\infty} x = 1$	1 (1.4)	0 (0)	1 (1.4)	
합계		21 (30)	49 (70)	70 (100)	

4-4. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x>1 \\ x, & x<1 \end{cases}$은 $x=1$에서 연속인가에 대하여 연속이면 연속에, 불연속이면 불연속에 체크하도록 하였다. 정답(연속)에 체크한 대학생은 72.9%(51명)로 독립형이 24.3%(17명) 의존형이 48.6%(34명)로 나타났다. 오답(불연속)에 체크한 대학생은 27.1%(19명)로 독립형이 5.7%(4명) 의존형이 21.4%(15명)인 것으로 나

타났다(<표 Ⅳ-18-1>).

<표 Ⅳ-18-1> 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2, x>1 \\ x, x<1 \end{cases}$ 는 $x=1$에서 연속인가에 물음에 대한 반응

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)
		독립	의존	
정답	불연속	17(24.3)	34(48.6)	51(72.9)
오답	연속	4(5.7)	15(21.4)	19(27.1)
합계		21(30)	49(70)	70(100.0)

이 문항(<표 Ⅳ-18-1>)에 대하여 불연속이면 불연속인 이유를, 연속이면 연속인 이유에 대해서 알고 있는 것을 모두 주어진 문제지의 답란에 제시하도록 하였다. 70명의 대학생 중에서 69명의 대학생은 한 가지 이유를 제시하였고, 1명의 대학생은 두 가지 이유를 제시하였다. 연속인가 불연속인가에 대해서 제시된 이유는, 연속이 4가지, 불연속이 5가지로 나타났다.

함수 $f(x)$가 $x=1$에서 불연속인 이유를 올바르게 제시한 대학생들은 68.8%(48명)로 독립형은 24.3%(17명) 의존형은 44.2%%(31명)로 나타났다. 이유를 제시하였지만 그 내용이 조금 부족한 경우는 1.4%(1명)로 이 학생의 학습양식은 의존형으로 나타났으며, 이유를 제시하였으나 오류가 있거나 기술하지 않은 경우는 29.8%(21명)로 독립형은 5.7%(4명) 의존형은 24.1%(17명)로 나타났다(<표 Ⅳ-18-2>).

<표 Ⅳ-18-2> 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2 &, x>1 \\ x &, x<1 \end{cases}$ 의 $x=1$에서 연속성에 대한 이유 설명(1)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
이유를 명확하게 설명한 경우	$x=1$에서 극한값은 정의되나 함수값이 정의되지 않으므로	9(12.9)	16(2.8)	25(35.8)	48 (68.8)
	극한값과 함수값이 다르므로	0(0)	2(2.9)	2(2.9)	
	$f(1)$의 값이 정의되어 있지 않기 때문에	8(11.4)	13(18.5)	21(30.1)	
이유를 설명했지만 부족한경우	그래프 모양이 $x=1$에서 꺽이는 모양으로 그려지므로	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	1 (1.4)
이유를 제시했지만 오류가 있는 경우	기술하지 않은 경우	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	21 (29.8)
	$\lim_{x\to1+}f(x)=\lim_{x\to1-}f(x)=f(x)$라고 기술	4(5.7)	5(7.1)	9(12.8)	
	$\lim_{x\to1+}f(x)=\lim_{x\to1-}f(x)$이므로 연속	0(0)	7(10.0)	7(10.0)	

	'미분가능'이라고 기술한 경우	0(0)	1(1.4)	1(1.4)
	그래프가 이어져 있고, 극한값이 1이고 $x=1$에서 y값이 1로 같으므로 연속	0(0)	1(1.4)	1(1.4)
	두 개의 그래프가 이어지는 점이므로	0(0)	1(1.4)	1(1.4)
	$x=0$일 때와, $x=1$일 때를 알지 못하므로	0(0)	1(1.4)	1(1.4)
합계		21(30)	49(70)	70(100)

<표Ⅳ-18-1>의 이유를 제시하고(<표Ⅳ-18-2>), 또 다른 이유를 제시한 경우는 1명이었는데, 두 번째 이유를 제시하였으나 그 내용에 오류가 있었다. 이 학생의 학습유형은 의존형이었다(<표 Ⅳ-18-3>).

<표 Ⅳ-18-3> 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2, x>1 \\ x, \ x<1 \end{cases}$의 $x=1$에서 연속성에 대한 이유 설명(2)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)
		독립	의존	
이유를 제시했지만 오류가 있는 경우	두 개의 그래프가 이어지는 점이기 때문에 연속	0(0)	1(100)	1(100)
합계		0(0)	1(100)	1(100)

4-5. 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2, x>1 \\ x, \ x<1 \end{cases}$은 $x=1$에서 미분가능한가에 대하여 미분불가능하면 미분불가능하다에, 미분가능하면 미분가능하다에 체크하도록 하였다. 그 결과, 대학생들의 반응에서 정답(미분불가능)에 체크한 대학생은 90%(63명)로 그 중에서 독립형은 30%(21명) 의존형은 60%(42명)로 나타났고, 오답(미분가능)에 체크한 대학생은 10%(7명)로 모두 의존형인 것으로 나타났다(<표 Ⅳ-19-1>).

<표 Ⅳ-19-1> 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2, x>1 \\ x, \ x<1 \end{cases}$는 $x=1$에서 미분가능한가에 대한 반응

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)
		독립	의존	
정답	미분불가능	21(30)	42(60)	63(90.0)
오답	미분가능	0(0)	7(10)	7(10.0)
합계		21(30)	49(70)	70(100)

이 문항(<표 Ⅳ-19-1>)에 대하여 미분불가능하면 불가능한 이유를, 미분가능하면 가능한 이유를 알고 있는 대로 주어진 문제지의 답란에 제시하도록 하였다. 그 결과, 한 가지 이유만 제시한 대학생은 68명, 두 가지 이유를 제시한 대학생은 2

명 이었다(<표 Ⅳ-19-2>, <표 Ⅳ-19-3>).

대학생들의 반응에서, 미분불가능하다는 이유는 8가지, 미분가능이라는 이유는 5가지로 나타났다. 그 중에서 이유를 올바르게(미분불가능) 제시한 학생들은 73%(51명)로 독립형은 27.1%(19명) 의존형은 45.7%(32명)로 나타났다. 이유를 제시하였지만 그 내용이 조금 부족한 경우는 14.2%(10명)로 독립형은 2.9%(2명) 의존형은 11.4%(8명)로 나타났고, 이유를 제시하였으나 오류가 있는 경우는 8.5%(6명)로 6명 모두 전부 의존형인 것으로 나타났다. 아무것도 기술하지 않은 경우는 4.3%(3명)로 나타났는데, 3명 모두 의존형이었다.(<표 Ⅳ-19-2>).

<표 Ⅳ-19-2> 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2, x>1 \\ x,\ x<1 \end{cases}$의 $x=1$에서 미분가능성에 대한 이유 설명(1)

정·오답	내 용	학습양식빈도(%)		빈도(%)	합계(%)
		독립	의존		
이유를 명확하게 설명한 경우	$\lim_{x\to1+} f'(x) \neq \lim_{x\to1-} f'(x)$임을 설명	5(7.1)	7(10)	12(17.1)	51 (73.0)
	좌미분계수와 우미분계수가 다름을 서술	3(4.3)	5(7.1)	8(11.5)	
	$f(1)$이 불연속이므로 미분 불능	11(15.7)	20(28.6)	31(44.3)	
이유를 설명했지만 부족한 경우	$f(1)$의 값이 존재하지 않으므로 미분불가	1(1.4)	4(5.7)	5(7.1)	10 (14.2)
	불연속이기 때문에 미분이 불가능하다고 말하기는 정확하진 않지만 왠지 미분이 불가능할 것 같다라고 서술	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	첨점에서는 미분 불가능	1(1.4)	1(1.4)	2(2.9)	
	극한값이 다르기 때문	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	극한값은 1로 같으나 $f(x)=x^2$의 미분값이 다르므로	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
이유를 제시했지만 오류가 있는 경우	기술하지 않은 경우	0(0)	3(4.3)	3(4.3)	9 (12.8)
	우극한과 좌극한이 같다고 기술	0(0)	2(2.9)	2(2.9)	
	$f(x)$가 연속, $\lim_{x\to1+} f(x) = \lim_{x\to1-} f(x) = 1$이므로	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	$f(x)=x^2 \to f'(x)=2x \Rightarrow f'(1)=2$ 미분가능 $f(x)=x \to f'(x)=1 \Rightarrow f'(1)=1$	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	$\lim_{x\to1} f(x)=1$, 연속이므로 미분가능	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	x^2과 x에 1을 대입하면 답이 같기 때문에 미분가능	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
합계		21(30)	49(70)	70(100)	

<표 Ⅳ-19-1>의 이유를 제시하고(<표Ⅳ-19-2>), 또 다른 이유를 제시한 학생은 2명이었고, 각 각 한 가지씩 미분불가능하다는 이유를 두 가지 제시하였으나,

그 내용에 있어서 명확하지 않았다. 두 명의 대학생은 학습양식에 있어서 모두 의존형인 것으로 나타났다(<표 Ⅳ-19-3>).

<표 Ⅳ-19-3> 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2, x>1 \\ x, \ x<1 \end{cases}$의 $x=1$에서 미분가능성에 대한 이유 설명(2)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)
		독립	의존	
이유를 설명했지만 부족한경우	첨점에서는 미분 불가능	0(0)	1(50)	1(50.0)
	극한값이 다르기 때문	0(0)	1(50)	1(50.0)
합계		0(0)	2(100)	2(100)

문항 5. 함수 $f(x)=\begin{cases} x, & x>0 \\ -x, x \le 0 \end{cases}$과 관련된 5문항에 대한 학생들의 반응

5-1. 함수 $f(x)=\begin{cases} x, & x>0 \\ -x, x \le 0 \end{cases}$에 대해서 그래프의 개형을 그리도록 하였다. 대학생들의 반응은 7가지 유형으로 나타났다. 그 중에서 그래프의 개형을 올바르게 그린 대학생은 90%(63명)로 독립형의 학습양식을 갖는 대학생은 28.5%(20명) 의존혁의 학습양식을 갖는 대학생은 61.4%(43명)로 나타났다. 그래프 개형을 그렸지만 오류가 있는 대학생은 10%(7명)로 독립형은 1.4%(1명) 의존형은 8.6%(6명)로 나타나서 그래프 개형 그리기 지도를 할 필요성이 보인다(<표 Ⅳ-20-1>).

<표 Ⅳ-20-1> 함수 $f(x)=\begin{cases} x, x>0 \\ -x, x \le 0 \end{cases}$의 개형그리기에 대한 반응

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)	합계(%)
		독립	의존		
개형을 명확하게 그린 경우	그래프의 개형을 그리고 함수로 표현	5(7.1)	9(12.9)	14(20)	63 (90)
	그래프의 개형을 그리고 함 점을 표현	15(21.4)	34(48.5)	49(70)	
개형을 그렸지만 오류가 있는 경우	기술하지 않은 경우	0(0)	2(2.9)	2(2.9)	7 (10)
	정의역에 대한 이해가 부족한 경우	0(0)	2(2.9)	2(2.9)	
	$f(x)=x$와 $f(x)=-x$를 함께 그릴 경우	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	$x<0$에 대한 그래프를 그리지 않음	1(1.4)	0(0)	1(1.4)	
	$x=0$인 점에 대한 이해가 부족한 경우	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
합계		21(30)	49(70)	70(100)	

5-2. 함수 $f(x)=\begin{cases} x, x>0 \\ -x, x\le 0 \end{cases}$에 대해서 극한값 $\lim_{x\to 0} f(x)$을 구하는 문제에서는, 정답이 94.3%(66명), 오답이 5.7%(4명)으로 나타났다. 정답을 기술한 대학생들 중에서 독립형은 30%(21명) 의존형은 64.3%(45명)로 나타났고, 오답을 기술한 대학생들 중에서 독립형은 없었고 의존형은 5.7%(4명)로 나타났다(<표 Ⅳ-21-1>).

