



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

이 학 석 사 학 위 논 문

MACA를 이용한 패턴분류기의 생성



2016년 2월

부경대학교 일반대학원

응용수학과

공길탁

이 학 석 사 학 위 논 문

MACA를 이용한 패턴분류기의 생성

지도교수 조 성 진

이 논문을 이학석사 학위논문으로 제출함.



2016년 2월

부경대학교 일반대학원

응 용 수 학 과

공 길 탁

공길탁의 이학석사 학위논문을 인준함.

2016년 2월 26일



주 심 이학박사 표 용 수 (인)

위 원 이학박사 박 진 한 (인)

위 원 이학박사 조 성 진 (인)

목 차

그림 목차	ii
표 목차	ii
Abstract (English)	iii
I. 서론	1
II. 배경지식	3
III. 패턴분류기의 생성방법 및 분석	10
IV. 주어진 DV 에 대한 패턴분류기 생성방법	18
4.1 DV 로 올 수 있는 가능 벡터에 대한 패턴분류기 생성방법	18
4.2 DV 로 올 수 없는 불가능 벡터에 대한 패턴분류기 생성방법	23
V. 결론	25
참고문헌	26

그림 목차

<그림 II-1> 3-이웃 선형 CA의 구조	3
<그림 II-2> MACA의 상태전이 그래프	6
<그림 III-1> $\langle 240, 150, 60, 60 \rangle$ 의 상태전이 그래프	11
<그림 III-2> $\langle 150, 170, 90, 90 \rangle$ 의 상태전이 그래프	15
<그림 IV-1> $\langle 240, 240, 150, 60, 150 \rangle$ 의 상태전이 그래프	22
<그림 IV-2> $\langle 170, 102, 170, 150, 60, 60, 240 \rangle$ 의 상태전이 그래프	24

표 목차

<표 II-1> CA $\langle 60, 90, 150 \rangle$ 의 전이규칙	4
<표 II-2> 선형 전이규칙	5

Synthesis of pattern classifier using MACA

Gil-Tak Kong

Department of Applied Mathematics, Graduate School

Pukyong National University

Abstract

CA having two trees in the state transition diagram is suitable for pattern classifier which divides pattern set into two classes. In this thesis, we propose methods of generating of CA which is suitable for pattern classifiers and analyse the CA. Furthermore we propose methods of designing of pattern classifiers based on a given DV .

I. 서론

현대사회는 정보통신 기술이 발달함에 따라 유,무선 네트워크를 통해 유통되는 정보의 양이 무수히 많이 제공되고 있다. 이에 유통되는 정보의 보안이 중요시 되고 무수히 많은 정보 중 필요한 정보만을 추려내는 기술 또한 중요하다. 패턴분류기는 데이터베이스 시스템에서 레코드의 그룹화, VLSI 회로의 결함을 찾는 기술, 이미지 프로세싱 등에서 중요한 역할을 한다. 이에 패턴분류기 설계에는 데이터 처리량이 크고, 저장 공간의 크기는 작으며, 최소한의 비용으로 구현할 수 있는지가 고려되어야 한다[9].

폰 노이만에 의해 소개된 Cellular Automata(이하 CA)[2]는 인접한 셀들의 상태들의 상호작용으로 인해 다음 상태가 결정됨으로써 스스로 조직화하고 재생산할 수 있는 구조를 가진다. 이에 CA의 구조는 간단하고 규칙적이며 확장 연결할 수 있고, 하드웨어 구성이 용이하다는 특징을 가짐으로써 많은 연구가 이루어 지고 있다[12, 14, 16, 17]. 이러한 CA는 다양한 분야에 적용이 가능하여 암호, 오류정정부호, 의사난수 생성기, 테스트 패턴 생성, 패턴분류기 설계 등 많은 분야에서 연구되고 있다[1, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 15]. 특히 1차원 NBCA는 CA 중 매우 간단한 구조를 가짐으로써 더욱 많은 연구가 이루어지고 있으며, 본 논문에서 다루는 CA는 모두 1차원 NBCA를 말한다. 2개의 트리를 갖는 TPMACA는 모든 벡터들을 단 2개의 벡터 집합으로 나누어주는 기능을 가지는데 이것은 자연스럽게 모든 패턴들을 2개의 클래스로 나누어주는 패턴분류기가 된다.

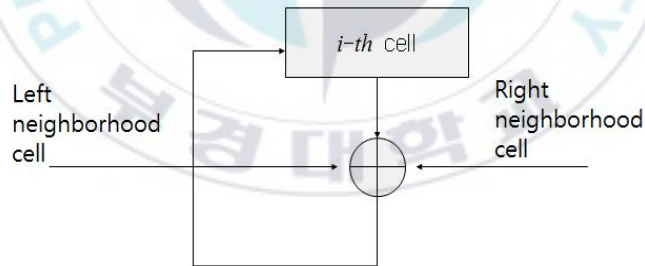
본 논문에서는 2개의 트리를 갖는 TPMACA의 생성방법을 제안하고 그 TPMACA를 분석하였다. 또한 패턴이 속하는 클래스를 결정하는 벡터가 먼저 주어졌을 때 패턴을 효율적으로 분류할 수 있는 2개의 트리를 갖는 TPMACA의 생성방법을 제안하였다.

II. 배경지식

간단하고 규칙적이며 작은 단위로 확장 연결할 수 있는 CA 중 가장 간단한 구조를 갖는 1차원 3-이웃 CA는 모든 셀이 선형으로 배열되어 있고 각 셀의 상태 전이가 자신과 인접한 셀(왼쪽 셀, 오른쪽 셀)의 영향을 받아 이루어진다. 이러한 CA의 각 셀의 상태전이 함수는 다음과 같다.

$$s_i^{t+1} = f_i(s_{i-1}^t, s_i^t, s_{i+1}^t)$$

여기서 s_i^t 는 시간 t 에서 i 번째 셀의 상태이다. 셀의 다음 상태를 결정하는 전이규칙이 XOR로 이루어진 CA를 선형 CA라고 하며 그림 1은 3-이웃 선형 CA의 구조를 나타낸다.



<그림 II-1> 3-이웃 선형 CA의 구조

이러한 선형 CA의 상태전이 함수는 다음과 같은 삼중대각행렬로 다음과 같이 나타낼 수 있으며, 이 행렬 T 를 CA의 상태전이 행렬이라고 하며 행렬 T 의 각 행의 성분 $a_{i,j}$ 와 d_i 은 전이규칙에 따라 결정된다.

$$T = \begin{pmatrix} d_1 & a_{1,2} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a_{2,1} & d_2 & a_{2,3} & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_{3,2} & d_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{m,m-1} & d_m \end{pmatrix}$$

CA의 상태전이 행렬 T 에 대하여 CA의 다음 상태는 식(1)과 같다.

$$S^{t+1} = TS^t \quad (1)$$

여기서, S^t 는 시간 t 에서 CA의 상태를 나타낸다.

