



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

교 육 학 석 사 학 위 논 문

대학수학능력시험과 수학진단평가의
상호관계에 관한 연구



2014년 8월

부경대학교 교육대학원

수 학 교 육 전 공

손 민 지

교 육 학 석 사 학 위 논 문

대학수학능력시험과 수학진단평가의 상호관계에 관한 연구



부경대학교 교육대학원

수 학 교 육 전 공

손 민 지

손민지의 교육학석사 학위논문을 인준함.

2014년 8월 22일



주 심 이학박사 조 성 진 (인)

위 원 이학박사 박 진 한 (인)

위 원 이학박사 표 용 수 (인)

목 차

표 목차	iii
그림 목차	iv
Abstract(in English)	vi
I. 서론	1
1. 연구의 필요성 및 목적	1
2. 용어의 정의	3
3. 연구문제	4
4. 연구의 제한점	5
II. 이론적 배경	6
1. 수학적 오류	6
2. 선행연구 고찰	9
III. 연구 방법 및 절차	14
1. 대학수학능력시험	14
2. 수학진단평가	15
3. 연구대상 및 절차	17
4. 연구방법 및 도구	20
IV. 연구문제 1의 결과 및 분석	27
1. 문제유형별 수학진단평가 성적	27
2. 분야별 수학진단평가 성적	28
3. 입시전형별 수학진단평가 성적	31
4. 대학수학능력시험 등급 이탈자	32

V. 연구문제 2의 결과 및 분석	39
1. 서술형 A문항의 오류 유형 분석	41
2. 서술형 B문항의 오류 유형 분석	49
3. 서술형 C문항의 오류 유형 분석	58
VI. 결론 및 제언	66
1. 결론	66
2. 제언	68
참고문헌	70
부 록	73



표 목차

<표 II-1> 오류 유형 분류에 대한 선행연구 사례	12
<표 III-1> 수능고사 수학영역 등급별 인원 및 비율	15
<표 III-2> 교과영역별 진단평가 출제 문항 수와 배점	16
<표 III-3> 모집단과 표본의 인원	17
<표 III-4> 모집단과 표본에 대한 기초통계량	18
<표 III-5> 중급과 하급수준 집단의 등분산 검정 결과	19
<표 III-6> 중급과 하급수준 집단의 독립표본 T검정 결과	19
<표 IV-1> 문제유형별 진단평가 평균점수	27
<표 IV-2> 분야별 진단평가 평균점수	29
<표 IV-3> 수능고사와 진단평가의 상관관계 분석	30
<표 IV-4> 입시전형별 진단평가 평균점수	32
<표 IV-5> 수능고사 등급 이탈자 현황	33
<표 IV-6> 수능고사 등급에 따른 영역별 평균점수	35
<표 V-1> 진단평가 서술형 문항의 정·오답 현황	39
<표 V-2> 서술형 A문항에 대한 오류 유형 분석	41
<표 V-3> 서술형 B문항에 대한 오류 유형 분석	50
<표 V-4> 서술형 C문항에 대한 오류 유형 분석	58

그림 목차

<그림 IV-1>	수능고사 등급에 따른 단답형과 서술형 정답률	28
<그림 IV-2>	수능고사 등급에 따른 분야별 평균점수 비율	29
<그림 IV-3>	수능고사 등급과 진단평가 점수 간의 산포도	34
<그림 IV-4>	진단평가 등급에 따른 수능고사 등급 이탈자 평균점수	36
<그림 IV-5>	진단평가 등급에 따른 영역별 평균점수	37
<그림 V-1>	등급수준에 따른 서술형 문항별 오답률	40
<그림 V-2>	서술형 A문항에 대한 정답의 예	42
<그림 V-3>	서술형 A문항에서 오류(1)의 예	43
<그림 V-4>	서술형 A문항에서 오류(2)의 예	44
<그림 V-5>	서술형 A문항에서 오류(3)의 예	45
<그림 V-6>	서술형 A문항에서 오류(4)의 예	45
<그림 V-7>	서술형 A문항에서 오류(5)의 예	46
<그림 V-8>	서술형 A문항에서 오류(6)의 예	47
<그림 V-9>	서술형 A문항에서 오류(7)의 예	48
<그림 V-10>	서술형 A문항에서 오류(8)의 예	48
<그림 V-11>	서술형 A문항에서 오류(9)의 예	49
<그림 V-12>	서술형 B문항에 대한 정답의 예	51
<그림 V-13>	서술형 B문항에서 오류(1)의 예	52
<그림 V-14>	서술형 B문항에서 오류(2)의 예	52
<그림 V-15>	서술형 B문항에서 오류(3)의 예	53
<그림 V-16>	서술형 B문항에서 오류(4)의 예	54

<그림 V-17> 서술형 B문항에서 오류(5)의 예	54
<그림 V-18> 서술형 B문항에서 오류(6)의 예	55
<그림 V-19> 서술형 B문항에서 오류(7)의 예	56
<그림 V-20> 서술형 B문항에서 오류(8)의 예	57
<그림 V-21> 서술형 B문항에서 오류(9)의 예	57
<그림 V-22> 서술형 C문항에 대한 정답의 예	59
<그림 V-23> 서술형 C문항에서 오류(1)의 예	60
<그림 V-24> 서술형 C문항에서 오류(2)의 예	61
<그림 V-25> 서술형 C문항에서 오류(3)의 예	61
<그림 V-26> 서술형 C문항에서 오류(4)의 예	62
<그림 V-27> 서술형 C문항에서 오류(5)의 예	63
<그림 V-28> 서술형 C문항에서 오류(6)의 예	64
<그림 V-29> 서술형 C문항에서 오류(7)의 예	64
<그림 V-30> 서술형 C문항에서 오류(8)의 예	65

A STUDY ON THE CORRELATION BETWEEN THE COLLEGE SCHOLASTIC
ABILITY TEST AND THE MATHEMATICS LEVEL ASSESSMENT

Min Ji Son

Graduate School of Education

Pukyong National University

Abstract

The purpose of this thesis is to understand the relationship between the College Scholastic Ability Test(CSAT) and the Mathematics Level Assessment (MLA) which is conducted in P University, and to analyze mathematical errors in descriptive problems of the MLA.

There are high correlations in grades, subject areas and college entrance types between grades of mathematics B-type of the CSAT and scores of the MLA. However, the many students showed substantial differences between the grades in the two tests. Also, we classified mathematical errors, which are easily made in solving the descriptive problems of the MLA, into nine types as misused data, misinterpreted language, logically invalid inference, misunderstood theorem or definition, unmatched solution, technical errors, omission of solving process, ambiguous errors, and unattempted errors. With classifying the errors in nine types, we analyzed the errors of students, who are in intermediate and low level grades, by the descriptive problems.

On the basis of these analysis results, we suggest plans for improving the implementation of the MLA and the teaching-learning methods about College General Mathematics.

I. 서론

1. 연구의 필요성 및 목적

복잡하고 전문화되어 가는 미래사회 구성원에게 필요한 핵심 역량은 창의적 사고 능력, 문제해결 능력, 정보처리 능력, 의사소통 능력 등으로, 이는 주로 수학적 추론, 수학적 문제해결, 수학적 의사소통과 같은 수학적 과정의 교수·학습을 통하여 증진될 수 있다. 수학적 과정을 통해 길러진 핵심 역량은 타 교과 학습에 기반이 될 뿐 아니라, 전문적 능력의 증진과 창의·인성 중심의 21세기 지식 기반 사회의 민주 시민에게 필요한 소양과 경쟁력을 갖추는 데에도 토대가 된다(교과부, 2012). 또한, 과학의 급속한 발전으로 수학의 중요성은 더욱 증가되고 있다. 그럼에도 불구하고, 다수의 학생들은 수학 교과 내용의 어려움과 기초학력 부진으로 수학 교과에 대해 거부감을 가지고 있다.

각 대학에서는 고등학교 학생부 성적과 대학수학능력시험(이하 수능고사라 함) 성적을 토대로 다양한 입학 전형제도를 도입하고 있다. 특히, 교차지원을 허용하는 경우 수강학생 간의 심각한 학력의 차로 인해 교양수학 교육과정 운영에 상당한 어려움이 야기되고 있다. 이로 인해, 많은 대학에서는 입시제도 개선 및 교육과정 변경 등의 노력을 기울이고 있으며, 일부 대학에서는 학원 강의식으로 미분적분학 보충수업을 실시하기도 하고, 이공계열 신입생을 대상으로 우열반을 편성하여 수업을 진행하기도 한다. 또한, 미분적분학 수강신청 이전에 수학 기초학력 평가를 시행하여 기준에

미치지 못하는 학생들은 기초미분적분학과 같은 교과를 이수한 후, 미분적분학을 수강할 수 있도록 하고 있다(김재웅, 2012).

실례로, 부산광역시에 소재한 P대학에서는 자연계열 입학예정자 전체를 대상으로 수학진단평가(이하 **진단평가**라 함)를 시행하여 일정 점수를 취득하지 못한 학생과 시험에 응시하지 않은 학생은 기초수학및연습(2학점, 3시간) 교과목을 미분적분학의 선수과목으로 필히 수강하도록 하고 있다. 단, 수능고사 수학 B형의 성적 등급(이하 **수능고사 등급**이라 함)에서 3등급 이내의 성적을 취득한 학생은 진단평가에서 제외하며, 선수과목인 기초수학및연습 교과를 이수하지 않고도 미분적분학 교과를 수강할 수 있도록 하고 있다. 수능고사 등급에서 숫자가 높은 등급일수록 취득 점수는 낮으므로, 이 경우 본 논문에서는 숫자와는 반대로 낮은 등급이라고 표현할 것이다. 또한, 3등급 이내라 함은 1, 2, 3등급을 의미한다.

수능고사 수학영역은 선택형과 단답형 문항으로 출제되지만, P대학에서 자연계열 입학예정자를 대상으로 시행하는 진단평가에서는 단답형과 서술형 문항을 출제하고 있다. 실제로, 서술형 문항은 선택형 문항에 비해 고등정신능력을 잘 평가할 수 있기 때문에 서술형 문항에 대한 오류 유형 분석 결과의 활용은 교수-학습지도에 긍정적 영향을 준다. 나아가 수능고사 수학영역 등급에 따라 어떤 오류를 범하고 있는지를 분석함으로써 각 수준별 학급에 적합한 맞춤형 학습지도가 이루어질 수 있을 것이다.

본 논문에서는 2014학년도 P대학 자연계열 입학예정자 중에서 수능고사 수학 B형에 응시한 558명을 연구대상으로 선정하여 그들의 수학 성적의 등급과 P대학에서 시행한 진단평가 성적을 비교·분석하여 두 평가의 상

관관계를 알아본다. 또한, 수능고사 등급에 따라 4, 5등급을 취득한 중급학생과 6, 7등급을 취득한 하급학생으로 구분하여 진단평가 서술형 3개 문항에 대한 오류 유형을 분석하여 기초수학 교수-학습지도 개선을 위한 자료로 활용하고자 한다. 아울러, 수능고사 등급에 따른 서술형 문항의 오류 분석을 통해 매년 시행되는 진단평가 시행 및 제도 개선에도 도움을 주고자 한다.

2. 용어의 정의

가. 오류

교육학 용어사전¹⁾에는 오류를 ‘논리학에 있어서 바르지 못한 논리적 과정, 특히 외견상 바르게 보이면서 틀린 추리’라고 정의하고 있으며, 두산백과²⁾에서는 ‘사고의 내용과 대상이 일치하지 않는 사유판단’으로 정의한다. 또한, 철학사전³⁾에서는 오류를 ‘허위’ 또는 ‘참이 아닌 것을 참이라 간주하는 것’을 말하며, 참이 아닌 것과 같은 의미로 사용된다.

본 논문에서의 **오류**는 수학문제 풀이과정에서 나타난 것으로 국한하며 올바른 풀이과정으로 정답을 제시한 경우만 제외하고 풀이를 시도하지 않

1) 교육학 용어사전 (2011), 서울대학교 교육연구소, 하우동설.

<http://terms.naver.com/entry.nhn?docId=511612&cid=279&categoryId=279>.

2) 두산백과, http://www.doopedia.co.kr/doopedia/master/master.do?_method=view&MAS_IDX=101013000743372.

3) 철학사전 (2009), 철학사전편찬위원회 외 30인, 중원문화,

<http://terms.naver.com/entry.nhn?docId=388361&cid=282&categoryId=282>.

왔거나 풀이과정이 논리적이지 않는 등 모든 경우를 뜻한다.

나. 수능고사 등급 이탈자

본 논문에서는 진단평가 성적순에 따라 수능고사 각 등급의 인원과 동일하게 연구대상 학생들을 진단평가 4~7등급으로 구분하고, 수능고사 등급과 진단평가 등급이 일치하지 않는 학생을 수능고사 등급 이탈자로 정의하였다.

3. 연구문제

본 논문에서는 다음의 두 연구문제를 설정하였다.

가. 연구문제 1

2014학년도 P대학에서 자연계열 입학예정자를 대상으로 시행한 진단평가 성적은 수능고사 등급과는 어떤 관계가 있는가?

나. 연구문제 2

연구대상 학생들의 수능고사 등급에 따라 진단평가 서술형 3개 문항의 해결 과정에서 보인 오류 유형은 무엇이며, 그 오류의 유형은 어떤 차이를 보이는가?

4. 연구의 제한점

본 논문의 연구 결과는 다음의 제한점을 가질 수 있다.

첫째, P대학에서 자연계열 입학예정자를 대상으로 시행하는 진단평가에 응시한 학생 중에서, 연구대상 학생 558명에 대한 진단평가 성적에 대한 분석이므로 타 대학의 모든 자연계열 학생으로 일반화하기에는 제한점이 있다.

둘째, 연구대상 학생 중에서 수능고사 등급에 따른 중급수준 및 하급수준 학생 각 100명의 서술형 문항의 풀이에 대한 오류 유형을 분석하였기 때문에, 모든 학생들이 본 논문에서 제시한 오류 유형만 범할 것이라고 단정하기에는 어려움이 있다.

셋째, 본 논문에서는 3개의 서술형 문항에 대한 오류 유형을 분석하였기 때문에 다른 내용의 서술형 문항에 대한 오류의 유형은 다르게 분류될 수 있을 것이며, 연구자의 주관적 판단에 의해 오류 유형을 분류하였기 때문에 연구 결과를 일반화하기에는 제한점을 가질 수 있다.

II. 이론적 배경

1. 수학적 오류

김부미(2004)는 수학적 오류를 ‘수학적 오개념으로 인한 잘못된 수행뿐만 아니라, 학생들이 자신의 인지 구조 속에 옳은 개념을 갖고 있으나 문제해결 과정에서 이를 잘못 인출하여 옳지 않은 수행을 보이는 것’이라 하였다. 여기서, 수학적 오개념은 학생들이 가지고 있는 잘못된 수학기념을 말한다.

가. 수학적 오류의 원인

수학적 오류는 수업 내외에서 발생할 수 있는데, 수업 도중에 교사에 의해서 발생하거나 학생 개인 내부에서 발생할 수 있다. 또한, 수학적 오류는 내부 요인과 외부 요인에 의해 나타나기도 하는데, 이는 매우 복잡하고 판단하기 어려운 원인으로 발생할 확률이 높다.

Brousseau(1986)는 수학적 오류가 발생하는 원인의 특징을 다음의 네 가지로 분류하고 있다(재인용; 김차숙, 2003).

첫째, 오류는 종종 수학의 기본적인 개념에 관한 오개념의 결과이다.

둘째, 오류는 때로는 교사에 의한 체계적인 지도과정의 결과로 일어난다.

셋째, 오류는 학생들이 결함이 있는 절차를 사용하고 교사에 의해 잘못 인식된 오개념을 가짐으로써 발생하기 쉽다.

넷째, 학생들은 종종 문제해결을 위해 자신의 독창적이고 비형식적인 방법을 창안하는데, 이들은 더욱 일반적인 문제 형태의 특별한 경우에 기초한 귀납적 추론 과정의 결과이며, 그런 방법들이 때로는 심각한 오류를 일으킨다.

나 . 수학적 오류의 특성

수학적 오류의 특징을 김부미(2004)는 다음과 같이 설명하고 있다.

첫째, 학습자가 지식을 구성해 갈 때, 지각에 의존하거나 분화되지 않은 개념을 사용한다.

둘째, 상황에 따라 다르게 생각하며 단순히 인과적으로 생각하는 경향이 강하다.

셋째, 새로운 상황을 이해하려고 할 때, 능동적인 인식 틀의 역할을 할뿐만 아니라 다른 작동기제에 선행한다.

넷째, 사고방식 내에서 일관성을 갖고 나타나며, 쉽게 변화하지 않는 견고성을 갖고 있다.

연구자들에 의해 밝혀진 공통된 오류의 특성은 다음과 같이 정리할 수 있다(신인숙, 1996).

첫째, 오류들은 종종 놀라운 것이다. 왜냐하면, 일정 기간 동안 교사에 의해서 탐지되지 않은 채 남아있기 때문이다.

둘째, 오류들은 종종 지속적인 것이다. 왜냐하면, 그것들은 학생들의 세상에 대한 지식이나 기억하기 쉬운 특이한 부호의 사용들을 반영하기 때문이다. 전형적으로 이런 것들은 그들 자신을 변화시킬 때 방해가 되고, 오류 교정은 학생들의 지식에 대한 기본적인 인식을 포함한다.

셋째, 오류들은 체계적이거나 임의적일 수도 있다. 체계적 오류는 내재하는 정신 과정들을 나타내는데 효과적인 반면에, 임의적 오류는 부주의와 종종 있는 실수를 반영하며 상대적으로 덜 중요하다.

넷째, 종종 오류들은 의미를 무시한다. 그리하여 분명히 틀린 답이 문제 시되지 않는 경우도 있다.

다. 수학적 오류의 역할

Borasi(1986)는 오류의 역할을 제거되어야 할 대상으로서의 오류와 개념 성장을 위한 발판으로서의 오류라는 다음의 두 가지 목적으로 해석이 가능하다고 보았다(재인용; 김부미, 2009).

첫째, 제거되어야 할 대상으로서의 오류는 실패한 학습과정의 상징이나 학습자의 잘못된 이해의 반영으로서, 교수·학습과정에서 교정되어야 하는 대상이 될 수 있다. 이러한 접근은 부분적이고 제한적이지만, 오류 교정의 가치는 인정해야 할 것이다.

