



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

교 육 학 석 사 학 위 논 문

초등학교 4학년 학생들의 수학 문제
해결 과정에 나타난 오류 분석



2018년 8월

부경대학교 교육대학원

초등수학교육전공

정 민 점

교 육 학 석 사 학 위 논 문

초등학교 4학년 학생들의 수학 문제
해결 과정에 나타난 오류 분석

지도교수 서 종 진

이 논문을 교육학석사 학위논문으로 제출함.

2018년 8월

부경대학교 교육대학원

초등수학교육전공

정 민 점

정민점의 교육학석사 학위논문을 인준함.

2018년 8월 24일



주 심 이학박사 박 진 한 (인)

위 원 이학박사 표 용 수 (인)

위 원 교육학박사 서 종 진 (인)

목 차

표 목차	ii
그림 목차	iv
Abstract(in English)	vi
I. 서론	1
1. 연구의 필요성 및 목적	1
2. 연구문제	2
3. 용어의 정의	3
4. 연구의 제한점	3
II. 이론적 배경	4
1. 초등 수학과 교육과정	4
2. 문제해결	8
3. 수학의 오류	14
4. 선행연구	17
III. 연구 방법 및 절차	19
1. 연구 대상	19
2. 연구 도구	19
3. 분석 방법 및 절차	21
IV. 연구의 결과 및 분석	22
1. 영역별 오류 분석	22
2. 1차, 2차에 대한 오류 분석	56
3. 문항별 연관성에 대한 오류 분석	59
4. 수학에 대한 태도	69
V. 결론 및 제언	73
1. 결론	73
2. 제언	75
참고문헌	77

표 목차

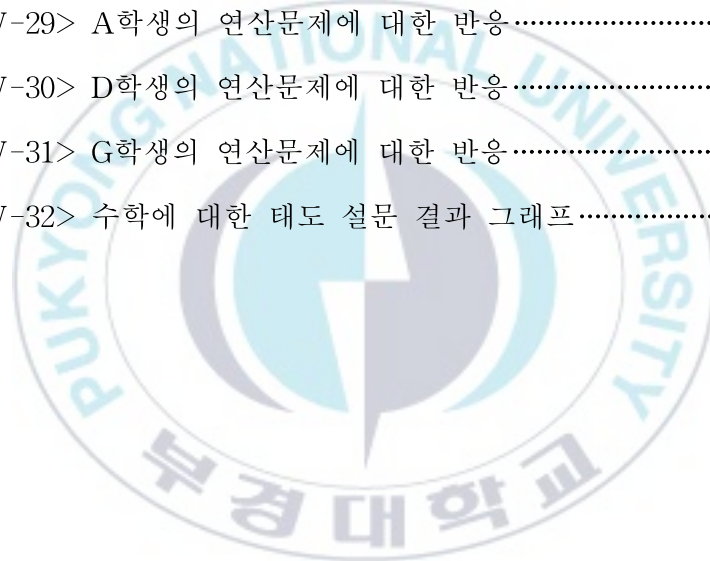
<표 II-1> 영역별 내용 체계	5
<표 II-2> 수학 교과 역량	7
<표 II-3> 교육과정과 문제해결	9
<표 II-4> 문제해결 전략	12
<표 II-5> 선행연구들에서 제시한 오류의 모형	17
<표 III-1> 성취기준 번호의 의미	20
<표 IV-1> 성취기준 수41072-1에 대한 분석	23
<표 IV-2> 성취기준 수41072-2에 대한 분석	24
<표 IV-3> 성취기준 수41072-3에 대한 분석	26
<표 IV-4> 성취기준 수41072-4에 대한 분석	27
<표 IV-5> 성취기준 수41072-5에 대한 분석	28
<표 IV-6> 성취기준 수41073-1에 대한 분석	30
<표 IV-7> 성취기준 수41073-2에 대한 분석	31
<표 IV-8> 성취기준 수41073-3에 대한 분석	32
<표 IV-9> 성취기준 수41073-4에 대한 분석	34
<표 IV-10> 성취기준 수41082-1-1에 대한 분석	35
<표 IV-11> 성취기준 수41082-1-2에 대한 분석	37
<표 IV-12> 성취기준 수41082-1-3에 대한 분석	38
<표 IV-13> 성취기준 수41082-2-1에 대한 분석	40
<표 IV-14> 성취기준 수41082-2-2에 대한 분석	42
<표 IV-15> 성취기준 수41082-2-3에 대한 분석	43

<표 IV-16> 성취기준 수43062-1에 대한 분석	45
<표 IV-17> 성취기준 수43062-2에 대한 분석	46
<표 IV-18> 성취기준 수43062-3에 대한 분석	48
<표 IV-19> 성취기준 수44022-1에 대한 분석	49
<표 IV-20> 성취기준 수44022-2에 대한 분석	50
<표 IV-21> 성취기준 수44022-3에 대한 분석	51
<표 IV-22> 성취기준 수45022-1에 대한 분석	53
<표 IV-23> 성취기준 수45022-2에 대한 분석	55
<표 IV-24> 성취기준 수45022-3에 대한 분석	56
<표 IV-25> 영역별 오답률 변화	57
<표 IV-26> 유형별 오답률 분석	58
<표 IV-27> 1, 2차 모두 틀린 문항 분석	59
<표 IV-28> 수학에 대한 태도 설문 결과	69

그림 목차

<그림 IV-1> 성취기준 수41072-1에 대한 반응	24
<그림 IV-2> 성취기준 수41072-2에 대한 반응	25
<그림 IV-3> 성취기준 수41072-3에 대한 반응	26
<그림 IV-4> 성취기준 수41072-4에 대한 반응	28
<그림 IV-5> 성취기준 수41072-5에 대한 반응	29
<그림 IV-6> 성취기준 수41073-2에 대한 반응	31
<그림 IV-7> 성취기준 수41073-3에 대한 반응	33
<그림 IV-8> 성취기준 수41073-4에 대한 반응	34
<그림 IV-9> 성취기준 수41082-1-1에 대한 반응	36
<그림 IV-10> 성취기준 수41082-1-2에 대한 반응	37
<그림 IV-11> 성취기준 수41082-1-3에 대한 반응	39
<그림 IV-12> 성취기준 수41082-2-1에 대한 반응	41
<그림 IV-13> 성취기준 수41082-2-2에 대한 반응	42
<그림 IV-14> 성취기준 수41082-2-3에 대한 반응	44
<그림 IV-15> 성취기준 수43062-1에 대한 반응	46
<그림 IV-16> 성취기준 수43062-2에 대한 반응	47
<그림 IV-17> 성취기준 수43062-3에 대한 반응	48
<그림 IV-18> 성취기준 수44022-2에 대한 반응	50
<그림 IV-19> 성취기준 수44022-3에 대한 반응	52
<그림 IV-20> 성취기준 수45022-1에 대한 반응	54
<그림 IV-21> 성취기준 수45022-2에 대한 반응	55

<그림 IV-22> 성취기준 수45022-3에 대한 반응	56
<그림 IV-23> A학생의 개념형성 문제에 대한 반응	60
<그림 IV-24> B학생의 개념형성 문제에 대한 반응	61
<그림 IV-25> C학생의 개념형성 문제에 대한 반응	62
<그림 IV-26> D학생의 원리 적용 문장제 문제에 대한 반응	63
<그림 IV-27> E학생의 원리 적용 문장제 문제에 대한 반응	64
<그림 IV-28> F학생의 원리 적용 문장제 문제에 대한 반응	65
<그림 IV-29> A학생의 연산문제에 대한 반응	66
<그림 IV-30> D학생의 연산문제에 대한 반응	67
<그림 IV-31> G학생의 연산문제에 대한 반응	68
<그림 IV-32> 수학에 대한 태도 설문 결과 그래프	70



An analysis of the errors in the mathematical problem solving
process of the fourth grade elementary school students

Min Jeom Jeong

*Graduate School of Education
Pukyong National University*

Abstract

In thesis, We examined 45 elementary 4th graders' problem solving processes in mathematical problems on numbers and arithmetic, measurement, regularity, and probability and statistics. It analyzed errors observed in the processes in order to suggest an effective teaching method. Evaluation was conducted twice to examine students' achievement and the correlation between difference errors. The thesis further explored the relationship between attitude and errors in mathematics.

The results are as follows.

In order to reduce errors in the mathematical problem solving process, it is necessary to help students achieve the learning objectives of each unit through process-centered evaluation. It is also necessary to make sure that students prepare each unit at the unit introduction stage. Finally, it is recommended to individually assist each student to help correct errors in the student's arithmetic process and word problem solving.

I. 서론

1. 연구의 필요성 및 목적

- “수포자를 구원할 예능“...‘나의 수학사춘기’ 6월 첫 방송(스포츠조선)
- 대치동 수학학원 장술, 빈틈 없는 초·중등 교육으로 ‘수포자’막는다(아이티비즈)
- ‘수포자 안녕’ ...부산서부교육지원청, 26일 수학축전 개최(일간리더스경제)
- ‘수포자 없애기 프로젝트’ 자녀를 위해 수학 배워요(문화뉴스)
- ‘수포자’ 만드는 교과서는 가라...대안 수학교과서 문제를 보니(경향신문)
- 수포자 아빠의 어떤 후회(레디앙)
- 체험·탐구 중심 원리교육...수포자 줄인다(경상매일신문)

위의 기사 제목들은 수학을 포기하는 일명 ‘수포자’라고 인터넷에 검색하면 많이 나오는 기사들로 하나의 이슈가 되고 있다. 실제로, ‘사교육 걱정 없는 세상’에서 실시한 인식조사에 따르면 우리나라 초중고생 가운데 고등학생의 60%, 초등학생의 36.5%가 수학을 포기한 수포자들의 비율이다(네이버, 수포자; 사교육걱정없는세상 웹진, 수포자). 이것은 “왜 수학을 포기하는지?”에 대한 원인과 해결 방안을 요구하는 것으로 과거와 현재 수학교육을 비교 검토하여 교육 현장에서 적용 가능한 목표를 설정하고 실행을 필요로 하는 것이다. 초등학생까지 수학 포기자가 생기는 현실에서 수학과 목표를 구현하기 위해 교육부는 2차 수학교육 종합계획을 2015년에 발표하였다. 1차 수학교육 종합계획(2012~2014)으로 학교 수학교육의 내실화 및 수학대중화가 이루어졌으나 입시 위주의 학업 부담으로 인하여 학생들의 과목 흥미도와 자신감이 저조하였다. 그리하여 2차 수학교육 종합계획(2015~2019)은 ‘배움을 즐기는 수학교육’을 위하여 학습량의 적정화, 학생

참여 수업, 과정 중심 평가 강화, 범국민 수학교육 학습의 지원체제 다양화를 내세우고 있다. 학생들이 자신의 수학 성취도를 정확하게 알고 수학에서 무엇이 부족하고, 무엇이 잘못되었는지 문제해결 과정에서 학생들의 오류를 분석하고 학생 개개인별로 오류를 교정해 나간다면 수학과 목표와 2차 수학교육 종합계획의 ‘배움을 즐기는 수학교육’이 이루어질 수 있는 하나의 방법이 될 것이다(전혜경, 2016).

수학은 위계성이 강한 교과목으로 현재 단계에서 잘못 형성된 기본 개념이나 오류가 있으면 후속학습에서 어려움을 겪게 되고 이것은 학생의 자신감 저하와 학습의욕 상실로 이어진다. 이런 현상은 학년이 올라갈수록, 학교 급이 올라갈수록 심해져서 문제를 풀기 위한 알고리즘이나 공식만을 외우게 되고, 어느 순간 수학교과가 암기과목이 되면서 문제해결 능력 저하가 일어나고 있는 현실이다. 그러므로 이러한 현실을 극복하기 위한 방안을 찾을 필요성이 있다. 하나의 방안은 학생들 개개인별로 문제해결 과정에서 범하는 오류를 정확하게 파악하고 학생 개개인별로 오류 교정을 통한 교육 일 것이다.

