



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학석사학위논문

비선형 추진기 모델을 사용한
HAUV의 한계사이클 거동
시뮬레이션



2017년 2월

부경대학교 대학원

기계설계공학과

김봉준

공 학 석 사 학 위 논 문

비선형 추진기 모델을 사용한
HUAV의 한계싸이클 거동
시뮬레이션

지도교수 백 운 경

이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함.

2017년 2월

부 경 대 학 교 대 학 원

기 계 설 계 공 학 과

김 봉 준

김봉준의 공학석사 학위논문을
인준함.

2017년 2 월



주 심 공학박사 손정현 (인)

위 원 공학박사 백운경 (인)

위 원 공학박사 주문갑 (인)

목 차

1. 서론	1
1.1 연구배경	1
1.2 연구방법	4
1.3 연구범위	4
2. 유체동역학이 포함된 추진기의 비선형 모델	5
2.1 추진기 모델 유도	5
2.2 추진기 모델의 검증	14
3. HAUV의 동역학 모델	21
3.1 HAUV의 선체 형상 및 주요 부품	21
3.2 HAUV의 운동방정식	23
4. 한계싸이클 거동에 대한 해석이론	25
4.1 한계 싸이클	25
4.2 기술함수의 정의	28
4.3 추진기가 페루프 거동에 미치는 영향	31
5. 추진기 모델이 포함된 한계싸이클 거동 시뮬레이션	39
5.1 시뮬레이션 개요	39
5.2 HAUV의 한계싸이클 거동 시뮬레이션	40
6. 결론	52
6.1 요약 및 결론	52

참고문헌	54
부록	58
1. RK4차법을 사용한 추진기 시뮬레이션의 Matlab 코드	58
2. 파라미터 정리	61



그림 목차

그림 1. AUV, ROV, HAUV의 형태	1
그림 2. 1200kg ROV의 위치제어 궤적	2
그림 3. Cross Bow 사의 400 HFS-L Hi-Flow Thruster	5
그림 4. 측면에서 바라본 추진기의 모델	7
그림 5. 정규화된 추진기 모델의 추진력	12
그림 6. 추진기의 추진력 실험장치	14
그림 7. InstaSpin-BLDC Controller	15
그림 8. CatmanAP 데이터 처리 프로그램	16
그림 9. 추진기 실험장치의 개념도	16
그림 10. 12V - 1041RPM에서 시간에 따른 추력곡선	16
그림 11. 12V - 2040RPM에서 시간에 따른 추력곡선	17
그림 12. 12V - 3100RPM에서 시간에 따른 추력곡선	18
그림 13. 시간에 따른 추진기의 추진력 곡선	18
그림 14. HAUV의 선체 형상	20
그림 15. HAUV의 중요부품 구성도	22
그림 16. 1 - DOF(Surge) HAUV 기구도	22
그림 17. 비선형 시스템에서 한계사이클 거동의 형태	24
그림 18. 한계사이클 거동이 존재하는 시스템의 블록선도	26
그림 19. 그림 18의 시스템 블록선도에서 포화를 배제한 근궤적 선도	26
그림 20. 그림 18의 시스템 블록선도에서 한계사이클 거동	27
그림 21. 비선형 요소의 개념도	29
그림 22. 근사선형화를 통한 비선형 요소의 전달함수	32
그림 23. 1차 저역 필터의 Bode 선도	33
그림 24. 포화함수 선도	34
그림 25. 식 (28) 포화함수의 블록선도	35
그림 26. 입력 $u = a \sin(\omega t)$ 에 대한 포화함수의 응답	36
그림 27. $K = N = 1$ 인 포화함수과 기술함수 선도	38
그림 28. 비선형 추진기 모델을 적용한 HAUV의 x축 위치제어 블록선도	

.....	40
그림 29. 비선형 추진기 모델의 블록선도	40
그림 30. HAUV 모델의 블록선도	41
그림 31. 추진기 모델을 적용하지 않은 위치제어 시뮬레이션 결과	42
그림 32. 추진기 모델을 적용한 위치제어 시뮬레이션 결과	43
그림 33. P - 제어를 사용한 x_d 의 위치변화에 따른 시스템의 응답	44
그림 34. x축 위치제어 응답($K_p = 30, K_d = 10$)	46
그림 35. x축 위치제어 응답($K_p = 30, K_d = 20$)	46
그림 36. x축 위치제어 응답($K_p = 30, K_d = 30$)	47
그림 37. x축 위치제어 응답($K_p = 30, K_d = 40$)	47
그림 38. x축 위치제어 응답($K_p = 30, K_d = 40, K_i = 10$)	49
그림 39. x축 위치제어 응답($K_p = 30, K_d = 40, K_i = 20$)	50
그림 40. 시뮬레이션 시간 2000초를 적용한 x축 위치제어 응답	51

표 목차

표 1. 400 HFS-L Hi-Flow Thruster의 재원	6
표 2. 실험장치에 사용된 하드웨어	15
표 3. RPM에 따른 추진력의 값	18
표 4. 추진기의 덕트와 프로펠러의 치수	19
표 5. 추진기 모델의 계수 값	20
표 6. HAUV의 각종 계수	24
표 7. $K_p = 30, x_d = 10m$ 에서 K_d 의 변화에 따른 한계사이클 응답특성 ...	48

Limit Cycle Maneuver Simulation of the Hovering Autonomous Underwater Vehicle with a Nonlinear Thruster Model

Bong Jun Kim

The Department of Mechanical Design Engineering
The Graduate School, Pukyong National University

Abstract

Most nonlinear dynamic systems show limit cycle behaviors. limit cycle behavior is a permanent output oscillation in the amplitude and frequency that are independent from input signals. Therefore, the limit cycle behavior causes detrimental effects on marine vehicle maneuver fir the underwater vehicle maneuver in the observation and docking motions, which require accarute position controls.

In this paper, 'Describing Function method' was used to analyze the limit cycle behavior. This Method is a convenient tool to derive a quasi-transfer function of a nonlinear system. A limit cycle behavior of HAUV with a nonlinear thruster model was simulated to figure out the effect of nonlinear thruster dynamic on the HAUV motion control. Traditional P-, PD- and PID-controller were applied to observe the effects of the limit cycle behavior on each controller.

Simulation using MATLAB/SIMULINK showed the nonlinear thruster systemdominated the response of HAUV motion control and cause a limit cycle behavior. In controller simulations, the PD controller showed better performance the the PID controller.

1. 서론

1.1 연구 배경

해양개발이 한창 진행 중인 지금의 시기에 인간의 해양 활동 영역은 접근이 쉬운 연근해를 벗어나, 대양의 심해까지 넓어지는 중이다. 하지만 심해는 높은 압력과 시야의 제약으로 인하여 인간이 활동하기에는 매우 가혹한 환경이다. 따라서 인간이 대양과 심해에서 활동하기 위해서는 해양로봇의 도움이 필수적이다.

해양로봇의 종류로서는 ROV (Remotely Operated Vehicle), AUV(Autonomous Underwater Vehicle), HAUV(Hovering Autonomous Underwater Vehicle)등이 존재한다. 그림 1에서 ROV, AUV, HAUV의 형태를 볼 수 있다.



그림 1. AUV, ROV, HAUV의 형태

ROV는 케이블로 모선과 연결되어 모선내부의 조종사의 조종을 받는 로봇이다. 조종사에 의하여 제어가 되므로 명확한 상황판단과 작업의 정밀도는 높일 수 있다. 하지만 케이블의 길이에 의한 작업반경의 제약, 조종

사의 피로에 의한 작업시간의 한계가 존재한다.

AUV는 그 모양과 거동이 어뢰와 매우 유사하여 넓은 지역을 조사 탐사, 또는 감시를 하기에 최적의 성능을 가지고 있다. 하지만 순항상태를 유지하지 않을 경우 시스템이 불안정해지는 성질로 인하여 좁은 공간에서의 운항이 불가능하다. 그에 비하여 비교적 좁은 영역에서 운행되는 HAUV는 AUV 비해 빠른속도로 운동하지는 않으나, 6자유도의 정밀한 자세제어가 가능하다. 그리고 원격제어 케이블이 없으므로 ROV에서 보이던 작업반경의 제약, 작업시간의 제약에서 비교적 자유롭다. 대신 정밀한 자세제어가 필요하기에 섬세한 제어기법이 요구된다.

대부분의 기계적 시스템은 기계적인 특성과 외란에 의하여 비선형성을 가지며, 해양로봇 또한 이러한 비선형성에서 자유로울 수는 없다. 이런 비선형성에 대응하기 위하여 근래의 제어는 대부분 피드백 제어를 사용하고 있다. 피드백 제어는 안정성과 범용성으로 인하여 여러 산업분야에 성공적으로 적용되고 있으나, 몇몇 분야에서 취약성을 나타내고 있다. 피드백 제어의 취약성을 보이는 영역 중 하나로, 해양로봇의 도킹과 호버링 기동을 그 예로 들 수 있다.

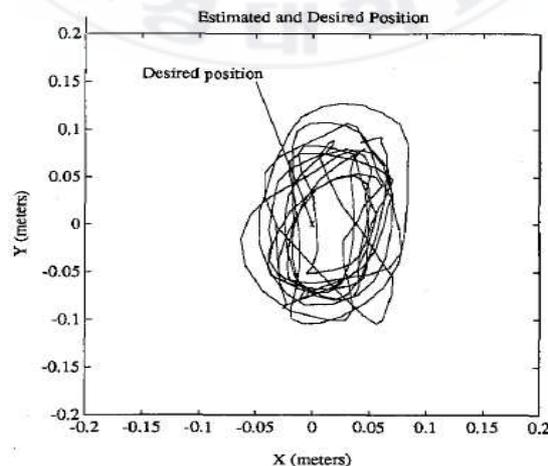


그림 2. 1200kg ROV의 위치제어 궤적

그림 2는 1200kg ROV의 위치제어 궤적을 보이고 있다. 그림 2에서 ROV는 목표지점으로 표시된 가운데의 X점에 접근하지 못하고, 목표지점 근처에서 거리를 두고 회전하는 거동하고 있는데, 이러한 거동을 한계 싸이클(limit cycle)이라고 한다. 이런 한계 싸이클 거동으로 인하여 도킹과 호버링 기동에서 특정한 위치를 유지하지 못하며, 해저탐사의 정확성과 수중작업의 정밀성에 좋지 못한 영향을 미친다. 따라서 이러한 한계 싸이클 거동을 규명하고 그 영향을 줄이기 위하여 많은 연구가 이루어져 왔다.

기존의 한계 싸이클 거동에 관한 연구로서 [1]에서는 추진기의 비선형 모델을 집중계수법으로 유도하고 기술함수를 통하여 근궤적 상에서 한계 싸이클의 발생 조건을 연구 하였으며, [2]에서는 추진기 내부의 모델에 따른 수중로봇의 동적응답 변화를 연구하였다. [3]에서는 추진기와 프로펠러의 모델을 결합하여 외부의 입력에 의한 추진기 추력이 명령된 추력을 잘 추적하는가에 대한 연구를 진행하였다. [4]에서는 2자유도 모델을 사용하여 제어기와 속도에 따른 HAUV의 위치제어 시뮬레이션을 진행하고 주파수 영역의 분석을 통하여 선체의 비선형 모델에서 한계 싸이클 거동이 발생하는지를 규명하였다.

본 논문에서는 앞선 참고문헌을 종합하여 비선형 추진기 모델이 포함된 비선형 HAUV 모델의 1자유도 위치제어를 MATLAB/Simulink 를 이용하여 한계 싸이클의 거동을 구현하고, 제어기의 변화에 따른 응답변화를 관찰 하고자 이번 연구를 기획하였다.

1.2 연구 목적

본 논문에서는 비선형 추진기 모델을 유도하고, HAUV의 동적 특성을 고려한 모델과 접목하여, 제어를 통한 시뮬레이션을 통하여 한계 싸이클 거동을 분석한다. 이후 제어기에 따른 위치제어 응답의 변화를 확인하고, 이러한 한계싸이클 현상에 대한 원인분석을 통해 앞으로 수중 무인 운동체의 정밀한 위치, 자세제어기 설계에 활용 하는 것에 그 목적이 있다.

1.3 연구 방법

2장에서 유체동역학이 포함된 추진기의 비선형 모델을 집중계수법 (lumped parameter) 으로 유도하는 것으로 시작하여 실제 추진기를 이용한 실험을 통하여 계수를 구하고 그 계수를 적용시킨 모델의 추진력 곡선을 실제 추진기의 추진력 실험결과와 비교하여 모델의 타당성을 증명한다. 3장에서는 HAUV의 제원 소개와 동역학 모델을 이용하여 운동방정식을 유도한다.

4장에서는 한계 싸이클 거동에 대하여 이론적인 고찰을 한 다음 간단한 예시를 통하여 어떤 형태의 운동을 하는지 탐구하는 것을 시작으로 수중로봇 시스템에서 대표적인 비선형성이 한계 싸이클 거동에 어떤 영향을 미치는지 탐구하였다. 마지막으로 5장에서 추진기의 비선형모델이 포함된 HAUV의 운동방정식을 SIUMLINK를 이용한 시뮬레이션을 통하여 한계 싸이클의 발생 원인을 파악한다.

2. 유체동역학이 포함된 추진기의 비선형모델

2.1 추진기 모델 유도

가. 추진기의 형상 및 기능

대부분의 중소형 수중 운동체는 전기적인 힘으로 작동되는 모터를 이용하여 덕트 내부의 프로펠러를 회전시켜 추진력을 얻는다. 몇몇 추진기는 감속기어를 사용하기도 하나, 직결을 사용하는 추진기가 주를 이루고 있다. 아래의 그림 3에서 볼 수 있듯이 프로펠러를 덕트 내부에 있게 함으로서 프로펠러의 정적, 동적 효율을 증가 시킬 수 있다.



그림 3. Cross Bow 사의 400 HFS-L Hi-Flow Thruster

추진기 모델 유도에 사용된 추진기는 Coree Bow 사의 400HFS-L Hi-Flow Thruster 모델이며 이 추진기의 주요 성능을 아래 표 1에 나타내었다.

표 1. 400 HFS-L Hi-Flow Thruster의 재원

무게	0.453 kg
기어 비	4.28 : 1
축 직경	5.0 mm
최대 작동온도	100 ° C
작동 전압	12 V ~ 50 V
프로펠러 직경 및 날개 수	60 mm 4 Blades
최대 추력	2.72 kg
길이	15.87 cm

이러한 종류의 추진기는 이상적인 힘을 발생시키는 구동기가 아니다. 잘 알려져 있는 사실이지만 추진기는 축방향과 횡방향의 흐름에 영향을 크게 받는다. 축방향 흐름의 효과는 추진기를 개별적으로 모델링하여 믿을 만하게 추측이 가능하다. 추진기의 덕트 내부로 들어오는 유체의 속도는 프로펠러의 받음각의 변화로 인하여 달라진다. 따라서 이를 통하여 힘의 생성을 예측 할 수 있다. 그러나 횡방향 흐름에 의한 효과는 축방향 효과에 비하여 모델링하기가 더 어렵다. 이 효과는 선체에서 추진기의 위치에 따라 달라진다는 것이 실험적으로 알려져 있다. 이는 추진기에 의하여 생성되는 힘의 크기를 감소시키는 영향을 미치며, 시스템이 제어 기법에 의하여 제어되지 않는 한 시스템의 전체 게인이 감소하는 효과를 낸다. 이 게인이 감소하는 효과는 중소형 무인잠수정의 자동주행이나, 깊이 제어 등의 응답을 매우 나쁘게 만든다[1]. 4장에서 이런 형태의 추진기가 비선형 필터처럼 작용하여, 저속과 호버링 영역에서 페루프 거동에 미치는 영향을 분석할 것이다.