둘째, 개념 성장의 발판으로서의 오류는 학습과정의 긍정적 단계이며, 학습 주제에 대한 이해를 향상시키고 새로운 결과를 생성하는 발견과 탐구의 동기를 제공할 수 있다. 학생 스스로 발견한 오류가 유추의 역할을 할 때, 학생들은 오류의 창조성을 경험할 수 있다.

2. 선행연구 고찰

수학문제 풀이과정에서 나타나는 오류 유형을 분류하고, 이러한 오류 유형의 빈도를 비교하며 분석하는 것은 수학 교수-학습지도에 중요하다. 따라서 많은 수학교육자들에 의해 수학적 오류의 유형을 분류하여 분석하고 그 원인을 찾거나 오류 유형에 따른 학습 자료의 개발과 교수-학습지도 개선 방안을 제시하는 연구가 지속적으로 수행되고 있다.

Radatz(1979)는 오류를 범하게 되는 범주를 ① 언어의 어려움 때문에 생기는 오류, ② 특별한 정보를 획득하는데 어려움이 생기는 오류, ③ 필수적인 기술, 사실, 개념에 관한 미숙에 의해 생기는 오류, ④ 잘못된 연합 혹은 사고의 경직에서 생기는 오류와 ⑤ 관련 없는 규칙 혹은 전략의 응용에서 생기는 오류로 구분하여 제시하였다(채인용; 최진숙·유현주, 2006).

그리고 류성림·정창현(1993)은 Becker(1982)가 설정한 기하 증명 과정에서 나타나는 8가지 오류 유형, 즉 ① 특별한 지식의 부족, ② 문장이나 도형의 한 가지 부분이나 요소의 부적절한 이해에 의한 오류, ③ 어떤 요소의 일부 형태가 우세함으로 기인하는 오류, ④ 부호화·부호해독·재부호화를 할 때 정보교환에 기인하는 오류, ⑤ 연산자를 적용할 때 정보를 잃는 것, ⑥ 연산자의 부적절한 적용으로 인한 오류, ⑦ 더 수준 높은 단위의 부적절한 이해에 의한 오류, ⑧ 시행착오 전략을 참조하여 오류 유형을 다음과 같이 9가지로 분류하였다.

① 가정을 잘 이용하지 못하는 오류 : 주어진 문제의 전제 조건을 잘못 이해하거나 활용을 제대로 하지 못하여 발생하는 오류로서 가정하지 않은

것을 가정으로 이용하는 경우, 가정에 너무 집착하여 그 이상은 생각하지 못하는 경우가 있다.

② 도형에 집착하여 발생하는 오류 : 문제의 가정을 무시하고 도형의 직관적인 요소에 너무 집착하여 기인하는 오류이다.

③ 연산자의 잘못된 적용 : 연산자를 적용함에 있어서 부적절하게 적용하는 오류이다. 이것은 주로 증명에 필요한 정리나 정의의 선택과 관련된 문제인데, 구체적으로 필요한 정리나 정의를 잘못 선택하는 경우나 증명할 필요가 없는 곳에 정리 또는 정의를 적용하는 경우, 또는 정리나 정의의 성질을 밝히지 않는 경우와 정리나 정의의 이름 또는 성질을 잘못 말하는 경우이다.

④ 연산자의 잘못된 실행 : 정리나 정의를 적용하는 과정에서 잘못이 있는 오류로서 일반적으로 올바른 결론의 변경을 낳게 된다.

⑤ 증명 과정의 일부 생략 : 현재 단계까지는 맞으나 그 다음 단계의 과정이 생략된 오류이다.

⑥ 결론을 바르게 내리지 못하는 경우 : 결론을 사용하지 않은 경우, 즉 결론 이전 단계까지는 잘 연역하였으나 결론을 진술하지 않은 경우이거나 결론을 틀리게 기술한 경우, 즉 결론 이전 단계까지 잘 연역해 내고, 결론을 진술했으나 문제가 요구한 결론을 틀리게 기술한 경우이다.

⑦ 기술적인 오류 : 기호를 잘못 표기했거나 빠뜨리는 경우 또는 문자를 잘못 옮겨 적는 경우이다.

⑧ 논리적 추론의 결여 : 정리의 적용, 실행 등 증명에 필요한 기본 지식은 잘 알고 있으나 증명과정의 각 단계가 논리적이지 못하거나 그림으로만 나타낸 경우이다.

⑨ 오류의 애매모호함 : 학생들이 주어진 문항의 증명을 하는 과정에서 글자가 흐릿하거나 애매모호하여 앞의 오류 유형으로 분류하기가 곤란하고,

학생의 의도를 정확히 알 수 없는 경우이다.

Movshovitz-Hadar 등(1987)은 이스라엘 고등학생들이 졸업시험에서 반복적으로 보이는 경험적인 오류 유형을 다음과 같이 분류하였다. 그들은 고등학생들이 범하는 오류는 우연한 것이 아니며, 학생들에게는 나름대로의 뜻이 통하는 유사-논리에 의해서 일어난다고 가정하였다(재인용; 최영아, 2001).

- ① 잘못 사용된 자료 : 이는 문항에 주어진 자료와 학생들이 사용한 자료 사이의 불일치로 인한 오류이다.
- ② 잘못 해석된 언어 : 이는 수학적 사실들을 수학적 기호 언어에서 다른 언어로 옮기는 과정의 부정확을 다룬다.
- ③ 논리적으로 부적절한 추론 : 주어진 정보에서의 타당치 못하게 이끌어 내어진 정보이거나 이미 추론된 것에서 타당치 못하게 이끌어 내어진 새로운 정보이다.
- ④ 왜곡된 정의나 정리 : 특정의 원리나 법칙, 정리, 정의를 왜곡되게 다룰 때, 나타나는 오류들을 말한다.
- ⑤ 확인하지 않은 해답 : 이 유형의 특징은 수험생들이 많은 각 단계들 그 자체는 옳지만, 마지막에 제시된 해는 옳지 않은 경우이다.
- ⑥ 기술적인 오류 : 이는 자료를 이끌어낼 때의 오류들, 기초적인 대수 기호 조작의 오류들을 포함한다.

한편, 김옥경(1991)은 앞서 소개한 Movshovitz-Hadar 등(1987)의 오류 유형을 참조하여, ① 오용된 자료, ② 잘못 해석된 언어, ③ 논리적으로 부적절한 추론, ④ 곡해된 정리 혹은 정의, ⑤ 요구되지 않은 해답, ⑥ 기술적인 오류, ⑦ 풀이과정의 생략 및 ⑧ 오류의 애매모호성으로 오류를 분류

하였다. 또한, 임연희·표용수(2013)는 함수, 함수의 연속 및 미분가능에 대한 기초개념 이해에 주안점을 두고 오류의 유형을 ① 그림으로만 답한 오류, ② 서술 표현이 부족한 오류, ③ 유사 개념에 의한 오류, ④ 문제의 이해부족에 따른 오류, ⑤ 기초개념 이해부족에 따른 오류, ⑥ 문제해결력 결핍에 따른 오류로 분류하여 분석하였다.

그 외의 선행연구에서도, 다음의 <표 II-1>과 같이 Movshovitz-Hadar 등(1987)과 김옥경(1991)의 오류 유형 분류를 참조하여 수학적 오류의 유형을 다양하게 분류하였다.

<표 II-1> 오류 유형 분류에 대한 선행연구 사례

연구자 (연도)	논문 제목	오류 유형 분류	참조 논문
문혜영 김응환 (2011)	고등학교 1학년 함수단 원 문제해결에서의 오 류에 대한 분석	1. 잘못 사용된 자료의 오류 2. 잘못 해석된 언어의 오류 3. 논리적으로 부적절한 추론의 오류 4. 잘못 이해된 정리 또는 정의의 오류 5. 논증되지 않은 해답의 오류 6. 기술적인 오류 7. 풀이 과정의 중단의 오류	Movshovitz- Hadar 등 (1987) 김옥경 (1991)
고아라 (2010)	벡터학습과정에서 고등 학생들에게 나타나는 오 류 유형 분석과 교정	1. 질문의 내용을 잘못 이해 또는 해석된 오류 2. 정의나 정리의 부적절한 사용 3. 풀이과정을 생략한 오류 4. 논리적으로 부적절한 추론 5. 기술적인 오류 6. 해석이 불가능 하거나 애매한 오류	Movshovitz- Hadar 등 (1987)

김용호 오후진 (2002)	일차부등식의 문제 해결 과정에서 발생하는 오류 유형분석 -중학교 교육 과정을 중심으로-	1. 오용된 자료 2. 잘못 해석된 문제 3. 논리적으로 부적절한 추론 4. 곡해된 정리 혹은 정의 5. 요구되지 않은 해답 6. 기술적인 오류 7. 풀이과정의 생략	Movshovitz- Hadar 등 (1987)
이경진 (2006)	고등학교 수열의 극한 에서 나타나는 오류와 오개념 분석	1. 잘못 이용된 자료 2. 잘못 해석된 언어 3. 논리적으로 부적절한 추론 4. 정의나 정리의 부적절한 사용 5. 오류의 애매 모호성 6. 기술적 오류 7. 풀이과정의 생략	김옥경 (1991)



Ⅲ. 연구 방법 및 절차

1. 대학수학능력시험

2014학년도 수능고사에서 수학영역은 단답형 문항 30%를 포함하여 30문항이 출제되었으며, 문항당 2, 3, 4점으로 차등 배점하였다. 수학 A형에서는 수학 I에서 15문항과 미적분과 통계 기본에서 15문항을 출제되었으며, 수학 B형에서는 수학 I에서 8문항, 수학 II에서 8문항, 적분과 통계에서 7문항과 기하와 벡터에서 7문항이 출제되었는데, 수학 I의 4문항은 A형과 B형에서 공통으로 출제되었다⁴⁾.

다음의 <표 III-1>은 2014학년도 수능고사 수학영역 등급별 기준점수와 인원 및 비율을 나타낸 것이다⁵⁾. 수학영역에는 수능고사 전체 응시인원의 94.4%인 572,914명이 응시하였으며, 이들 중에서 B형 응시학생은 수학영역 응시자의 28.0%인 160,174명에 불과하였다. 표에서와 같이, 수학 A형과 수학 B형 모두 5등급의 인원 비율이 가장 높았으며, 다음으로 4등급, 6등급, 7등급의 순으로 나타났다.

4) 한국교육과정평가원 (2013), 2014학년도 대학수학능력시험 출제 보도자료,
<http://www.kice.re.kr/board.do?boardConfigNo=44&page=3&menuNo=227&action=view&boardNo=35798>, 1-5.

5) 한국교육과정평가원 (2013), 2014학년도 수능 채점결과 보도자료,
<http://www.kice.re.kr/board.do?boardConfigNo=43&menuNo=226&action=view&boardNo=36610>, 1-14.

<표 III-1> 수능고사 수학영역 등급별 인원 및 비율

등급	A형			B형		
	등급 구분 표준점수	인원(명)	비율(%)	등급 구분 표준점수	인원(명)	비율(%)
1	137이상	19,675	4.77	132이상	8,093	5.05
2	130이상	25,778	6.25	125이상	12,533	7.82
3	120이상	49,513	12.00	117이상	18,333	11.45
4	103이상	73,223	17.74	107이상	28,003	17.48
5	89이상	85,219	20.65	95이상	29,822	18.62
6	82이상	70,677	17.12	81이상	27,178	16.97
7	77이상	50,910	12.33	72이상	20,335	12.70
8	75이상	22,601	5.48	67이상	10,442	6.52
9	75미만	15,144	3.67	67미만	5,435	3.39

2. 수학진단평가

P대학에서는 수학 기초학력 평가와 미적분학의 선수과목인 기초수학및 연습 수강면제자 선정을 위하여, 2014학년도 자연계열 입학예정자(수학 B형 3등급 이내 제외)를 대상으로 2월 중순에 4일간 진단평가를 시행하였는데, 대상인원 2,243명의 67.5%인 1,513명이 응시하였다. 연구자는 진단평가에서 평가 및 채점보조원으로 참여하였다.

응시학생들의 진단평가 준비를 돕기 위하여 대학 홈페이지에 ‘수학 기초학력평가 문제은행(부경대, 2009)’을 탑재하여 안내하였으며, 진단평가문제는 전임교원 및 시간강사 7명으로 문제출제위원회를 구성하여 4종의 문제를 출제하였다.

다음의 <표 III-2>는 교과내용 영역별 단답형 및 서술형 출제 문항 수와 배점을 나타낸 것이다. 서술형 문항의 경우, 6점 만점인 문제는 2-2-2점 또는 3-3점, 7점 만점인 문제는 2-2-3 또는 2-3-2점 등으로 채점기준을 정하여 부분점수를 부여하였다. 또한, 단답형 문항은 가능한 0, ± 1 , ± 2 등과 같이 단순한 정답이 나오지 않도록 출제하고자 하였다.

<표 III-2> 교과영역별 진단평가 출제 문항 수와 배점

영역	유형별 출제문항 수(배점)	
	단답형	서술형
행렬과 연립일차행렬식	3(12)	1(6점)
수열과 무한급수	3(12)	
공간좌표와 벡터	3(12)	
함수의 극한과 연속	4(16)	2(각7점)
미분법과 활용	4(16)	
적분법과 활용	3(12)	
진단평가 문항 수(점수)	20(80점)	3(20점)

진단평가 시행 결과, 전체 응시자의 평균점수는 52.7점이었으며, 평가문제의 수준과 기초수학및연습 교과목의 수준별 학급 편성(32학급)을 고려하여 수강면제자 기준을 함수 및 미적분영역 점수가 30점 이상이면서 총점이 50점 이상인 자로 하였다. 단, 4일차에 추가합격자를 대상으로 시행한 진단평가에서는 평가문제의 난이도를 고려하여 총점 54점 이상인 자로 하였다. 그 결과, 기초수학및연습 교과목 수강 면제자는 1,061명(수학 B형 3등급 이내인 자 포함)이었다.

3. 연구대상 및 절차

연구문제 1과 연구문제 2에서 연구대상 학생을 달리 하였다. 연구문제 1에서는 1일차 진단평가에 응시한 자연계열 입학예정자 중에서 수능고사 4~7등급 학생 558명을 연구대상으로 정하였다. 반면에, 연구문제 2에서는 수능고사 등급에 따른 오류 유형 분석을 위하여 연구문제 1의 연구대상자 중에서 중급수준 학생(4, 5등급)과 하급수준 학생(6, 7등급)으로 구분하여 각각 100명씩 200명을 선정하였다. 이때, 모집단의 경향을 정확하게 나타낼 수 있도록 무작위추출법을 이용하여 <표 III-3>과 같이 표본을 추출하였는데, 엑셀 RAND 함수로 난수를 생성하여 무작위표본을 추출하였다.

<표 III-3> 모집단과 표본의 인원

구분	모집단					표본				
						중급수준		하급수준		계
등급	4	5	6	7	계	4	5	6	7	
인원	184	219	112	43	558	50	50	57	43	200

무작위추출법으로 추출한 <표 III-3>의 표본이 모집단 전체의 경향을 잘 나타내고 있는지를 알아보기 위하여, SPSS 20.0을 이용하여 가장 기본적인 등분산 여부와 두 집단 평균의 일치여부를 조사하였다.

다음 <표 III-4>는 중급수준과 하급수준 학생들의 모집단, 표본에 대한 기초통계량을 나타낸 것이다. 중급수준의 두 집단 평균점수는 0.30점, 표준편차는 0.91점의 차이가 있었으며, 하급수준의 두 집단 간 평균점수는 2.53점, 표준편차는 0.18점의 차이가 있는 것으로 나타나, 이들 모두 완전히 일치

하지는 않았지만 유사한 통계량을 보여주고 있다.

<표 III-4> 모집단과 표본에 대한 기초통계량

구분		N	평균	표준편차	표준오차 평균
중급수준	모집단	403	60.13	18.061	0.900
	표본	100	60.43	17.150	1.715
하급수준	모집단	155	33.90	19.408	1.559
	표본	100	31.37	19.584	1.958

<표 III-4>의 기초통계량은 2개의 독립변수 속성(모집단/표본)을 가지며, 종속변수는 평가점수 1개이므로, 통계적으로 이 차이가 유의한지에 대한 검정을 실시하기 위하여 독립표본 T 검정을 통해 분석을 시행하였다. 먼저, 두 집단의 등분산성을 검증하기 위해 Levene통계량을 이용하였다. 등분산성 검정을 위한 가설식은 다음과 같다.

H_0 : 중급수준(하급수준)의 모집단과 표본의 분산은 동일하다.

H_1 : 중급수준(하급수준)의 모집단과 표본의 분산은 동일하지 않다.

다음의 <표 III-5>는 중급수준과 하급수준 학생들의 등분산 검정 결과를 나타낸 것이다. 표에 따르면, 중급수준과 하급수준의 모집단과 표본의 유의수준은 각각 0.567과 0.897로 모두 0.05이상이므로, 유의수준 95%에서 등분산 검정을 시행한다고 할 때, 귀무가설을 기각할 수 없으므로 귀무가설을 채택해야한다. 따라서 두 집단의 분산은 동일하다고 판단할 수 있다.

<표 III-5> 중급과 하급수준 집단의 등분산 검정 결과

구분		Levene 등분산 검증	
		F	유의수준
중급수준	등분산을 가정함	0.327	0.567
	등분산을 가정하지 않음		
하급수준	등분산을 가정함	0.017	0.897
	등분산을 가정하지 않음		

이제, 두 집단의 평균점수 일치여부를 검정하기 위한 가설식은 다음과 같다.

H_0 : 중급수준(하급수준)의 모집단과 표본의 평균점수는 차이가 없다.

H_1 : 중급수준(하급수준)의 모집단과 평균의 차이가 있다.

다음 <표 III-6>은 SPSS 20.0을 이용하여 중급수준과 하급수준 학생들의 모집단과 표본에 대한 독립표본 T검정 결과를 나타낸 것이다.