이에 본 연구는 초등학교 수학과 4학년 2학기 수와 연산, 측정, 규칙성, 확률과 통계(자료와 가능성) 영역의 문제해결에 나타난 오류를 분석하고 오류의 특징을 파악하여 문제해결, 추론, 의사소통 등의 수학 교과 역량을 기를 수 있는 교수·학습 방법 개선의 방안을 모색하고 수학에 대한 태도를 조사 연구하였다.

2. 연구 문제

본 연구에서는 초등학교 4학년 학생들의 문제해결 과정에서 나타나는 오류를 알아보기 위해 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

- 연구 문제 1. 초등 수학과 4개 영역(수와 연산, 측정, 규칙성, 확률과 통계)
문제해결에서 나타나는 오류는 무엇인가?
- 연구 문제 2. 초등 수학과 4개 영역(수와 연산, 측정, 규칙성, 확률과 통계)
문제해결에서 나타나는 오류를 어떻게 지도할 것인가?
- 연구 문제 3. 1차와 2차 평가 시 학생들의 성취도는 어떠한가?
- 연구 문제 4. 초등 수학과 4개 영역의 오류와 오류를 범한 문항들 사이에는
어떤 관련성이 있는가?
- 연구 문제 5. 수학에 대한 태도와 오류 사이에는 어떤 관계가 있는가?

3. 용어의 정의

본 연구에서 오류란 문제를 해결하는 풀이과정을 설명하지 못하거나, 수학적 개념 미형성으로 인한 오답, 문제 해결 전략을 찾지 못하여 답이 바르지 않은 경우, 잘못된 계산, 문제해결 과정에서 나타난 학생들의 반응을 분류한 것을 의미한다.

4. 연구의 제한점

본 연구는 B광역시 B초등학교 4학년 학생 45명을 대상으로 실시하였으므로 연구대상과 지역적 제한점이 따른다. 연구대상 수나 지역에 제한점이 있지만 수학과 4개 영역 문제해결 과정에서 학생들이 어떤 오류를 범하는지 분석하였으므로 교수·학습 방법 개선의 기초자료로 활용가치가 있다.

II. 이론적 배경

1. 초등 수학과 교육과정

가. 초등학교 수학 교육의 내용

최근 교육과정의 변화를 살펴보면 수학과 5개 영역 중에서 ‘규칙성과 문제해결’의 ‘문제해결’은 과정적 성격을 띄고 있는 것으로 수학 교과 전 영역에서 지도의 필요성으로 인해 ‘문제해결’ 부분을 수학 교과 전 영역으로 재편하면서 영역명을 ‘규칙성’으로 변경하여 2009 개정 교육과정에서 지도되었다.

2017년부터 부분 적용되고 있는 2015 개정 교육과정은 수학과 영역 중 ‘확률과 통계’를 ‘자료와 가능성’으로 영역명 자체에 변화를 주었는데 확률의 기초 개념인 사건이 일어날 가능성에 대한 것이라서 ‘확률’을 ‘가능성’으로 변경하였다. 또한 초등학교에서는 초보적인 영역명을 사용해 왔으므로 통계 영역의 활동이 자료를 처리하는 점에서 ‘통계’ 대신 ‘자료’를 선택하여 ‘자료와 가능성’으로 변경하였다. 그리하여 현재 초등 수학과 영역은 ‘수와 연산’, ‘도형’, ‘측정’, ‘규칙성’, ‘자료와 가능성’의 5개 영역으로 구성되어 있다.

‘수와 연산’ 영역에서는 자연수, 분수, 소수의 개념과 사칙연산을 ‘도형’ 영역에서는 평면도형과 입체도형의 개념, 구성요소, 성질과 공간감각을 ‘측정’ 영역에서는 길이, 시간, 들이, 무게, 각도, 넓이, 부피의 측정과 어림을 다룬다. ‘규칙성’ 영역에서는 규칙 찾기와 비, 비례식을 ‘자료와 가능성’ 영역에서는 수집, 분류, 정리, 해석과 사건이 일어날 가능성을 다룬다. 영역별

내용 체계는 다음 표와 같다.

<표 II-1> 영역별 내용 체계(교육부, 2018A)

영역	핵심 개념	일반화된 지식	학년(군)별 내용 요소			기능
			1~2학년군	3~4학년군	5~6학년군	
수와 연산	수의 체계	수는 사물의 개수와 양을 나타내기 위해 발생했으며, 자연수, 분수, 소수가 사용된다.	• 네 자리 수 이하의 수	• 다섯 자리 이상의 수 • 분수 • 소수	• 약수와 배수 • 약분과 통분 • 분수와 소수의 관계	(수)세기 (수)읽기 (수)쓰기 이해하기 비교하기 계산하기 어림하기 설명하기 표현하기 추론하기 토론하기 문제해결하기 문제만들기
	수의 연산	자연수에 대한 사칙계산이 정의되고, 이는 분수와 소수의 사칙계산으로 확장된다.	• 두 자리 수 범위의 덧셈과 뺄셈 • 곱셈	• 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈 • 자연수의 곱셈과 나눗셈 • 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈 • 소수의 덧셈과 뺄셈	• 자연수의 혼합계산 • 분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈 • 분수의 곱셈과 나눗셈 • 소수의 곱셈과 나눗셈	
도형	평면도형	주변의 모양은 여러 가지 평면도형으로 범주화 되고, 각각의 평면도형은 고유한 성질을 갖는다.	• 평면도형의 모양 • 평면도형과 그 구성 요소	• 도형의 기초 • 원의 구성 요소 • 여러 가지 삼각형 • 여러 가지 사각형 • 다각형 • 평면도형의 이동	• 합동 • 대칭	만들기 꾸미기 그리기 구별하기 분류하기 활용하기 이름짓기 이해하기 채우기 추론하기 설명하기 규칙찾기 조작하기 표현하기 추측하기 확인하기 문제해결
	입체도형	주변의 모양은 여러 가지 입체도형으로 범주화 되고, 각각의 입체도형은 고유한 성질을 갖는다.	• 입체도형의 모양		• 직육면체, 정육면체 • 각기둥, 각뿔 • 원기둥, 원뿔, 구 • 입체도형의 공간 감각	

측정	양의 측정	생활주변에는 시간, 길이, 들이, 무게, 각도, 넓이, 부피 등 다양한 속성이 존재하며, 측정은 속성에 따른 단위를 이용하여 양을 수치화하는 것이다.	• 양의 비교 시각과 시간 • 길이 (cm, m)	• 시간, 길이 (mm, km), 들이, 무게, 각도	• 원주율 • 평면도형의 둘레 넓이 • 입체도형의 겉넓이, 부피	비교하기 구별하기 (시각) 읽기 표현하기 이해하기 계산하기 측정하기 어렵하기 그리기 추론하기 설명하기 활용하기 문제해결
	어림하기	어림을 통해 양을 단순화하여 표현한다.			• 수의 범위 • 어림하기 (올림, 버림, 반올림)	
규칙성	규칙성과 대응	규칙성은 생활주변의 여러 현상을 탐구하는데 중요하며 함수개념의 기초가 된다.	• 규칙 찾기	• 규칙을 수나 식으로 나타내기	• 규칙과 대응비와 비율비례식과 비례배분	배열하기 표현하기 추측하기 규칙찾기 규칙정하기 설명하기 이해하기 확인하기 문제해결
자료와 가능성	자료처리	자료의 수집, 분류, 정리, 해석은 통계의 주요과정이다.	• 분류하기 표 $\bigcirc$, $\times$, /를 이용한 그래프	• 간단한 그림그래프 막대그래프 꺾은선그래프	• 평균 그림그래프 띠그래프, 원그래프	분류하기 (개수)세기 표만들기 그래프 그리기 표현하기 수집하기 정리하기 해석하기 설명하기 이해하기 활용하기 비교하기 문제해결
	가능성	• 가능성을 수치화하는 경험은 확률의 기초가 된다.			• 가능성	

나. 수학 교과 역량

1990년대 후반 이후 수학교육의 세계적 흐름은 미래 사회에 필요한 수학적 소양을 쌓는 것을 중요시 하였다. 그리하여 우리나라에서도 제7차 교육과정에서는 ‘수학적 힘의 신장’, 2007 개정 교육과정에서는 ‘수학적 사고력과 의사소통 능력 신장’을 강조하였다. 2009 개정 교육과정에서는 ‘수학적 과정’을 2015 개정 교육과정에서는 수학교과를 통해 신장시키려고 하는 ‘수학 교과 역량’을 제시하고 있다. 수학 교과 역량은 문제해결, 추론, 의사소통, 창의·융합, 정보처리, 태도 및 실천의 6가지를 제시하고 있다.

<표 II-2> 수학 교과 역량(교육부, 2018A)

교과 역량	교과 역량의 의미	하위 요소
문제해결	해결 방법을 알지 못하는 문제 상황에서 수학의 지식과 기능을 활용해 해결 전략을 탐색하고 최적의 해결 방안을 선택하여서 주어진 문제를 해결하는 능력	-문제이해 및 전략 탐색 -계획실행 및 반성 -협력적 문제해결 -수학적 모델링 -문제 만들기
추론	수학적 사실을 추측하고 논리적으로 분석, 정당화하며 그 과정을 반성하는 능력	-관찰과 추측 -논리적 절차 수행 -수학적 사실 분석 -정당화 -추론 과정의 반성
의사소통	수학 지식이나 아이디어, 문제 해결 과정, 수학적 활동의 결과, 신념과 태도 등을 말이나 글, 기호, 그림으로 표현하고 다른 사람의 아이디어를 이해하고자 하는 능력	-수학적 표현의 이해 -수학적 표현의 개발 및 변환 -자신의 생각 표현 -타인의 생각 이해

창의 · 융합	수학의 지식과 기능을 토대로 하여 새로운 의미 있는 아이디어들을 다양하고 풍부하게 산출하고 정교화함. 수학적 지식, 기능, 경험을 연결하거나 다른 교과나 실생활의 지식, 기능, 경험을 수학교과와 연결·융합하여 새로운 지식, 기능, 경험을 생성하고 문제를 해결하는 능력	-독창성 -유창성 -융통성 -정교성 -수학 내적 연결 -수학 외적 연결 및 융합
정보 처리	다양한 정보와 자료를 수집·정리·분석·해석·활용하고 적절한 공학적 도구나 도구를 선택·이용하여 정보와 자료를 효과적으로 처리하는 능력	-자료와 정보 수집 -자료와 정보 정리 및 분석 -정보 해석 및 활용 -공학적 도구 및 교구 활용
태도 및 실천	수학의 가치를 인식하고 자주적인 수학 학습 태도와 민주시민 의식을 갖추어 실천하고자 하는 능력	-가치 인식 -자주적 학습 태도 -시민 의식

2. 문제해결

문제해결은 해결 방법을 알지 못하는 문제 상황에서 수학의 지식과 기능을 활용해 해결 전략을 탐색하고 최적의 해결 방안을 선택하여서 주어진 문제를 해결하는 능력을 말하는 것이다.

가. 우리나라의 문제해결 교육

오래 전부터 교육의 중요한 목표중 하나가 문제해결력 신장이었다. 미국에서는 1930년대부터 수학적 문제해결력에 관한 연구가 시작되어 1980년에는 기초기능으로서 문제해결력에 대한 관심이 높아지기 시작하였다.