만약 한 셀의 다음 상태 함수가 진리표의 형태로 표현이 된다면, 그러면 출력한 값을 십진수로 바꿀 수는 셀에 대한 규칙 번호가 된다.

<표 II-1> CA <60, 90, 150>의 전이규칙

$S_{i-1}^t S_i^t S_{i+1}^t$	111	110	101	100	011	010	001	000	규칙
S_i^{t+1}	0	0	1	1	1	1	0	0	규칙 60
S_i^{t+1}	0	1	0	1	1	0	1	0	규칙 90
S_i^{t+1}	1	0	0	1	0	1	1	0	규칙 150

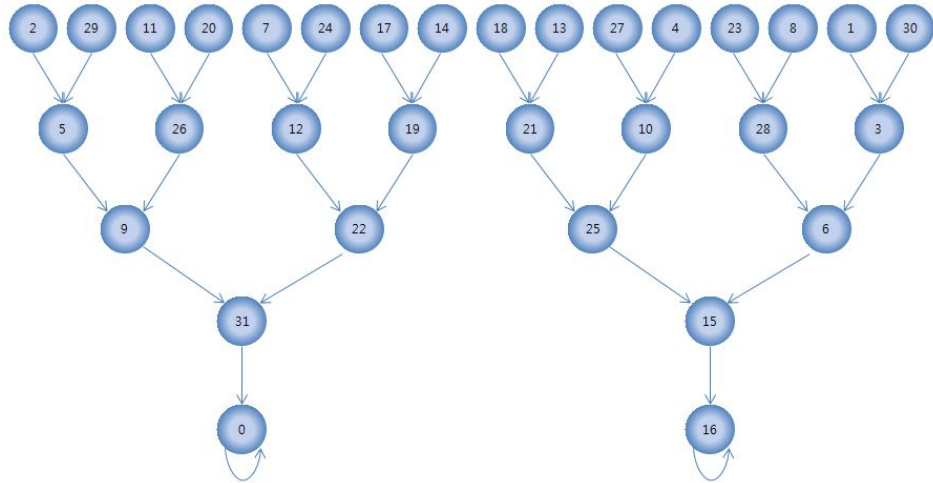
<표 II-1>에서 첫 번째 행은 t 시간에 3-이웃 셀들(i 번째 셀의 왼쪽 이웃, i 번째 자기 자신, 오른쪽 이웃)의 8개의 모든 가능 상태가 주어졌다. 두 번째, 세 번째, 네 번째 행들은 60, 90, 150의 규칙들에 대한 t 시간에 i 번째 셀의 대응 상태들이 주어진다. 다음 표는 선형 전이규칙들을 나타낸 그림이다.

<표 II-2> 선형 전이규칙

전이규칙	상태 전이 함수
rule 60	$q_i(t+1) = q_{i-1}(t) \oplus q_i(t)$
rule 90	$q_i(t+1) = q_{i-1}(t) \oplus q_{i+1}(t)$
rule 102	$q_i(t+1) = q_i(t) \oplus q_{i+1}(t)$
rule 150	$q_i(t+1) = q_{i-1}(t) \oplus q_i(t) \oplus q_{i+1}(t)$
rule 170	$q_i(t+1) = q_{i+1}(t)$
rule 204	$q_i(t+1) = q_i(t)$
rule 240	$q_i(t+1) = q_{i-1}(t)$

전이규칙 60인 경우에는 왼쪽 셀과 자신 셀의 영향을 받으므로 110, 전이규칙 90인 경우에는 왼쪽 셀과 오른쪽 셀의 영향을 받으므로 101, 전이규칙 102인 경우에는 자신 셀과 오른쪽 셀의 영향을 받으므로 011로 나타난다.

선형 CA에서 상태전이 행렬 T 의 행렬식이 1이면 그룹 CA라 하고, 0이면 비그룹 CA라 한다[6]. 비그룹 CA 중 Multiple Attractor CA (이하 MACA)는 그림 2와 같이 여러 개의 트리 구조를 갖는다.



<그림 II-2> MACA의 상태전이 그래프

이러한 구조에서 가장 밑의 상태를 attractor라 하며 attractor에 따라 나누어진 각각의 클래스를 트리라고 한다. 특히 attractor가 0인 트리를 0-트리라고 한다.

이러한 MACA 중에서도 단 2개의 트리 구조를 갖는 MACA는 자연스럽게 모든 상태를 2개의 패턴클래스로 나누어주는 패턴분류기가 된다. Maji 등은 메모리량을 최소화 할 수 있는 방법으로 패턴클래스의 수가 2개인 패턴을 효과적으로 분류할 수 있는 MACA를 합성하여 패턴분류기를 설계하였다. 그들은 두 개의 트리를 갖는 Two predecessor MACA (이하 TPMACA)의 상태전이 그래프에서 0-트리에 속하는 모든 성분과 내적이 0이 되는 벡터 DV 와 여러 개의 DV 로 연결된 DS 를 이용하여 패턴을 식별하고 패턴을 분류하는 방법을 제안하였다. 이 방법은 주어진 패턴을 패턴이 속한 클래스로 분류하는 데 걸리는 시간을 $O(n^3)$ 에서 $O(n)$ 으로 줄였다[14].

Cho 등은 상태전이 행렬 T 의 DV 를 구하기 위해 T^n 을 계산했던 기존의 방법을 0-트리만을 이용하여 DV 를 짧은 시간에 알아내는 방법을 제안하였고[2], 전이규칙 90/150만을 이용한 90/150 CA만을 이용한 TPSACA와

TPMACA 생성방법 또한 제시하였다[3].

다음은 본 논문의 전개에서 필요한 기본적인 용어의 정의 및 성질이다 [6].

- attractor : 순환상태 중 사이클의 길이가 1인 상태를 말하며 상태 x 가 attractor이면 $Tx = x$ 를 만족한다.

- α -tree : 비그룹 CA의 상태전이 그래프에서 상태 α 를 루트로 하는 트리를 말한다.

- 깊이(depth) : 비그룹 CA의 상태전이 그래프에서 한 도달 불가능한 상태 y 에 대하여 y 가 속한 트리의 루트로 가는데 필요한 최소의 전이 단계 수를 트리의 깊이라 한다.