<표 Ⅳ-21-1> $\lim_{x\to 0} f(x)$구하기에 대한 반응

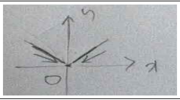
정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)
		독립	의존	
정답	0	21(30)	45(64.3)	66(94.3)
오답	기술하지 않음, X, ∞, $\lim_{x\to 0+} f(x) \neq \lim_{x\to 0-} f(x)$	0(0)	4(5.7)	4(5.7)
합계		21(30)	49(70)	70(100)

5-3. 이 문항(<표 Ⅳ-21-1>)에 대하여 극한값이 존재하면 존재하는 이유를, 존재하지 않으면 존재하지 않는 이유를 알고 있는 대로 주어진 문제지의 답란에 제시하도록 하였더니 그 결과, 70명의 대학생이 모두 한 가지 이유만을 제시하였다.

극한값이 존재하는 이유는 11가지, 존재하지 않는 이유는 1가지로 나타났는데, 그 중에서 이유를 명확하게 설명한 대학생은 64.2%(45명)로 독립형이 25.8%(18명) 의존형이 38.5%(27명)로 나타났다. 이유를 설명하였지만 부족한 경우는 18.5%(13명)로 독립형은 2.9%(2명) 의존형은 15.7%(11명)로 나타났으며, 이유를 제시하였지만 오류가 있는 경우는 17.3%(12명)로 독립형은 1.4%(1명) 의존형은 15.7%(11명)로 나타났다(<표 Ⅳ-22-1>).

<표 Ⅳ-22-1> $\lim_{x\to 0} f(x)$의 극한값이 존재하는 이유 설명

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
이유를 명확하게 설명한 경우	$\lim_{x\to 0-} f(x) = \lim_{x\to 0+} f(x) = 0$을 설명	16 (22.9)	21 (30)	37 (52.8)	45 (64.2)
	좌극한의 값과 우극한의 값이 같음을 서술한 경우	2 (2.9)	5 (7.1)	7 (10.0)	
	$x=0$일 때 그래프 제 1사분면, 제 2사분면 모두 $y=0$쪽으로 가기 때문	0 (0)	1 (1.4)	1 (1.4)	
이유를 설명했지만	x가 0에 무한히 가까워지므로 $f(x)$는 $f(0)$에 가까워 진다고 서술한 경우	2 (2.9)	6 (8.6)	8 (11.4)	13 (18.5)

부족한 경우	0에 가까워 지기 때문이라고 기술	0 (0)	1 (1.4)	1 (1.4)	
		0 (0)	2 (2.9)	2 (2.9)	
	$f(x)=-x$에서 0이 존재해서, $f(0)=0$이라서 값이 0이 나왔다고 기술한 경우	0 (0)	1 (1.4)	1 (1.4)	
	$\lim_{x\to 0} f(x)$일 때, $f(0)=0$이므로	0 (0)	1 (1.4)	1 (1.4)	
이유를 제시했지만 오류가 있는 경우	0을 x에 대입한 경우	1 (1.4)	4 (5.7)	5 (7.1)	
	기술하지 않은 경우	0 (0)	4 (5.7)	4 (5.7)	
	미분한 경우	0 (0)	1 (1.4)	1 (1.4)	12 (17.3)
	x가 커지거나 작아질때마다 y의 값이 ∞로 가기 때문에	0 (0)	1 (1.4)	1 (1.4)	
	$f(x)=x$의 좌극한, 우극한의 값이 다르므로 불연속, $f(x)=-x$의 좌극한, 우극한의 값이 같으므로 연속	0 (0)	1 (1.4)	1 (1.4)	
합계		21 (30)	49 (70)	70 (100)	

5-4. 함수 $f(x)=\begin{cases} x, & x>0 \\ -x, & x\le 0 \end{cases}$은 $x=0$연속인가에 대하여 연속이면 연속에, 불연속이면 불연속에 체크하도록 하였다. 70명의 대학생들 중에서 78.6%(55명)이 정답(연속)이라고 답하였고, 이들의 학습양식은 독립형이 24.3%(17명) 의존형인 54.3%(38명)로 나타났다. 21.4%(15명)이 오답(불연속)이라고 답하였는데 이들의 학습양식은 독립형이 5.7%(4명) 의존형인 15.7%(11명)로 나타났다(<표 Ⅳ-23-1>).

<표 Ⅳ-23-1> 함수 $f(x)=\begin{cases} x, & x>0 \\ -x, & x\le 0 \end{cases}$는 $x=0$에서 연속인가에 대한 반응

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)
		독립	의존	
정답	연속	17(24.3)	38(54.3)	55(78.6)
오답	불연속	4(5.7)	11(15.7)	15(21.4)
합계		21(30)	49(70)	70(100)

이 문항(<표 Ⅳ-23-1>)에 대하여 연속이면 연속인 이유를, 불연속이면 불연속인 이유를 아는 대로 주어진 문제지의 답란에 제시하도록 하였다. 제시된 이유는, 연

속이 7가지, 불연속이 8가지로 나타났다. 그 중에서 연속이 되는 이유를 올바르게 제시한 대학생들은 64.3%(45명)로 독립형인 경우는 24.2%(17명) 의존형인 경우는 40%(28명)로 나타났다. 이유를 제시하였지만 그 내용이 명확하지 않고 부족한 경우는 7.2%(5명)로 독립형은 0%(0명)이고 의존형이 7.1%(5명)인 것으로 나타났으며, 이유를 제시하였지만 오류가 있거나 아무것도 기술하지 않은 경우는 28.5%(20명)로 독립형이 5.7%(4명) 의존형이 22.8%(16명)로 나타났다(<표 Ⅳ-23-2>).

<표 Ⅳ-23-2> 함수 $f(x)=\begin{cases} x, & x>0 \\ -x, & x \le 0 \end{cases}$의 $x=0$에서 연속성에 대한 이유 설명

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
이유를 명확하게 설명한 경우	$\lim_{x\to 0+} f(x)=\lim_{x\to 0-} f(x)=f(0)$을 기술	12(17.1)	16(22.9)	28(40.0)	45 (64.3)
	함수값과 극한값이 같음을 서술	5(7.1)	12(17.1)	17(24.3)	
이유를 설명했지만 부족한 경우	그래프가 끊어지지 않기 때문에 연속	0(0)	2(2.9)	2(2.9)	5 (7.2)
	함수 $f(x)=\begin{cases} x, & x>0 \\ -x, & x \le 0 \end{cases}$에서 $x \le 0$일 때 0을 포함하기 때문에	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	x값이 -0, +0에서 다가갈 때 0에 가까워지기 때문이라고 기술한 경우	0(0)	2(2.9)	2(2.9)	
이유를 제시했지만 오류가 있는 경우	기술하지 않은 경우	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	20 (28.5)
	미분불가능이라고 기술한 경우	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	극한값과 함수값이 다르다고 기술	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	$x=0$에서 첨점, 미분의 정의에 의해 $x=0$일 때 -1과 1의 값을 가지므로 불연속	1(1.4)	1(1.4)	2(2.8)	
	두 그래프가 $x=0$지점에서 만나지 않기 때문에	1(1.4)	0(0)	1(1.4)	
	$x=0$에서 그래프가 꺾이므로 불연속	0(0)	2(2.9)	2(2.9)	
	한 쪽 그래프에만 0이 속했기 때문에 둘 다 만족시키지 못해서 불연속	1(1.4)	2(2.9)	3(4.3)	
	$\lim_{x\to 0-} f(x) \neq \lim_{x\to 0+} f(x)$이므로 불연속	0(0)	3(4.3)	3(4.3)	
	그래프를 보다시피 불연속적이다. x가 0일때 연속되지 않는다.	1(1.4)	0(0)	1(1.4)	
	좌극한과 우극한이 같음을 기술했으나 함수값에 대한 설명이 없음	0(0)	3(4.3)	3(4.3)	
	$x=0$일때 값이 존재한다.	0(0)	2(2.9)	2(2.9)	
합계		21(30)	49(70)	70(100)	

5-5. 함수 $f(x)=\begin{cases} x, x>0 \\ -x, x \le 0 \end{cases}$은 $x=0$미분가능한가에 대하여 미분불가능하면 미분불가능하다에, 미분가능하면 미분가능하다에 체크하도록 하였다. 그 결과, 대학생들의 반응에서 정답(미분불가능)이 80%(56명)로 이 학생들의 학습유형은 독립형이 27.1%(19명) 의존형이 52.9%(37명)로 나타났으며, 오답(미분가능)이 20%(14명)로 이들의 학습양식은 독립형이 2.9%(2명) 의존형인 17.1%(12명)로 나타났다(<표 Ⅳ-24-1>).

<표 Ⅳ-24-1> 함수 $f(x)=\begin{cases} x, x>0 \\ -x, x \le 0 \end{cases}$는 $x=0$에서 미분가능한가에 대한 반응

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)
		독립	의존	
정답	미분불가능	19(27.1)	37(52.9)	56(80.0)
오답	미분가능	2(2.9)	12(17.1)	14(20.0)
합계		21(30)	49(70)	70(100)

이 문항(<표 Ⅳ-24-1>)에 대하여 미분불가능하면 불가능한 이유를, 미분가능하면 가능한 이유를 알고 있는 대로 주어진 문제지의 답란에 제시하도록 하였다. 그 결과, 한 가지 이유만 제시한 대학생은 69명, 두 가지 이유를 제시한 대학생은 1명 이었다(<표 Ⅳ-24-2>, <표 Ⅳ-24-3>).

대학생들의 반응에서, 미분불가능하다는 이유는 7가지, 미분가능이라는 이유는 8가지로 나타났다. 그리고 첫 번째 이유를 제시한 대학생 중 명확하게 그 이유를 제시한 경우는 41.4%(29명)로 독립형은 14.3%(10명) 의존형은 27.2%(19명)로 나타났다. 이유를 제시하였지만 그 내용에 있어서 명확하지 못하고 부족한 경우는 25.7%(18명)로 독립형은 8.5%(6명) 의존형은 17.1%(12명)로 나타났으며, 아무이유도 제시하지 못하였거나 혹은 제시하였으나 그 내용에 오류가 있는 경우는 32.9%(23명)로 독립형인 경우가 7.1%(5명) 의존형인 경우가 25.8%(18명)인 것으로 나타났다(<표 Ⅳ-24-2>).

<표 Ⅳ-24-2> 함수 $f(x)=\begin{cases} x, & x>0 \\ -x, & x \le 0 \end{cases}$의 $x=0$에서 미분가능성에 대한 이유 설명(1)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
이유를 명확하게 설명한 경우	$\lim_{x\to 0-} f'(x)=-1 \ne 1 = \lim_{x\to 0+} f'(x)$	5(7.1)	9(12.9)	14(20.0)	29 (41.4)
	좌미분계수와 우미분계수가 다름을 서술	5(7.1)	10(14.3)	15(21.4)	
이유를 설명했지만 부족한경우	첨점이므로 미분불가능하다고 기술	4(5.7)	7(10)	11(15.7)	18 (25.7)
	$\lim_{x\to 0} f(x)=f(0)$이지만 $x=0$에서 불연속	1(1.4)	0(0)	1(1.4)	
	$x=0$에서 불연속이므로	1(1.4)	5(7.1)	6(8.6)	
이유를 제시했지만 오류가 있는 경우	기울기가 측정불가하다고 기술	1(1.4)	0(0)	1(1.4)	23 (32.9)
	기술하지 않은 경우	0(0)	5(7.1)	5(7.1)	
	불연속 그래프이더라도 함수에 따라 미분이 가능하다고 기술	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	연속에 극값을 가진다고 기술	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	연속이어서	2(2.9)	4(5.7)	6(8.6)	
	$\lim_{x\to 0-} f'(x)=-1$ 로 미분가능 $\lim_{x\to 0+} f'(x)=1$	0(0)	2(2.9)	2(2.9)	
	좌극한과 우극한의 값이 다르므로	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	$\lim_{x\to 0+} x = \lim_{x\to 0-} -x = 0$	0(0)	3(4.3)	3(4.3)	
	기울기= 미분값	1(1.4)	0(0)	1(1.4)	
	$f(0)=0$	0(0)	1(1.4)	1(1.4)	
	$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-0}{x-0}$에서 x의 값이 0이므로	1(1.4)	0(0)	1(1.4)	
합계		21(30)	49(70)	70(100)	

<표 Ⅳ-24-1>의 이유를 제시하고(<표 Ⅳ-24-2>), 또 다른 이유를 제시한 학생은 1명으로 두 번째 이유를 제시하였으나 그 내용에 있어서 정의를 사용하여 명확하게 제시하지 못하고 부족한 부분이 있었다. 이 학생의 학습유형은 의존형인 것으로 나타났다(<표 Ⅳ-24-3>).