우리나라에서는 제3차 수학과 교육과정에서 도입되었던 ‘수학교육 현대

화'의 내용이 제4차 교육과정 개정 시 지나치게 어려운 내용보다 수학의 기초 기능을 배양하고, 문제해결력을 신장시키기에 관심을 갖게 되었다. 그리하여 초등학교 수학 교과서에서는 '여러 가지 문제' 단원이 새로 설정되어 문제해결력을 신장하고자 하였다. 제5차 수학과 교육과정에서도 문제해결력의 신장을 강조하였고, 제6차 수학과 교육과정에서는 구체적으로 문제해결력 신장을 위하여 지도내용, 지도전략, 방법 등을 구체적으로 제시하여 지도에 적극성을 지니게 되었다. 제7차 교육과정에서는 여전히 문제해결을 강조하여 더욱 발전적으로 제시하였고, 학습자의 능동적인 학습활동을 중시하였다. 2007 개정 교육과정에서는 '문자와 식', '규칙성과 함수'의 영역을 통합하여 '규칙성과 문제해결' 영역으로 재구성하여, 영역 명에 '문제해결'이라는 용어를 직접적으로 사용하여 중요성을 더욱 강조하였다. '문제해결' 부분은 과정적 성격을 띄고 있는 것으로 수학 교과 전 영역에서 지도되어야 한다는 취지에서 2009 개정 교육과정에서는 '규칙성과 문제해결' 영역을 '규칙성'으로 변경하였다. 2015 개정 교육과정에서는 문제해결이 수학 교과 역량으로 제시되어 강조되고 있다(강완 외, 2014).

<표 II-3> 교육과정과 문제해결(강완 외, 2014)

교육과정	문제해결 관련 내용
제1차 수학과 교육과정	-경험 중심의 생활단원 구성
제2차 수학과 교육과정	-교과 중심 교육과정 -1차에 비하여 체계적인 면모
제3차 수학과 교육과정	-학문중심 교육과정 -내용영역 5개로 구분(수, 연산, 관계, 도형, 측도)
제4차 수학과 교육과정	-수학 기초 기능 배양 -문제해결력, 계산 능력 내용 강화
제5차 수학과 교육과정	-문제해결력과 기초 학력 중시 -산수 익힘책 제공

제6차 수학과 교육과정	-지도 내용면에서 문제해결의 전략, 내용, 방법을 밝혀 문제해결력 지도에 적극성 지님 -교과명 산수에서 수학으로 바뀜
제7차 수학과 교육과정	-문제해결 계속 강조, 발전적 제시
2007 개정 교육과정	-새로운 영역 '규칙성과 문제해결' 생김
2009 개정 교육과정	-영역명을 '규칙성과 문제해결'에서 '규칙성'으로 바꾸고 문제해결 전 영역에서 강조함
2015 개정 교육과정	-‘문제해결’을 수학 교과 역량에 제시하여 강조

나. 문제해결 과정

수학적 사고의 교육에 유용한 연구를 많이 한 헝가리 수학자 Polya는 문제해결 사고과정을 1단계 문제의 이해, 2단계 계획의 수립, 4단계 계획의 실행, 4단계 반성으로 제시하였다. 이러한 4단계의 발문과 권고들의 효과적인 지도를 위해서는 교사가 문제해결 활동 과정에서 자연스럽게 적절한 발문과 권고가 떠오르도록 사고가 습관화 되어 있어야 할 것이다. 문제해결의 4단계는 다음과 같다(G.Polya(저), 우정호(역) 1986).

1) 문제의 이해 단계

: 문제를 이해하여야 한다.

- ▶미지수인 것은 무엇인가? 조건은 무엇인가? 자료는 무엇인가?
- ▶조건은 만족될 수 있는가? 미지인 것을 결정하기에 충분한가? 불충분한가?
- ▶그림을 그려 보아라. 적절한 기호를 붙여라.
- ▶조건을 여러 부분으로 분해하여라.

2) 계획의 수립 단계

: 미지인 것과 자료 사이의 관계를 찾아보아라. 즉각적으로 그런 관계

가 발견되지 않는다면 보조 문제를 고려해 보자. 궁극적으로 풀이에 대한 계획을 작성하여라.

- ▶ 전에 그런 문제를 본 일이 있는가? 유사한 형태의 문제라도 본 적이 있는가?
- ▶ 관련된 문제를 알고 있는가? 유용하게 쓰일 정리를 알고 있는가?
- ▶ 미지의 것을 살펴봐라. 친숙한 문제 중 미지인 것이 같은 경우, 유사한 문제를 생각해 보아라.
- ▶ 풀어본 문제 중 관련된 문제가 있다면 그것을 활용할 수 있을까? 그 결과를 활용 가능할까? 그 방법을 활용 가능할까? 어떤 보조 요소를 도입하면 그것을 활용 가능할까?
- ▶ 문제를 다르게 진술할 수 있을까? 조금 더 다르게 진술 가능할까? 정의로 되돌아 가 보자.
- ▶ 만일 제기된 문제를 풀 수 없을 경우, 어느 정도 그와 관련된 문제를 먼저 풀어보아라. 좀 더 접근하기 쉬우면서 관련된 문제를 생각할 수 있는가? 좀 더 일반적인 문제는? 부분적으로 문제를 풀 수 있는가? 조건 가운데 다른 것은 버리고 일부분만 남겨보자. 그랬을 때 미지인 것은 어느 정도인가? 무언가 유용한 것을 자료로부터 이끌어 낼 수 있을까? 적절한 다른 자료를 생각하여 미지인 것을 결정할 수 있을까? 새로운 자료와 새로운 미지인 것을 서로 더 가깝게 되도록 하기 위해 자료나 미지의 것을 또는 필요하다면 두 가지 모두 변형이 가능할까?
- ▶ 자료와 조건은 모두 사용했는가? 문제에 포함된 핵심 개념은 고려했는가?

3) 계획의 실행 단계

: 계획을 실행하여라.

- ▶ 계획을 실행하고 각 단계를 점검하여라. 매 단계가 바른지 명확히 알

수 있는가? 옳다는 것을 증명할 수 있을까?

4) 반성의 단계

: 얻어진 풀이를 점검하여라.

▶결과나 논증 과정을 점검할 수 있는가?

▶결과를 다른 방법으로 유도해 낼 수 있는가? 그것을 한 눈에 알 수 있는가?

▶결과나 방법을 어떤 다른 문제에 활용할 수 있는가?

다. 문제해결을 위한 사고 전략

: 문제해결 사고 전략이란 문제해결에 도움이 되는 일반적 절차, 해법의 단서가 되는 생각이나 발견의 실마리를 얻도록 하는 방책 등을 뜻하는데 1983년 렌치너(Lenchner)에 의한 문제해결 전략은 다음 표와 같다.

<표 II-4> 문제해결 전략 (강완 외, 2014)

전 략	내 용
그림이나 도표로 그리기	▶문제를 읽고 난 후 문제를 풀기 위해 자기 나름의 그림, 도표로 문제의 내용을 나타내 보는 방법
규칙성 찾기	▶문제에서 주어진 조건을 분석해 어떤 규칙성을 찾고, 그 규칙성을 이용해 계산함으로써 문제를 해결하는 전략
체계적인 목록 만들기	▶문제에서 주어진 정보들을 체계적인 목록으로 조직하는 것으로 똑같은 사고활동의 반복을 피하게 하며, 문제 구조를 한 눈에 쉽게 알아볼 수 있게 해 준다.
표 만들기	▶문제에서 주어진 정보를 표로 나타내 봄으로써 문제구조를 일목요연하게 볼 수 있고, 답을 직접 구할 수도 있는 중요한 사고 전략
문제를	▶주어진 문제를 좀 더 단순한 구조를 가진 문제로 변형하

단순화하기	여 해결하고, 이 해결과정을 본 문제에 적용하는 방법이다. 다른 방법으로는 주어진 문제를 몇 개의 부분적 문제로 분해한 후 이들을 해결하고, 이를 바탕으로 하여 원래의 문제를 해결하는 전략
추측하고 점검하기	▶ 합리적 추측 후 그 결과를 검토함으로 문제해결에 도움이 되는 단서를 구하는 사고 전략이다. 잘못된 추측으로 결과가 바르게 나오지 않았을 경우에도 유용한 단서를 얻을 수 있는 장점
실험해 보기	▶ 공간적 관계나 기하학적인 형태를 포함한 문제를 해결할 때 구체적 사물을 이용한 조작 실험을 해 봄으로써 문제 해결에 도움을 얻는 사고 전략
실제로 해 보기	▶ 문제해결에 필요한 절차 또는 문제 장면의 시각화가 어려울 때 문제 장면을 실제로 실행해 보는 것으로 문제 장면의 대상들을 직접 사용 또는 대상을 다른 것으로 바꿔 실행해 보는 것으로 직접 답을 얻거나 다른 전략의 발견 유도가 가능한 사고 전략
거꾸로 풀기	▶ 수학적 절차의 결과나 답을 아는 상태에서 문제의 최초 주어진 조건을 구해야 하는 문제해결 과정에 유용한 사고 전략
식 세우기	▶ 방정식, 부등식을 만들어 풀어 봄으로써 문제를 쉽게 해결하는 사고 전략
논리적으로 추론하기	▶ 결론에 도달할 때 논리적 추론 과정을 통하는 사고 전략으로 가능성 있는 해법에 대해 모두 점검하여 불가능한 해법을 제거해서 하나의 가능한 해법에 도달할 때까지 차례로 한 단계씩 고찰해 가는 사고 전략
관점을 바꾸어 보기	▶ 해에 접근하기 위해 부정확한 가정에 집착하거나 유일한 방법만을 생각하는 ‘사고의 고착화’가 발생할 때 문제를 다시 읽고 기존의 관점을 바꾸어 해결하는 사고 전략

3. 수학의 오류

가. 오류의 특성

오류에 대한 연구는 학생들이 어떻게 이해하며 사고하는지를 파악할 수 있고, 이를 통하여 교사와 학생은 효율적인 교수학습을 통해 수학교육의 목적을 이룰 수 있으므로 오랜 역사를 지니고 있다.

수학적 지식에 대하여 잘못된 이해를 바탕으로 한 학생들의 문제 풀이 과정에서 나타나는 오류는 나름의 규칙을 지니게 된다. 그러므로 수학적 오류는 문제의 풀이 과정과 문제에서 주어진 자료를 기존 지식과의 연결로 자기만의 지식을 형성·유지시키기 위한 학생들의 지식구성 시도라고 생각할 수 있을 것이다. 또한 수학적 오류는 수학적 지식에 대하여 단순한 장애가 아닌 합당하고 형식적인 근거를 가진 사고 체계라 할 수 있으며, 반복적이며 분명한 형태를 취한다(박신정, 2006; 채정화, 2003).

연구자들에 의해 밝혀진 오류의 공통된 특성은 오류들은 교사에 의해 어느 기간 동안 탐지되지 않고 남아 있기 때문에 종종 놀라운 것이며, 학생들의 세상에 대한 지식, 기억하기 손쉬운 특이한 부호의 사용들을 반영하기 때문에 종종 매우 지속적인 것이다. 또한 오류들은 체계적이거나 임의적일 수 있다. 전자는 내재하는 정신 과정들을 나타내는 데에는 훨씬 더 효과적이지만 부주의와 종종 하는 실수에 의한 임의적 오류, 체계적 오류와 혼동하지 않도록 주의를 기울여야 한다. 종종 오류들은 의미를 무시하여 틀린 것이 문제시 되지 않는 경우도 있다.