- MACA(multiple attractor CA) : 비그룹 CA의 상태전이 그래프에서 순환상태가 모두 attractor인 CA로 상태전이 그래프는 모두 분리된 트리로 나타난다. 이러한 CA중 attractor가 유일한 CA를 SACA(single attractor CA)라 한다.

- TPMACA(two-predecessor MACA) : CA의 상태전이 그래프에서 임의의 도달 가능한 상태에 대하여 직전자의 수가 2개인 MACA이고, 임의의 도달 가능한 상태에 대하여 직전자의 수가 2개인 SACA를 TPSACA라 한다.

- 특성다항식(characteristic polynomial 이하 $c(x)$) : n -셀 CA의 상태전이 행렬 T 의 특성다항식 $c(x)$ 는 $GF(2)$ 위에서 $c(x) = |T + xI|$ 이다. 여기서 I 는 n 차 단위행렬이다.

- 최소다항식(minimal polynomial 이하 $m(x)$) : 특성다항식의 인수 중 T 를 근으로 갖는 차수가 가장 낮은 다항식을 최소다항식이라 한다. CA의 상태전이 그래프에서 CA의 구조는 최소다항식에 의하여 특성화 된다.

- DV (Dependency Vector) : 부분공간 V 에 대하여 모든 원소와의 내적

이 0인 벡터($\neq \mathbf{0}$)를 나타내며 MACA의 0-트리는 부분공간이다[14].

특히 DV가 될 수 있는 벡터를 가능 벡터라 하고 DV가 될 수 없는 벡터를 불가능 벡터라 한다. n 셀 TPMACA에 대하여 DV가 될 수 있는 가능 벡터는 양 끝이 0으로 끝나는 $\langle 0v_2 \cdots v_{n-1}0 \rangle$ 벡터와 가운데 0이 연속으로 2개 이상 들어가는 $\langle v_1v_2 \cdots 10 \cdots 01 \cdots v_{n-1}v_n \rangle$ 벡터를 제외한 모든 벡터이다[2].

<정리 2.1[6]> n 셀 MACA의 상태전이 행렬 T 에 대하여 다음을 만족한다.

- (1) T 의 최소다항식은 $x^d(x+1)$ 이고, 특성다항식은 $x^d(x+1)^{n-d}$ 이다. 이때 d 는 CA의 상태전이 그래프에서 트리의 depth가 된다.
- (2) $\text{rank}(T \oplus I) = k$ 이면 상태전이 그래프의 attractor의 개수는 2^{n-k} 이고 $N(T \oplus I)$ 가 attractor이다.
- (3) $\text{rank}(T) = n-1$ 이면 TPMACA이고 $N(T)$ 는 상태 0의 직전자 집합이다.
- (4) 두 개의 트리를 갖는 TPMACA의 최소다항식과 특성다항식은 $x^{n-1}(x+1)$ 이고 $\text{rank}(T) = \text{rank}(T \oplus I) = n-1$ 다.

본 논문에서는 TPMACA를 합성하기 위하여 CA의 상태전이 행렬에 대한 특성다항식의 성질을 분석하고, 이를 이용하여 다양한 크기의 TPMACA를 합성하는 방법을 제안한다.

<정리 2.2> $m_T(x) = c_T(x) = x^{n-1}(x+1)$ 인 TPMACA $\mathbb{C}$ 에 대하여 다음이 성립한다.

- (1) $T^{n-1} \cdot T = T^{n-1}$.

(2) T^{n-1} 의 영벡터가 아닌 행벡터들은 같으며 이 벡터가 DV 이다.

(3) $rank(T^{n-1}) = 1$.

<증명> (1) $m_T(x) = c_T(x) = x^{n-1}(x+1)$ 이므로 Cayley Hamilton 정리에 의하여 $T^{n-1} \cdot T + T^{n-1} = \mathbb{O}$ 이다. 따라서 $T^{n-1} \cdot T = T^{n-1}$ 이다.

(2) $T^{n-1} (\neq \mathbb{O})$ 의 j 행을 $\mathbf{r}_j (1 \leq j \leq n)$ 라 하자. $\mathbb{C}$ 의 상태전이 그래프에서 각 트리의 depth가 $n-1$ 이므로 모든 $\mathbf{y} \in (0\text{-트리})$ 에 대하여

$$T^{n-1} \mathbf{y} = \begin{pmatrix} \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{y} \\ \mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{y} \\ \vdots \\ \mathbf{r}_n \cdot \mathbf{y} \end{pmatrix} = \mathbb{O}$$

이다. T^{n-1} 의 영벡터가 아닌 행벡터들을 $\mathbf{r}_i$ 라 하면 모든 $\mathbf{y} \in (0\text{-트리})$ 에 대하여 $\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{y} = 0$ 이므로 $\mathbf{r}_i$ 는 DV 이다.

(3) (2)에 의하여 분명하다.

<참고> 주어진 TPMACA $\mathbb{C}$ 에 대하여 DV 는 유일하다. 그러나 그 역은 성립하지 않는다.

III. 패턴분류기의 생성방법 및 분석

이 장에서는 n 셀 TPMACA를 이용하여 $n+1$ 셀 TPMACA를 생성하는

방법과 n 셀 TPSACA를 이용하여 $n+1$ 셀 TPMACA를 생성하는 방법을 제안한다. 이 때 생성하는 TPMACA는 $c(x)=m(x)=x^n(x+1)$ 를 만족하도록 한다.

<보조정리 3.1> 주대각성분의 바로 윗 대각 성분들이 모두 1이 되거나 아랫 대각 성분들이 모두 1이 되는 삼중대각행렬 T 는 크기에 상관없이 항상 $c(x)=m(x)$ 를 만족한다.

<증명> t_{ij} 를 행렬 T 의 ij 성분이라 할 때, 행렬 T 를 다음과 같이 구성되는 삼중대각행렬이라 하자.

$$t_{ij} = \begin{cases} 1, j=i+1 \\ *, o/w \end{cases} (i=1,2,\dots,n-1)$$

즉, 행렬 T 는 주대각성분의 바로 윗 대각 성분들이 모두 1인 행렬이다. 이 때 t_{ij}^2 를 행렬 T^2 의 ij 성분이라 하면 행렬 T^2 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$t_{ij}^2 = \begin{cases} 1, j=i+2 \\ *, otherwise \end{cases} (i=1,2,\dots,n-2)$$

이러한 방식으로 행렬 T^{n-1} 을 표현하면

$$t_{ij}^{n-1} = \begin{cases} 1, j=i+n-1 \\ *, otherwise \end{cases} (i=1)$$

이 되므로 행렬 T^{n-1} 은 항상 영행렬이 아님을 알 수 있다. 즉, 이러한 행렬 T 의 최소다항식에서 최고차항의 차수는 최소한 n 이 됨을 알 수 있다.