<표 III-6> 중급과 하급수준 집단의 독립표본 T검정 결과
[중급수준 모집단과 표본에 대한 독립표본 T검정]

t	df	유의수준 (양쪽)	평균차이	표준오류 편차	차이의 95% 신뢰구간	
					하한	상한
-0.149	501	0.881	-0.298	1.998	-4.224	3.627
-0.154	158.041	0.878	-0.298	1.937	-4.124	3.527

[하급수준 모집단과 표본에 대한 독립표본 T검정]

t	df	유의수준 (양쪽)	평균차이	표준오류 편차	차이의 95% 신뢰구간	
					하한	상한
1.014	253	0.312	2.533	2.498	-2.387	7.453
1.012	209.997	0.313	2.533	2.503	-2.401	7.468

<표 III-6>의 독립표본 T검정 분석 결과에서 중급과 하급수준에 대해 각

각 2개의 결과 값이 있는데, 위쪽은 등분산이 가정된 상태이며 아래쪽은 등분산이 가정되지 않은 상태이다. <표 III-5>에서 두 집단의 등분산 검정에서 두 집단이 분산이 동일하다고 판단하였으므로 등분산 검정의 결과의 값을 이용하였다. 유의수준 0.05일 때, 중급수준에서의 모집단과 표본의 평균점수 차이 검정결과에서 유의확률이 0.881로 유의수준보다 크므로, 귀무가설을 기각할 수 없다. 또한, 유의수준 0.05일 때, 하급수준에서의 모집단과 표본의 평균점수 차이 검정에서는 유의확률이 0.312로 유의수준보다 큼에 따라 귀무가설을 기각할 수 없다. 따라서 중급과 하급수준에서 모집단과 표본의 평균점수의 차이는 없다고 판단할 수 있다. 결과적으로, 중급 및 하급수준 학생들의 모집단과 표본의 분산과 평균점수가 동일하므로, 각 표본이 모집단의 경향을 잘 따르고 있는 것으로 평가된다.

4. 연구방법 및 도구

가. 연구문제 1

연구문제 1에서는 수능고사 등급과 진단평가 성적을 연구도구로 하였다. 진단평가에서는 단답형 20문항, 서술형 3문항을 출제하였으며, 단답형은 각 4점, 서술형은 문제에 따라 6~7점을 배정하였다. 여기서, 우리는 수능고사 등급과 진단평가 점수를 비교 분석하여 이들 사이에는 어떤 관계가 있는지 살펴본다. 또한, 진단평가 문제는 부록에 제시하였으며, 서술형 3문항에 대해서는 문제출제위원회에서 부분점수 부여를 전제로 그 채점기준을 다음과 같이 정하였다. 이제부터, 서술형 21번은 서술형 A문항, 서술형 22번은 서

술형 B문항, 서술형 23번은 서술형 C문항으로 나타낼 것이다.

(1) 서술형 A문항

(문제) 공간상의 점 $P(2, 3, 2)$ 에서 평면 $\pi: 2x+y+z=3$ 에 내린 수선의 발을 $H(a, b, c)$ 라 할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. (6점)

(채점기준)

[경우 1] ① 평면 $2x+y+z=3$ 의 법선벡터는 $(2, 1, 1)$ 이고, 평면위의

점 $H(a, b, c)$ 에 대하여, $\overrightarrow{HP}$ 와 법선벡터는 평행하므로

$$\overrightarrow{HP} = k(2, 1, 1) \text{ (2점)}$$

[$\overrightarrow{HP} = (2, 1, 1)$ 로 나타낸 경우는 1점 감점]

② $(2-a, 3-b, 2-c) = k(2, 1, 1)$ 이고 (a, b, c) 가 평면 π 위의 점에서

$$2a+b+c=3 \text{ 이므로}$$

$$2(2-2k) + (3-k) + (2-k) = 3 \text{ 이고, } a=0, b=2, c=1 \text{ (3점)}$$

[식은 구하였으나, a, b, c 는 구하지 않은 경우는 1점 감점]

③ $a+b+c=3$ (1점)

[경우 2] ① 평면 $2x+y+z=3$ 의 법선벡터는 $(2, 1, 1)$ 이고, 점 H 와

점 $P(2, 3, 2)$ 을 지나는 직선 l 의 대칭 방정식은

$$l: \frac{x-2}{2} = y-3 = z-2 \text{ 이다. (2점)}$$

② 매개변수 방정식으로 표현하면 $x=2t+2, y=t+3, z=t+2$

(t 는 임의의 실수)이고, 점 $H(a, b, c)$ 가 직선 l 위의 한 점에서

$$(a, b, c) = (2t+2, t+3, t+2) \text{ 이므로}$$

$$2(2t+2) + (t+3) + (t+2) = 3 \text{ 이고, } t=-1 \text{ 이다.}$$

따라서 $a=0, b=2, c=1$ (3점)

[t 는 구하였으나, a, b, c 를 모두 구하지 않은 경우는 1점 감점]

③ $a+b+c=3$ (1점)

(2) 서술형 B문항

(문제) 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+ax-4}{x-2} & (x \neq 2) \\ b & (x = 2) \end{cases}$ 가 $x=2$ 에서 연속이 되도록

상수 a, b 를 정할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (7점)

(채점기준)

① $x=2$ 에서 분모의 극한이 0이므로, 분자의 극한도 0이어야 한다.

따라서

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + ax - 4) = 0, \text{ 즉 } 4 + 2a - 4 = 0 \text{에서 } a = 0 \text{ (3점)}$$

② 함수 $f(x)$ 가 $x=2$ 에서 연속이므로, $a=0$ 를 식에 대입하면

$$b = f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 4 \text{에서}$$

$$a = 0, b = 4 \text{ (3점)}$$

③ $a+b = 4$ (1점)

(3) 서술형 C문항

(문제) 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 이 $x=3$ 에서 극솟값 1을 가질 때,

구간 $[-1, 3]$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값을 구하여라. (7점)

(채점기준)

① $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ 이고 $x=3$ 에서 극솟값 1을 가지므로

$$f(3) = 27 + 9a + 3b + 1 = 1, f'(3) = 27 + 6a + b = 0 \text{이고,}$$

따라서 $a = -6, b = 9$ 이므로 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ (3점)

② $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-3)(x-1)$ 이고, $f'(x) = 0$ 에서

$x=1$ 또는 $x=3$ (2점)

x	-1	...	1	...	3
$f'(x)$		+	0	-	0
$f(x)$	-15	↗	5	↘	1

③ 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 일 때 최댓값 5를 갖는다. (2점)

[끝점에 대한 값을 구하지 않고 답을 제시한 경우는 1점 감점]

나. 연구문제 2

진단평가 서술형 3문항에 대한 풀이에서 연구대상 학생들은 어떤 유형의 오류가 발생하는지를 알아보고, 오류의 유형을 분류하여 분석한다. 이 연구 문제에서는 오류 유형을 분석하기 위해 김옥경(1991)이 제시한 오류 유형 분류를 이용하여, 다음의 9가지로 오류 유형을 분류하였다. 그리고 한 문제를 풀이하는 과정에서 다수의 오류 유형이 발생한 경우, 제일 먼저 발생한 오류를 중심으로 분류하였다.

(1) 오용된 자료(misused data)

문제에 주어진 자료를 이용하여 문제를 풀이하는 과정에서 발생하는 모순과 관련된 오류를 포함하는 경우이다. 이러한 오류는 문제해결을 위해 문제를 이해하는 과정에서 얻어지는 오류로 다음에 해당하는 경우이다.

- ① 주어진 정보 이외에 문제와 관련이 없는 정보를 덧붙여 문제풀이를 하는 경우
- ② 주어진 정보는 사용하지 않고, 문제풀이를 위해 새로운 정보를 이용하는 경우
- ③ 문제를 답안지에 옮겨 적는 과정에서 문제에서 제시한 식이나 용어를

잘못 옮겨 적는 경우

(2) 잘못 해석된 언어(misinterpreted language)

문제에 주어진 상징적인 언어에 표현되어 있는 수학적 사실들을 다른 상징적인 언어로 잘못 해석하는 오류를 포함하는 경우이다. 이 역시 문제를 해결하기 위해 문제를 이해하는 동안에 얻어지는 오류로, 다음에 해당하는 경우이다.

- ① 주어진 정보를 문제가 요구하는 방향이 아닌 다른 방향으로 해석하여 문제를 풀이하는 경우
- ② 주어진 수학적 용어를 다른 의미로 해석하여 문제를 풀이하는 경우
- ③ 주어진 그래프를 식으로 표현하는 과정에서 잘못 해석하는 경우 또는 식을 그래프로 표현하는 과정에서 잘못 해석하는 경우

(3) 논리적으로 부적절한 추론(logically invalid inference)

이는 일반적으로 귀납 또는 연역적인 추론 도중에 발생하는 오류로써 불합리한 추론을 포함한다. 이 오류는 다음에 해당하는 경우이다.

- ① 주어진 정보로부터 잘못 유도된 정보를 이용하여 풀이하는 경우
- ② 앞서 유도된 내용과 연관되지 않은 결과를 이끌어내는 경우
- ③ 앞서 언급한 정보로부터 확대 해석되어 풀이하는 경우

(4) 곡해된 정리 혹은 정의(misunderstood theorem or definition)

이는 문제풀이 과정에서 정리, 정의 등이 잘못 이해되어 사용된 오류로, 다음에 해당하는 경우이다.

- ① 제대로 인지 못한 정의를 사용하여 문제를 풀이하는 경우
- ② 정리가 적용되는 조건이외의 곳에 정리를 적용하는 경우

③ 정리가 적용되는 조건 하에 정리를 올바르게 적용하지 못하는 경우

(5) 요구되지 않은 해답(unmatched solution)

이는 문제를 풀이하는 각 단계는 옳으나, 마지막 결과를 정리하는 단계에서 범하는 오류이다. 이 오류는 주어진 문제가 요구하는 목표가 무엇인지를 정확히 이해하지 못함으로 발생하는데, 다음에 해당하는 경우이다.

① 답안을 작성하기 직전까지의 문제풀이 과정은 옳지만, 문제가 요구하는 해답을 적지 않은 경우

② 답을 적었으나, 문제가 요구하는 정답인지를 판별하지 않은 경우

(6) 기술적인 오류(technical errors)

문제풀이 과정에 관한 전반적인 흐름은 알고 있으나, 다음과 같은 경우로 풀이과정에서 경미하게 발생하는 오류이다.

① 문제풀이 과정에서의 단순 계산상의 오류

② 수학적 표현이 부적절하거나 생략된 경우

③ 문제풀이 과정에서 이전 단계의 항목을 다음 단계에서 잘못 옮겨 적는 경우

(7) 풀이과정의 생략(omission of solving process)

이 오류는 풀이과정 없이 답만 제시한 경우 또는 학생들의 풀이과정이 현재 단계까지는 옳지만, 다음의 단계가 생략된 경우를 의미한다.

(8) 애매모호한 오류(ambiguous errors)

오류가 애매모호하여 연구자가 정확히 식별하기 어려운 경우로, 다음의 경우에 해당한다.

- ① 주어진 문항에 답하는 과정에서 글자가 흐릿하거나 애매한 경우
- ② 학생들이 제시한 답에서 그 의도를 정확히 알 수 없는 경우
- ③ 발생한 오류가 다른 오류 유형에 속하지 않을 경우

(9) 시도하지 않은 오류(unattempted errors)

이 오류는 문제에 대한 접근을 시도하지 않았거나 문제해결 능력이 없어 풀이를 전혀 수행하지 못한 것으로, 다음과 같은 경우에 해당한다.

- ① 풀이와 답을 전혀 작성하지 않은 경우
- ② 문제의 내용만을 그대로 작성한 경우



IV. 연구문제 1의 결과 및 분석

1. 문제유형별 수학진단평가 성적

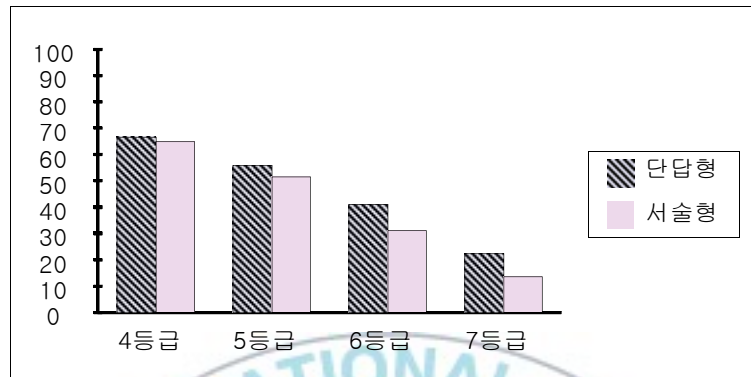
다음의 <표 IV-1>은 연구대상 학생들의 수능고사 등급에 따른 문제유형별 진단평가 평균점수를 나타낸 것이다. 표에서 단답형은 80점 만점, 서술형은 20점 만점으로 평가한 점수이며, ()는 100점 만점으로 환산한 점수이다. 그리고 각 평균점수는 소수 둘째자리에서 반올림하였다.

<표 IV-1> 문제유형별 진단평가 평균점수

수능고사 등급	인원	문제유형별 평균점수		
		단답형	서술형	전체
4	184	53.3(66.6)	13.0(65.0)	66.3
5	219	44.7(55.9)	10.3(51.5)	55.0
6	112	32.9(41.1)	6.2(31.0)	39.1
7	43	17.8(22.3)	2.7(13.5)	20.4
전체	558	43.1(53.9)	9.8(49.0)	52.8

표에 따르면, 단답형과 서술형 문항에 대한 전체 정답률은 각각 53.9%와 49.0%로, 전반적으로 단답형 문항에 대한 정답률이 약간 높게 나타났다. 실제로, 수능고사 4등급의 성적을 얻은 학생들의 정답률은 거의 비슷하였으나, 등급이 낮아질수록 단답형과 서술형의 정답률 격차가 벌어지는 것을 다음의 <그림 IV-1>을 통해서도 알 수 있다. 또한, 수능고사 등급이 낮을수록 진단평가의 단답형과 서술형 문항에 대한 평균점수도 역시 낮음을 알

수 있다. 이는 수능고사 등급과 진단평가의 성적은 집단별로 밀접한 상관관계가 있음을 보여준다.



<그림 IV-1> 수능고사 등급에 따른 단답형과 서술형 정답률

2. 분야별 수학진단평가 성적

<표 IV-2>는 연구대상 학생들의 분야별 진단평가 평균점수를 나타낸 것이다. 표에서 1분야는 행렬과 연립일차행렬식, 수열과 무한급수 및 공간좌표와 벡터 영역으로 42점 만점(서술형 6점 포함), 2분야는 함수의 극한과 연속 및 미분적분학 영역으로 58점 만점(서술형 14점 포함)으로 평가하였으며, ()는 100점 만점으로 환산한 점수이다. 또한, 각 평균점수는 소수 둘째자리에서 반올림하였다.

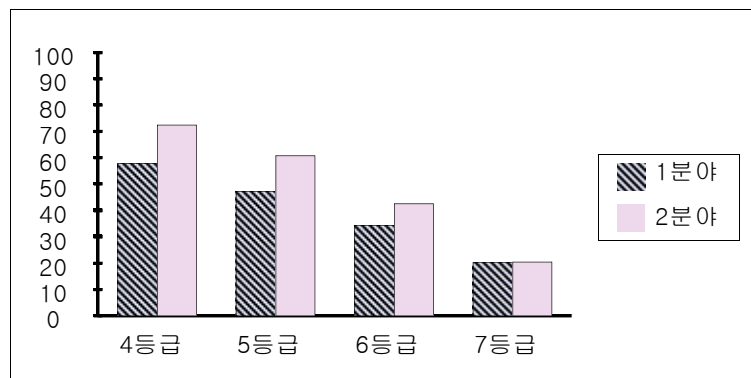
<표 IV-2>에 따르면, 연구대상 학생 전체의 1분야와 2분야의 평균점수 비율은 각각 46.0%와 57.8%로, 2분야의 평균점수 비율이 상대적으로 높게 나타났다. 그리고 수능고사 7등급 학생들은 1분야와 2분야의 평균점수 비

율이 거의 비슷하였으나, 수능고사 등급이 높을수록 진단평가에서 2분야와 1분야의 평균점수 비율의 격차는 더 커짐을 알 수 있다.

<표 IV-2> 분야별 진단평가 평균점수

수능고사 등급	인원	분야별 진단평가 평균점수		
		1분야	2분야	전체
4	184	24.3(57.9)	42.0(72.4)	66.3
5	219	19.8(47.1)	35.2(60.7)	55.0
6	112	14.4(34.3)	24.7(42.6)	39.1
7	43	8.5(20.2)	11.9(20.5)	20.4
전체	558	19.3(46.0)	33.5(57.8)	52.8

다음의 <그림 IV-2>는 수능고사 등급에 따른 분야별 평균점수 비율을 막대그래프로 나타낸 것이다. 그림에서 수능고사 성적의 등급이 낮을수록 1분야와 2분야의 평균점수 비율의 차이가 점차 줄어들고 있음을 알 수 있는데, 이는 수능고사 등급이 높은 학생일수록 2분야에서 취득하는 점수의 비율이 높음을 의미하며, 아울러 1분야의 공간좌표와 벡터 영역에 대한 점수가 상대적으로 낮은 때문으로 판단된다. 그러나 수능고사 7등급 학생들의 평균점수 비율은 차이는 거의 없는 것으로 나타났다.



<그림 IV-2> 수능고사 등급에 따른 분야별 평균점수 비율

다음으로, 수능고사 등급과 진단평가 평균점수간의 상관관계를 알아보기 위하여, 두 변수 간 상관분석을 실시하였다. 이를 위하여 다음과 같이 가설을 설정하였다.

H_0 : 수능고사 등급과 진단평가 평균점수 간에는 상관이 없다.

H_1 : 수능고사 등급과 진단평가 평균점수 간에는 상관이 있다.

다음의 <표 IV-3>은 수능고사 등급과 진단평가 평균점수의 상관관계를 분석한 결과이다.

<표 IV-3> 수능고사와 진단평가의 상관관계 분석

구분	등급	합계
등급 Pearson 상관계수	1	-0.610**
유의수준(양쪽)		0.000
N	558	558
합계 Pearson 상관계수	-0.610**	1
유의수준(양쪽)	0.000	
N	558	558
** 상관이 0.01 수준에서 유의합니다(양쪽).		

<표 IV-3>에서 유의수준이 0.000이므로, 일반적으로 사용하는 신뢰수준 95%일 때의 유의수준인 0.05보다 작아 귀무가설을 기각할 수 있다. 따라서 수능고사 등급과 진단평가 평균점수 간에는 상관이 있는 것으로 나타났다. 또한, 위의 결과에 따르면 상관이 있다고 판단되는 두 변수들 간의 상관계수의 값은 -0.610이었다. 일반적으로, 상관계수 0.610의 수준은 뚜렷한 상관이 있다고 보며, 음의 값이 나왔기 때문에 수능고사 등급과 진단평가 평균점수 간에는 뚜렷한 음의 상관관계가 있다고 해석할 수 있다. 이는 수능고사 등급

에서 숫자가 낮을수록 진단평가 평균점수가 높음을 나타낸다.