나. 오류의 원인

학생들의 오개념 형성 요인을 내적요인·외적요인으로 나누면 다음과 같다. 먼저 내적요인으로 첫째, 학생의 지각 특성과 관련된 요인이다. 학생들은 처해진 환경 안에서 관찰에 의해 지각되는 것에 대해 우선적으로 생각하고자 하는 경향이 있다. 학생의 지식 체계와 가르치고자 하는 내용의 관련성은 학습에 커다란 영향을 끼치게 되는데 관찰에 의한 것들을 우선시하는 학생의 지각 특성으로는 자신의 지식 체계 내에서 교사의 설명을 관련 있는 요소로 받아들이기 힘들기 때문에 잘못된 오개념을 형성하는 하나의 요인이다. 둘째, 학생의 논리적 추론 특징에 따른 요인이다. 학생들은 모든 현상, 의미를 직관적으로 보고 해석하는 경향이 있으며, 관찰 결과에 대해 깊이 생각함이 없이 상식적인 생각에 의존해 성급한 결론을 이끌어 내거나, 일반화 하려는 경향이 있다. 학생들의 이런 논리적 추론 특징은 수학적 오개념을 형성하는 하나의 요인이 될 수 있다. 다음은 외적요인으로 첫째, 교과서에 의한 오개념이다. 수학자들이 집필한 지식 체계 구조와 학생들의 지식 체계 구조는 많은 차이를 보이고 있다. 따라서 교과서 집필자들이 진술한 교과서 개념 구조는 학생들의 지식 체계와 상당한 차이를 보여 학생들이 쉽게 받아들이는데 많은 어려움이 있을 것이다. 이런 교과서의 개념 구조와 학생들의 지식 체계의 차이로 인해 학생들의 오개념이 형성될 수 있다. 둘째, 교사에 의한 오개념이다. 학생들은 수학 내용을 교과서를 통해 학습하기도 하지만, 대부분의 개념은 교사·학생간의 교수학습 활동을 통하여 획득하게 된다. 즉, 학생들의 인지 능력과 상관없이 교사의 잘못된 개념이 직접적으로 학생의 잘못된 개념 형성에 영향을 주게 된다(김영아, 2011; 이경미, 2007; 이부연, 2003)

다. 오류의 분석 방법

오류 분석에 관한 연구는 산술 분야, 주로 대수적 기술을 성취하는 과정에서 조사가 많이 이루어졌으며 많은 연구자들이 수학적 사고에서 사고 과정의 특성에 대한 추론을 하는 수단으로서 널리 사용해왔다.

1990년 Greer & Mulhern는 수학에서 오류에 관한 연구의 문헌을 통해서 다양한 접근 방법들을 다음과 같이 제시하였다(박아영, 2012, 재인용).

첫째, 다양한 문제에 대하여 오답의 ‘개수’를 조사하는 것으로 제한된 진단 값을 갖는 이런 접근은 심리 접근과 유사하다.

둘째, 발생한 오류 ‘형태’의 분석으로 이런 기술은 오류의 여러 형태를 분류하고 오류 형태가 정답으로부터 얼마만큼 벗어나 있는지를 점검하며, 어떤 요인에 의하여 오류가 발생하는지에 대한 추론 등을 포함한다.

셋째, 오류 유형의 분석인데 이것은 오개념의 징후가 되는 체계적 오류를 밝힐 수 있으며 다양한 과제로부터 이끌어낸 오류 유형은 사용되어지고 있는 전략에 대해 실마리를 가져다 줄 수 있다.

넷째, 개인차에 따라 오류를 이끌어 내는 것으로 여기서 연구자들은 개인차에 의해서 발생한 오류 유형을 관찰하고, 이들의 오류 원인에 대해 추측하며, 비슷한 오류의 발생을 예언하는 새로운 문제를 체계적으로 구성한다.

교사들은 시험의 결과로는 적절한 치유 활동을 제안할 수 없으므로 1983년 가비올리(Devincenzo-Gavioli)는 학생들의 오류를 진단하는 기술로 4가지를 제시하였다(최진숙, 2003, 재인용).

첫째, 한 가지 예의 풀이 조사로 학생들의 오류를 나타내지 못하기 때문에 적어도 특별한 타입의 3가지 예를 조사하는 것이 좋다.

둘째, 학생들에게 가능한 많은 계산을 기록, 제출하는 시험과 숙제를 경

험하게 한다는 것이다. 쓰는 계산은 늘 필요하지는 않지만, 그런 경험은 다양한 선택 경험의 좋은 기회가 되며, 다양한 선택시험을 실시할 때 학생들이 쓴 계산은 오류 패턴에 대한 풀이를 분석할 수 있는 기회를 제공해 주기 때문이다.

셋째, 잘못된 알고리즘은 종종 오답을 만들 수 있으므로, 답에 대하여 정확정보다 계산의 중요성을 강조하는 것이다.

넷째, 수학적 과정에 대하여 학생들이 풀이하는 설명에 주의를 기울이라는 것이다. 올바른 계산도 종종 잘못된 추론을 형성할 수 있으므로 경청의 자세는 매우 도움이 되기 때문이다.

4. 선행연구

수학교육에서 오류에 대한 연구를 통해 학생들의 인지 능력을 파악하고, 효과적인 교수·학습을 할 수 있기 때문에 오류 관련 연구는 오랜 역사를 지니고 있다. 그래서 오류 분석에 관한 연구는 많이 이루어져 왔는데 세부적인 오류의 범주를 살펴보면 거의 비슷한 내용이라는 것을 알 수 있다. 그 중에서 몇 가지 연구의 오류 분석 모형을 다음과 같이 정리할 수 있다.

<표 II-5> 선행연구들에서 제시한 오류의 모형 (장정희, 2017)

연구자	오류의 모형
Corte(1993)	▶ 방정식의 개념과 미지수와 관련된 오류 ▶ 연산 순서 선택의 오류 ▶ 방정식의 양변에 같게 적용되는 대수적 변형으로 만들어진 오류 ▶ 새로운 방정식을 적을 때의 오류 ▶ 수치 연산에서의 오류

우현철(2000)	▶ 전략 선택의 오류 ▶ 처리 기술의 오류 ▶ 반서의 미실행	▶ 이해의 오류 ▶ 애매모호한 오류
김차숙(2003) 최선옥(2006) 최영우(2007)	▶ 이해의 오류 ▶ 요구되지 않은 해답	▶ 처리 기술의 오류 ▶ 애매한 오류
김신규(2004)	▶ 풀이 시작을 못하는 경우 ▶ 풀이 절차의 오류 ▶ 논리적으로 부적절한 추론 ▶ 부정확하거나 공식을 몰라 사용하는 오류	▶ 연산 관련 오류 ▶ 개념적 오류
김세훈(2007)	▶ 이해의 오류 ▶ 요구되지 않은 해답	▶ 기술의 오류
이수경(2008)	▶ 대수적 표현의 이해와 변형에 따른 오류 ▶ 산술 계산에서의 오류 ▶ 풀이 방법에 따른 오류 ▶ 해의 의미와 표현에서의 오류 ▶ 애매한 오류	

III. 연구방법 및 절차

1. 연구 대상

B광역시에 소재한 B초등학교 4학년 2개 학급 45명(남 25명, 여 20명)을 연구대상으로 하였다. 대상 학생들은 D급지의 교육력제고 학교의 학생들로 학력 수준과 가정의 사회적, 경제적 수준이 B광역시에 소재한 타 학교의 학생들에 비해 낮은 편이다.

2. 연구 도구

가. 문제해결

초등학교 4학년 학생들의 문제해결 과정에서 나타나는 오류를 알아보기 위하여 사용한 평가지는 부산광역시 교육청 CANDI 문제은행의 문항으로 학교의 평가 계획에 맞게 구성한 수행평가 문항지이다.

수학과 5개 영역 중에서 도형 영역을 제외한 수와 연산, 측정, 규칙성, 확률과 통계(자료와 가능성) 영역을 평가하였다. 각각 학년군의 수학 영역별 도달해야 하는 성취기준이 있는데 문항은 이 성취기준을 중심으로 하여 분류하였다. 또한 평가지에도 성취기준 번호가 제시되어 있는데 각 영역의 성취기준 번호의 의미는 아래 표와 같다.

<표 III-1> 성취기준 번호의 의미

성취기준 번호	성취기준 번호의 의미
수12345-6	1 학년군을 의미, 4이면 3, 4학년군
	2 수학과 영역 표시, 1이면 첫 번째 수와 연산 영역
	34 2자리로 수와 연산 영역 중 지도내용, 07은 소수
	5 단원의 성취기준 중에서 순서, 2이면 두 번째 성취기준
	6 문항지가 여러 개 있을 때 : 성취기준이 소수의 덧셈과 뺄셈에 관한 것이면 덧셈과 뺄셈 각각 분리하여 평가

성취기준 번호		의미	성취기준 내용
수41072	수41072-1~5	4학년, 수와 연산영역, 소수 지도내용, 두 번째 성취기준, 5문제	▶자릿값의 원리를 바탕으로 소수 두 자리 수와 소수 세 자리 수를 이해하고 읽고 쓸 수 있다.
수41073	수41073-1~4	4학년, 수와 연산영역, 소수 지도내용, 세 번째 성취기준, 4문제	▶소수 두 자리 수, 소수 세 자리 수의 크기를 비교할 수 있다.
수41082-1	수41082-1-1~3	4학년, 수와 연산영역, 분수의 덧셈과 뺄셈 지도내용, 두 번째 성취기준, 덧셈관련, 3문제	▶소수 두 자리 수의 범위에서 소수의 덧셈의 계산 원리를 이해하고 그 계산을 할 수 있다.
수41082-2	수41082-2-1~3	4학년, 수와 연산영역, 분수의 덧셈과 뺄셈 지도내용, 두 번째 성취기준, 뺄셈관련, 3문제	▶소수 두 자리 수의 범위에서 소수의 뺄셈의 계산 원리를 이해하고 그 계산을 할 수 있다.
수43062	수43062-1~3	4학년, 측정영역, 어렵하기 지도내용, 두 번째 성취기준, 3문제	▶어림값을 구하기 위한 방법으로 반올림, 올림, 버림의 의미와 필요성을 알고, 이를 실생활에 이용할 수 있다.
수44022	수44022-1~3	4학년, 규칙성 영역, 규칙과 대응 지도내용, 두 번째 성취기준, 3문제	▶두 양 사이의 대응관계를 나타낸 표에서 규칙을 찾아 설명하고, □, △를 사용하여 식으로 나타낼 수 있다.

수45022	수45022 -1~3	4학년, 확률과 통계(자료와 가능성)영역, 막대그래프와 꺾은선그래프, 두 번째 성 취기준, 3문제	▶연속적인 변량에 대한 자료를 수집하여 꺾은선그래프로 나타 낼 수 있다.
--------	----------------	---	--

나. 수학에 대한 태도

수학에 대한 태도 설문지는 Dobbis가 제작한 수학 태도 측정 도구를
번안하여 사용하였다(D. J. Dubois, 1990).

3. 분석 방법 및 절차

본 연구는 B초등학교 4학년 학생 45명을 대상으로 평가지에 대한 조사를
다음과 같이 실시하였다.

첫째, 수학과 4개 영역 동일한 24문항을 1차와 2차에 걸쳐 실시하였다. 1
차 평가는 학교 평가 계획에 따라 2학기 일정에 맞게 2017년 9월부터 12월
까지 실시하였다. 2차 평가와 수학에 대한 태도 설문은 2018년 2월에 실시
하였다.

둘째, 평가지의 오답을 분류하고, 각 항목별 오답을 분석하였다.

셋째, 오답을 분석하여 선수학습, 본 학습, 후속학습의 연관성과 시간의
흐름에 대한 성취도를 파악하였다.

