



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

工學碩士 學位論文

不平衡 回轉子를 갖는
電動機의 特性 解析



2018年 2月

釜慶大學校 産業大學院

電氣工學科

李 鍾 元

工學碩士 學位論文

不平衡 回轉子를 갖는
電動機의 特性 解析



指導教授 朴 瀚 錫

이 論文을 工學碩士 學位論文으로 提出함

2018 年 2月

釜慶大學校 産業大學院

電氣工學科

李 鍾 元

이 論文을 李鍾元의 工學碩士
學位 論文으로 認准함

2017 年 12 月



主審 工學博士 禹 炅 一 (印)

委員 工學博士 文 相 弼 (印)

委員 工學博士 朴 瀚 錫 (印)

목 차

Abstract	ii
제 1 장 서론	1
제 2 장 전동기 특성	2
2.1 유도전동기	2
2.2 동기전동기	9
제 3 장 불평형 회전자	20
3.1 불평형	20
3.2 불평형의 원인	30
3.3 평형잡기	31
제 4 장 유한요소법	33
4.1 유한요소해석 정식화	33
제 5 장 특성해석	37
5.1 IPMSM 모델 및 사양	37
5.2 유도전동기 모델 및 사양	40
5.3 해석결과 및 고찰	43
제 6 장 결론	46
참고문헌	47

Characteristics Analysis of a Motor with Unbalanced Rotor

Jong-Won, Lee

Department of Electrical Engineering

Graduate School of Industry

Pukyong National University

Abstract

When the rotor of electric machines has an eccentricity there is a centrifugal force on the rotor as increasing the rotational speed due to mass eccentricity. This centrifugal force causes a structural vibration and if the strength of it is very high the function and life time of mechanics could be affected. Although the eccentricity of the rotor is very small it should be fixed to protect the mechanical vibration of the motor.

This paper describes on the characteristics analysis of motors with unbalanced rotor. The IPMSM and three phase induction motor were selected and the commercial software MAXWELL was used. As a results, it was shown that the eccentricity of the rotor could increase the amplitude of the torque ripple, the average torque and the current as extending the width of eccentricity.

제 1 장 서 론

전동기는 전기에너지를 받아 힘을 발생시켜 외부에 동력을 전달하는 전기에너지와 기계에너지 사이의 에너지변환 기기이다. 전동기에 전압을 가해서 자계 내에 있는 도체에 전류가 흐르면 도체에는 자계방향과 도체 전류방향의 수직방향으로 힘이 발생되어 물체가 운동을 한다. 전동기에서 도체가 운동을 하면 기계적인 동력이 발생될 뿐 아니라 도체가 자속에 대해서 상호운동을 하므로 유도기전력이 발생되고 이 유도기전력은 전동기의 운동에 따른 반작용으로 발생하는 전압으로 역기전력이라고 부른다.

전동기가 부하를 구동할 때 회전자가 축 위치에서 무게중심이 편심되어 있을 때 회전자는 불평형 상태에 있다고 한다. 이러한 회전자는 회전속도가 증가하게 되면 질량 편심에 의해 회전자에 원심력이 작용하게 된다. 이 원심력은 베어링과 지지부에 전달되어 구조진동의 원인이 되고, 만일 진동이 충분이 크게 되면 기계 또는 근접한 설비의 기능과 수명에 영향을 미치게 된다. 따라서 회전자의 질량 편심이 상대적으로 적은 양이라 하더라도, 이를 바로 잡지 않으면 회전축계에 바람직하지 못하거나 심지어는 위험한 정도의 진동을 발생할 수 있다.

본 논문에서는 유한요소법을 이용하여 불평형 회전자를 갖는 전동기의 특성 해석에 대하여 서술한다. 상용 유한요소 해석 프로그램을 사용하여 불평형 회전자를 갖는 유도전동기 및 매입자석형 동기전동기의 특성을 해석하였다. 편심의 유무에 따른 전동기의 전류, 토크 및 자속밀도 특성을 비교하여 불평형 회전자의 영향에 대하여 비교·검토하였다.

제 2 장 전동기 특성

2.1 유도전동기

2.1.1 기본 구조

3상 유도 전동기의 3상 권선은 전동기 프레임(frame) 내부에 있는 고정자 슬롯 속에 설치되어 있다. 회전자 철심은 성층된 강자성체를 사용하며 철심의 표면에는 슬롯이 절단되어 있다. 회전자 권선의 형식은 농형(squirrel-cage type) 또는 권선형(wound-rotor type) 이다. 그림 1(a) 는 3상 농형 유도전동기의 단면도이다. 각 상권선 사이의 위상각은 전기적으로 120° 떨어져 있다. 권선 aa' 는 a 상 권선, bb' 는 b 상 권선, cc' 는 c 상 권선으로 표시한다. 이러한 상권선의 끝부분은 3상 연결 방식을 이루기 위하여 그림 1(b) 와 같이 Y 방식 또는 그림 1(c) 와 같이 델타(Δ) 방식으로 연결되어 있다. 평형 3상 전류가 이러한 3상 권선에 흐를 경우 공극에서는 일정 크기, 일정 속도의 회전자계가 발생하고, 회전자 회로에서는 전류가 유도되어 토크가 발생된다.

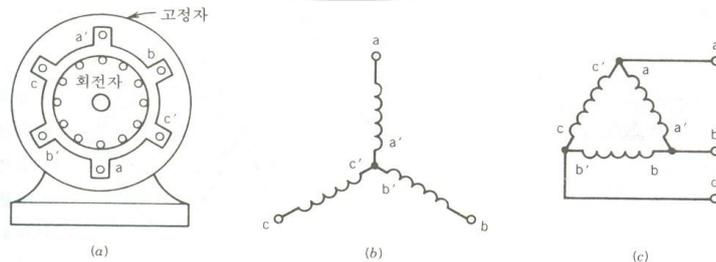


그림 1. 3상 농형유도기.

(a) 단면도, (b) Y결선 고정자 권선, (c) Δ 결선 고정자 권선

2.1.2 회전 자계

그림 2(a) 에서 aa', bb' 및 cc' 로 표시된 3상 권선은 고정자 내부 표면의 공간에서 서로 전기적으로 $2\pi/3$ 떨어져 설치되어 있다. 전류가 상권선에 흐를 때 상(相) 권선으로 표시 되는 코일의 축에는 정현파 형태로 분포된 기자력이 발생되고 교류 전류가 코일에 흐른다면 이에 따라 발생하는 기자력 파형은 진동한다. 이때 기자력 파형의 크기와 방향은 권선에 흐르는 전류의 순시치에 따라 결정된다.

그림 2(b) 는 기자력의 공간적인 분포도로서 코일 aa' 에 교류 전류가 흐를 때 기자력의 순시치가 변화됨을 보여주고 있다. 각 상권선은 정현파에 가까운 기자력 파형을 발생하며 공간에서 서로 $2\pi/3$ 전기적으로 떨어져 있다.

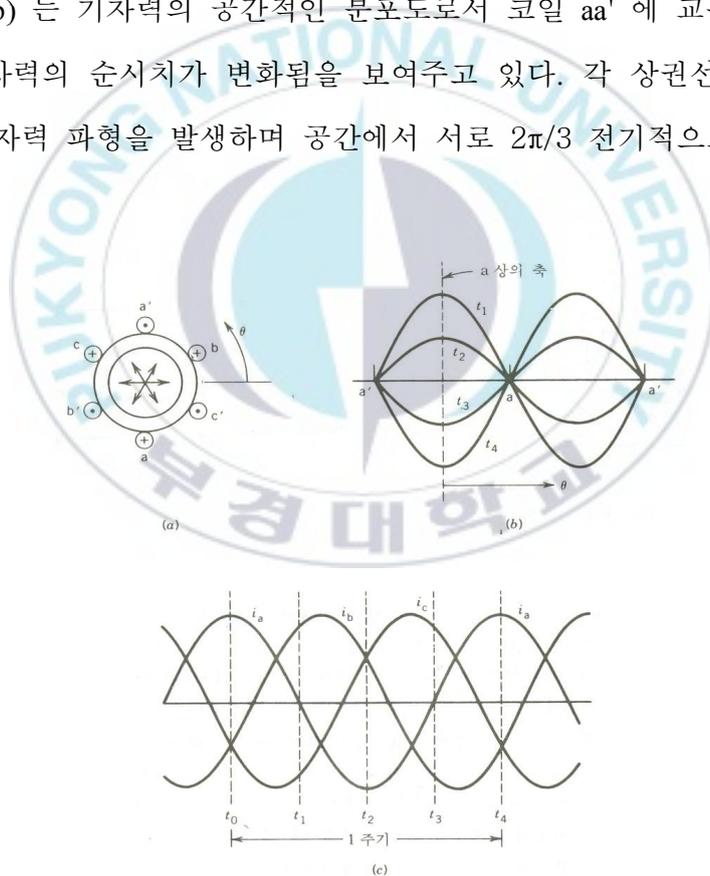


그림 2. 기자력 파형

3상 권선에 평형 3상 전류가 흐른다고 가정하자. 3상 전류는 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$i_a = I_m \cos \omega t \quad (1)$$

$$i_b = I_m \cos(\omega t - 120^\circ) \quad (2)$$

$$i_c = I_m \cos(\omega t + 120^\circ) \quad (3)$$

이러한 순시전류는 그림 2(c) 에서 보여 주고 있다. 그림 2(a) 에서는 각 상의 전류가 권선에서 흐를 때의 기준 방향을 코일 단면에서 점(·) 과 십자(+) 로서 표시하였다. 상 전류가 각각의 상 권선에 흐를 때 각 상 권선은 공간적으로 정현파 형태의 기자력 파형을 발생시킨다.

각 상의 축을 따라서 기자력은 진동하고 상의 축에서 기자력의 최대치가 유지된다. 각 기전력의 파형은 상의 축에 위치하는 공간 벡터로 표시할 수 있으며 그 크기는 전류의 순시치에 비례한다. 기자력의 합성 파형은 3 상 기자력 파형의 각각 성분을 합한 것으로서 이는 그림으로 설명할 수 있다.

각각 순간의 위치와 이 때 합성 기자력 파형의 크기와 위치를 생각해 보자. 그림 2(c) 로부터 $t = t_0$ 인 순간, 상 권선에서 흐르는 전류의 크기는 다음과 같다.

$$i_a = I_m \quad : a \text{ 상 권선에 흐르는 전류} \quad (4)$$

$$i_b = -\frac{I_m}{2} \quad : b \text{ 상 권선에 흐르는 전류} \quad (5)$$

$$i_c = -\frac{I_m}{2} \quad : c \text{ 상 권선에 흐르는 전류} \quad (6)$$

그림 2(a)에서는 점과 십자로서 각 권선에서 흐르는 전류 방향을 표시하고 있다. a 상 권선에 흐르는 전류가 최대일 때 기자력은 최대치를 가지며 그림 2.a 에서 보는 것과 같이 a 상 축의 정방향으로 벡터 $\vec{F}_a = \vec{F}_{\max}$ 로서 표시된다. b 상과 c 상의 기자력은 각각 벡터 \vec{F}_b 와 \vec{F}_c 로서 표시되며, 그 크기는 $\vec{F}_{\max}/2$ 이며, 그 방향은 각축의 정방향으로 표시된다. 세 벡터의 합성은 a 상 축의 정방향이며 그 크기는 $\vec{F} = \frac{3}{2}\vec{F}_{\max}$ 이다.

그러므로 이 순간 기자력 합성 파형은 a 상 기자력과 같은 정현파 형태로 분포되었으며 크기는 a 상 기자력 파형에 대해 1.5 배이다. 그림 2(b) 는 $t = t_0$ 일 때 각 상의 기자력 파형과 합성 파형을 보여주고 있다.