최소다항식은 특성다항식의 인수가 되어야 하므로 항상 최소다항식과 특성다항식은 같다.

주 대각성분의 바로 아랫 대각 성분들이 1인 행렬인 경우에는 위의 증명과 유사한 방법으로 증명할 수 있다.

다음 정리는 n 셀 TPMACA를 이용하여 $n+1$ 셀 TPMACA를 만드는 방법이다.

<정리 3.2> $c(x)=m(x)=x^{n-1}(x+1)$ 인 n 셀 TPMACA의 상태전이 행렬 T_M 에 대하여 다음과 같은 행렬 $T_{M_i} (i=1,2,3,4)$ 가 보조정리 3.1을 만족할 때, 행렬 $T_{M_i} (i=1,2,3,4)$ 는 모두 $c(x)=m(x)=x^n(x+1)$ 인 $n+1$ 셀 TPMACA의 상태전이 행렬이 된다.

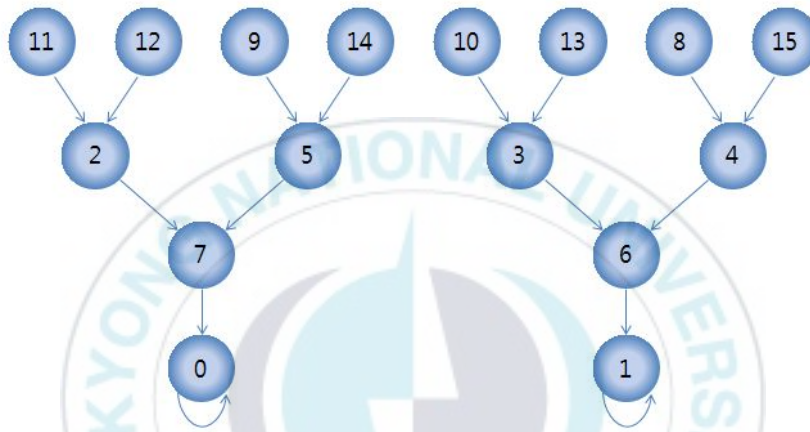
$$T_{M_1} = \left[\begin{array}{c|cccc} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \hline 1 & & & \\ 0 & & T_M & \\ \vdots & & & \\ 0 & & & \end{array} \right], \quad T_{M_2} = \left[\begin{array}{c|cccc} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \hline 0 & & & & \\ \vdots & & T_M & & \\ 0 & & & & \end{array} \right].$$

$$T_{M_3} = \left[\begin{array}{ccc|c} & & & 0 \\ & & & \vdots \\ T_M & & & 0 \\ & & & 1 \\ \hline & & & 0 \end{array} \right], \quad T_{M_4} = \left[\begin{array}{ccc|c} & & & 0 \\ & & & \vdots \\ & & & 0 \\ T_M & & & \\ \hline 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \end{array} \right]$$

<증명> T_M 의 특성다항식 $c(x)$ 와 최소다항식 $m(x)$ 가 $x^{n-1}(x+1)$ 이므로 각 $i (=1,2,3,4)$ 에 대한 T_{M_i} 의 특성다항식은 $x^n(x+1)$ 이 되고, 보조정리 3.1에 의해 최소다항식과 특성다항식 모두 $x^n(x+1)$ 인 $n+1$ 셀 TPMACA가 된다.

<예제 3.3> 3셀 TPMACA의 상태전이 행렬 $T_M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ 에 의하여 만들

어진 $T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ 의 상태전이 그래프는 그림 III-1과 같다.



<그림 III-1> $\langle 240, 150, 60, 60 \rangle$ 의 상태전이 그래프

즉, T 는 2개의 트리를 갖는 TPMACA의 상태전이 행렬임을 알 수 있다.

<정리 3.4> 정리 3.2에서 T_M 의 DV를 $\langle v_1 v_2 \cdots v_{n-1} v_n \rangle$ 이라 할 때, 각 T_{M_i} ($i=1,2,3,4$)의 DV는 다음과 같다.

$$T_{M_1} \text{의 } DV = \langle v_1 v_1 v_2 \cdots v_{n-1} v_n \rangle, \quad T_{M_2} \text{의 } DV = \langle 0 v_1 v_2 \cdots v_{n-1} v_n \rangle$$

$$T_{M_3} \text{의 } DV = \langle v_1 v_2 \cdots v_{n-1} v_n v_n \rangle, \quad T_{M_4} \text{의 } DV = \langle v_1 v_2 \cdots v_{n-1} v_n 0 \rangle$$

<증명>

$$\text{행렬 } T_{M_1} \text{에 대하여 } T_{M_1} = \left[\begin{array}{c|ccc} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \hline & & & \\ e_n & & & T_M \\ \hline & & & \end{array} \right] \text{이므로 } T_{M_1}^2 = \left[\begin{array}{c|ccc} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \hline & & & \\ T_M e_n & & & T_M^2 \\ \hline & & & \end{array} \right] \text{이고}$$

$$T_{M_1}^{n+1} = \left[\begin{array}{c|ccc} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \hline & & & \\ T_M^n e_n & & & T_M^{n+1} \\ \hline & & & \end{array} \right] \text{이다. } T_M^n \text{과 } T_M^{n+1} \text{이 동일하므로 } T_{M_1}^{n+1} =$$

$$\left[\begin{array}{c|ccc} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \hline & & & \\ T_M^n e_n & & & T_M^n \\ \hline & & & \end{array} \right] \text{이 되고, } T_M^n e_n \text{은 } T_M \text{의 1열을 나타내므로 결국 } T_{M_1} \text{의}$$

DV 는 $\langle v_1 v_1 v_2 \cdots v_{n-1} v_n \rangle$ 이 된다.

$$\text{행렬 } T_{M_2} \text{에 대하여 } T_{M_2} = \left[\begin{array}{c|ccc} 0 & e_n^t & & \\ \hline & & & \\ 0 & & & T_M \\ \vdots & & & \\ 0 & & & \end{array} \right] \text{이므로 } T_{M_2}^2 = \left[\begin{array}{c|ccc} 0 & e_n^t T_M & & \\ \hline & & & \\ 0 & & & T_M^2 \\ \vdots & & & \\ 0 & & & \end{array} \right]$$

$$\text{이고 } T_{M_2}^{n+1} = \left[\begin{array}{c|ccc} 0 & e_n^t T_M^n & & \\ \hline & & & \\ 0 & & & T_M^{n+1} \\ \vdots & & & \\ 0 & & & \end{array} \right] \text{이다. } T_M^n \text{과 } T_M^{n+1} \text{이 동일하므로 } T_{M_2}^{n+1} =$$

$$\left[\begin{array}{c|ccc} 0 & e_n^t T_M^n & & \\ \hline & & & \\ 0 & & & T_M^n \\ \vdots & & & \\ 0 & & & \end{array} \right] \text{이 되고, } e_n^t T_M^n \text{은 } T_M^n \text{의 1행을 나타내므로 결국 } T_{M_2} \text{의}$$

DV 는 $\langle 0 v_1 v_2 \cdots v_{n-1} v_n \rangle$ 이 된다.