나. 추진기 모델 유도

그림 4와 같은 일반적인 추진기는 움직이지 않는 덕트와 프로펠러의 각속도(Ω)에서 토크(τ)를 발생시키는 모터로 구성된다. 추진기의 덕트는 단면적(A)과 내부용적(V)을 가진다. 주변 유체는 밀도(ρ)와 체적유량(Q)를 가진다고 가정한다.

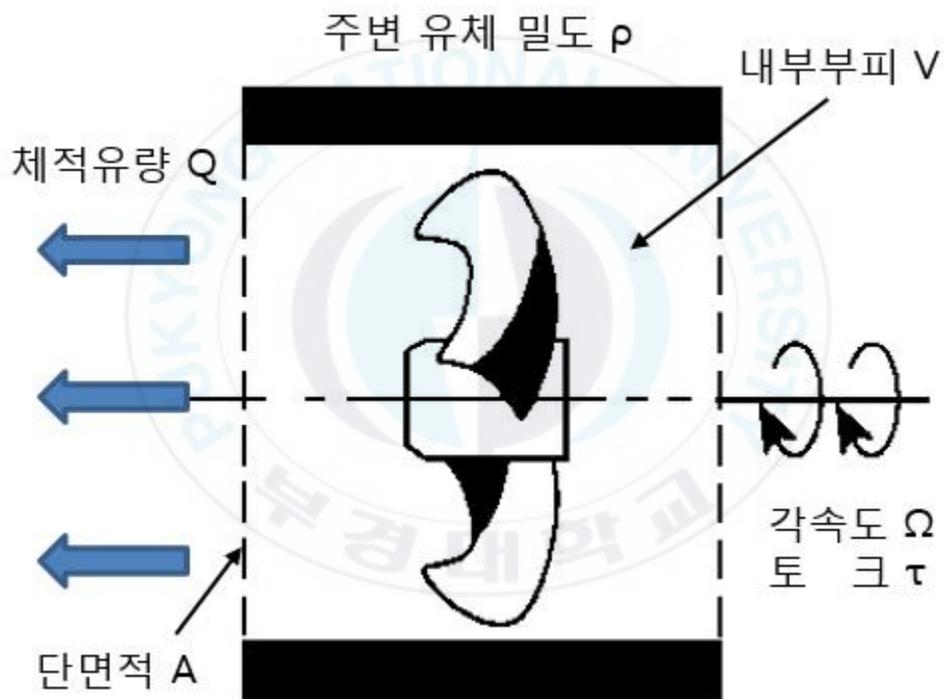


그림 4. 측면에서 바라본 추진기의 모델

추진기 모델은 아래의 가정에 의하여 단순화시켜 유도한다.

1. 전체 시스템의 에너지는 덕트 내부에 존재하는 유체의 운동에너지만을 고려한다. 따라서 빠져나간 유체의 운동에너지는 고려하지 않으며, 유체의 위치에너지도 무시한다.
2. 외부에서 흐르는 유체에 의한 운동에너지는 무시한다. 덕트 내부의 운동에너지만 반영한다.(외부 유동 무시)
3. 마찰손실 또한 무시한다.
4. 유체는 비압축성이다.($\rho = \text{상수}$)
5. 중력으로 인한 효과는 무시한다. 따라서 중력에 의한 가속은 배제하며, 오직 추진기에 의한 추진력으로 유체는 힘을 받는다.
6. 추진기는 회전축을 중심으로 유체의 움직임에 대하여 완벽히 대칭이다. 따라서 유체는 오직 병진운동만을 하며 모멘텀으로 인한 회전운동은 하지 않는다.

추진기의 내부에 있는 유체의 운동수반 에너지 T^* 는 체적유량 Q 의 상태함수로 나타낼 수 있다.

$$T^*(Q) = \frac{1}{2} \rho V \left[\frac{Q}{A} \right]^2 \quad (1)$$

식 (1) 에서 운동량 Γ 는 아래의 식 (2)로 정의된다.

$$\Gamma = \frac{dT^*}{dQ} = \rho V \frac{Q}{A^2} \quad (2)$$

위의 식에서 Γ 는 운동량/면적 의 단위를 가지며 이것을 **압력운동량 (pressure momentum)**이라고 정의한다. 에너지 사이의 관계가 선형적이란 수반에너지와 에너지는 같은 크기를 가진다. 따라서 운동에너지 T 는 아래의 식 (3)과 같이 압력운동량 Γ 의 함수로 나타낼 수 있다.

$$T(\Gamma) = \frac{A^2}{2\rho V} \Gamma^2 \quad (3)$$

출력도 아래 식 (4)와 같이 압력운동량과의 관계로 나타 낼 수 있다.

$$\frac{dT}{dt} = \frac{A}{\rho V} \Gamma \dot{\Gamma} = \Omega \tau - K Q \quad (4)$$

식(4)에서 $\Omega \tau$ 는 추진기에 입력되는 일률의 입력이고 , K 는 추진기의 덕트에서 나오는 단위부피당 운동에너지이며, $\dot{\Gamma}$ 는 압력운동량의 변화를 의미한다. 추진기에서 나오는 출력의 단위부피당 운동에너지 K 는 아래 식 (5)으로 표현된다.

$$K = \frac{A^2 \Gamma^2}{2\rho V^2} = \frac{\gamma^2}{2\rho} \quad (5)$$

식(5)에서 $\gamma \equiv A\Gamma/V$ 의 값으로 정의하며, 추진기 내부의 부피당 유체의 운동량을 의미한다.

추진기와 주변의 유체는 순환 선운동량(convected linear momentum)으로 서로 묶여있다. 이것은 추진력을 아래와 같이 정의 할 수 있게 해준다.

$$Thrust = \gamma Q \quad (6)$$

프로펠러가 공동현상을 전혀 일으키지 않는다고 가정하면, 체적유량은 추진기, 프로펠러의 특성과 프로펠러 각속도 Ω 에 의하여 서로 연관시킬 수 있다. 프로펠러가 1회전 할 때마다 이론상의 전진거리와 실제 전진거리의 차이를 슬립(slip)이라고 하는 단어로 표현을 하며, 이것은 식(7)로 나타낼 수 있다.

$$\sigma = \frac{\Omega p A - Q}{\Omega p A} \quad (7)$$

식(7)에서 p 는 프로펠러가 1 rad 만큼 회전했을 경우 회전축의 방향으로 이동한 거리인 *pitch*를 말한다. 또 위의 식 (7)에서 사용된 $Q(\Omega)$ 는 식 (8)로 표현된다.

$$Q = \eta p A \Omega \quad (8)$$

식(7)에서 $\eta \equiv 1 - \sigma$ 이며 프로펠러의 효율로 정의된다. 위의 관계식 (5)-(8)을 통하여 아래의 추진기의 동적 상태 방정식과 출력 방정식을 구성할 수 있다.

$$\dot{I} = \frac{\tau}{\eta p A} - K \quad (9)$$

$$Thruster = \gamma Q \quad (10)$$

만약 프로펠러의 효율(η), 피치(p), 덕트의 단면적(A)가 모두 상수라고 가정한다면, 추진기의 동적 상태 방정식과, 출력 방정식은 동적 상태변수를 프로펠러의 각속도 Ω 로 가지는 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\dot{\Omega} = \frac{\tau}{\eta^2 p^2 \rho V} - \frac{\eta p A}{2V} \Omega |\Omega| \quad (11)$$

$$Thrust = A \rho \eta^2 p^2 \Omega |\Omega| \quad (12)$$

위의 추진기 모델에 계단입력으로 토크 2, 1, 0.5 Nm를 가했을 때의 응답을 4차 Runge-Kutta법을 이용하여 계산하였다[6]. 이 미분방정식을 Matlab을 사용하여 시뮬레이션한 결과를 그림 5에서 볼 수 있다. 붉은 점선은 입력토크가 2 Nm, 검은 실 점선은 1 Nm, 파란 실선은 0.5 Nm의 토크를 가했을 때의 추력곡선이다. 이 시뮬레이션에서 추진기의 계수는 참고문헌 [1]에 사용된 수치를 그대로 사용하였다.

$$C_t = 0.022 N \cdot s^2, \alpha = 0.037, \beta = 42 V^{-1} s^{-2}$$

그림 5의 선도에서 알 수 있는 사실은 추진기에 계단입력이 가해질 때 추진기의 특성으로 인하여 추진력이 입력된 추진력에 도달 할 때 까지 시간지연이 발생한다는 사실을 알 수 있다. 또한 저속과 호버링 영역에서의 제어시 낮은 입력 토크로 인하여 상승시간이 더 길어지는 거동 또한 예측할 수 있다. 다른 방법으로 비선형 추진기를 모델링한 논문에서도 아래와 비슷한 형태의 응답을 나타냄을 알 수 있다[5][6][7].

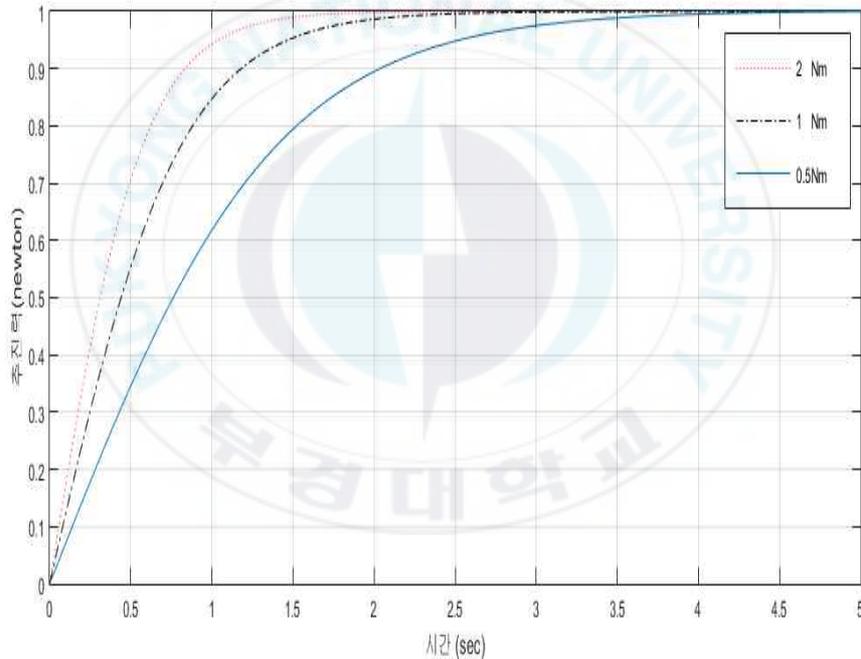


그림 5. 정규화된 추진기 모델의 추진력

수치해석에 사용된 Matlab의 코드를 부록에 수록하였다. 추진기는 일반적인 구동기에서 나타나는 지연에 비하여 좀 더 복잡한 거동을 보인다. 추진기의 시간응답 성능은 입력이 감소함에 따라서 나빠지며, 이것은 다른

동적 비선형성과 연계되어 HAUV의 호버링 제어에서 한계사이클 거동을 나타내게 하는데 영향을 미친다.

다. 추진기 모델 최종형태

에너지법을 기초로 하여 집중계수 를 사용한 추진기의 모델을 유도하였다. 프로펠러의 회전속도 Ω 를 상태변수로 하는 모델은 아래의 식으로 정리된다.

$$\dot{\Omega} = \beta \tau - \alpha \Omega |\Omega| \quad (13)$$

$$Thrust = C_t \Omega |\Omega| \quad (14)$$

위의 식에서 τ 는 입력 토크이고, α 와 β 는 모델 상수이며 C_t 는 비례상수를 나타낸다. 식 (13)과 (14)는 추후 모델 파라미터를 결정하기 위하여 사용되고, 최종적으로 제어시스템에서 추진기의 동역학을 구현하는데 사용된다.

2.2 추진기 모델의 검증

가. 추진기의 추진력 시험장치 및 프로그램

추진기 모델의 계수들을 결정하기 위하여 다음의 실험을 수행하였다. 추진기의 RPM에 따른 추력의 크기를 측정하기 위하여 그림 6과 같은 시험장비를 수조에 설치하였다. 추진력에 사용된 추진기는 그림 3의 Cross Bow사의 400HFS-L Hi-Flow Thruster 모델을 사용하였으며 실험수조의 크기는 $[L2.4m \times W1.8m \times H0.75m]$ 이다. 시험장치에 사용된 하드웨어와 프로그램을 아래의 표 2에 정리하였다.

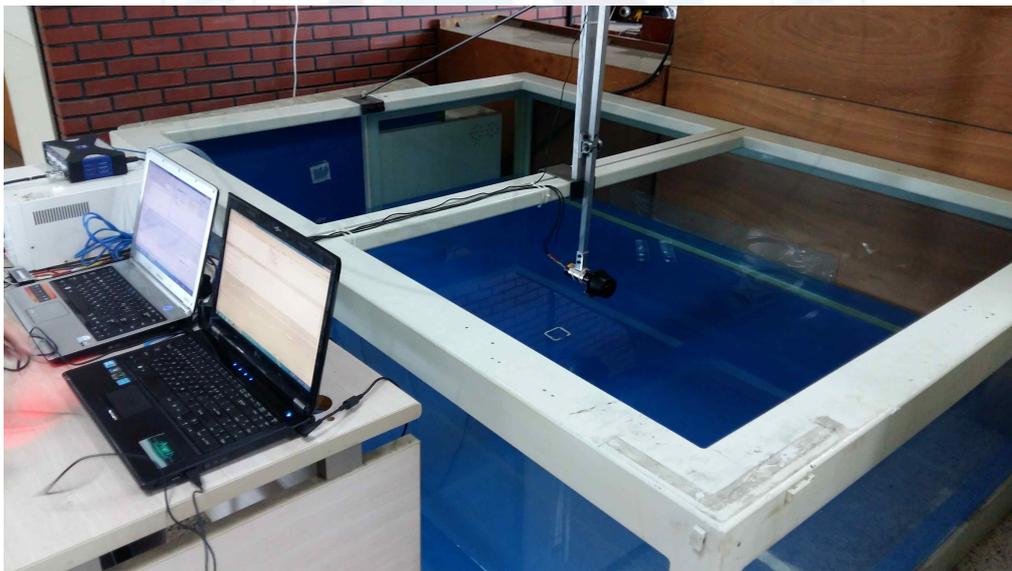


그림 6. 추진기의 추진력 시험장치

표 2. 시험장치에 사용된 하드웨어

Data 수집장치	HBM Inc. MX840A
추진기 제어장치	TEXAS INSTRUMENTS INC. DRV8301
유속측정장치	Flowwatch
직류 전원 장치	다우나노텍 REGULATED DC POWER SUPPLY 30V-10A
클램프형 전류계	PROSyS CP41
로드셀	YC33 50K

추진기의 모터입력 제어는 그림 7의 InstaSPIN-BLDC Controller 프로그램을 사용하여 측정하였으며, 그림 8에 나와 있는 데이터 처리 프로그램 CatmanAP을 사용하여 시간에 따른 추력데이터를 수집하였다. 그림 9는 추진기 실험장치의 개념도이다. 수면아래에 설치된 추진기의 추력에 의하여 수면위에 설치된 로드셀에 힘이 가해지는 방식으로 추력을 측정하였다.