그림 2(c)에서 $t = t_1$ 일 때, 각 상전류와 기자력은 다음과 같다.

$$i_a = 0, \quad F_a = 0 \quad (7)$$

$$i_b = \frac{\sqrt{3}}{2}I_m, \quad F_b = \frac{\sqrt{3}}{2}F_{\max} \quad (8)$$

$$i_c = -\frac{\sqrt{3}}{2}I_m, \quad F_c = -\frac{\sqrt{3}}{2}F_{\max} \quad (9)$$

그림 2(c) 는 $t = t_1$ 일 때 각 상전류의 방향, 기자력의 벡터의 성분 및 기자력의 합성 벡터를 보여주고 있다. 여기서 기자력 합성 벡터는 $t = t_0$ 에 서와 같이 그 크기가 1.5배이다. 그러나 그 방향은 공간에서 시계 반대 방향으로 90° (전기각) 회전하였다. $t = t_2$ 와 $t = t_3$ 일 때 전류와 합성 기자력은 각각 그림 3(d) 와 3(e)에서 보여주고 있다.

시간에 대한 합성 기자력 파형은 공간적으로 같은 크기의 정현파 모양으로 분포하며 공극을 통하여 이동한다. 전류 변화의 한 주기에서 합성 기자

력 파형은 그림 3(a)의 위치로 되돌아온다.

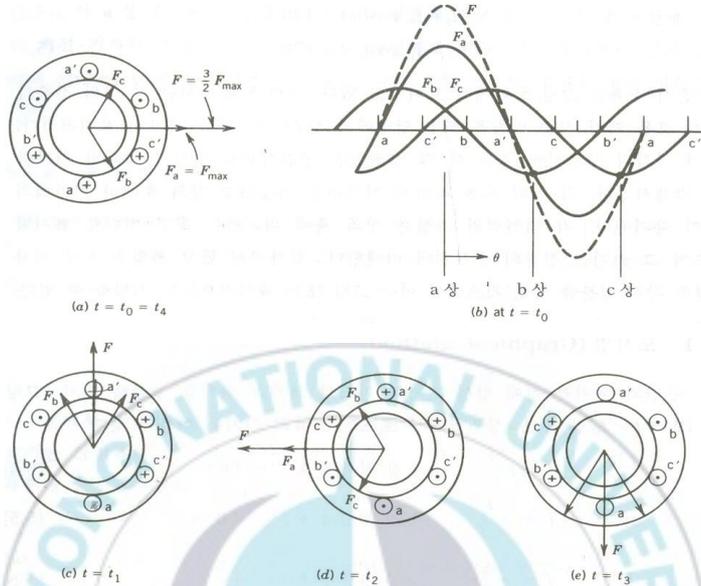


그림 3. 그림 형식으로 보여주는 회전 자계

그러므로 합성 기자력 파형은 양극기에서 전류 변화의 한 주기에 대해 1회전하게 된다. p 극기에서 전류가 한 주기 동안 변화 할때 기자력 파형은 $2/p$ 동안 회전하게 된다. 입력 전류의 초당 주파수가 f 인 p 극기에서 회전 기자력 파형 (rotating mmf wave)의 분당 회전수 (rpm: revolution per minute; rpm)는 다음과 같다.

$$N = \frac{2}{p} f 60 = \frac{120f}{p} [rpm] \quad (10)$$

만약 i_a 가 a 상 권선에 흐르고, i_b 는 c 상 권선에 흐르고, i_c 는 b 상 권선에 흐른다면 회전 기자력 파형은 시계 방향으로 회전하게 된다. 즉, 권선에서 상의 순서 (phase sequence)를 반전하게 되면 이에 따라 회전 기자력 파형도 반대 방향으로 회전하게 된다.

2.1.3 운전 특성

고정자 권선이 3상 전원에 연결되고 회전자 회로가 단락될 경우, 회전자 권선에서는 기전력이 유기되며 이 기전력에 의하여 회전자 전류가 발생한다. 이 회전자 전류는 공극 속의 회전 자계와의 상호 작용에 의하여 토크를 발생시킨다. 이에 따라 회전자는 회전하기 시작한다. 렌츠의 법칙 (Lenz's law) 에 의해 회전 자계와 회전자 권선 사이의 상대 속도를 감소시키기 위하여 회전자는 회전 자계의 방향으로 회전한다.

공극에서 회전 자계의 속도를 동기 속도 N_s 라고 하며, 회전자의 속도는 동기 속도 N_s 보다는 작지만 안정된 속도 N 에 도달하게 된다. 회전자의 속도가 동기 속도와 같을 경우 회전자 회로에서는 기전력과 전류가 발생하지 않으며 따라서 토크도 발생하지 않는다.

회전자 속도 N 과 회전 자계의 동기 속도 N_s 와의 차이를 슬립(slip) s 라고 하며, 이를 정의하면

$$s = \frac{N_s - N}{N_s} \quad (11)$$

만약 당신이 회전자 위에 앉아 있다면 당신은 회전자가 회전 자계에 대해 슬립 회전수는 $slip \ rpm = N_s - N = sN_s$ 로서 미끄러지는 것을 알 수 있을 것이다. 회전자 회로에서 유기되는 기전력과 전류의 주파수 f_2 는 이러한 슬립 회전수 (slip rpm) 에 대응하게 된다. 왜냐하면 슬립 회전수는 회전 자계와 회전자 권선 사이의 상대 속도이기 때문이다. 식 (10) 으로부터

$$\begin{aligned}
 f_2 &= \frac{p}{120}(N_s - N) \\
 &= \frac{p}{120}sN_s \\
 &= sf_1
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

이러한 회전자 회로의 주파수 f_2 를 슬립 주파수 (slip frequency) 라고 한다. 슬립 s 의 회전자 회로에서 유기되는 기전력은

$$\begin{aligned}
 E_{2s} &= 4.44f_2N_2\Phi_pK_w2 \\
 &= 4.44sf_1N_2\Phi_pK_w2 \\
 &= sE_2
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

여기서 E_2 는 회전자가 정지할 때 회전자 회로에서 유기되는 기전력으로서, 이때의 주파수는 고정자 주파수 f_1 과 같다.

3상 회전자 권선에서 유기된 전류는 회전 자계를 발생시킨다. 이때 회전자축의 상대 속도 n_2 는

$$\begin{aligned}
 N_2 &= \frac{120f_2}{p} \\
 &= \frac{120sf_1}{p} \\
 &= sN_s
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

회전자는 N [rpm] 의 속도로 회전하므로 공극 내의 회전자 자계의 속도는 $N_1 + N_2 = (1 - s)N_s + sN_s = N_s$ [rpm] 가 된다. 그러므로 고정자 자계와 회전자 자계는 공극에서 같은 동기 속도 N_s 로 회전한다. 이러한 두 자계의 상호 작용이 토크를 발생한다.

2.2 동기전동기

2.2.1 기본 구조

영구자석 동기모터(PMSM: Permanent Magnet Synchronous Motor)는 직류모터의 브러시와 정류자에 의한 기계적 정류작용을 반도체의 스위칭 작용으로 대체한 모터를 총칭한다. 120° 통전형의 인버터로 구동되는 모터는 브러시리스 DC모터라고 하여 구별하는 경우도 있지만 여기에서는 특별히 구분하지 않았다[2].

직류모터는 원리적으로 계자용 영구자석이 고정자에, 전기자 권선이 회전자에 배치되어 있으므로 전기자 회전형이 되지만, PMSM은 기계적 정류작용을 반도체의 스위칭 작용이 대신하므로 영구자석을 회전자에, 전기자 권선을 고정자에 설치하여 계자회전형의 구조가 된다. 그림 1에서는 회전자의 위치에 따라 제어되는 인버터 구동의 영구자석 동기모터 구성을 보여준다

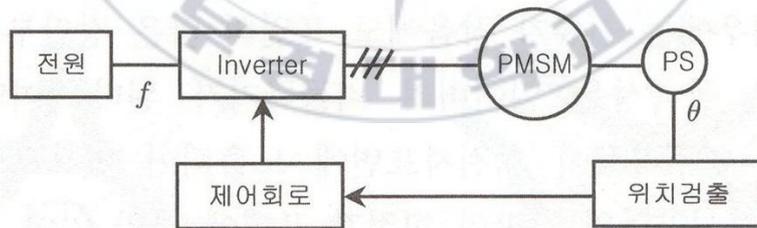


그림 1. PMSM의 기본구성

2.2.2 회전자 구조와 특징

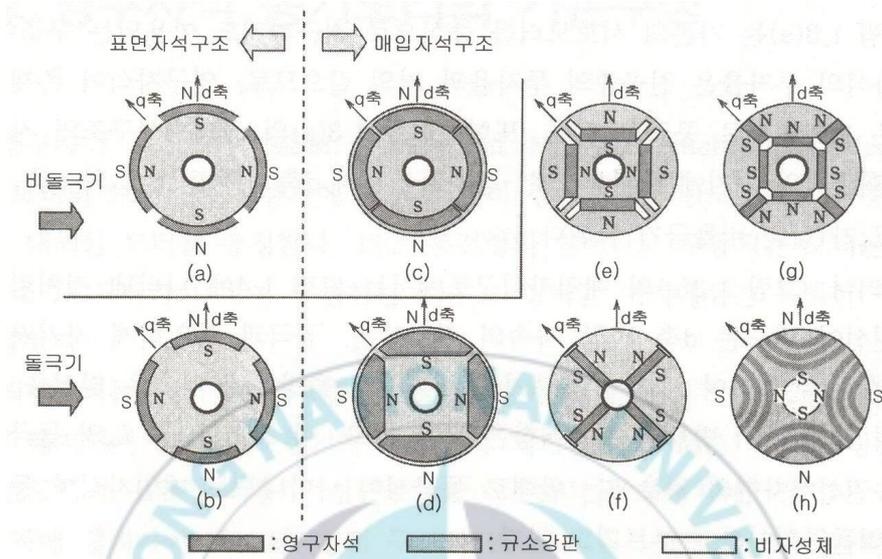


그림 2 PMSM의 대표적인 모터 구조

그림 2에 영구자석 동기모터의 대표적인 회전자 형상을 나타내었다. 영구자석의 배치로부터 그림 2(a), (b)에 표시한 것처럼 회전자 표면에 영구자석을 부착한 표면자석구조의 동기모터와 점선의 오른쪽 그림 2(c)~(h)에 표시한 것처럼 회전자 내부에 영구자석을 매입한 매입자석 동기모터 (IPMSM : Interior Permanent Magnet Synchronous Motor)으로 구분된다.

그림 2(a)는 기존의 서보모터를 중심으로 최근까지도 이용되는 구조이다. 영구자석의 투자율은 진공중의 투자율과 거의 같으므로, 영구자석이 존재하는 부분은 자기적으로 공극과 같다. 또한, 그림 2(a)의 표면자석구조의 자기저항은 회전자의 위치에 무관하므로, 전기자권선의 d축 인덕턴스 L_d 와 q

축 인덕턴스 L_q 가 같은 비돌극기가 된다.

그러나, 그림 2(e)의 IPMSM에서는 그림 3에 나타낸 것처럼, 전기자 권선이 만드는 d축 방향 자속의 자로에는, 공극과 동일하게 자기저항이 큰 자석이 존재하여 자속이 흐르기 어렵지만, q축방향의 자속은 철심을 통해 흐르기 때문에 이 방향의 자기저항은 작게 되고, 이 결과 $L_d < L_q$ 의 돌극성이 된다. 권선계자형의 경우에는 반대로 돌극성이 나타나므로 IPMSM을 역돌극성이라고 부르기도 한다.

일반적으로 자석을 회전자 내부에 매입한 타입은 역돌극성을 나타내지만, 그림 2의 경우에는 전류가 작음에도 표면의 얇은 강판부분이 자기포화가 크게 일어남으로 돌극성을 잃어버려 비돌극기가 된다. 이와 반대로 그림 2(b)의 타입은 영구자석이 회전자표면에 노출되어 있으므로 구조적으로는 SPMSM이지만, 자석양단의 강판이 회전자 표면에 나와 있어 돌극성을 가지게 된다. 그림 2(b), (d)~(h)의 회전자 구조가 실질적인 돌극기 구조이다.

본 논문에서는 매입자석구조에서 자기적인 돌극성이 나타나는 전동기를 IPMSM으로 취급한다. 또한, 자석의 배치로는 SPMSM이지만 자기적으로는 역돌극성을 가지는 그림 2(b)의 타입도 수학모델로서는 IPMSM과 같이 취급할 수 있다. 이런 경우의 IPMSM은 아래의 특성을 가진다.