결과적으로, 수능고사 등급은 진단평가의 평균점수는 밀접한 상관관계가 있음을 알 수 있다. 이는 P대학에서 시행한 진단평가가 학생들의 학력수준을 평가하기에 적합한 문제들로 출제되었음을 보여준다고 할 수 있다.

3. 입시전형별 수학진단평가 성적

다음의 <표 IV-4>는 진단평가에서 단답형 및 서술형 문항에 대한 입시전형별 평균점수를 나타낸 것으로, 단답형은 80점 만점, 서술형은 20점 만점으로 평가하였다. 수시모집의 기타 전형은 PGNU인재 전형(62명), 농어촌학생 전형(16명), 미래로 전형(12명)과 사회적 배려대상자 전형(8명)을 의미한다. PGNU인재 전형은 학생부와 면접을 전형요소로 하고 있지만, 나머지 수시모집에서는 모두 학생부만을 전형요소로 하고 있다.

표에 따르면, 연구대상 학생 558명 중에서 수시모집 전형으로 합격한 학생들의 수능고사 평균등급은 5.19등급, 정시모집 전형의 평균등급은 4.50등급으로, 정시모집 전형이 수시모집 전형에 비해 수능고사 평균등급이 높게 나타났다. 또한, 정시모집 전형으로 합격한 학생들의 진단평가 전체 평균점수는 64.6점으로, 수시모집 전형 합격자의 전체 평균점수와는 상당히 차이가 있음을 알 수 있다. 따라서 정시모집 전형으로 합격한 학생들이 수시모집 전형으로 합격한 학생들에 비해 수능고사와 진단평가 모두에서 성적이 높게 나타났다.

<표 IV-4> 입시전형별 진단평가 평균점수

모집 시기	전형명	인원	수능고사 평균등급	진단평가 평균점수			전형요소
				단답형	서술형	전체	
수시	학업성적우수자(I)	179	5.07	42.7	9.4	52.2	학생부
	학업성적우수자(II)	144	5.18	39.5	8.8	48.3	학생부 면접
	기타 전형	98	5.45	36.3	8.0	44.3	학생부 (면접)
	소계	421	5.19	40.1	8.9	49.0	
정시	가군	72	4.49	51.7	12.4	64.1	수능성적
	나군	65	4.52	52.6	12.5	65.1	수능성적 학생부
	소계	137	4.50	52.1	12.5	64.6	
합 계		558	5.03	43.1	9.8	52.8	

4. 대학수학능력시험 등급 이탈자

다음 <표 IV-5>는 진단평가 등급에 대한 수능고사 등급 이탈자 현황을 등급별로 나타낸 것이다. 예로, 수능고사 4등급 학생이 184명이므로, 진단평가 상위 184명을 진단평가 4등급으로 구분하였으며, 이에 속하지 못한 수능고사 4등급 학생, 즉 수능고사 4등급 이탈자는 81명임을 뜻한다. 표에 서와 같이 수능고사 4등급 이탈자 비율은 44.0%로 가장 낮았으며, 6등급이 56.3%로 가장 높게 나타났다.

<표 IV-5>에 따르면, 수능고사 4등급이면서 진단평가 5등급인 학생이 70명으로 수능고사 등급 이탈자 중에서 가장 많았으며, 다음으로 수능고사

5등급이면서 진단평가 4등급 69명, 수능고사 6등급이면서 진단평가 5등급 38명 등의 순으로 나타났다. 그리고 수능고사 4등급이면서 진단평가 7등급인 학생은 3명이었고, 수능고사 7등급이면서 진단평가 4등급인 학생은 없었다. 즉, 4등급과 5등급, 5등급과 6등급 사이에서 수능고사 등급 이탈자가 많이 나타났다. 수능고사 등급 이탈의 원인을 알아보기 위하여, 진단평가 답안지를 분석하였다. 특히, 수능고사 4등급이면서 진단평가 7등급인 3명의 학생은 문제풀이를 위한 노력을 제대로 하지 않았는데, 이는 진단평가 시행에 대한 인식부족에 따른 것으로 생각된다.

<표 IV-5> 수능고사 등급 이탈자 현황

수능고사 등급	인원	이탈인원	진단평가 등급별 인원				이탈자비율
			4	5	6	7	
4	184	81	-	70	8	3	44.0
5	219	112	69	-	36	7	51.1
6	112	63	12	38	-	13	56.3
7	43	23	0	4	19	-	53.5
합계	558	279	81	112	63	23	50.0

한편, 진단평가 등급에 대한 수능고사 등급 이탈자는 전체 연구대상 학생의 50.0%인 279명이었다. 다음 <그림 IV-3>은 수능고사 등급과 진단평가 점수 간의 산포도를 나타낸 것으로, 가로로 나열된 직사각형은 오른쪽에서부터 차례로 진단평가 4, 5, 6, 7등급에 해당하는 점수의 구간을 의미한다. 그림에 따르면, 오른쪽 첫 번째 직사각형인 진단평가 4등급 점수 구간에는 수능고사 4등급의 학생도 분포되어 있지만 수능고사 5등급과 6등급에 해당하는 학생들이 상당히 분포되어 있는 것을 알 수 있다. 또한, 진단평가 5등급, 6등급, 7등급 점수 구간에도 진단평가와 동일한 수능고사 등급 이외의

등급에 해당하는 학생들이 많이 분포되어 있음을 알 수 있다. 이는 연구대상 학생 개개인의 수능고사 등급과 진단평가 성적 간에는 상당한 차이가 있음을 보여준다.



<그림 IV-3> 수능고사 등급과 진단평가 점수 간의 산포도

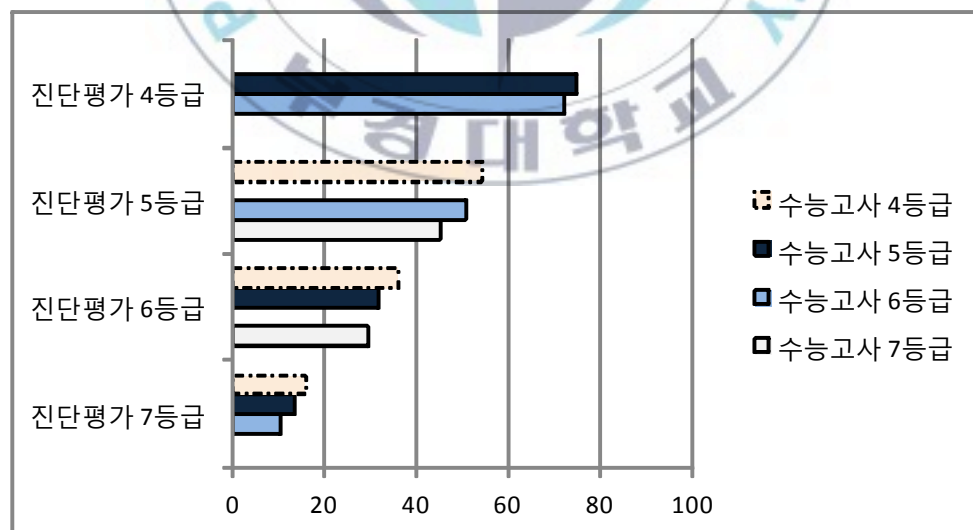
다음 <표 IV-6>은 수능고사 및 진단평가 등급별로 진단평가 평균점수를 6개의 영역별로 나타낸 것이다. 표에서 1영역은 행렬과 연립일차행렬식(12점 만점), 2영역은 수열과 무한급수(12점 만점), 3영역은 공간좌표와 벡터(18점 만점), 4영역은 함수의 극한과 연속(23점 만점), 5영역은 미분법과 활용(23점 만점)을, 그리고 6영역은 적분법과 활용(12점 만점)을 뜻한다. 또한, 평균점수에서 ()는 100점 만점으로 환산한 점수이다. 표에 따르면, 진단평가에서 4영역의 정답률이 70.4%로 가장 높았으며, 3영역의 정답률은 40.0%로 가장 낮게 나타났다.

<표 IV-6> 수능고사 등급에 따른 영역별 평균점수

수능고사 등급	진단평가 등급	인원	영역별 진단평가 평균점수						
			1영역	2영역	3영역	4영역	5영역	6영역	총점
4	4	103	8.9 (74.2)	7.8 (65.0)	12.8 (71.1)	20.8 (90.4)	19.2 (83.5)	8.7 (72.5)	78.2
	5	70	6.5 (54.2)	5.9 (65.0)	6.1 (61.1)	17.4 (90.9)	13.6 (80.4)	4.9 (65.8)	74.8
	6	8	4.5 (37.5)	4.5 (37.5)	5.1 (28.3)	12.4 (53.9)	6.5 (28.3)	3.0 (25.0)	36.0
	7	3	2.7 (22.5)	2.7 (22.5)	4.0 (22.2)	5.3 (23.0)	1.3 (5.7)	0.0 (0.0)	16.0
	소계	184	7.7 (64.2)	6.8 (56.7)	9.8 (54.4)	18.9 (82.2)	16.2 (70.4)	6.9 (57.5)	66.3
5	4	69	8.8 (73.3)	7.8 (65.0)	11.0 (61.1)	20.9 (90.9)	18.5 (80.4)	7.9 (65.8)	74.8
	5	107	6.2 (51.7)	5.9 (49.2)	5.8 (32.2)	17.6 (76.5)	12.5 (54.3)	4.5 (37.5)	52.6
	6	36	4.4 (36.7)	4.2 (35.0)	4.1 (22.8)	12.0 (52.2)	5.4 (23.5)	1.8 (15.0)	31.9
	7	7	4.0 (33.3)	2.9 (24.2)	0.1 (5.6)	5.4 (23.5)	1.1 (4.8)	0.0 (0.0)	13.6
	소계	219	6.7 (55.8)	6.1 (50.8)	7.0 (38.9)	17.3 (75.2)	12.9 (56.1)	5.0 (41.7)	55.0
6	4	12	8.3 (69.2)	6.7 (55.8)	8.8 (48.9)	21.3 (92.6)	18.8 (81.7)	8.3 (69.2)	72.3
	5	38	5.9 (49.2)	6.0 (50.0)	5.7 (31.7)	17.0 (73.9)	11.8 (51.3)	4.6 (38.3)	51.0
	6	49	3.6 (30.0)	4.0 (33.3)	4.2 (23.3)	10.5 (45.7)	5.3 (23.4)	1.7 (14.2)	29.3
	7	13	1.2 (10.0)	2.8 (23.3)	1.8 (10.0)	3.6 (15.7)	0.3 (1.3)	0.6 (5.0)	10.4
	소계	112	4.6 (38.3)	4.8 (40.0)	4.9 (27.2)	13.0 (56.5)	8.3 (36.1)	3.3 (27.5)	38.9
7	4	-	-	-	-	-	-	-	-
	5	4	4.0 (33.3)	6.0 (50.0)	6.5 (36.1)	14.3 (62.2)	10.5 (45.7)	4.0 (33.3)	45.3
	6	19	3.7 (30.8)	4.0 (33.3)	5.5 (30.6)	10.6 (46.1)	4.1 (17.8)	1.9 (15.8)	29.5
	7	20	0.4 (3.3)	1.2 (10.0)	1.2 (6.7)	3.1 (13.5)	0.4 (1.7)	0.6 (5.0)	6.9
	소계	43	2.0 (16.7)	2.9 (24.2)	3.6 (20.0)	7.5 (32.6)	3.0 (13.0)	1.5 (12.5)	20.5
합계		558	6.2 (51.7)	5.8 (48.3)	7.2 (40.0)	16.2 (70.4)	12.3 (53.5)	5.0 (41.7)	52.8

<표 IV-6>에 따르면, 수능고사 4등급이면서 진단평가 4등급인 경우는 4영역과 5영역의 평균점수가 높음을 알 수 있다. 이때, 진단평가 5등급인 경우도 이와 같았으나 진단평가 6등급과 7등급에서는 1영역, 2영역, 4영역의 평균점수가 상대적으로 높은 반면, 5영역의 평균점수는 낮게 나타났다. 결과적으로, 수능고사 등급 이탈자 중에서 높은 등급으로 이탈한 학생은 5영역에서 상대적으로 높은 점수를, 낮은 등급으로 이탈한 학생도 5영역에서 낮은 점수를 취득하였다.

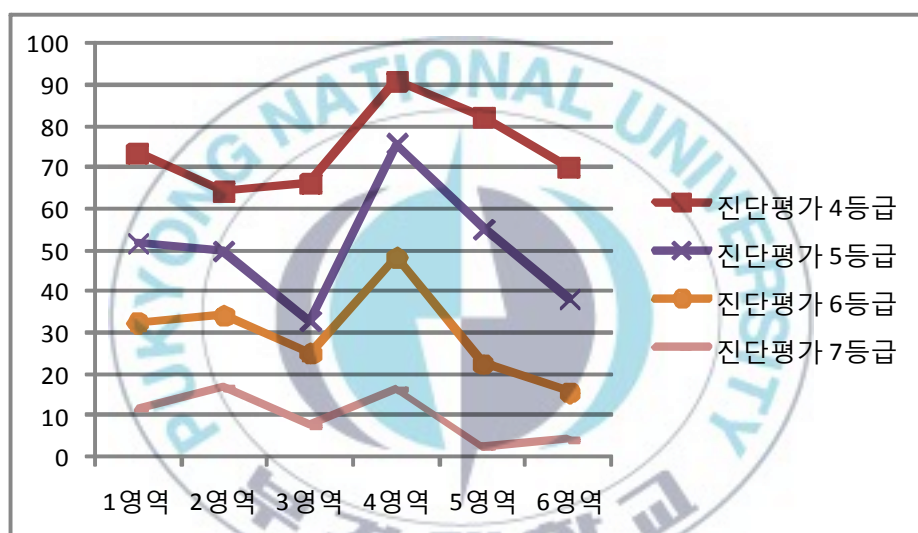
다음으로, 수능고사 등급 이탈자의 경우, 수능고사 등급과 진단평가 간의 관계를 살펴보자. <표 IV-6>에 따르면, 진단평가 4등급에서 수능고사 등급 이탈자의 평균점수는 5등급 74.8점, 6등급 72.3점이었으며, 진단평가 5등급에서 수능고사 등급 이탈자의 평균점수는 4등급 54.3점, 6등급 51.0점, 7등급은 45.3점 등이었다. 즉, 수능고사 등급 이탈자의 경우, 진단평가 동일 등급 내에서는 수능고사 등급이 높을수록 평균점수도 높음을 알 수 있다.



<그림 IV-4> 진단평가 등급에 따른 수능고사 등급 이탈자 평균점수

<그림 IV-4>는 진단평가 등급에 따른 수능고사 등급 이탈자의 진단평가 평균점수를 막대그래프로 나타낸 것이다. 이를 통해, 동일 등급 내에서 수능고사 성적이 4등급에서 7등급으로 낮아질수록 진단평가 평균점수도 점차 낮아짐을 직관적으로 확인할 수 있다.

다음 <그림 IV-5>는 진단평가 등급에 따른 진단평가 영역별 평균점수를 꺾은선 그래프로 나타낸 것이다.



<그림 IV-5> 진단평가 등급에 따른 영역별 평균점수

<그림 IV-5>에 따르면, 4영역, 즉 함수의 극한과 연속에서 높은 점수를 받았으며, 진단평가 각 등급에서 그래프의 개형은 서로 유사하게 나타났다. 또한, 진단평가 4등급 학생들의 정답률은 4, 5, 1, 6, 3, 2영역의 순으로, 진단평가 5등급의 정답률은 4, 5, 1, 2, 6, 3영역의 순으로 나타났다. 즉, 중간 수준인 4, 5등급은 1, 4, 5영역에서 정답률이 높았으며, 2, 3, 6영역에서는 정답률이 상대적으로 낮게 나타났다. 이에 비해, 하급수준 등급에서는 1, 2,

4영역에서 정답률이 높았으며, 3, 5, 6영역에서 정답률이 상대적으로 낮게 나타났다. 결론적으로, 진단평가에서 중급과 하급수준 학생들은 2영역인 수열과 무한급수와 5영역인 미분법과 활용에서 많은 점수 차이를 보이고 있다. 중급수준에서는 5영역 정답률이 높고 2영역 정답률이 낮게 나타났으나, 하급수준에서는 그 반대의 결과가 나타났다. 이는 중급수준 학생들이 다른 영역에 비해 문항 수가 많고 배점이 높은 미분법과 활용 영역의 문제풀이를 잘한 때문으로 판단된다.



V. 연구문제 2의 결과 및 분석

다음의 <표 V-1>은 중급 및 하급수준 학생들의 서술형 A, B, C 3문항에 대한 정답자 및 오답자 수를 나타낸 것이다. 표에서 풀이과정과 답이 모두 옳으면 정답이라 하고, 그 이외는 오답으로 간주하였으며, ()는 소수 둘째자리에서 반올림한 백분율이다.

<표 V-1> 진단평가 서술형 문항의 정·오답 현황

구분	수능고사 등급	A문항		B문항		C문항	
		정답	오답	정답	오답	정답	오답
중급	4, 5	16 (16.0)	84 (84.0)	82 (82.0)	18 (18.0)	18 (18.0)	82 (82.0)
하급	6, 7	4 (4.0)	96 (96.0)	41 (41.0)	59 (59.0)	3 (3.0)	97 (97.0)
전체		20 (10.0)	180 (90.0)	123 (61.5)	77 (38.5)	21 (10.5)	179 (89.5)

서술형 A문항과 C문항은 전체 정답률이 각각 10.0%와 10.5%로 다수의 학생들은 옳은 풀이과정과 답을 제시하지 못하였으나, 서술형 B문항은 정답률이 61.5%로 옳은 풀이과정과 정답을 적은 학생은 그렇지 못한 학생에 비해 많은 것으로 나타났다. 또한, 서술형 A문항은 공간좌표와 벡터, B문항은 함수의 극한과 연속, C문항은 미분법과 활용 영역의 문제임을 감안할 때, 연구대상 학생들은 공간좌표와 벡터, 미분법과 활용에 관한 문제에 비해 함수의 극한과 연속에 관한 문제를 잘 해결하는 것으로 나타났다.

다음의 <그림 V-1>은 중급과 하급수준 학생들의 서술형 문항에 대한 정답률과 오답률을 막대그래프로 나타낸 것이다. 서술형 A문항과 C문항에서는 중급과 하급수준 학생들의 정답률과 오답률의 차이는 작게 나타난 반면, B문항에서는 비교적 크게 나타났다. 따라서 수능고사 등급수준에 따라 정답률과 오답률의 차이가 큰 서술형 B문항은 변별력 있는 좋은 문제로 간주할 수 있다.