<표 Ⅳ-24-3> 함수 $f(x)=\begin{cases} x, & x>0 \\ -x, & x \le 0 \end{cases}$의 $x=0$에서 미분가능성에 대한 이유 설명(2)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)
		독립	의존	
이유를 설명했지만 부족한 경우	첨점이기 때문에 미분불가능하다고 기술한 경우	0(0)	1(100)	1(100)
합계		0(0)	1(100)	1(100)

문항 6. 일반적인 함수의 극한과 연속, 미분가능성에 대한 이해

6-1. 문제1. 곡선 $y=x^2(x>0)$와 두 점에서 만나는 일차함수 $y=ax+b(a,b$는 상수) 를 구하도록 하였다.

제시한 유형의 문제를 어렵게 느끼고 해결하지 못하는 대학생에게는 두 함수가 $x=1$, $x=9$에서 만난다는 추가적인 자료를 제시한 후 계속해서 문제를 해결하도록 하였다.

42명의 대학생은 처음에 제시된 내용만을 가지고 문제를 해결하였으나, 28명의 대학생은 추가적인 내용을 제시받은 후에 문제를 해결할 수 있었다. 처음에 제시된 내용만을 가지고 문제를 해결한 대학생들(42명)의 반응은 11가지 유형으로 나타났는데, 정답 유형이 6가지 오답 유형이 5가지였다.

일차함수의 계수 a, b를 올바르게 구한 대학생은 76.2%(32명)로 이들의 학습양식은 독립형이 12.9%(9명) 의존형이 33%(23명)인 것으로 나타났다. 내용을 기술하였으나 그 방법에 오류가 있는 학생은 21.4%(9명)로 독립형인 경우가 9.5%(4명) 의존형인 경우가 11.9%(5명)이었고, 아무것도 기술하지 못한 경우는 2.4%(1명)으로 의존형인 것으로 나타났다.(<표 Ⅳ-25-1-가>).

<표 Ⅳ-25-1-가> 일차함수의 계수 a, b 구하기에 대한 반응

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
정답	판별식을 이용한 후 임의의 값을 대입하여 a, b를 구함	7(16.7)	10(23.8)	17(40.5)	32 (76.2)
	근의 공식을 이용하여 a, b의 조건을 명시	1(2,4)	2(4.8)	3(7.1)	
	만나는 두 점을 임의로 가정하여 대입하고 연립하여 a, b를 구함	0(0)	7(16.7)	7(16.7)	
	a, b를 임의로 가정하고 조건을 만족함을 보임	1(2,4)	2(4.8)	3(7.1)	
	임의로 한 점을 가정하여, b를 a로 바꾸어 대입하여 만족하는 a, b를 결정	0(0)	1(2,4)	1(2,4)	
	임의의 점에서의 도함수를 평행이동하여, 조건을 만족하는 임의의 a, b를 결정	0(0)	1(2,4)	1(2,4)	
오답	기술하지 않은 경우	0(0)	1(2,4)	1(2,4)	10 (23.8)
	근의 공식으로 판별식의 조건을 적용하여 임의의 값을 대입하여 a, b를 구함	0(0)	1(2,4)	1(2,4)	
	미분계수를 이용하여 조건을 만족하는 a, b를 결정	0(0)	1(2,4)	1(2,4)	
	판별식을 적용하였으나, 조건을 잘못 적용함	3(7.1)	0(0)	3(7.1)	
	하나의 점만을 구한 경우	0(0)	1(2,4)	1(2,4)	
	답을 기술하였으나 틀린 경우	1(2,4)	2(4.8)	3(7.1)	
합계		13(31)	29(69)	42(100)	

처음에 제시된 내용만으로는 문제를 해결하지 못하고 추가적으로 내용이 더 제시된 후에 문제를 해결한 28명의 대학생들의 반응은 6가지로, 올바른 내용을 기술한 경우가 5가지, 기술하였으나 오류가 있는 경우가 1가지였다. 일차함수의 계수 a, b를 올바르게 구한 경우는 92.9%(26명)로 그 중에서 학습양식이 독립형인 경우는 28.5%(8명) 의존형인 경우는 64.4%(18명)로 나타났고, 내용을 기술하였으나 오류가 있는 경우는 7.1%(2명)로 2명 모두 의존형인 것으로 나타났다(<표 Ⅳ-25-1-나>).

<표 Ⅳ-25-1-나> 일차함수의 계수 a, b 구하기에 대한 반응

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%) 독립	학습양식 빈도(%) 의존	빈도 (%)	합계 (%)
정답	기존의 문제에서, 근의공식을 적용하여 근을 a, b로 표현은 하였으나, 임의의 값을 대입지못하고, 예시를 제시했을때에 문제를 해결	2 (7.1)	3 (10.7)	5 (17.9)	26 (92.9)
	기존의 문제에서 아무시도도 하지 못하고, 예시를 제시하였을 때 문제를 해결	6 (21.4)	8 (28.5)	14 (50)	
	판별식으로 접근하였으나 임의의 값을 대입하지 못하였고, 자세한 예시를 제시했을때에 문제를 해결	0 (0)	3 (10.7)	3 (10.7)	
	임의의 두 점 c, d로 a, b를 표현하였으나 임의의 대입할 값을 정하지 못하였으나, 적절한 예시를 제시하자 문제를 해결	0 (0)	1 (3.6)	1 (3.6)	
	미분계수를 이용하였지만 문제를 풀지 못하고, 적절한 예시가 주어졌을 때 대입하여 문제를 품	0 (0)	3 (10.7)	3 (10.7)	
오답	수치를 잘못 대입하여 답이 틀린 경우	0 (0)	2 (7.1)	2 (7.1)	2 (7.1)
합계		8 (28.5)	20 (71.5)	28 (100)	

6-2. 문제2. 위의 <문제 1>에서 $y=x^2\,(x>0)$와 $y=ax+b\,(a, b$는 상수$)$이 만나는 두 점 c와 d를 구하도록 하였다.

처음에 제시된 내용만을 가지고 문제를 해결한 대학생들(42명)의 반응은 6가지 유형으로 나타났다는데 정답 유형이 3가지, 오답 유형이 3가지였다. 만나는 두 점 c, d를 올바르게 구한 대학생은 26.2%(11명)로 학습유형이 독립형인 경우가 4.8%(2명) 의존형인 경우가 21.4%(9명)로 나타났고, 내용을 기술하였으나 그 방법에 오류가 있는 학생은 73.8%(31명)로 학습유형이 독립형인 경우가 26.2%(11명) 의존형인 경우가 47.6%(20명)로 나타났는데 특히, 점 c, d를 좌표가 아닌 하나의 값

으로 표시한 경우가 61.9%(26명)로 높게 나타났다(<표 Ⅳ-26-1-가>).

<표 Ⅳ-26-1-가> 교점 c, d구하기에 대한 반응

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)	합계 (%)
		독립	의존		
정답	c와 d만 쓴 경우	0(0)	6(14.3)	6(14.3)	11 (26.2)
	풀이과정을 제시하고 c, d를 제시한 경	2(4.8)	2(4.8)	4(9.5)	
	a, b를 이용하여 c, d를 제시한 경우	0(0)	1(2,4)	1(2,4)	
오답	답을 기술하지 않은 경우	2(4.8)	1(2.4)	3(7.1)	31 (73.8)
	하나의 점만을 구한 경우	0(0)	1(2,4)	1(2,4)	
	좌표가 아닌 하나의 값으로 제시한 경우	8(19)	18(42.9)	26(61.9)	
	답을 제시하였으나 틀린 경우	1(2.4)	0(0)	1(2.4)	
합계		13(31)	29(69)	42(100)	

처음에 제시된 내용만으로는 문제를 해결하지 못하고 추가적으로 내용이 더 제시된 후에 문제를 해결한 28명의 대학생들의 반응은 4가지로, 만나는 두 점 c, d를 올바르게 구한 경우는 35.7%(10명)인데 이 중에서 학습양식이 독립형인 경우는 14.3%(4명) 의존형인 경우는 21.4%(6명)이었다. 내용을 기술하였으나 오류가 있는 경우는 24.3%(18명)로 나타났고 이 중에서 학습양식이 독립형인 경우는 14.3%(4명) 의존형인 경우는 50%(14명)이었고, 답을 좌표가 아닌 하나의 값으로 제시한 경우가 53.5%(15명)로 나타났다(<표 Ⅳ-26-1-나>).

<표 Ⅳ-26-1-나> 교점 c, d구하기에 대한 반응

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
정답	c와 d만 쓴 경우	4(14.3)	5(17.8)	9(32.1)	10 (35.7)
	c와 d에 대한 풀이와 답을 함께 제시한 경우	0(0)	1(3.6)	1(3.6)	
오답	답을 기술하지 않은 경우	0(0)	2(7.1)	2(7.1)	18 (64.3)
	좌표가 아닌 하나의 값으로 제시한 경우	4(14.3)	11(39.3)	15(53.5)	
	a와 b를 이용하여 c와 d를 설명한 경우	0(0)	1(3.6)	1(3.6)	
합계		8(28.5)	20(71.5)	28(100)	

6-3. 문제3. <문제2>에서 구한 두 점을 c와 d라 하자. 구간 $c \le x \le d$에서 곡선 $y = x^2\,(x > 0)$과 직선 $y = ax + b(a, b$는 상수$)$의 기울기(변화율)에 대하여 알고 있

는 것을 모두 기술하도록 하였다.

처음에 제시된 내용만을 가지고 문제를 해결한 대학생들(42명)중에서 1가지 이유만을 기술한 경우는 5명, 2가지 이유를 기술한 경우는 24명, 3가지 이유를 기술한 경우는 10명, 4가지 내용을 기술한 경우는 3명이었다(<표 Ⅳ-27-1-가>, <표 Ⅳ-27-2-가>, <표 Ⅳ-27-3-가>, <표 Ⅳ-27-4-가>).

42명의 대학생들의 반응은 12가지 유형으로 나타났고, 그 중에서 올바른 내용을 기술한 경우는 7가지, 내용을 기술하였으나 그 내용에 오류가 있는 경우는 5가지였다. 첫번째로 제시한 내용 중에서 올바른 내용을 기술한 대학생은 83.3%(35명)로 독립형의 학습유형을 가진 경우는 23.8%(10명)이었고 의존형의 학습유형을 가진 경우는 59.5%(25명)이었다. 내용을 기술하였으나 그 방법에 오류가 있거나 아무것도 기술하지 않은 학생은 16.7%(7명)로 이 중에서 독립형의 학습양식을 가진 경우는 7.2%(3명) 의존형의 학습양식을 가진 경우는 9.6%(4명)로 나타났다.(<표 Ⅳ-27-1-가>).

<표 Ⅳ-27-1-가> $c \le x \le d$에서 곡선과 직선의 기울기에 대하여 알고 있는 정보를 기술(1)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)	합계(%)
		독립	의존		
정답	c에서와 d에서의 미분계수가 다름을 명시	2(4.8)	1(2,4)	3(7.2)	35 (83.3)
	[c,d]에서의 평균변화율과 직선의 기울기가 같음을 명시	1(2,4)	3(7.2)	4(9.5)	
	기울기에 대하여 기술	4(9.5)	10	14(33.3)	
	평균 변화율에 대하여 기술	1(2,4)	6(14.3)	7(16.7)	
	일반적인 특징에 대하여 서술	2(4.8)	4(9.5)	6(14.3)	
	곡선의 기울기가 x가 증가함에 따라 증가함을 기술	0(0)	1(2,4)	1(2,4)	
오답	답을 기술하지 않은 경우	3(7.2)	3(7.2)	6(14.3)	7 (16.7)
	곡선 $y=x^2$ (x>0)과 직선 $y=ax+b$의 $c \le x \le d$에서의 기울기는 증가하고 있다.	0(0)	1(2,4)	1(2,4)	
합계		13(31)	29(69)	42(100)	

첫 번째 내용을 기술하고(<표 Ⅳ-27-1-가>) 두 번째 이유를 기술한 대학생은 24명이었는데, 그 중에서 올바른 내용을 기술한 경우는 95.9%(23명)로 독립형은 33.3%(8명) 의존형은 62.5%(15명)이었다. 내용을 기술하였으나 그 내용에 오류가 있는 경우

는 4.1%(1명)이었고, 학습양식은 의존형인 것으로 나타났다(<표 Ⅳ-27-2-가>).

