



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

교 육 학 석 사 학 위 논 문

대학 입학예정자를 위한 기초수학
교과목 학습지도 방안



2017년 8월

부경대학교 교육대학원

수 학 교 육 전 공

황 정 환

교 육 학 석 사 학 위 논 문

대학 입학예정자를 위한 기초수학
교과목 학습지도 방안

지도교수 표 용 수

이 논문을 교육학석사 학위논문으로 제출함.

2017년 8월

부경대학교 교육대학원

수 학 교 육 전 공

황 정 환

황정환의 교육학석사 학위논문을 인준함.

2017년 8월 25일



주 심 이학박사 박 진 한 (인)

위 원 이학박사 조 성 진 (인)

위 원 이학박사 표 용 수 (인)

목 차

표 목차	iii
그림 목차	iv
Abstract(in English)	v
I. 서론	1
1.1 연구의 필요성 및 목적	1
1.2 용어의 정의	3
1.3 연구문제	4
1.4 연구의 제한점	4
II. 이론적 배경	6
2.1 수학과 교수 · 학습	6
2.2 수학적 오류	8
2.3 선행연구 고찰	9
III. 연구대상 및 과제	12
3.1 연구대상 및 절차	12
3.2 연구도구 및 분석방법	12
IV. 연구문제 1의 결과 및 분석	14
4.1 학급운영 및 교과지도	14
4.2 학생실태 설문조사	14
4.3 기초학력 진단평가	16
4.4 학업성취도 분석	18

V. 연구문제 2의 결과 및 분석	26
5.1 미분적분학 학업성취도	26
5.2 정의를 이용하는 유형의 문제	27
5.3 서술형 문항에 대한 오류 유형	30
VI. 결론 및 제언	38
6.1 결론	38
6.2 제언	39
참고문헌	41
부록	44



표 목차

<표 II-1> 선행연구 논문제목 및 연구내용	10
<표 IV-1> 이전까지 수학공부에서 가장 어려웠던 점	15
<표 IV-2> 교과영역별 학습내용 이해도	16
<표 IV-3> 영역별 기초학력 진단평가 문제유형 및 평균점수	17
<표 IV-4> 학급별 기초학력 진단평가 평균점수	17
<표 IV-5> 기초수학 특강 성적 평가방법	18
<표 IV-6> 기초수학 특강 성적 평가기준	18
<표 IV-7> 학급별 취득 성적 및 평균점수	19
<표 IV-8> 수학영역 지원유형별 기초수학 특강 평균평점	20
<표 IV-9> 영역 및 문제유형별 진단평가 및 지필고사 평균점수	21
<표 IV-10> 출신고교별 기초학력 진단평가 및 지필고사 평균점수 ..	21
<표 IV-11> 응시유형별 기초학력 진단평가 및 지필고사 평균점수 ..	21
<표 IV-12> 기초수학 특강 강의평가 결과	23
<표 IV-13> 기초수학 특강 만족도 조사 결과	24
<표 V-1> 미분적분학 수강학생들의 평균평점	26

그림 목차

<그림 V-1> 도함수의 정의를 이용하는 문제의 답안 예시(1)	27
<그림 V-2> 도함수의 정의를 이용하는 문제의 답안 예시(2)	28
<그림 V-3> 도함수의 정의를 이용하는 문제의 답안 예시(3)	28
<그림 V-4> 정적분의 정의를 이용하는 문제의 답안 예시(1)	29
<그림 V-5> 정적분의 정의를 이용하는 문제의 답안 예시(2)	30
<그림 V-6> 오용된 자료의 예시	31
<그림 V-7> 잘못 해석된 언어의 예시(1)	31
<그림 V-8> 잘못 해석된 언어의 예시(2)	32
<그림 V-9> 논리적으로 부적절한 추론의 예시	33
<그림 V-10> 곡해된 정리 혹은 정의의 예시(1)	33
<그림 V-11> 곡해된 정리 혹은 정의의 예시(2)	34
<그림 V-12> 요구되지 않은 해답의 예시	35
<그림 V-13> 기술적인 오류의 예시(1)	35
<그림 V-14> 기술적인 오류의 예시(2)	36
<그림 V-15> 풀이과정 생략의 예시	36
<그림 V-16> 애매모호한 오류의 예시	37

A TEACHING METHOD OF THE BASIC MATHEMATICS SUBJECT FOR THE MATRICULANTS

Jeong Hwan Hwang

Graduate School of Education

Pukyong National University

Abstract

In order to improve the problem-solving ability and to enhance the academic achievements of underachieving matriculants in university basic mathematics, P-National University open the special lecture in basic mathematics.

In this thesis, we analyze the students' academic achievements, survey result of the class evaluation and satisfaction for the program. And also, we measure students' academic achievements and classify the error types of descriptive problems in Calculus class during regular semester. Basing on the collected results, we propose effective teaching guidance and managing methods of the basic mathematics for low achievement students in mathematics.

I. 서론

1.1 연구의 필요성 및 목적

수학은 수학의 개념, 원리, 법칙을 이해하고 기능을 습득하여 주변의 여러 현상을 수학적으로 관찰하고 해석하며 논리적으로 사고하고 합리적으로 문제를 해결하는 능력과 태도를 기르는 교과로, 수학은 오랜 역사를 통해 인류 문명의 발전의 원동력이 되어 왔다. 아울러, 수학 학습을 통해 학생들은 수학의 규칙성과 구조의 아름다움을 음미할 수 있고, 수학의 지식과 기능을 활용하여 수학 문제뿐만 아니라 실생활과 다른 교과의 문제를 창의적으로 해결할 수 있으며, 나아가 세계 공동체의 시민으로서 갖추어야 할 합리적 의사 결정 능력과 민주적 소통 능력을 함양할 수 있다(교과부, 2015).

또한, 과학의 급속한 발전으로 수학의 중요성은 더욱 증가되고 있음에도 많은 학생들은 수학 학습내용의 어려움과 기초학력 부진으로 수학 교과에 대해 거부감을 가지고 있다. 따라서 교사는 이러한 학생들에게 관심을 기울여 그들이 스스로 학습할 수 있는 환경을 만들어 주어 그들 스스로가 학습하는 태도를 갖게 함으로써 어렵게만 느껴졌던 수학이 좀 더 재미있는 학습을 하도록 하여야 할 것이다(이수열, 2005).

각 대학에서는 고등학교 학생부 성적과 대학수학능력시험(이하 **수능고사**라 함) 성적을 토대로 다양한 대학입학 전형제도를 도입하여 시행하고 있다. 특히, 교차지원 허용에 따른 수강학생 간의 심각한 학력 차는 대학교양수학 교육과정 운영에 상당한 어려움을 주고 있어, 많은 대학에서는 대입제도 개선과 교육과정 변경 등에 많은 노력을 기울이고 있다. 실제로, 일부 대학에서는 방학을 이용하여 미분적분학 보충수업을 실시하기도 하

고, 수학 기초학력 평가를 시행하여 기준을 통과하지 못한 학생들에게는 미분적분학의 선수과목으로 기초수학 과목을 수강하도록 하고 있다(김재웅, 2012).

P대학에서는 자연계열 입학예정자 전체를 대상으로 수학 진단평가를 시행하여 일정 점수를 취득하지 못한 학생과 시험에 응시하지 않은 학생은 기초수학및연습 교과목(2학점, 주당 3시간)을 개설하여 미분적분학의 선수과목으로 수강하도록 하고 있다. 다만, 수능고사 수학영역 가형의 성적등급이 3등급 이내(1, 2, 3등급)이거나 기초수학 특강을 수강하여 B^0 이상의 성적을 취득한 학생은 수학 진단평가와 기초수학및연습 교과목 수강을 면제해 주고 있다. 여기서, 기초수학 특강은 수시모집 합격자를 대상으로 1~2월 중에 시행하며, 고등학교 자연계열 수학교과 내용으로 15일간(45시간) 강의와 문제풀이 연습을 병행하여 수업을 진행하고 있다.

수능고사 수학영역은 선택형과 단답형 문항으로 출제되지만, P대학에서 시행하는 수학 진단평가와 기초수학및연습 교과목 지필고사(중간고사 및 기말고사)에서는 단답형과 서술형 문제로 평가하고 있다. 실제로, 서술형 문제는 선택형이나 단답형 문제에 비해 고등정신능력을 잘 평가할 수 있기 때문에 서술형 문제풀이에 대한 오류 유형 분석 결과의 활용은 교수-학습 지도에 긍정적 영향을 준다. 따라서 본 논문에서는 기초수학 특강과 미분적분학의 학업성취도의 상관관계와 지필고사 서술형 문항의 문제풀이에 대한 오류 유형을 분석하여, 그 결과를 토대로 기초수학 교과목의 효율적인 학습지도 방안을 찾아보고자 한다.

1.2 용어의 정의

가. 오류

교육학 용어사전¹⁾에는 오류를 ‘논리학에 있어서 바르지 못한 논리적 과정, 특히 외견상 바르게 보이면서 틀린 추리’라고 정의하고 있으며, 두산백과²⁾에서는 ‘사고의 내용과 대상이 일치하지 않는 사유판단’으로 정의한다. 또한, 철학사전³⁾에서는 오류를 ‘허위’ 또는 ‘참이 아닌 것을 참이라 간주하는 것’을 말하며, 참이 아닌 것과 같은 의미로 사용된다. 본 논문에서의 오류는 서술형 문제풀이 과정에서 나타난 것으로 한정하며, 수학적 오류를 수학 문제 해결에서 그 문제에 적합한 수학의 용어, 기호, 식, 개념 원리 등을 사용하지 않았거나, 바르게 사용하지 않은 과정으로 정의한다(장민우·표용수, 2016).

나. 학습 지도

교육심리학 용어사전⁴⁾에서 학습지도는 학습이 잘 일어나도록 학습의 조건을 조성하는 것과 동일한 의미를 갖는다. Gagné에 의하면 학습의 외적 조건이란 수업의 절차를 말하는데, 이것은 학습자의 내적 학습과정을 안내하는 과정이어야 한다는 것이다. 학습의 내적 과정이란 ① 주의집중 획득,

1) 교육학 용어사전 (2011), 서울대학교 교육연구소, 하우동설,
<http://terms.naver.com/entry.nhn?docId=511612&cid=279&categoryId=279>.

2) 두산백과, http://www.doopedia.co.kr/search/encyber/new_totalSearch.jsp

3) 철학사전 (2009), 철학사전편찬위원회 외 30인, 중원문화,
<http://terms.naver.com/entry.nhn?docId=388361&cid=282&categoryId=282>.

4) 교육심리학 용어사전 (2000), 한국교육심리학회, 학지사,
<http://terms.naver.com/entry.nhn?docId=1945040&cid=41989&categoryId=41989>

② 목표의 고지, ③ 사전학습 재생, ④ 자료 제시, ⑤ 학습 안내, ⑥ 수행유도, ⑦ 피드백, ⑧ 평가, ⑨ 과제 및 전이 등을 말하는데, 본 논문에서의 학습지도는 학습의 내적 과정을 촉진하기 위한 이와 같은 제반 외적 활동을 말한다.

1.3 연구문제

본 논문에서는 다음의 두 연구문제를 설정하였다.

가. 연구문제 1

대학 입학예정자를 대상으로 시행한 기초수학 특강에서 기초학력 향상을 위한 효율적인 학습지도 방안은 무엇인가?

나. 연구문제 2

기초수학 특강 수강여부에 따른 미분적분학 교과목 수강학생의 학업성취도 분석과 지필고사 서술형 문항에 대한 문제풀이 과정에서 나타난 오류 유형 변화에 따른 학습지도 개선방안은 무엇인가?

1.4 연구의 제한점

본 논문의 연구 결과를 일반화하거나 활용할 때는 다음 사항이 고려되어

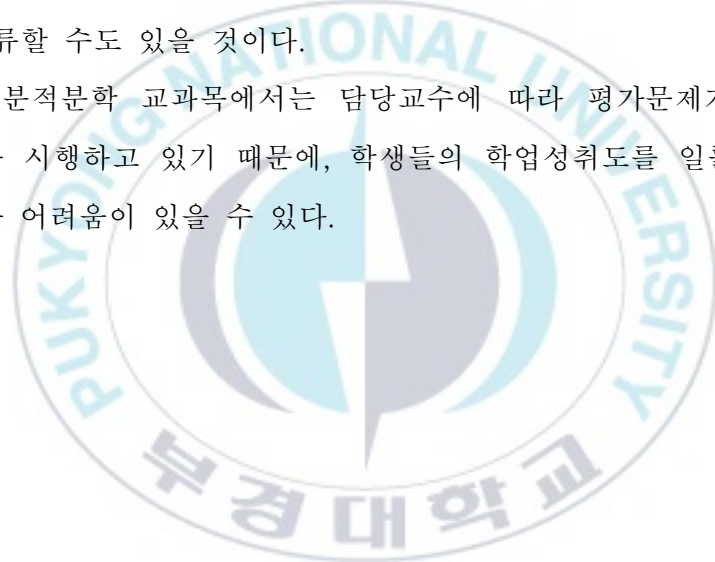
야할 것이다.