1) 고속용의 SPMSM에서는 원심력에 의한 자석 비산을 방지하기 위해 외경에 비자성체의 보호관(SUS관 등)이 설치되지만, IPMSM에서는 회전자 내부에 고정되기 때문에, 기계적인 강도를 고려한 설계가 필요하지만 보호관이 불필요하다는 이점이 있다.

2) 보호관에서는 슬롯 리플에 의한 와류손과 인버터의 캐리어 주파수에 의

한 고조파 손실이 발생하고 효율의 저항이 가져오지만, IPMSM에서는 회전자 표면이 규소 강판이므로 그 문제가 비교적 작게 된다.

3) 보호관이 불필요한 IPMSM에서는 등가 공극이 작게 되고, 같은 양의 자석을 사용한 경우의 SPMSM에 비해 퍼미언스가 높게 되므로 자석동작점의 자석밀도를 향상시킬 수 있게 된다.

4) 자석단부에서 누설되는 자속이 발생된다.

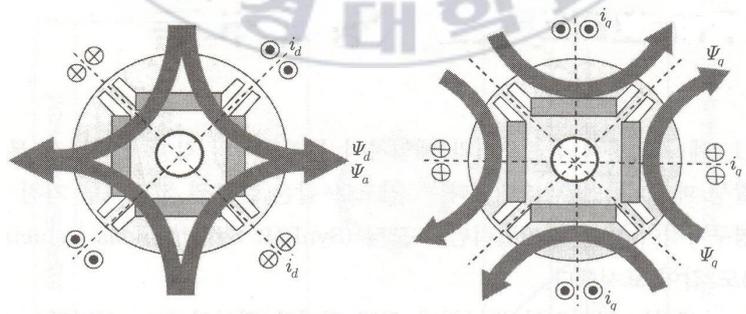
5) 자석의 형상과 배치의 자유도가 크다.

6) SPMSM에서는 원호 형태의 자석이 필요하지만, IPMSM에서는 평판 형태의 자석이 사용되어 제작비용이 저감된다.

7) 마그네틱 토크와 함께 릴럭턴스 토크도 이용되기 때문에 고 토크화가 가능하다.

8) IPMSM에서는 SPMSM에 비해 특히 q축 인덕턴스가 크기 때문에 q축 전기자 반작용이 크고, 단자전압의 상승과 자기포화의 영향을 받기 쉽다.

9) 역돌극성을 이용하므로, 기동시부터 센서리스 운전이 가능하다.



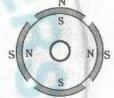
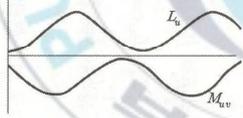
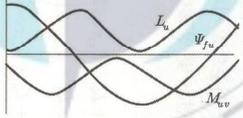
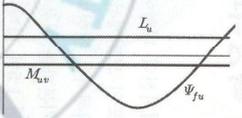
(a) d축 전기자반작용 자속의 흐름 (b) q축 전기자반작용 자속의 흐름

그림 3 d, q축 전기자반작용 자속의 흐름

2.2.3 영구자석 동기전동기의 토크 발생 메카니즘

표 1에 SPMSM과 IPMSM의 각종 인덕턴스 분포와 토크 발생 메카니즘을 나타내었다. 참고로 같은 분포권 고정자를 가진 회전자에 영구자석이 없는 동기릴럭턴스 모터 (SynRm: Synchronous Reluctance Motor)도 같이 표시했다.

표 1. 토크 발생 메카니즘

항목	동기릴럭턴스모터(SynRM)	매입자석동기모터(IPMSM)	표면자석동기모터(SPMSM)
스테이터구조	 <ul style="list-style-type: none"> ○ 정현파 전류구동 ○ 분포권 		
로터구조			
인덕턴스 및 쇄교자속분포			
토크발생 메카니즘	<p>(자기인덕턴스+상호인덕턴스)의 변화</p> $T = \frac{1}{2} i_u^2 \frac{\partial L_u}{\partial \theta} + i_u i_v \frac{\partial M_{uv}}{\partial \theta} + \dots$	<p>영구자석의 전기자 쇄교자속의 변화 + (자기인덕턴스+상호인덕턴스)의 변화</p> $T = i_u \frac{\partial \psi_{fu}}{\partial \theta} + \frac{1}{2} i_u^2 \frac{\partial L_u}{\partial \theta} + i_u i_v \frac{\partial M_{uv}}{\partial \theta} + \dots$	<p>영구자석의 전기자 쇄교자속의 변화</p> $T = i_u \frac{\partial \psi_{fu}}{\partial \theta} + \dots$

SynRM에서는 자기적인 돌극성에 의해 전기자 권선의 자기 인덕턴스 L 및 상호 인덕턴스 M이 회전자의 위치에 따라 변화하고, 이것에 따라 공극에 저장된 자기 에너지가 기계 에너지로 변환되어진다. 이러한 토크 발생 메카니즘에 의해 발생하는 토크를 일반적으로 릴럭턴스 토크라고 한다.

SynRM에서는 회전자의 위치에 따라서 자기저항이 변화하지 않으므로

자기인덕턴스 및 상호인덕턴스는 일정한 값이 된다. 그러나, 영구자석의 전기자 쇄교자속은 회전자와 회전각에 따라 정현적으로 변화한다. 따라서, SPMSM에서는 영구자석의 전기자 쇄교자속의 변화에 의한 토크만 발생한다. 이러한 토크를 마그네틱 토크라 한다.

이에 반하여 IPMSM의 자기인덕턴스 및 상호인덕턴스는 회전주파수의 2배의 주파수로 변화하고, 특히 영구자석의 전기자 쇄교자속도 SPMSM과 같이 변화한다. 따라서 토크 발생에는 전기자 자기 인덕턴스, 상호인덕턴스 및 영구자석의 전기자 쇄교자속의 위치에 대한 변화가 관여된다.

2.2.4 기본 특성식과 등가회로

영구자석 동기전동기의 역기전력 파형에는 사다리꼴 및 정현파가 있다. 일반적으로, 사다리꼴 자속분포의 모터에서는 120° 구형과 통전 구동이 이용되고, 정현파분포의 경우도 그 기본파를 이용하여 특성해석을 할 수 있다. 3상 영구자석 동기전동기의 2극기 기본모델을 그림 4에 나타내었다.

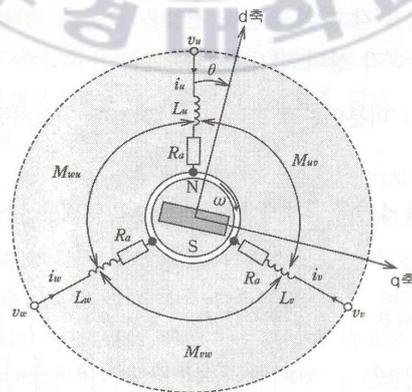


그림 4 영구자석 동기전동기의 해석 모델

영구자석의 N극 방향으로 d축을 결정하고, 이것보다 $\pi/2$ 앞선 축이 q축이다. U상 권선을 기준으로 시계방향으로 d축의 각을 θ 라 하면, 전기자 자기인덕턴스, 상호인덕턴스 및 영구자석의 전기자 쇄교자속은 다음 식과 같이 된다.

$$\left\{ \begin{array}{l} L_u = l_a + L_a - L_{as} \cos 2\theta \\ L_v = l_a + L_a - L_{as} \cos \left(2\theta + \frac{2}{3}\pi \right) \\ L_w = l_a + L_a - L_{as} \cos \left(2\theta - \frac{2}{3}\pi \right) \end{array} \right\} \quad (2.1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{uv} = -\frac{1}{2}L_a - L_{as} \cos \left(2\theta - \frac{2}{3}\pi \right) \\ M_{vw} = -\frac{1}{2}L_a - L_{as} \cos 2\theta \\ M_{wu} = -\frac{1}{2}L_a - L_{as} \cos \left(2\theta + \frac{2}{3}\pi \right) \end{array} \right\} \quad (2.2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_{fu} = \Psi_f \cos \theta \\ \Psi_{fv} = \Psi_f \cos \left(\theta - \frac{2}{3}\pi \right) \\ \Psi_{fw} = \Psi_f \cos \left(\theta + \frac{2}{3}\pi \right) \end{array} \right\} \quad (2.3)$$

여기서, L_u, L_v, L_w : 각상의 자기 인덕턴스

l_a : 한 상당 누설 인덕턴스

L_a : 한 상당 유효 인덕턴스의 평균값

L_{as} : 한 상당의 유효 인덕턴스 진폭

M_{uv}, M_{vw}, M_{wu} : 상간의 상호 인덕턴스

$\Psi_{fu}, \Psi_{fv}, \Psi_{fw}$: 각 상의 영구자석의 전기자 쇄교자속

$\theta = \omega t$: d축과 U상과의 사이각

w : 전기각속도

Ψ_f : 한 상당 영구자석에 의한 전기자 쇄교자속의 최대값

이것에 의해 PM 동기모터의 전압방정식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} u_u \\ u_v \\ u_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + pL_u & pM_{uv} & pM_{wu} \\ pM_{uv} & R_a + pL_v & pM_{vw} \\ pM_{wu} & pM_{vw} & R_a + pL_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_u \\ i_v \\ i_w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} w\Psi_f \sin\theta \\ w\Psi_f \sin\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) \\ w\Psi_f \sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

여기서, v_u, v_v, v_w : 각 상의 전기자 전압

i_u, i_v, i_w : 각 상의 전기자 전류

$p = \frac{d}{dt}$: 미분연산자 R_a : 전기자 권선 저항

3상 좌표계로부터 d, q좌표계로 변환하는 변환행렬은 다음 식과 같다.

$$C = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \\ -\sin\theta & -\sin\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

이 변환행렬을 이용하여 식 (1.4)의 기본 전압방정식을 전기각속도 w 로 회전하는데 d, q축 좌표계로 변환시킨 PMSM의 전압방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + pL_d & -wL_q \\ wL_d & R_a + pL_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ w\Psi_a \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

여기서, $\Psi_a = \sqrt{\frac{3}{2}} \Psi_f = \sqrt{3} \Psi_e$

ψ_e : 영구자석에 의한 전기자 쇄교자속의 실효값

v_d, v_q : 전기자 전압의 d, q축 성분

i_d, i_q : 전기자 전류의 d, q축 성분

$L_d = l_a + \frac{3}{2}(L_a - L_{as})$: d축 인덕턴스

$L_q = l_a + \frac{3}{2}(L_a + L_{as})$: q축 인덕턴스

그림 5에 영구자석 동기전동기의 d, q축 변환 모델을 표시했다. 고정자에 정지되어 있는 3상 권선은 영구자석 회전자와 동기하여 회전하는 2개의 d, q권선으로 변환시키기 때문에 상대적으로 정지되어 있는 것과 같고, 전기적으로 독립된 2개의 직류회로로 볼 수 있다.

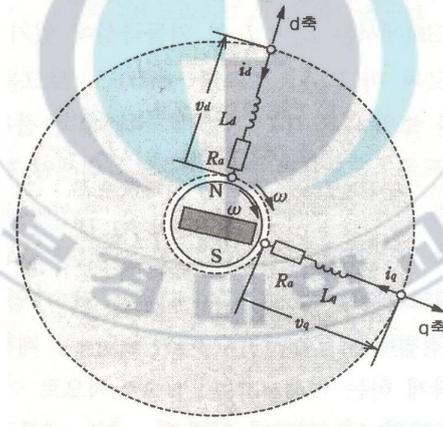


그림 5 영구자석 동기전동기의 d, q 변환 모델

식 (1.6)의 우측 제 1항의 1행 1열과 2행 2열은 전기자 권선 저항에 의한 전압강하 성분이며, 제 2항은 전류의 변화에 대한 인덕턴스의 전압강하로 정상상태에서는 d, q축 전류는 일정한 값(직류)이므로 0이 된다. 1행 2열 및 2행 1열은 q축 및 d축 전기자 반작용을 나타내고 있다. 여기에서의

전기자 반작용은 뒤에 설명하는 바와 같이 영구자석 동기전동기의 특성에 중요한 관계를 가지고 있다. 제 2항은 영구자석의 전기자 쇠교자속에 의한 유기전압으로서 q축에서만 발생한다. 영구자석 동기전동기의 정상운전시의 벡터도는 그림 6과 같다.