<표 Ⅳ-27-2-가> $c \le x \le d$에서 곡선과 직선의 기울기에 대하여 알고있는 정보를 기술(2)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
정답	$[c,d]$에서의 평균변화율과 직선의 기울기가 같음을 명시	2(8.3)	1(4.2)	3(12.5)	23 (95.8)
	기울기에 대하여 기술	1(4.2)	1(4.2)	2(8.4)	
	평균 변화율에 대하여 기술	3(12.5)	8(33.3)	11(45.8)	
	미분계수에 대하여 기술	0(0)	1(4.2)	1(4.2)	
	일반적인 특징에 대하여 서술	1(4.2)	4(16.7)	5(20.9)	
	곡선의 기울기가 x가 증가함에 따라 증가	1(4.2)	0(0)	1(4.2)	
오답	$[c,d]$ 사이에 1이상의 기울기가 존재함을 기술	0(0)	1(4.2)	1(4.2)	1(4.2)
합계		8(33.3)	16(66.7)	24(100)	

두 가지 내용을 기술하고(<표 Ⅳ-27-1-가>, <표 Ⅳ-27-2-가>), 세 번째 이유를 기술한 대학생은 10명이었다. 그 중에서 올바른 내용을 기술한 경우는 80%(8명)로 학습양식은 독립형이 30%(3명) 의존형이 50%(5명)로 나타났고, 내용을 기술하였으나 그 내용에 오류가 있는 경우는 20%(2명)로 독립형이 10%(1명) 의존형이 10%(1명)로 나타났다(<표 Ⅳ-27-3-가>).

<표 Ⅳ-27-3-가> $c \le x \le d$에서 곡선과 직선의 기울기에 대하여 알고있는 정보를 기술(3)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
정답	기울기에 대하여 기술	1(10)	0(0)	1(10)	8 (80)
	평균 변화율에 대하여 기술	0(0)	1(10)	1(10)	
	미분계수에 대하여 기술	1(10)	4(40)	5(50)	
	일반적인 특징에 대하여 서술	1(10)	0(0)	1(10)	
오답	미분계수에 대하여 언급하였으나, 함수 $f(x)$의 정의를 하지 않은 경우	1(10)	0(0)	1(10)	2 (20
	미분계수의 차이가 이차함수가 더 크다고 기술한 경우	0(0)	1(10)	1(10)	
합계		4(40)	6(60)	10(100)	

세 가지 내용을 기술하고(<표 Ⅳ-27-1-가>, <표 Ⅳ-27-2-가>, <표 Ⅳ-27-3-가>), 네 번째 이유를 기술한 대학생은 3명이었고, 그 중에서 올바른 내용을 기술한 경우는 66.7%(2명)로 독립형이 33.3%(1명) 의존형이 33.3%(1명)로 나타났다.

내용을 기술하였으나 그 내용에 오류가 있는 경우는 33.3%(1명)이었고, 학습양식은 의존형인 것으로 나타났다.(<표 Ⅳ-27-4-가>).

<표 Ⅳ-27-4-가> $c \le x \le d$에서 곡선과 직선의 기울기에 대하여 알고있는 정보를 기술(4)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)
		독립	의존	
정답	미분계수에 대하여 기술	1(33.3)	1(33.3)	2(66.7)
오답	곡선의 기울기는 가변적이므로 구할 수 없다고 기술한 경우	0(0)	1(33.3)	1(33.3)
합계		1(33.3)	2(66.7)	3(100)

처음에 제시된 내용만을 가지고 문제를 해결하지 못하고 추가적인 힌트를 제공받은 후에 문제를 해결한 대학생들(28명)중에서 1가지 이유만을 기술한 경우는 8명, 2가지 이유를 기술한 경우는 16명, 3가지 이유를 기술한 경우는 4명이었다(<표 Ⅳ-27-1-나>, <표 Ⅳ-27-2-나>, <표 Ⅳ-27-3-나>).

28명의 대학생들의 반응은 6가지 유형으로 나타났고, 그 중에서 올바른 내용을 기술한 경우는 5가지, 내용을 기술하였으나 그 내용에 오류가 있는 경우는 1가지였다. 첫번째로 제시한 내용 중에서 올바른 내용을 기술한 대학생은 89.3%(25명)이고 학습양식은 독립형이 24.9%(7명) 의존형이 60.8%(18명)로 나타났다. 내용을 기술하였으나 그 방법에 오류가 있거나 아무것도 기술하지 않은 학생은 10.7%(3명)로 독립형은 3.6%(1명) 의존형은 7.1%(2명)의 학습양식을 가지는 것으로 나타났다(<표Ⅳ-27-1-나>).

<표 Ⅳ-27-1-나> $c \le x \le d$에서 곡선과 직선의 기울기에 대하여 알고 있는 정보를 기술(1)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
정답	c에서와 d에서의 미분계수가 다름을 명시	1(3.6)	3(10.7)	4(14.3)	25 (89.3)
	$[c,d]$에서의 평균변화율과 직선의 기울기가 같음을 명시	0(0)	4(14.3)	4(14.3)	
	기울기에 대하여 기술	3(10.7)	10(35.7)	13(46.4)	
	평균 변화율에 대하여 기술	3(10.7)	1(3.6)	4(14.3)	
오답	답을 기술하지 않은 경우	0(0)	2(7.1)	2(7.1)	3 (10.7)
	답을 기술하였으나 틀린 경우	1(3.6)	0(0)	1(3.6)	
합계		8(28.5)	20(71.5)	28(100)	

첫 번째 내용을 기술하고(<표 Ⅳ-27-1-나>), 두 번째 내용을 기술한 대학생은 16명이었다. 그 중에서 올바른 내용을 기술한 경우는 87.5%(14명)로 이들의 학습양식은 독립형이 12.5%(2명) 의존형이 75%(12명)인 것으로 나타났고, 내용을 기술하였으나 그 내용에 오류가 있는 경우는 12.5%(2명)로 12.5%(2명) 모두 학습양식이독립형으로 나타났다(<표 Ⅳ-27-2-나>).

<표 Ⅳ-27-2-나> $c \le x \le d$에서 곡선과 직선의 기울기에 대하여 알고 있는 정보를 기술(2)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
정답	[c, d]에서의 평균변화율과 직선의 기울기가 같음을 명시	0(0)	2(12.5)	2(12.5)	14 (87.5)
	기울기에 대하여 기술	0(0)	1(6.3)	1(6.3)	
	평균 변화율에 대하여 기술	1(6.3)	6(37.5)	7(43.7)	
	미분계수에 대하여 기술	1(6.3)	3(18.7)	4(25)	
오답	답을 기술하였으나 틀린 경우	2(12.5)	0(0)	2(12.5)	2 (12.5)
합계		4(25)	12(75)	16(100)	

첫 번째와 두 번째 내용을 기술하고(<표 Ⅳ-27-1-나>, <표 Ⅳ-27-2-나>), 세 번째 내용을 기술한 대학생은 4명이었고, 4명 모두가 올바른 내용을 기술하였다.

4명의 학습양식은 독립형이 25%(1명) 의존형이 75%(3명)인 것으로 나타났다(<표 Ⅳ-27-3-나>).

<표 Ⅳ-27-3-나> $c \leq x \leq d$에서 곡선과 직선의 기울기에 대하여 알고있는 정보를 기술(3)

정·오답	내 용	학습양식		빈도(%)	합계(%)
		독립	의존		
정답	평균 변화율에 대하여 기술	0(0)	1(25)	1(25)	4(100)
	미분계수에 대하여 기술	1(25)	2(50)	3(75)	
합계		1(25)	3(75)	4(100)	

6-4. 문제4. 다음 함수의 기울기를 구하여라.

(1) 한 장 받은 학생

1번 문항에서 처음에 제시된 내용만을 가지고 문제를 해결한 학생(<표 Ⅳ-25-1-가>)들에게 각 함수의 $x=2$에서의 기울기를 구하도록 하였다.

함수 $y=2x$에 대해서는 97.6%(41명)의 대학생이 올바르게 답하였고 2.4%(1명)의 대학생이 오답을 기술하였다. 정답을 기술한 41명의 대학생들의 학습양식은 독립형이 31%(13명) 의존형이 66.6%(28명)이고, 오답을 기술한 학생 1명의 학습양식은 의존형인 것으로 나타났다.

함수 $y=7x+5$에 대해서는 95.2%(40명)의 대학생이 올바르게 답하였고 4.8%(2명)의 대학생이 오답을 기술하였다. 정답을 기술한 40명의 대학생들의 학습양식은 독립형이 31%(13명) 의존형이 64.2%(27명)이고, 오답을 기술한 학생 2명의 학습양식은 의존형인 것으로 나타났다.

함수 $y=3x^2$에 대해서 올바르게 답한 경우는 64.3%(27명)이고, 오답인 경우는 35.7%(15명)로 나타났다. 정답을 기술한 27명의 대학생들의 학습양식은 독립형이 21.9%(9명) 의존형이 42.9%(18명)이고, 오답을 기술한 대학생들의 학습양식은 독립형이 9.5%(4명) 의존형이 26.2%(11명)인 것으로 나타났다.

함수 $y=(x-4)^2$에 대해서 올바르게 답한 경우는 62%(26명)이고, 오답인 경우는 38%(16명)로 나타났다. 정답을 기술한 26명의 대학생들의 학습양식은 독립형이 19%(8명) 의존형이 42.9%(18명)이고, 오답을 기술한 대학생들의 학습양식은 독립

형이 11.9%(5명) 의존형이 26.1%(11명)인 것으로 나타났다.

함수 $y=5(x-7)^2$에 대해서는 59.5%(25명)의 대학생이 올바르게 답하였고 40.5%(17명)의 대학생이 오답을 기술하였다. 정답을 기술한 25명의 대학생들의 학습양식은 독립형이 19%(8명) 의존형이 40.5%(17명)이고, 오답을 기술한 대학생들의 학습양식은 독립형이 11.9%(5명) 의존형이 28.6%(12명)인 것으로 나타났다.

함수 $y=6(x-3)^2-7$에 대해서는 54.8%(23명)의 대학생이 정답을, 45.2%(19명) 대학생이 오답을 기술하였다. 정답을 기술한 23명의 대학생들의 학습양식은 독립형이 19%(8명) 의존형이 35.7%(15명)이고, 오답을 기술한 대학생들의 학습양식은 독립형이 11.9%(5명) 의존형이 33.3%(14명)인 것으로 나타났다(<표 Ⅳ-28-1-가>).

<표 Ⅳ-28-1-가> 각 함수의 $x=2$에서의 기울기를 구하기에 대한 반응

함수	정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)
			독립	의존	
$y=2x$	정답	맞은 경우	13(31)	28(66.6)	41(97.6)
	오답	틀린 경우	0(0)	1(2.4)	1(2.4)
	합계		13(31)	29(63)	42(100)
$y=7x+5$	정답	맞은 경우	13(31)	27(64.2)	40(95.2)
	오답	틀린 경우	0(0)	2(4.8)	2(4.8)
	합계		13(31)	29(63)	42(100)
$y=3x^2$	정답	맞은 경우	9(21.4)	18(42.9)	27(64.3)
	오답	틀린 경우	4(9.5)	11(26.2)	15(35.7)
	합계		13(31)	29(63)	42(100)
$y=(x-4)^2$	정답	맞은 경우	8(19)	18(42.9)	26(62)
	오답	틀린 경우	5(11.9)	11(26.1)	16(38)
	합계		13(31)	29(63)	42(100)
$y=5(x-7)^2$	정답	맞은 경우	8(19)	17(40.5)	25(59.5)
	오답	틀린 경우	5(11.9)	12(28.6)	17(40.5)
	합계		13(31)	29(63)	42(100)
$y=6(x-3)^2-7$	정답	맞은 경우	8(19)	15(35.7)	23(54.8)
	오답	틀린 경우	5(11.9)	14(33.3)	19(45.2)
	합계		13(31)	29(63)	42(100)

(2) 두장 받은 학생

1번 문항에서 처음에 제시된 내용만을 가지고 문제를 해결하지 못하고 추가적인 힌트를 제시받은 후에 문제를 해결한 학생(<표 Ⅳ-25-1-나>)들에게 각 함수의 $x=2$에서의 기울기를 구하도록 하였다.