첫째, 한 대학에서 시행하는 기초수학 특강에 참여한 122명을 대상으로 시행한 연구결과이므로, 수강학생의 학력수준과 교육환경이 다른 타 대학으로 일반화하기에는 어려움이 있을 수 있다.

둘째, 기초수학 특강의 성적은 동일한 지필고사와 평가방법으로, 절대기준에 의해 평가하였으나, 각 학급의 수업환경과도 관련이 있을 수 있다.

셋째, 서술형 문항의 문제풀이에 대한 오류 유형을 연구자의 주관적 관점에서 분류하였기 때문에, 동일한 문제풀이에 대해 다른 형태의 오류 유형으로 분류할 수도 있을 것이다.

넷째, 미분적분학 교과목에서는 담당교수에 따라 평가문제가 상이하고 상대평가를 시행하고 있기 때문에, 학생들의 학업성취도를 일률적으로 평가하기에는 어려움이 있을 수 있다.



Ⅱ. 이론적 배경

2.1 수학과 교수·학습

수학과 교육과정(교과부, 2015)에는 전인교육이 중시되는 인간상 구현을 위해 다음과 같이 수학과 교수·학습 방법을 제시하고 있다.

- ① 수학과 수업은 학생의 능력과 수준 등을 고려하여 설명식 교수, 탐구 학습, 프로젝트 학습, 토의·토론 학습, 협력 학습, 매체 및 도구 활용 학습 등을 적절히 선택하여 적용하여야 한다. 여기서, 매체 및 도구 활용 학습은 학생의 수준과 학습 내용에 적합한 매체와 도구를 활용하여 흥미를 유발하고 학습의 효율성과 다양성을 도와준다.
- ② 문제 해결 능력을 함양하기 위해서는 문제를 이해하고 해결 전략을 탐색하며 해결 과정을 실행하고 검증 및 반성하는 단계를 거치도록 하고, 균형 있는 책임 분담과 상호작용을 통해 동료들과 협력하여 문제를 해결하도록 한다. 또한, 수학적 모델링 능력을 신장하기 위해 실생활 주변의 문제를 해결하면서 수학적 개념, 원리, 법칙을 탐구하고
- ③ 추론 능력을 함양하기 위해서는 관찰과 탐구 상황에서 학생 스스로 수학적 사실을 추측하고 적절한 근거에 의하여 정당화할 수 있도록 하고, 개념, 원리, 법칙을 도출하는 과정과 절차를 논리적으로 수행하게 한다. 아울러, 추론 과정이 올바른지 평가하고 반성하게 한다.
- ④ 창의·융합 능력을 함양하기 위해서는 의미 있는 새로운 아이디어를 산출할 수 있는 수학적 과제를 제공하고, 주어진 문제를 여러 방법으로 해결한 다음 서로 비교하여 더 효율적인 방법을 찾도록 한다.

- ⑤ 의사소통 능력을 함양하기 위해서는 수학적 표현을 정확히 이해하고 사용할 수 있도록 하며, 수학 학습 과정과 결과를 다른 사람과 효율적으로 의사소통할 수 있도록 한다. 그리고 다른 사람의 다양한 관점을 이해하고 존중하며 수학적 아이디어를 토론한다.
- ⑥ 정보 처리 능력을 함양하기 위해서는 실생활 또는 수학적 문제 상황에서 적합한 자료를 수집하고, 목적에 맞게 정리, 분석하여 평가하며, 분석한 정보를 수학적 문제 상황에 적합하게 활용할 수 있도록 하고, 적절한 교구의 활용 및 탐구 활동을 통해 수학적 개념과 원리를 이해하도록 한다.
- ⑦ 태도 및 실천 능력을 함양하기 위해서는 수학을 생활 주변, 사회 및 자연 현상 등과 연관하여 지도함으로써 수학의 필요성과 유용성은 물론, 그 역할과 가치를 인식할 수 있도록 한다. 즉, 수학에 관심과 흥미를 가지고 수학 학습에 적극 참여하도록 학습 동기와 의욕을 유발시킨다.
- ⑧ 학생의 사고를 촉진시킬 수 있는 다양한 발문을 통해 상호작용이 활발한 환경을 구축하여 학생의 능동적 수업 참여를 독려하고, 학생의 인지 발달과 경험을 고려한 발문에 대한 학생들의 반응 결과를 의미 있게 처리한다.
- ⑨ 수준별 수업을 진행하고자 하는 경우, 한 학급 내에서 개인차를 고려한 소집단을 구성하거나 수준별 학급을 구성한다. 수준별 수업을 위해 집단을 구성하는 경우, 학생의 개인 능력과 수준, 적성과 희망은 물론, 학교의 교육환경도 고려되어야 하며, 수준별 수업은 학습 내용의 요소를 차별화하기보다는 학습 내용의 깊이나 접근 방법에 차이를 두어 진행하여야 한다.

2.2 수학적 오류

대부분의 교사와 학생들은 수학적 오류를 수학 학습 과정에서 범하는 잘못된 계산이나 실수, 착각 등에 의해서 나타나는 것으로 수학적 오개념과 동일한 의미로 사용하기도 한다. 그러나 Resnick & Ford(1981)는 수학 학습에서의 오류를 단지 정확한 해답의 부재 혹은 관계없는 사건의 결과가 아니라 그들의 속성이 발견될 수 있는 정확한 과정의 결과로 정의하였고, Anderson & Joffrics(1985)는 학생들이 수학에서 사용하는 개념의 의미를 수학적 개념과 다르게 이해하거나, 잘못 사용하는 개념을 오개념으로 정의하고, 오류는 오개념의 결과라고 하였다. Confrey & Lipton(1985)은 오개념을 구체적 개념으로 오류에 비해 상대적으로 안정적으로 형성되고 내적으로 일관성 있는 인지 체계로 정의하였다(재인용; 김부미, 2006).

Brousseau(1983)와 Tall(1989)은 오개념을 인지적 또는 인식론적 장애로 정의하였는데, 어떤 특정한 맥락에서는 성공적이고 유용했던 지식이 되어 학생의 인지 구조의 일부가 되었지만, 새로운 문제 상황이나 더 넓어진 맥락에서는 부적합해진 지식이라 정의하였다(재인용; 박선화, 1998).

수학적 오류는 수업내외에서 발생할 수 있는데, 수업 도중에 교사에 의해서 발생하거나 학생 개인 내부에서 발생할 수 있다. 또한, 수학적 오류는 내부 요인과 외부 요인에 의해 나타나기도 한다. Brousseau(1986)는 수학적 오류가 발생하는 원인의 특징을 ① 수학의 기본적인 개념에 관한 오개념의 결과, ② 교사에 의한 체계적인 지도과정의 결과, ③ 학생들이 결함이 있는 절차를 사용하고 교사에 의해 잘못 인식된 오개념을 갖게 되는 경우, ④ 문제해결을 위해 학생 스스로 창안한 독창적이고 비형식적인 방법에 의한 오류 등의 네 가지로 설명하고 있다(재인용; 김차숙, 2003).

2.3 선행연구 고찰

기초수학 학습지도에 대한 선행연구에서, 표용수·서종진(2011)은 특별 개인지도, 수학카페 운영, Webwork 시스템 활용 등을 토대로 기초수학을 운영하고 수준별 학습지도를 위한 기초수학 학습지도 지침을 제안하였다. 또한, 표용수 등(2010)은 교양수학 교과목의 효율적인 교수-학습지도 방법을 다음과 같이 안내하고 있다.

- ① 강의 첫 시간에 학생실태 설문조사 및 기초학력 진단평가를 실시하고, 학습에 관련된 강의계획과 진행방법에 대하여 자세히 설명한다.
- ② 전시 학습의 복습과 본시 강의에 대한 전반적인 내용을 설명한다.
- ③ 간단한 문제의 풀이로 학생의 수업 참여를 유도한다.
- ④ 다양한 예제를 제시하여 수학의 필요성과 중요성을 인지하게 한다.
- ⑤ 교과내용에 대한 이해와 문제해결력 향상을 위하여 수학카페 방문을 권장한다.
- ⑥ 서술형 문제의 풀이를 통하여 수학의 사고력과 표현방법에 대하여 주지시켜서 각종 지필고사에 대비하도록 한다.
- ⑦ 수학용어에 대한 영어표현과 전반적인 교과내용의 이해를 높일 수 있도록 인터넷 기반의 Webwork 활용과제를 수준별로 부여한다.

아울러, 본 논문의 성공적인 연구 수행을 위해 다음 <표 II-1>의 선행연구들을 조사하고 분석하였다. 선행연구에서는 대학 교양수학 교육과정의 변화와 운영 현황 및 그 문제점을 조사하여, 교양수학 과목 운영에 대한 다양한 개선 방안들을 제시하였다.

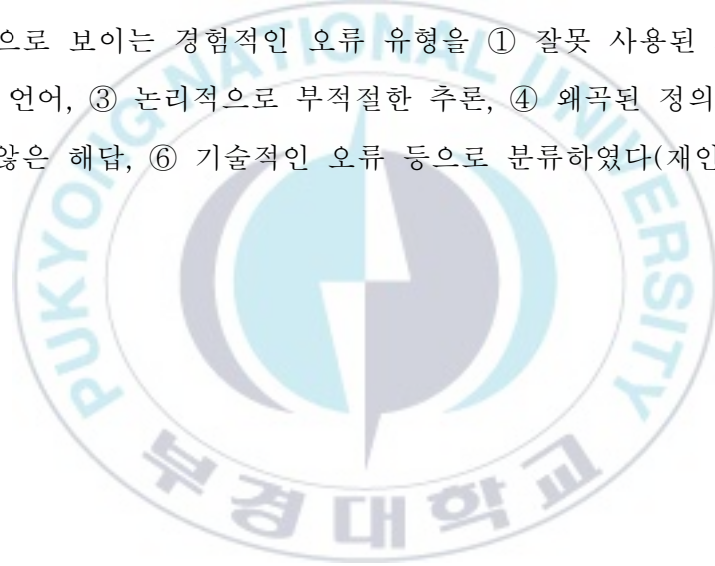
<표 II-1> 선행연구 논문제목 및 연구내용

연도	연구자	논문제목	연구내용
2006	최은미 유천성	대학 수학 교육의 문제점 과 극복을 위한 방안-타 대학의 운영 사례를 중심 으로	· 교양수학 교육과정 편성 조사 · 기초수학 교양교육 개선을 위한 노력 · 대학수학 교육과정 개선에 관한 시 사점
2007	정치봉 홍지숙	21세기 대학수학 교육과정 의 변화	· 수학적 사고 및 의사소통 계발에 관한 대학수학 강좌에 관한 권고 · 수업 및 학습 등 대학수학 교육서 비스의 질과 수학의 가치 향상을 위한 권고
2007	김영국	대학수학의 운영 현황, 개 선방안 및 경상계열 교양 수학 강좌 운영에 대하여	· 대학수학과 순수수학 강의 비교 · 미적분학 교육 개선을 위한 권고 · 대학수학 교육 개선 요소
2007	표용수 외 5인	수학 관련 교양교과목에 대한 교수-학습법 개선 및 교재 개발	· 전공분야 특성을 고려한 맞춤 교재 개발 · 학생의 학력수준을 고려한 수준별 학습지도
2008	이동권 외 2인	미적분 문제해결 과정에서 수학적 사고력 향상을 위 한 몰입적 사고의 적용	· 몰입적 사고를 통한 미적분 문제해 결 여부 등 성취에 대한 탐구 · 몰입적 사고의 도입으로 수학적 사 고력 향상을 통한 교수법 개발 가 능성
2008	표용수 외 5인	교양수학 교과목 교수-학 습법 개선 방안	· 표준강의 강의표준지침서 작성 · 학력수준에 적합한 학습지도 및 기 초수학 교과목 개설 · 학력 부진학생을 위한 학습지도법 개발
2008	김태수 김병수	대학수학의 수준별 수업에 따른 학업성취도 분석	· 수준별 수업 진행에 따른 대학수학 의 학업성취도 분석 및 교육 발전 방안 제시
2008	전재복	바람직한 대학기초수학 교 육과정 운영방안 - 공학 기초수학을 중심으로 -	· 대학에서의 수학 관련 과목에 대한 수학 능력저하에 대한 현황 분석 · 교육과정 및 대학입시제도 고찰과 효율적인 수학교육 방안 제시

오류 유형에 대한 선행연구에서, Radatz(1979)는 오류를 지식 전개과정

에서 학생들이 범하는 5가지 오류로 언어의 난이성, 공간적인 정보 획득의 어려움, 사전 지식과 기술의 습득 결여, 사고의 경직 혹은 부정확한 연합, 관련이 없는 법칙 혹은 전략들의 적용으로 분류하였으며, Movshovitz-Hadar 등(1987)은 고등학교 학생들이 수학 졸업 시험에서 범한 오류들을 잘못 이용된 자료, 잘못 해석된 언어, 논리적으로 부적절한 추론, 정리나 정의를 부적절하게 사용하는 오류, 논증되지 않은 해답, 기술적인 오류 등의 여섯 가지로 분류하였다(재인용; 김범석, 2009).