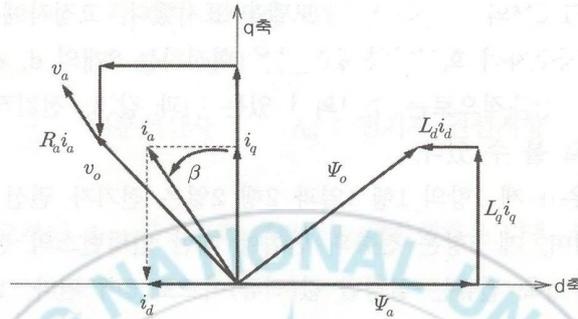


그림 6 기본 벡터도

극쌍수 P_n 의 영구자석 동기전동기 토크는 전류 벡터 i_a 와 전기자 쇠교자속 벡터 Ψ_0 의 외적으로 구한다.

$$T = P_n \Psi_a i_q + P_n (L_d - L_q) i_d i_q$$

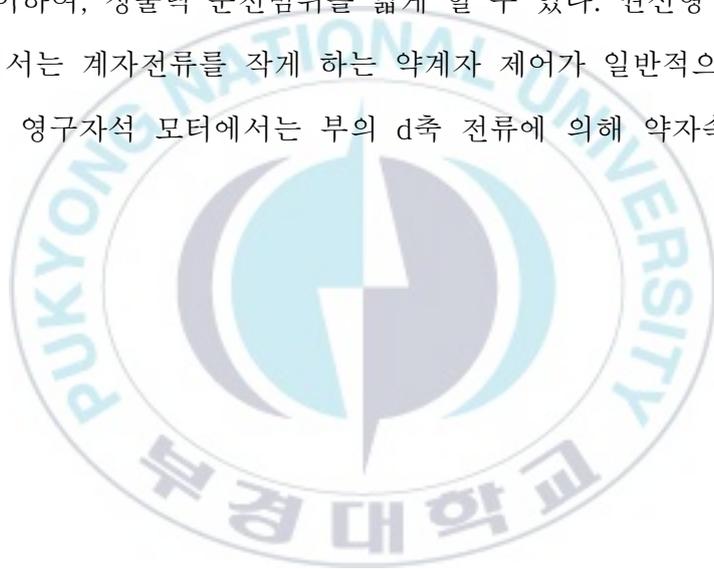
또한, 전류벡터의 크기 $I_a (= |i_a|)$ 와 위상 β 를 이용하여 식 (2.8)을 구한다.

$$T = P_n \left\{ \Psi_a i_a \cos \beta + \frac{1}{2} (L_q - L_d) i_a^2 \sin 2\beta \right\}$$

토크식의 우측 제 1항은 마그네틱 토크를 표시하고, 제 2항은 돌극성에 의해 발생하는 릴럭턴스 토크를 나타내고 있다. 앞에서 기술한 바와 같이

IPMSM에서는 $L_d < L_q$ 의 역돌극성이 있기 때문에, 부의 d축 전류를 흐르게 함으로써 마그네틱 토크에 킬러턴스 토크를 부가하여 토크를 발생시킨다. 벡터도를 보면 부의 d축 전류에 의해, d축 전기자 반작용 자속이 영구자석을 감자시키므로 불가역 감자에 대하여 주의해야 한다.

최근의 영구자석의 진보로 보자력이 크고 감자 특성이 직선적인 자석이 개발되고 있어 부의 d축 전류제어가 가능해졌다. 또한 이 부의 d축 전기자 반작용은 전체 전기자 쇄교자속을 감소시키기 때문에 고속 영역에서 유기 전압을 제어하여, 정출력 운전범위를 넓게 할 수 있다. 권선형 계자를 갖는 직류모터에서는 계자전류를 작게 하는 약계자 제어가 일반적으로 이용되는 것과 같이, 영구자석 모터에서는 부의 d축 전류에 의해 약자속 제어를 할 수 있다.



제 3 장 불평형 회전자

일반적으로 회전기계의 제작 및 조립 시에는 항상 평형잡기 기계를 이용하여 평형 잡기를 실시한다. 통상의 시험기는 300 - 3000 rpm 정도로 회전하므로 이 운전영역 이상의 위험속도 이상에서 사용되는 기계는 저속으로 평형잡기를 해도 운전속도에서는 평형을 잃어버릴 가능성이 있다. 따라서 탄성 회전체는 엄밀히는 탄성 회전체의 이론에 따라 수정면을 여러 개로 선택하는 다면 수정을 실시하면 좋으나 현실적으로 축, 임펠러, 커플링 등의 구성 요소마다 단독 평형잡기를 실시하고, 이들을 축계에 조립하는 단계에서 다시 전체 축계에 대해 평형잡기를 하는 방법이 채용되고 있다.

3.1 불평형

회전체의 어느 축 위치에서 무게중심이 편심되어 있을 때 회전체는 불평형 상태에 있다고 한다. 이러한 회전체는 회전속도가 증가하게 되면, 질량 편심에 의해 회전체에 원심력이 작용하게 된다. 이 원심력은 베어링과 지지부에 전달되어 구조진동의 원인이 되고, 만일 진동이 충분히 크게 되면 기계 또는 근접한 설비의 기능과 수명에 영향을 미치게 된다.

따라서 회전체의 질량 편심이 상대적으로 적은 양이라 하더라도, 이를 바로 잡지 않으면 회전축계에 바람직하지 못하거나 심지어는 위험한 정도의 진동을 발생할 수 있다. 질량 $m[\text{kg}]$ 인 물체가 반경 $r[\text{m}]$ 에서 회전각속도 $[\text{rad}/\text{sec}]$ 로 회전하고 있을 때 질량의 관성력과 크기가 같고 방향이 반대인 원심력 F 를 발생시킨다.

$$F = -ma_r = mr\omega^2 [N] \quad (15)$$

여기서 a_r 은 반경방향의 가속도 성분이다.

ISO의 정의에 의하면 보상되지 않은 원심력으로 인해 베어링이 진동력 또는 변위를 받게 되면 회전체에는 불평형이 존재한다. 평형잡기에서는 이를 불평형 U 라 하고 다음과 같이 정의한다.

$$U = m_u r [g \cdot mm] \quad (16)$$

여기서 U 는 벡터량인 불평형, m_u 는 스칼라량인 불평형 질량[g], r 은 벡터량으로 축 중심선으로부터 불평형 질량의 무게중심 거리인 반경[mm]이다.

따라서 불평형은 벡터량이고 항상 불평형 질량의 반경 벡터와 같은 방향을 가진다. 일반적으로 불평형은 반경 이 일정하다는 가정하에 회전속도와는 무관하다. 이 불평형에 의해 발생하는 불평형 원심력 F_u 는 다음과 같다.

$$F_u = m_u r \omega^2 = U \omega^2 [N] \quad (17)$$

3.1.1 원판 형상의 회전체의 불평형

가장 단순한 경우는 축에 하나의 원판을 장착한 것이다. 회전체가 진동수 ω 로 회전한다면, 그 때 반경 r_i 에 대응하는 질점 m_i 는 원심력 F_i 를 일으킨다.

$$F_i = m_i r_i \omega^2 \quad (18)$$

모든 단일 요소에서 발생하는 원심력의 벡터 합은 베어링에 작용하는 원심력의 합과 같다.

$$F = \sum_{i=1}^n F_i = \sum_{i=1}^n m_i r_i \omega^2 \quad (19)$$

이 경우, 다음의 두 가지 가능성이 존재한다.

- 1) $F=0$ 인 경우 : 어떠한 원심력도 베어링에 작용하지 않는다. 즉 회전체는 모든 불평형에 자유롭고, 그러므로 완전하게 평형잡기가 된 회전체를 구성한다.
- 2) $F \neq 0$ 인 경우 : 회전체는 불평형을 가진다.

어떤 잔류 원심력은 하나의 불평형 U 에 의해 생긴 것으로 생각할 수 있을 것이다.

$$F = \sum_{i=1}^n m_i r_i \omega^2 = ur\omega^2 = U\omega^2 \quad (20)$$

여기서 $U = \sum_{i=1}^n m_i r_i = ur$ 이다. 따라서 원판 형상을 갖는 강성 회전체의 불평형 조건은 하나의 불평형 벡처로서 완전히 설명될 수 있고, 불평형이 보정은 하나의 평면에서 단지 하나의 수정을 필요로 한다.

3.1.2 일반화된 회전체의 불평형

예를 들어 볼과 같이 직경에 비해 상당히 긴 길이를 가진 원주형상의 강성회전체는 원판형상의 회전체에서 보다 다른 조건들이 우세할 수도 있다. 그렇지만 원판형상의 회전체에 대한 기본개념은 아직까지 유용하다. 원주형상의 회전체는 축 중심선과 직각이니 많은 얇은 원판요소로 분리될 수 있다고 가정할 수 있고 각 원판요소에 대한 불평형은 앞의 정의에 의해 결정될 수 있다. 회전체의 전체 불평형은 그 때 많은 각각의 요소에서 단일 불평형에 의해 주어진다. 정역학 법칙에 의해 불평형에 의해 발생한 개개의 원심력은 임의로 선택된 두 면에서 합하여진다. 그리고 이들 면상에서 대응하면 불평형으로 다시 전환된다. 원주형상의 회전체로 분리된 부분은 양단 면에서 다음과 같이 다시 계산된다.

$$F_I = \frac{\sum_{i=1}^n U_i d_i \omega^2}{a} = U_I \omega^2, F_{II} = \frac{\sum_{i=1}^n U_i c_i \omega^2}{a} = U_{II} \omega^2 \quad (21)$$

여기서 U_I 과 U_{II} 는 다음과 같은 수정면 I과 II의 등가 불평형이다.

$$U_I = \frac{\sum_{i=1}^n U_i d_i}{a} = U_I \omega^2, U_{II} = \frac{\sum_{i=1}^n U_i c_i}{a} = U_{II} \omega^2 \quad (22)$$

이는 임의의 강성회전체에도 동일하게 적용된다. 즉 U_I 과 U_{II} 는 이들이 완전하게 회전체의 불평형 조건을 기술하도록 결합되었기 때문에 상호보완 불평형이라 부른다. 일반적으로 두 불평형 벡터의 양과 각은 수정면의 위치에 의존된다. 이와 관련하여 한 수정면이 이동되면 두 불평형 벡터가 변화한다는 것이 특히 중요하다. 즉, 어떤 강성회전체의 불평형 조건은 임의로

선정된 두 면에서 2개의 상호 보완 불평형에 의해 완전하게 설명될 수 있다. 이러한 회전체의 불평형 수정은 두 면의 각각에 하나의 수정을 필요로 한다.