그림 7. InstaSpin-BLDC Controller

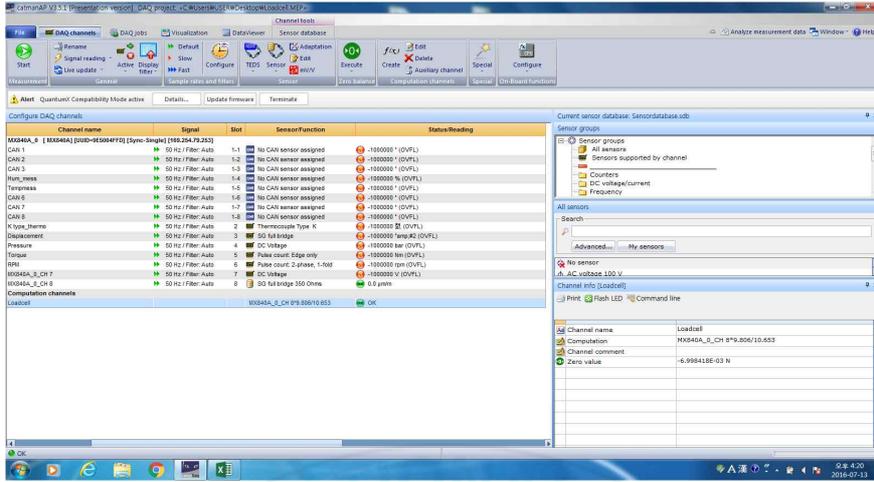


그림 8. CatmanAP 데이터 처리 프로그램

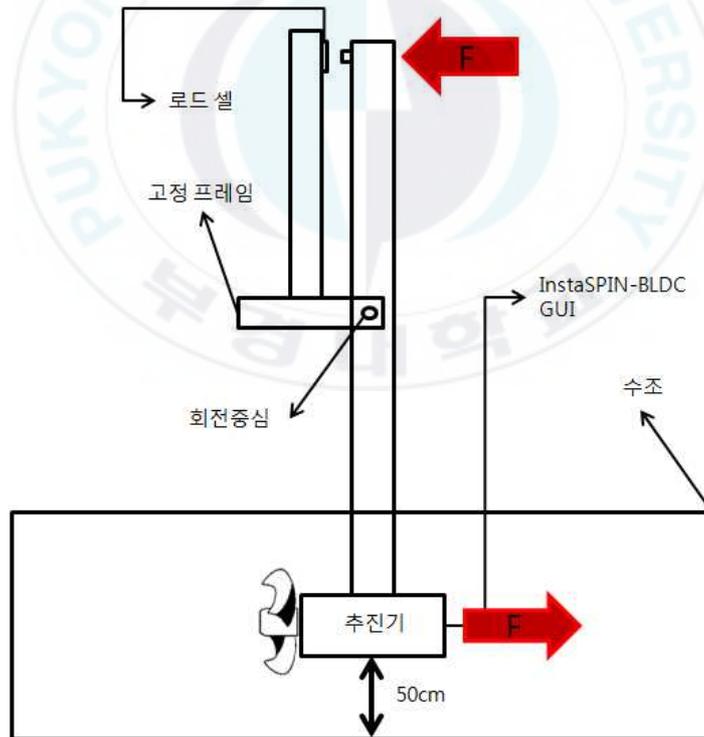


그림 9. 추진기 실험장치의 개념도

나. 추진기의 추진력 측정결과

첫 번째 실험은 식 (14)에서 C_t 의 수치를 구하기 위하여 시행되었다. 전압을 12V로 고정시킨 상태에서 RPM을 다르게 하여 시간에 따른 추력의 변화를 관찰하였다. 적절한 결과를 얻기 위하여 1041, 2040, 3100 RPM에서 추진력을 테스트 하였으며, 그 결과는 그림 10-12 에서 확인 할 수 있다. 이때의 RPM은 모터의 RPM으로서 실제 프로펠러가 회전하는 각 속도는 기어 비를 나누어 주는 것으로 계산 할 수 있다.

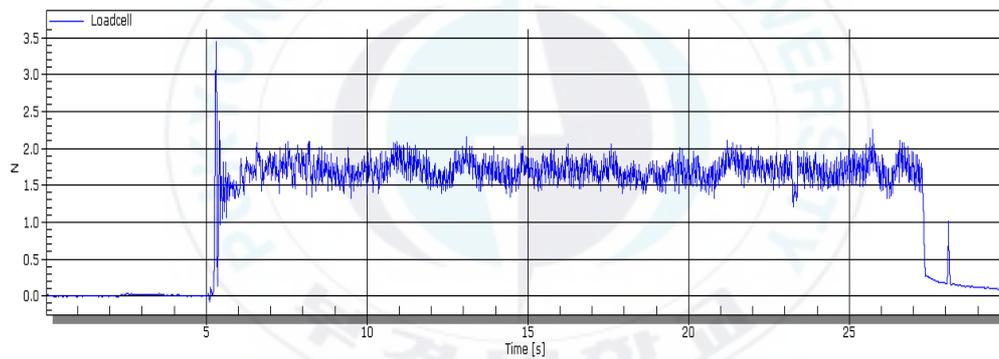


그림 10. 12V - 1041RPM에서 시간에 따른 추력곡선

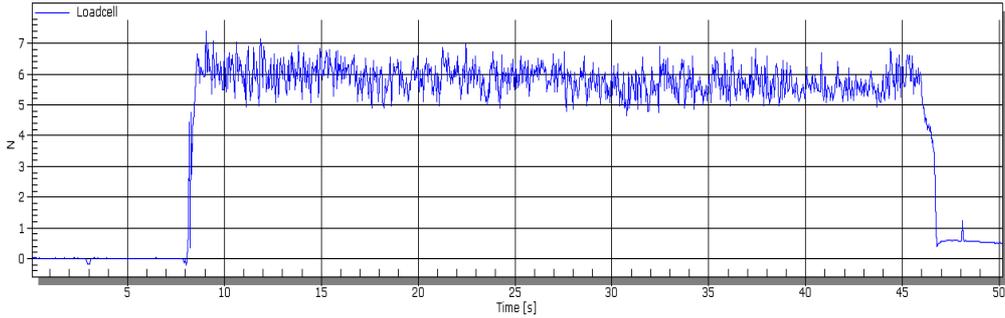


그림 11. 12V - 2040RPM에서 시간에 따른 추력곡선

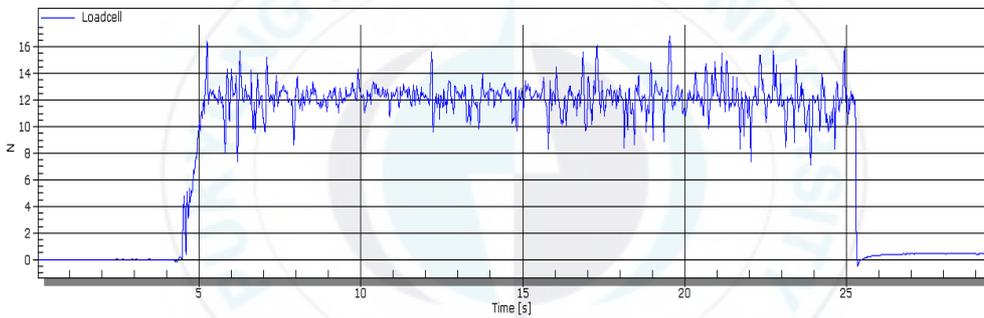


그림 12. 12V - 3100RPM에서 시간에 따른 추력곡선

위의 실험 데이터에서 RPM당 최대추력의 값을 최소자승법을 이용하여 구하면 아래의 표 3과 같다.

표 3. RPM에 따른 추진력의 값

RPM	Thrust(N)
1041	1.512
2040	6.0
3100	12.866

위의 표에서 추진기의 기어비인 4.28:1을 적용한 다음 $Thrust = C_t \Omega |\Omega|$

의 공식을 적용하면 C_f 값은 0.0224라는 값을 구할 수 있다.

나머지 추진기의 파라미터를 구하기 위하여 추진기의 크기를 측정하였다. 그림 3을 보면 알 수 있듯이 추진기의 덕트 형상은 원통형이 아닌 잘린 원뿔 형상으로 입구와 출구의 직경이 다르다. 덕트의 입구의 출구의 직경, 덕트의 길이를 측정하고 원뿔형임을 가정하여 덕트의 용적을 계산하였다. 그리고 프로펠러의 피치는 제작사의 카탈로그에 나와 있는 값을 사용하였다. 각 물성치를 아래 표 4에 정리하였다.

표 4. 추진기의 덕트와 프로펠러의 각 치수

덕트의 직경 (D)	0.062 m(출구) , 0.071 m(입구)
덕트의 길이 (L)	0.05 m
덕트의 단면적 (A)	0.003019 m ² (출구) 0.003959 m ² (입구)
덕트의 용적(V)	0.000174 m ³
프로펠러 피치 (p)	0.0615 m

추진기 실험에서 구한 C_f 의 값을 이용하여 식 (13)에 있는 각종 계수들을 구할 수 있다. 면적(A)는 출구의 면적인 0.003019 m² 을 적용하였고, 밀도 ρ 는 1000 kg/m³ 나머지 수치는 위의 표 4 의 값을 적용하면 프로펠러의 효율인 η 값을 구할 수 있다. 구한 η 값은 0.4425 이다. 참고문헌[1]에서 시뮬레이션한 결과에서는 실제 덕트 내부 용적의 두 배 정도의 유체가 추진력에 관계한다고 서술 하였다. 따라서 α 와 β 를 구할 때의 V 값은 측정치의 두 배를 넣어 계산하였다. 위에서 구한 η 를 식 (13)에 나머지 계수들과 대입하여 α 와 β 값을 구할 수 있다. 그 값을 아래 표 5에 정리하였다.

표 5. 추진기 모델의 계수 값

α	0.1180
β	202.469

위의 계수를 시뮬레이션에 적용하여 추진력을 시뮬레이션 한 결과를 아래 그림 13 서 확인 할 수 있다.

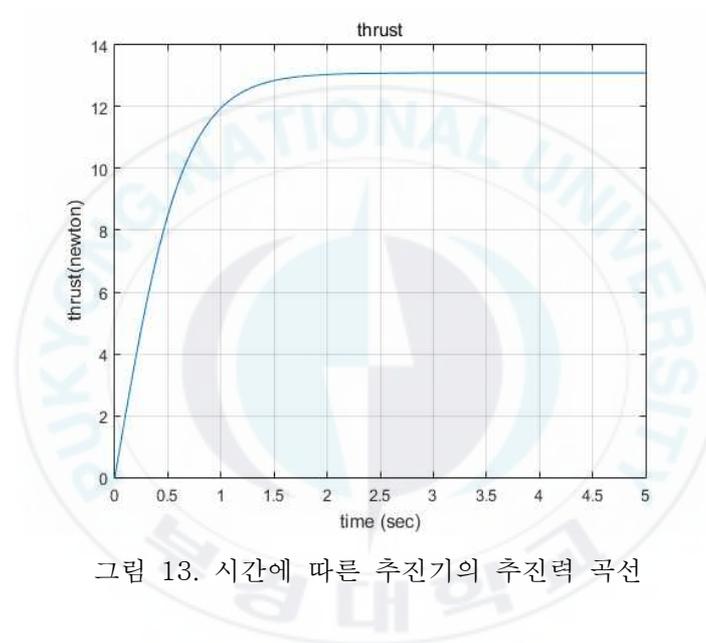


그림 13. 시간에 따른 추진기의 추진력 곡선

모델에서 유도한 계수에 실험으로 얻어진 값을 대입하여 시뮬레이션 한 결과는 추력이 약 2초 후에 13N의 추진력을 발생하는 결과를 보여주고 있다. 따라서 추진기의 모델은 실제 실험의 결과를 잘 따라감을 알 수 있다. 결과적으로 유체역학을 반영한 추진기의 비선형 모델을 HAUV의 모델에 적용시킬 수 있게 되었다.

3. HAUV 의 동역학 모델

3.1 HAUV의 선체 형상 및 주요 부품

본 연구에서 사용되는 HAUV는 아래 그림 14와 같은 형상이다. 전체적으로 직육각형의 모양에 측면에는 Azimuth Thruster가 설치되어 있으며 그 Azimuth Thruster을 보호하기 위한 프레임이 설치되어 있는 모습이다. 선체 내부에는 제어부, 통신부, 배터리 하우징, Azimuth Thruster Unit으로 구성되어 있으며 배터리 하우징을 제외한 나머지 세 부분은 선체의 중심에 압력을 지탱하기 위한 플라스틱 원통에 들어가 있다. 선체의 크기는 1400mm(L)×400mm(W)× 550mm(H)이며 총 중량은 56.5 kgf 이다. 추진기는 위의 추진기 모델에 사용된 Cross Bow 사의 400HFS-L thruater 가 ATU에 두개, 선체 내부에 세 개가 설치되어 있으며 선체에 설치된 추진기중 두 개는 측면을 하나는 수직으로 설치되어 각종 제어에 필요한 제어력을 공급하게 설계되어 있다. 추진에 필요한 에너지는 선체 하부에 설치된 배터리 팩에서 공급받으며 명령은 제어부에서 자체적으로 제어가 가능하나 수면위에 연결된 케이블을 통하여 외부에서의 명령을 받을 수 있게 설계되어 있다. 그림 15는 HAUV의 중요부품 구성도를 보인다 [8][9].

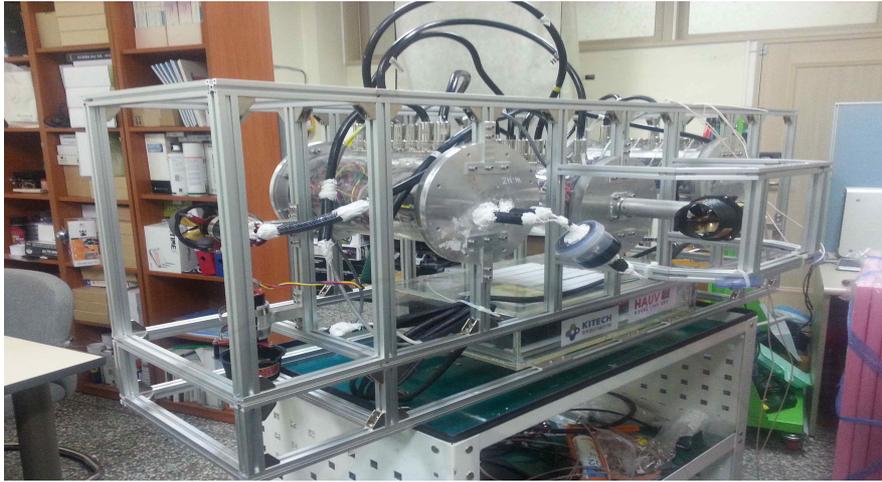


그림 14. HAUV의 선체 형상

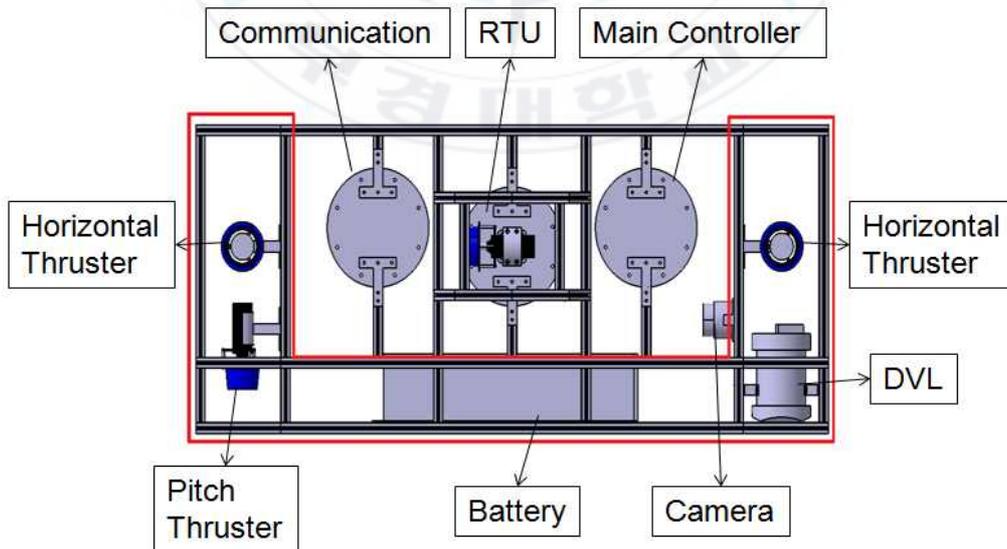


그림 15. HAUV의 중요부품 구성도

3.2 HAUV의 운동 방정식

HAUV의 전체 운동 방정식은 강체와 부가질량의 항, 수중에서의 부력항과 저항력 항으로 이루어져 있다. 본 논문에서는 한계싸이클의 거동을 확인하기 위하여 전진방향(surge)의 운동방정식을 사용하였다. 이 운동방정식은 식 (15)와 같다.[10][11]

$$M\ddot{x} + C(\dot{x})\dot{x} + D(\dot{x})\dot{x} + g(\eta) + g_0 = F_t \quad (15)$$

식 (15)에서 M 은 HAUV의 질량과 부가질량의 항, $C(\dot{x})\dot{x}$ 는 HAUV의 전향력의 항, $D(\dot{x})\dot{x}$ 는 유체에 의한 저항력의 항, $g(\eta)$ 와 g 는 각각 중력과 부력에 의한 항을 나타낸다.