넷째, 수학에 대한 태도 설문을 통해 오답과의 연관성을 살펴보았다.

IV. 연구의 결과 및 분석

본 연구 분석에서는 영역별 오류, 1차, 2차에 대한 오류, 문항별 연관성에 대한 오류, 수학에 대한 태도 순으로 구분하여 분석하였다. 그리고 성취기준 수41072 등은 <표 III-1>에 제시한 내용을 의미한다.

1. 영역별 오류 분석

가. 수와 연산 영역

1) 성취기준 수41072

성취기준	자릿값의 원리를 바탕으로 소수 두 자리 수와 소수 세 자리 수를 이해하고 읽고 쓸 수 있다.
------	---

성취기준 수41072는 자릿값의 원리를 바탕으로 소수 두 자리 수와 소수 세 자리 수를 이해하고 읽고 쓸 수 있는 것을 통하여 분모가 100, 1000인 분수를 소수로 나타낼 수 있고, 0.1, 0.01, 0.001 사이의 관계를 설명할 수 있는지를 알아보는 것이다.

이 성취기준을 통하여 학생들은 문제해결력, 추론능력, 창의·융합, 수학적 의사소통 능력이 향상될 것이다.

가) 성취기준 수41072-1

성취기준 수41072-1은 소수 세 자리 수를 읽을 수 있고, 소수 각 자리값에 대한 이해도를 묻는 질문이다. 정답을 제시한 학생이 1차에서 약 98%, 2차

에서 약 91%였다. 오답내용을 보면 소수의 개념 미형성으로 소수 세 자리 수를 읽지 못하는 학생이 1차에서 1명이었다. 그러나 2차에서는 소수 자릿값을 알지 못하는 학생이 2명, 계산과정의 오류로 인한 오답이 2명이었다.

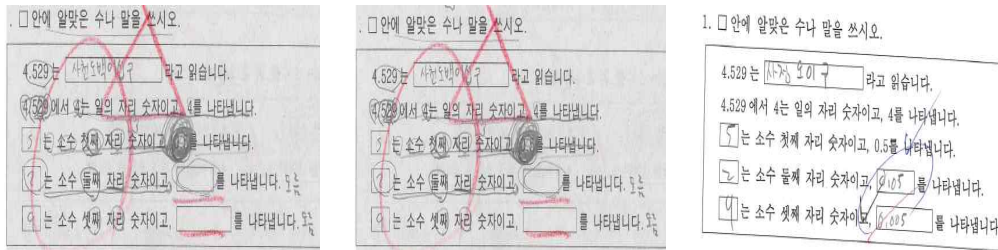
소수 두 자리 수와 세 자리 수를 읽지 못하는 경우에는 소수 한 자리 수를 읽고 쓸 수 있는지 확인하고, 이를 충분히 이해하도록 한 후에 수학을 활용하여 소수 두 자리 수, 세 자리 수를 읽고 쓰도록 지도할 필요성이 있다.

<표 IV-1> 성취기준 수41072-1에 대한 분석

문항 1	☐ 안에 알맞은 수나 말을 쓰시오. 4.529는 라고 읽습니다. 4.529에서 4는 일의 자리 숫자이고, 4를 나타냅니다. ☐ 는 소수 첫째 자리 숫자이고, 0.5를 나타냅니다. ☐ 는 소수 둘째 자리 숫자이고, 를 나타냅니다. ☐ 는 소수 셋째 자리 숫자이고, 를 나타냅니다.				
	1차		2차		전체
정·오답	정답	오답	정답	오답	
	44(97.8%)	1(2.2%)	41(91.1%)	4(8.9%)	45(100%)

오답 내용	빈도	
	1차	2차
소수의 개념 미형성으로 소수 두 자리 수와 소수 세 자리 수를 읽을 수 없음	1(100%)	.
소수 자릿값 알지 못함	.	2(50%)
계산과정의 오류	.	2(50%)

다음 그림은 실제 학생들이 답안지에 서술한 내용이다.



<그림 IV-1> 성취기준 수41072-1에 대한 반응

나) 성취기준 수41072-2

이 문항은 분모가 100인 분수를 소수로 나타내고, 읽을 수 있는지를 확인하는 것으로 분수와 소수 사이의 관계를 이해해야 해결할 수 있는 문제이다. 이 문제를 해결한 학생은 1차에서 약 29%, 2차에서 25% 정도였다.

문제를 해결하지 못한 학생의 대다수가 분수와 소수의 관계 및 소수 자릿값의 이해가 미흡하였다. 특히 자연수가 포함되는 대분수를 소수로 바꾸는 부분에서 실수가 많았다.

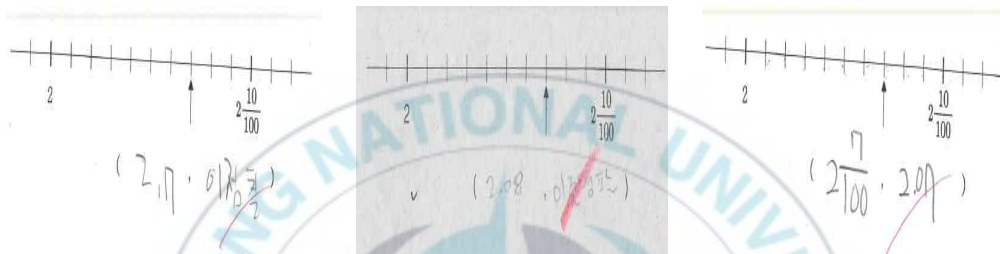
소수에서 0이 포함된 수들, 2.012, 2.102와 같은 소수를 표기하는 것을 힘들어하는 학생들에게 0이 없는 예를 먼저 충분히 익히게 한 후 문항 2와 유사한 문제를 지도할 경우 학습효과가 있을 것으로 보인다.

<표 IV-2> 성취기준 수41072-2에 대한 분석

문항 2	화살표에 해당하는 분수를 소수로 나타내고, 읽으시오.				
정·오답	1차		2차		전체
	정답	오답	정답	오답	
	13(28.9%)	32(71.1%)	11(24.4%)	34(75.6%)	45(100%)

오답 내용	빈도	
	1차	2차
분수와 소수의 관계 및 소수 자릿값의 이해 미흡	30(93.8%)	29(85.3%)
단순 실수	1(3.1%)	0
무응답	1(3.1%)	2(5.9%)
요구되지 않은 답	0	3(8.8%)

다음 그림은 실제 학생들이 답안지에 서술한 내용이다.



<그림 IV-2> 성취기준 수41072-2에 대한 반응

다) 성취기준 수41072-3

분모가 1000인 분수를 소수로 나타내고 읽을 수 있는지 알아보는 문항으로 분수와 소수의 관계를 정확하게 이해하고 정답을 제시한 학생이 1차에서 약 51%, 2차에서 약 42%였다.

오답내용을 보면 분모가 1000인 분수와 소수의 관계를 정확하게 이해하지 못하는 학생이 1차에서 19명, 2차에서 21명으로 대부분이었다. 즉 어떤 두 소수 사이에 세 번째 소수를 만들 수 있는 것에 대한 이해가 부족하였다. 또한 문제를 정확하게 해결하고 요구되지 않은 답을 제시한 학생이 1차에서 2명, 2차에서 3명 있었다.

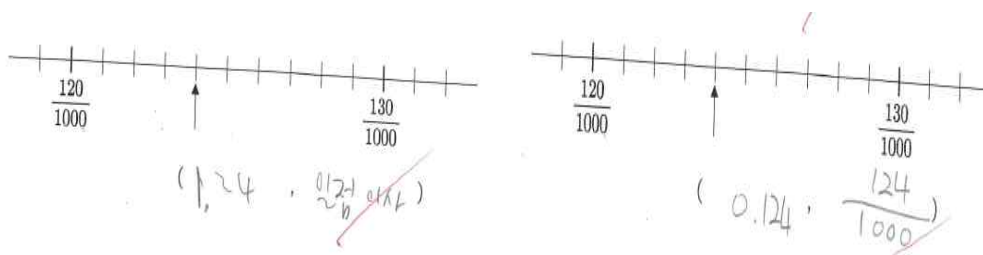
연속되는 소수 두 자리 수의 사이를 10등분하면 소수 세 자리 수가 되는 것에 대한 이해가 부족한 학생에게는 먼저 분수로 나타낸 다음 소수로 바꾸게 하는 방법을 적용한다. 많은 학생들이 그냥 눈으로 한 번 보고 바로

소수로 나타내는 과정에서 실수가 많고, 분수로 제시된 수직선에서 일정 지점을 분수로 나타내는 것을 더 쉽게 이해하는 경향이 있기 때문이다. 그런 다음에 소수 사이의 관계 1, 0.1, 0.01, 0.001 사이의 관계를 정확하게 이해할 수 있도록 한다.

<표 IV-3> 성취기준 수41072-3에 대한 분석

문항 3	화살표에 해당하는 분수를 소수로 나타내고, 읽으시오. 				
정 · 오답	1차		2차		전체
	정답	오답	정답	오답	
	23(51.1%)	22(48.9%)	19(42.2%)	26(57.8%)	45(100%)
오답 내용			빈도		
			1차	2차	
분수와 소수의 관계 및 소수 사이의 관계 이해 미흡			19(86.4)	21(80.8%)	
요구되지 않은 답			2(9.1%)	3(11.5%)	
무응답			1(4.5%)	2(7.7%)	

다음 그림은 실제 학생들이 답안지에 서술한 내용이다.



<그림 IV-3> 성취기준 수41072-3에 대한 반응

라) 성취기준 수41072-4

이 문항은 세 자리 수 소수를 이해하고 알 수 있는지를 알아보는 것으로 1차에서 약 73%, 2차에서 약 67%의 학생들이 정답을 제시하였다. 오답을 제시한 대부분의 학생들이 세 자리 수 소수를 이해하나 요구되지 않은 답을 제시한 학생이 1차에서 9명, 2차에서 13명이었다. 세 자리 수 소수에 대한 이해가 부족한 학생도 1차에서 1명, 2차에서 2명 있었다.

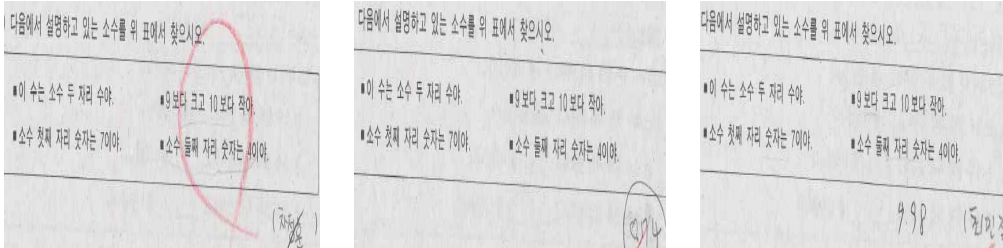
요구되지 않은 답을 제시한 학생들은 문제에서 요구하는 것을 정확하게 이해하여 풀이하였으나 소수로 제시하라고 한 것을 학생 이름으로 제시하였다. 이런 오류를 줄이기 위해 문제를 읽을 때 제시하라고 하는 방법에 밑줄을 치거나, 풀이한 다음에 정답 제시 조건을 확인한 후 답을 적는 습관을 기를 수 있게 한다.