또한, Movshovitz-Hadar 등(1987)은 이스라엘 고등학생들이 졸업시험에서 반복적으로 보이는 경험적인 오류 유형을 ① 잘못 사용된 자료, ② 잘못 해석된 언어, ③ 논리적으로 부적절한 추론, ④ 왜곡된 정의나 정리, ⑤ 확인하지 않은 해답, ⑥ 기술적인 오류 등으로 분류하였다(재인용; 최영아, 2001).



Ⅲ. 연구대상 및 과제

3.1 연구대상 및 절차

본 논문에서는 2016년 1월부터 2월까지 P대학에서 시행한 기초수학 특강에 참여한 수시모집 합격자 189명을 연구대상으로 선정하였으나, C^0 이상의 유효학점을 취득하지 못한 학생들은 연구에서 필요로 하는 자료를 제대로 갖추지 못하여 일부 내용에서는 유효학점을 취득한 122명을 연구대상으로 하였다. 또한, 기초수학 특강을 수강하고, 대학 입학 이후에 정규학기에 개설되는 미분적분학 교과목을 수강한 73명의 학업성취도와 지필고사 서술형 문항의 오류 유형 분석을 통하여 기초수학 교과목 학습지도 개선을 위한 자료로 활용하였다.

3.2 연구도구 및 분석방법

가. 연구문제 1

기초수학 특강을 수강하여 유효학점을 취득한 122명을 대상으로 학업성취도, 강의평가 설문조사 결과 및 프로그램 만족도 조사 등을 통하여 수학 기초학력 부진학생들의 기초학력 향상을 위한 효율적 기초수학 교과목 학습지도 방안과 운영에 대한 유의점 및 그 개선방안을 제안하였다. 또한, 학생들의 영역별 이해도와 기초수학 특강의 학업성취도를 통계프로그램

SPSS를 사용하여 학습내용에 대한 이해도와 실제 점수와의 차이를 알아보았다.

나. 연구문제 2

기초수학 특강 이수여부에 따른 미분적분학 교과목 수강학생의 학업성취도를 알아보고, 기초수학 특강 및 미분적분학 교과목 지필고사의 서술형 문항에 대한 풀이에서 연구대상 학생들이 어떤 오류를 범하고 있는지를 조사하였다. 여기서는 Movshovitz-Hadar 등(1987)의 오류 유형 분류에 기초하여 김옥경(1991)이 분류한 오류 유형을 이용하여, ① 오용된 자료(misused data), ② 잘못 해석된 언어(misinterpreted language), ③ 논리적으로 부적절한 추론(logically invalid inference), ④ 곡해된 정리 또는 정의(misunderstood theorem or definition), ⑤ 요구되지 않은 해답(unmatched solution), ⑥ 기술적인 오류(technical errors), ⑦ 풀이과정의 생략(omission of solving process), ⑧ 애매모호한 오류(ambiguous errors) 등으로 오류를 구분하였다. 한 문제를 풀이하는 과정에서 다수의 오류 유형이 발생한 경우는 제일 먼저 발생한 오류를 중심으로 분류하였다.

IV. 연구문제 1의 결과 및 분석

4.1 학급운영 및 교과지도

기초수학 특강은 수학에 대한 관심과 흥미도 제고를 위해 다양한 학습 자료의 활용, 연습문제 발표수업, 대학원생 조교를 통한 문제풀이 지도 등으로 수업을 진행하였다. 또한, 정규수업 이후에는 학습내용에 대한 이해가 부족한 학생들을 위해 매일 1시간 30분씩 수학카페를 운영하여 학생들의 학습을 지원하였다. 그리고 기초수학 특강 첫 시간에 학생실태 설문조사와 기초학력 진단평가를 실시하고, 그 결과를 담당교수께 통보하여 수업운영에 활용하도록 하였다.

수업내용은 일반계 고등학교 수학과 교육과정 수준의 행렬과 연립일차방정식, 공간좌표와 벡터, 수열과 급수, 함수의 극한과 연속, 미분법과 응용 및 적분법과 응용으로 구성하였다. 교재는 P대학에서 기초수학 특강을 위해 제작한 교재를 사용하였으며, 각 학급에는 대학원생 전담조교를 배치하여 대학생활 안내와 함께 문제풀이를 지도하도록 하였으며, 각 담당교수는 <수준별 학습지도를 위한 기초수학 표준지침서(부경대, 2010)>에 따라 차별화된 수업을 진행하였다. 또한, PPT로 작성된 <수준별 학습지도를 위한 기초수학 학습활동 자료(부경대, 2011)>를 적극 활용하도록 권장하였다.

4.2 학생실태 설문조사

학생들의 수능고사 수학영역 응시유형과 수학에 대한 흥미도 및 이해도

등을 알아보기 위하여 학생실태 설문조사를 실시하였다.

학생실태 설문조사 결과, 일반계 인문계열 졸업생은 26명으로 13.8%, 일반계 자연계열 졸업생은 147명인 77.8%이었으며, 특성화고교 또는 검정고시 출신학생은 16명이었다. 또한, 수능고사 수학영역에서 A형 응시자는 67명으로 35.4%, B형 응시자는 103명으로 54.4%, 미응시자는 19명으로 나타났다.

수학교과에 대한 흥미도를 묻는 문항에서 “매우 그렇다”와 “그렇다”에 답한 학생은 77명으로 40.7%, ‘보통이다’에 답한 학생은 82명으로 43.4%로 나타났다. 또한, 수학에 흥미를 잃은 시기에 대해서는 응답학생 67명 중에서 50.7%인 34명이 고등학교 때라고 답하였다. 이는 학습량 과다와 연계성이 강한 수학교과 특성상 선행학습 부진으로 흥미를 잃은 학생들이 많은 것으로 생각된다.

다음 <표 IV-1>은 이전까지의 수학공부에서 가장 어려웠던 점을 내용적 측면과 학습적 측면에서 조사한 결과를 나타낸 것이다. 표에서 보는바와 같이 연구대상 학생들은 기초학력 부진, 학습량 과다, 선행학습 부족 등의 순서로 수학공부가 어렵다고 생각하고 있었으며, 학습적 측면에서는 대부분 증명문제를 가장 어렵게 생각하고 있는 것으로 나타났다.

<표 IV-1> 이전까지 수학공부에서 가장 어려웠던 점

내용적 측면		학습적 측면	
구 분	응답자 수	구 분	응답자 수
기초개념 이해 부족	78	증명문제	120
학습량 과다	53	풀이문제	49
선행학습 부진	46	수행평가	16
기 타	12	기 타	4
합 계	189	합 계	189

그리고 학습내용에 대한 영역별 이해도를 묻는 문항에 대한 응답결과는

다음 <표 IV-2>와 같다. 표에 따르면, 수강학생들은 행렬과 연립일차방정식 영역에 대해서는 대체로 잘 이해하고 있으나, 공간좌표와 벡터, 함수의 극한과 연속, 적분법과 응용 영역에 대해서는 상대적으로 이해가 부족한 것으로 나타났다.

<표 IV-2> 교과영역별 학습내용 이해도 [명(%)]

교과영역 \ 이해도	잘 이해하고 있다	이해하고 있는 편이다	보통이다	조금 이해하고 있다	전혀 알지 못한다
행렬과 연립일차방정식	78(41.3)	66(34.9)	27(14.3)	12(6.4)	6(3.2)
공간좌표와 벡터	1(0.5)	16(8.5)	40(21.2)	74(39.2)	58(30.7)
수열과 급수	11(5.8)	45(23.8)	63(33.3)	55(29.1)	15(7.9)
함수의 극한과 연속	5(2.7)	38(20.1)	65(34.4)	51(27.0)	30(15.9)
미분법과 응용	13(6.9)	53(28.0)	61(32.3)	48(25.4)	14(7.4)
적분법과 응용	5(2.7)	45(23.8)	62(32.8)	58(30.7)	19(10.1)

4.3 기초학력 진단평가

학습지도 자료로 활용하기 위해, 고등학교 수학과 교육과정의 기본내용으로 수학 기초학력 진단평가를 시행하였다. 평가문제는 6개 영역에서 단답형 14문항과 서술형 문항을 출제하여, 단답형은 각 5점, 서술형은 각 10점으로 채점하여 100점 만점으로 평가하였다. 기초학력 진단평가 성적은 평가에 응시한 전체 수강인원 189명에 대해 조사하였다.

다음 <표 IV-3>은 각 영역별 문제유형, 문항 수 및 평균점수 등을 나타낸 것이다. 표에서의 평균점수는 소수 둘째자리에서 반올림하였다. 표에 따르면, 공간좌표와 벡터 및 미·적분법과 응용 영역의 점수가 다른 영역에 비해 낮게 나타났다, 한편, 단답형(70점 만점)과 서술형(30점 만점)의 평균점수는 각각 34.7점과 6.7점으로 평가되어, 서술형 문항의 정답율은 22.3%

에 불과하였다.

<표 IV-3> 영역별 기초학력 진단평가 문제유형 및 평균점수

영역	교과내용	문제유형 및 문항 수	평균점수(만점)
1영역	행렬과 연립일차방정식	단답형 3문항	10.6(15)
2영역	공간좌표와 벡터	단답형 3문항	4.8(15)
3영역	수열과 급수	단답형 3문항	7.2(15)
4영역	함수의 극한과 연속	단답형 2문항, 서술형 1문항	10.6(20)
5영역	미분법과 응용	단답형 2문항, 서술형 1문항	4.6(20)
6영역	적분법과 응용	단답형 1문항, 서술형 1문항	3.7(15)
전 체		단답형 14문항, 서술형 3문항	41.4(100)

다음 <표 IV-4>는 각 학급별 수강인원과 기초학력 진단평가 평균점수를 나타낸 것이다. 표에 따르면, 3반이 51.0점으로 가장 높았으며, 5반이 34.0점으로 가장 저조하였다.

<표 IV-4> 학급별 기초학력 진단평가 평균점수

학 급	1반	2반	3반	4반	5반	6반	7반	전 체
수강인원	29	27	28	26	28	24	27	189
평균점수	44.7	38.1	51.0	37.4	34.0	38.4	45.4	41.4

학생실태 설문조사의 영역별 이해도와 기초학력 진단평가 영역별 평균점수를 비교하기 위해 통계프로그램 SPSS를 이용하여 피어슨 상관계수와 유의확률 P값을 계산한 결과, 피어슨 상관계수는 0.641, P값은 0.170으로 나타났다. 이는 설문조사에 따른 영역별 이해도와 기초학력 진단평가의 평균점수 간에는 양(+)의 선형적인 적절한 관련성이 있는 것으로 보이지만, 확실한 양(+)의 선형관계를 이룬다고 할 수 없음을 보여준다. 즉, 학생들이 어렵다고 생각하는 영역과 실제 평가점수와는 어느 정도 관련은 있으나, 유의확률 값을 보면 절대적 기준은 아닌 것으로 나타났다.

4.4 학업성취도 분석

가. 기초수학 특강 평가기준

기초수학 특강의 학업성취도는 다음의 <표 IV-5>에서와 같이 지필고사 60점, 과제 및 연습 25점, 출석 15점으로 평가하였다. 과제 및 연습 평가는 과제물 제출 2회, 문제풀이 3회를 최저기준으로 13점부터 25점까지 점수를 부여하였다. 지필고사는 담당교수 7명이 공동 출제하여 시행하였으며, 성적은 학업성취도를 고려하여 담당교수 회의에서 <표 IV-6>의 기준에 의해 절대평가하였다.