몇 가지 가정을 통하여 단순화 시킨 식 HAUV의 운동방정식 (16) (17)을 유도 할 수 있다. 표 6에 각종 계수의 수치를 정리하였다. 부가질량과 항력계수의 수치는 참고문헌[8]을 참조하였다.

$$(M_{RB} + M_A)\ddot{x} = F_t - F_d \quad (16)$$

$$F_d = \frac{1}{2} C_d \rho A_f \dot{x} |\dot{x}| \quad (17)$$

- M_{RB} : HAUV의 질량 (kg)
 M_A : HAUV의 부가질량 (kg)
 \ddot{x} : HAUV의 가속도 (m/s^2)
 \dot{x} : HAUV의 속도 (m/s)
 F_t : 추진기에 의한 추진력 (N)
 F_d : 유체에 의한 저항력 (N)
 ρ : 유체의 밀도 (kg/m^3)
 A_f : HAUV의 전면 투영면적 (m^2)
 C_d : 항력계수

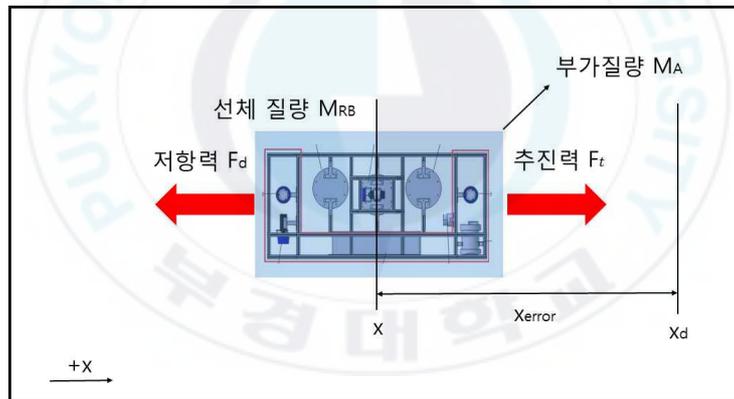


그림 16. 1-DOF(Surge) HAUV 기구도

표 6. HAUV의 각종 계수

HAUV의 질량	56.5 kg
HAUV의 x축 부가질량	1.107 kg
유체의 밀도	998 kg/m ³
HAUV 전면 투영면적	0.22 m ²
항력계수	0.2633

4. 한계싸이클 거동에 대한 해석이론

4.1 한계 싸이클

한계 싸이클(limit cycle)이란 비선형 시스템에 피드백제어를 적용시킬 경우 시스템이 제어의 목표에 점근적으로 도달하는 것이 아닌 특정한 진폭과 주파수로 목표값을 중심으로 영구적인 진동을 하는 것을 말한다. 한계 싸이클이라고 말하는 이유는 응답이 주기적이며 시스템이 충분한 시간이 지난 이후에 나타나는 현상이기 때문이다. 그림 17에서 전형적인 한계 싸이클의 거동을 보이고 있다.[5][12]

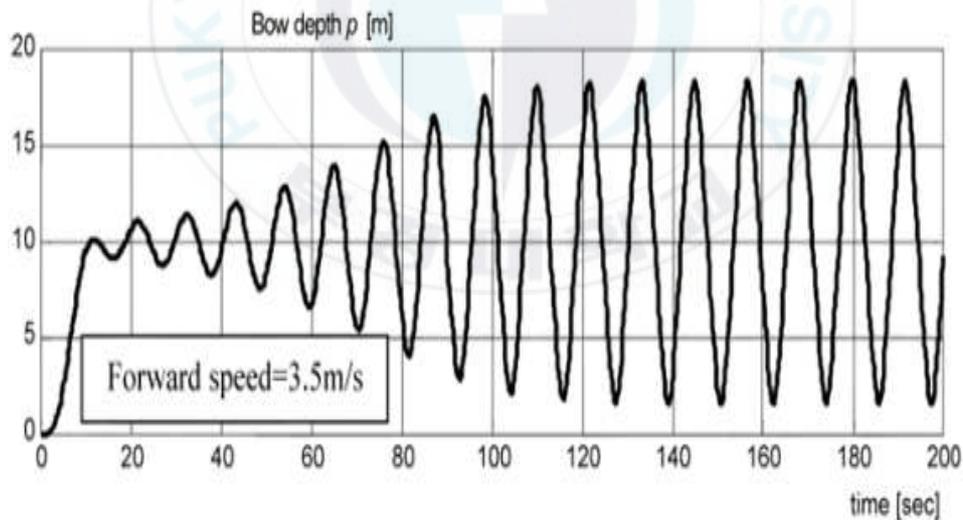


그림 17. 비선형 시스템에서 한계 싸이클 거동의 형태

그림 18은 $s^2 + 0.2s + 1$ ($\omega_n = 1, \zeta = 0.1$) 의 특성방정식을 가지며 포화 (Saturation) 비선형 요소가 있는 시스템의 블록선도 이다.

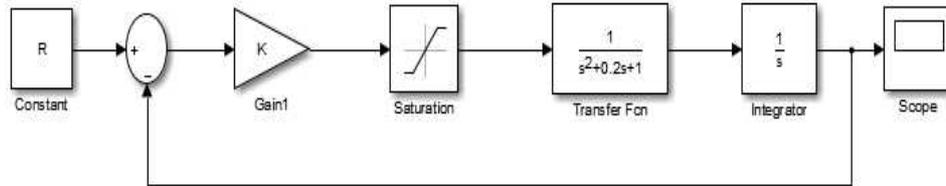


그림 18. 한계 싸이클 거동이 존재하는 비선형 시스템의 블록선도

시스템에서 포화 비선형성을 배제시킨 시스템의 근궤적을 그림 19에 나타내었다.

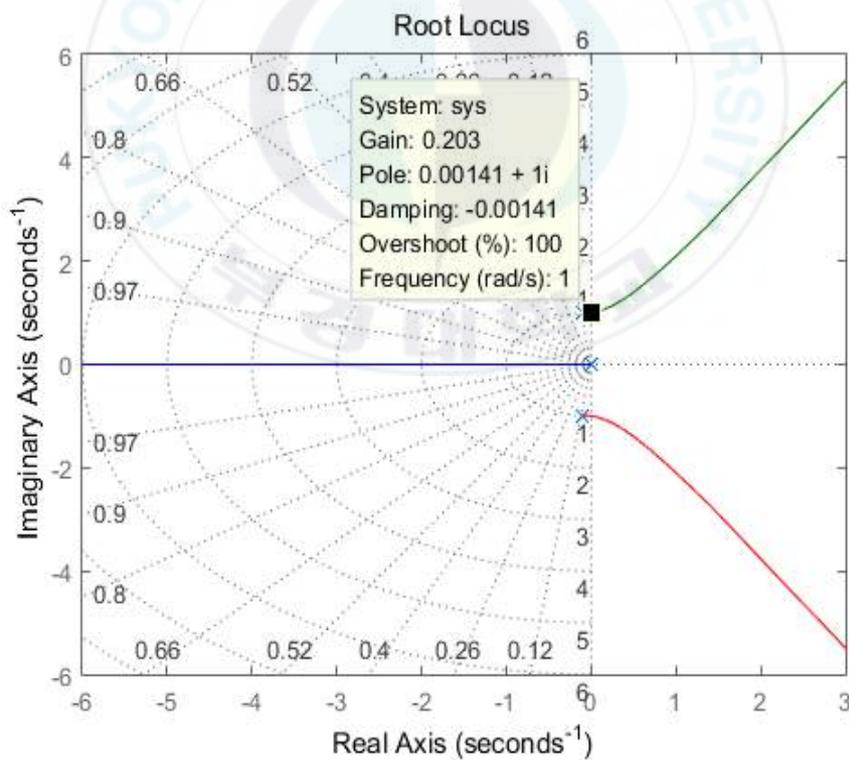


그림 19. 그림 18의 시스템 블록선도에서 포화를 배제한 근궤적 선도

그림 19에서 시스템의 특성근은 외부의 입력에 의하여 시스템의 게인 값이 변하며 근궤적 위를 움직이게 된다. 그림 19에서 근궤적은 허수축과의 교차가 ω 는 $1rad/s$, $K=0.2$ 근방에서 일어남을 알 수 있다. 만약 게인이 0.2 보다 커진다면 근 궤적은 RHP에 존재하며, 시스템은 불안정해진다. 하지만 초기에 불안정한 시스템은 게인이 감소하여 0.2에 도달하고, 0.2에 도달하는 순간부터 시스템은 공진상태에 도달하게 된다. 따라서 포화가 있는 시스템의 응답은, 불안정성 때문에 그 크기가 유효게인이 0.2와 같아 질 때까지 계속 커질 것이며 0.2에 도달 한 이후 응답은 안정화됨을 알 수 있다. $K=0.5$ 에서 목표치 R 을 1, 4, 8로 하는 세 계단함수에 대한 시스템의 응답을 그림 20에 나타내었다[13].

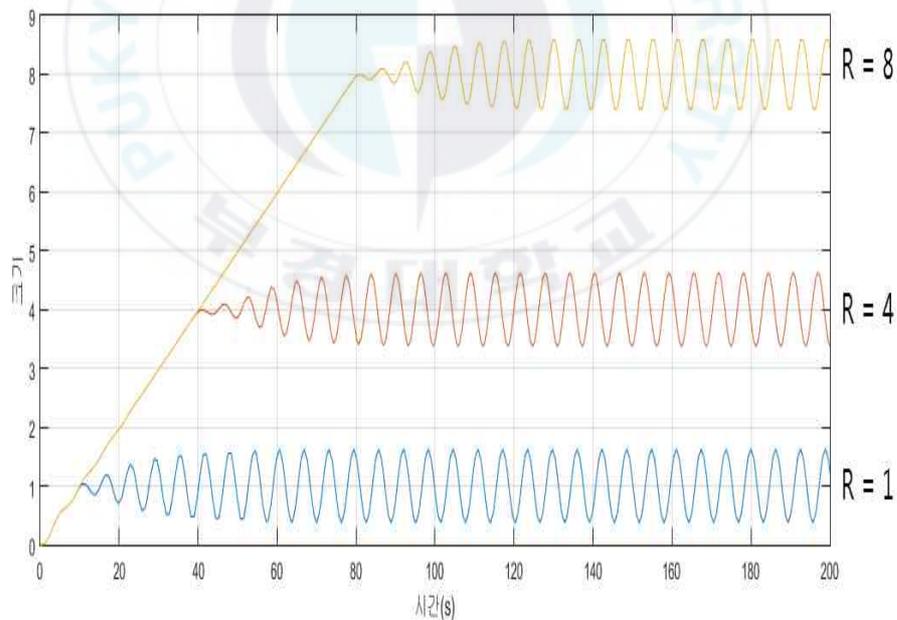


그림 20. 그림 18의 시스템 블록전도의 한계 싸이클 거동

SIMULINK를 사용한 해석에서 위의 근궤적에서 예측한 결과가 그림 20에서 나타남을 알 수 있다. 입력 크기는 진동의 중심을 결정 할 뿐 진동의 진폭은 입력의 크기와 관계없이 독자적인 값으로, 그리고 특정한 주파수로 진동하는 것이 확인 가능하다. 오차는 진폭이 특정 크기로 고정될 때까지 증가하며 고정된 진폭에서 진동하기 시작하는데. 이때의 주파수는 1 rad/sec 이며 입력의 크기에 관계없이 일정한 진폭을 유지한다. 이 결과는 위의 그림 19에서 예측된 운동과 유사함을 보인다.

4.2 기술함수의 정의

비선형 시스템에 가해지는 입력이 정현파라는 가정 아래에서, 기술함수(describing function)를 사용한 비선형 해석 방법은 비선형 시스템의 동작을 예측하는데 사용될 수 있다. 비선형 시스템에서는 전달함수를 표현할 수 없다. 그러나 비선형성에서는 해석을 목적으로 그 비선형성을 주파수 의존 등가계인으로 대체하는 것이 가능하다. 그러면 안정도와 같은 루프의 성질에 대해 검토할 수 있다. 이는 소위 ‘기술함수법’에 의해 해석이 가능하다. 기술함수에 의한 방법은 1950년 Kochenburger에 의해 미국에서 소개되었다. 그는 Fourier급수를 사용하여 등가계인 K_{eq} 를 정의하기를 제안하였다. 이 개념은 실제로도 매우 유용하다는 것이 증명되었다[13]. 기술함수에 의한 해석방법은 대부분의 휴리스틱 방법(발견적, 경험적, 대충을 뜻하는 말로, 복잡한 일에 대해 중요 인자만 고려하여 대략적으로 해에 접근을 시도하는 방법)이고, 그 목적은 비선형 요소에 대해 ‘전달함수’와 유사한 어떤 것을 찾으려고 노력하는 것이다. 즉, 정현파 입력에 대한 응답에서 대부분의 비선형성이 입력 주파수의 고조파가 되는 주파수(꼭 정현적일 필요는 없다)로 **주기적인** 신호를 발생시킨다는 것이다. 따라서 기술

함수는 주파수응답을 비선형성으로까지 확장한 것으로 볼 수 있다. 짧은 경우에서 제1 고조파 만으로 출력을 근사화 할 수 있으며, 나머지는 무시 할 수 있다고 가정할 수 있다. 이 기본적인 가정은 플랜트가 근사적으로 저역통과 필터처럼 동작함을 의미하고, 다행히 대부분의 실제 상황에서 좋은 가정이다. 기술함수에 숨어 있는 다른 가정은 그 비선형성이 **시불변**이고 시스템에는 비선형 요소가 1개 있다는 것이다. 실제로 기술함수는 더 복잡한 고조파 균형 해석의 특별한 경우이다.