함수 $y=2x$에 대해서는 100%(28명)의 대학생이 올바르게 답하였다. 정답을 기술한 28명의 대학생들의 학습양식은 독립형이 28.6%(8명) 의존형이 71.4%(20명)로 나타났다.

함수 $y=7x+5$에 대해서는 96.4%(27명)의 대학생이 올바르게 답하였고 3.6%(1명)의 대학생이 오답을 기술하였다. 정답을 기술한 27명의 대학생들의 학습양식은 독립형이 28.6%(8명) 의존형이 67.8%(19명)이고, 오답을 기술한 3.6%(1명)의 대학생의 의존형이었다.

함수 $y=3x^2$에 대해서 올바르게 답한 경우는 50%(14명)이고, 오답인 경우는 50%(14명)로 나타났다. 정답을 기술한 14명의 대학생들의 학습양식은 독립형이 14.3%(4명) 의존형이 35.7%(10명)이고, 오답을 기술한 대학생들의 학습양식은 독립형이 14.3%(4명) 의존형이 35.7%(10명)인 것으로 나타났다.

함수 $y=(x-4)^2$에 대해서 올바르게 답한 경우는 50%(14명)이고, 오답인 경우는 50%(14명)로 나타났다. 정답을 기술한 14명의 대학생들의 학습양식은 독립형이 14.3%(4명) 의존형이 35.7%(10명)이고, 오답을 기술한 대학생들의 학습양식은 독립형이 14.3%(4명) 의존형이 35.7%(10명)인 것으로 나타났다.

함수 $y=5(x-7)^2$에 대해서는 42.9%(12명)의 대학생이 올바르게 답하였고 57.1%(16명)의 대학생이 오답을 기술하였다. 정답을 기술한 12명의 대학생들의 학습양식은 독립형이 10.7%(3명) 의존형이 32.1%(9명)이고, 오답을 기술한 대학생들의 학습양식은 독립형이 17.8%(5명) 의존형이 39.3%(11명)인 것으로 나타났다.

함수 $y=6(x-3)^2-7$에 대해서는 46.4%(13명)의 대학생이 정답을, 53.6%(15명)의 대학생이 오답을 기술하였다. 정답을 기술한 13명의 대학생들의 학습양식은 독립형이 10.7%(3명) 의존형이 35.7%(10명)이고, 오답을 기술한 대학생들의 학습양식은 독립형이 17.8%(5명) 의존형이 35.7%(10명)인 것으로 나타났다(<표 Ⅳ-28-1-나>).

<표 Ⅳ-28-1-나> 각 함수의 $x=2$에서의 기울기를 구하기에 대한 반응

함수	정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)
			독립	의존	
$y=2x$	정답	맞은 경우	8(28.6)	20(71.4)	28(100)
	합계		8(28.6)	20(71.4)	28(100)
$y=7x+5$	정답	맞은 경우	8(28.6)	19(67.8)	27(96.4)
	오답	틀린 경우	0(0)	1(3.6)	1(3.6)
	합계		8(28.6)	20(71.4)	28(100)
$y=3x^2$	정답	맞은 경우	4(14.3)	10(35.7)	14(50)
	오답	틀린 경우	4(14.3)	10(35.7)	14(50)
	합계		8(28.6)	20(71.4)	28(100)
$y=(x-4)^2$	정답	맞은 경우	4(14.3)	10(35.7)	14(50)
	오답	틀린 경우	4(14.3)	10(35.7)	14(50)
	합계		8(28.6)	20(71.4)	28(100)
$y=5(x-7)^2$	정답	맞은 경우	3(10.7)	9(32.1)	12(42.9)
	오답	틀린 경우	5(17.8)	11(39.3)	16(57.1)
	합계		8(28.6)	20(71.4)	28(100)
$y=6(x-3)^2-7$	정답	맞은 경우	3(10.7)	10(35.7)	13(46.4)
	오답	틀린 경우	5(17.8)	10(35.7)	15(53.6)
	합계		8(28.6)	20(71.4)	28(100)

6-5. 문제5. 함수 $f(x)$에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) 함수의 극한에 대하여 알고 있는 것을 모두 기술하여라.

1) 처음에 제시된 내용만을 가지고 문제를 해결한 경우

1번 문항에서 처음에 제시된 내용만을 가지고 문제를 해결한 학생(<표 Ⅳ-25-1-가>)들에게 함수의 극한에 대하여 알고 있는 내용을 모두 기술하도록 하였다.

42명의 대학생들 중에서 1가지 이유를 기술한 학생은 32명, 2가지 이유를 기술한 경우는 8명, 3가지 이유를 기술한 학생은 1명, 4가지 이유를 기술한 학생은 1명으로 나타났다(<표 Ⅳ-29-1-가>, <표 Ⅳ-29-2-가>, <표 Ⅳ-29-3-가>, <표 Ⅳ-29-4-가>).

42명의 대학생들의 반응은 10가지 유형으로 나타났고, 그 중에서 올바른 내용을 기술한 경우는 9가지, 내용을 기술하였으나 그 내용에 오류가 있는 경우는 1가지였다. 첫 번째로 제시한 내용 중에서 올바른 내용을 기술한 대학생은 92.9%(39명)로 이들의 학습양식은 독립형이 28.6%(12명) 의존형이 64.3%(27명)로 나타났고, 아무것도 기술하지 않은 학생은 7.1%(3명)로 이들의 학습양식은 독립형 2.4%(1명) 의존형4.8%(2명)로 나타났다.(<표 Ⅳ-29-1-가>).

<표 Ⅳ-29-1-가> 함수의 극한에 대하여 서술한 내용(1)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
정답	좌극한 우극한의 개념을 사용하여 극한에 대해서 서술	9(21.4)	11(26.2)	20(47.6)	39 (92.9)
	정의를 사용하지 않고 설명한 경우	2(4.8)	7(16.7)	9(21.4)	
	무한대로의 극한 개념을 서술	1(2.4)	0(0)	1(2.4)	
	ϵ, δ를 이용하여 극한의 개념을 서술	0(0)	1(2.4)	1(2.4)	
	한 점으로 한없이 가까이 가는 것으로 극한을 설명	0(0)	7(16.7)	7(16.7)	
	연속함수의 성질에 대하여 기술	0(0)	1(2.4)	1(2.4)	
오답	답을 기술하지 않은 경우	1(2.4)	2(4.8)	3(7.1)	3(7.1)
합계		13(31)	29(69)	42(100)	

첫 번째 내용을 기술하고(<표 Ⅳ-29-1-가>), 두 번째 이유를 기술한 대학생은 10명이었고, 그 중에서 올바른 내용을 기술한 경우는 90%(9명), 내용을 기술하였으나 그 내용에 오류가 있는 경우는 10%(1명)로 나타났다. 올바른 내용을 기술한 9명의 대학생들의 학습양식은 독립형이 30%(3명) 의존형이 60%(6명)이었고, 내용을 기술하였으나 그 내용에 오류가 있는 1명의 대학생의 학습양식은 의존형으로 나타났다(<표 Ⅳ-29-2-가>).

<표 Ⅳ-29-2-가> 함수의 극한에 대하여 서술한 내용(2)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
정답	발산과 수렴의 개념을 서술	1(10)	1(10)	2(20)	9 (90)
	한 점으로 한없이 가까이 가는 것으로 극한을 설명	2(20)	4(40)	6(60)	
	극한과 연속성, 미분가능성의 관계에 대하여 기술	0(0)	1(10)	1(10)	
오답	서술하였으나 그 내용이 틀린 경우	0(0)	1(10)	1(10)	1(10)
합계		3(30)	7(70)	10(100)	

두 가지 내용을 기술하고(<표 Ⅳ-29-1-가>, <표 Ⅳ-29-2-가>), 세 번째 이유를 기술한 대학생은 2명이었고, 100%(2명)가 올바른 내용을 기술하였다. 2명의 대학생들의 학습양식은 모두 의존형이었다(<표 Ⅳ-29-3-가>).

<표 Ⅳ-29-3-가> 함수의 극한에 대하여 서술한 내용(3)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)	합계(%)
		독립	의존		
정답	극한과 연속성, 미분가능성의 관계에 대하여 기술	0(0)	2(100)	2(100)	2(100)
합계		0(0)	2(100)	2(100)	2(100)

세 가지 내용을 기술하고(<표 Ⅳ-29-1-가>, <표 Ⅳ-29-2-가>, <표 Ⅳ-29-3-가>),네 번째 이유를 기술한 대학생은 1명이었고, 올바른 내용을 기술하였다. 이 학생의 학습유형은 의존형이었다(<표 Ⅳ-29-4-가>).

<표 Ⅳ-29-4-가> 함수의 극한에 대하여 서술한 내용(4)

정·오답	내 용	학습양식빈도(%)		빈도(%)	합계(%)
		독립	의존		
정답	함수의 관계를 벤다이어그램을 그려서 설명	0(0)	1(100)	1(100)	1(100)
합계		0(0)	1(100)	1(100)	1(100)

2) 추가적인 힌트를 제공 받은 후에 문제를 해결한 경우

처음에 제시된 내용만을 가지고 문제를 해결하지 못하고 추가적인 힌트를 제공받은 후에 문제를 해결한 대학생들(28명)에게도 동일하게 함수의 극한에 대해서 아는 대로 모두 기술하라고 하였더니. 그 중에서 1가지 이유만을 기술한 경우는 24명, 2가지 이유를 기술한 경우는 4명이었다(<표 Ⅳ-29-1-나>, <표 Ⅳ-29-2-나>).

28명의 대학생들의 반응은 8가지 유형으로 나타났고, 그 중에서 올바른 내용을 기술한 경우는 7가지, 내용을 기술하였으나 그 내용에 오류가 있는 경우는 1가지였다. 첫 번째로 제시한 내용 중에서 올바른 내용을 기술한 대학생은 78.6%(22명)로 이들의 학습양식은 독립형이 28.6%(8명) 의존형이 50%(14명)로 나타났다. 내용을 기술하였으나 그 방법에 오류가 있는 경우는 7.1%(2명)로 2명 모두 의존형이었으며, 아무것도 기술하지 않은 학생은 14.3%(4명)로 모두 학습양식이 의존형으로 나타났다(<표 Ⅳ-29-1-나>).

<표 Ⅳ-29-1-나> 함수의 극한에 대하여 서술한 내용(1)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
정답	좌극한 우극한의 개념을 사용	5(17.8)	4(14.3)	9(32.1)	22 (78.6)
	한 점으로 한없이 가까이 가는 것으로 극한을 설명	3(10.7)	7(25)	10(35.7)	
	연속함수의 성질에 대하여 기술	0(0)	1(3.6)	1(3.6)	
	극한값을 구하는 경우를 서술	0(0)	1(3.6)	1(3.6)	
	연속이면 극한값을 가진다	0(0)	1(3.6)	1(3.6)	
오답	답을 기술하지 않은 경우	0(0)	4(14.3)	4(14.3)	6 (21.4)
	기술하였으나 그 내용이 틀린 경우	0(0)	2(7.1)	2(7.1)	
합계		8(28.6)	20(71.4)	28(100)	

첫 번째 내용을 기술하고(<표 Ⅳ-29-1-나>), 두 번째 이유를 기술한 대학생은 4명이었고, 100%(4명) 올바른 내용을 기술하였다. 4명의 학습양식은 독립형이 50%(2명)의존형이 50%(2명)으로 나타났다(<표 Ⅳ-29-2-나>).