<표 IV-4> 성취기준 수41072-4에 대한 분석

문항 4	다음에서 설명하고 있는 소수를 위 표에서 찾으시오.				
	- 이 수는 소수 두 자리 수야. 9 보다 크고 10 보다 작아. - 소수 첫째 자리 숫자는 7이야. 소수 둘째 자리 숫자는 4이야.				
정 · 오답	1차		2차		전체
	정답	오답	정답	오답	
	33(73.3%)	12(26.7%)	30(66.7%)	15(33.3%)	45(100%)

오답 내용	빈도	
	1차	2차
세 자리 수 소수 이해하나 요구되지 않은 답	9(75.0%)	13(86.7%)
세 자리 수 소수에 대한 이해 부족	1(8.3%)	2(13.3%)
기록 실수	1(8.3%)	0
무응답	1(8.3%)	0

다음 그림은 실제 학생들이 답안지에 서술한 내용이다.



<그림 IV-4> 성취기준 수41072-4에 대한 반응

마) 성취기준 수41072-5

세 자리 수 소수를 알고, 그 소수의 크기를 이해하는 지를 알아보는 문항으로 정답을 제시한 학생이 1차에서 약 84%, 2차에서 약 96%였다. 답을 전혀 제시하지 못한 학생이 4명으로 가장 많았는데, 이 학생들은 문제 자체에 대한 이해가 부족하여 문제해결 방법을 전혀 찾지 못하였다. 세 자리 수 소수에 대한 이해가 부족한 학생이 1, 2차 각각 2명이었다.

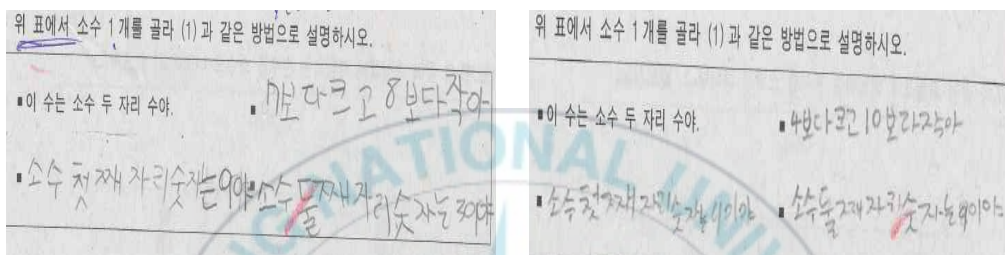
문제를 이해하지 못한 학생들은 전반적으로 다른 교과에서도 이해력이 낮아 문제해결이 원만하지 못한 것을 볼 수 있었다. 이런 학생들은 먼저 이해력을 높이기 위한 다양한 방법이 우선 되어야겠다.

<표 IV-5> 성취기준 수41072-5에 대한 분석

문항 5	위 표에서 소수 1 개를 골라 (1) 과 같은 방법으로 설명하시오. ▪ 이 수는 소수 두 자리 수야. ▪ ▪ ▪				
정 · 오답	1차		2차		전체
	정답	오답	정답	오답	
	38(84.4%)	7(15.6%)	43(95.6%)	2(4.4%)	45(100%)

오답 내용	빈도	
	1차	2차
문제 이해하지 못함	4(57.1%)	0
세 자리 수 소수에 대한 이해 부족	2(28.6%)	2(100%)
세 자리 수 소수 이해하나 요구되지 않은 답	1(14.3%)	0

다음 그림은 실제 학생들이 답안지에 서술한 내용이다.



<그림 IV-5> 성취기준 수41072-5에 대한 반응

2) 성취기준 수41073

성취 기준	소수 두 자리 수, 소수 세 자리 수의 크기를 비교할 수 있다.
----------	-------------------------------------

성취기준 수41073은 자릿값의 원리를 바탕으로 소수 두 자리 수와 소수 세 자리 수의 크기를 비교하고, 그 방법을 설명할 수 있는 것인지 알아보는 것이다.

자연수 체계의 확장이 소수이기 때문에 자연수의 관계성과 과정이 소수 학습에 유추로써 도움을 줄 수 있지만 때로는 자연수의 구성 요소에 치중하여 소수의 중요한 특징을 간과할 수도 있다. 그래서 학생들은 소수를 비교함에 있어 이를 자연수인 것처럼 여기는 실수를 하기도 한다. 36이 4보다 크기 때문에 0.36이 0.4보다 크다고 이야기할 수도 있다. 이런 것을 생각하면서 학생들이 소수의 크기 비교에서 어떤 오류를 범하는지 살펴보는

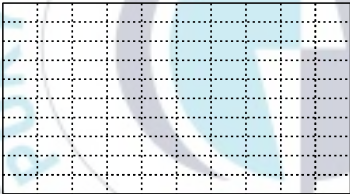
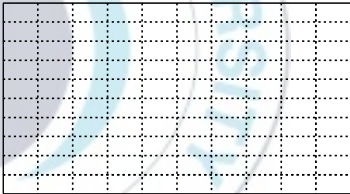
것이 필요하다.

이 성취기준을 통하여 학생들은 문제해결과 의사소통 수학 교과 역량이 향상될 것이다.

가) 성취기준 수41073-1

전체가 1인 백 칸의 모눈종이에 두 자리 수의 소수의 크기만큼 표시하는 것으로 1, 2차에서 1명의 학생을 제외하고는 모두가 바르게 표시하였다.

<표 IV-6> 성취기준 수41073-1에 대한 분석

문항 6	0.62 과 0.59 의 크기를 비교하려고 합니다. 물음에 답하시오. (1) 모눈종이 전체의 크기를 1 이라고 할 때, 각각의 모눈종이에 0.62 과 0.59 를 색칠하시오.				
					
정 · 오답	0.62		0.59		
	1차		2차		전체
	정답	오답	정답	오답	
	45(100%)	0(0%)	44(97.8%)	1(2.2%)	45(100%)

오답 내용	빈도	
	1차	2차
문제 누락으로 인한 무응답	0	1(100%)

나) 성취기준 수41073-2

두 자리 수 소수의 크기를 비교하는 것으로 앞의 문제에서 모눈종이에 표시해 보고 크기 비교를 하여 1, 2차 모두 약 96% 이상에서 정확하게 부

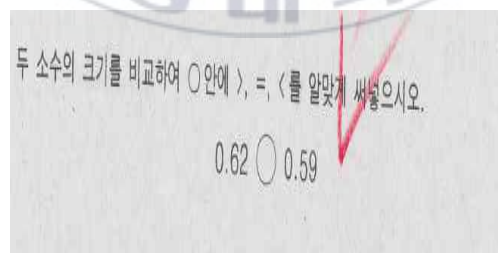
등호를 표시하였다.

무응답자의 경우를 보면 현재의 문제는 문제 지문의 길이가 짧은 편으로, 지문과 크기 비교 소수 사이의 간격이 좁게 제시되어 간과하는 경우가 대부분이었다. 문제 출제자는 문제 사이의 간격을 생각하여 제시하고, 학생들도 문제 풀이할 때 집중하여 빠트리지 않도록 하며, 다 풀고 난 후 다시 확인하는 습관을 기르는 것이 필요하다.

<표 IV-7> 성취기준 수41073-2에 대한 분석

문항 7	두 소수의 크기를 비교하여 ○ 안에 >, =, <를 알맞게 써넣으시오. 0.62 ○ 0.59				
정 · 오답	1차		2차		전체
	정답	오답	정답	오답	
	43(95.6%)	2(4.4%)	44(97.8%)	1(2.2%)	
오답 내용			빈도		
			1차	2차	
문항인지 인지 못하여 누락으로 인한 무응답			2(100%)	1(100%)	

다음 그림은 실제 학생들이 답안지에 서술한 내용이다.



<그림 IV-6> 성취기준 수41073-2에 대한 반응

다) 성취기준 수41073-3

이 문항은 두 단계를 거쳐 문제를 풀이해야 하는 경우로 먼저 각각의 소

수 크기 비교를 한 후 누가 큰 수를 더 많이 뽑았는지 확인하고 답을 제시해야 한다. 1차에서 약 64%, 2차에서 약 60%의 학생들이 정답을 제시하여, 오답이 많은 문항이었다.

오답을 보면 두 자리 수, 세 자리 수의 소수 크기 비교를 하지 못하는 경우가 1차 8명, 2차 10명이었다. 요구하는 답을 정확하게 이해하지 못해 각각의 경우를 따지지 않고 한번만 크기 비교를 한 경우가 1, 2차 각각 3명이었다. 각 경우의 소수의 크기를 비교하지 않고 소수의 덧셈으로 계산하여 크기를 비교한 경우가 1차 2명, 2차 4명이었다. 소수의 크기를 정확하게 비교하고 정답을 제시하였으나 이유를 글로 설명하지 못하는 학생이 1차 3명, 2차 1명이었다.

소수의 크기 비교를 어려워하는 학생에게는 수직선이나 모눈종이를 사용한 활동을 통해 소수 크기를 비교하는 방법을 충분히 이해하도록 하는 지도가 필요하다.

<표 IV-8> 성취기준 수41073-3에 대한 분석

문항 8	혜찬이와 채연이가 큰 수 뽑기 놀이를 했습니다. 누가 큰 수를 더 많이 뽑았습니까? 그렇게 생각한 이유도 쓰시오.				
	횟수	혜찬이가 뽑은 수	채연이가 뽑은 수		
	1회	$\frac{435}{1000}$	0.43		
	2회	1.42	$1\frac{44}{100}$		
	3회	$2\frac{763}{100}$	1.984		
	4회	3.23	$3\frac{124}{1000}$		
정·오답	1차		2차		전체
	정답	오답	정답	오답	
	29(64.4%)	16(35.6%)	27(60.0%)	18(40.0%)	45(100%)
오답 내용				빈도	
				1차	2차

소수 크기 비교하는 방법을 모름	8(50.0%)	10(55.6%)
요구하는 답을 정확하게 이해하지 못함	3(18.8%)	3(16.7%)
소수의 덧셈으로 계산함	2(12.4%)	4(22.1%)
소수 크기를 정확하게 비교하나 이유를 글로 설명 못함	3(18.8%)	1(5.6%)

다음 그림은 실제 학생들이 답안지에 서술한 내용이다.



<그림 IV-7> 성취기준 수41073-3에 대한 반응

라) 성취기준 수41073-4

소수의 크기를 비교하여 큰 수부터 적고, 비교 방법을 설명하는 것으로 정답을 제시한 학생이 1차에서 약 71%, 2차에서 약 73%였다.

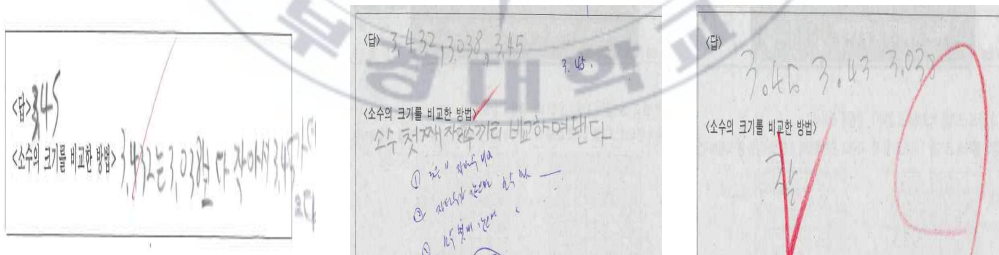
주어진 3개의 소수의 크기를 비교하여 큰 수부터 차례대로 써야 하는데 문제를 정확하게 인지 못하여 세 수의 크기를 모두 비교하지 않은 학생이 1차에서 6명, 2차에서 7명이었다. 소수의 크기를 비교하고 큰 수부터 차례대로 잘 적었으나 비교 방법을 글로 설명하지 못한 학생이 1, 2차 모두 5명이었다. 소수의 크기 비교를 힘들어하는 학생이 모두 4명, 소수 크기 비교 방법을 알고 있으나, 그것을 소수에 적용하여 실제 크기를 비교하지 못하는 학생이 3명 있었다.