그림 21. 비선형 요소의 개념도

그림 21에 나와 있는 비선형 요소 $f(u)$ 를 고려하자. 만약 입력신호 $u(t)$ 가 진폭 a 인 정현파이면,

$$u(t) = a \sin(\omega t) \quad (18)$$

이면 출력 $y(t)$ 는 기본주기가 입력의 기본주기와 일치하는 주기형일 것이고, 그러므로 그 Fourier급수는 다음과 같다. 여기서

$$\begin{aligned} y(t) &= a_0 + \sum_{i=1}^{\infty} a_i \cos(j\omega t) + b_i \sin(j\omega t) \\ &= a_0 + \sum_{i=1}^{\infty} Y_i \sin(j\omega t + \theta_i) \end{aligned} \quad (19)$$

$$a_i = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi y(t) \cos(j\omega t) d(\omega t) \quad (20)$$

$$b_i = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi y(t) \sin(j\omega t) d(\omega t) \quad (21)$$

$$Y_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2} \quad (22)$$

$$\theta_i = \tan^{-1}\left(\frac{a_i}{b_i}\right) \quad (23)$$

이다. Kochenburger는 이 비선형 요소를 식 (22) (23)과 같이 계인이 Y_i 이고 위상이 θ_i 인 선형시스템인 것처럼, 이 급수의 첫 번째 기본 성분으로 표현할 수 있다고 제안하였다. 만약 진폭이 변하면, Fourier계수와 상응하는 위상도 비선형 요소의 성질 때문에 입력신호 진폭의 함수로서 변할 것이다. 그는 이런 근사를 기술함수(Describing function)라고 정의하였다. 기술함수는 정현과 입력신호의 진폭에 대한 비선형 요소 출력의 기본 성분 크기의 진폭비인 복소수 양으로 정의되고, 이것은 근본적으로 ‘등가 주파수응답’ 함수이다.

$$DF = K_{eq}(a, \omega) = \frac{b_1 + jA_1}{a} = \frac{Y_1(a, \omega)}{a} e^{j\theta_1} = \frac{Y_1(a, \omega)}{a} \angle \theta_1 \quad (24)$$

그런 이유로 기술함수는 $j\omega$ 축 위에서만 정의된다. 무기역 비선형성의 경우 역시 기함수이고 $f(-a) = -f(a)$, Fourier 급수에서 코사인 항의 계수는 모두 0이므로, 기술함수는 다음 식 (25)과 같이 표현된다.

$$DF = K_{eq}(a) = \frac{b_1}{a} \quad (25)$$

식 (25)에서 나타난 바와 같이 기술함수(DF)는 주파수 ω 에 대하여 독립적이다. 이는 제어에서 혼한 경우로서, 포화, 계전기, 데드존 비선형성 모두가 이런 기술함수로 귀착된다. 한계 사이클은 영구적인 진동을 의미하므로, 복소평면에서 허수축($j\omega$)위에서만 나타나게 된다. 따라서 기술함수는 위의 성질로 인하여 한계 사이클의 거동을 예측하는데 매우 적합함을 알 수 있다[13].

4.3 추진기의 페루프 거동에 미치는 영향

앞선 2장에서 추진기의 모델이 유도되었으나 이것은 비선형 요소이기 때문에 전달함수라는 개념이 존재하지 않는다. 따라서 전달함수와 비슷한 형태를 가진 요소를 유도해야 한다. 이를 위하여 기술함수를 이용한 전달함수로 변환, 그것과 유사한 특징을 보이는 시스템적 요소를 산출하였다. 그림 22와 같이 비선형 시스템이 기술함수에 의하여 근사선형화 된 전달함수로 표현 될 수 있다.

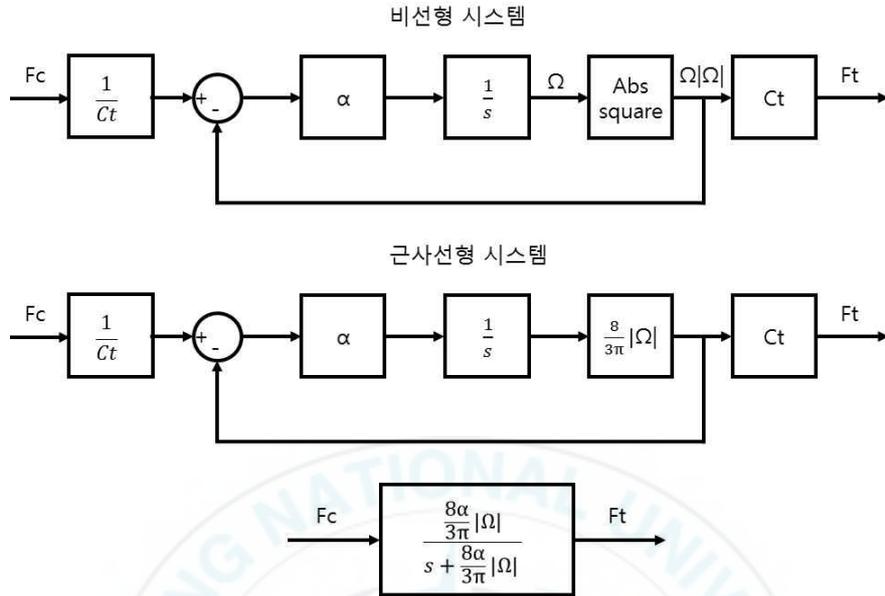


그림 22. 근사선형화를 통한 비선형 요소의 전달함수

가장 위쪽의 비선형 시스템은 실제 추진기 모델에서의 흐름을 나타낸 것이다. 그리고 근사선형 시스템은 1차 저역필터와 같은 형태의 전달함수를 가지고 있음을 알 수 있다. 1차 저역필터의 전달함수는 아래 식(26)의 형태를 가진다.[7][8]

$$G(s) = \frac{\omega}{s + \omega} \quad (26)$$

위의 식 (26)에서 ω 는 $2\pi f$ 이며 이때의 f 를 절단주파수(Cutoff frequency)라고 정의하며 게인이 $-3dB$ 이하로 내려가는 지점의 주파수를 의미한다. 아래의 그림 23은 절단주파수가 $1000Hz$ 인 저역 필터의 Bode 선도를 나타내고 있다. 위쪽의 선도는 게인을 아래쪽의 선도는 위상

을 나타내고 있는데 10^3 Hz 에서 게인의 크기가 -3 dB 로 나빠지고 있음을 알 수 있다.

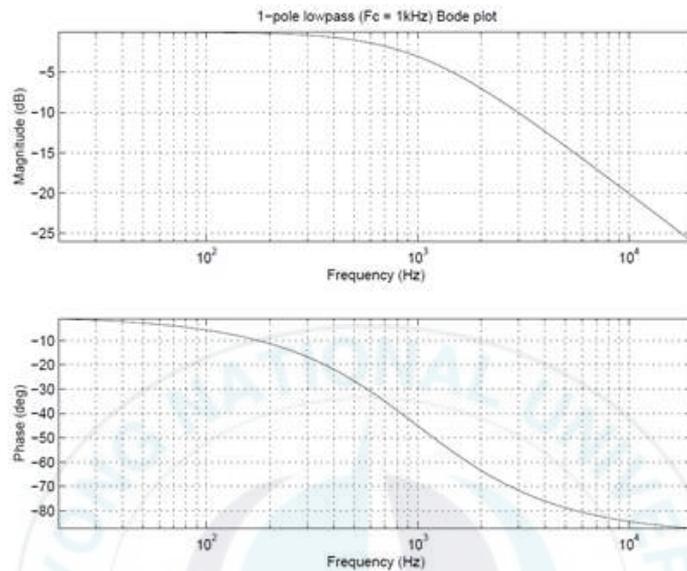


그림 23. 1차 저역 필터의 Bode 선도

1차 저역필터의 효과는 고주파의 신호를 거르고 저주파의 신호만을 통과시키는데 그림 23의 필터는 1000 Hz 이상의 주파수를 가진 신호의 게인을 약화시켜 시스템에 미치는 영향을 감소시킨다[16]. 따라서 절단주파수 이상의 신호가 시스템에 입력된다면 1차 저역필터는 그 신호를 약화시키고 지연시켜 응답을 좋지 못하게 만드는 거동을 보이게 된다. 따라서 추진기에 입력된 신호는 아래의 순서를 따라 시스템에 영향을 미치게 된다.

HAUV의 추진기는 초기에 정지상태 이므로 ($\Omega = 0$) 추진기의 절단주파수 공식에 의하여 0 Hz 이상의 입력신호가 들어온다면 필터의 효과에 의하여 게인이 감소한 상태로 시스템에 입력되게 된다. 이 말은 외부에서 들어오는 모든 신호는 저역 필터의 효과로 인하여 감소되고, 또한 위상의 지연도 발생한다는 것을 의미한다. 그림 23의 아래쪽 Bode 선도에서 위상

계인을 본다면 $10^3 Hz$ 에서의 위상지연은 $40^\circ \sim 50^\circ$ 에 이른다는 것을 알 수 있다. 결과적으로, 실제 HAUV에 가해지는 추진력은 명령된 추진력을 따라 갈 수가 없는 상태에 이르게 된다. 이것이 주파수 영역에서 추진기의 모델을 해석한 결과이며, 다음 장의 HAUV의 운동방정식과 합쳐져 한계사이클 거동을 나타내게 된다.[17][18]

여기서 중요한 또 하나의 비선형 요소가 숨겨져 있다. 일반적으로 추진기의 최대추력 향으로 나타나는 요소로써, 시뮬레이션 상에서는 포화함수라는 비선형 함수의 형태로 나타난다. 포화함수는 아래 식(27) 과 그림 24의 형태로 나타난다.

$$sat(x) = \begin{cases} 1, & x > 1 \\ x, & |x| \leq 1 \\ -1, & x < -1 \end{cases} \quad (27)$$

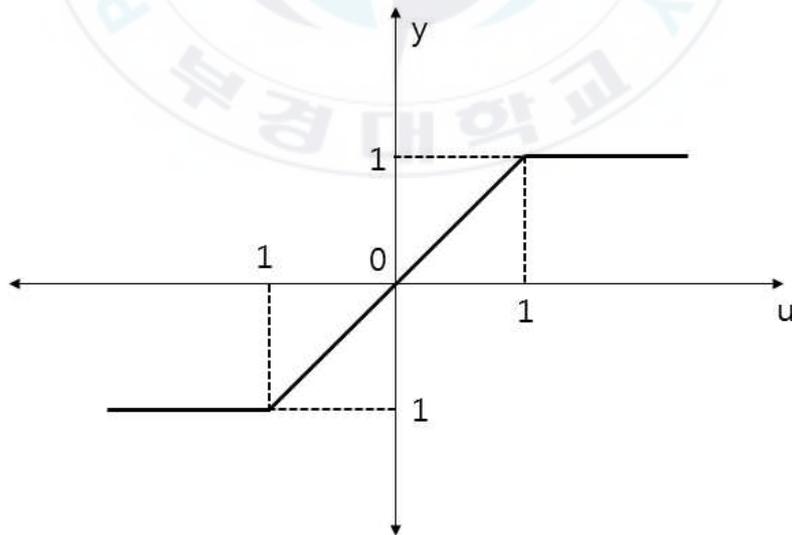


그림 24. 포화함수 선도

선형영역의 기울기가 k 이고 포화되는 값이 $\pm N$ 이면, 이때 함수는 식 (28)과 그림 25와 같이 표현 될 수 있다.

$$y = N \text{sat}\left(\frac{k}{N} x\right) \quad (28)$$

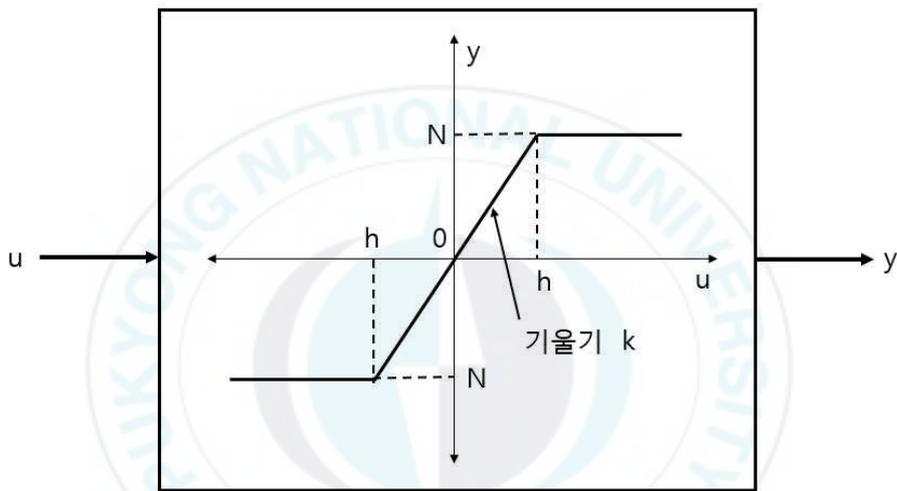


그림 25. 식 (28) 포화함수의 블록선도

포화함수의 입력과 출력신호가 그림 26과 같다고 가정하면, 진폭 $a \leq N/k$ 인 정현파 $u = a \sin(\omega t)$ 입력에 의하여, 출력은 입력파를 그대로 따라가므로 기술험수의 계인은 1임을 알 수 있다. 하지만 $a \geq N/k$ 일때는 포화함수에 의하여 더 이상의 출력이 나오지 못하여 입력과 출력사이에 차이가 발생한다. 이때는 계인이 1이 아니기 때문에 추가적인 계산이 필요하다.

그림 24에서 포화함수는 기함수 이므로, 식 (19)의 모든 코사인 항은 0이 되어 $a_1 = 0$ 이 된다. 식 (25)를 이용하면, b_1 의 값은 식 (29)에 의하여

구할 수 있다.

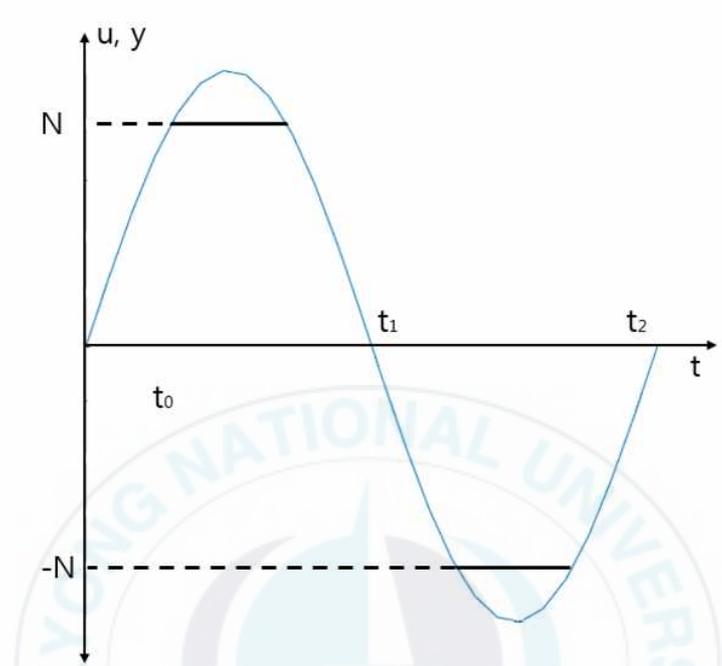


그림 26. 입력 $u = a \sin(\omega t)$ 에 대한 포화함수의 응답

$$DF = K_{eq}(a) = \frac{b_1}{a} \quad (25)$$

$$b_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} N \text{sat}\left(\frac{k}{N} a \sin(\omega t)\right) \sin(\omega t) d(\omega t) \quad (29)$$

구간 $\omega t = [0, \pi]$ 에 대한 계수 b_1 의 적분은 단순히 구간 $\omega t = [0, \pi/2]$ 에 대한 적분의 두 배이다. 따라서

$$b_1 = \frac{4N}{\pi} \int_0^{\pi/2} N \text{sat}\left(\frac{k}{N} a \sin(\omega t)\right) \sin(\omega t) d(\omega t) \quad (30)$$

이제 이 적분을 선형과 포화 부분에 상응하는 두 부분으로 분리하여 적분을 계산한다. 그림 22에서 포화시간 t_s 를 식 (27)의 시간으로 정의한다.

$$t_s = \frac{1}{\omega} \sin^{-1}\left(\frac{N}{ak}\right) \quad (31)$$

이때 b_1 의 적분은 아래 식 (28)과 같다.