행렬 T_{M_3} 과 행렬 T_{M_4} 의 경우에는 앞의 증명과 동일한 방법으로 증명할 수 있다.

<예제 3.5> 예제 3.3의 상태전이 그래프 그림 III-1에서 <1101>는 0-트리의 모든 상태(0, 7, 2, 5, 11, 12, 9, 14)와의 내적 값이 0이며 나머지 상태와의 내적 값은 0이므로 <1101>은 T 의 DV임을 알 수 있다.

다음 정리는 n 셀 TPSACA를 이용하여 $n+1$ 셀 TPMACA를 만드는 방법이다.

<정리 3.6> $c(x)=m(x)=x^n$ 인 n 셀 TPSACA의 상태전이 행렬 T_S 에 대하여 다음과 같은 행렬 T_{M_i} ($i=5,6,7,8$)가 보조정리 3.1을 만족할 때, 행렬 T_{M_i} ($i=5,6,7,8$)는 모두 $c(x)=m(x)=x^n(x+1)$ 인 $n+1$ 셀 TPMACA의 상태전이 행렬이 된다.

$$T_{M_5} = \left[\begin{array}{c|ccc} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \hline 1 & & & \\ 0 & T_S & & \\ \vdots & & & \\ 0 & & & \end{array} \right], \quad T_{M_6} = \left[\begin{array}{c|ccc} 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \hline 0 & & & & \\ \vdots & & & & \\ 0 & & T_S & & \end{array} \right].$$

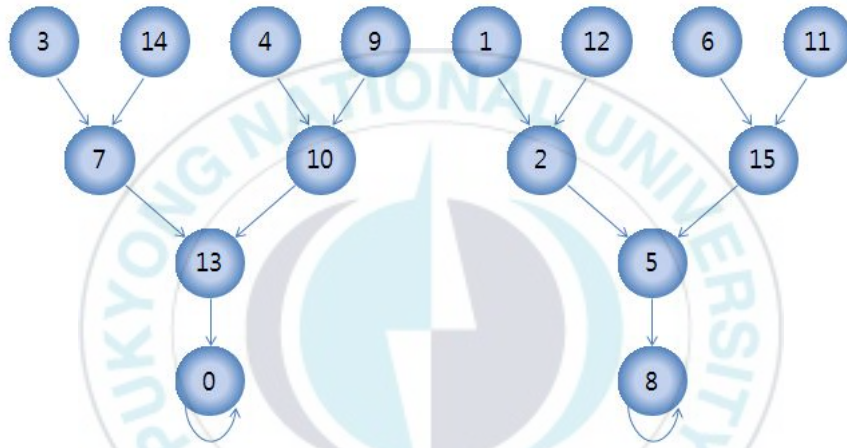
$$T_{M_7} = \left[\begin{array}{ccc|c} & & & 0 \\ & & & \vdots \\ T_S & & & 0 \\ & & & 1 \\ \hline & & & \\ \mathbb{O} & & & 1 \end{array} \right], \quad T_{M_8} = \left[\begin{array}{ccc|c} & & & 0 \\ & & & \vdots \\ T_S & & & 0 \\ \hline & & & \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & | & 1 \end{array} \right]$$

<증명> T_S 의 최소다항식과 특성다항식은 x^n 으로 동일하며, 보조정리 3.1

에 의해 T_{M_i} ($i=5,6,7,8$)의 최소다항식과 특성다항식은 $x^n(x+1)$ 으로 동일하다.

<예제 3.7> 3셀 TPSACA의 상태전이 행렬 $T_S = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ 에 의하여 만들어

진 $T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ 의 상태전이 그래프는 III-2와 같다.



<그림 III-2> <150, 170, 90, 90>에 대한 상태전이 그래프

즉, T 는 2개의 트리를 갖는 TPMACA의 상태전이 행렬임을 알 수 있다.

<보조정리 3.8> n 셀 TPSACA의 상태전이 행렬 T_S 에 대해서 다음을 만족한다.

- (1) $T_S \oplus I$ 는 정칙이다.
- (2) $(I \oplus T_S \oplus \cdots \oplus T_S^{n-1}) = (I \oplus T_S)^{-1}$ 이다.
- (3) $T_S^n = \mathbb{O}$, 여기서 $\mathbb{O}$ 는 영행렬이다.

<증명>

(1) T_S 의 특성다항식과 최소다항식은 x^n 으로 동일하므로 $T_S \oplus I$ 의 특성다항식과 최소다항식은 $(1+x)^n$ 이 된다. 이에 $T_S \oplus I$ 의 depth가 0임을 알 수 있으며 $T_S \oplus I$ 는 group CA의 상태전이 행렬이며 정칙이다.

(2) $T_S^n = \mathbb{O}$ 이므로 다음이 성립한다.

$$(I \oplus T_S \oplus \cdots \oplus T_S^{n-1})(I \oplus T_S) = I \oplus T_S^n = I \oplus \mathbb{O} = I.$$

따라서 $(I \oplus T_S \oplus \cdots \oplus T_S^{n-1}) = (I \oplus T_S)^{-1}$ 이다.

(3) T_S 의 최소다항식이 $m_{T_S}(x) = x^n$ 이므로 케일리 헤밀턴 정리에 의해 $m_{T_S}(T_S) = T_S^n = \mathbb{O}$ 이 된다.

<정리 3.9> 정리 3.5에서의 각 T_{M_i} ($i=5,6,7,8$)의 DV는 다음과 같다.

$$T_{M_5} \text{의 } DV = \langle 10 \cdots 0 \rangle, T_{M_6} \text{의 } DV = \langle 1 : e_n^t (I + T_S)^{-1} \rangle$$

$$T_{M_7} \text{의 } DV = \langle 0 \cdots 01 \rangle, T_{M_8} \text{의 } DV = \langle e_n^t (I + T_S)^{-1} : 1 \rangle$$

<증명>

행렬 T_{M_5} 에 대하여 $T_{M_5} = \left[\begin{array}{c|ccc} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \hline & & & \\ e_n & & & T_S \\ & & & \\ & & & \end{array} \right]$ 이므로 $T_{M_5}^i$ 의 첫 행은 i 에 상관없

이 항상 $10 \cdots 0$ 임을 알 수 있다. $rank(T_{M_5}^{n+1})=1$ 이므로 T_{M_5} 의 DV 는 $<10 \cdots 0>$ 이 된다.