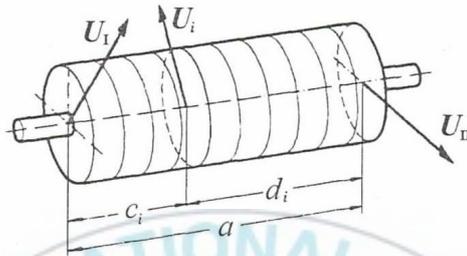


그림 11 원판요소들의 불평형 U_i

3.1.3 정적 불평형

완전히 평형잡기 된 회전체의 경우에는 불평형이 그것의 질량중심 S 가 위치한 단면에 작용할 때 그 회전체는 정적 불평형을 갖는다. 그림에서 반경 r 에 위치한 불평형 질량 m_u 때문에 얼마나 새로운 무게중심 S' 가 축 중심선으로부터 편심 e 만큼 위치하는가를 보여준다. 이 점에서 회전체를 통한 횡단면은 완전히 평형잡기 된 회전체의 경우에 중심이 축 중심선에 위치된다는 것을 보여준다. 부가적인 불평형 질량 때문에 무게중심은 축 중심선을 벗어나고 원심력이 존재한다. 평형 방정식은 다음과 같다.

$$(m+m_u)e = m_u r \text{ 또는 } e = \frac{m_u r}{m+m_u} \approx \frac{m_u r}{m} \quad (23)$$

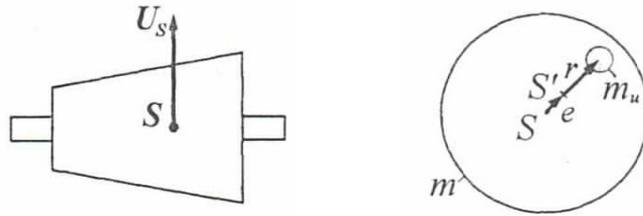


그림 11 중심 S에 작용하는 불평형 및 회전체의 횡단면

통상 대부분의 경우, 불평형 질량 m_u 는 회전체의 질량 m 에 비해 매우 작다. e 는 무게중심이 축 중심선으로부터 얼마나 멀리 어떤 방향으로 이동하였는가를 보여준다. 그러므로 e 를 질량 편심 또는 무게 중심의 변위라고 부른다. 일반적으로 e 는 r 보다 매우 작고 따라서 가장 적절한 단위는 μm 이다.

정적 불평형에 의해 발생하는 원심력은 무게중심이 위치하는 평면에 작용한다. 대칭적인 베어링을 가진 회전체의 경우에 두 베어링에서의 힘의 크기는 같고 같은 방향으로 작용한다. 정적 불평형의 수정을 위해서는 단지 하나의 수정면을 필요하고 이것은 무게중심을 통과하는 수직단면이다. 이 면이 수정면으로 사용될 수 없는 경우에는 수정질량 m_u 는 이것이 무게 중심면에서 어떤 하나의 수정질량의 영향과 같게 되도록 수정면을 2개로 선택하고, 이 두 수정면 I 과 II 에 각각 수정질량 m_{aI}, m_{aII} 을 분포시켜야만 한다.

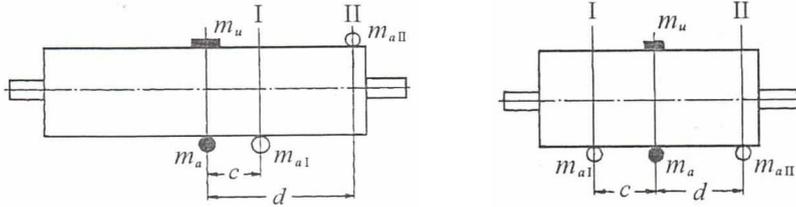


그림 11 수정질량을 수정면 I,II로 분리 및 수정질량을 2개 수정면으로 분리

수정면 I과 II가 무게중심면으로부터 각각 c, d 만큼 떨어져 있다고 하면 힘과 모멘트의 평형 관계식에서

$$m_{aI} + m_{aII} = m_a, m_{aI}c + m_{aII}d = 0 \quad (24)$$

로부터 수정질량 m_{aI}, m_{aII} 은 다음과 같다.

$$m_{aI} = m_a \frac{d}{-c+d}, m_{aII} = m_a \frac{-c}{-c+d} \quad (25)$$

이 식은 수정면 I과 II를 어떤 위치로 하는 경우에도 유효하다.

3.1.4 우력 불평형

만일 완전히 평형을 이룬 회전체에서 2개의 동일한 크기의 불평형이 2개의 다른 반경평면에 서로 정확히 반대방향으로 작용한다면, 2개의 불평형은 우력 불평형을 구성하게 된다. 즉 우력 불평형은 거리 l 만큼 떨어져 있는 크기가 같고 방향이 반대인 2개의 불평형 U 와 $-U$ 에 의해 발생한다. 그림에서 두 면사이의 거리가 $U=m_u r$ 이고 두 불평형의 크기가 각각 이라면, 우력 불평형의 크기는 다음과 같다.

$$U_c = Ul = m_u r l [g \cdot mm^2] \quad (26)$$

여기서 벡터 곱 $U_c = l \times U$ 로 쓰여진 벡터 U_c 의 방향은 토크 벡터와 유사하게 두 불평형이 놓여있는 평면과 수직방향이다.

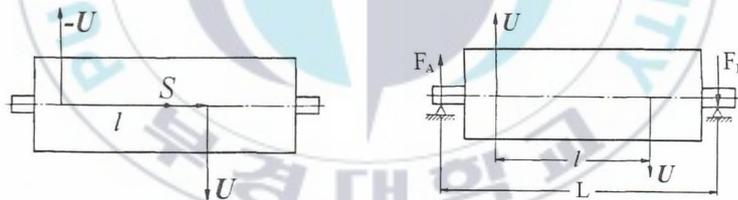


그림 11 우력 불평형 및 우력 불평형으로 베어링 반력 F_A 와 F_B 의 발생

우력 불평형에서는 회전체의 무게중심은 축 중심선 위에 남아 있다. 크기가 같은 Ul 의 경우에는 불평형이 작용하는 두 평면이 무게중심에 대칭적으로 위치하거나 또는 비대칭적으로 위치하여도 관계가 없다. 그리고 무게중심이 두 불평형 면들 사이에 위치해야만 할 필요도 없다. 우력 불평형은 불평형 모멘트를 발생시키고 이것이 두 베어링에 크기가 같고 방향이 반대인 힘을 발생시킨다. 우력 불평형과 불평형 모멘트 사이의 차이점에 주의해야

한다. 즉 우력 불평형은 불평형의 특별한 경우이고 불평형 모멘트는 불평형에 의해 발생하는 원심력 모멘트이다.

3.1.5 준정적 불평형

만일 완전히 평형을 이룬 회전체에서 하나의 불평형이 무게중심을 통과하지 않는 한 면에 작용한다면, 이것을 준정적 불평형이라고 한다. 이것은 그림과 같이 동일한 축 면에 놓여있는 정적 불평형과 우력 불평형의 합성에 해당한다. 불평형 U_q 는 무게중심 면에 작용하지 않지만, 해석을 위해 2개의 크기는 같지만 방향이 반대인 벡터가 무게중심에 작용한다고 가정한다. 이 2개의 불평형은 서로 상쇄되고 원래의 상태에 아무런 변화도 일으키지 않는다. 그러나 이제는 준정적 불평형 U_q 와 같은 방향으로 무게 중심면에 작용하는 불평형 벡터가 정적 불평형 U_s 라는 것을 쉽게 알 수 있다. 나머지 2개의 불평형은 크기 U_q 의 우력 불평형을 형성한다. 만일 그림에서 U_q 가 위치한 면과 같이 이러한 수정면이 알맞게 선택된다면, 준정적 불평형은 한 면의 수정에 의해 완전히 보정될 수 있고, 이에 의해 우력 불평형도 또한 수정될 수 있다.

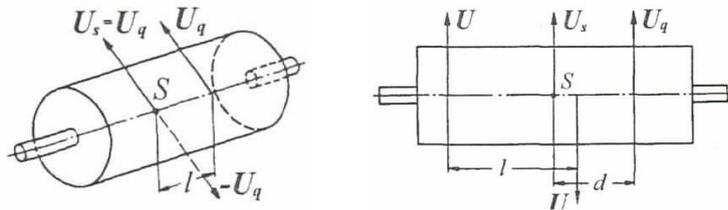


그림 11 준정적 불평형 및 올바른 단일 수정면의 결정

3.1.6 동적 불평형

일반적으로 회전체의 불평형 상태는 두 종류의 불평형, 즉 정적 불평형과 우력 불평형의 합성으로 구성된다. 그림과 같이 회전체의 동적 불평형은 보통 임의의 두 면에서의 보완적인 두 불평형을 나타내는 것에 의해 설명되고 때로는 정적 불평형과 우력 불평형을 언급하는 것으로 설명된다. 정적 불평형, 준정적 불평형 및 우력 불평형은 모두 동적 불평형의 특별한 경우들이다. 그림에서 정적 불평형 U_s 과 우력 불평형 U_c 을 등가인 불평형 U_I 과 U_{II} 로의 변환을 나타낸다. 또한 그림에서 U_I 과 U_{II} 의 두 불평형을 정적 불평형 U_s 와 우력 불평형 U_c 의 등가 합성으로의 변환을 보인다. 즉 두면사이의 거리 l 에 대해서 결과적으로 불평형 $-U$ 는 왼쪽 면에, U 는 오른쪽 면에 위치하게 된다.

$$U_s = U_I + U_{II}, U_c = c \times U_I + d \times U_{II} \quad (27)$$

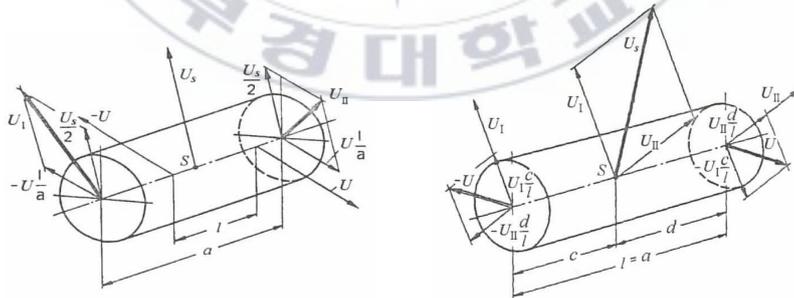


그림 11 등가불평형의 U_I 과 U_{II} 로 변환, 정적 및 우력불평형으로 변환

3.2 불평형의 원인

불평형은 기본적으로 축 중심선에 대해 회전체의 질량분포가 비대칭적일 때 즉 축의 중심 주관성축들 중의 하나가 축 중심선과 일치하지 않을 때 발생한다. 이 비대칭성은 팬과 같이 용접된 회전체에서는 현저하고, 전동기 회전자와 같이 일반 조립 회전체는 약간 작으며, 선반가공 부품에서는 매우 작다. 대표적인 질량 불평형의 가장 일반적인 원인은 설계 또는 제도 오차, 재질상의 결함 및 가공 또는 조립오차로서 다음과 같다.

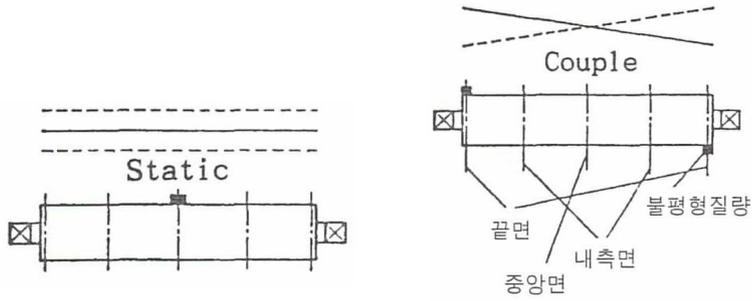
표 불평형의 일반적인 원인

불평형의 원인	대상
원판의 설치상 잘못으로 인한 편심	조립 회전체
축 중심에 대한 부품의 질량 분포변화에 따른 편심	크랭크 축, 키 홈
축에 발생하는 기계적, 열적 굽힘	변형 축, 조립회전체
부품의 조립상태 이완 또는 유체 불평형	원심, 회전체의 부품

3.3 평형잡기

전동기의 회전자와 같은 강성회전체의 평형잡기는 적절하게 선택된 평형중량을 임의로 선정한 회전체의 2개 수정면에 부가함으로써 이루어진다. 수정이 이루어졌을 때 최대 운전속도까지 임의의 회전속도에서 기계의 평형잡기 허용한계가 지지구조물에서 측정하였을 때 크게 초과해서는 안된다. 양면 평형잡기에 의해 회전체가 이 범위에 들게되면, 강성회전체의 평형잡기는 완료된 것으로 한다. 전형적인 강성회전체의 예로는 자이로스코프 회전자, 전동기의 회전자, 자동차의 브레이크 드럼, 저속 원심 임펠러의 회전체 및 저속 회전기계 등이 있다. 강성회전체의 분류는 운전 시 회전체의 동특성에 의해 결정된다. 지지조건하에서 회전체의 1차 굽힘 위험속도보다 충분히 낮은 회전수(보통 1차 위험속도의 70% 이하)에서 운전되는 회전체는 비록 불평형이 매우 큰 경우에도 동적인 영향을 받아 굽힘이 발생하지 않는다.