<표 IV-9> 성취기준 수41073-4에 대한 분석

문항 9	큰 수부터 차례로 쓰고, 소수의 크기를 비교한 방법을 설명하시오.				
	3.432 3.038 3.45 <답> <소수의 크기를 비교한 방법>				
정 · 오답	1차		2차		전체
	정답	오답	정답	오답	
	32(71.1%)	13(28.9%)	33(73.3%)	12(26.7%)	45(100%)

오답 내용	빈도	
	1차	2차
문제를 정확하게 이해하지 못하여 세 수의 크기를 모두 비교하지 못함	6(46.1%)	7(58.3%)
소수 크기 비교 할 수 있으나 방법을 글로 설명하지 못함	2(15.4%)	3(25.0%)
소수 크기 비교 할 수 없음	2(15.4%)	2(16.7%)
소수 크기 비교 방법을 알고 있으나 실제 크기 비교하지 못함	3(23.1%)	0

다음 그림은 실제 학생들이 답안지에 서술한 내용이다.



<그림 IV-8> 성취기준 수41073-4에 대한 반응

3) 성취기준 수41082-1

성취 기준	소수 두 자리 수의 범위에서 소수의 덧셈의 계산 원리를 이해하고 그 계산을 할 수 있다.
----------	---

성취기준 수41082-1은 소수의 덧셈 계산 원리를 이해하고 소수 두 자리 수의 범위에서 계산을 할 수 있는지 알아보는 것이다. 자연수의 십진법의 확장인 소수의 덧셈은 자연수의 덧셈에 준하는데, 소수는 덧셈, 뺄셈이 편리하고 크기 비교하기가 쉽고 일반적으로 실용성이 높으므로 정확하게 이해하여 계산을 할 수 있어야 한다.

이 성취기준에 도달하기 위해 먼저 소수 한 자리 수의 덧셈의 계산 원리를 이해하고, 능숙하게 한 다음 소수 두 자리 수의 덧셈 계산 원리를 이해하고 능숙하게 할 수 있도록 한다. 그 후 1보다 큰 소수 두 자리 수 범위의 덧셈 계산 원리를 이해하여 능숙하게 할 수 있도록 단계적으로 지도한다.

이 성취기준을 통하여 문제해결, 추론, 의사소통, 창의·융합의 수학 교과 역량이 향상될 것이다.

가) 성취기준 수41082-1-1

성취기준 수41082-1-1은 소수 두 자리 수의 덧셈의 계산 원리를 인지하는지 확인하는 문항으로 1, 2차 약 96% 이상의 학생이 정답을 제시하였다.

이 문항의 오답 학생은 소수의 자릿값에 대한 이해부족으로 소수의 덧셈 원리를 발견하지 못한 학생이 1, 2차에서 각각 1명이고, 단순 계산 오류가 2차에서 1명 있었다.

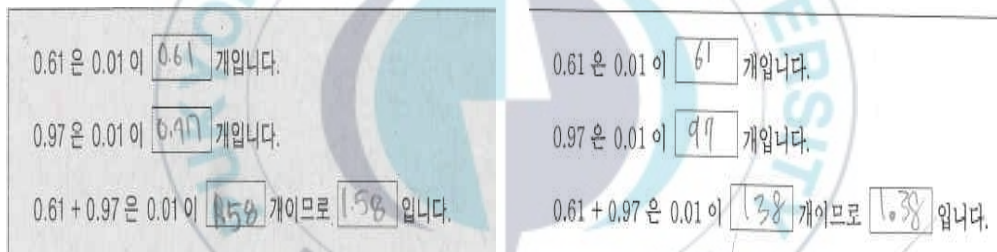
<표 IV-10> 성취기준 수41082-1-1에 대한 분석

문항 10	0.61 + 0.97 을 여러 가지 방법으로 계산하려고 합니다. □ 안에 알맞은 수를 쓰시오. 0.61 은 0.01 이 □ 개입니다. 0.97 은 0.01 이 □ 개입니다. 0.61 + 0.97 은 0.01 이 □ 개이므로 □ 입니다.
-------	--

	0 . 6 1 + 0 . 9 7				
정 · 오답	1차		2차		전체
	정답	오답	정답	오답	
	44(97.8%)	1(2.2%)	43(95.6%)	2(4.4%)	45(100%)

오답 내용	빈도	
	1차	2차
소수의 자릿값에 대한 이해부족으로 소수의 덧셈 원리 발견하지 못함	1(100%)	1(50.0%)
단순 계산 오류	0	1(50.0%)

다음 그림은 실제 학생들이 답안지에 서술한 내용이다.



<그림 IV-9> 성취기준 수41082-1-1에 대한 반응

나) 성취기준 수41082-1-2

두 수의 합이 일정한 값이 되게 임의의 소수 두 자리 수를 만드는 문항으로 정답을 제시한 학생은 1, 2차 약 87%였다.

오답을 분석해 보니 소수의 덧셈에서 받아올림을 생각하지 못한 학생이 1차에서 5명, 2차에서 2명이었다. 문제를 정확하게 이해하지 못한 학생이 1, 2차 각각 1명씩 있었으며, 단순 덧셈 계산 오류가 2차에서 3명 있었다.

소수점으로 표현하는 것은 실생활에 많지만 연산은 별로 없어 소수의 덧

셈, 뺄셈을 생활에 적용할 수 있는 기회가 적고, 이로 인하여 소수에 대한 학습은 학생에게 어려울 수 있다. 자연수의 사칙 연산, 자연수의 받아올림과 받아내림, 자연수의 자릿값에 대한 이해 능력이 부족한 학생은 소수의 연산에서 그대로 나타나 계산을 어렵게 만든다. 또 자릿값에 대한 이해도가 낮은 학생은 소수점 또는 일의 자리를 기준으로 하여 줄을 맞추어 계산해야 하는 소수의 연산에서 자연수처럼 오른쪽을 기준으로 맞추어 계산하거나 자릿값 개념에 대한 이해 없이 소수점 찍는 기능을 암기하는 경우도 문제가 발생할 수 있다. 그러므로 소수의 연산을 하기 전에 선수학습이 제대로 이루어져 있는지 확인이 필요하다.

<표 IV-11> 성취기준 수41082-1-2에 대한 분석

문항 11	합이 1.43이 되는 두 소수를 구하시오. 0. + 0. = 1.43				
정 · 오답	1차		2차		전체
	정답	오답	정답	오답	
	39(86.7%)	6(13.3%)	39(86.7%)	6(13.3%)	

오답 내용	빈도	
	1차	2차
소수의 덧셈에서 받아올림 생각하지 못함	5(83.3%)	2(33.3%)
문제를 정확하게 이해하지 못함	1(16.7%)	1(16.7%)
단순 계산 오류	0	3(50.05)

다음 그림은 실제 학생들이 답안지에 서술한 내용이다.



<그림 IV-10> 성취기준 수41082-1-2에 대한 반응

다) 성취기준 수41082-1-3

이 문항은 두 자리 수 소수의 덧셈, 크기 비교, 경우의 수까지 따져 보아야 하는 경우로 정답을 정확하게 제시한 학생이 1차에서 60%, 2차에서 약 69%였다.

오답의 내용을 보면 소수의 덧셈을 할 수 있고, 크기 비교까지 하여 경우의 수를 찾았으나 모두 찾지 않고 1~2개만 찾은 학생이 1차에서 10명, 2차에서 3명이었다. 정답을 제시하였으나 풀이과정을 설명하지 못한 학생이 1차에서 2명, 2차에서 3명 있었다. 또한 소수의 덧셈을 할 수 있고, 경우의 수를 모두 찾았으나 부등호의 방향을 생각하지 않고 부적절한 경우(9는 답이 아님)까지 찾은 학생이 1차에서 3명, 2차에서 2명 있었다. 문제를 어떻게 해결해야 할지 해결방법을 전혀 찾지 못한 학생도 1차에서 3명, 2차에서 4명 있었다. 또한 문제를 정확하게 풀이하였는데, 경우의 수를 모두 쓰라고 하였는데 개수를 구한 학생이 2차에서 2명 있었다.

단순하게 개념을 묻거나, 개념을 활용하여 계산만 하는 경우에는 쉽게 정답을 제시하나 한 번 더 생각해야 하는 추론이 들어가는 과정이 있으면 많은 학생이 어려워하는 경향을 보였다. 또한 무엇을 구하라고 하는지 정확하게 파악하는 것을 힘들어 하는 학생도 있다. 문장제 문제의 경우 구하고자 하는 것, 주어진 조건, 어떤 식을 세울 것인가? 하는 것을 찾을 수 있도록 능력을 향상시키는 것이 필요하다.

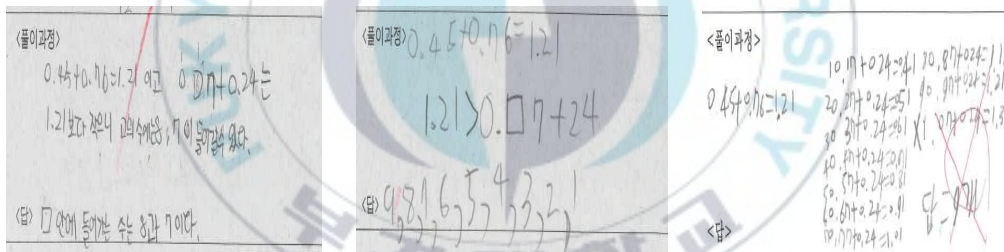
<표 IV-12> 성취기준 수41082-1-3에 대한 분석

문항 12	☐ 안에 들어갈 수 있는 수는 모두 쓰고, 풀이과정을 쓰시오. (단, ☐는 0 보다 큼니다.) $0.45 + 0.76 > 0.\square 7 + 0.24$ <풀이과정> <답>
-------	--

정 · 오답	1차		2차		전 체
	정답	오답	정답	오답	
	27(60.0%)	18(40.0%)	31(68.9%)	14(31.1%)	45(100%)

오답 내용	빈도	
	1차	2차
소수의 덧셈을 할 수 있고 문제풀이 방법을 알고 있으나 경우의 수를 모두 찾지 않음	10(55.6%)	3(21.4%)
소수의 덧셈을 할 수 있고 모든 경우의 수를 찾았으나 방법을 글로 설명하지 못함	2(11.0%)	3(21.4%)
소수의 덧셈을 할 수 있고 경우의 수를 모두 찾았으나 부적절한 경우까지 찾음	3(16.7%)	2(14.3%)
문제를 정확하게 이해하지 못함	3(16.7%)	4(28.6%)
요구되지 않은 답	0	2(14.3%)

다음 그림은 실제 학생들이 답안지에 서술한 내용이다.



<그림 IV-11> 성취기준 수41082-1-3에 대한 반응

4) 성취기준 수41082-2

성취 기준	소수 두 자리 수의 범위에서 소수의 뺄셈의 계산 원리를 이해하고 그 계산을 할 수 있다.
----------	---

성취기준 수 41082-2는 소수 두 자리 수의 범위에서 소수의 뺄셈의 계산 원리를 이해하고, 계산을 할 수 있는 지 알아보는 것이다.

이 성취기준에 도달하기 위하여 소수 두 자리 수의 덧셈처럼 소수 한 자

리 수의 뺄셈, 소수 두 자리 수의 뺄셈, 1보다 큰 소수 두 자리 수의 뺄셈 순으로 지도한다.

이 성취기준을 통하여 문제해결, 추론, 창의·융합, 의사소통의 수학 교과 역량이 향상될 것이다.

가) 성취기준 수41082-2-1

이 문항은 소수의 자리값을 알고, 자연수의 뺄셈에서 소수의 뺄셈원리를 찾아낼 수 있는지를 확인하는 것으로 1차에서 약 69%, 2차에서 80%의 학생들이 정답을 제시하였다.