행렬 T_{M_6} 에 대하여 $T_{M_6} = \left[\begin{array}{c|ccc} 1 & & e_n^t & \\ \hline & & & \\ 0 & & & T_S \\ \vdots & & & \\ 0 & & & \end{array} \right]$ 이므로 $T_{M_6}^2 = \left[\begin{array}{c|ccc} 1 & & e_n^t \oplus e_n^t T_S & \\ \hline & & & \\ 0 & & & T_S^2 \\ \vdots & & & \\ 0 & & & \end{array} \right],$

$$T_{M_6}^{n+1} = \left[\begin{array}{c|ccc} 1 & e_n^t \oplus e_n^t T_S \oplus & e_n^t & T_S^2 \oplus \cdots \oplus e_n^t T_S^n \\ \hline & & & \\ 0 & & & \\ \vdots & & & T_S^{n+1} \\ 0 & & & \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|ccc} 1 & e_n^t (I \oplus T_S \oplus \cdots \oplus T_S^n) & & \\ \hline & & & \\ 0 & & & \\ \vdots & & & \mathbb{O} \\ 0 & & & \end{array} \right]$$

이다. $T_S^n = \mathbb{O}$ 이므로 $(I \oplus T_S \oplus \cdots \oplus T_S^n) = (I \oplus T_S \oplus \cdots \oplus T_S^{n-1})$ 이며 보조정리 3.8에 의해 $(I \oplus T_S \oplus \cdots \oplus T_S^n) = (I \oplus T_S)^{-1}$ 가 된다. 따라서 T_{M_6} 의 첫 행은 $1 : e_n^t (I + T_S)^{-1}$ 이 되고 $rank(T_{M_6}^{n+1})=1$ 이므로 T_{M_6} 의 DV 는 $<1 : e_n^t (I + T_S)^{-1} >$ 이 된다.

행렬 T_{M_7} 과 행렬 T_{M_8} 의 경우에는 앞의 증명과 동일한 방법으로 증명할 수 있다.

<예제 3.10> 예제 3.7의 상태전이 그래프 그림 III-2에서 $<1111>$ 은 0-트리의 모든 상태(0, 13, 7, 10, 3, 14, 4, 9)와의 내적값이 0이며 나머지 상태와의 내적값은 0이므로 $<1111>$ 은 T 의 DV 임을 알 수 있다.

지금까지 TPSACA와 TPMACA를 이용하여 트리가 2개인 TPMACA의 생성방법을 제시하고 그 TPMACA의 DV 를 분석하였다. 4장에서는 주어진 DV 에 대한 TPMACA의 생성방법을 제안한다.

IV. 주어진 DV 에 대한 패턴분류기 생성방법

CA를 이용한 패턴분류기의 기능은 DV 로 알 수 있다. 예를 들어 DV 가 $\langle 1010 \rangle$ 인 TPMACA는 0000부터 1111까지의 모든 상태들을 $\langle 1010 \rangle$ 와 내적인 값이 0인 모임, 1인 모임으로 나누어주는 역할을 한다. 이러한 DV 로 올 수 있는 가능 벡터의 종류는 비교적 간단한 4종류와 복잡한 3종류, 총 7종류로 나눌 수 있다. 이 장에서는 이러한 7종류의 벡터에 대한 패턴분류기 생성방법뿐만 아니라 DV 로 올 수 없는 불가능 벡터에 대한 패턴분류기의 생성방법도 함께 제안한다.

4.1 DV 로 올 수 있는 가능 벡터에 대한 패턴분류기 생성방법

<정리 4.1> 다음은 크기가 n 인 주어진 가능 벡터 V 에 대응하는 2개의 트리를 갖는 n 셀 TPMACA의 상태전이 행렬이다.

$$(1) \mathbf{V} = (10 \cdots 0) \rightarrow T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(2) \mathbf{V} = (0 \cdots 01) \rightarrow T_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(3) \mathbf{V} = (1 \cdots 1) \rightarrow T_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, T_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(4) \mathbf{V} = (101) \rightarrow T_5 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, T_6 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

<증명> (1) T_1 의 1행 1열을 제외한 부분은 T_2 로 T_1 은 정리 3.6의 T_{M_5} 의 형태와 동일하다. 즉 T_1 은 $c(x)=m(x)=x^n(x+1)$ 인 트리가 2개인 TPMACA가 되고, 정리 3.9에 의해 T_1 의 $DV=<10 \cdots 0>$ 를 만족한다.

(2), (3)의 증명은 (1)의 증명과 비슷한 방법으로 증명할 수 있다.

(4) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ 은 $c(x)=m(x)=x^2$ 인 TPSACA이므로 T_5 와 T_6 은 각각 정리 3.6의 T_{M_6} 과 T_{M_8} 의 형태와 동일하므로 $c(x)=m(x)=x^2(x+1)$ 인 트리가 2개인

TPMACA가 된다. 또한 $T_5^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $T_6^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 이므로 $DV=<101>$ 를 만족

한다.

다음 정리에서는 정리 4.1에서의 $T_i (i=1,2,3,4,5,6)$ 을 합성하여 주어진 벡터 V 에 대한 TPMACA를 만드는 방법을 제안한다.

<정리 4.2> 다음은 크기가 n 인 주어진 가능 벡터 V 에 대응하는 TPMACA의 상태전이 행렬 T 의 합성방법이다. 두 행렬을 합성할 때, 보조 정리 3.1을 만족하고, 앞의 행렬의 마지막 성분과 뒤의 행렬의 첫 성분을 겹쳐서 합성한다.

(1) $V=(1v_2v_3 \cdots v_{n-1}1)$ 이면 T_3 과 T_5 를 합성 또는 T_4 와 T_6 을 합성한다.

(2) $V=(1v_2v_3 \cdots v_{n-1}0)$ 이면 T_3 과 T_5 를 사용하여 합성하고, 마지막에 T_1 를 합성한다.

(3) $V=(0v_2v_3 \cdots v_{n-1}1)$ 이면 처음 T_2 를 사용한 후 T_4 과 T_6 를 사용하여 합성한다.