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{4N\omega}{\pi a} \left[\int_0^{\omega t_s} \sin(\omega t) \left(\frac{k}{N} a \sin(\omega t) \right) dt + \int_{\omega t_s}^{\frac{\pi}{2}} \sin(\omega t) dt \right] \\ &= \frac{4N\omega}{\pi a} \left[\int_0^{\omega t_s} \frac{k}{N} a \sin^2(\omega t) dt + \int_{\omega t_s}^{\frac{\pi}{2}} \sin(\omega t) dt \right] \\ &= \frac{4N\omega}{\pi a} \left[\int_0^{\omega t_s} \frac{k}{2N} a (1 - \cos(2\omega t)) dt + \int_{\omega t_s}^{\frac{\pi}{2}} \sin(\omega t) dt \right] \\ &= \frac{4N\omega}{\pi a} \left(\frac{k}{2N} a t \Big|_0^{\omega t_s} - \frac{k}{2N} a \sin(2\omega t) \Big|_0^{\omega t_s} - \frac{1}{\omega} (\cos \frac{\pi}{2} - \cos \omega t_s) \right) \end{aligned} \quad (32)$$

식 (27)을 대입하면 식 (28)의 요소는 아래와 같이 표현된다.

$$\sin(\omega t_s) = \frac{N}{ka} \quad (33)$$

$$\cos(\omega t_s) = \sqrt{1 - \left(\frac{N}{ka}\right)^2} \quad (34)$$

따라서 최종적으로 식 (35)의 결과를 얻을 수 있다. $K=N=1$ 을 식 (35)에 대입한 기술함수가 그림 27에 나타나 있다.

$$\begin{aligned}
 K_{eq}(a) &= \frac{2}{\pi} \left(k \sin^{-1} \left(\frac{N}{ak} \right) + \frac{N}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{N}{ka} \right)^2} \right) & \frac{N}{ka} > 1 \\
 K_{eq}(a) &= k & \frac{N}{ka} \leq 1
 \end{aligned}
 \tag{35}$$

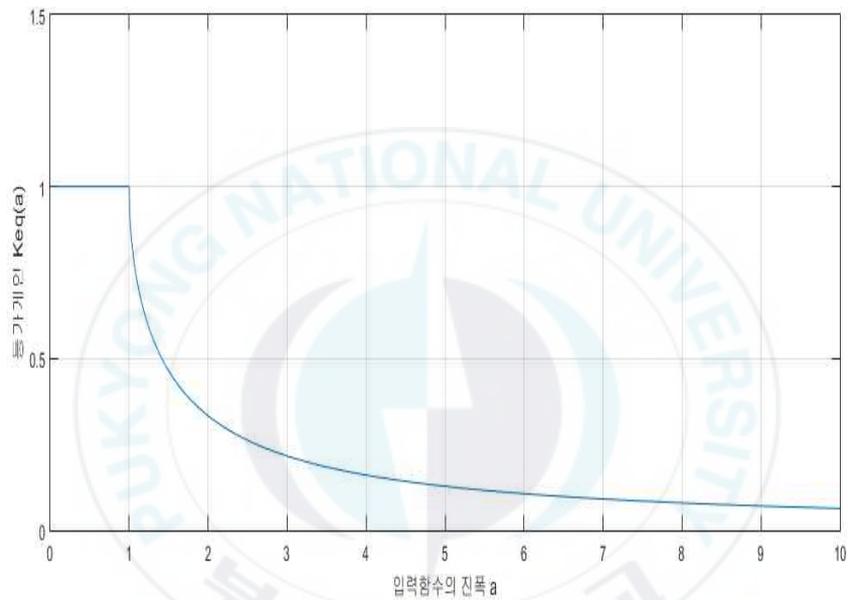


그림 27. $K = N = 1$ 인 포화함수의 기술함수 선도

그림 27에서 알 수 있는 사실은 포화함수의 기술함수가 주파수와 무관한 함수이며 위상편이가 생기지 않고 오직 계인에 영향을 미치는 함수임을 알 수 있다. 따라서 포화함수는 처음에는 일정한 계인을 유지하나, 특정 진폭이상의 신호가 입력된다면 입력진폭 a 에 반비례 하는 함수로 볼 수 있다. 따라서 추진기에 의하여 특정 크기 이상의 힘이 입력된다면 시스템의 계인을 감소시키는 효과를 보인다고 할 수 있다.

5. 추진기 모델이 포함된 HAUV의 한계사이클 거동 시뮬레이션

5.1 시뮬레이션 개요

종래의 무인잠수정 모델에서는 추진기의 모델을 사용하지 않고 선체의 동역학 모델에서 추진력을 단순한 외력으로만 간주하여 각종 제어기법을 적용시킨 제어를 시행하였다. 이런 모델은 HAUV 자체의 운동을 해석하는데는 사용 될 수 있으나, 이는 추진기의 특성을 감안하지 않았으므로 정밀한 운동해석이 어렵다. 추진기는 앞의 장에서 알 수 있는 사실처럼 프로펠러의 각속도에 따라서 응답의 특성이 크게 변한다. 따라서 추진기를 단순한 힘 생성기로 대체한 무인잠수정 모델은 그 응답이 정밀하지 않다고 볼 수 있다. 따라서 실제 HAUV의 거동을 파악하기 위해서는 추진기 모델을 적용시킨 제어를 통하여 다음 시뮬레이션을 수행하였다.

먼저, 추진기 모델의 영향을 알아보기 위하여 추진기 모델을 적용시키지 않은 제어와 적용한 제어의 차이를 비교하였으며, 다음으로는 추진기 모델을 적용시킨 상태에서 제어기를 P-제어, PD-제어, PID-제어 순으로 바꿔가며 내부의 계수를 조정하는 식으로 시스템 전체의 응답이 어떻게 변하는지를 알아 보았다.[19][20] 시뮬레이션의 전체 선도는 참고문헌 [4][17]의 흐름을 참조하였다.

5.2 HAUV의 한계사이클 거동 시뮬레이션

HAUV의 비선형 추진기 모델을 적용한 시뮬레이션의 선도를 아래 그림 28-30은 각각 선도 내부의 추진기와 HAUV의 모델을 Simulink 로 생성한 블록선도를 보여 주고 있다.

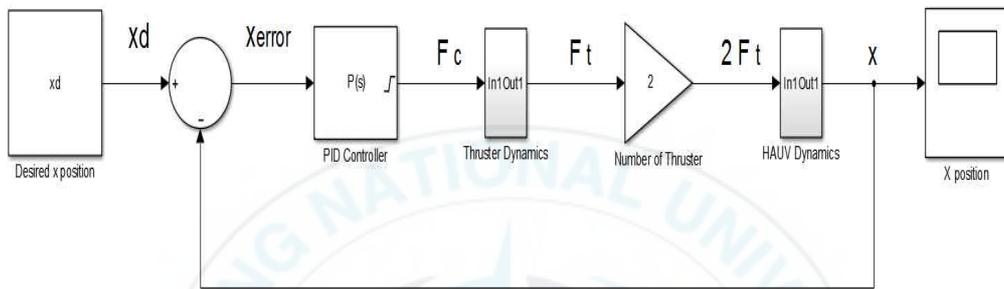


그림 28. 비선형 추진기 모델을 적용한 HAUV의 x축 위치제어 블록선도

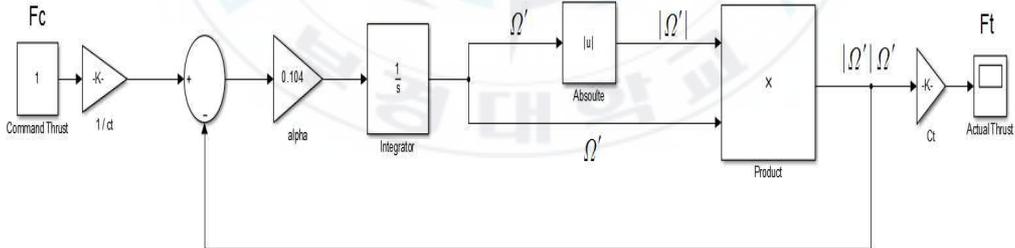


그림 29 . 비선형 추진기 모델의 블록선도

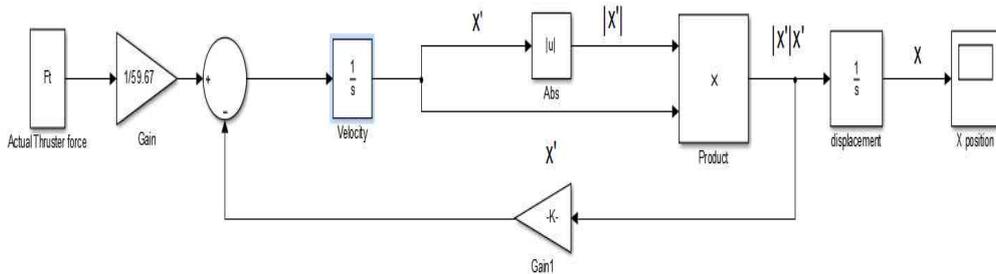


그림 30. HAUV 모델의 블록선도

그림 28의 블록선도는 다음과 같은 순서로 위치제어를 시행하게 된다. 목표지점의 x_d 좌표를 입력하면 기존의 x 좌표와의 차이를 계산하여 그 차이가 x_{error} 의 값을 제어기에 전달하고, 추진기의 최대 출력을 포화로 설정해 둔 제어기에서 추진기에서 출력해야 될 출력의 크기 F_c 를 추진기로 전달한다. 이 때 제어기의 포화는 Cross Bow사의 400HFS-L Hi-Flow Thruster 2개의 최대 추력인 $5.44kgf$ 로 설정하였다. 이후 추진기 모델에서 실제 추진력 F_t 가 생성되며 추진기가 HAUV 각 측면에 하나씩 2개가 장착되어 있으므로 그 두 배의 추진력 $2F_t$ 가 HAUV의 모델 블록에 전달되어 최종적으로 x축의 위치 x 로 출력된다. 이후 좌표 x 값은 목표위치 x_d 의 비교를 위하여 앞으로 피드백 되는 구조를 가지고 있다.[21]

시뮬레이션 블록선도에서 각 블록이 제어에 어떤 영향을 미치는지 그 결과를 확인 할 수 있다. 모든 선도는 특별한 결과가 나오지 않는 이상 200초까지의 결과를 시뮬레이션 하였다.

가. 추진기가 위치제어에 미치는 영향

추진기 모델이 전체 시스템에 미치는 영향을 분석하기 위하여 추진기 블록을 제거한 상태에서의 시뮬레이션과, 제거하지 않은 상태의 시뮬레이션 결과를 비교하였다. 이때 제어기의 비례게인은 $K_p = 30$ 으로서 목표지점 $x = 10\text{ m}$ 의 조건에서 시뮬레이션 하였다. 추진기의 모델을 제외한 시뮬레이션의 결과는 그림 31에 나타나 있으며, 추진기의 모델을 적용한 시뮬레이션의 결과는 그림 32에 나타나 있다.

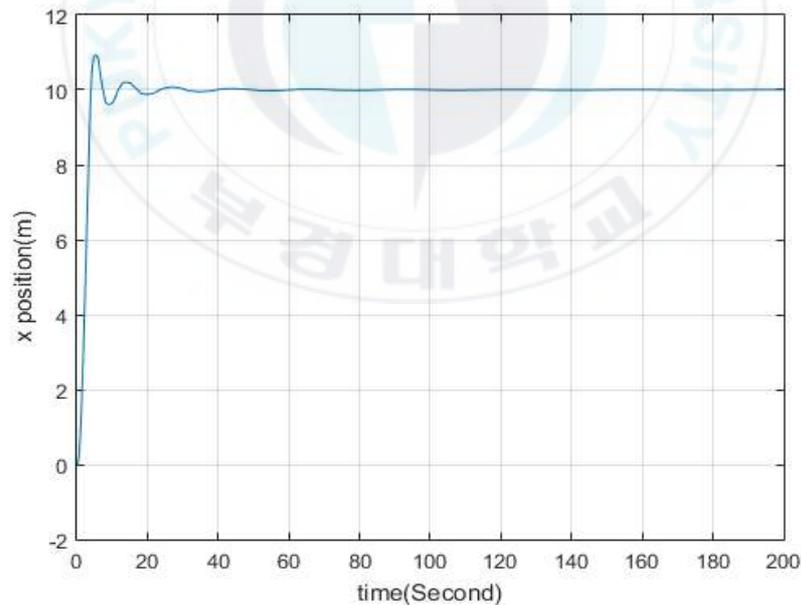


그림 31. 추진기 모델을 적용하지 않은 위치제어 시뮬레이션 결과

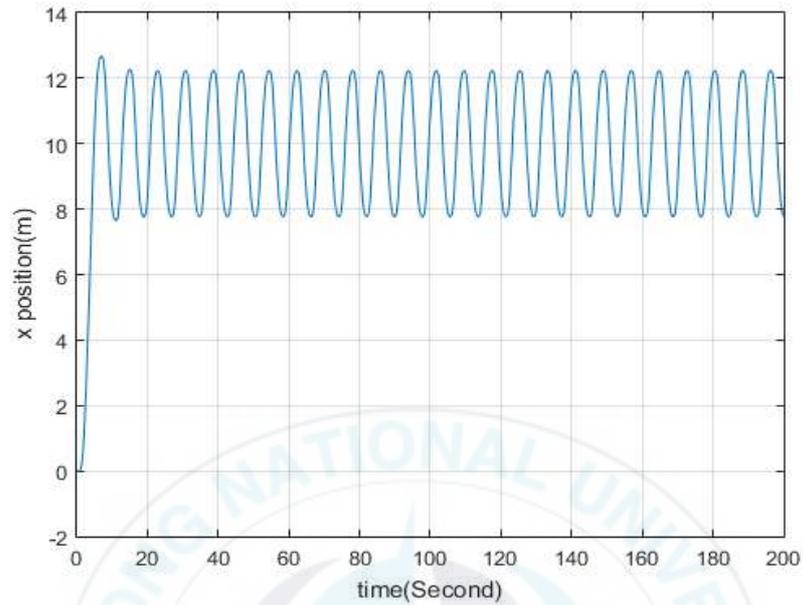


그림 32. 추진기 모델을 적용한 위치제어 시뮬레이션 결과

그림 31과 그림 32을 비교하여 보면 그림 31에서는 일반적인 제어를 적용한 2차 시스템의 계단응답에 대한 출력이 보이는 반면, 그림 32의 추진기 모델을 적용한 결과에서는 목표지점인 $x = 10\text{ m}$ 를 진동의 중심으로 하는 진폭 2.05 m 주기 7.75 s 의 한계 싸이클 거동을 보이는 것을 알 수 있다. 추진기 모델의 적용에 의한 결과에 의하여 추진기의 모델이 시스템을 불안정하게 만들어 한계 싸이클 거동을 일으키는데 큰 영향을 미침을 알 수 있다.

나. P제어기를 사용한 목표좌표의 변화에 따른 시스템의 응답

아래의 실험은 한계 싸이클 거동이 x축의 목표지점에 영향을 받는가에 대하여 시뮬레이션 한 결과이다. 이번 시뮬레이션 또한 비례게인 $K_p = 30$, 추진기 모델을 적용한 상태에서 x_d 를 10 m, 20 m, 30 m, 40 m로 변화를 주며 결과를 시뮬레이션 하였다. 각각의 시뮬레이션의 x축 범위에 의하여 진폭의 범위가 달라 보일 수 있기에 그림 33에서 모든 시뮬레이션의 결과를 한 그래프 상에서 표현하였다.