<표 Ⅳ-29-2-나> 함수의 극한에 대하여 서술한 내용(2)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)	합계(%)
		독립	의존		
정답	무한대로의 극한 개념을 서술	1(25)	0(0)	1(25)	4(100)
	그래프를 이용하여 서술	1(25)	1(25)	2(75)	
	극한값을 구하는 경우를 서술	0(0)	1(25)	1(25)	
합계		2(50)	2(50)	4(100)	

(2) 함수의 연속에 대하여 알고 있는 것을 모두 기술하여라.

1) 처음에 제시된 내용만을 가지고 문제를 해결한 경우

1번 문항에서 처음에 제시된 내용만을 가지고 문제를 해결한 학생(<표 Ⅳ-25-1-가>)들에게 함수의 연속에 대하여 알고 있는 내용을 모두 기술하도록 하였다.

42명의 대학생들 중에서 1가지 이유를 기술한 학생은 38명, 2가지 이유를 기술한 경우는 5명, 3가지 이유를 기술한 학생은 1명으로 나타났다(<표 Ⅳ-30-1-가>, <표 Ⅳ-30-2-가>, <표 Ⅳ-30-3-가>).

42명의 대학생들의 반응은 7가지 유형으로 나타났고, 그 중에서 올바른 내용을 기술한 경우는 6가지, 내용을 기술하였으나 그 내용에 오류가 있는 경우는 1가지였다. 첫 번째로 제시한 내용 중에서 아무것도 기술하지 않은 학생은 9.5%(4명), 올바른 내용을 기술한 대학생은 83.4%(35명), 기술하였으나 그 내용에 오류가 있는 경우는 7.1%(3명)로 나타났다(<표 Ⅳ-30-1-가>). 올바른 내용을 기술한 학생들 중에서 19%(8명)은 학습양식이 독립형으로, 64.4%(27명)은 의존형인 것으로 나타났다. 답을 기술하지 않은 학생들의 학습양식은 7.1%(3명)이 독립형, 2.4%(1명)이 의존형으로 나타났고, 답을 기술하였으나 그 내용이 틀린 경우는 4.8%(2명)이 독립형, 2.4%(1명)이 의존형의 학습양식인 것으로 나타났다.

<표 Ⅳ-30-1-가> 함수의 연속에 대하여 서술한 내용(1)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)	합계(%)
		독립	의존		
정답	좌극한, 우극한, 함수값이 모두 같을 때에 연속임을 서술함	7(16.6)	17(40.5)	24(57.1)	35 (83.4)
	정의를 사용하지 않고 설명한 경우	0(0)	6(14.3)	6(14.3)	
	연속과 미분가능의 관계를 서술	0(0)	1(2.4)	1(2.4)	
	그래프를 그리거나 설명하여 연속을 설명	0(0)	2(4.8)	2(4.8)	
	함수의 종류를 연속함수와 불연속함수로 분류함	1(2.4)	0(0)	1(2.4)	
	lim를 사용한다는 사실을 기술	0(0)	1(2.4)	1(2.4)	
오답	답을 기술하지 않은 경우	3(7.1)	1(2.4)	4(9.5)	7 (16.6)
	서술하였으나 그 내용이 틀린 경우	2(4.8)	1(2.4)	3(7.1)	
합계		13(31)	29(69)	42(100)	

첫 번째 내용을 기술하고(<표 Ⅳ-30-1-가>), 두 번째 이유를 기술한 대학생은 6명이었고, 100%(6명) 올바른 내용을 기술하였다. 이들의 학습양식은 독립형이 16.7%(1명) 의존형이 83.3%(5명)로 나타났다(<표 Ⅳ-30-2-가>).

<표 Ⅳ-30-2-가> 함수의 연속에 대하여 서술한 내용(2)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)	합계(%)
		독립	의존		
정답	연속과 미분가능의 관계를 서술	0(0)	3(50)	3(50)	6(100)
	그래프를 그리거나 설명하여 연속을 설명	1(16.7)	1(16.7)	2(33.3)	
	함수의 종류를 연속함수, 불연속함수로 분류함	0(0)	1(16.7)	1(16.7)	
합계		1(16.7)	5(83.3)	6(100)	

두 번째 내용을 기술하고(<표 Ⅳ-30-1-가>, <표 Ⅳ-30-2-가>), 세 번째 이유를 기술한 대학생은 1명이었는데, 기술하였으나 그 내용에 오류가 있었다. 이 대학생의 학습유형은 의존형이었다(<표 Ⅳ-30-3-가>).

<표 Ⅳ-30-3-가> 함수의 연속에 대하여 서술한 내용(3)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)	합계(%)
		독립	의존		
오답	서술하였으나 그 내용이 틀린 경우	0(0)	1(100)	1(100)	1(100)
합계		0(0)	1(100)	1(100)	

2) 추가적인 힌트를 제공 받은 후에 문제를 해결한 경우

처음에 제시된 내용만을 가지고 문제를 해결하지 못하고 추가적인 힌트를 제공받은 후에 문제를 해결한 대학생들(28명)에게도 동일하게 함수의 연속에 대해서 아는 대로 모두 기술하라고 하였더니. 그 중에서 1가지 이유만을 기술한 경우는 22명, 2가지 이유를 기술한 경우는 6명이었다(<표 Ⅳ-30-1-나>, <표 Ⅳ-30-2-나>).

28명의 대학생들의 반응은 7가지 유형으로 나타났고, 그 중에서 올바른 내용을 기술한 경우는 6가지, 내용을 기술하였으나 그 내용에 오류가 있는 경우는 1가지였다. 첫 번째로 제시한 내용 중에서 올바른 내용을 기술한 대학생은 78.6%(22명)이었으며 이들의 학습양식은 독립형이 28.6%(8명) 의존형이 50%(14명)로 나타났다. 내용을 기술하였으나 그 방법에 오류가 있는 경우는 7.1%(2명)로 2명 모두 학습양식이 의존형이며, 아무것도 기술하지 않은 학생은 14.3%(4명)로 4명 모두 학습양식이 의존형인 것으로 나타났다(<표 Ⅳ-30-1-나>).

<표 Ⅳ-30-1-나> 함수의 연속에 대하여 서술한 내용(1)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)	합계(%)
		독립	의존		
정답	‘좌극한=우극한=함수값’이면 연속	7(25)	12(42.8)	19(67.8)	22(78.6)
	임의의 한 점을 예시로 연속을 설명	1(3.6)	0(0)	1(3.6)	
	그래프를 그리거나 설명하여 연속을 설명	0(0)	1(3.6)	1(3.6)	
	연속이면 극값이 존재함을 기술	0(0)	1(3.6)	1(3.6)	
오답	답을 기술하지 않은 경우	0(0)	4(14.3)	4(14.3)	6(21.4)
	서술하였으나 그 내용이 틀린 경우	0(0)	2(7.1)	2(7.1)	
합계		8(28.6)	20(71.4)	28(100)	

첫 번째 내용을 기술하고(<표 Ⅳ-30-1-나>), 두 번째 이유를 기술한 대학생은 6명이었는데, 100%(6명) 올바른 내용을 기술하였다. 이들의 학습양식은 독립형이 50%(3명) 의존형이 50%(3명)로 나타났다.(<표 Ⅳ-30-2-나>).

<표 Ⅳ-30-2-나> 함수의 연속에 대하여 서술한 내용(2)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도(%)	합계(%)
		독립	의존		
정답	연속과 미분가능의 관계를 서술	2(33.3)	1(16.6)	3(50)	6(100)
	그래프를 그리거나 설명하여 연속을 설명	1(16.6)	1(16.6)	2(33.3)	
	연속함수의 성질에 대하여 기술	0(0)	1(16.6)	1(16.6)	
합계		3(50)	3(50)	6(100)	

(3) 평균변화율과 미분계수에 대하여 알고 있는 것을 모두 기술하여라.

1) 처음에 제시된 내용만을 가지고 문제를 해결한 경우

1번 문항에서 처음에 제시된 내용만을 가지고 문제를 해결한 학생(<표 Ⅳ-25-1-가>)들에게 함수의 평균변화율과 미분계수에 대하여 알고 있는 내용을 모두 서술하도록 하였다.

42명의 대학생들 중에서 1가지 이유를 기술한 학생은 34명, 2가지 이유를 기술한 경우는 7명, 3가지 이유를 기술한 학생은 1명으로 나타났다(<표 Ⅳ-31-1-가>,

<표 Ⅳ-31-2-가>, <표 Ⅳ-31-3-가>).

42명의 대학생들의 반응은 8가지 유형으로 나타났고, 그 중에서 올바른 내용을 기술한 경우는 7가지, 내용을 기술하였으나 그 내용에 오류가 있는 경우는 1가지였다. 첫 번째로 제시한 내용 중에서 아무것도 기술하지 않은 학생은 19%(8명)로 이들의 학습유형은 독립형이 7.1%(3명) 의존형이 11.9%(5명)이었다. 올바른 내용을 기술한 대학생은 69.1%(29명)로 독립형이 23.9%(10명) 의존형이 45.2%(19명)로 나타났고, 기술하였으나 그 내용에 오류가 있는 경우는 11.9%(5명)로 5명의 학습양식은 모두 의존형인 것으로 나타났다(<표 Ⅳ-31-1-가>).

<표 Ⅳ-31-1-가> 함수의 평균변화율과 미분계수에 대하여 서술한 내용(1)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
정답	평균변화율과 두 점을 이은 직선의 기울기, 미분계수와 그 점에서의 순간기울기의 관계를 서술	4(9.5)	7(16.7)	11(26.2)	29 (69.1)
	정의를 사용하지 않고 설명한 경우	1(2.4)	5(11.9)	6(14.2)	
	연속과 미분가능의 관계를 서술	1(2.4)	1(2.4)	2(4.8)	
	그래프를 예로들어 서술	1(2.4)	1(2.4)	2(4.8)	
	평균변화율과 미분계수의 정의를 이용하여 설명	3(7.1)	4(9.5)	7(16.7)	
	평균변화율에 대하여 설명	0(0)	1(2.4)	1(2.4)	
오답	답을 기술하지 않은 경우	3(7.1)	5(11.9)	8(19)	13 (30.9)
	서술하였으나 그 내용이 틀린 경우	0(0)	5(11.9)	5(11.9)	
합계		13(31)	29(69)	42(100)	

첫 번째 내용을 기술하고(<표 Ⅳ-31-1-가>), 두 번째 이유를 기술한 대학생은 8명이었다. 그 중에서 올바른 내용을 서술한 경우는 75%(6명)로 이들의 학습양식은 12.5%(1명)가 독립형, 62.5%(5명)이 의존형으로 나타났고, 서술하였으나 그 내용에 오류가 있는 경우는 25%(2명)로 2명 모두 의존형이었다(<표 Ⅳ-31-2-가>).

<표 Ⅳ-31-2-가> 함수의 평균변화율과 미분계수에 대하여 서술한 내용(2)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
정답	정의를 사용하지 않고 설명한 경우	0(0)	1(12.5)	1(12.5)	6(75)
	연속과 미분가능의 관계를 서술	0(0)	2(25)	2(25)	
	그래프를 예로들어 서술	1(12.5)	1(12.5)	2(25)	
	함수의 종류를 연속함수와 불연속함수로 분류	0(0)	1(12.5)	1(12.5)	
오답	서술하였으나 그 내용이 틀린 경우	0(0)	2(25)	2(25)	2(25)
합계		1(12.5)	7(87.5)	8(100)	

두 가지 내용을 기술하고(<표 Ⅳ-31-1-가>, <표 Ⅳ-31-2-가>), 세 번째 이유를 기술한 대학생은 1명이었고. 올바른 내용을 서술하였다. 1명의 대학생의 학습양식은 의존형이었다(<표 Ⅳ-31-3-가>).