<표 IV-5> 기초수학 특강 성적 평가방법

중간고사	기말고사	과제 및 연습	출 결	합 계
30 %	30 %	25%	15%	100 %

<표 IV-6> 기초수학 특강 성적 평가기준

점수 (100점 만점)	90점 이상	85점 이상	77점 이상	70점 이상	55점 이상	40점 이상	40점 미만
성적(등급)	A^+	A^0	B^+	B^0	C^+	C^0	F^+

나. 기초수학 특강 학업성취도

다음의 <표 IV-7>에서와 같이, 기초수학 특강에서 64.6%에 해당하는 122명이 C^0 이상의 유효학점을 취득하였으나, 67명은 학습에 대한 열의 부족과 장기결석, 과제 미수행, 지필고사 미응시 등의 사유로 유효학점을 취득하지 못하였다. 학급별 미이수자는 기초학력 진단평가 성적이 가장 저조

하였던 5반이 15명으로 가장 많았으며, 다음은 6반이 12명으로 많았다. 이는 교육환경에 따른 학급의 수업분위기와 상당한 연관이 있을 것으로 생각하며, 특히 담당교사의 열성과 문제풀이 지도 역량도 취득성적에 상당한 영향을 주었을 것으로 판단한다, 또한, 수학을 어려워하는 학생들이 여전히 수학에 대한 흥미와 자신감을 갖지 못하여 중도에 포기한 경우도 많이 있는 것으로 나타났다.

<표 IV-7> 학급별 취득 성적 및 평균점수

학 급	수강인원	등급별 인원							이수 인원	이수 비율	이수학생 평균점수
		A ⁺	A ⁰	B ⁺	B ⁰	C ⁺	C ⁰	F			
1반	29	5	3	3	5	6	2	5	24	82.8	77.1
2반	27	2	5	3	3	3	1	10	17	63.0	77.6
3반	28	0	6	6	7	0	0	9	19	67.9	80.7
4반	26	0	6	2	1	4	3	10	16	61.5	72.7
5반	28	0	1	5	3	0	4	15	13	46.4	69.7
6반	24	1	4	1	3	2	1	12	12	50.0	74.6
7반	27	4	4	2	3	4	4	6	21	77.8	74.2
합 계	189	12	29	22	25	19	15	67	122	64.6	75.6

다음 <표 IV-8>은 기초수학 특강 수강학생 189명을 대상으로, 수능고사 수학영역 지원유형별 대상인원, 평균등급 및 기초수학 특강 취득성적의 평균평점을 나타낸 것이다. 미응시에는 수능고사 자료가 없는 일부 학생도 포함되어 있다. 표에서의 평균평점은 A⁺는 4.5, A⁰는 4.0, B⁺는 3.5, B⁰는 3.0, C⁺는 2.5, C⁰는 2.0, F는 0.0으로 계산하여, 소수 둘째자리에서 반올림하였다.

<표 IV-8> 수학영역 지원유형별 기초수학 특강 평균평점

수학영역 지원유형	A형	B형	미응시 등	전체
인원(평균등급)	67(4.2)	103(5.6)	19	189
평균평점	1.7	2.5	1.2	2.1

표에서 보는바와 같이, 수학영역 B형에 응시한 학생들이 A형에 응시한 학생에 비해 평균등급이 1.4등급이나 낮음에도 불구하고, 기초수학 특강에서는 훨씬 높은 성적을 취득하였다. 이는 수학영역 A형과 B형의 학습내용과 교과수준 등을 고려할 때 당연한 결과로 생각한다. 이처럼 평균평점이 전반적으로 낮은 이유는 중도 포기 등의 사유로 유효학점을 취득하지 못한 학생이 수강학생 전체의 35.4%로 평균평점 계산에 많은 악영향을 주었기 때문이다.

다음의 <표 IV-9>는 기초수학 특강에서 중간고사와 기말고사 모두에 응시한 122명의 기초학력 진단평가와 지필고사 평균점수를 영역 및 문제유형별로 나타낸 것이다. 진단평가에서 영역별로는 4, 5영역은 20점, 나머지 영역은 모두 15점 만점으로 평가하였으며, 문제유형별에서는 단답형은 70점, 서술형은 30점 만점으로 평가하였다. 기초수학 특강에서의 지필고사 점수도 기초학력 진단평가에서의 영역 및 문제유형별 만점과 같도록 취득점수를 환산하여 구하였다. 표에 따르면, 기초학력 진단평가에서는 2, 5, 6영역과 서술형 문항에 대한 성적이 매우 저조하였으나, 이들에 대한 기초수학 특강의 지필고사 성적은 평가문제의 수준을 고려할 때 많이 향상되었음을 알 수 있다.

<표 IV-9> 영역 및 문제유형별 진단평가 및 지필고사 평균점수

평가도구	영역						문제유형		전체 평균
	1영역	2영역	3영역	4영역	5영역	6영역	단답형	서술형	
기초학력 진단평가	11.7	5.8	8.5	12.2	5.2	4.6	40.1	7.8	48.0
기초수학 특강 지필고사	12.4	9.7	11.0	14.2	9.9	7.6	47.6	17.2	64.8

다음의 두 표는 2회의 지필고사에 모두 응시한 122명에 대한 출신고교(또는 계열) 및 수능고사 수학영역 응시유형별 기초학력 진단평가 성적과 기초수학 특강 지필고사 성적을 비교하여 나타낸 것이다. 표에서의 기초수학 특강 지필고사 점수는 200점 만점을 100점 만점으로 환산한 평균점수이다. 전체 평균점수에서 이전 표의 평균점수와 차이가 있는 이유는 여기서는 각 영역별 가중치를 고려하지 않았기 때문이다.

<표 IV-10> 출신고교별 기초학력 진단평가 및 지필고사 평균점수

구분	출신고교(또는 계열)			전체
	일반계 인문계열	일반계 자연계열	특성화고교 등	
대상인원	15	101	6	122
기초학력 진단평가	32.2	52.2	15.8	48.0
기초수학 특강 지필고사	41.1	68.3	26.9	63.0

<표 IV-11> 응시유형별 기초학력 진단평가 및 지필고사 평균점수

구분	수능고사 수학영역 응시유형			전체
	A형	B형	미응시 등	
대상인원	41	73	8	122
기초학력 진단평가	40.6	54.9	22.4	48.0
기초수학 특강 지필고사	49.3	73.0	41.2	63.0

이들 표에서와 같이, 기초학력 진단평가 및 기초수학 특강에서의 지필고

사 성적은 출신고교와 수능고사 수학영역 지원유형에 따라 상당한 차이를 보이고 있다. 또한, 기초수학 특강의 학업성취도 면에서도 기초학력 진단평가 점수와 유사하게 나타났다.

다. 강의평가 설문조사

다음의 <표 IV-12>는 강의개선을 위한 강의평가 설문조사에 참여한 122명의 응답 결과를 나타낸 것이다. 표에서의 평균점수는 ‘매우 그렇다’ 5점, ‘그렇다’ 4점, ‘보통이다’ 3점, ‘대체로 아니다’ 2점, ‘전혀 아니다’는 1점을 부여하여 구하였다. “교재는 수업시간에 적절히 활용되었다”가 4.6점으로 가장 높았으며, “담당조교의 문제풀이 지도는 학습에 많은 도움이 되었다”와 “담당교수는 학생들의 관심과 질문에 성의 있게 답하였다”에서도 높은 점수를 받았다. 그러나 “수업에 대한 흥미와 학습동기를 가지도록 하였다”와 “수업을 통하여 폭넓은 지식을 얻을 수 있었다”에서는 각각 3.8점과 4.0점으로 상대적으로 낮게 평가되었다. 점수가 낮은 문항에 대해서는 보다 각별히 유의하여 적절한 학습지도 전략을 세워야할 것이다.

표에서와 같이 강의방식, 교재, 과제물, 시험 등에서 인상 깊었던 점을 묻는 서술형 문항에서는 조교와 함께한 발표수업, 기초개념에 대한 상세한 설명, 교재의 구성, 대학수업을 입학 이전에 접할 수 있었던 것 등으로 응답하였으며, 미흡했던 점으로는 수업기간이 짧아 강의진도가 빠르고 과제물이 많았으며, 교재에 해답이 없어 다소 어려움이 있었다고 답하였다. 또한, 학교행사와 일정이 중복되어 수업참여가 어려운 경우가 있었다는 의견도 일부 있었다.

<표 IV-12> 기초수학 특강 강의평가 결과

문 항		평균점수
학습지도	담당교수는 수업시간에 다룰 수업목표와 주제를 제시하였다.	4.2
	담당교수는 수업시간에 수업내용을 정리해 주었다.	4.3
	수업에 대한 흥미와 학습동기를 가지도록 하였다.	3.8
	담당교수는 수업내용을 쉽게 이해할 수 있도록 강의하였다.	4.1
	담당교수는 학생들의 관심과 질문에 성의 있게 답하였다.	4.4
	수업은 강의계획서에 따라 무리 없이 진행되었다.	4.4
교과내용 및 과제물	교재는 수업시간에 적절히 활용되었다.	4.6
	교과내용은 교과목의 개설 취지에 적합하였다.	4.5
	향후 기초과목이나 전공과목의 학습에 도움이 될 것이다.	4.3
	과제물은 교과내용을 이해하는데 도움이 되었다.	4.1
종합 및 기타	문제풀이는 교과내용을 이해하는데 도움이 되었다.	4.2
	교과내용과 수업방법에 대해 전반적으로 만족한다.	4.1
	수업을 통하여 폭넓은 지식을 얻을 수 있었다.	4.0
	나는 진지한 태도로 수업에 임하였다고 생각한다.	4.2
	담당조교의 문제풀이 지도는 학습에 많은 도움이 되었다.	4.5

라. 프로그램 만족도

강의개선을 위한 설문조사와 함께 대학에서 준비한 프로그램 만족도 조사도 실시하였다. 다음 <표 IV-13>는 만족도 조사에 참여한 122명의 응답 결과를 정리한 것이다. 표에 따르면, 프로그램 만족도 조사에 참여한 학생 중에서 112명(91.8%)은 수업이 강좌의 목적과 성격에 맞게 잘 구성되었으며, 강좌 운영도 111명(91.0%)이 계획성 있게 진행되었다고 응답하였다. 학습활동 자료의 흥미와 다양성에 대해서는 50명(41.0%)이 ‘보통이

하'라고 답하여, 다양한 학습자료 활용이 다소 부족했던 것으로 나타났다. 또한, 기초수학 특강의 추천에 대해서는 53명(43.4%)이 '보통이하'라고 답하여, 다른 문항에 비해 추천 의향은 다소 낮은 것으로 조사되었다.

<표 IV-13> 기초수학 특강 만족도 조사 결과 [명(%)]

설문 문항	매우 그렇다	그렇다	보통이다	그렇지 않다	전혀 그렇지 않다
수업은 강좌의 목적과 성격에 맞게 구성되었습니까?	62(50.8)	50(41.0)	9(7.4)	1(0.8)	0(0.0)
강좌 운영은 사전 안내와 준비가 잘 이루어져 계획성 있게 진행되었습니까?	70(57.4)	41(33.6)	8(6.6)	3(2.5)	0(0.0)
강사님의 수업은 알차고 충실하였습니까?	66(54.1)	43(35.3)	12(9.8)	1(0.8)	0(0.0)
수업 중의 활동과 자료는 흥미롭고 다양하였습니까?	28(23.0)	44(36.1)	42(34.4)	7(5.7)	1(0.8)
강좌 수강이 기초수학 능력 향상에 도움이 되었습니까?	45(36.9)	50(41.0)	19(15.6)	8(6.6)	0(0.0)
이 강좌를 다른 친구들에게 추천하고 싶습니까?	35(28.7)	34(27.9)	45(36.9)	8(6.6)	0(0.0)
내가 참여했던 수업 중 가장 유익하고 흥미로웠던 내용 또는 활동경험은 무엇입니까?	발표수업(36명), 과제 및 수업내용(18명) 수학카페 운영(4명)				
강좌 참여로 자신에게 가장 도움이 되는 점은 무엇입니까?	수학에 기초개념 이해(63명) 발표에 대한 자신감(3명)				
불편했거나, 개선해야 할 점이 있다면 무엇입니까?	인문계열 출신 학생에게는 교과내용이 어려움(9명) 수업기간 부족(4명) 과제가 많음(4명), 시험이 어려움(3명)				
기타 의견이 있으면 자유롭게 표현해 주십시오.	수학 기초학력 향상에 많은 도움이 됨(6명) 기초수학이라 하기에는 내용이 다소 어려움(2명)				

기초수학 특강 운영결과, 보다 쾌적한 교육환경 및 학급분위기 조성, 수준별 학급 편성을 위한 평가자료 확보, 수학 기초학력이 현저히 부진한 학

생들을 위한 학습지도 방안, 수강학생들의 중도 포기 방지를 위한 대책 수립 등 많은 사항이 고려되어야할 것으로 나타났다.