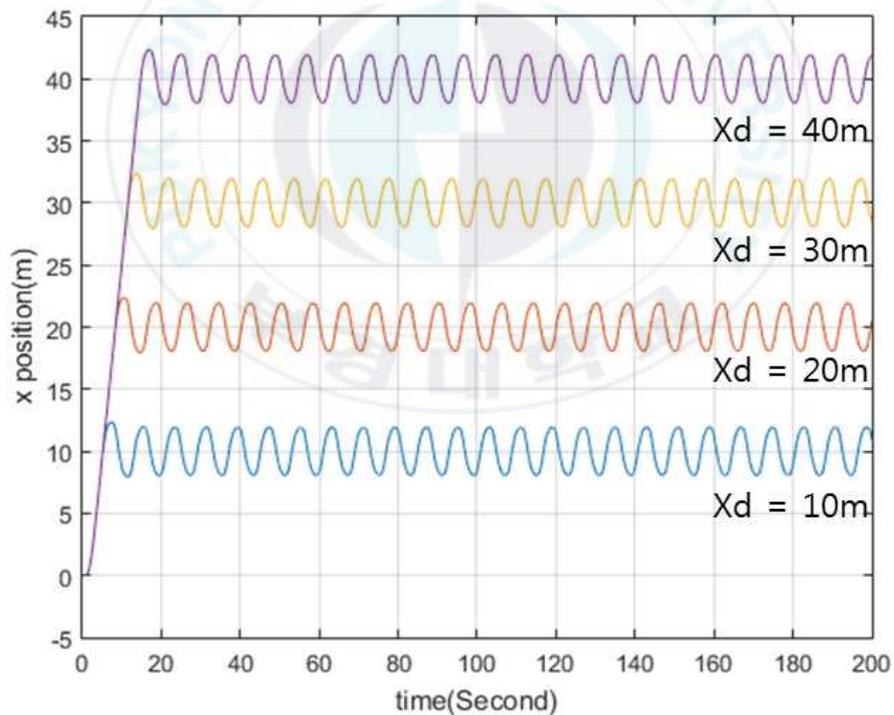
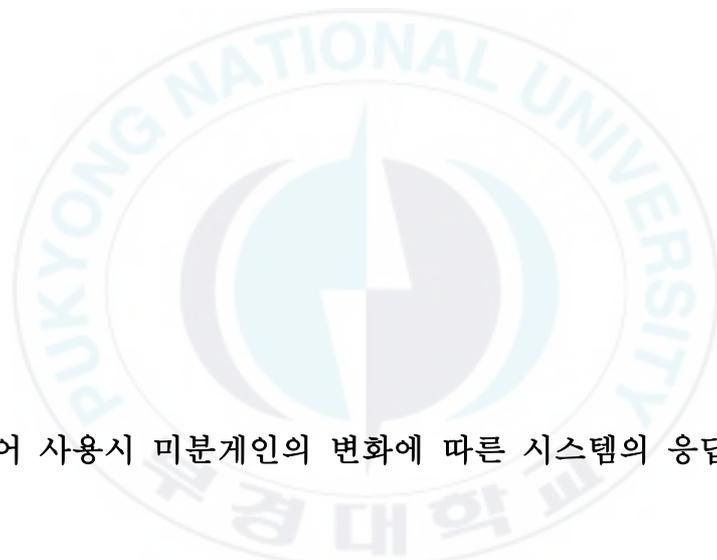


그림 33. P-제어기를 사용한 x_d 의 위치변화에 따른 시스템의 응답

그림 33의 결과에서 볼 수 있듯이 x축의 목표지점은 HAUV의 한계싸이클 거동에 아무런 영향을 미치지 못하며, HAUV은 자체의 진동수와 진폭으로 끊임없이 진동하게 된다. 따라서 위의 결과로 인하여 한계 싸이클 거동은 추진기와 결합된 HAUV 시스템의 고유한 성질임을 알 수 있다 [13][14].



다. PD제어 사용시 미분계인의 변화에 따른 시스템의 응답

HAUV의 한계싸이클 거동이 HUV 시스템의 고유한 성질이라면 제어기가 어떤 영향을 미치는지 그 효과를 분석할 필요가 있다. 따라서 이번 시뮬레이션은 비례계인과 x축의 목표지점을 고정하고 $K_p = 30$, $x_d = 10m$ PD 제어기의 미분계인 K_d 의 값을 10, 20, 30, 40으로 변화시켜가며 시스템의 응답을 확인하였다.

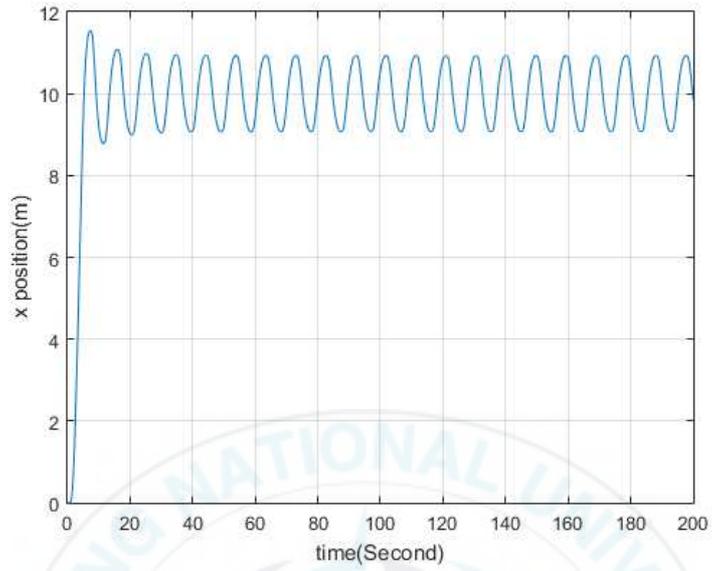


그림 34. x축 위치제어 응답 ($K_p = 30, K_d = 10$)

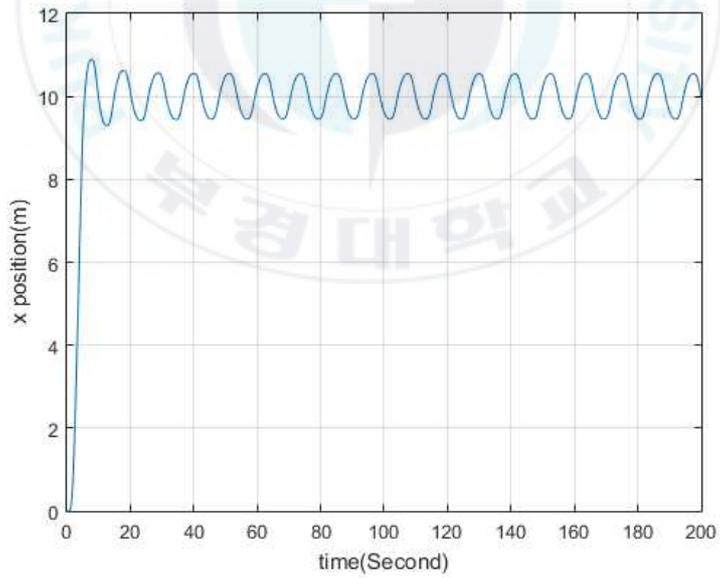


그림 35. x축 위치제어 응답 ($K_p = 30, K_d = 20$)

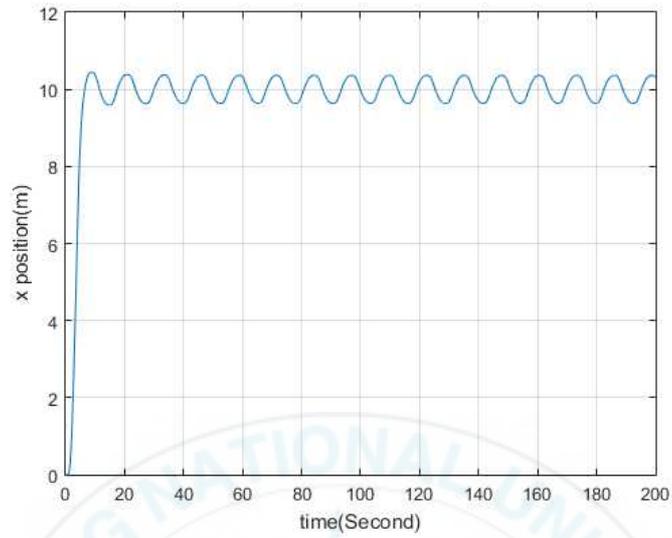


그림 36. x축 위치제어 응답 ($K_p = 30, K_d = 30$)

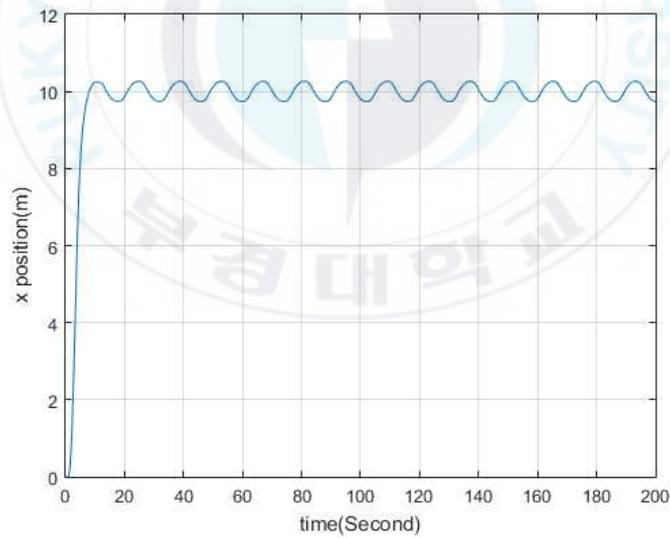


그림 37. x축 위치제어 응답 ($K_p = 30, K_d = 40$)

그림 (34) ~ (37)의 결과에서 각 변수에 따른 주파수와 진폭을 아래 표 7에 정리하였다.

표 7. $K_p = 30$, $x_d = 10\text{ m}$ 에서 K_d 의 변화에 따른 한계사이클 응답특성

K_d	진폭(m)	주기(s)
10	0.992	8.99
20	0.5715	10.59
30	0.378	12.2
40	0.268	13.31

비례계인 K_d 가 제어기에 적용되자 한계 사이클 응답에도 큰 변화가 나타났다. 기존의 P제어에서 진폭 2.05m 주기 7.75s 에서 0.992m , 8.86s 로 시스템의 응답이 양호해진 것을 알 수 있다. 이후 추가적인 K_d 수치를 올릴수록 진폭은 감소하며 주기는 늘어나는 것을 볼 수 있다. 따라서 한계 사이클 거동의 효과를 줄이기 위해서는 PD 제어기가 더 효율적임을 보였다.

라. PID 제어 사용시 적분계인의 변화에 따른 시스템의 응답

마지막으로 고전적 제어방법 중에 가장 강력한 제어법중 하나인 PID 제어기의 효과를 보기 위하여 앞의 실험조건에서 제어기를 PID 제어기로 교체하여 적분계인 K_i 를 조정하며 그 효과를 시뮬레이션 하였다. 비례계인 과, 적분계인, x축 목표지점은 $K_p = 30$, $K_d = 10$, $x_d = 10\text{ m}$ 의 조건에서 시행하였다.

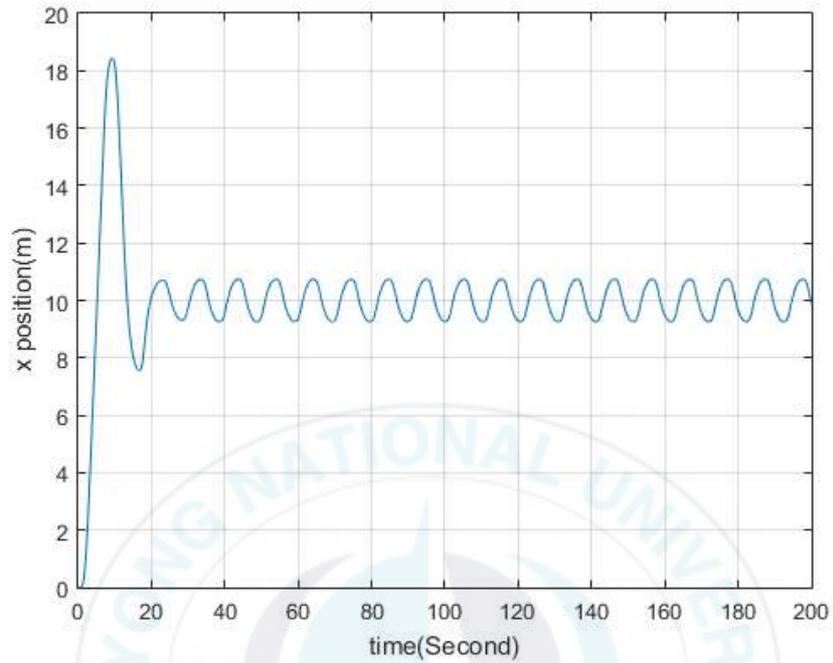


그림 38. x 축 방향 위치제어 ($K_p = 30, K_d = 40, K_i = 10$)

PID 제어기를 이용한 제어결과 시스템의 응답에서 오버슈트가 매우 심하게 발생함을 알 수 있다. 적분게인 $K_i = 20$ 을 적용한 결과는 아래 그림 39에서 확인 할 수 있다.

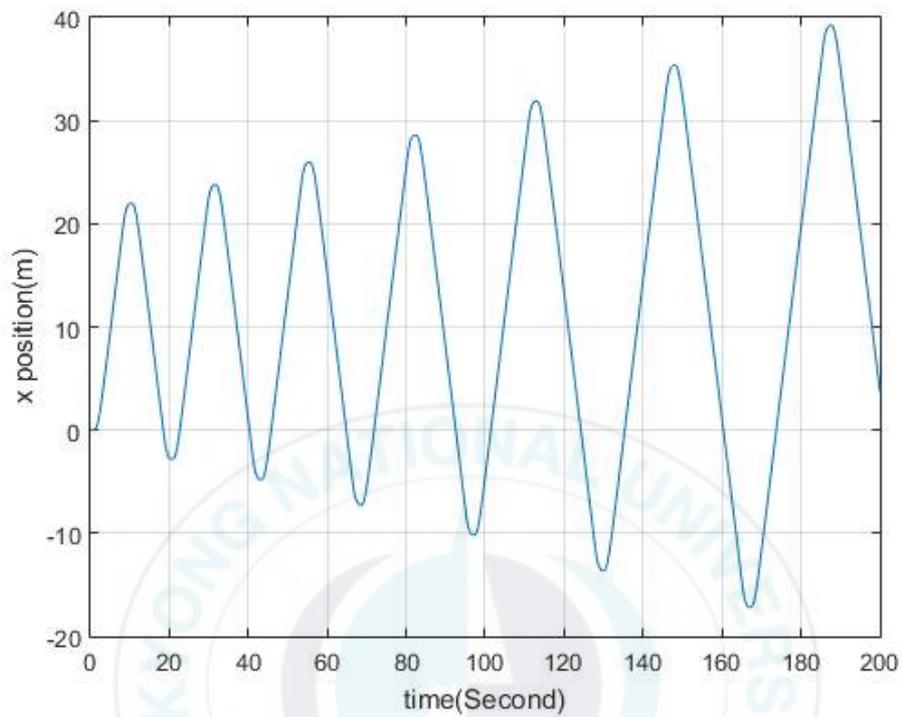


그림 39. x 축 방향 위치제어 ($K_p = 30, K_d = 40, K_i = 20$)

그림 39에서 200초 까지 시스템응답을 시뮬레이션 하였으나 여전히 응답은 발산하는 것을 확인 할 수 있다. 따라서 충분한 시간간격으로 시뮬레이션 하여 그 응답을 관찰하였다. 그림 40에 2000초까지의 시뮬레이션 결과를 나타내었다. 적분게인을 적용하기 시작할 때부터 심한 오버슈트가 발생하였고, 적분게인 수치가 상승함에 따라 시스템이 발산하기 시작하였다.