강성회전체는 보통 회전체의 양 끝에 위치하는 수정면에 중량을 부가함으로써 평형 잡기를 수행한다. 이들 수정중량의 효과는 회전체의 무게중심에 작용하는 정적 불평형에 의한 힘과 우력 불평형에 의한 불평형 모멘트를 무효화하는 것이다. 그림은 회전체의 강체 모드와 이를 일으키는 불평형 질량의 위치를 나타낸다. 그림 (a)와 같이 중앙에 하나의 정적 불평형을 가지는 회전체는 원통모드의 진동을 발생하고, 그림 (b)와 같은 우력 불평형은 원추모드의 진동을 일으킨다.



(a) 원통모드

(b) 원추모드

그림 11 강제모드와 불평형 질량의 부착위치



제 4 장 유한요소법

전동기의 정특성 및 동특성을 지배하는 방정식은 편미분 방정식으로 표현되므로 이를 정밀, 신속하게 해를 구해야만 한다. 수치 해석법의 경우 물리적으로 연속적인 형상을 갖는 제반의 형상들을 편미분 방정식으로 표현하여 유한개의 이산치 값을 구하는 방법으로 치환하여 푸는 방법이다[16].

4.1 유한요소해석 정식화

변위 전류를 무시 할 수 있는 준 정상상태에서 임의의 해석 영역에 대한 Maxwell 방정식 및 보조방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_o + \vec{J}_e \quad (28)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (29)$$

$$\nabla \times \vec{B} = 0 \quad (30)$$

$$\vec{J}_e = \sigma \vec{E} \quad (31)$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (32)$$

$$\vec{M} = \chi \vec{H} + \vec{M}_r \quad (33)$$

여기서, \vec{M} 은 자화량, χ 는 자화율, \vec{M}_r 은 잔류 자화량이다. 식(32)를

식(29)에 대입하여 정리하고 $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ 의 관계를 이용하여 식(29)를 \vec{H} 에 대해 정리하면 식 (34)과 같다.

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu}(\vec{\nabla} \times \vec{A}) - \frac{1}{\mu_r} \vec{M}_r \quad (34)$$

식(34)을 식(28)에 대입하여 정리하면 다음식과 같다.

$$\vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{A} \right) = \vec{J}_o + \vec{J}_e + \vec{\nabla} \times \frac{1}{\mu_r} \vec{M}_r \quad (35)$$

전동기가 1차 철심의 적층방향으로 무한하다고 가정하면, 앞에서 전제한 가정과 같이 자기벡터 포텐셜 \vec{A} 와 전류밀도 \vec{j} 는 z 축 방향으로만 존재하게 된다. 또한, 잔류자화량 \vec{M}_r 이 x, y 성분만 존재한다고 보면 식 (36)와 같은 자기벡터 포텐셜을 이용한 해석영역의 2계 편미분의 지배방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \right) = & -J_o \\ & + \sigma \frac{dA_z}{dt} - \frac{1}{\mu_r} \left(\frac{\partial M_{ry}}{\partial x} - \frac{\partial M_{rx}}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (36)$$

해석영역 각각의 요소에 대하여 자기벡터 포텐셜 A^e 를 1차 형상함수

N_{ie} 로 근사화 해서 가중잔차법을 위한 가중함수 N_{je} 를 도입하고 Galerkin법을 이용하여 잔차를 전영역에 대해서 적분하여 잔차를 영으로 하기 위해 각 요소에 대해 정식화하면 다음과 같은 식으로 전개된다.

$$\int_{s^e} \frac{1}{\mu} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial N_{ie}}{\partial x} \frac{\partial N_{je}}{\partial x} + \frac{\partial N_{ie}}{\partial y} \frac{\partial N_{je}}{\partial y} \right) A_{ie} dx dy \quad (37)$$

$$- \int_{s^e} \frac{1}{\mu_r} \left(M_{rx}^e \frac{\partial N_{je}}{\partial y} - M_{ry}^e \frac{\partial N_{je}}{\partial x} \right) dx dy$$

$$- \int_{s^e} J_{\sigma} N_{je} dx dy - \sigma \frac{d}{dt} \int_{s^e} \sum_{i=1}^3 N_{ie} N_{je} A_{ie} dx dy = 0$$

(j = 1, 2, 3)

식 (28)의 요소방정식을 전요소에 대하여 조립하면 식 (38)과 같은 각절점에 대한 자기벡터 포텐셜과 각 상전류에 대한 선형연립방정식을 얻게 된다.

$$[[S] - [C]] \begin{Bmatrix} \{A\} \\ \{I\} \end{Bmatrix} + \frac{d}{dt} [[T] [0]] \begin{Bmatrix} \{A\} \\ \{I\} \end{Bmatrix} = [G] \quad (38)$$

여기서 [S] 는 절점의 위치와 투자율에 관계된 계수행렬, [C] 는 강제전류 밀도의 계수행렬, [T] 는 와전류밀도의 계수행렬, [G] 는 등가 자화전류밀도에 해당되는 구동 행렬을 나타낸다. 식 (38)은 방정식의 수보다 미지수가 3개(각 상전류에 해당) 더 많은 형태이므로 해를 구하기 위하여 다음에서 기술하는 각상에 대한 전압 방정식과 결합되어 진다.

각 절점의 자기벡터 포텐셜 $[A]$ 와 각 상의 권선에 흐르는 전류 \vec{I} 를 미지수로 하는 식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} [S] & -[C] \\ [0] & [R] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{A\} \\ \{I\} \end{Bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} [T] & [0] \\ l_{stk}[C]^T & [L_o] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{A\} \\ \{I\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{G\} \\ \{V\} \end{Bmatrix} \quad (39)$$

식 (39)의 시간미분항을 후퇴차분법을 이용하여 처리하여 식을 정리하면 식 (40)과 같은 회로방정식을 고려한 전체 시스템 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} [S] + \frac{[T]}{\Delta t} & -[C] \\ -[C]^T & -\frac{[L_o] + \Delta t [R]}{l_{stk}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{A\} \\ \{I\} \end{Bmatrix}_{t+\Delta t} = \begin{bmatrix} \frac{[T]^T}{\Delta t} & [0] \\ -[C]^T & -\frac{[L_o]}{l_{stk}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{A\} \\ \{I\} \end{Bmatrix}_t + \begin{Bmatrix} \{G\} \\ \frac{\Delta t}{l_{stk}} \{V\} \end{Bmatrix}_{t+\Delta t} \quad (40)$$

제 5 장 특성해석

5.1 IPMSM 모델 및 사양

그림 12 는 설계된 IPMSM를 나타낸다. 본 논문에서는 전동기의 회전자가 편심일 때 발생하는 특성을 해석한다. 표 2는 IPMSM의 사양을 나타낸다.

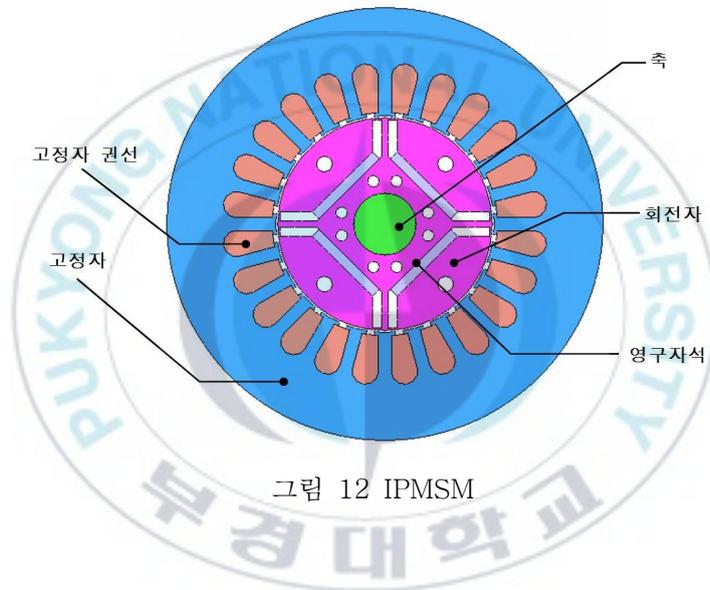


표 2. IPMSM 사양

전원 전압	220[V]	턴 수	35 [turn]
전원 주파수	60 [Hz]	적층폭	65 [mm]
공극	0.5 [mm]	자석폭	65 [mm]
슬롯 수	24 개	회전속도	1800 [rpm]
극수	4	권선형태	분포권

그림 13은 자성체의 B-H 곡선을 나타내며 그림 14는 IPMSM의 2차원 요소 분할도를 나타내며 요소수는 35762개이다.

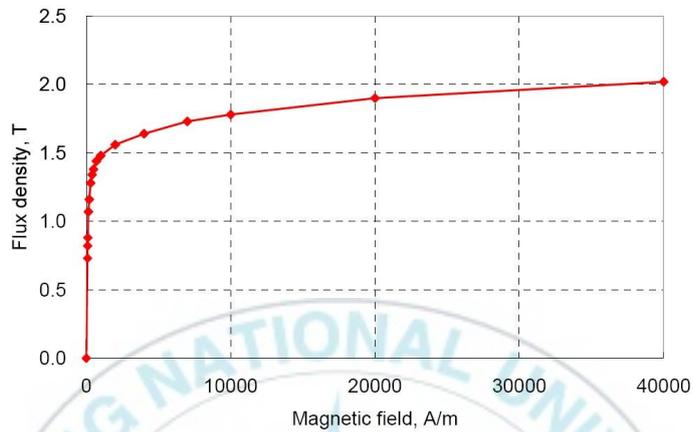


그림 13 자성체의 B-H 곡선

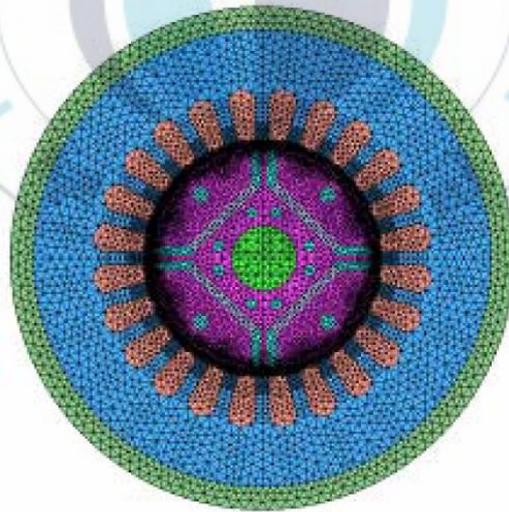


그림 14 IPMSM의 요소 분할도

그림 15는 IPMSM의 고정자 권선의 분포 권선을 나타내며 그림 16은 영구자석의 자화 방향을 나타내며 방사방향으로 자화가 되어 있음을 알 수 있다.