<표 Ⅳ-31-3-가> 함수의 평균변화율과 미분계수에 대하여 서술한 내용(3)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
정답	평균변화율과 미분계수의 정의를 이용하여 설명	0(0)	1(100)	1(100)	1(100)
합계		0(0)	1(100)	1(100)	

2) 추가적인 힌트를 제공 받은 후에 문제를 해결한 경우

처음에 제시된 내용만을 가지고 문제를 해결하지 못하고 추가적인 힌트를 제공 받은 후에 문제를 해결한 대학생들(28명)에게도 동일하게 함수의 평균변화율과 미분계수에 대하여 알고 있는 내용을 모두 서술하도록 하였더니. 그 중에서 1가지 이유만을 기술한 경우는 26명, 2가지 이유를 기술한 경우는 2명이었다(<표 Ⅳ-31-1-나>, <표 Ⅳ-31-2-나>).

28명의 대학생들의 반응은 5가지 유형으로 나타났고, 그 중에서 올바른 내용을 기술한 경우는 4가지, 내용을 기술하였으나 그 내용에 오류가 있는 경우는 1가지였다. 첫 번째로 제시한 내용 중에서 올바른 내용을 기술한 대학생은 67.9%(19명)로 이들의 학습양식은 독립형이 21.4%(6명) 의존형이 46.5%(13명)로 나타났다. 내용을 기술하였으나 그 방법에 오류가 있는 경우는 14.3%(4명)로 7.2%(2명)는 독립형 7.2%(2명)은 의존형이었으며, 아무것도 기술하지 않은 학생은 17.8%(5

명)로 5명의 학습양식은 모두 의존형으로 나타났다(<표 Ⅳ-31-1-나>).

<표 Ⅳ-31-1-나> 함수의 평균변화율과 미분계수에 대하여 서술한 내용(1)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
정답	평균변화율과 미분계수의 정의를 이용하여 설명	5(17.8)	5(17.8)	10(35.7)	19 (67.9)
	평균변화율에 대하여 설명함	1(3.6)	6(21.4)	7(25)	
	미분계수에 대하여 설명함	0(0)	1(3.6)	1(3.6)	
	그래프를 그리거나 설명하여 연속을 설명	0(0)	1(3.6)	1(3.6)	
오답	답을 기술하지 않은 경우	0(0)	5(17.8)	5(17.8)	9 (32.1)
	기술하였으나 그 내용이 불명확하거나 틀린 경우	2(7.2)	2(7.2)	4(14.3)	
합계		8(28.6)	20(71.4)	28(100)	

첫 번째 내용을 기술하고(<표 Ⅳ-31-1-나>), 두 번째 이유를 기술한 대학생은 2명이었고. 2명 모두 서술한 내용에서 오류가 있었다. 2명의 학습양식은 모두 의존형으로 나타났다(<표 Ⅳ-31-2-나>).

<표 Ⅳ-31-2-나> 함수의 평균변화율과 미분계수에 대하여 서술한 내용(2)

정·오답	내 용	학습양식 빈도(%)		빈도 (%)	합계 (%)
		독립	의존		
오답	기술하였으나 그 내용이 틀린 경우	0(0)	2(100)	2(100)	2(100)
합계		0(0)	2(100)	2(100)	

Ⅴ. 요약 및 결론

본 연구의 목적은 대학수학을 수강하는 대학 1학년생들이 함수의 연속과 미분가능성에 대한 이해정도가 어느 정도인지 그리고 개인의 학습양식에 따라 그 차이를 살펴보기 위한 것이다. 요약과 결론은 다음과 같다.

1. 요약

대학생들이 함수의 연속과 미분가능에 대하여 어느 정도 이해하고 있는가에 대한 결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째, 이차함수와 무리함수($f(x)=x^2+2$, $f(x)=\sqrt{x}$)의 그래프 개형을 잘못 그린 대학생들은 각각 8.6%(6명), 10%(7명)으로 나타났다. 그리고 조건이 주어진 정의역에서의 함수($f(x)=\begin{cases} x^2, x>1 \\ x, \ \ x<1 \end{cases}$, $f(x)=\begin{cases} x, \ \ \ x>0 \\ -x, x<0 \end{cases}$)의 그래프개형 그리기에서는 이차함수와 무리함수의 그래프 개형그리기 보다 오답을 기술한 대학생이 41.5%(29명), 10%(7명)으로 더 많은 오류를 범하는 것으로 나타났다.

둘째, 이차함수와 무리함수의 극한값을 구한 경우는 각각 90%(63명), 91.3%(66명)으로 높게 나타났지만, 그 이유를 올바르게 제시한 대학생은 38.7%(27명), 41.5%(29명)으로 50%정도의 차이가 나타났다. .

셋째, 주어진 이차함수가 한 점에서 연속인가에 대한 단답형 문항에서 정답을 제시한 대학생들 보다 그 이유를 잘 제시한 경우의 대학생들이 약 40% 낮게 나타났다. 그리고 무리함수의 한 점에서 연속인가에 대한 단답형 문항에서 정답을 제시한 대학생들 보다 그 이유를 잘 제시한 경우의 대학생들이 약 33% 낮게 나타났다. 또한, 정의역에 조건이 주어진 함수가 한 점에서 연속인

가에 대한 단답형 문항에서 정답을 제시한 대학생들 보다 그 이유를 잘 제시한 경우의 대학생들이 약 4～15% 낮게 나타났다.

넷째, 주어진 이차함수가 한 점에서 미분가능한가에 대한 단답형 문항에서 정답을 제시한 대학생들 보다 그 이유를 잘 제시한 경우의 대학생들이 약 64% 낮게 나타났다. 그리고 무리함수의 한 점에서 미분가능한가에 대한 단답형 문항에서 정답을 제시한 대학생들 보다 그 이유를 잘 제시한 경우의 대학생들이 약 60% 낮게 나타났다. 또한, 정의역에 조건이 주어진 함수가 한 점에서 미분가능한가에 대한 단답형 문항에서 정답을 제시한 대학생들 보다 그 이유를 잘 제시한 경우의 대학생들이 약 17～39% 낮게 나타났다.

이는, 대학생들이 제한된 정의역과 함수의 개형에 대한 관계를 제대로 이해하고 있지 못하는 것으로 볼 수 있으며, 대학생들이 문제를 풀어 답을 제시하는 유형에는 익숙하지만, 그 이유를 제시하고 서술하는 유형의 문제는 익숙하지 않은 것으로 볼 수 있다

학습양식의 유형(독립형, 의존형)에 따라 함수의 연속과 미분가능에 대한 이해 정도에 어느 정도 차이가 있는가에 대한 결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째, 주어진 이차함수의 그래프의 개형을 그리는 문항에 대하여 정답을 제시한 대학생들 중 독립형의 학습양식을 갖는 경우는 21명중 42%(9명)-95%(20명)로 나타났고, 의존형의 학습양식을 갖는 경우는 49명중 30%(15명)-89%(44명)로 나타났다.

둘째, 주어진 이차함수에 대하여 극한값 구하기와 그 이유에 대한 반응에서 21명의 독립형의 대학생들은 정답을 제시한 경우가 95%(20명)-100%(21명)이었고, 그 이유를 올바르게 제시한 경우는 42%(9명)-85%(18명)로 나타났다.
49명의 의존형의 대학생들은 정답을 제시한 경우가 36%(18명)-57%(28명)고 나타났다.

셋째, 주어진 이차함수에 대하여 함수의 연속성과 그 이유에 대한 반응에서 21명의 독립형의 대학생들은 정답을 제시한 경우가 각각 80%(17명)-100%(21

명), 66%(14명)-80%(17명)으로 나타났고, 49명의 의존형의 대학생들은 정답을 제시한 경우가 각각 69%(34명)-97%(48명), 55%(27명)-63%(31명)으로 나타났다.

넷째, 주어진 이차함수에 대하여 함수의 미분가능성과 그 이유에 대한 반응에서 21명의 독립형의 대학생들은 정답을 제시한 경우가 각각 90%(19명)-100%(21명), 38%(8명)-90%(19명)으로 나타났고, 49명의 의존형의 대학생들은 정답을 제시한 경우가 각각 75%(37명)-100%(49명), 30%(15명)-65%(32명)으로 나타났다.

이상의 내용으로 볼 때, 의존형의 대학생들보다 독립형의 학습유형을 가지고 있는 경우의 대학생들의 정답률이 높은 것을 알 수 있다. 또한, 단답형으로 정답을 제시하거나 연속과 불연속, 미분가능과 미분불가능중 정답을 체크하는 유형의 문제에서는 독립형인 경우에 의존형보다 그 정답률이 2~20% 높게 나타났고, 서술형으로 그 이유를 제시하는 유형의 문제에서는 독립형인 경우에 의존형의 대학생들보다 정답을 제시한 경우가 6~30%로 더 높게 나타났다. 이는, 교수가 요구하는 것만을 배우려하거나 교사의 권위있는 지침을 기대하기를 선호하는 의존적 학습양식을 가진 대학생들보다 독립형의 학습양식을 가지고 있는 경우가 수학학습에 더 효과적인 것이라고 생각할 수 있다.

2. 결론

기본적인 이차함수, 무리함수, 조건이 주어진 정의역에서 정의된 함수의 그래프의 개형 그리기에서 의존형의 학습양식을 가진 대학생들 보다 독립형의 학습양식을 가진 경우에 올바른 내용을 더 많이 제시한 것으로 나타났다.

그리고 극한, 연속, 미분가능에 대한 개념을 이해하고 있는 대학생들 중 의존형에 비하여 독립형의 학습양식을 가진 경우의 대학생들이 더 많다고 할 수 있다.

대학 교양수업에서 일률적인 강의식보다는 학생들의 학습양식을 고려하여

각자의 학습유형이 다른 학생들과 그룹학습을 하도록 하거나 학습유형이 다른 대학생들을 몇 개의 팀별로 분류하여 독립적인 대학생과 의존적인 대학생이 서로 협력하여 학업을 수행하는 과정에서 자신만의 학습방법, 학습습관, 학습요령 등을 수정 및 보완해 갈 수 있도록 수학 교수학습이 이루어지면 좋은 효과가 있을 것으로 보인다.

참고문헌

[1] 김정하, 학습성격유형이 수학학습전략과 학업성취에 미치는 영향, 2007.

[2] 김지심, 최금진, 이종연, 공과대학생의 학습양식에 따른 의사소통 불안인식 분석 연구, 건국대학교, 2010.

[3] 백희수, 수학학습양식 구성요인 탐색과 수학학습자 유형 분류 연구, 이화여자 대학교 교육대학원 박사학위논문, 2009.

[4] 양승순, 학습성격유형과 수학학업성취도의 관계에 관한 연구, 2007.

[5] 양은경, 황우형, 수학 학습유형과 문제 해결 전략, 2005.

[6] 임창재, 학습양식, 서울:형설출판사, 1994.

[7] Buehler, R. L., Learning style differences among corrections offers in Kansas prisons and the implications for training and staff development, Kansas State University, PhD, 1996.

[8] Rita Dunn & Kenneth Dunn, Teaching secondary students through their Individual Learning Styles, 1993.

[9] Grasha, A. F., & Riechmann, R. E., A rational approach to developing and assessing the construct validity of a student learning style scales instrument. Journal of Psychology, 87, 213-223, 1974.

[10] Marlene D. Lefever, Learning Styles: Reaching Everyone God Gave You to Teach, Cook Communications Ministries, 1995, 2001.

[11] Richard J. Riding and Stephen G. Rayner, Cognitive Styles and Learning Strategies, David Fulton Publishers, 1998.

[12] Ronald R. Schmeck, Learning Strategies And Learning Styles, Plenum Press, 1988.

[13] Priscilla L. Vail, Learning Syles, Modern Learning Press, 1992.

[14] White, M. E., Effects of homework prescriptions based on individual learning style preferences on the achievement and attitude toward mathematics of sixth-grade students, University of Alabama at Birmingham, EdD, 1996.

부 록

문제 1. 다음 물음에 답하여라.

1-1. 함수 $f(x)=x^2+2$에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(가) 함수의 그래프의 개형을 그려라.

(나) $\lim_{x \to 2}(x^2+2)$을 구하여라.

(다) 위의 (나)에서 구한 값이 왜 그렇게 나왔는지 그 이유를 기술하여라.

(라) 함수 $f(x)=x^2+2$는 $x=2$에서 연속인가, 불연속인가?

라-1) 연속이면 연속에 불연속이면 불연속에 체크하여라. (연속, 불연속)

라-2) 그 이유를 제시하여라.