<그림 V-1> 등급수준에 따른 서술형 문항별 오답률

연구문제 2의 연구방법 및 도구에서 우리는 진단평가 서술형 문항에 대한 오류 유형을 9가지로 분류하였다. 이제부터, 오류(1)은 오용된 자료, 오류(2)는 잘못 해석된 언어, 오류(3)은 논리적으로 부적절한 추론, 오류(4)는 곡해된 정리 혹은 정의, 오류(5)는 요구되지 않은 해답, 오류(6)은 기술적인 오류, 오류(7)은 풀이과정의 생략, 오류(8)은 애매모호한 오류, 그리고 오류(9)는 시도하지 않은 오류를 의미한다.

이제, 진단평가 서술형 3문항에 대한 연구대상 학생들의 오류 유형에 대해 살펴보자.

1. 서술형 A문항의 오류 유형 분석

서술형 A문항, 즉 “공간상의 점 $P(2,3,2)$ 에서 평면 $\pi: 2x+y+z=3$ 에 내린 수선의 발을 $H(a,b,c)$ 라 할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.”에서는 주어진 평면에 수직인 법선벡터와 수직과 평행에 관한 개념에 대해 연구대상 학생들이 어떤 오류를 범하고 있는지를 알아보는 문제이다.

다음의 <표 V-2>는 중급 및 하급수준 학생들의 서술형 A문항에 대한 오류 유형을 비교하여 나타낸 것이며, ()는 소수 둘째자리에서 반올림한 백분율이다. 전체적으로는 오류 유형 중에서 시도하지 않은 오류가 71.1%로 가장 많았으며, 다음으로는 곡해된 정리 혹은 정의 9.4%, 잘못 해석된 언어 5.0%, 풀이과정의 생략 4.4%의 순으로 나타났다. 다른 문항에 비해 문제나 가정을 기술하지 않는 등 문제에 대한 접근을 하지 않거나 해답을 전혀 기술하지 않은 경우가 많았는데, 이는 학생들이 기하와 벡터 영역에 대해 어려움을 느끼고 있음을 보여준다.

<표 V-2> 서술형 A문항에 대한 오류 유형 분석

구분	수능 고사 등급	오류 유형별 학생 수									합계
		오류 (1)	오류 (2)	오류 (3)	오류 (4)	오류 (5)	오류 (6)	오류 (7)	오류 (8)	오류 (9)	
중급	4, 5	0 (0.0)	4 (4.8)	3 (3.6)	15 (17.9)	3 (3.6)	4 (4.8)	5 (6.0)	1 (1.2)	49 (58.3)	84
하급	6, 7	3 (3.1)	5 (5.2)	0 (0.0)	2 (2.1)	1 (1.0)	1 (1.0)	3 (3.1)	2 (2.1)	79 (82.3)	96
합계		3 (1.7)	9 (5.0)	3 (1.7)	17 (9.4)	4 (2.2)	5 (2.8)	8 (4.4)	3 (1.7)	128 (71.1)	180

중급수준 학생들은 시도하지 않은 오류 58.3%, 곡해된 정리 혹은 정의 17.9%, 풀이과정의 생략 6.0%의 순으로 오류가 발생하였으며, 하급수준 학생들은 시도하지 않은 오류가 82.3%로 월등히 많았으며, 다음은 잘못 해석된 언어 5.2%, 오용된 자료와 풀이과정의 생략이 각각 3.1%의 순으로 오류가 발생하였다. 중급과 하급수준 학생들 모두 시도하지 않은 오류가 제일 많았으나, 시도하지 않은 오류를 제외하고는 중급 학생들은 문제풀이 과정에서 정의, 정리들을 정확히 알지 못하고 사용하는 경우, 풀이과정 없이 답만 맞는 경우가 많았으며 문제를 잘못 사용하는 오류는 발생하지 않았다. 반면에, 하급수준 학생들은 풀이과정을 시작하는 단계에서 오류가 발생한 것을 볼 수 있었으며, 대부분 학생들은 문제에 대해 접근조차 시도하지 않았다.

다음의 <그림 V-2>는 서술형 A문항에 대한 정확한 풀이과정과 옳은 답을 제시한 답안의 예시이다.

평면 π의 법선벡터를 $\vec{n}$라 하면 $\vec{n} = (2, 1, 1)$ $\vec{PH} \parallel \vec{n}$ 이므로 $\vec{PH} = (a-2, b-3, c-2) = m(2, 1, 1)$ 또한 점 H는 평면 π 위의 점이므로 $2a+b+c=3$ $a=2m+2, b=m+3, c=m+2$를 대입하면 $4m+4+m+3+m+2=3 \quad 6m=-6 \therefore m=-1$ $\therefore a=0, b=2, c=1 \quad \therefore a+b+c=3$	평면 π의 법선벡터는 $(2, 1, 1)$이다. $\vec{PH}$의 직선의 방정식은 $\frac{a-2}{2} = \frac{b-3}{1} = \frac{c-2}{1} = t$라 두면 $a=2t+2, b=t+3, c=t+2$이다. 점 H는 평면 π 위의 점이므로 대입하면 $2(2t+2) + t+3 + t+2 = 3$ $4t+4+t+3+t+2=3$ $6t=-6$ $\therefore t=-1$ 이므로, $H(0, 2, 1) \quad \therefore a+b+c=3$이다.
---	--

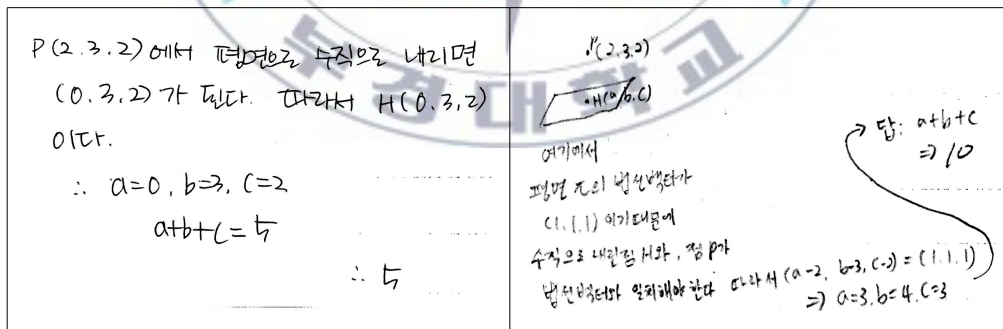
<그림 V-2> 서술형 A문항에 대한 정답의 예

<그림 V-2>의 왼쪽을 작성한 학생은 평면의 법선벡터와 $\vec{PH}$ 의 관계를 평행으로 정확하게 인지하고, 벡터의 평행조건을 이용하여 수선의 발을 구

하였다. 또한, 오른쪽을 작성한 학생은 평면의 법선벡터를 점 H 와 P 를 지나는 직선방정식의 방향벡터로 간주하여 직선의 대칭방정식을 세워 직선의 매개변수 방정식으로 변환하여 수선의 발을 구하였다. 그리고 두 학생은 모두 수선의 발을 구한 다음, 문제가 요구하는 수선의 발의 성분의 합을 정답으로 제시하였다.

가. 서술형 A문항에서 오용된 자료의 예

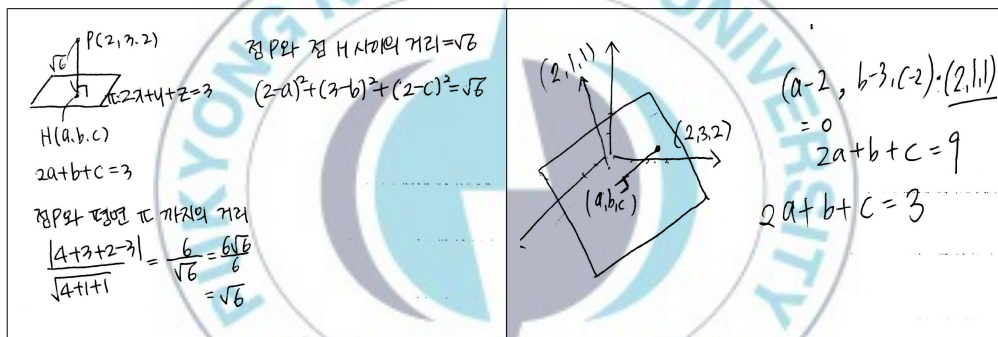
서술형 A문항에 대한 오용된 자료의 오류는 하급수준 학생들에게서만 발생하였다. <그림 V-3>의 왼쪽을 작성한 학생은 문제에 주어진 평면 $\pi: 2x+y+z=3$ 을 무시하고, 문제와 관련이 없는 yz -평면에 내린 수선의 발을 구한 것으로 보인다. 오른쪽과 같이 답한 학생은 문제에서 제시한 평면의 법선벡터 $(2, 1, 1)$ 을 $(1, 1, 1)$ 로 잘못 옮겨 적은 경우이다. 이들은 문제에 주어진 자료와 학생들이 사용하는 자료 사이에서 오류를 범하였다.



<그림 V-3> 서술형 A문항에서 오류(1)의 예

나. 서술형 A문항에서 잘못 해석된 언어의 예

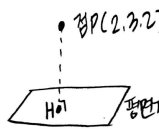
다음의 <그림 V-4>는 서술형 A문항에 대한 오류(2), 즉 잘못 해석된 언어의 경우를 나타낸 것이다. 그림에서 왼쪽을 작성한 학생은 문제에서 요구한 방향과 다르게 점 H 와 점 P 사이의 거리를 이용하여 수선의 발을 구하려고 하였으나, 문제에 주어진 자료로는 거리를 이용하여 더 이상 문제풀이를 전개하는 것은 불가능하다. 오른쪽을 작성한 학생은 평면의 법선 벡터 $(2, 1, 1)$ 를 그래프 상으로 잘못 해석한 것으로 보인다. 따라서 평면의 법선벡터와 $\overrightarrow{HP}$ 와 수직인 관계가 됨에 따라 바람직하지 못한 풀이를 하였다. 잘못 해석된 언어의 경우도 문제가 요구하는 방향과 다르게 해석하기 때문에 오용된 자료에서와 같이 올바른 답을 도출해 낼 수 없다.



<그림 V-4> 서술형 A문항에서 오류(2)의 예

다. 서술형 A문항에서 논리적으로 부적절한 추론의 예

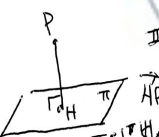
서술형 A문항에 대한 오류(3), 즉 논리적으로 부적절한 추론은 중급수준 학생에게서만 발생하였다. 다음의 <그림 V-5>의 왼쪽을 작성한 학생은 평행하다는 정보에서 부적절한 새로운 정보인 일치하다를 이끌어내었다. 오른쪽을 작성한 학생은 $(a-2, b-3, c-2) = k(2, 1, 1)$ 에서 $k=1$ 이라는 정보가 없음에도 불구하고, $a=4, b=4, c=3$ 을 도출해내는 오류를 범하였다.

 $P(2,3,2)$, 평면의 법선벡터 $= (2,1,1)$ $\rightarrow$ 평면 π의 법선벡터와 $\vec{HP}$는 평행하다 $\therefore$ 평면의 식은 $(2a, 3b, 2c)$ 과 $(2,1,1)$은 일치하다 $2-a=1, 3-b=1, 2-c=1$ $a=1, b=2, c=1 \quad \therefore 4$	$2x+y+z=3 \rightarrow \vec{n} = (2,1,1)$ $P(2,3,2) \quad H(a,b,c)$ $\vec{PH} = k\vec{n} = (2k, k, k)$ $(a-2, b-3, c-2) = k(2,1,1)$ $\therefore a=4, b=4, c=3$ $a+b+c=11$
---	--

<그림 V-5> 서술형 A문항에서 오류(3)의 예

라. 서술형 A문항에서 곡해된 정리 혹은 정의의 예

시도하지 않은 오류를 제외하고 중급수준 학생들에게서 가장 많이 나타난 오류(4), 즉 곡해된 정리 혹은 정의에서는 다음의 <그림 V-6>과 같은 오류가 발생하였다.

 평면 π의 법선벡터와 $\vec{HP}$는 평행하다. $\vec{HP} = (2-a, 3-b, 2-c)$ π의 법선벡터 $= (2,1,1)$ $2-a=2, a=0, 3-b=1, b=2, 2-c=1, c=1$ $\therefore a+b+c = 0+2+1=3$	$2x+y+z=3 \quad (2,1,1)$ 법선벡터 $(2-a, 3-b, 2-c) \cdot (2,1,1) = 0$ 평행 $2(2-a) + (3-b) + (2-c) = 0$ $a=2, b=3, c=2$ $\therefore a+b+c = 7$
--	--

<그림 V-6> 서술형 A문항에서 오류(4)의 예

<그림 V-6>의 왼쪽을 작성한 학생은 두 벡터가 평행하다는 조건을 두 벡터가 같다고 생각하여 문제를 풀이하였다. 이는 두 벡터의 평행조건을 정확히 이해하지 못하여 오류가 발생한 것으로 보인다. 그림의 오른쪽을

작성한 학생은 벡터의 평행조건을 사용해야 하는데, 수직과 관련된 정리인 “두 벡터가 수직이면 내적이 0이다”를 이용하여 문제를 풀이하였다.

마. 서술형 A문항에서 요구되지 않은 해답의 예

서술형 문항 A에서 하급수준 학생에 비해 중급수준에서 많이 나타난 오류(5), 즉 요구되지 않은 해답은 문제의 이해 과정에서 주어진 문제가 요구하는 해답이 무엇인가를 확인하지 않는데서 생길 수 있는 오류로 다음 <그림 V-7>과 같은 경우이다. 그림의 답을 작성한 두 학생은 점 P에서 평면에 내린 수선의 발을 구하기 위하여 직선의 법선벡터와 방향벡터를 이용하여 직선의 대칭방정식을 세워 수선의 발을 구하였다. 그러나 문제에서 요구하는 해답인 수선의 발의 성분들의 합을 구하지 않았다.

평면의 법선벡터 $\vec{n} = (2, 1, 1)$ 직선의 방정식 $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{1} = t$라 둔다. $x-2=2t$ $y-3=t$ $z-2=t$ $(a, b, c) = (2t+2, t+3, t+2)$ $2a+b+c=3$ $\therefore (0, 2, 1)$ $4t+4+t+3+t+2=3$ $6t+6=0$ $t=-1$	평면 π에서의 법선벡터 $\vec{n} = (2, 1, 1)$ 점 P를 지나고 평면 π와 수직인 직선의 방정식은 $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{1} = t$이다. $\therefore H(a, b, c) = (2t+2, t+3, t+2)$ 이 점은 평면 π에 있으므로 $4t+4+t+3+t+2=6t+9=3 \Rightarrow t=-1$ $\therefore H(0, 2, 1)$
--	--

<그림 V-7> 서술형 A문항에서 오류(5)의 예

바. 서술형 A문항에서 기술적인 오류의 예

요구되지 않은 해답과 같이, 하급수준 학생에 비해 상대적으로 중급수준 학생들에게 많이 발생한 오류(6), 즉 기술적인 오류의 예는 다음 <그림 V

-8>과 같다. 그림의 왼쪽을 작성한 학생은 직선의 대칭방정식

$$\frac{x-2}{2} = y-3 = z-2 = k$$

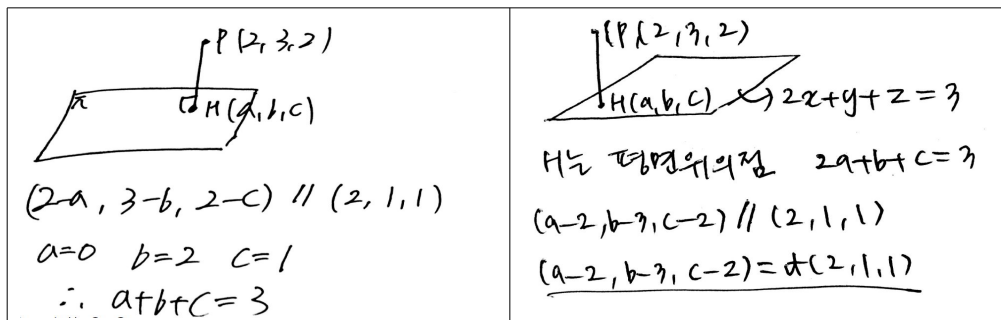
는 잘 세웠지만, 매개변수방정식으로 바꾸는 과정에서 계산 실수를 하였다. 즉, y 와 z 를 구하면서 우변에 있는 k 에 더해야 할 것을 곱함으로써 오류를 범한 것으로 판단된다. 오른쪽 답안에서는 전반적으로 풀이과정은 옳았으나, 계산 실수로 인해 잘못된 식 $2a+b+c = 4k+9$ 를 도출하였다.