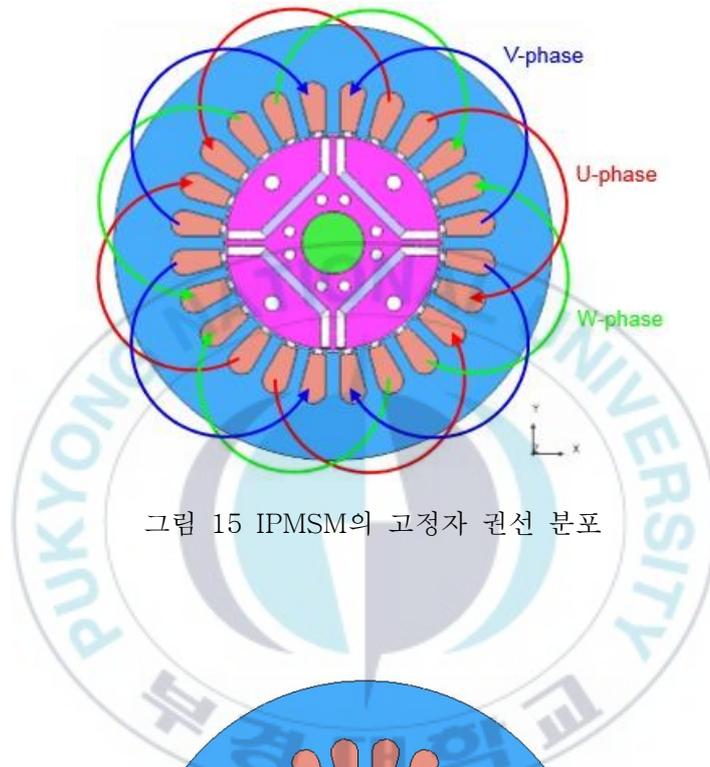


그림 15 IPMSM의 고정자 권선 분포

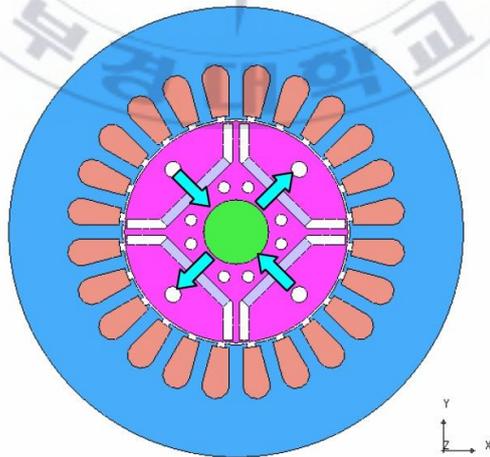


그림 16 IPMSM의 영구자석 자화 방향

5.2 유도전동기 모델 및 사양

그림 17은 설계된 3상 유도전동기를 나타내며 표 3은 3상 유도전동기의 사양을 나타낸다.

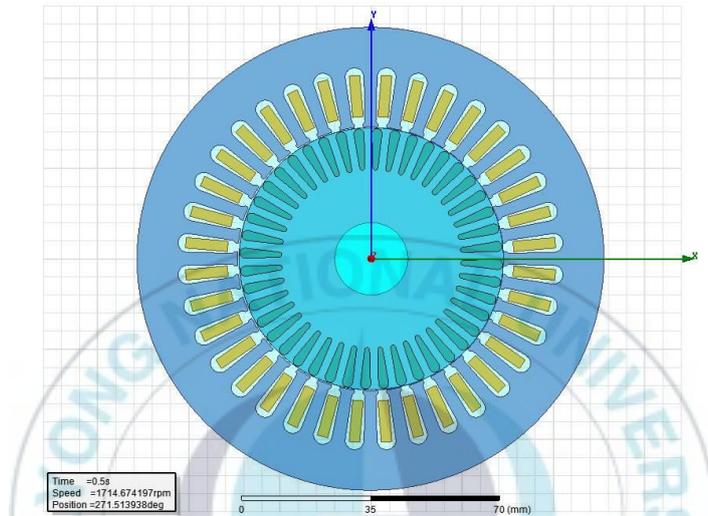


그림 17 3상 유도전동기의 2차원 모델

표 3. 3상 유도전동기 사양

전원 전압	220[V]	턴 수	100 [turn]
전원 주파수	60 [Hz]	적층폭	65 [mm]
공극	0.6 [mm]	극 수	4
슬롯 수	36 개	회전속도	1800 [rpm]

5.3 해석 결과 및 고찰

그림 18은 IPMSM의 회전자 부분이 편심된 모양을 나타내는 그림이다. 본 해석에서는 회전자가 0.0mm, 0.2mm 그리고 0.4mm로 편심되었을 때의 특성을 해석한다. 그림 19은 각 크기로 편심되었을 때 발생하는 x 방향의 힘 F_x 를 그림 20는 F_y 를 나타낸다.

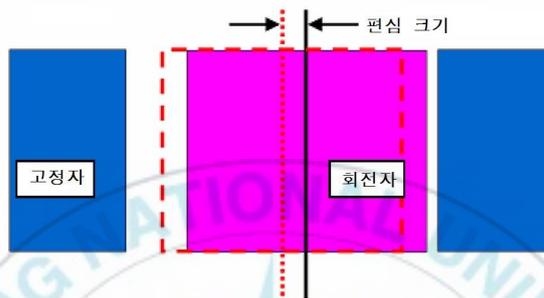


그림 18 IPMSM의 회전자가 편심된 형태

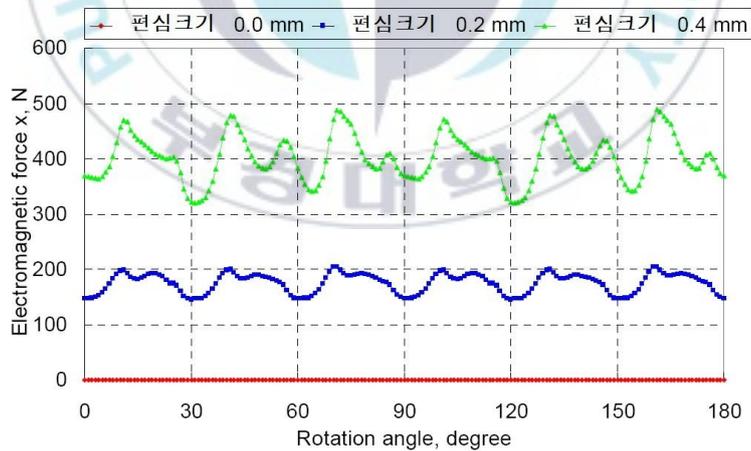


그림 19 IPMSM에서 각 편심 크기에서 발생하는 F_x 의 크기

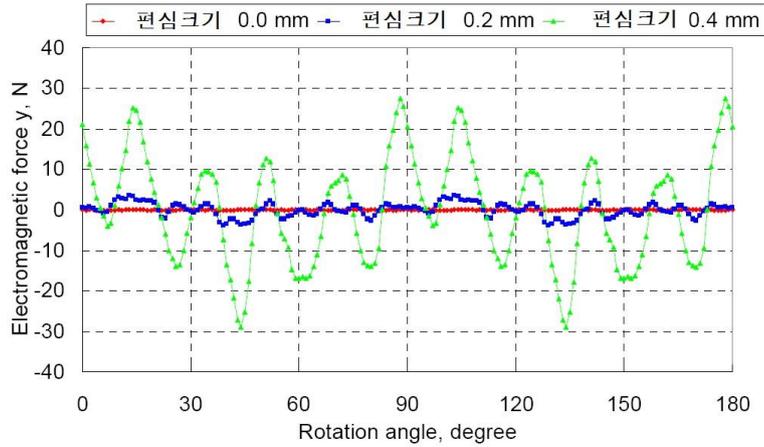


그림 20 IPMSM에서 각 편심 크기에서 발생하는 F_y 의 크기

그림 21은 IPMSM의 편심 크기에 따른 힘 F 의 분포를 나타낸다. 그림에서 알 수 있듯이 편심의 크기가 클수록 힘의 리플이 더 커지게 됨을 알 수 있다.

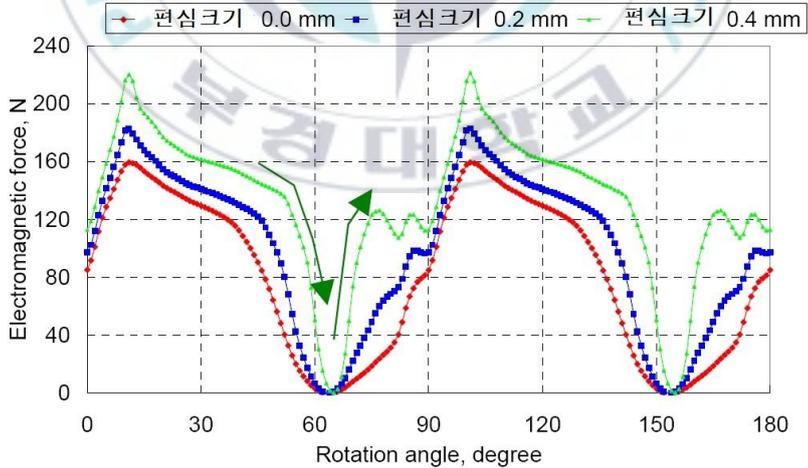


그림 21 IPMSM에서 각 편심 크기에서 발생하는 F 의 크기

그림 22는 각 편심의 크기에서 발생하는 힘에 대한 주파수 분석을 한 그림이다. 그림에서 알 수 있듯이 기본 주파수에서는 편심의 크기가 0 일 때의 성분이 제일 크지만 고주파 영역일수록 편심의 크기에 많은 영향을 받게 됨을 알 수 있다.

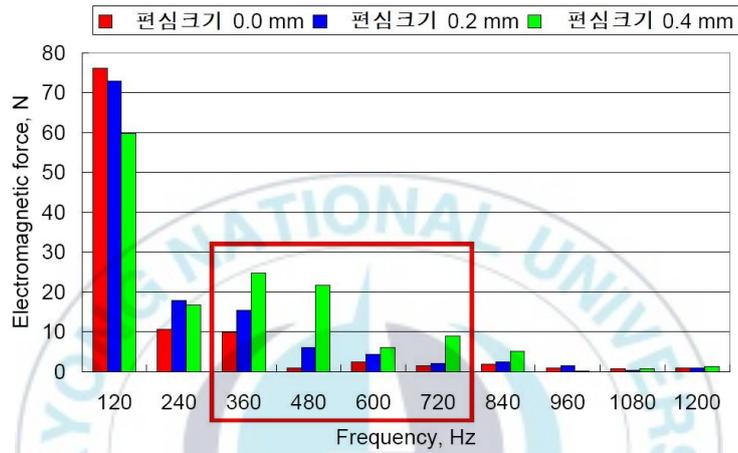


그림 22 IPMSM에서 각 편심 크기에서 발생하는 F 의 크기

그림 23 및 24는 유도전동기에서 편심이 유·무에 따른 토크 특성을 나타낸다. 편심이 있는 경우가 없는 경우에 비하여 토크 리플도 크게 발생하고 평균 토크의 크기도 늘어나게 됨을 알 수 있다.

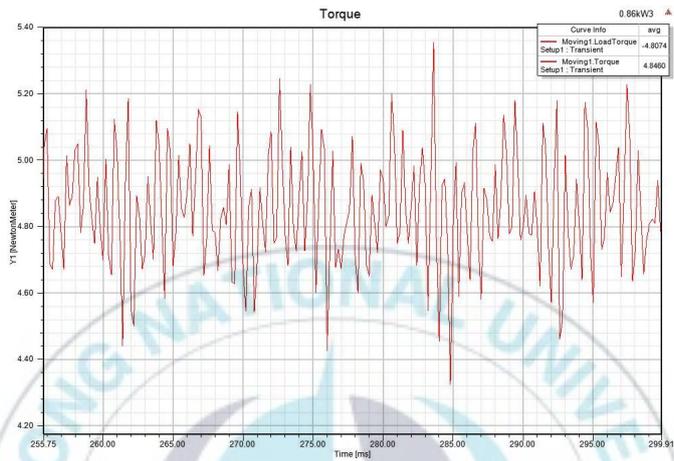


그림 23 편심이 없는 유도전동기의 토크 특성

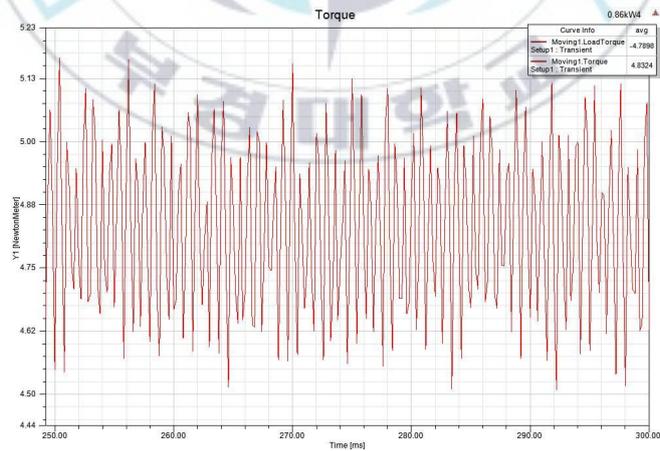


그림 24 편심이 있는 유도전동기의 토크 특성(편심 크기 : 0.3mm)

그림 24 및 25는 유도전동기에서 편심이 유·무에 따른 전류 특성을 나타낸다. 편심이 있는 경우가 없는 경우에 비하여 전류의 크기가 증가되는 것을 알 수 있다.