(마) 함수 $f(x)=x^2+2$는 $x=2$에서 미분가능한가, 불가능한가?

마-1) 미분가능이면 미분가능에 미분불가능이면 미분불가능에 체크하여라. (미분가능, 미분불가능)

마-2) 그 이유를 제시하여라.

1-2. 함수 $f(x)=\sqrt{x}$에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(가) 함수의 그래프의 개형을 그려라.

(나) $\lim_{x \to 5}\sqrt{x}$을 구하여라.

(다) 위의 (나)에서 구한 값이 왜 그렇게 나왔는지 그 이유를 기술하여라.

(라) 함수 $f(x)=\sqrt{x}$는 $x=5$에서 연속인가, 불연속인가?

라-1) 연속이면 연속에 불연속이면 불연속에 체크하여라. (연속, 불연속)

라-2) 그 이유를 제시하여라.

(마) 함수 $f(x)=\sqrt{x}$는 $x=5$에서 미분가능한가, 불가능한가?

마-1) 미분가능이면 미분가능에 미분불가능이면 미분불가능에 체크하여라. (미분가능, 미분불가능)

마-2) 그 이유를 제시하여라.

1-3. 함수 $f(x)=\sqrt{x}$에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(가) $\lim_{x \to 0}\sqrt{x}$을 구하여라.

(나) 위의 (가)에서 구한 값이 왜 그렇게 나왔는지 그 이유를 기술하여라.

(다) 함수 $f(x)=\sqrt{x}$는 $x=0$에서 연속인가, 불연속인가?

다-1) 연속이면 연속에 불연속이면 불연속에 체크하여라. (연속, 불연속)

다-2) 그 이유를 제시하여라.

(라) 함수 $f(x)=\sqrt{x}$는 $x=0$에서 미분가능한가, 불가능한가?

마-1) 미분가능이면 미분가능에 미분불가능이면 미분불가능에 체크하여라. (미분가능, 미분불가능)

라-2) 그 이유를 제시하여라.

1-4. 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2, x>1 \\ x, \ x<1 \end{cases}$에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(가) 함수의 그래프의 개형을 그려라.

(나) $\lim_{x\to 1} f(x)=$을 구하여라.

(다) 위의 (나)에서 구한 값이 왜 그렇게 나왔는지 그 이유를 기술하여라.

(라) 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2, x>1 \\ x, \ x<1 \end{cases}$는 $x=1$에서 연속인가, 불연속인가?

라-1) 연속이면 연속에 불연속이면 불연속에 체크하여라. (연속, 불연속)

라-2) 그 이유를 제시하여라.

(마) 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2, x>1 \\ x, \ x<1 \end{cases}$는 $x=1$에서 미분가능한가, 불가능한가?

마-1) 미분가능이면 미분가능에 미분불가능이면 미분불가능에 체크하여라. (미분가능, 미분불가능)

마-2) 그 이유를 제시하여라.

1-5. 함수 $f(x)=\begin{cases} x, \ x>0 \\ -x, x\le 0 \end{cases}$ 에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(가) 함수의 그래프의 개형을 그려라.

(나) $\lim_{x\to 0} f(x)=$을 구하여라.

(다) 위의 (나)에서 구한 값이 왜 그렇게 나왔는지 그 이유를 기술하여라.

(라) 함수 $f(x)=\begin{cases} x, \ x>0 \\ -x, x\le 0 \end{cases}$는 $x=0$에서 연속인가, 불연속인가?

라-1) 연속이면 연속에 불연속이면 불연속에 체크하여라. (연속, 불연속)

라-2) 그 이유를 제시하여라.

(마) 함수 $f(x)=\begin{cases} x, \ x>0 \\ -x, x\le 0 \end{cases}$는 $x=0$에서 미분가능한가, 불가능한가?

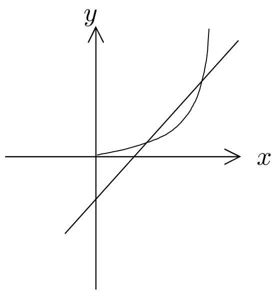
마-1) 미분가능이면 미분가능에 미분불가능이면 미분불가능에 체크하여라. (미분가능, 미분불가능)

마-2) 그 이유를 제시하여라.

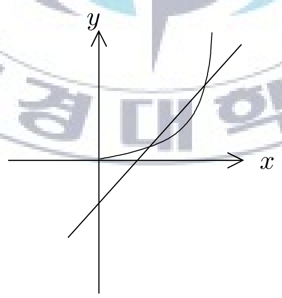
문제 2. 다음 물음에 답하여라.

2-1-가. 아래 <그림1>에서 하나는 $y=x^2\,(x>0)$의 그래프이고 다른 하나는 $y=ax+b(a, b$는 상수$)$의 그래프이다. 이때, 주어진 <그림1>과 같이 곡선

$y=x^2\,(x>0)$ 와 두 점에서 만나는 일차함수 $y=ax+b(a,b$는 상수$)$를 구하여라.
(단, 구하는 과정을 모두 상세히 기술할 것, 하나의 일차함수만 구하면 됨)



2-1-나. 아래 <그림1>에서 하나는 $y=x^2\,(x>0)$ 의 그래프이고 다른 하나는 $y=ax+b(a,b$는 상수$)$의 그래프이다. 이때, 주어진 <그림1>과 같이 곡선 $y=x^2\,(x>0)$ 와 직선 $y=ax+b(a,b$는 상수$)$이 두 점 $x=1$, $x=9$에서 만난다. 이때, $y=ax+b(a,b$는 상수$)$를 구하여라.
(단, 구하는 과정을 모두 상세히 기술할 것)



2-2. 위의 <문제 1>에서 곡선 $y=x^2\,(x>0)$ 와 직선 $y=ax+b(a,b$는 상수$)$이 만나는 두 점을 c와 d라 하자(단, $c<d$). c와 d를 써시오.
2-3. <문제2>에서 구한 두 점을 c와 d라 하자. 구간 $c \le x \le d$에서 곡선 $y=x^2\,(x>0)$과 직선 $y=ax+b(a,b$는 상수$)$의 기울기(변화율)에 대하여 알고 있

는 것을 모두 기술하여라.

(예들 들면, 구간 $c \le x \le d$에서 곡선과 직선의 기울기, 평균변화율, 미분계수의 차이에 대해서도 기술 할 것)

2-4. 다음 함수의 기울기를 구하여라.

4-1) $y = 2x$의 기울기는? (　　　　)

4-2) $y = 7x + 5$의 기울기는? (　　　　)

4-3) $y = 3x^2$의 기울기는? (　　　　)

4-3) $y = (x-4)^2$의 기울기는? (　　　　)

4-4) $y = 5(x-7)^2$의 기울기는? (　　　　)

4-5) $y = 6(x-3)^2 - 7$의 기울기는? (　　　　)

2-5. 함수 $f(x)$에 대하여 다음 물음에 답하여라.

5-1) 함수의 극한에 대하여 알고 있는 것을 모두 기술하여라.

5-1) 함수의 연속에 대하여 알고 있는 것을 모두 기술하여라.

5-2) 평균변화율과 미분계수에 대하여 알고 있는 것을 모두 기술하여라.

학 습 양 식 검 사

		늘 그렇다	흔히 그렇다	대체로 그렇지 않다	항상 그렇지 않다
1	나는 예습과제를 미리 충분히 읽는다.	4	3	2	1
2	나는 앞서 배울 교육내용에 대해 미리 생각해 본다.	4	3	2	1
3	나는 교육내용을 스스로 결정할 수 있다.	4	3	2	1
4	나는 공부할 내용을 일일이 지적해 주는 것을 싫어한다.	4	3	2	1
5	나는 수업진행에 대한 나 나름대로의 의견을 갖고 있다.	4	3	2	1
6	나는 수업시간에 다루어진 내용에 관해 개인적으로 더 자료를 찾아 공부한다.	4	3	2	1
7	나는 교재에 있는 내용은 다 맞는다고 생각한다.	4	3	2	1
8	학습할 중요한 내용을 판정하는 것은 교수라고 생각한다.	4	3	2	1
9	나는 교재에서 언급하지 않은 내용에 대해서는 공부하고 싶지 않다.	4	3	2	1
10	나는 교실에서 토론할 때 다른 학생들의 의견을 듣기 좋아한다.	4	3	2	1
11	학생들의 능력은 공부를 잘하느냐에 따라 평가되어야 한다.	4	3	2	1
12	내가 학습내용을 이해하는 데 다른 학생들의 의견이 도움이 된다.	4	3	2	1
13	배워야 할 중요한 것 중 하나는 다른 사람들과 어울리는 것이다.	4	3	2	1
14	학생들은 교실에서 주제를 스스로 선정하여 토론할 수 있도록 허용되어야 한다.	4	3	2	1
15	나는 과제물을 혼자보다는 여럿이 함께 하기를 좋아한다.	4	3	2	1
16	학생들은 함께 어울려 공부하도록 장려되어야 한다.	4	3	2	1
17	나는 공부할 때 여럿이 모여서 하는 것이 좋다.	4	3	2	1
18	수업시간에 각자의 생각을 서로 나누고 이야기 함으로써 많은 것을 배울 수 있다.	4	3	2	1
19	나는 교실에서 학습내용을 가지고 자유롭게 토론하는 것을 좋아한다.	4	3	2	1
20	교수, 학생간에 배움을 위한 상호 협동적인 노력은 꼭 배워야 할 점이라고 생각한다.	4	3	2	1
21	내가 좋은 성적을 받기 위해서는 다른 학생들과 경쟁해야 한다.	4	3	2	1
22	다른 학생들과 경쟁을 해서라도 나의 의견을 관철시켜야 한다.	4	3	2	1
23	내가 공부를 잘하기 위해서는 다른 학생들에게 약간의 불편을 끼쳐도 할 수 없다고 생각한다.	4	3	2	1
24	나는 내가 다른 학생들보다 공부를 잘했는지 알려고 한다.	4	3	2	1
25	나는 시험 보기 전에 다른 학생들과 시험에 관한 이야기를 한다.	4	3	2	1
26	나는 질문에 다른 학생보다 먼저 대답하려 한다.	4	3	2	1
27	나는 주어진 연구과제를 해결할 때 다른 학생들보다 더 잘 하려고 한다.	4	3	2	1
28	나는 전공과 관련된 모든 과목 내용을 다 공부하려고 한다.	4	3	2	1
29	나는 교실에서의 각종 학습활동이 재미있다.	4	3	2	1
30	나는 열심히 배우겠다는 생각을 가지고 수업에 참석한다.	4	3	2	1
31	나는 과제가 주어지면 어느 것 이든지 즉시 시작해서 끝낸다.	4	3	2	1
32	나는 다른 흥미 있는 일이 있어도 우선 숙제를 한다.	4	3	2	1
33	나는 학교 수업이 나에게 유익하다고 생각한다.	4	3	2	1
34	나는 수업시간에 참석하는 것이 좋다.	4	3	2	1
35	나에게 주어진 과제는 열심히 한다.	4	3	2	1
36	나는 수업시간에 가의를 열심히 듣는다.	4	3	2	1
37	나는 학교교육에서 무엇인가 많은 것을 배울 수 있다고 생각한다.	4	3	2	1
38	나는 수업시간중에 수업 이외의 것을 생각한다.	4	3	2	1
39	나는 나를 지적하지 않는 교수가 좋다.	4	3	2	1
40	나는 교실에서의 수업이 싫증난다.	4	3	2	1
41	만약 교육내용이 이해가 안 되면 포기한다.	4	3	2	1
42	나는 수업에 흥미를 느끼지 못한다.	4	3	2	1
43	나는 오직 필요한 학점을 얻기 위하여 수업에 참석한다.	4	3	2	1
44	나는 졸업하는 데 이상이 없을 정도로만 공부한다.	4	3	2	1
45	나는 교수의 눈에 잘 띄이지 않는 곳에 앉고 싶다.	4	3	2	1
46	내가 제일 관심을 갖는 것은 학점을 얻기가 얼마나 용이한가 하는 것이다.	4	3	2	1
47	나는 학교 수업에서 무엇인가 배우겠다는 생각을 포기했다.	4	3	2	1