여기서 합성 시, T_4 뒤에 T_6 이 오는 경우에는 겹쳐지는 부분의 성분이 다르므로 T_4 를 따르고, T_5 다음 T_3 이 오는 경우에도 겹쳐지는 부분의 성분이 다르므로 T_3 을 따라야 한다.

<증명> (1) $V=(1v_2v_3 \cdots v_{n-1}1)$ 이면 가운데 올 수 있는 벡터는 $(1010 \cdots 101)$, $(11 \cdots 11)$ 이다. 즉, T_3 의 형태를 만들어 $(11 \cdots 11)$ 부분과 T_5 를 합성하여 만든 $(1010 \cdots 101)$ 부분을 합성한다. 보조정리 3.1을 만족하므로

$c(x)=m(x)$ 를 만족하며 합성 시 행렬에서 특성다항식에서의 $(x+1)$ 부분의 역할을 하는 성분이 1인 대각성분을 겹쳐서 합성하거나 1이 2개인 경우에는 겹쳐지는 성분을 0으로 바꿔줌으로써 $c(x)=m(x)=x^n(x+1)$ 를 만족하는 2개의 트리를 갖는 TPMACA가 된다.

(2), (3)의 증명은 (1)의 증명과 비슷한 방법으로 증명할 수 있다.

<예제 4.3>

(1) $V=(11101)$ 인 경우

$$T_3 \text{과 } T_5 \text{를 합성한 } T = \begin{bmatrix} 00000 \\ 10000 \\ 01110 \\ 00110 \\ 00011 \end{bmatrix} \text{ 또는 } T_4 \text{와 } T_6 \text{을 합성한 } T = \begin{bmatrix} 11000 \\ 00100 \\ 00010 \\ 00011 \\ 00011 \end{bmatrix}.$$

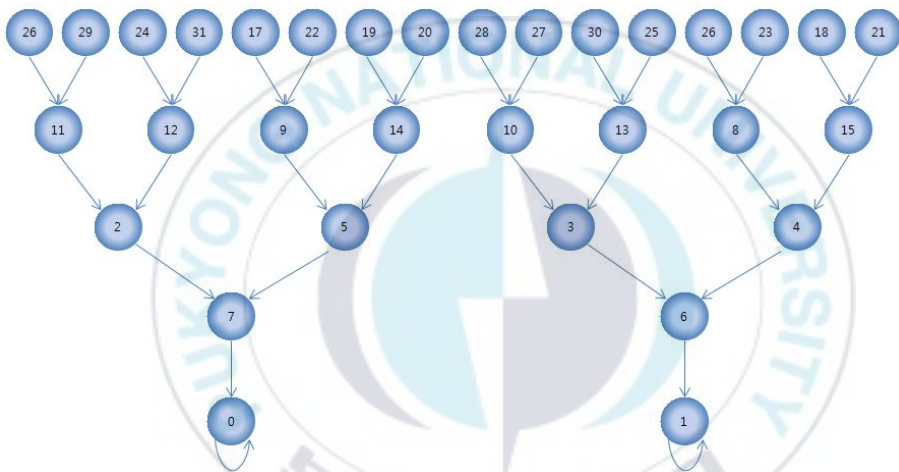
(2) $V=(0010111)$ 인 경우

$$T_2, T_6 \text{과 } T_4 \text{를 합성한 } T = \begin{bmatrix} 0100000 \\ 0010000 \\ 0011000 \\ 0001100 \\ 0001110 \\ 0000001 \\ 0000000 \end{bmatrix}$$

(3) $V=(1010110)$ 인 경우

$$T_5, T_5, T_3 \text{와 } T_1 \text{을 합성한 } T = \begin{bmatrix} 1100000 \\ 1100000 \\ 0111000 \\ 0011000 \\ 0001000 \\ 0000110 \\ 0000010 \end{bmatrix}$$

다음 그림은 예제 4.3의 (1)의 $\begin{bmatrix} 11000 \\ 00100 \\ 00010 \\ 00011 \\ 00011 \end{bmatrix}$ 에 대한 상태전이 그래프이다.



<그림 IV-1> $\langle 240, 240, 150, 60, 150 \rangle$ 의 상태전이 그래프

4.2절에서는 불가능 벡터에 대한 TPMACA 생성방법을 제시한다.

4.2 DV로 올 수 없는 불가능 벡터에 대한 패턴분류기 생성방법

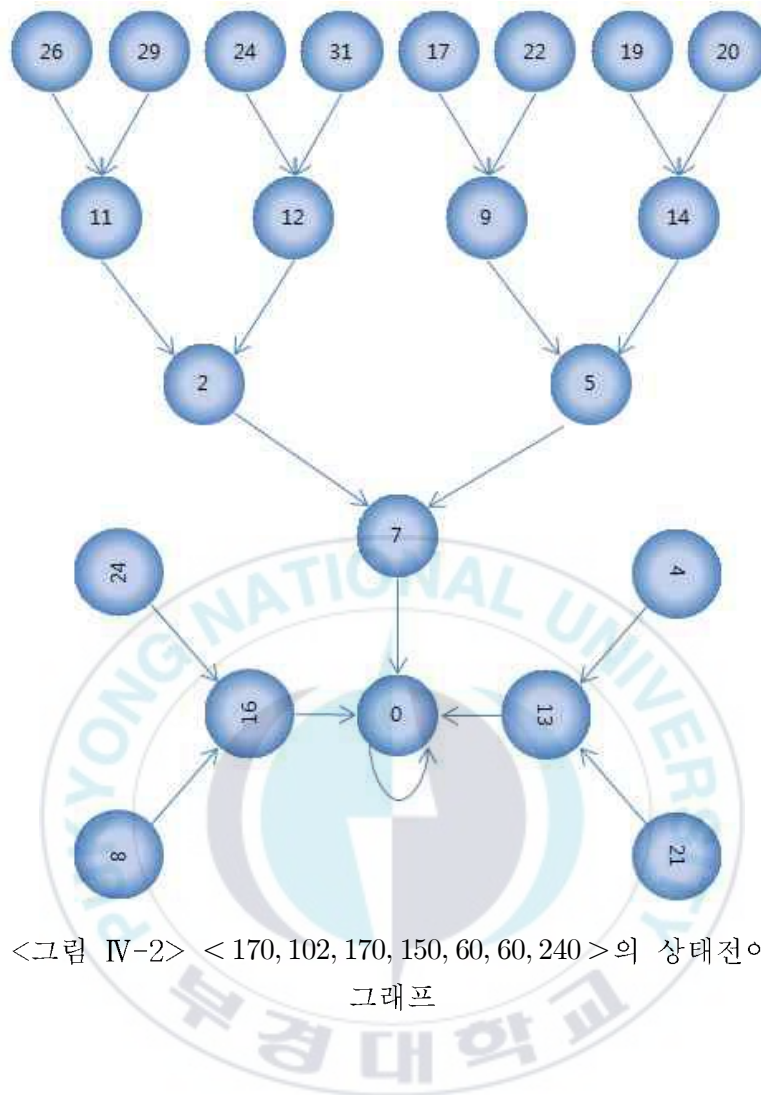
크기가 n 인 불가능 벡터 V 에 대응하는 패턴분류기를 생성할 때는 벡터 V 를 가능 벡터로 나누어 합성한다. 예를 들어 벡터 V 가 $\langle 0111010 \rangle$ 인 경