결론적으로, 기초수학 특강은 다양한 대학입학 전형에 따른 입학예정자들의 수학 기초학력 증진 및 문제해결력 향상, 수학에 대한 흥미유발은 물론, 대학입학 이후에도 교양수학 교과목 수강의 편의성을 제공할 뿐만 아니라 전공분야 학습에도 많은 도움이 될 것으로 생각한다.



V. 연구문제 2의 결과 및 분석

연구문제 2에서는 기초수학 특강을 수강하여 유효학점을 취득한 122명 중에서 미분적분학 교과목을 수강한 73명의 미분적분학 학업성취도와 기초수학 특강 및 미분적분학 지필고사에서의 서술형 문항에 대한 오류 유형을 분석하였다.

5.1 미분적분학 학업성취도

다음의 <표 V-1>은 2016학년도 2학기, 미분적분학 교과목 수강학생의 평균평점을 기초수학 특강 이수학생과 미이수학생으로 구분하여 나타낸 것이다. 표에서의 평균평점은 A^+ 는 4.5, A^0 는 4.0, B^+ 는 3.5, B^0 는 3.0, C^+ 는 2.5, C^0 는 2.0, F 는 0.0으로 계산하여, 소수 셋째자리에서 반올림하였다.

<표 V-1> 미분적분학 수강학생들의 평균평점

구분	기초수학 특강 이수 여부		전체
	이수	미이수	
인원	73	1,913	1,986
평균평점	3.01	3.04	3.04

표에 따르면, 입학이전에 기초수학 특강을 수강하고 1학년 2학기에 미분적분학 교과목을 수강한 73명의 미분적분학 평균평점은 3.01로 기초수학 특강을 수강하지 않은 학생들의 성적과 거의 같았다. 실제로, 미분적분학 교과목은 수학 기초학력을 인정받은 학생과 1학기에 기초수학및연습(2학점, 3시간) 교과목을 이수한 학생들이 수강할 수 있도록 하고 있다. 이로써 기초수학 특강 이수학생들은 미분적분학 교과목을 수강할 수 있는 기초학

력을 가지게 된 것으로 평가할 수 있을 것이다.

5.2 정의를 이용하는 유형의 문제

기초수학 특강과 미분적분학 교과목 지필고사에서 유사한 유형의 서술형 문항에 대한 수강생들의 답안을 분석하였다. 그 결과, 대표적 서술형 문항으로는 도함수(미분계수)나 정적분의 정의를 이용하는 유형의 문제들이 있었다. 먼저, 이들 문제에 대한 오류 유형을 분석해보고 그에 적합한 학습지도 방안을 찾아보고자 하였다.

가. 도함수의 정의를 이용하는 서술형 문제

다음의 <그림 V-1>과 <그림 V-2>는 도함수의 정의를 이용한 서술형 문제에 대한 두 학생의 답안이다. 이들은 도함수의 정의는 잘 알고 있으나, 왼쪽 답안에서는 수식 계산의 실수로 기술적인 오류를 범하였다. 그러나 오른쪽 답안은 정확한 풀이와 함께 정답을 제시하였다.

<그림 V-1> 도함수의 정의를 이용하는 문제의 답안 예시(1)

(17) 도함수의 정의를 이용하여, 함수 $f(x) = \frac{1}{x^2}$, ($x \neq 0$)을 미분하여라. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{(x+h)^2} - \frac{1}{x^2}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{x^2 - (x+h)^2}{(x+h)^2 \cdot x^2}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{x^2 - (x^2 + 2xh + h^2)}{(x+h)^2 \cdot x^2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{-2xh - h^2}{(x+h)^2 \cdot x^2}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2x - h}{(x+h)^2 \cdot x^2} = \frac{-2x}{x^2 \cdot x^2} = -\frac{2}{x^3}$	4. $f(x) = \frac{1-x}{2+x}$ 일때, 미분계수의 정의를 이용하여, $f'(2)$를 구하여라. $f'(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1-(2+h)}{2+(2+h)} - \frac{1-2}{2+2}}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{-1-h}{4+h} - \frac{-1}{4}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{-4-h+4}{4(4+h)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{4(4+h)} = -\frac{1}{16}$
--	--

기초수학 특강 출제 문제

미분적분학 출제 문제

나. 정적분의 정의를 이용하는 서술형 문제

다음 <그림 V-4>의 왼쪽 답안은 정적분의 정의를 올바르게 적용하지

못하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{n+k} \frac{1}{n}$ 이 $\int_1^{\frac{1}{2}} x dx$ 라는 곡해된 정리 혹은 정의의 오류를

범한 것으로 판단된다. 오른쪽 답안은 문제에 정적분의 정의를 이용하라고 문제에 제시되어있지만, 문제와 관련이 없는 정보를 덧붙여 풀이하는 오용된 자료의 오류를 범한 것으로 판단된다. 이 경우는 구분구적법과 함께 정적분의 정의를 반복 지도하여 정확히 이해할 수 있도록 지도하여야 할 것이다.

<그림 V-4> 정적분의 정의를 이용하는 문제의 답안 예시(1)

(20) 정적분을 이용하여, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$의 값을 구하여라. (20) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k} = \frac{1}{n}$ $\int_1^{\frac{1}{2}} x dx$ $-\int_{\frac{1}{2}}^1 x dx = -\frac{3}{8}$	2. $\int_0^3 (x+1)dx$을 정적분의 정의에 의하여 구하여라. $\Delta x = \frac{3}{n}$ $f(x_0) = 1 + 2\left(\frac{0}{3}\right)$ $f(x_1) = 1 + 2\left(\frac{1}{3}\right)$ $f(x_2) = 1 + 2\left(\frac{2}{3}\right)$ $\vdots$ $f(x_{i-1}) = 1 + 2\left(\frac{i-1}{3}\right)$ $f(x_n) = 1 + 2\left(\frac{3}{3}\right)$ $\Delta x = \frac{3}{n}$ $\frac{1}{n} + \frac{2}{n} (1 + 2 + \dots + n)$ $\downarrow$ $\frac{n(n+1)}{2}$ $\Delta x = \frac{3}{n}$ $n + \frac{n}{3} \cdot \frac{3n^2}{2}$ $= 3n = 9$
--	--

기초수학 특강 출제 문제

미분적분학 출제 문제

다음의 <그림 V-5>의 왼쪽 답안은 정적분의 정의를 정확히 이용하여 풀이하였지만, 오른쪽 답안은 정의를 제대로 인지하지 못하여 곡해된 정리 혹은 정의의 오류를 범하였다. 한편, 왼쪽 답안도 정적분의 정의를 이해하고 작성한 것이 아니라 공식을 암기하여 풀이한 것으로 보인다. 이러한 경우는 정적분이 정의되는 과정을 강조하여 학습시켜야 할 것으로 보인다.

<그림 V-5> 정적분의 정의를 이용하는 문제의 답안 예시(2)

(20) 정적분을 이용하여, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$의 값을 구하여라. (20) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k} \cdot \frac{1}{n}$ $= \int_0^1 \frac{1}{1+x} dx = [\ln 1+x]_0^1$ $= \ln 2.$	2. $\int_0^3 (x+1)dx$을 정적분의 정의에 의하여 구하여라.  $\int_0^3 (x+1)dx \Rightarrow$ 각 사각형의 총합 $= x+1$과 $x=3$사이의 $0 \leq x \leq 3$까지의 넓이 $\therefore \int_0^3 (x+1)dx = 1 \times 2 + 1 \times 3 + 1 \times 4 = 9$
---	---

기초수학 특강 출제 문제

미분적분학 출제 문제

5.3 서술형 문항에 대한 오류 유형

기초수학 특강 및 미분적분학 교과목 지필고사에서의 서술형 문항의 답안에 대한 오류를 오용된 자료, 잘못 해석된 언어, 논리적으로 부적절한 추론, 곡해된 정리 또는 정의, 요구되지 않은 해답, 기술적인 오류, 풀이과정의 생략, 애매모호한 오류의 8가지 유형으로 분류하고, 그에 적합한 학습지도 방안을 찾아보고자 하였다.

가. 오용된 자료의 예

다음 <그림 V-6>은 오용된 자료의 예시이다. 왼쪽 답안을 보면 문제와 관련이 없는 $\ln e$ 를 덧붙여 문제를 풀이하였고, 오른쪽 답안은 적절한 판정법인 근 판정법을 이용하지 않고 문제풀이를 위해 새로운 정보를 이용하는 경우이다.

<그림 V-6> 오용된 자료의 예시

다음 함수의 극한값을 구하여라. (3) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin x)^{\frac{1}{x}}$ $((1 - \sin x)^{\frac{1}{x}})^{\ln \frac{1}{x}}$ $(1 - \sin x)^{\ln \frac{1}{x}}$ $\therefore 1$	9. 다음 급수를 적절한 판정법을 이용하여 수렴 발산을 조사하여라. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n-5}{2n+1} \right)^n$ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n-1}{2n+1} \right) = 2 > 1$ 이다. 따라서 이 급수는 발산한다.
---	---

이들은 학습내용과 문제 출제의 의도가 제대로 연결되지 않는 경우로 판단된다. 이는 기초 개념을 설명할 때, 문제에 어떻게 활용되고 언제 이용되는지 자세히 설명해야 할 것으로 보인다.

나. 잘못 해석된 언어의 예

다음 <그림 V-7>은 잘못 해석된 언어의 예시이다. 왼쪽 답안은 극좌표를 이용해야 함에도 문제가 요구하는 방향이 아닌 다른 방향으로 해석하여 문제를 풀이하였다. 오른쪽 답안은 중간값의 정리를 다른 의미로 해석하여 문제를 풀이하였다.

<그림 V-7> 잘못 해석된 언어의 예시(1)

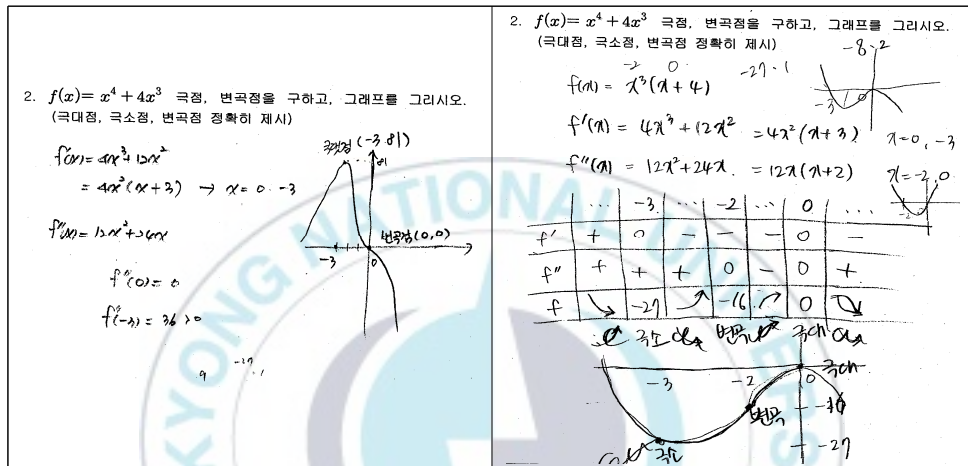
10. $D = \{(x, y) 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, 0 \leq y \leq \frac{1}{\sqrt{3}}x\}$ 일 때, $\iint_D \sqrt{4x^2 + y^2} dx dy$를 구하여라. (4점) $1 - y^2 \leq x^2 \leq 9 - y^2$ $\sqrt{1-y^2} \leq x \leq \sqrt{9-y^2}$ $\leq \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{4-y^2} \leq \frac{1}{\sqrt{3}} x \leq \sqrt{9-y^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$ $0 \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{9-y^2}$	2. 방정식 $(x^2 - 1)\cos x + \sqrt{2} \sin x = 0$ 은 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 사이에 적어도 하나의 실근을 가짐을 중간값 정리를 써서 증명하여라. $\frac{f(\frac{\pi}{2}) - f(0)}{\frac{\pi}{2} - 0} = f'(c)$ $f(x) = \sin x$ $\cos c = \frac{2}{\pi}$ $(x^2 - 1)f'(x) + \sqrt{2}f(x) = 0$
---	--

이러한 경우는 수학정리가 문제해결에 어떻게 이용되는지를 예를 적절히

들어들면서 지도하여야 할 것이다.

다음 <그림 V-8>도 잘못 해석된 언어의 예시이다. 두 학생 모두 식을 그래프로 나타내는 과정에서 잘못 풀이한 경우로 판단된다.

<그림 V-8> 잘못 해석된 언어의 예시(2)

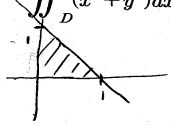
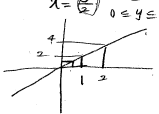


이러한 경우는 변곡점이나 극대, 극소를 판정하는 방법과 각 점에서 그래프가 변하는 과정을 상세히 이해시킬 필요가 있다.