평면 π의 법선벡터 $(2, 1, 2)$ PH를 지나는 직선의 방정식은 $\frac{x-2}{2} = y-3 = z-2$ 이다. $\frac{x-2}{2} = y-3 = z-2 = k$ $x=2k+2$ $y=3k$ $z=2k$ $2(2k+2) + 3k + 2k = 3$ $k = -\frac{1}{9}$ $\therefore a = \frac{16}{9}$ $b = -\frac{3}{9}$ $c = -\frac{2}{9}$ $a+b+c = \frac{11}{9}$	$\vec{PH} = (a-2, b-3, c-2)$ 이 벡터가 평면 π의 법선벡터가 되려면 $\vec{PH}$가 평면 π의 법선벡터이므로 $2a+b+c=3$이다. $\vec{PH}$와 $\vec{P} = (2, 1, 1)$가 평행이므로 $a-2=2k$, $b-3=k$, $c-2=k$라 하면 $2a+b+c = 4k+9$, $2a+b+c=3$이므로 $k = -\frac{3}{2}$ 따라서 $a = -1$, $b = \frac{3}{2}$, $c = \frac{1}{2}$ $a+b+c = 1$ 이다.
---	--

<그림 V-8> 서술형 A문항에서 오류(6)의 예

사. 서술형 A문항에서 풀이과정이 생략된 예

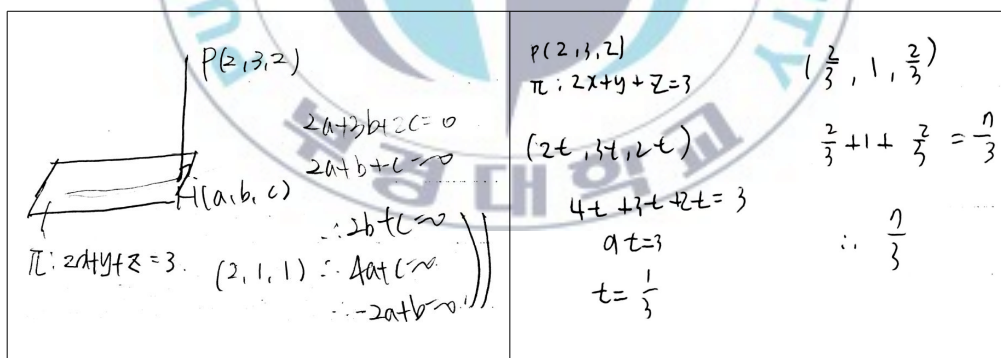
서술형 문항에서는 옳은 답을 작성하였음에도 불구하고, 풀이과정이 정확하게 제시되지 않으면 오답으로 간주하므로 오류(7), 즉 풀이과정이 생략된 오류를 범하지 않도록 주의하여야 한다. 다음 <그림 V-9>의 왼쪽을 작성한 학생은 평면의 법선벡터와 $\vec{PH}$ 와의 평행관계를 제시하고 옳은 답까지 도출하였으나 중간 과정의 풀이 없이 정답만 기술하였다. 오른쪽을 작성한 학생도 평면의 법선벡터와 $\vec{PH}$ 와의 평행관계를 알고 벡터의 평행조건까지 잘 나타내었으나, 다음 단계를 생략하였다.



<그림 V-9> 서술형 A문항에서 오류(7)의 예

아. 서술형 A문항에서 애매모호한 오류의 예

<그림 V-10>은 오류(8), 즉 오류 유형을 판단하기에 애매모호한 경우를 나타낸 것이다. 그림에서 두 학생이 작성한 $2a+3b+c=0$ 과 $(2t, 3t, 2t)$ 은 그 의도를 정확히 파악할 수 없다.

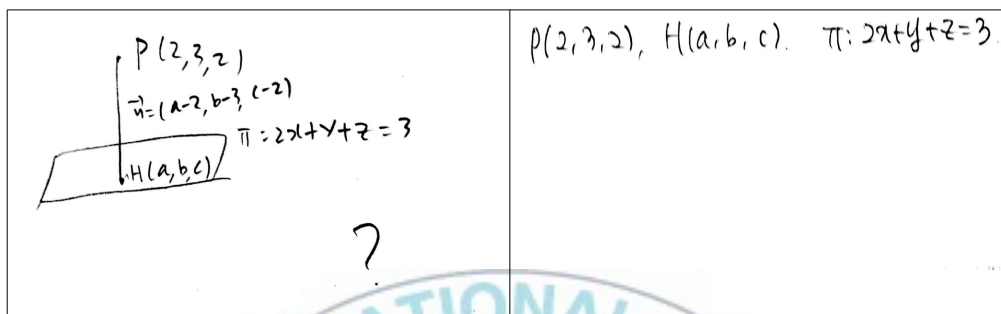


<그림 V-10> 서술형 A문항에서 오류(8)의 예

자. 서술형 A문항에서 시도하지 않은 오류의 예

다음의 <그림 V-11>은 오류(9), 즉 시도하지 않은 오류를 나타내었다.

그림에서 왼쪽을 작성한 학생은 문제의 자료를 활용하여 그래프로 나타내었지만 그 다음 풀이과정을 시도하지 않았으며, 오른쪽을 작성한 학생은 문제만 적고 어떠한 풀이도 시도하지 않은 경우이다.



<그림 V-11> 서술형 A문항에서 오류(9)의 예

2. 서술형 B문항의 오류 유형 분석

서술형 B문항, 즉 “함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax - 4}{x - 2} & (x \neq 2) \\ b & (x = 2) \end{cases}$ 가 $x = 2$ 에서 연속

이 되도록 상수 a, b 를 정할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.”는 함수의 극한과 연속 개념에 대해서 연구대상 학생들이 어떤 오류를 범하고 있는지를 알아보는 문제이다.

다음의 <표 V-3>은 중급과 하급수준 학생들의 오류 유형을 비교하여 나타낸 것이며, ()는 소수 둘째자리에서 반올림한 백분율이다. 표에 따르면, 오류 유형 중에서 시도하지 않은 오류가 46.8%로 가장 많았으며, 다음으로는 곡해된 정리 혹은 정의와 풀이과정의 생략이 각각 10.4%, 오용된

자료와 요구되지 않은 해답이 각각 9.1%의 순으로 발생하였다. 시도하지 않은 오류를 제외하고는 오류의 유형이 골고루 분포되어 있는 편이다. 또한, 중급수준 학생들은 요구되지 않은 해답, 기술적인 오류, 풀이과정의 생략과 시도하지 않은 오류가 모두 22.2%로, 이들 4개의 유형에서 대부분 오류가 나타났다. 반면에, 하급수준 학생들은 시도하지 않은 오류 54.2%, 오용된 자료 11.9%, 곡해된 정리 혹은 정의 10.2%, 풀이과정의 생략 6.8%의 순으로 오류가 발생하였다.

<표 V-3> 서술형 B문항에 대한 오류 유형 분석

구분	수능 고사 등급	오류 유형별 학생 수									합계
		오류 (1)	오류 (2)	오류 (3)	오류 (4)	오류 (5)	오류 (6)	오류 (7)	오류 (8)	오류 (9)	
중급	4, 5	0 (0.0)	0 (0.0)	0 (0.0)	2 (11.1)	4 (22.2)	4 (22.2)	4 (22.2)	0 (0.0)	4 (22.2)	18
하급	6, 7	7 (11.9)	3 (5.1)	2 (3.4)	6 (10.2)	3 (5.1)	1 (1.7)	4 (6.8)	1 (1.7)	32 (54.2)	59
합계		7 (9.1)	3 (3.9)	2 (2.6)	8 (10.4)	7 (9.1)	5 (6.5)	8 (10.4)	1 (1.3)	36 (46.8)	77

중급수준 학생들은 문제의 이해과정에서 오류가 발생하는 오용된 자료와 잘못 해석된 언어는 전혀 나타나지 않았고 문제가 요구한 해답을 적지 않거나 풀이과정 없이 정답만 기술하거나 계산상의 실수를 하는 등의 오류가 발생한 것으로 보아 문제풀이 전개 과정에서 일어날 수 있는 작은 실수도 지나치지 않도록 철저하게 지도하여야 할 것이다. 그리고 하급수준 학생들은 시도하지 않은 오류를 제외하고는 문제에서 주어진 정보를 잘못 사용하거나 정의, 정리를 정확히 이해하지 못해 발생하는 오류가 많으므로, 문제에서 얻을 수 있는 정보를 알 수 있도록 개념을 지도해야 하며 정의와 정

리를 정확하게 이해할 수 있도록 도와주어야 할 것이다.

다음의 <그림 V-12>는 서술형 B문항에서 정확한 풀이과정과 정답을 제시한 답안의 예시이다. 답안을 작성한 두 학생은 함수의 연속을 정확하게 이해하고, 연속의 정의 조건과 극한의 정리 등을 사용하여 a, b 를 구하였다. 그리고 문제에서 요구한 $a+b$ 의 값을 해답으로 적었다.

$x=2$에서 연속이 되려면 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \text{ 이므로 } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+ax-4}{x-2} = b \text{ 이다.}$ 이때 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+ax-4}{x-2}$ 는 $x \rightarrow 2$일때, 분자 $\rightarrow 0$ 이므로 분자 $\rightarrow 0$ 이다. $4+2a-4=0 \text{ 이므로 } a=0.$ 즉 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} x+2 = 4=b$ ∴ $a=0$ 이고 $b=4$이다. 그러면 $a+b=4$.	$x=2$에서 연속이 되기 위해서는 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+ax-4}{x-2} = f(2)$ 여야 한다 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+ax-4}{x-2} \Rightarrow \text{분자가 } 0 \therefore \text{분자도 } 0 \text{ 이어야}$ 하므로 $4+2a-4=0$ $\therefore a=0$ 이다. $f(2)=b$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (x+2) (\because a=0) = 4 \text{ 이므로 } b=4 \text{ 이다.}$ $\therefore a+b=0+4=4$
---	--

<그림 V-12> 서술형 B문항에 대한 정답의 예

가. 서술형 B문항에서 오용된 자료의 예

다음의 <그림 V-13>은 서술형 B문항에서의 오류(1), 즉 오용된 자료의 예를 나타낸 것이다. 왼쪽을 작성한 학생은 연속에 대한 정의는 정확하게 이해하고 있으나, 좌극한과 우극한이 1이라는 잘못된 정보를 이용하여 문제를 풀이하였으며, 오른쪽을 작성한 학생은 극한값을 나타낼 때, 문제에서 주어진 함수 $f(x)$ 의 부호를 잘못 옮겨 적어 오류를 범한 경우이다.

함수 $f(x)$가 $x=2$에서 연속이라면 $x=2$일 때의 함수값 $f(2)$이 존재해야 하며 $x=2$에서의 좌극한, 우극한이 그 함수값과 같아야 한다. $f(2)=b$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)=1=\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ $a=0, b=1 \therefore a+b=1$	연속의 조건에서 ① 함수값 존재, ② 좌극한 존재, ③ 우극한 존재 이므로 ① $f(2)=b$, ② $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{a(x-4)}{x-2}$가 존재해야 한다. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{a(x-4)}{x-2}$ 분모가 0이므로 분자에 2를 대입한 값이 0이어야 한다. 따라서 $4-2a-4=0$ $\therefore 2a=0 \therefore a=0$ 극한값이 0이므로 함수값인 b도 0이다. (함수값=극한값 이므로) $\boxed{a=0}$
--	---

<그림 V-13> 서술형 B문항에서 오류(1)의 예

나. 서술형 B문항에서 잘못 해석된 언어의 예

다음 <그림 V-14>는 서술형 B문항에 대해 오류(1)과 같이, 하급학생에 서만 나타난 오류(2), 즉 잘못 해석된 언어의 예를 나타낸 것이다.

함수 $f(x)$가 0일 때의 값은 2, 1일 때의 값은 3-a, 2일 때의 값은 b, 3일 때의 값은 5+3a이다. 이에 모든 값이 연속되어야 하기 때문에 $a=0, b=4$가 되어 2, 3, 4, 5의 연속된 값은 갖는다. 따라서 $a+b=4$이다.	$f(2)=b$ $f'(2)=0$ $\lim_{x \rightarrow 2} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+a}{1} = 0$ $4+a=0 \Rightarrow a=-4$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4x-4}{x-2} = b$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-4}{1} = b \quad 4-4=0$ $a+b=-4$
--	--

<그림 V-14> 서술형 B문항에서 오류(2)의 예

<그림 V-14>의 왼쪽을 작성한 학생은 연속을 1, 2, 3, 4, ...와 같은 것으로 문제의 의도를 잘못 해석하여 $f(0), f(1), f(2), f(3)$ 가 각각 연속하는 2, 3, 4, 5의 값을 이용하여 문제를 잘못 풀이하였다. 오른쪽을 작성한 학생은 문제에서 의도하는 연속의 정의를 이용하지 않고 $f(2)=b$ 에서

$f'(2)=0$ 을 유도하여 문제풀이를 잘못된 것으로 판단된다.

다. 서술형 B문항에서 논리적으로 부적절한 추론의 예

다음의 <그림 V-15>는 오류(3), 즉 논리적으로 부적절한 추론의 예를 나타낸 것으로, 이는 하급수준 학생들에서만 발생하였다. 그림의 왼쪽 답안을 작성한 학생은 $x=2$ 일 때, $(x^2+ax-4)/(x-2)=b$ 라는 잘못 유도된 정보에서 $b=0$ 이라는 잘못된 값을 구하였고, 오른쪽 답안을 작성한 학생은 $(x^2-4)/(x-2)$ 에 0을 대입하는 잘못된 풀이를 하고 있다.

$x=2$ 일 때 $\frac{x^2+ax-4}{x-2} = b$ 이므로 $b=0$ $f(2)$ 일 때 $2x+a=0$ 이므로 $a=-4$ $a+b=-4$	분자가 0이 되는 2를 분자에 대입했을 때 $\frac{0}{0}$ 꼴이 되어야 하므로 $4+2a-4=0$ 이므로 $a=0$ 이 된다. $x=2$ 일 때와 $x=2$ 일 때 같아야 하므로 $\frac{x^2-4}{x-2}$ 에 2가 아닌 0을 대입해 보면 $\frac{-4}{-1}$ 가 되므로 2가 된다. 그러므로 $b=2$ 가 되므로 답은 $0+2=2$ 가 된다.
--	--

<그림 V-15> 서술형 B문항에서 오류(3)의 예

라. 서술형 B문항에서 곡해된 정리 혹은 정의의 예

다음의 <그림 V-16>은 서술형 B문항에 대한 오류(4), 즉 곡해된 정리 혹은 정의의 예를 나타낸 것이다. 이는 중급수준 학생들에 비해 하급수준 학생에서 많이 발생하였다. 그림의 답안을 작성한 두 학생 모두 연속의 정의를 정확히 이해하지 못해 오류를 범하였다. $x=2$ 에서의 연속의 정의를 왼쪽 답안을 작성한 학생은 $x \neq 2$ 일 때와 $x=2$ 일 때의 미분한 값이 같다

는 의미로, 오른쪽을 작성한 학생은 $x \neq 2$ 일 때와 $x = 2$ 일 때의 함수값이 같다는 의미로 잘못 이해하여 오류가 발생한 경우이다.

$x=2$ 에서 연속이 되려면 $x \neq 2$ 일때와 $x=2$ 일때 미분값이 서로 같아야 한다. $f'(x) = \begin{cases} \frac{-(x^2+4x+2a)}{(x-2)^2} & (x \neq 2) \\ 0 & (x = 2) \end{cases}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+4x-4}{x-2} = 4+a$ $a+4=b$ $a-b=-4$ $x^2+4x+2a=0$ $a=2, b=6$ $a+b=8$	$x=2$ 에서 연속이려면, $\frac{x^2+4x-4}{x-2}$ 의 값이 $x=2$ 에서 같아야 한다. $\therefore b=0$ (극한값) $f'(x)$ 에서의 $x=2$ 에서 같아야 한다. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+4x-(2+a)(x-2)}{(x-2)^2} = 0 = \frac{x^2+4x-2a}{(x-2)^2} = 0 \therefore a=0$ $\therefore a+b=0$
--	--

<그림 V-16> 서술형 B문항에서 오류(4)의 예

마. 서술형 B문항에서 요구되지 않은 해답의 예

다음의 <그림 V-17>은 오류(5), 즉 요구되지 않은 해답의 예를 나타낸 것이다.

$x=2$ 에서 연속이려면 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} f'(x)$ 여야 한다. 따라서 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = b$ 여야 하므로 $4+2a-4=0$ $a=0$ 이다. (분자가 0 이므로 분모도 0 이) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x-2)}{x-2} = 4=b$ $\therefore a=0, b=4$	$f(x)$ 가 $x=2$ 에서 연속이려면 $\frac{x^2+4x-4}{x-2}$ 는 $x=2$ 에서 값을 가지어야 하므로 $x=2$ 를 넣으면 $\frac{4+8-4}{2-2} = \frac{8}{0}$ 꼴이 나와야 하므로 $a=0$ 이다 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = x+2 & (x \neq 2) \\ b & (x = 2) \end{cases}$ $x=2$ 에서 연속이 되므로 $2+2=b$ $\therefore a=0, b=4$
---	--

<그림 V-17> 서술형 B문항에서 오류(5)의 예

<그림 V-17>의 답안을 작성한 두 학생은 연속의 정의를 이용하여 단계별로 옳은 풀이를 하여 a, b 를 구하였으나, 문제가 요구하는 $a+b$ 는 구하

지 않았다. 이러한 오류를 보이는 학생들에게는 문제를 끝까지 읽거나 정확하게 살펴보는 습관을 기르도록 지도해야 할 것이다.

바. 서술형 B문항에서 기술적인 오류의 예

서술형 B문항에 대한 오류(6), 즉 기술적인 오류의 예는 다음의 <그림 V-18>에서와 같다. 이는 하급수준 학생에 비해 상대적으로 중급수준 학생에서 많이 발생하였다.

$f(x) \text{가 } x=2 \text{에서 연속이 되려면 } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+ax-4}{x-2} = b$ $x^2+ax-4 \text{의 식은 } (x-2) \text{의 인수를 가지고 있으므로}$ $4+2a-4=0 \therefore a=2$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x-2)}{x-2} = 4 = b \therefore b=4$ $\therefore a+b=6$	$i) \frac{x^2+ax-4}{x-2} \text{에서 } x=2 \text{로 갈 때 분모 } x-2=0 \text{이 되므로}$ $4+2a-4=0 \therefore a=0$ $ii) \frac{x^2-4}{x-2} = \frac{(x+2)(x-2)}{x-2} = x+2 = 4$ $\therefore b=4$ $\therefore a+b=4$
--	---

<그림 V-18> 서술형 B문항에서 오류(6)의 예

<그림 V-18>의 왼쪽 답안을 작성한 학생은 풀이과정은 대체로 옳으나 $4+2a-4=0$ 에서 a 를 구할 때 계산 실수를 하였다. 이와 같이, 계산에서 실수를 하면 그 다음 단계의 풀이과정은 모두 틀리게 되기 때문에 문제풀이 과정에서 특별히 유의하여야 한다. 오른쪽을 작성한 학생은 극한값을 다루면서 $\lim_{x \rightarrow 2}$ 의 표현을 생략하였다. 수학적 표현이 누락되면 다른 의미가 되므로, 학생들에게 수학적 표현과 기호를 사용하는 습관을 기르도록 지도하여야 할 것이다.

사. 서술형 B문항에서 풀이과정이 생략된 예

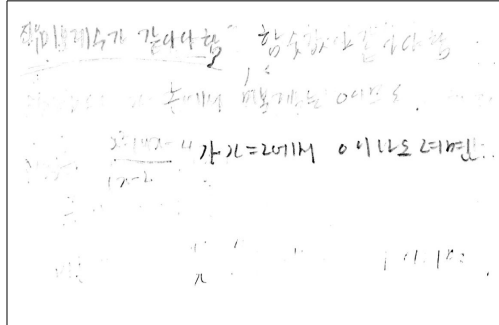
다음의 <그림 V-19>는 오류(7), 즉 풀이과정이 생략된 예를 나타낸 것이다. 이는 중급과 하급수준 학생들에게서 골고루 나타났다. 그림의 왼쪽 답안을 작성한 학생은 연속의 정의를 정확하게 서술하였고, 풀이과정이 올바르게 정답까지 제시하였지만, 각 단계에서는 많은 부분이 생략되었다. 오른쪽을 작성한 학생은 연속의 정의를 인지하고 있으므로, 풀이과정이 서술되어 있는 부분까지는 옳으나 다음 단계로 풀이를 전개하지 못하였다.