우, $\langle 011|1010 \rangle$ 로 나누어 $\langle 011 \rangle$ 에 대응하는 $T_1 = \begin{bmatrix} 010 \\ 011 \\ 000 \end{bmatrix}$ 과 $\langle 1010 \rangle$ 에

대응하는 $T_2 = \begin{bmatrix} 1100 \\ 1100 \\ 0110 \\ 0010 \end{bmatrix}$ 을 $\begin{bmatrix} T_1 \odot \\ \odot T_2 \end{bmatrix}$ 로 합성한 $T = \begin{bmatrix} 0100000 \\ 0110000 \\ 0000000 \\ 0001100 \\ 0001100 \\ 0000110 \\ 0000010 \end{bmatrix}$ 가 벡터 $V =$

$\langle 0111010 \rangle$ 에 대응하는 패턴분류기가 된다. 다음 그림은 T 에 대한 상태전이 그래프이다.





<그림 IV-2> <170, 102, 170, 150, 60, 60, 240>의 상태전이
 그래프

IV. 결론

본 논문에서는 2개의 트리를 갖는 TPMACA의 생성방법을 제안하였으며 그 TPMACA의 DV 를 분석하였다. 또한 패턴이 속하는 클래스를 결정하는 벡터가 먼저 주어졌을 때 패턴을 효율적으로 분류할 수 있는 2개의 트리를 갖는 TPMACA의 생성방법에 대해서도 제안하였다.

제안된 TPMACA는 기존의 TPMACA로 생성이 불가능한 벡터에 대해서도 패턴분류가 가능하도록 설계된 패턴분류기로 두 개의 클래스를 갖는 패턴 집합을 보다 효율적으로 분류할 수 있다.



참 고 문 헌

- [1] S. Bandini, L. Vanneschi, A. Wuensche and A.B. Shehata, "Cellular Automata Pattern Recognition and rule evolution through a Neuro-Genetic Approach," *Journal of Cellular Automata*, vol. 4, no. 3, pp. 171-181, 2009.
- [2] S.J. Cho, H.D. Kim, U.S. Choi, S.T. Kim, J.G. Kim, S.H. Kwon and G.T. Gong, "Generation of TPMACA for Pattern Classification," *ACRI 2014, LNCS 8751*, pp. 408-416, 2014.
- [3] S.J. Cho, U.S. Choi, H.D. Kim, Y.H. Hwang, and J.G. Kim, "Analysis of 90/150 Two Predecessor Nongroup Cellular Automata," *ACRI 2008, LNCS 5191*, pp. 128-135, 2008.
- [4] S.J. Cho, U.S. Choi, H.D. Kim, Y.H. Hwang, J.G. Kim and S.H. Heo, "New synthesis of one-dimensional 90/150 linear hybrid group cellular automata," *IEEE Trans. Comput-Aided Design Integr. Circuits Syst.*, vol. 26, no. 9, pp. 1720-1724, 2007.
- [5] S. Chattopadhyay, S. Adhikari, S. Sengupta and M. Pal, "Highly Regular, Modular, and Cascadable Design of Cellular Automata-Based Pattern Classifier," *VLSI Systems, IEEE Trans.*, vol. 8, no. 6, pp. 724-735, 2000.
- [6] P.P. Chaudhuri, D.R. Chowdhury, S. Nandi and S. Chatterjee, "Additive Cellular Automata," *Theory and Applications*, vol. 1, Los Alamitos, California: IEEE Computer Society Press, 1997.
- [7] A.K. Das and P.P. Chaudhuri, "Vector space theoretic analysis of additive cellular automata and its application for pseudo-exhaustive

- test pattern generation,” IEEE Trans. Comput-Aided Des. Integr. Circuits Syst., vol. 42, pp. 340–352, 1993.
- [8] P. Dasgupta, S. Chattopadhyay, P.P. Chaudhuri and I. Sengupta, “Cellular automata-based pseudoexhaustive test pattern generator,” Computers, IEEE Trans., vol. 50, no. 2, pp. 177–185, 2001.
- [9] R.D. Duda, P.E. Hart, and D.G. Stork, “Pattern Classification,” Wiley-Interscience, 2001.
- [10] N. Ganguly, P. Maji, B.K. Sikdar, and P.P. Chaudhuri, “Cellular Automata for Pattern Recognition,” Emerging Applications of Cellular Automata, pp. 53–68, 2013.
- [11] N. Ganguly, P. Maji, B.K. Sikdar and P.P. Chaudhuri, “Generalized multiple attractor cellular automata (GMACA) model for associative memory,” International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, vol. 16, no. 7, pp. 781–795, 2002.
- [12] N. Ganguly, P. Maji, S. Dhar, B.K. Sikdar and P.P. Chaudhuri, “Evolving Cellular Automata as Pattern Classifier,” in Proceedings of Fifth International Conference on Cellular Automata for Research and Industry, ACRI 2002, Switzerland, pp. 56–68, 2002.
- [13] N. Ganguly, P. Maji, B. K. Sikdar, and P.P. Chaudhuri, “Design and Characterization of Cellular Automata Based Associative Memory for Pattern Recognition,” Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Trans., Part B, 2003.
- [14] P. Maji, C. Shaw, N. Ganguly, B.K. Sikdar and P.P. Chaudhuri, “Theory and application of cellular automata for pattern classification,” Fundamenta Informaticae, vol. 58, pp. 321–354, 2003.
- [15] J. Ponkaew, S. Wongthanavas and C. Lursinsap, “A nonlinear classifier using an evolution of Cellular Automata,” ISPACS,

- International Symposium, pp. 1-5, 2011.
- [16] J. Ponkaew, S. Wongthanavas and C. Lursinsap, "Two-class classifier cellular automata," Industrial Electronics and Applications(ISIEA), IEEE Symposium, pp. 354-359, 2011.
- [17] J. Von Neumann, "Theory of self-reproducing automata," University of Illinois Press, Urbana and London, 1966.