다. 논리적으로 부적절한 추론의 예

다음 <그림 V-9>는 논리적으로 부적절한 추론의 예시이다. 두 답안은 주어진 영역을 잘못 유도된 영역을 이용하여 풀이하였다. 적분영역을 정하는 문제에서 가장 많이 발생하는 실수이기도 하다. 이러한 경우는 반복적분의 영역을 정확히 이해하고 설정할 수 있도록 상세하게 지도해야 할 것으로 보인다.

<그림 V-9> 논리적으로 부적절한 추론의 예시

7. $D = \{(x, y) x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$에서 $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$를 구하여라.  $y \leq 1-x$ $D = \{(x, y) 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1-x\}$ $\int_0^1 \int_0^{1-x} (x^2 + y^2) dy dx$ $\Rightarrow \left[\frac{1}{2} x^2 y + \frac{1}{3} y^3 \right]_0^{1-x} = \frac{1}{2} x^2 (1-x) + \frac{1}{3} (1-x)^3$ $\Rightarrow \int_0^1 \left(\frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{2} x^3 + \frac{1}{3} (1-x)^3 \right) dx$ $\Rightarrow \left[\frac{1}{6} x^3 - \frac{1}{8} x^4 + \frac{1}{12} (1-x)^4 \right]_0^1 = \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{12} = \frac{2}{3}$ 답: $\frac{2}{3}$	11. 적분 순서를 바꾸어 다음 반복적분을 구하여라. $\int_0^2 \int_{\frac{y}{2}}^1 e^{x^2} dx dy$ $D = \{(x, y) 0 \leq y \leq 2, \frac{y}{2} \leq x < 1\}$ $0 \leq 2x \leq 2$ $D = \{(x, y) 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2x\}$ $2x = y$  $\int_0^1 \int_0^{2x} e^{x^2} dy dx$ $= \int_0^1 [e^{x^2} y]_0^{2x} dx$ $= \int_0^1 2x e^{x^2} dx$ $= 2 \int_0^1 e^{x^2} dx$ $= 2 \cdot [2x \cdot e^{x^2}]_0^1$ $= 2 \cdot (2 \cdot e) = 4e$
---	---

라. 곡해된 정리 혹은 정의의 예

다음 <그림 V-10>은 곡해된 정리 혹은 정의의 예시이다. 왼쪽 답안은 벡터의 내적을 이용한 거리 구하기를, 오른쪽 답안에서는 $1 + \tan^2 x = \sec^2 x$ 를 올바르게 적용하지 못하는 경우이다.

<그림 V-10> 곡해된 정리 혹은 정의의 예시(1)

(17) 점 $Q(2, 1)$에서 직선 $x + 2y = 1$에 이르는 거리를 벡터의 내적을 이용하여 구하여라. 내적으로 구하는 법은 2개 방법 있음. Q(2, 1) $x + 2y - 1 = 0$ 점과 직선 사이의 거리 공식 이용. $\frac{ 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 - 1 }{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$	3. 다음을 구하여라. (각 2점) (2) $\int (\tan^2 x + \sin x + \tan x) dx$ $= \int (1 - \sec^2 x + \sin x + \tan x) dx$ $= \int (1 - \sec^2 x) dx - \cos x$
---	--

다음의 <그림 V-11> 역시 곡해된 정리 혹은 정의의 예시이다. 왼쪽 답안은 미분불가능임을 보이는데 미분을 사용하는 오류를 범하였고, 오른쪽 답안에서는 상계와 하계의 정의를 제대로 인지 못하고 문제를 풀이하였다.

<그림 V-11> 곡해된 정리 혹은 정의의 예시(2)

3. $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 에 대하여, $x=0$에서 (1)연속이지 만 (2)미분불가능임을 보이시오. $f(0) = 0$ $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0 \rightarrow$ 연속이라. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$ $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0 \rightarrow$ 미분불가능	1. 집합 $S = \left\{ 1 - \frac{(-1)^n}{n} \mid n \in \mathbb{N} = \{1, 2, \dots\} \right\}$의 2. 상계와 하계의 범위를 구하여라. $\frac{1}{2} \leq 1 - \frac{(-1)^n}{n} \leq 2$ $n=1 \quad 1 - \frac{(-1)^1}{1} = 2$ $n=2 \quad 1 - \frac{(-1)^2}{2} = \frac{1}{2}$ $n=3 \quad 1 - \frac{(-1)^3}{3} = \frac{4}{3}$ $n=4 \quad 1 - \frac{(-1)^4}{4} = \frac{3}{4}$ $n=5 \quad 1 - \frac{(-1)^5}{5} = \frac{6}{5}$ $n=6 \quad 1 - \frac{(-1)^6}{6} = \frac{5}{6}$ $n=7 \quad 1 - \frac{(-1)^7}{7} = \frac{8}{7}$
--	---

수학에서는 정의와 정리에 대한 이해가 매우 중요하기 때문에, 학생들이 이를 정확히 인지할 수 있도록 관심을 가지고 상세히 지도해야할 것이다.

마. 요구되지 않은 해답의 예

다음 <그림 V-12>는 요구되지 않은 해답의 예시이다. 왼쪽은 답안을 작성하기 직전까지 Leibniz정리를 적용하려 하였지만 문제가 요구하는 해답을 적지 못했고, 오른쪽은 해답을 적긴 하였으나 문제가 요구하는 $\overline{AB}$ 와 xy 평면의 각을 구하는 자세한 설명이 없었다. 이러한 오류 유형에서는 문제가 요구하는 답이 무엇인지 정확히 파악하는 것이 우선되어야 하고, 해답을 정확히 작성하는 습관을 기르도록 지도하여야할 것이다.

<그림 V-12> 요구되지 않은 해답의 예시

8. 함수 $f(x) = x^3 e^{kx}$ (k는 상수)의 n계 도함수를 Leibniz정리를 이용하여 구하여라. $f(x) = e^{kx}, g(x) = x^3$ $f'(x) = k \cdot e^{kx} \quad f''(x) = k^2 e^{kx} \dots$ $g'(x) = 3x^2 \quad g''(x) = 6x \quad g'''(x) = 6 \quad g^{(4)}(x) = 0$ $nC_0 f^{(n)} g + nC_1 f^{(n-1)} g' + nC_2 f^{(n-2)} g'' + \dots$ $+ nC_3 f^{(n-3)} g''' + nC_4 f^{(n-4)} g^{(4)}$	(16) 두 점 $A(4,2,3), B(1,6,8)$ 을 이은 직선이 xy평면과 이루는 각의 크기를 구하여라. $\vec{AB} = (-3, 4, 5)$ xy평면 $(0,0,1)$ 답: $\theta = 45^\circ$ $\cos \theta = \frac{5}{\sqrt{50} \sqrt{1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 4.
--	---

바. 기술적인 오류의 예

다음의 <그림 V-13>은 기술적인 오류의 예시로, 문제풀이 과정에서 계산상의 오류가 발생한 경우이다.

<그림 V-13> 기술적인 오류의 예시(1)

10. $D = \{(x,y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, 0 \leq y \leq \frac{1}{\sqrt{3}}x\}$ 일 때, $\iint_D \sqrt{4x^2 + 4y^2} \, dx \, dy$ 를 구하여라. (4점)

$y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$
 $1 \leq r \leq 3$
 $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$
 $x = r \cos \theta$
 $y = r \sin \theta$

$$= \int_0^{\pi/6} \int_1^3 \sqrt{4r^2 \cos^2 \theta + 4r^2 \sin^2 \theta} \cdot r \, dr \, d\theta$$

$$= \int_0^{\pi/6} \int_1^3 \sqrt{4r^2} \cdot r \, dr \, d\theta$$

$$= \int_0^{\pi/6} \int_1^3 2r^2 \, dr \, d\theta = 2\sqrt{2} \int_0^{\pi/6} \left[\frac{1}{3} r^3 \right]_1^3 d\theta = \sqrt{\frac{26}{3}} \cdot \frac{\pi}{6} \times 2\sqrt{2}$$

$$= \frac{26\sqrt{2}\pi}{9}$$

다음 <그림 V-14>에서 왼쪽 답안은 정적분의 계산에서 변수를 치환한 후, 다음 단계에서 부정적분을 잘못 구한 경우이다. 오른쪽 답안 역시 계산 실수에 의한 기술적인 오류를 범한 것으로 판단된다.

<그림 V-14> 기술적인 오류의 예시(2)

4. 다음을 구하여라. (1) $\int_0^{13} \frac{1}{\sqrt[3]{(1+2x)^2}} dx$ $(Hx)^{\frac{2}{3}}$ 2계: 2 $2dx: dt$ $dx: \frac{1}{2}dt$ $= \int_1^{27} t^{-\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{2} dt$ $= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\frac{1}{3}} t^{\frac{1}{3}} \right]_1^{27}$ $= \frac{1}{2} (27^{\frac{1}{3}} - 1)$ $= \frac{18}{2} = \frac{18}{2}$	6. 직선 $y = x + 6$, $y = x^2$에 의하여 둘러싸인 내부의 넓이를 구하여라. $y = x^2$ $y = x + 6$ 정답: $x^2 = x + 6$ $x^2 - x - 6 = 0$ $(x+2)(x-3) = 0$ $x = -2, 3$ $\int_{-2}^3 (x+6) dx - \int_{-2}^3 x^2 dx$ $= \left[\frac{1}{2}x^2 + 6x \right]_{-2}^3 - \left[\frac{1}{3}x^3 \right]_{-2}^3$ $= \frac{9}{2} + 18 - \left(2 - 12 \right) - \left(9 - \frac{8}{3} \right)$ $= 19 + \frac{9}{2} + \frac{8}{3} = \frac{151}{6}$
---	--

이러한 오류는 각종 평가시험에서 가장 범하기 쉬운 오류이다. 계산 실수를 줄이기 위해서는 평소에 다양한 문제들을 많이 풀게 하여 실전에서의 실수를 줄여야 할 것으로 보인다.

사. 풀이과정 생략의 예

다음 <그림 V-15>는 풀이과정을 생략한 예시이다. 이들은 풀이과정은 생략한 채, 답만 적당히 적고 있다.

<그림 V-15> 풀이과정 생략의 예시

(16) 두 점 $A(4,2,3)$, $B(1,6,8)$을 이은 직선이 xy평면과 이루는 각의 크기를 구하여라. $(3, -4, -5)$ 45°	5. 다음 함수의 도함수를 구하여라. (1) $f(x) = \int_{\sqrt{x}}^3 \sqrt{4+t^6} dt$ $= \frac{1}{2\sqrt{x}} \sqrt{4+x^3}$
---	---

이러한 오류는 답을 구하는 정확한 과정은 모르지만, 문제 유형을 파악하여 답을 구하는 방법만 알고 있는 경우이다. 이는 서술형 문제에 대한 문제해결 능력이 부족한 학생들에게 종종 나타나는 것으로 보인다.

아. 애매모호한 오류의 예

다음의 <그림 V-16>은 애매모호한 오류의 예시이다. 왼쪽에 작성된 답안의 경우 그 의도를 정확히 알 수 없으며, 오른쪽 답안 역시 풀이과정을 제대로 알아볼 수 없을 정도로 작성하고 있다.

<그림 V-16> 애매모호한 오류의 예시

2. 다음 함수가 연속이 되도록 a와 b의 값을 구하여라. $f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 1) \\ 2ax+b & (1 \leq x < 2) \\ 3x & (x \geq 2) \end{cases}$ $x+1 < 2ax+b \leq 3x$ $1 \leq 2ax+b \leq 3$ $a=-1$ $b=2$	(6) $y = \frac{1}{2} \left(x \sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \sin^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) \right)$
---	--

이러한 오류는 학생들이 문제에 대한 수학적 내용을 제대로 알지 못하여 해답을 대충 작성한 것으로 보인다. 수학 교과와 연계성을 고려하여 이들에게는 개별지도 등을 통하여 기초적인 내용부터 치밀하게 지도하여야 할 것이다.

VI. 결론 및 제언

6.1 결론

본 논문에서는 2016학년도 P대학 수시모집에 합격한 대학 입학예정자를 대상으로 시행한 기초수학 특강의 운영 결과와, 입학 이후 1학년 2학기에 수강한 미분적분학 교과목 성적과 각 지필고사에서의 서술형 문항에 대한 오류 유형 분석을 통하여, 효율적인 기초수학 교과목 학습지도 방안을 찾아보고자 하였으며, 그 연구결과는 다음과 같다.