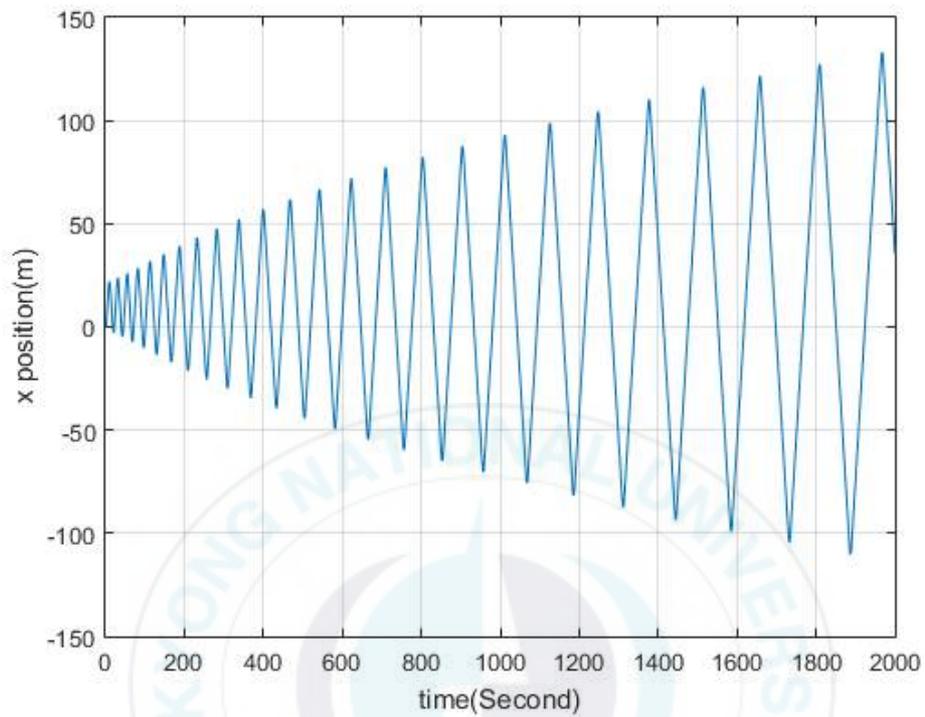


그림 40. 시뮬레이션 시간 2000초를 적용한 x 축 방향 위치제어 응답

그림 38 - 40에서 PID 제어를 사용한 위치제어 시뮬레이션의 결과는 비선형 추진기 모델을 적용한 HAUV에 대하여 PID 제어에 비하여 PD 제어가 더 나은 제어성능을 가짐을 보여주었다.

6. 결 론

6.1 요약 및 결론

본 연구에서는 다양한 수중작업에 사용될 수 있는 HAUV의 모델에 비선형 추진기 모델을 결합시켰을 때 HAUV의 한계 싸이클 거동의 구현과 제어기의 변화에 따른 응답변화를 분석하기 위하여 수행되었다. 본 논문에서 얻어진 결과는 아래와 같다.

첫째, 집중계수를 통한 유체동역학을 적용시킨 추진기의 모델을 유도하였다. 또한 실제 추진기를 사용하여 모델의 계수를 측정하였으며 그 결과가 실제 추력곡선과 유사함을 보여, 집중계수로 유도한 모델의 타당성을 확인하였다.

둘째, 추진기의 모델이 시스템에 어떤 영향을 미치는지 알아보기 위하여 기술함수를 통한 비선형 시스템을 그와 같은 등가게인을 가지는 선형요소인 전달함수로 대체 하여 분석하였다. Bode 선도를 사용한 추진기의 전달함수 분석에서 Bode 선도가 1차 저역필터와 같은 형태를 가지는 것을 확인하였다. 추진기의 저역필터와 같은 거동으로 인하여 추진기에 입력되는 명령이 실제 추진력으로 출력될 때, 저역필터의 효과로 인하여 저속과 호버링 영역에서 추진력의 크기가 감소하고 위상에 지연이 발생하는 거동을 보였다. 또한 추진기의 최대추력으로 정의된 포화함수를 기술함수로 변환하여 시스템에 미치는 영향 또한 파악하였다. 추진기의 최대추력에 의한 포화함수는 특정크기의 이하의 입력에서는 일정한 게인을 가지나 그 이상의 게인 에서는 입력의 크기에 반비례하여 게인이 줄어드는 현상을 나타내었다.

셋째. HAUV의 거동을 확인하기 위하여 시행된 시뮬레이션 에서는 추진기 모델의 유무로 인한 제어의 차이가 뚜렷하게 드러났다. 기존의 추진기 모델을 제외한 단순 추진력 반영 시뮬레이션 에서는 제어된 힘과 구동기의 출력이 동일하여 실제 제어명령과 출력의 크기가 같고 위상지연이 없다. 따라서 제어의 의도가 시스템에 그대로 반영되어 원활한 제어가 가능했다. 반면 추진기 모델을 적용시킨 시스템에서는 제어명령과 출력사이에 크기와 위상의 차이가 발생하였다. 이로 인해 HAUV의 직진 운동 시뮬레이션에서 한계사이클 거동이 발생하였고, 한계사이클 거동이 추진기를 포함한 HAUV 시스템의 고유한 성질임을 확인하였다.



참 고 문 헌

- [1] DANA R. YOERGER, JOHN G. COOKE, JEAN-JACQUES E. SLOITINE, "The Influence of Thruster Dynamics on Underwater Vehicle Behavior and Their Incorporation Into Control System Design", IEEE JOURNAL OF OCEANIC ENGINEERING, VOL. 15, NO. 3, JULY 1990.
- [2] Louis. L. Whitcomb, Dana R. Yoerger, " Preliminary Experiments in Model-Based Thruster Control for Underwater Vehicle Positioning", IEEE JOURNAL OF OCEANIC ENGINEERING, VOL 24, No.4, OCTOBER 1999
- [3] A. J. Healey, S.M. Rock, S. Cody, D. Miles, and J. P. Brown, "Toward an Improved Understanding of Thruster Dynamics for Underwater Vehicles", IEEE JOURNAL OF OCEANIC ENGINEERING, VOL. 20, NO. 4, OCTOBER 1995.
- [4] Sergio M. Savaresi, Fabio Previdi, Alessandro Dester, Sergio Bittanti, Antonio Ruggeri, "Modeling, Identification, and Analysis of Limit-Cycling Pitch and Heave Dynamics in an ROV", IEEE JOURNAL OF OCEANIC ENGINEERING, VOL. 29, NO. 2, APRIL 2004.

- [5] D. Graham, D. McRuer, "Analysis of Nonlinear Control Systems", New York. Wiley, 1961.
- [6] Louis L. Whitcomb, Dana R. Yoerger, "Development, Comparison, and Preliminary Experimental Validation of Nonlinear Dynamics Thruster Models", IEEE JOURNAL OF OCEANIC ENGINEERING, VOL, 24, NO. 4, OCTOBER 1999.
- [7] LOUIS L. WHITCOMB, DANA R. YOERGER, "Comparative Experiments in the Dynamics and Model-Based Control of Marine Thrusters", MTS/IEEE OCEANS' 95, October 9-12 1995, San Diego, CA
- [8] 박상욱, “호버링 타입 자율무인잠수정의 운동제어 시뮬레이션”, 공학 석사 학위논문, 부경대학교, 2015.02.
- [9] 김민지, “호버링 자율 무인 잠수정의 구현과 6자유도 PID제어기 설계”, 공학 석사 학위논문, 부경대학교, 2016.02.
- [10] Thor I. Fossen, "Guidance and Control of Ocean Vehicles", 1st edition, John Wiley & Sons Ltd. 1994
- [11] 김명욱, “천해용 자율무인잠수정의 운동시뮬레이션과 실험”, 공학 석사 학위논문, 부경대학교, 2011.08

- [12] Erwin Kreyszig 저, 김순자, 김희택, 남윤수, 박제남, 박찬국 외 공역, “KREYSZIG 공업수학”, 개정 9판, 범한서적주식회사, 2007
- [13] GENE F. FRANKLIN, J DAVID POWELL, ABBAS EMAMI-NAEINI, "동적 시스템 자동제어(FEEDBACK CONTROL OF DYNAMIC SYSTEMS)", 제6판, PERSON, 2010.
- [14] Haim Baruh, "ANALYTICAL DYNAMICS", McGraw-Hill, 1999
- [15] Singiresu S. Rao, 기창두, 박성태, 이건명, 이시복 외 옮김 “기계진동학”, 제 5판, PESROSON, 2012
- [16] KATSUHIKO OGATA, "시스템 해석 (System Dynamics)", 제4판 PERSON, 2004
- [17] S. M. Shimmin, R. Bitmead, W. Dunstan "Nonlinear system identification using closed-loop data with no external excitation: The case of a lean combustion process", Int. J. Control, vol. 74, no. 18, pp 1796-1806, 2001
- [18] R. Pinetelon, J. Schoukens, "System Identification: A Frequency Domain Approach", Piscataway, NJ: IEEE Press, 2001
- [19] Steve C. Chapra, "Applied Numerical Methods with MATLAB(응용 수치해석)", 2nd edition, McGraw-Hill Korea, 2008.

[20] 임동진 저, “제어 시스템 공학”, 생능출판사, 2005

[21] 강철호, 유지상, 박호종, 공저, “신호 및 시스템”, 생능출판사, 2002



부 록

1. RK4차를 사용한 추진기 시뮬레이션의 Matlab 코드

%4차 Runge-kutta 법을 이용한 추진기의
추력곡선-----

```
h = 0.001;          %sampling frequency
t = 0:h:5;          %time
x = zeros(size(t));
x2 = zeros(size(t));
```

%-----모델
파라미터-----

```
beta = 42;          %thruster parameter
alpha = 0.037; %thruster parameter
```

```
thrust = 2;         %input torque N/m
thrust1 = 1;        %input torque N/m
thrust2 = 1/3;      %input torque N/m
```

%-----함수-----

```
-----
x(1) = 0; %initial value
func = @(tval, omega) beta*thrust - alpha*omega^2; %thruster
equation
```

```

for n = 1:(length(t)-1)
    k1 = func( t(n), x(n) );
    k2 = func( t(n) + 0.5*h, x(n) + 0.5*h*k1);
    k3 = func( t(n) + 0.5*h, x(n) + 0.5*h*k2);
    k4 = func( t(n) + h, x(n) + h*k3);

    x(n+1) = x(n) + h*(k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4)/6;
end
x1 = x / max(x); % 최대값 1로 정규화

x2(1) = 0; %initial
func = @(tval, omega) beta*thrust1 - alpha*omega^2;

for n = 1:(length(t)-1)
    k1 = func( t(n), x2(n) );
    k2 = func( t(n) + 0.5*h, x2(n) + 0.5*h*k1);
    k3 = func( t(n) + 0.5*h, x2(n) + 0.5*h*k2);
    k4 = func( t(n) + h, x2(n) + h*k3);

    x2(n+1) = x2(n) + h*(k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4)/6;
end
x3 = x2 / max(x2); % 최대값 1로 정규화
x4(1) = 0; %initial
func = @(tval, omega) beta*thrust2 - alpha*omega^2;

for n = 1:(length(t)-1)
    k1 = func( t(n), x4(n) );
    k2 = func( t(n) + 0.5*h, x4(n) + 0.5*h*k1);

```

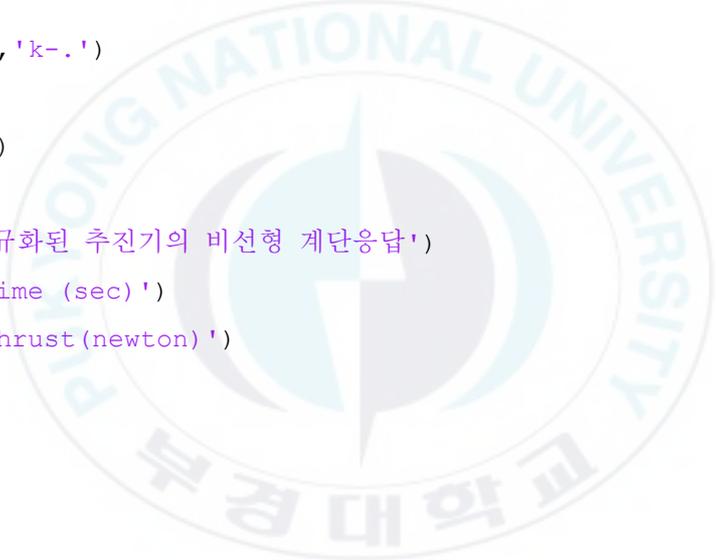
```

k3 = func( t(n) + 0.5*h, x4(n) + 0.5*h*k2);
k4 = func( t(n) + h, x4(n) + h*k3);

x4(n+1) = x4(n) + h*(k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4)/6;
end
x5 = x4 / max(x4); % 최대값 1로 정규화

figure
plot(t,x1,'r:')
hold on
plot(t,x3,'k-.')
hold on
plot(t,x5)
grid on
title('정규화된 추진기의 비선형 계단응답')
xlabel('time (sec)')
ylabel('thrust (newton)')

```



2. 파라미터 정리

a	입력신호의 진폭
p	프로펠러 피치(rad/m)
t	시간(s)
u	비선형 시스템의 입력함수
x	위치(m)
\dot{x}	속도(m/s)
\ddot{x}	가속도(m/s^2)
y	비선형 시스템의 출력함수
A	추진기 덕트의 단면적(m^2)
A_f	HAUV의 x 축 방향 투영면적(m^2)
C_d	HAUV의 x 축 방향 항력계수.
C_t	추진기의 추력계수 ($kg \cdot m$)
F_d	HAUV의 x 축 방향 유체저항력(N)
F_t	HAUV의 x 축 방향 추진력(N)
K	추진기의 부피당 출력 운동에너지(J)
M_A	HAUV의 x 축 방향 부가질량(kg)
M_{RB}	HAUV의 질량(kg)
Q	체적유량(m^3/s)
T^*	유체의 운동수반 에너지(J)
V	추진기 덕트내부의 부피(m^3)
α	추진기 계수.
β	추진기 계수.
γ	추진기 덕트 내부 단위부피당 유체운동량($kg/m^2 s$)
η	프로펠러 효율.
ρ	유체의 밀도(kg/m^3)
σ	slip
τ	입력토크(N)
Γ	압력운동량(kg/ms)
Ω	프로펠러의 회전속도(rad/s)
$\dot{\Omega}$	프로펠러의 회전가속도(rad/s^2)

후 기

제일 먼저 연구실에 저를 받아주시고 6년 동안 저를 지켜봐 주시면서 아낌없는 지도를 해 주신 백운경 교수님께 감사의 말씀을 드리고 싶습니다. 논문의 주제를 정하지 못하여 방황하던 저에게 끊임없이 연구주제를 추천해 주시고 주제에 따른 많은 지원에 진정으로 고마움을 느끼고 있습니다. 교수님의 끈기와 인내가 없었더라면 저는 석사과정을 마치지 못했을 것입니다.

또한 저의 논문심사를 위하여 귀중한 시간을 내어주신 손정현 교수님과 주문갑 교수님께도 많은 고마움을 느끼고 있습니다. 많은 지적을 해주셨지만 저의 실력이 아직 모자란 관계로 두 분의 요구를 완벽히 만족시켜드리지 못한 점 또한 사과를 드립니다.

저와 함께 추진기 실험을 하면서 많은 도움을 주신 안용석 박사님께도 감사드립니다. 박사님께서서는 수많은 경험과 지식으로 저의 모자란 점을 끊임없이 지적 해 주시고, 제가 무심코 지나쳐 버렸을 많은 사항들에 대하여 상기시켜 주셨기에 충실한 연구가 되었습니다.

그리고 연구실에서 저를 도왔던 손흥문 학생에게도 심심한 감사의 말을 전합니다.

마지막으로 저에게 끊임없는 관심과 지원 절대 포기하지 말라는 마음을 심어주신 우리 부모님과 동생에게도 감사의 말을 전합니다.

논문을 연구한 기간 동안 많은 것을 느꼈습니다. 끈기와 미루지 않는 습관, 통찰력, 한발자국 떨어져 관찰하는 자세들이 앞으로 저의 인생에 풍부한 밑거름이 되길 바랍니다.

2017년 1월 논문작성 완료후..