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax - 4}{x - 2} = b \text{ 이라 하면}$ $\therefore a = 0$ $b = 4$ $\therefore a + b = 4$	$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x + a}{1} = 4 + a, \quad x=2 \text{ 에서}$ $\text{연속이므로 } 4 + a = b$
---	---

<그림 V-19> 서술형 B문항에서 오류(7)의 예

아. 서술형 B문항에서 애매모호한 오류의 예

<그림 V-20>은 오류 유형이 애매하여 연구자가 정확히 식별하기 어려운 오류(8)의 예를 나타낸 것이다. 그림은 문제를 풀이하는 과정에서 지우개로 지웠다가 다시 쓰는 것을 반복함으로써, 글자가 흐릿하여 그 내용을 정확히 알아볼 수 없는 경우이다.



<그림 V-20> 서술형 B문항에서 오류(8)의 예

자. 서술형 B문항에서 시도하지 않은 오류의 예

서술형 B문항에서는 다른 문항에 비해 문제풀이에 대한 접근이 많은 편이었다. 다음의 <그림 V-21>을 작성한 학생은 문제해결 능력이 없어 문제만 적고 더 이상의 풀이를 전개하지 못하고 옳지 못한 답만 제시하여 오류(9), 즉 시도하지 않은 오류를 범한 경우를 나타낸 것이다.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax - 4}{x - 2} & (x \neq 2) \\ b & (x = 2) \end{cases}$$

∴ 2

<그림 V-21> 서술형 B문항에서 오류(9)의 예

3. 서술형 C문항의 오류 유형 분석

서술형 C문항, 즉 “함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx+1$ 이 $x=3$ 에서 극솟값 1을 가질 때, 구간 $[-1,3]$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값을 구하여라.”는 함수의 극대·극소와 미분법에 대해 연구대상 학생들이 어떤 오류를 범하고 있는지를 알아보는 문제이다.

<표 V-4> 서술형 C문항에 대한 오류 유형 분석

구분	수능 고사 등급	오류 유형별 학생 수									합계
		오류 (1)	오류 (2)	오류 (3)	오류 (4)	오류 (5)	오류 (6)	오류 (7)	오류 (8)	오류 (9)	
중급	4, 5	0 (0.0)	0 (0.0)	4 (4.9)	9 (11.0)	37 (45.1)	13 (15.9)	3 (3.7)	2 (2.4)	14 (17.1)	82
하급	6, 7	2 (2.1)	4 (4.1)	4 (4.1)	14 (14.4)	11 (11.3)	4 (4.1)	5 (5.2)	0 (0.0)	53 (54.6)	97
합계		2 (1.1)	4 (2.2)	8 (4.5)	23 (12.8)	48 (26.8)	17 (9.5)	8 (4.5)	2 (1.1)	67 (37.4)	179

<표 V-4>는 중급 및 하급수준 학생들의 오류 유형을 비교하여 나타낸 것이며, ()는 소수 둘째자리에서 반올림한 백분율이다. 전체적으로는 오류 유형 중 시도하지 않은 오류가 37.4%로 가장 많았으며, 그 다음으로는 요구되지 않은 해답 26.8%, 곡해된 정리 혹은 정의 12.8%, 기술적인 오류 9.5%의 순으로 발생하였다. B문항은 다른 문항과 비교하여 시도하지 않은 오류가 높은 오답률에 비해 작게 나타났으며, 특히, 요구되지 않은 해답의 오류를 많이 범한 것으로 보인다. 표에 따르면, 중급수준 학생들은 요구되지 않은 해답 45.1%, 시도하지 않은 오류 17.1%, 기술적인 오류 15.9%, 곡해된 정리 혹은 정의 11.0%의 순으로 오류가 발생하였다. 또한, 하급 학생

들은 시도하지 않은 오류 54.6%, 곡해된 정리 혹은 정의 14.4%, 요구되지 않은 해답 11.3%, 풀이과정의 생략 5.2%의 순으로 오류가 발생하였다. 중급수준 학생들은 문제의 이해과정에서 오류가 발생하는 오용된 자료와 잘못 해석된 언어는 전혀 나타나지 않았고 문제가 요구한 해답을 적지 않거나 계산상의 실수를 하는 등의 오류가 발생한 것으로 보아 풀이 전개 과정 일어날 수 있는 세세한 실수들이나 지나칠 수 있는 것들을 철저히 지도해야 할 것이다. 하급 학생들은 문제에 접근하지 못하고 문제를 풀기 위해 필요한 정의, 정리들을 인지하고 있지 않는다. 이에 따라, 문제에 필요한 정의, 정리를 설명한 후, 문제를 어떻게 풀어나가는지에 대한 자세한 지도가 필요하다.

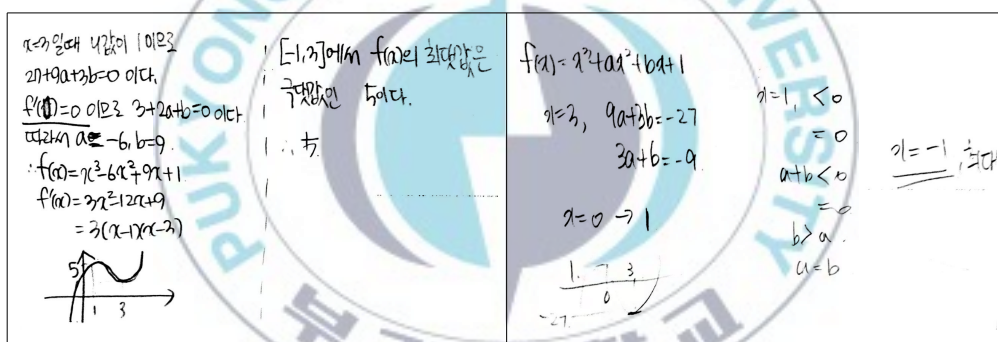
다음의 <그림 V-22>는 서술형 C문항에 대해 정확한 풀이과정과 옳은 답을 제시한 경우이다. 답안을 작성한 두 학생은 다항함수의 미분법과 함수의 극대·극소에 대해 잘 이해하고 있어서, 극값판정조건을 이용하여 a, b 의 값을 구하였다. 그리고 주어진 구간에서 $f(x)$ 의 최댓값을 구하기 위해 극대·극소를 이용하였으며, 구간의 양끝에서의 함수값을 구하여 문제에서 요구하는 해답을 도출하였다.

$x=3$에서 극값을 가하므로 $f'(3)=21+9a+3b+1=0$ $9a+3b=-22$ $3a+b=-9$ ① $f'(x)=3x^2+2ax+b$ $f'(3)=21+6a+b=0$ $6a+b=-21$ ② ①, ②에 의해 $a=-6, b=9$ $f'(x)=3x^2-12x+9$ $=3(x^2-4x+3)$ $=3(x-3)(x-1)$	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>...</td> <td>1</td> <td>...</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td></td> <td></td> <td>0</td> <td></td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td></td> <td>-</td> <td></td> <td>+</td> </tr> </table> $\therefore$ 최댓값 5 $f(x)=3x^3+20x^2+b$ 이다. $x=3$에서 극값을 갖는 것은 $f'(3)=0, f(3)=1$을 뜻한다. 따라서, 대입하면 $0=21+6a+b,$ $1=21+9a+3b+1$ 이다. $\therefore a=-6, b=9$ $f(x)=3x^3-6x^2+9x+1$ 이다. $f'(x)=3x^2-12x+9$ 양변 극값을 구하면 $x=1$에서 극값을 갖는다 최댓값 판정을 위해 $f(-1)=-16, f(3)=1$ 이므로 최댓값은 5이다	x	-1	...	1	...	3	$f(x)$			0		0	$f'(x)$	+		-		+
x	-1	...	1	...	3														
$f(x)$			0		0														
$f'(x)$	+		-		+														

<그림 V-22> 서술형 C문항에 대한 정답의 예

가. 서술형 C문항에서 오용된 자료의 예

서술형 C문항에서는 하급수준 학생들만 오류(1)인 오용된 자료의 오류를 범하였다. 다음의 <그림 V-23>에서 왼쪽 답안을 작성한 학생은 문제에 주어진 정보로는 얻을 수 없는 $f'(1)=0$ 을 사용하여 문제를 풀이하였다. $f'(x)$ 가 우연히 $(x-1)$ 을 인수로 가져 다음 단계의 풀이과정이 올바르게 진행되었으나, 얻을 수 없는 정보를 마음대로 사용하여 문제를 풀이하면 당연히 오류를 범하게 된다. 오른쪽을 작성한 학생은 문제에 주어진 $x=3$ 에서 극솟값 1을 갖는다는 조건을 무시하고 주어지지 않은 자료를 임의로 추가하여 문제를 풀이한 것으로 보인다.

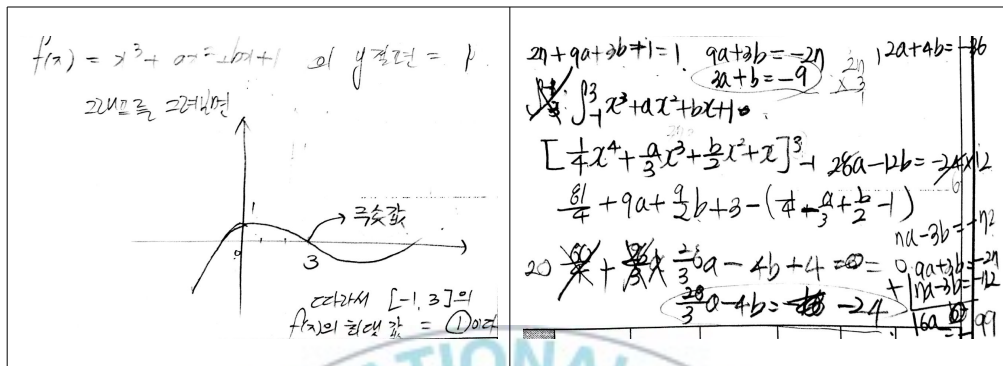


<그림 V-23> 서술형 C문항에서 오류(1)의 예

나. 서술형 C문항에서 잘못 해석된 언어의 예

다음의 <그림 V-24>는 서술형 C문항에 대한 오류(2), 즉 잘못 해석된 언어의 예를 나타낸 것이며, 이 오류는 오류(1)과 같이 하급수준 학생에서만 발생하였다. 그림의 왼쪽 답안을 작성한 학생은 문제에서 주어진 $x=3$ 에서 극솟값 1을 가진다는 조건을 잘못 해석하고, 그래프로 나타내어 문제

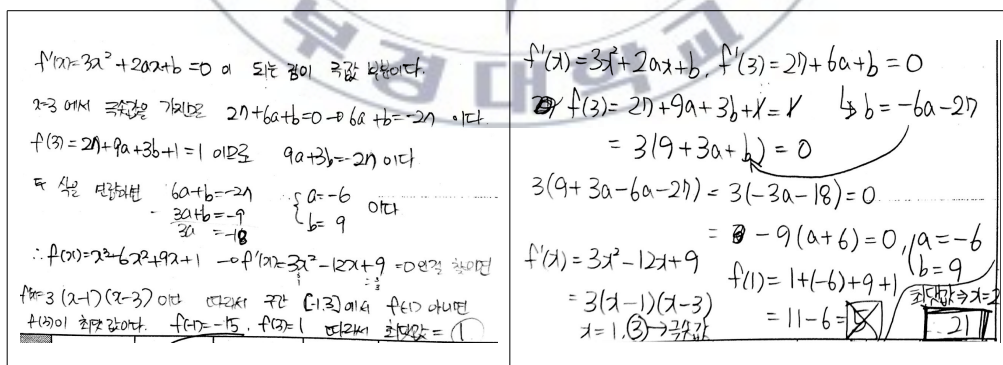
를 풀이하려고 하였다. 오른쪽 답안을 작성한 학생은 문제의 의도를 잘못 해석하여 적분개념을 이용하여 문제를 풀이한 것으로 판단된다.



<그림 V-24> 서술형 C문항에서 오류(2)의 예

다. 서술형 C문항에서 논리적으로 부적절한 추론의 예

다음 <그림 V-25>는 서술형 C문항에 대한 오류(3), 즉 논리적으로 부적절한 추론의 경우를 나타낸 것이다.



<그림 V-25> 서술형 C문항에서 오류(3)의 예

<그림 V-25>의 왼쪽 답안을 작성한 학생은 $f'(x) = 3(x-1)(x-3)$ 으로

부터 $x=1$ 또는 $x=3$ 에서 극값을 가질 수 있음에도 불구하고, 이와는 연
관되지 않는 최댓값이 $f(-1)$ 또는 $f(3)$ 이라는 부적절한 추론을 이끌어내
는 오류를 범하였다. 오른쪽을 작성한 학생은 앞서 추론된 정보들을 이용
하여 $x=2$ 에서 최댓값을 갖는다고 하였는데, 이 학생은 앞의 정보들을 확
대해석하여 부적절한 추론을 한 것으로 판단된다.

라. 서술형 C문항에서 극해된 정리 혹은 정의의 예

다음의 <그림 V-26>은 서술형 C문항에 대한 오류(4), 즉 극해된 정리
혹은 정의의 예를 나타낸 것이다. 이는 중급수준 학생에 비해 상대적으로
하급수준 학생에게 많이 나타났다. 왼쪽을 작성한 학생은 함수 $y=f(x)$ 가
 $x=a$ 에서 미분가능일 때, $x=a$ 에서 극대 또는 극소이면 $f'(a)=0$ 임을 제
대로 이해하지 못하여 오류를 범하였다, 즉, $x=3$ 에서 극솟값 1을 갖는다는
조건을 $f'(3)=1$ 로 잘못 적용하였다. 오른쪽을 작성한 학생은 임계점과
변곡점의 정의를 정확하게 이해하지 못하고 문제를 풀이하였다.

$f(x)=x^3+ax^2+bx+1$ 이 $x=3$ 에서 극솟값을 가지기 때문에 $f'(x)=3x^2+2ax+b$ 이 $x=3$ 에서 0 이다. 이것을 전개하면 $3x^2-18x+28=f'(x)$ 이므로 $a=-9$ $b=28$ 이다. $f(x)=x^3-9x^2+28x+1$ 이것은 증가 함수이므로 $f(3)$ 일때 최댓값이고 $f(3)=27-81+84+1=31$	$x=3$ 일때 극솟값이 1 이므로 $x=3$ 은 변곡점이다. $f'(3)=1, f''(3)=0$ $\therefore a=-9, b=28$ $\therefore f(x)=x^3-9x^2+28x+1$ 최댓값: 31
--	---

<그림 V-26> 서술형 C문항에서 오류(4)의 예

마. 서술형 C문항에서 요구되지 않은 해답의 예

다음의 <그림 V-27>은 서술형 C문항에서 많이 발생한 오류(5), 즉 요구되지 않은 해답의 예를 나타낸 것이다. 그림에 답을 작성한 두 학생은 모두 극값의 조건과 미분법을 이용하여 a 와 b 를 구하였는데, 구간 $[-1, 3]$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값을 구한 것처럼 보이거나 구간 양 끝에 대한 함숫값을 구하지 않았다. 즉, 최댓값이 맞는지 확인하지 않아 문제에서 요구한 해답을 정확하게 도출하지 못한 것으로 보인다.

$f(3) = 27 + 9a + 3b + 1 = 1$ $9a + 3b = -27$ $i) 3a + b = -9$ $f(x) = 3x^2 + 2ax + b$ $f'(x) = 27 + 6a + b = 0$ $ii) 6a + b = -27$ $f(x) = 3x^2 - 4x + 3 = 0$ $\lambda = 1$ 에서 극대 $x = 3$ 에서 극소 $\therefore a = -6, b = 9$ $\therefore f(1) = 5$	$f(x)$ 을 미분하면 $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ $f'(3) = 0$ 이므로 $f'(3) = 27 + 6a + b = 0 \dots \textcircled{1}$ $f(3) = 1$ 이므로 $27 + 9a + 3b + 1 = 9a + 3b + 28 = 1 \dots \textcircled{2}$ $\therefore \textcircled{1}$ 과 $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $\begin{cases} 6a + b = -27 \\ 9a + 3b = -27 \end{cases} \therefore a = -6, b = 9$ $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$ $\therefore x = 1$ 에서 극대값을 가지므로 구간 $[-1, 3]$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값은 $f(1) = 1 - 6 + 9 + 1 = 5$
--	--

<그림 V-27> 서술형 C문항에서 오류(5)의 예

바. 서술형 C문항에서 기술적인 오류의 예

기술적인 오류 발생을 방지하기 위해서는 문제 풀이과정에서 실수하지 않도록 치밀한 지도가 요청된다. <그림 V-28>은 서술형 C문항에 대한 오류(6)의 예를 나타낸 것이다. 그림의 왼쪽 답안을 작성한 학생은 극소의 조건을 이용하여 연립방정식을 정확히 세웠지만, 연립방정식의 해를 구하는 과정에서 계산상의 실수로 a 와 b 의 값을 잘못 구하였다. 오른쪽을 작성한 학생도 극소의 개념과 관련 정리를 이용하여 식 $f'(x) = 27 + 6a + b = 0$ 을 연

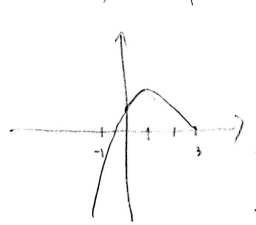
었으나, 기재한 b 를 3으로 보고 계산하여 오류가 발생한 것으로 보인다.