첫째, 학생실태 설문조사 결과, 연구대상 학생의 40.7%는 수학에 흥미가 있다고 답하였으며, 이전까지의 수학학습에 가장 어려웠던 점으로는 기초개념에 대한 이해 부족과 증명문제인 것으로 나타났다. 실제로 오류 유형 분석에서도 기초개념에 대한 이해부족으로 발생한 오류들이 많았다.

둘째, 기초학력 진단평가 결과, 서술형 문항에 대한 문제해결력이 아주 부진한 것으로 나타났으며, 출신고교(또는 계열) 및 수능고사 수학영역 응시유형에 따라 상당한 성적 차이가 있었다.

셋째, 기초수학 특강 수강학생의 35.4%는 장기결석, 과제 미제출, 연습문제 풀이 미참여, 지필고사 미응시 등으로 인해 유효학점을 취득하지 못하였다. 그러함에도, 평가문제의 수준 등을 고려할 때, 기초수학 특강의 학업성취도는 높은 것으로 평가한다. 또한, 대학입학 이후 미분적분학 교과목을 수강한 73명의 평균평점을 조사한 결과, 기초수학 특강을 수강하지 않은 학생들의 미분적분학 성적과 거의 같은 것으로 나타났다. 이는 기초수학 특강 이수학생들이 미분적분학 교과목을 수강할 수 있는 기초학력을 갖추

게 되었음을 보여준다.

넷째, 강의평가 설문조사와 프로그램 만족도 조사 결과, 수업에 대한 흥미와 학습동기, 수업활동과 자료가 흥미롭고 다양했는지에 대한 문항에서 상대적으로 낮게 평가되었다. 반면에, 기초수학 특강에서 발표 수업이 가장 흥미로웠다고 대답하였다.

다섯째, 서술형 문항에 대한 오류 유형을 분석한 결과, 학생들은 주로 수학의 기초개념인 정의와 정리에 대한 정확한 이해가 부족하여 관련 학습내용을 제대로 파악하지 못하고 있는 것으로 나타났다.

6.2 제언

연구결과를 토대로, 수학 기초학력이 부진한 대학 입학예정자를 대상으로 시행하는 기초수학 교과목의 효율적 학습지도를 위해 다음과 같이 제안한다.

첫째, 출신고교 및 수능고사 수학영역 지원유형에 따라 기초수학 특강의 취득성적은 상당한 차이가 있으므로, 기초수학 교과목 학습지도에서는 수학 기초학력 수준에 따른 적절한 수준별 학급을 편성하여 차별화된 수업을 진행할 필요가 있다. 이를 위해서 수준별 학습지도 자료를 개발하여 기초수학 학습지도에 적극 활용해야할 것이다.

둘째, 대학수업에 처음 접하는 학생들이 단기간의 집중수업에 많은 어려움을 느끼고 있으므로, 학습내용, 운영기간 및 방법 등을 개선하고, 문제풀이와 과제수행 등으로 수업에 집중할 수 있는 교육환경을 제공하여야 할 것이다. 또한, 학생들이 기초수학 교과목 학습의 어려움으로 수학을 포기하

지 않도록 특별히 유의하여 지도해야 할 것이다.

셋째, 강의평가 설문조사와 만족도 조사 결과를 토대로, 학생들이 흥미를 가지는 발표 수업과 다양한 학습 자료를 활용하여 기초수학 교과목을 운영한다면 수학에 대해 보다 흥미와 자신감을 가지게 될 것이다. 또한, 학력수준이 부진한 학생들에게는 개인지도와 함께 수학 학습프로그램을 활용한 수업을 병행하는 것도 좋은 학습지도 방법이 될 것으로 생각한다.

넷째, 학생들이 자주 범하는 오류 유형을 분석하여, 효율적인 학습지도 방안을 마련하여야 할 것이다. 수학의 기초개념과 정리에 대한 정확한 이해와 함께, 관련 내용들을 다양한 예들을 통해 상세하게 설명하여 문제에서 원하는 해답을 올바르게 구할 수 있도록 지도하고, 계산 실수를 범하지 않도록 다양한 형태의 문제를 제공하여야 할 것이다.

참 고 문 헌

- [1] 교과부 (2015), 수학과 교육과정, 교육과학기술부 고시 제2015-74호 [별책 8].
- [2] 김범석 (2009), 공간도형의 문제해결과정에서 나타나는 수학적 오류 유형 연구, 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [3] 김부미 (2006), 수학적 오개념과 오류에 대한 인지심리학적 고찰. 이화여자대학교 대학원 박사학위논문.
- [4] 김영국 (2007), 대학수학의 운영현황, 개선방안 및 경상계열 교양수학 강좌 운영에 대하여, 대한수학회 <수학교육총론>, 25, 163-171.
- [5] 김옥경 (1991), 고등학교 수학에서 발생하는 수학적 오류의 분류모델에 대한 연구, 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [6] 김재웅 (2012), 이공계 대학 신입생의 수학 기초학력과 대학입시제도 관련 연구 -미분적분학1 교과목을 중심으로-, 경희대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [7] 김차숙 (2003), 중학교 1학년 학생들의 일차방정식에 대한 오류 분석과 교정에 관한 연구, 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [8] 김태수·김병수 (2008), 대학수학의 수준별 수업에 따른 대학 교양 수학 성취도 분석, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 22(3), 369-382.
- [9] 박선화 (1998), 수학적 극한 개념의 이해에 관한 연구, 서울대학교 대학원 박사학위논문.
- [10] 부경대 (2010), 수준별 학습지도를 위한 기초수학 표준지침서, 부경대

학교 응용수학과.

- [11] 부경대 (2011), 수준별 학습지도를 위한 기초수학 학습활동 자료, 부경대학교 응용수학과.
- [12] 이동권·고상숙·황농문 (2008), 미적분 문제해결 과정에서 수학적 사고력 향상을 위한 몰입적 사고의 적용, 한국학교수학회논문집, 11(1), 31-54.
- [13] 이수열 (2005), 자기주도적인 학습에 의한 수학과 학습 부진학생의 지도에 관한 연구, 국민대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [14] 장민우·표용수 (2016), 대학 신입생들의 수학 기초학력 평가들 간의 상관관계 및 오류 유형 분석, East Asian Math. J., 32(4), 501-518.
- [15] 전재복 (2008), 바람직한 대학기초수학 교육과정 운영방안 -공학기초수학을 중심으로-, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 22(4), 399-416.
- [16] 정치봉·홍지숙 (2007), 21세기 대학수학 교육과정의 변화, 순천향대학교 <자연과학연구 논문집>, 13(2), 83-87.
- [17] 최영아 (2001), 고등학교 수학에서 수학적 오류의 분석과 분류에 대한 연구, 성신여자대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [18] 최은미·유천성 (2006), 대학 수학교육의 문제점과 극복을 위한 방안-타 대학의 운영 사례를 중심으로, 한국학술진흥재단 <교육연구>, 14(1), 157-174.
- [19] 표용수·조성진·정진문·심효섭·박동준·차지환 (2007), 수학 관련 교양과목에 대한 교수-학습법 개선 및 교재 개발, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 21(3), 483-497.

- [20] 표용수·조성진·정진문·심효섭·박동준·차지환 (2008), 교양수학 교과목 교수-학습법 개선 방안, 대한수학교육학회 제33회 수학교육학 연구논문 발표대회 <수학교육학논총>, 제33집, 251-269.
- [21] 표용수·조성진·정진문·박진한 (2010), 교양수학 교과목에 대한 효율적 교수-학습지도 방안, East Asian Math. J., 26(2), 319-336.
- [22] 표용수·서종진 (2011), 기초수학 운영에 관한 소고, 한국수학교육학회 제47회 전국수학교육연구대회 <수학교육연구 프로시딩>, 63-67.
- [23] Movshovitz-Hadar, N., Zaslavsky, O. & Shlomo, I. (1987), An empirical classification model for errors in high school mathematics, Journal for Research in Mathematics Education, 18(1), 3-14.
- [24] Radatz, H. (1979), Error analysis in mathematics education, Journal for Research in Mathematics Education, 10(3), 163-172.

[부록 1]

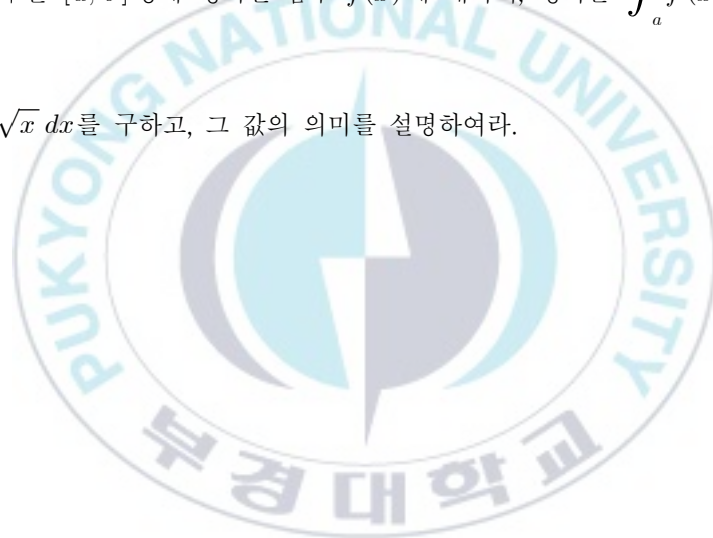
2016학년도 기초수학 특강 진단평가

[단답형]

- 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ 일 때, $AX=B$ 를 만족하는 행렬 X 를 구하여라.
- 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 일 때, $A^{21}X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 를 만족하는 행렬 X 를 구하여라.
- 연립일차방정식 $\begin{cases} (1-k)x + 2y = 0 \\ 4x + (3-k)y = 0 \end{cases}$ 가 무수히 많은 해를 갖도록 하는 실수 k 의 값을 모두 구하여라.
- 점 $A(1, 2, 3)$ 의 원점에 대한 대칭점을 P , yz 평면에 대한 대칭점을 Q 라 할 때, 선분 PQ 의 길이를 구하여라.
- 점 $P(2, 1, -3)$ 를 지나고, 벡터 $\mathbf{n} = (2, -3, 4)$ 에 수직인 평면의 방정식을 구하여라.
- 평면 $2x - y + az = 4$ 와 직선 $-x = \frac{y-3}{4} = \frac{z+1}{2}$ 이 평행이 되도록 a 의 값을 정하여라.
- $\sum_{k=1}^{99} \frac{1}{2k(k+1)}$ 을 구하여라.
- $\sum_{m=1}^n \left(\sum_{k=2}^m (k-1) \right) = 56$ 을 만족하는 n 의 값을 구하여라.
- $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - 2)$ 이 수렴할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6a_n - 7}{4 + 3a_n}$ 을 구하여라.
- 함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$ 을 만족할 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x-1)}{x^3 - 1}$ 의 값을 구하여라.
- 로그방정식 $\log_2 x = 3 - \log_2(x+2)$ 를 만족하는 x 의 값을 구하여라.
- 함수 $f(x) = x^3$ 에 대하여, x 의 값이 2에서 $2+h$ 까지 변할 때, 평균변화율이 3인 실수 h 의 값을 구하여라.
- $f(x) = (x^3 - x^2 + 1)(x^2 + 1)$ 일 때, $x=2$ 에서의 미분계수 $f'(2)$ 를 구하여라.
- $\int (x^2 + 2e^{2x}) dx$ 를 구하여라.

[서술형]

15. (1) 실수의 부분집합 A, B 에 대하여, 함수 $f : A \rightarrow B$ 가 $x = a$ 에서 연속임을 정의하여라. 여기서, A 는 $x = a$ 의 근방을 포함한다.
- (2) 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \leq 2) \\ 2x+1 & (x > 2) \end{cases}$ 는 $x = 2$ 에서 연속인지 아닌지를 답하고, 그 이유를 설명하여라.
16. (1) 실수의 부분집합 A, B 에 대하여, 함수 $f : A \rightarrow B$ 가 $x = a$ 에서 미분가능임을 정의하여라. 여기서, A 는 $x = a$ 의 근방을 포함한다.
- (2) $f(x) = x^2$ 일 때, $x = 3$ 에서의 미분계수에 대해 설명하여라.
17. (1) 닫힌구간 $[a, b]$ 상에 정의된 함수 $f(x)$ 에 대하여, 정적분 $\int_a^b f(x)dx$ 를 정의하여라.
- (2) $\int_1^4 \sqrt{x} dx$ 를 구하고, 그 값의 의미를 설명하여라.