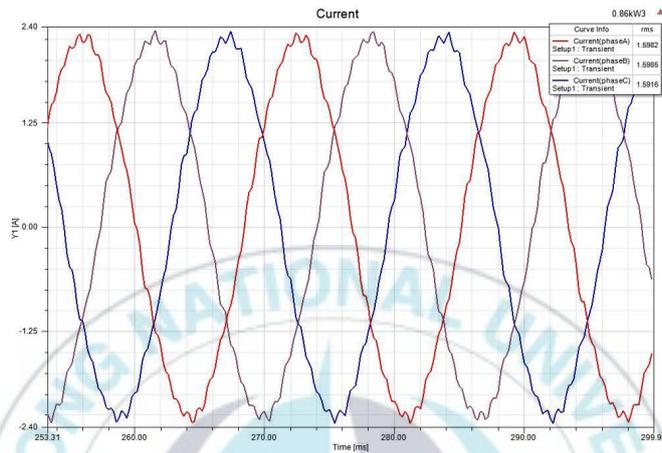


그림 23 편심이 없는 유도전동기의 전류 특성

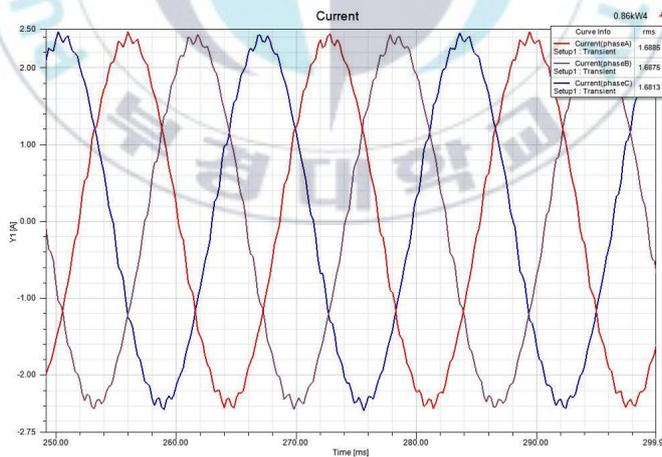


그림 24 편심이 있는 유도전동기의 전류 특성(편심 크기 : 0.3mm)

제 6 장 결 론

전동기는 전기에너지를 받아 힘을 발생시켜 외부에 동력을 전달하는 전기에너지와 기계에너지 사이의 에너지변환 기기이다. 전동기가 부하를 구동할 때 회전자가 축 위치에서 무게중심이 편심되어 있을 때 회전자는 불평형 상태에 있다고 한다. 이러한 회전자는 회전속도가 증가하게 되면 질량 편심에 의해 회전자에 원심력이 작용하게 된다. 이 원심력은 베어링과 지지부에 전달되어 구조진동의 원인이 되고, 만일 진동이 충분히 크게 되면 기계 또는 근접한 설비의 기능과 수명에 영향을 미치게 된다. 따라서 회전자의 질량 편심이 상대적으로 적은 양이라 하더라도, 이를 바로 잡지 않으면 회전축계에 바람직하지 못하거나 심지어는 위험한 정도의 진동을 발생시킬 수 있다.

본 논문에서는 상용 유한요소 해석 프로그램을 이용하여 불평형 회전자를 갖는 IPMSM과 유도전동기의 특성에 대하여 해석하였다. 편심의 유무에 따른 전동기의 전류, 토크 및 자속밀도 특성을 비교하여 불평형 회전자의 영향에 대하여 비교·검토하였다. 해석 결과 편심의 영향으로 인하여 토크 리플의 발생이 증가함을 알 수 있었으며, 푸리에 급수 분석을 통하여 토크 리플에 고주파 성분이 많이 포함되어 있음을 확인할 수 있었다. 또한 토크를 발생하는 전류의 크기도 편심의 영향으로 증가하게 됨을 확인할 수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] J.-C. Urresty, J.-R. Riba, and L. Romeral, "A back-EMF based method to detect magnet failures in PMSMs", *IEEE Trans. Magn.*, vol. 49, no. 1, pp. 591-598, Jan. 2013.
- [2] T. Goktas, M. Zafarani, and B. Akin, "Discernment of broken magnet and static eccentricity faults in permanent magnet synchronous motors", *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 31, no. 2, pp. 578-587, Jun. 2016.
- [3] J.-K. Park and J. Hur, "Detection of inter-turn and dynamic eccentricity faults using stator current frequency pattern in IPM-type BLDC motors", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 63, no. 3, pp. 1771-1780, Mar. 2016.
- [4] S. M. Mirimani, A. Vahedi, F. Marignetti, and E. De Santis, "Static eccentricity fault detection in single-stator-single-rotor axial-flux permanent magnet machines", *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 48, no. 6, pp. 1838-1845, Nov./Dec. 2012.
- [5] M. Zafarani, T. Goktas, and B. Akin, "A comprehensive analysis of magnet defect faults in permanent magnet synchronous motors", in *Proc. Appl. Power Electron. Conf. Expo. (APEC)*, Mar. 2015, pp. 2779-2783.
- [6] J. Zhang, J. Hang, and M. Cheng, "Diagnosis of mechanical unbalance fault in permanent magnet synchronous machine drives", *Electr. Power Compon. Syst.*, vol. 44, no. 12, pp. 1408-1417, 2016.
- [7] W. Le Roux, R. G. Harley, and T. G. Habetler, "Detecting rotor faults in low power permanent magnet synchronous machines", *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 22, no. 1, pp. 322-328, Jan. 2007.
- [8] U. Kim and D. K. Lieu, "Magnetic field calculation in permanent magnet motors with rotor eccentricity: Without slotting effect", *IEEE Trans. magn.*, vol. 34, no. 4, pp. 2243-2252, Jul. 1998.
- [9] U. Kim and D. K. Lieu, "Magnetic field calculation in permanent

magnet motors with rotor eccentricity: With slotting effect", *IEEE Trans. magn.*, vol. 34, no. 4, pp. 2253-2266, Jul. 1998.

[10] H. Mahmoud and N. Bianchi, "Eccentricity in synchronous reluctance motors-Part 1" Analytical and finite-element models", *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 30, no. 2, pp. 745-753, Jun. 2015.

[11] B. Corne, C. Debruyne, P. De Baets, and J. Desmet, "Stator current measurements as a condition monitoring technology-The-state-of-the-art", in *Proc. Int. Conf. Elect. Mach. (ICEM)*, Sep. 2014, pp. 1659-1665.

[12] X. Tang and X. Wang, "Calculation of magnets' average operating point during the starting process of line-start permanent magnet synchronous motor", in *Proc. Int. Conf. Elect. Mach. Syst. (ICEMS)*, 2014, pp. 2147-2150.

[13] T. F. Chan, L. L. Lai, and S. Xie, "Field computation for an axial flux permanent-magnet synchronous generator", *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 24, no. 1, pp. 1-10, Jul. 2014.

[14] B. Hannon, P. Sergeant, and L. Dupre, "2-D analytical subdomain model of a slotted PMSM with shielding cylinder", *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 7, pp. 1-10, Jul. 2014.

[15] Y. Yang, B. Yan, N. Wang, and X. Wang, "Analytical prediction of electromagnetic performance of vernier machine with rotor eccentricity", *Electr. Power Compon. Syst.*, vol. 44, no. 15, pp. 1693-1706, 2016.

[16] H. Vansompel, P. Sergeant, and L. Dupre, "A multilayer 2-D-2-D coupled model for eddy current calculation in the rotor of an axial-flux PM machine", *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 27, no. 3, pp. 784-791, Sep. 2012.

不平衡 回轉子를 갖는 電動機의 特性 解析

李 鍾 元

釜慶大學校 産業大學院 電氣工學科

요 약

전동기는 전기에너지를 받아 힘을 발생시켜 외부에 동력을 전달하는 전기에너지와 기계에너지 사이의 에너지변환 기기이다. 전동기가 부하를 구동할 때 회전자가 축 위치에서 무게중심이 편심되어 있을 때 회전자는 불평형 상태에 있다고 한다. 이러한 회전자는 회전속도가 증가하게 되면 질량 편심에 의해 회전자에 원심력이 작용하게 된다. 이 원심력은 베어링과 지지부에 전달되어 구조진동의 원인이 되고, 만일 진동이 충분히 크게 되면 기계 또는 근접한 설비의 기능과 수명에 영향을 미치게 된다. 따라서 회전자의 질량 편심이 상대적으로 적은 양이라 하더라도, 이를 바로 잡지 않으면 회전축계에 바람직하지 못하거나 심지어는 위험한 정도의 진동을 발생시킬 수 있다.

본 논문에서는 상용 유한요소 해석 프로그램을 이용하여 편심을 갖는 IPMSM과 유도전동기의 특성에 대하여 해석하였다. 편심의 유무에 따른 전동기의 전류, 토크 및 자속밀도 특성을 비교하여 불평형 회전자의 영향에 대하여 비교·검토하였다. 해석 결과 편심의 영향으로 인하여 토크 리플의 발생이 증가함을 알 수 있었으며, 푸리에 급수 분석을 통하여 토크 리플에 고주파 성분이 많이 포함되어 있음을 확인할 수 있었다. 또한 토크를 발생하는 전류의 크기도 편심의 영향으로 증가하게 됨을 확인할 수 있었다.

감사의 글

60평생 삶을 살아도 아직 부족한 것이 너무 많기 때문인지 언제나처럼 지난 시간들이 너무나도 아쉽게 느껴집니다.

인생은 60부터라고 이제 다시 출발점에 들어선 마음으로 저 자신과 저를 아시는 모든 분들께 부끄럽지 않는 사람이 되도록 최선의 노력을 또 한 번 다짐합니다. 늦게 시작한 공부라 부담도 많았지만 대학원 생활 동안 저에게 관심과 도움을 주신 많은 분들께 짧은 글로 감사의 말을 전하는 것에 대해 죄송하게 생각합니다.

먼저 여러모로 부족한 점이 많은데도 불구하고 指導教授를 맡아 학문의 길과 방향에 대해 아낌없이 깨우침을 주신 朴瀚錫 교수님께 진심으로 머리 숙여 감사드립니다. 교수님께서 해주셨던 말씀 한 마디 한 마디가 학문적인 면뿐만 아니라 생활면에서도 저에게는 큰 가르침이었습니다. 교수님은 저의 영원한 멘토 이십니다. 그리고 항상 밝은 미소로 진지하게 학문을 영글어 가시는 禹旻一 교수님께도 진심으로 감사드리고, 세심하게 논문심사를 해 주신 文相弼 교수님께도 감사드립니다.

遺腹子로 태어나 20세 때 어머니를 여의고 젊은 시절 방황하고 있던 내게 따뜻하게 손을 내밀어 35년 동안 저를 믿어주고 묵묵히 응원해준 아내 朴彩玉에게 고맙고 사랑한다는 말을 전합니다.

여보! 우리 부부에게 남아있는 삶이 얼마인지는 모르지만 당신에게 꼭 필요한 사람으로 남겠소. 그리고 사랑하는 아들 東潤, 딸 倫京, 사위 東建, 외손녀 姪嬪이까지 모두들 내게는 과분할 정도로 고마운 선물이고 너희들이 있어서 인생의 참맛을 느낄 수 있어 행복하단다. 나이 들어 아빠의 성취욕만 채우는 것 같아 미안하기도 하는구나.

저세상에 계시는 부모님. 편히 잠드시길 기원하며 항상 감사하는 마음으로 살아감을 다짐해 봅니다.

마지막으로 저를 아는 모든 분들의 가정에 행운과 축복이 함께 하시고 늘 건강하시길 빌겠습니다.

2017년 12월

이 종 원