$y = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 를 미분하면 $y' = 3x^2 + 2ax + b$ 이고 $x=3$ 에서 극값을 가지므로 $y'(3) = 27 + 6a + b = 0$ 이고 $y(3) = 27 + 9a + 3b + 1 = 1$ 이다 $\begin{cases} 6a + b = -27 \\ 9a + 3b = -27 \end{cases}$ 연립하면 $a = 0, b = -27$ 이다. $y = x^3 - 27x + 1, y' = 3x^2 - 27 = 3(x+3)(x-3)$ 이므로 구간 $[-1, 3]$ 에서, 최댓값은 $x = -1$ 일 때 27이다.	$f(3) = 1, f'(3) = 0$ $f(x) = 3x^2 + ax + b$ $f(x) = x^3 - bx^2 + bx + 1$ $f'(x) = 3x^2 - (b)x + b$ $f'(3) = 3(3)^2 - (b)(3) + b = 0$ $27 - 3b + b = 0$ $27 - 2b = 0$ $3b = 27$ $b = 9$
--	---

<그림 V-28> 서술형 C문항에서 오류(6)의 예

사. 서술형 C문항에서 풀이과정이 생략된 예

다음의 <그림 V-29>는 오류(7), 즉 풀이과정이 생략된 예를 나타낸 것이다. 그림의 왼쪽을 작성한 학생은 극값의 개념과 미분법을 이용하여 식은 제대로 세웠으나, 다음 단계로 더 이상 나아가지 못하였다. 오른쪽을 작성한 학생은 a 와 b 를 구하는 과정이 생략되었으며, 최댓값이 5라는 답만 제시하였다.

$\begin{aligned} f'(x) &= 3x^2 + 2ax + b \\ f'(3) &= 27 + 6a + b = 0 \\ f(3) &= 27 + 9a + 3b + 1 = 1 \\ &= 27 + 9a + 3b = 0 \\ \therefore 6a + b &= -27 \\ \therefore 3a &= -27 \end{aligned}$	$a = -9, b = 9$  $x = 1$ 일 때 3.24 $\therefore [-1, 3]$ 에서 $f(x)$ 의 $\text{Max} = 5$
--	---

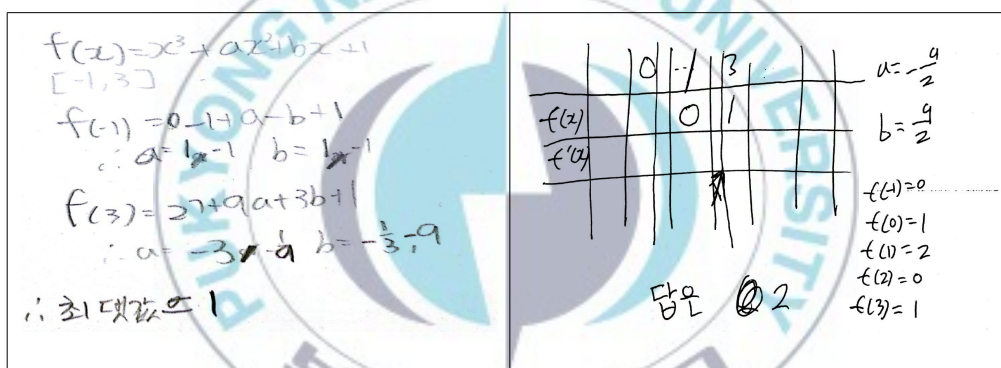
<그림 V-29> 서술형 C문항에서 오류(7)의 예

아. 서술형 C문항에서 애매모호한 오류의 예

다음의 <그림 V-30>은 서술형 C문항에 대한 오류(8), 즉 오류 유형이 애매모호한 경우를 나타낸 것이다. 그림의 왼쪽을 작성한 학생은

$$f(-1)=0-1+a-b+1 \text{ 과 } f(3)=27+9a+3b+1$$

이 성립되도록 임의로 a 와 b 를 결정한 것으로 보인다. 따라서 이 오류는 어느 유형에도 속하지 않는 것으로 판단하였다. 그림의 오른쪽 답을 작성한 학생은 답안의 표에서는 $f(1)=0$ 이라 표시하였으나, 다른 곳에서는 $f(1)=2$ 로 나타내는 등 학생이 제시한 풀이의 의도를 정확히 알 수 없다.



<그림 V-30> 서술형 C문항에서 오류(8)의 예

자. 서술형 C문항에서 시도하지 않은 오류의 예

오류(9), 즉 시도하지 않은 오류에서는 다른 문항에서와 달리 문제를 풀려는 시도로 문제를 적는 경우가 많았다. 어떤 학생은 문제만 적고 어떠한 풀이도 시도하지 않았다.

VI. 결론 및 제언

1. 결론

본 논문에서는 2014학년도 P대학 자연계열 입학예정자를 대상으로, 4일간 시행한 진단평가에서 1일차에 응시한 수능고사 4~7등급 학생 558명을 연구대상으로 하였다. 수능고사 등급과 진단평가 점수 간의 상관관계를 알아보고, 진단평가 서술형 3문항에 대한 풀이과정에서 발생하는 오류를 오용된 자료, 잘못 해석된 언어, 논리적으로 부적절한 추론, 곡해된 정리 혹은 정의, 요구되지 않은 해답, 기술적인 오류, 풀이과정의 생략, 애매모호한 오류 및 시도하지 않은 오류의 9가지 유형으로 오류를 분류하여 연구를 수행하였다.

본 논문의 주요 연구결과는 다음과 같다.

첫째, SPSS 20.0을 이용하여, 수능고사 등급과 진단평가 평균점수 간의 상관분석을 시행한 결과, 이들 간에는 높은 상관관계가 있음을 알 수 있었다. 이는 진단평가 문제가 학생들의 학력수준 평가에 적절하게 출제되었음을 보여준다고 할 수 있다.

둘째, 진단평가 문제유형별 성적에서 수능고사 등급이 낮은 학생일수록 단답형과 서술형 문항에 대한 정답률의 차이가 더 크게 나타나, 등급이 낮을수록 단답형 문항에 비해 서술형 문항을 상대적으로 어려워하고 있음을

알 수 있었다. 또한, 분야별 진단평가 성적에서는 1분야(행렬과 연립일차행렬식, 수열과 무한급수 및 공간좌표와 벡터 영역)와 2분야(함수의 극한과 연속 및 미분적분학 영역)의 정답률이 각각 46.0%, 57.8%로 1분야의 정답률이 2분야에 비해 낮게 나타났다. 이는 1분야의 공간좌표와 벡터 영역의 점수가 상대적으로 낮았기 때문이었다. 그리고 입시전형별 진단평가 성적에서는 수능고사와 진단평가 모두에서 정시모집 전형으로 합격한 학생들이 수시모집 전형으로 합격한 학생들에 비해 평균점수가 높게 나타났다.

셋째, 진단평가 등급에 대한 연구대상 학생들의 수능고사 등급 이탈자는 전체의 50.0%인 279명으로 나타나, 개별 학생의 수능고사 등급과 진단평가 성적 간에는 상당한 차이가 있음을 알 수 있었다. 그러나 진단평가 동일 등급 내에서는 수능고사 등급이 높을수록 진단평가 평균점수도 높게 나타났다.

넷째, 문항별 오류 유형 분석에 따르면, 기하와 벡터 영역에서 출제된 진단평가 서술형 A문항에서는 문제에 접근하는 시도조차 하지 않은 경우가 대부분이었다. 그리고 함수의 극한과 연속 영역에서 출제된 B문항에서는 오류 유형이 골고루 나타났으나, 학생들의 학력수준에 따라서는 상당한 차이를 보였다. 또한, 미분법과 활용 영역에서 출제된 C문항에서는 다른 문항에 비해 문제에 접근하려는 시도는 많았으나, 올바르게 풀이하다가도 해답을 끝까지 정확하게 작성하지 못한 오류가 많았다.

다섯째, 학력수준별 오류 유형 분석에서는, 중급수준 학생들은 요구되지 않은 해답, 기술적인 오류, 풀이과정의 생략 및 시도하지 않은 오류가 많이 발생한 반면, 하급수준에서는 시도하지 않은 오류, 오용된 자료, 곡해된 정리 혹은 정의 및 풀이과정의 생략 등에서 많은 오류가 나타났다. 즉, 중급

수준 학생들은 이전 단계의 문제풀이 과정은 옳았으나 답을 제시하는 마지막 단계에서 논증되지 않은 내용을 제시하거나 계산상의 실수 또는 수학적 표현이 잘못 기술된 경우가 많았으며, 하급수준 학생들은 문제에 주어진 정보를 잘못 이용하거나 더 이상의 전개가 불가능하여 중단하기도 하고, 정의 또는 정리를 제대로 이해하지 못한 상태에서 문제를 풀이하는 경우가 많았다.

2. 제언

연구결과를 토대로, 다음과 같이 제안한다.

첫째, 진단평가 문제는 전반적으로 적절하게 출제되었으나, 수능고사 등급 이탈자가 전체의 50.0%임을 감안할 때, 진단평가 출제 범위와 문제 수준 및 영역별 배점 등에서 진단평가 시행에 대한 개선방안도 고려해 볼 필요가 있다.

둘째, 진단평가 서술형 3문항에 대한 오류 유형 분석에서 문항별 오류 유형이 아주 다르게 발생하였으므로, 교과 영역별로 많이 발생하는 오류를 파악하여 동일한 오류를 계속하여 범하지 않도록 교수-학습지도를 달리 하여야 할 것이다. 예로, 시도하지 않은 오류가 많이 발생한 기하와 벡터 영역에서는 평면과 공간도형에 대한 기초적 이해와 개념에 대한 충분한 사전 설명이 요청된다. 그리고 중급과 하급수준 학생들 간 오류의 유형에 큰 차이를 보이는 함수의 극한과 연속 영역에서는 학력 수준에 적합한 맞춤형 지도가 요청된다.

셋째, 문제풀이 과정에서 많은 오류를 발생하는 중급수준 학생들에게는 문제를 정확히 읽도록 안내하며, 수학적 표현을 정확히 나타낼 수 있도록 서술형 답안 작성에 대한 세심한 지도가 요청된다. 그리고 문제의 이해 과정에서 많은 오류를 범하는 하급수준 학생들에게는 문제에 주어진 정보와 문제가 요구하는 내용이 무엇인지 정확히 파악할 수 있도록 도와주며, 정의와 정리에 관한 기초 개념을 충분히 이해할 수 있도록 하고 이들이 적용되는 조건과 적용 방법을 상세히 설명해 주어야 할 것이다.

넷째, 본 논문에서는 한정된 영역에서 서술형 3문항에 대해서만 오류 유형을 분석하였으므로, 타 영역에 대한 오류의 형태도 심도 있게 분석하여, 그 결과를 교양수학 교과목에 적용하여 효율적 교수-학습지도가 이루어졌으면 한다. 이를 위해서는 여러 영역에서 오류 유형 분석이 용이하면서 변별력 있고 다양한 사고력을 요하는 문제를 출제하여 분석할 필요가 있다.

다섯째, 진단평가 서술형 문항에 대한 오류의 유형을 분석을 통해, 수능고사 등급 이탈의 원인을 알아보고자 하였다. 그러나 학생이 작성한 답안만으로는 수능고사 등급 이탈 또는 수학적 오류 유형과 그 원인을 정확히 파악하기에는 무리가 있으므로, 해당 학생들과의 면담도 함께 이루어져야 할 것이다.

참 고 문 헌

- [1] 고아라 (2010), 벡터학습과정에서 고등학생들에게 나타나는 오류 유형 분석과 교정, 순천대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [2] 교육과학기술부 (2012), 수학과 교육과정, 교육과학기술부 고시 제2011-361호[별책 8].
- [3] 김부미 (2004), 인지심리학의 관점에서 수학적 오류의 분석가능성 탐색, 대한수학교육학회지 수학교육학연구, 14(3), 239-266.
- [4] 김부미 (2009), 수학적 오류를 활용한 개념 성장 학습 활동의 실제 적용 가능성 탐색, 교과교육학연구, 13(2), 393-415.
- [5] 김옥경 (1991), 고등학교 수학에서 발생하는 수학적 오류의 분류모델에 대한 연구, 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [6] 김용호 · 오후진 (2002), 일차부등식의 문제 해결과정에서 발생하는 오류유형분석 -중학교 교육과정을 중심으로-, 한국학교수학회논문집, 5(1), 69-86.
- [7] 김재웅 (2012), 이공계 대학 신입생의 수학 기초학력과 대학입시제도 관련 연구 -미분적분학1 교과목을 중심으로-, 경희대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [8] 김차숙 (2003), 중학교 1학년 학생들의 일차방정식에 대한 오류 분석과 교정에 관한 연구, 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [9] 류성립 · 정창현 (1993), 중학생의 기하 증명 능력과 오류에 대한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 32(2), 137-149.

- [10] 문혜영 · 김응환 (2011), 고등학교 1학년 함수단원 문제해결에서의 오류에 대한 분석, 한국학교수학회논문집, 14(3), 277-293.
- [11] 부경대 (2009), 수학 기초학력평가 문제은행, 부경대학교 자연과학대학 수리과학부.
- [12] 신인숙 (1996), 중학생의 함수에 대한 오개념 및 오류에 관한 연구, 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- [13] 이경진 (2006), 고등학교 수열의 극한에서 나타나는 오류와 오개념 분석, 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [14] 임연희 · 표용수 (2013), 대학 입학 예정자들의 함수 및 미분의 기초개념 이해에 대한 오류 분석, 한국학교수학회논문집, 16(2), 435-457.
- [15] 최영아 (2001), 고등학교 수학에서 수학적 오류의 분석과 분류에 대한 연구, 성신여자대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [16] 최진숙 · 유현주 (2006), 덧셈 · 뺄셈의 오류유형 분석 및 지도방안에 대한 연구 -초등학교 3학년을 중심으로-, 교과교육학연구, 10(2), 303-327.
- [17] Becker, G. (1982), Difficulties and errors in geometric proofs by grade 7 pupils, In A. Vermadel (Ed.), Proceedings of the Sixth International Conference for the PME, 123-127.
- [18] Borasi, R. (1986), On the educational roles of mathematical errors: Beyond diagnosis and remediation, doctoral dissertation, State University of New York at Buffalo.
- [19] Movshovitz-Hadar, N., Zaslavsky, O. & Shlomo, I. (1987), An empirical

classification model for errors in high school mathematics, Journal for Research in Mathematics Education, 18(1), 3-14.

- [20] Radatz, H. (1979), Error analysis in mathematics education, Journal for Research in Mathematics Education, 10(3), 163-172.



[부록]

2014학년도 수학진단평가 문제지

※ 다음 물음에 답하여라.

[단답형] (각 4점)

1. 방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, 행렬 $A = \begin{pmatrix} \omega & 1 \\ \omega+1 & -\omega \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A + A^2 + \cdots + A^{100}$ 을 간단히 하여라.
2. 이차 정사각행렬 A 에 대하여 $A + 2E$ 의 역행렬이 $A + E$ 일 때, 행렬 A 의 역행렬은 $aA + bE$ 로 주어진다고 한다. 이때, ab 의 값을 구하여라. 단, E 는 이차 단위행렬이다.
3. 연립방정식 $\begin{pmatrix} k-5 & 3 \\ 3 & k-5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \log x \\ \log y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \log x \\ \log y \end{pmatrix}$ 가 $x=y=1$ 이외의 해를 갖기 위한 k 의 모든 값들의 합을 구하여라.
4. 세 자연수 8, a , b 는 이 순서대로 등차수열을 이루고, 세 자연수 a , b , 36은 이 순서대로 등비수열을 이룬다고 한다. 이때, $a+b$ 의 값을 구하여라.
5. $\sum_{m=1}^n \left(\sum_{k=1}^m k \right) = 220$ 을 만족하는 n 의 값을 구하여라.
6. 수열 $1, \frac{3}{2^2}, \frac{4}{2^3}, \frac{5}{2^4}, \dots$ 의 첫째항부터 10항까지 합을 $\frac{a}{b}$ 라 할 때, $a-b$ 를 구하여라.
7. 두 벡터 $\vec{a}, \vec{b}$ 가 $|\vec{a} + \vec{b}| = 11$, $|\vec{a} - \vec{b}|$ 을 7만족할 때, 벡터 $\vec{a}$ 와 $\vec{b}$ 의 내적 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 를 구하여라.

8. 두 점 $A(-3, 1), B(1, 6)$ 을 이은 선분 AB 를 $m:n$ 으로 내분하는 점이 y 축 위에 있을 때, $m+n$ 의 값을 구하여라. 여기서, m, n 은 서로 소인 자연수이다.
9. 직선 $\frac{x+2}{3} = \frac{2-y}{5} = \frac{z}{4}$ 와 평면 $4x - 5y - 3z = 1$ 이 이루는 예각의 크기를 구하여라.
10. 함수 $y = \log_2(x-2)+1$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동하면, 함수 $y = \log_2(4x-8)$ 의 그래프와 일치한다고 한다. 이 때, $3a + 5b$ 의 값을 구하여라.
11. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\sin \beta = \frac{2}{5}$ 일 때, $\cos(\alpha - \beta)$ 의 값을 구하여라. 단, α 는 제2사분면의 각이고, β 는 제1사분면의 각이다.
12. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 2x + 4}{x^2 + 3x + 2}$ 를 구하여라.
13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\tan 2x}$ 를 구하여라.
14. 점 $(0, -5)$ 에서 곡선 $y = x^2 - 4$ 에 그은 두 접선의 기울기의 곱을 구하여라.
15. 함수 $f(x)$ 에서 $f'(1) = 3$ 일 때, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1-h)}{h}$ 를 구하여라.
16. 임의의 실수 t 에 대하여, x 와 x 의 함수 y 가 $x = t - \frac{1}{t}$, $y = t + \frac{1}{t}$ 로 주어졌다고 하자. 이때, $t = 3$ 에서의 $\frac{dy}{dx}$ 의 값을 구하여라.
17. 함수 $y = \sin x \cos x$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $y'' + ay = 0$ 를 만족할 때, 상

수 a 의 값을 구하여라.

18. $\int_0^3 |x-1| dx$ 를 구하여라.

19. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_2^{2+h} (3x^2 + 2x - 6) dx$ 를 구하여라.

20. 곡선 $y = e^x$ 와 세직선 $x = 0, y = 2, y = e$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

[서술형] (풀이과정을 상세히 적을 것)

21. 공간상의 점 $P(2, 3, 2)$ 에서 평면 $\pi : 2x + y + z = 3$ 에 내린 수선의 발을 $H(a, b, c)$ 라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. (6점)

22. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax - 4}{x - 2} & (x \neq 2) \\ b & (x = 2) \end{cases}$ 가 $x = 2$ 에서 연속이 되도록 상수 a, b 를 정할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (7점)

23. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 이 $x = 3$ 에서 극솟값 1을 가질 때, 구간 $[-1, 3]$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값을 구하여라. (7점)