[부록 2]

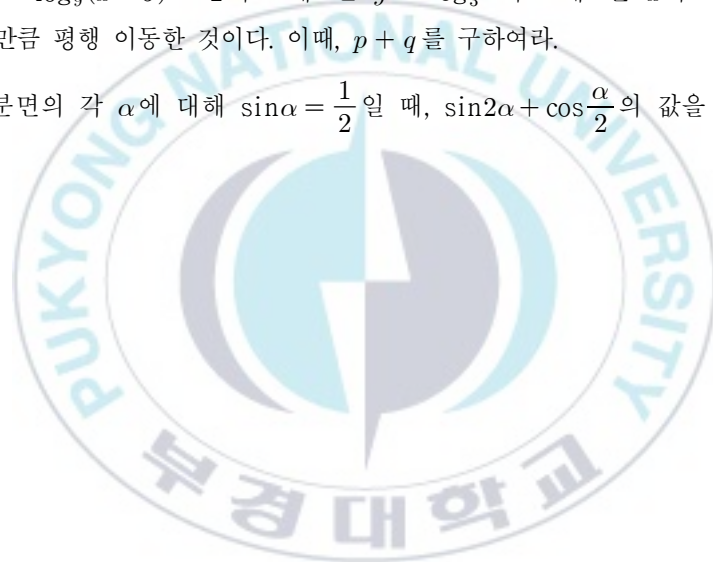
2016학년도 기초수학 특강 중간고사

[단답형]

- (1) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x+y \\ x-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.
- (2) 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대해, 행렬 $A^2 - kA$ 가 역행렬을 갖지 않을 k 의 값을 구하여라.
- (3) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 일 때, A 와 B^{-1} 의 곱 AB^{-1} 를 구하여라.
- (4) 두 점 $A(-2, 2, 1)$, $B(3, 1, 4)$ 에 대하여, $\overrightarrow{AB}$ 의 크기를 구하여라.
- (5) 세 벡터 $\mathbf{p} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$, $\mathbf{q} = 2\mathbf{a} + \mathbf{b}$, $\mathbf{r} = (k-1)\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$ 에 대하여, 두 벡터 $\mathbf{p} + \mathbf{q}$ 와 $\mathbf{q} - \mathbf{r}$ 이 평행이 되도록 k 의 값을 정하여라.
- (6) 두 점 $A(2, 2, 1)$, $B(3, 1, 3)$ 를 잇는 직선과 두 점 $C(0, -1, 2)$, $D(2, 0, 3)$ 를 잇는 직선이 이루는 각의 크기를 구하여라.
- (7) 평면 $2x - y + az = 0$ 이 직선 $\frac{x-1}{2} = \frac{y-b}{-2} = \frac{z+1}{3}$ 을 포함하도록 a 와 b 의 값을 정하여라.
- (8) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{5n}\right)^{\frac{n}{2}}$ 의 값을 구하여라.
- (9) 첫째항부터 n 항까지의 합이 $S_n = 3^n - 1$ 인 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하여라.
- (10) $10 - \frac{20}{3} + \frac{40}{9} - \frac{80}{27} + \dots$ 의 값을 구하여라.
- (11) $f(x) = 2x - 6$, $g(x) = x + 10$ 일 때, $(g^{-1} \circ f^{-1})(x)$ 를 구하여라.
- (12) 방정식 $x^{\log x} = 10^5 x^4$ 을 만족하는 모든 실근의 곱을 구하여라.
- (13) 함수 $y = |2\cos \pi x| - 1$ 의 그 주기가 p , 최솟값이 q , 그리고 최댓값이 r 일 때, $p + q + r$ 의 값을 구하여라.
- (14) $\sin 135^\circ \cdot \sin 45^\circ$ 의 값을 구하여라.

[서술형]

- (15) $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 가 $a + d = -1$, $ad - bc = 1$ 을 만족할 때, $A^3 = E$ 임을 보여라.
(E 는 2차 단위행렬)
- (16) 두 점 $A(4, 2, 3)$, $B(1, 6, 8)$ 을 이은 직선이 xy 평면과 이루는 각의 크기를 구하여라.
- (17) 점 $Q(2, 1)$ 에서 직선 $x + 2y = 1$ 에 이르는 거리를 벡터의 내적을 이용하여 구하여라.
- (18) 수열 $1, 11, 111, 1111, \dots$ 의 첫째항부터 n 항까지의 합을 간단히 나타내어라.
- (19) 함수 $y = \log_9(x-5)^2 - 2$ 의 그래프는 $y = \log_3 x$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 y 축으로 q 만큼 평행 이동한 것이다. 이때, $p + q$ 를 구하여라.
- (20) 제 2사분면의 각 α 에 대해 $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ 일 때, $\sin 2\alpha + \cos \frac{\alpha}{2}$ 의 값을 구하여라.



[부록 3]

2016학년도 기초수학 특강 최종평가

[단답형]

- (1) 극한값 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x)$ 를 구하여라.
- (2) 극한값 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{x}$ 를 구하여라.
- (3) 모든 실수 x 에 대하여, 함수 $f(x) = \begin{cases} c^2 x^2 & (x \leq 2) \\ (1-c)x & (x > 2) \end{cases}$ 가 $x=2$ 에서 연속이 되도록 c 의 값을 결정하여라.
- (4) 함수 $y = x^x$ 에서 $\frac{dy}{dx}$ 를 구하여라.
- (5) 음함수 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2x$ 에서 $\frac{dy}{dx}$ 를 구하여라.
- (6) 함수 $y = \frac{1}{(1-x^2)^3}$ 을 미분하여라.
- (7) 함수 $f(x) = e^x$ 에 대하여, $[0, 1]$ 에서 평균값의 정리를 만족하는 상수 c 를 구하여라.
- (8) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ 에서 증가하는 구간을 구하여라.
- (9) 함수 $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ 의 극솟값을 구하여라.
- (10) 부정적분 $\int \sin^2 \frac{x}{2} dx$ 를 구하여라.
- (11) 부정적분 $\int x \ln x dx$ 를 구하여라.
- (12) $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$ 를 구하여라.
- (13) 포물선 $y^2 = x$ 와 직선 $y = x-2$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.
- (14) 곡선 $y = \sin x$, $(0 \leq x \leq \pi)$ 를 x 축 둘레로 회전하였을 때, 생기는 회전체의 부피를 구하여라.

[서술형]

- (15) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x-1)}{x^2+ax+b} = \frac{1}{3}$ 을 만족하는 상수 a 와 b 를 구하여라.
- (16) $x=a$ 의 근방에 정의된 함수 $y=f(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하면 연속임을 보이고, 그 역이 성립하지 않는 예를 들어보아라.
- (17) 도함수의 정의를 이용하여, 함수 $f(x) = \frac{1}{x^2}, (x \neq 0)$ 을 미분하여라.
- (18) α 가 실수일 때, $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$ 임을 증명하여라.
- (19) 부정적분 $\int \frac{x+3}{x^2-2x-3} dx$ 를 구하여라.
- (20) 정적분을 이용하여, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$ 의 값을 구하여라.



[부록 4]

학생실태 설문조사

이 설문조사는 수강생 여러분의 의견을 수렴하여 기초수학 특강 학습지도에 활용하고자 준비한 것입니다. 성실하게 응답해 주시기 바랍니다.

2016년 1월 18일

분반		소속학과		성 명	
----	--	------	--	-----	--

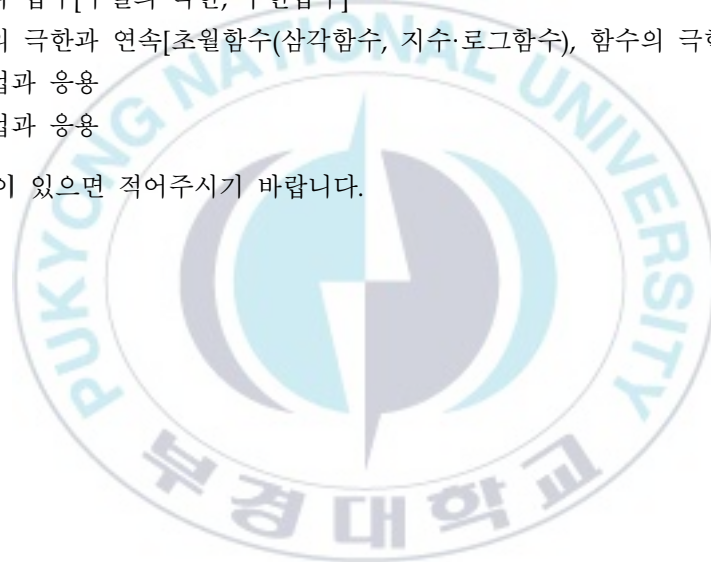
- 설문 내용 -

- 출신 고등학교(또는 계열)는 다음 중 어느 것입니까?
 ① 일반계 인문계열 ② 일반계 자연계열 ③ 특성화고교
 ④ 기타(검정고시 등)
- 대학수학능력시험 수학영역 응시유형은 무엇입니까?
 ① A형 ② B형 ③ 미응시
- 본인은 수학과목에 흥미를 가지고 있습니까?
 ① 매우 그렇다 ② 그렇다 ③ 보통이다 ④ 그렇지 않다
 ⑤ 전혀 그렇지 않다
 수학에 흥미가 없다면, 흥미를 잃게 된 것은 언제입니까?
 ① 초등학교 저학년 ② 초등학교 고학년 ③ 중학교 ④ 고등학교
- 이전까지의 수학공부에서 가장 어려웠던 점은 무엇입니까? 내용적 측면과 학습적 측면에서 각각 택일하여 답해주시기 바랍니다.
 [내용적 측면]
 ① 기초개념 이해 부족 ② 선행학습 부진 ③ 학습량 과다 ④ 기타
 [학습적 측면]
 ① 수행평가 ② 풀이문제 ③ 증명문제 ④ 기타
- 다음의 고등학교 수학교과 내용 중에서 자신이 어려워하거나 잘 알지 못하는 영역은 무엇입니까? 본인의 학습정도에 해당하는 교과 세부내용의 번호를 적어주시기 바랍니다.

이해 정도	잘 이해하고 있다	이해하고 있는 편이다	보통이다	조금 이해하고 있다	전혀 알지 못한다
교과 세부내용					

[교과 세부내용]

- ① 행렬과 연립일차방정식[행렬과 기본연산, 역행렬의 곱셈과 역행렬, 연립일차방정식 해법]
 - ② 공간좌표와 벡터[공간도형과 공간좌표, 벡터와 연산, 벡터의 성분과 내적, 직선과 평면의 방정식]
 - ③ 수열과 급수[수열의 극한, 무한급수]
 - ④ 함수의 극한과 연속[초월함수(삼각함수, 지수·로그함수), 함수의 극한과 연속]
 - ⑤ 미분법과 응용
 - ⑥ 적분법과 응용
6. 건의사항이 있으면 적어주시기 바랍니다.



[부록 5]

기초수학 특강 강의개선을 위한 설문지

(학급 :)

이 설문조사 결과는 기초수학 특강의 교과내용과 교수-학습법 개선을 위한 기초자료로 활용될 것입니다. 수강생 여러분의 적극적인 의견을 부탁드립니다. 각 문항의 답항에서 ①은 매우 그렇다, ②는 그렇다, ③은 보통이다, ④는 대체로 아니다, ⑤는 전혀 아니다를 의미합니다.

문 항		답 항				
		①	②	③	④	⑤
학습지도	1. 담당교수는 수업시간에 다룰 수업목표와 주제를 제시하였다.					
	2. 담당교수는 수업시간에 수업내용을 정리해주었다.					
	3. 수업에 대한 흥미와 학습동기를 가지도록 하였다.					
	4. 담당교수는 수업내용을 쉽게 이해할 수 있도록 강의하였다.					
	5. 담당교수는 학생들의 관심과 질문에 성의 있게 답하였다.					
	6. 수업은 강의계획서에 따라 무리 없이 진행되었다.					
교과내용 및 과제물	7. 교재는 수업시간에 적절히 활용되었다.					
	8. 교과내용은 교과목의 개설 취지에 적합하였다.					
	9. 향후 기초과목이나 전공과목의 학습에 도움이 될 것이다.					
종합 및 기타	10. 과제물은 교과내용을 이해하는데 도움이 되었다.					
	11. 문제풀이는 교과내용을 이해하는데 도움이 되었다.					
	12. 교과내용과 수업방법에 대해 전반적으로 만족한다.					
	13. 수업을 통하여 폭넓은 지식을 얻을 수 있었다.					
	14. 나는 진지한 태도로 수업에 임하였다고 생각한다.					
	15. 담당교사의 문제풀이 지도는 학습에 많은 도움이 되었다.					
이 과목의 강의방식, 교재, 과제물, 시험 등에서 인상 깊었던 점은?						
이 과목의 강의방식, 교재, 과제물, 시험 등에서 미흡했던 점은?						
기초수학 특강 운영에 대한 건의사항						