단순 뺄셈 계산 오류인 학생이 1차에서 7명, 2차에서 4명이었다. 계산의 유형을 생각하지 않고 소수의 뺄셈을 덧셈으로 계산한 학생이 1차에서 2명, 2차에서 5명 있었다. 소수의 자리값에 대한 이해부족으로 소수의 뺄셈 원리를 발견하지 못하여 오답을 제시한 학생이 1차에서 3명 있었다. 소수의 뺄셈 원리를 발견하여 바르게 계산하였으나 소수점을 빠트린 학생이 1차에서 2명 있었다.

대부분 수와 연산 영역을 배울 때는 덧셈을 먼저 배우고 뺄셈을 배운다. 그래서 자연수, 소수의 덧셈과 뺄셈뿐만 아니라 분수의 덧셈과 뺄셈에서도 뺄셈을 덧셈으로 계산하는 경우가 많이 나타난다. 연산 문제에서는 학생들에게 어떤 연산인지 먼저 확인하는 습관을 기르도록 하는 지도가 필요하다.

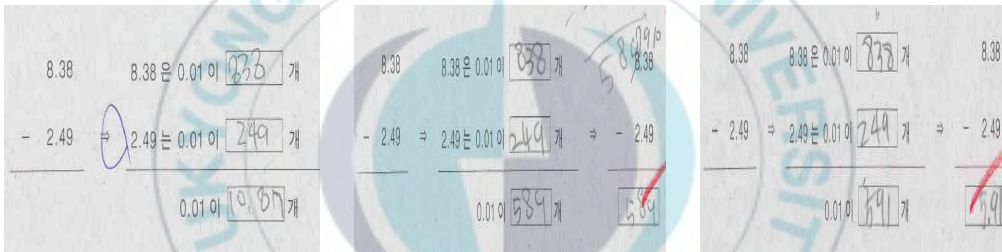
<표 IV-13> 성취기준 수41082-2-1에 대한 분석

문항 13	□ 안에 알맞은 수를 쓰시오.				
	8.38	8.38 은 0.01 이		개	8.38
	- 2.49	⇒ 2.49 는 0.01 이		개	⇒ - 2.49
		0.01 이		개	

정 · 오답	1차		2차		전체
	정답	오답	정답	오답	
	31(68.9%)	14(31.1%)	36(80.0%)	9(20.0%)	45(100%)

오답 내용	빈도	
	1차	2차
단순 뺄셈 계산 오류	7(50.0%)	4(44.4%)
소수의 뺄셈을 덧셈으로 계산	2(14.3%)	5(55.6%)
소수의 자리값에 대한 이해부족으로 소수의 뺄셈 원리 발견하지 못함	3(21.4%)	0
소수의 뺄셈원리 발견하여 바르게 계산하였으나 소수점 빠트림	2(14.3%)	0

다음 그림은 실제 학생들이 답안지에 서술한 내용이다.



<그림 IV-12> 성취기준 수41082-2-1에 대한 반응

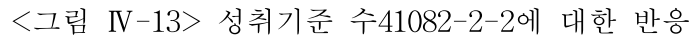
나) 성취기준 수41082-2-2

먼저 소수의 크기 비교를 하여 가장 큰 소수와 가장 작은 소수를 구한 후에 두 소수의 차를 구하는 문항으로 1차에서 약 73%, 2차에서 약 93%의 정답률이었다.

앞의 문항과 마찬가지로 소수의 크기 비교와 소수의 뺄셈 원리 이해하나 단순 뺄셈 계산 오류가 1차에서 7명 있었고, 소수의 덧셈으로 계산한 학생도 1차에서 3명, 2차에서 2명 있었다. 소수의 뺄셈은 가능하나 소수의 크기 비교에서 실수한 학생이 총 3명 있었다.

<표 IV-14> 성취기준 수41082-2-2에 대한 분석

다음 그림은 실제 학생들이 답안지에 서술한 내용이다.



실생활 활용 문제로 소수의 팰렘식으로 식을 세워 문제를 푸는 것으로 1

차에서 약 76%, 2차에서 100%의 정답을 제시하였다.

소수의 뺄셈식으로 식을 세웠으나 받아내림 있는 소수의 뺄셈 계산 오류를 보인 학생이 1차에서 8명, 식을 바르게 세웠으나 소수의 덧셈으로 계산한 학생이 2명 있었다.

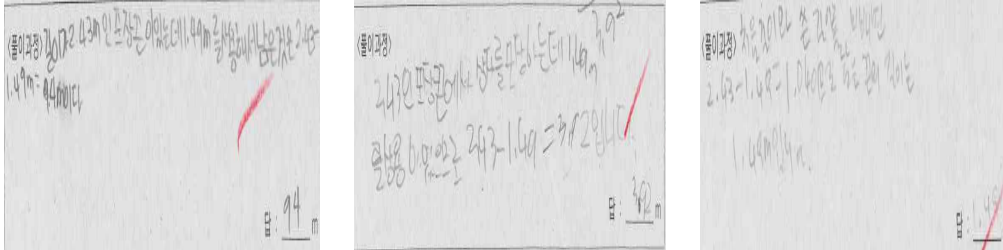
소수의 덧셈, 뺄셈에서 숫자가 가로 형식으로 제시, 문장제로 제시 또는 혼소수일 때 학생들은 주로 어려움을 많이 느낀다. 이럴 때 답의 어렵값을 학생들에게 구해보게 한다. 계산의 결과를 먼저 어렵해 보게 하면 자릿값을 생각하지 않은 기계적인 계산의 문제를 어느 정도 해결 할 수 있을 것이다. 또한 수모형, 100칸 모눈종이 모델 및 띠 모형, 수직선 등 직관적 자료를 사용하는 것도 유용할 것이다.

<표 IV-15> 성취기준 수41082-2-3에 대한 분석

문항 15	길이가 2.43 m 인 포장 끈이 있습니다. 상자를 포장하는 데 1.49 m 를 사용했다면 남은 끈의 길이는 몇 m 인지 풀이과정을 쓰고 답을 구하시오.				
	<풀이과정> 답 : _____ m				
정·오답	1차		2차		전체
	정답	오답	정답	오답	
	34(75.6%)	11(24.4%)	45(100%)	0(0%)	45(100%)

오답 내용	빈도	
	1차	2차
식을 세울 수 있으나 받아내림 있는 소수의 뺄셈 계산 오류	8(72.7%)	0
식을 바르게 세웠으나 소수의 덧셈으로 계산함	2(18.2%)	0
문제해결 방법 찾지 못함	1(9.1%)	0

다음 그림은 실제 학생들이 답안지에 서술한 내용이다.



<그림 IV-14> 성취기준 수41082-2-3에 대한 반응

나. 측정 영역

1) 성취기준 수43062

성취 기준	어림값을 구하기 위한 방법으로 반올림, 올림, 버림의 의미와 필요성을 알고, 이를 실생활에 이용할 수 있다.
----------	--

성취기준 수43062에서는 어림값을 구하기 위해 반올림, 올림, 버림의 의미와 필요성을 알고, 이를 실생활에 이용할 수 있도록 하기 위한 것이다.

어림하기는 일상생활에서 유용성과 사고력 개발에 도움이 되는 수학 학습의 영역에도 불구하고 학생들은 하나의 정답을 구하기에 익숙해져 있어 오차를 포함하는 어림값을 답으로 받아들이는 것을 힘들어하며 효율적으로 어림하는 감각과 융통성 있는 사고를 못하고 있다. 그러나 실생활에서는 계산에 의한 정확한 측정과 계산보다 어림하는 능력이 더 요구되므로 이 성취기준을 달성할 수 있도록 지도하는 것이 필요하다.

학생들은 이 성취기준을 통하여 문제해결과 의사소통 능력이 향상될 것이다.

가) 성취기준 수43062-1

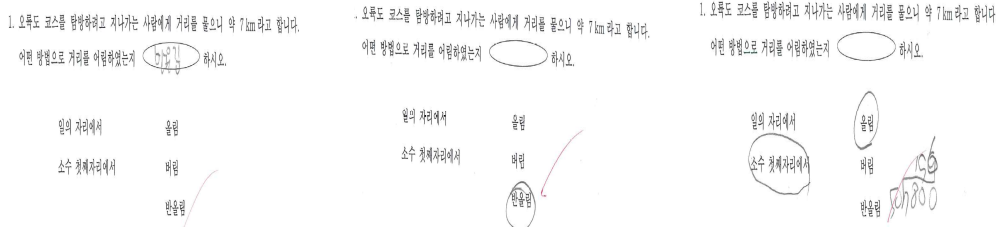
어느 자릿수에서 어떤 방법으로 어림했는지 두 가지 답을 물어보는 문항

어느 자리에서, 어떤 방법의 어림인지 답을 2가지 요구하였는데 답 표시 하기가 모호하였는지 한 가지만 답을 표시한 학생이 1차에서 10명, 2차에서 11명이었다. 올림, 버림, 반올림에 대한 이해가 부족한 학생이 1차에서 9명, 2차에서 5명이었다.

<표 IV-16> 성취기준 수43062-1에 대한 분석

- 45 -

다음 그림은 실제 학생들이 답안지에 서술한 내용이다.



<그림 IV-15> 성취기준 수43062-1에 대한 반응

나) 성취기준 수43062-2

실생활 관련 문장제 문제로 정해진 공간에 일정한 간격으로 나무를 심는 상황으로 나무의 필요량을 알기 위해 먼저 나뭇섬을 한 후 일의 자리에서 반올림을 할 수 있는지 알아보는 문항으로 정답을 제시한 학생이 1차에서 약 64%, 2차에서 약 53%였다.

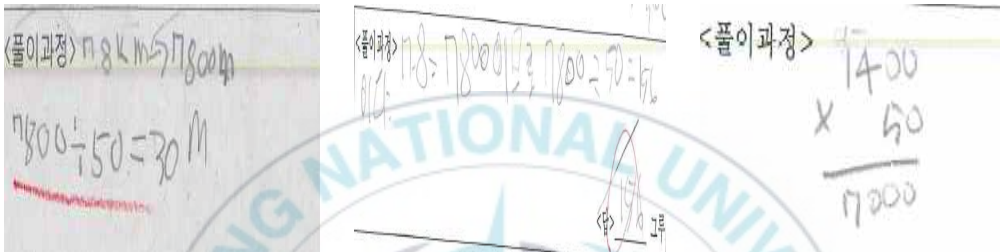
나뭇섬 식을 세워 나뭇섬을 한 후 반올림하는 문제해결 방법을 찾지 못한 학생이 1차에서 8명, 2차에서 12명이었다. 문제해결 방법을 찾아 나뭇섬 계산을 바르게 하였으나 반올림을 제대로 못한 학생이 1차에서 4명, 2차에서 5명이었다. 나뭇섬 식을 세웠으나 나뭇섬 계산을 못한 학생이 1차에서 4명, 2차에서 4명이었다.

<표 IV-17> 성취기준 수43062-2에 대한 분석

문항 17	오륙도 코스에 무궁화는 약 몇 그루 심을 수 있습니까? (50m 간격, 단, 일의 자리에서 반올림하여 나타내시오.)				
	<풀이과정> <답> _____ 그루				
정 · 오답	1차		2차		전체
	정답	오답	정답	오답	
	29(64.4%)	16(35.6%)	24(53.3%)	21(46.7%)	45(100%)

오답 내용	빈도	
	1차	2차
문제해결 방법을 찾지 못해 풀이하지 못함	8(50.0%)	12((57.1%)
계산을 바르게 하였으나 반올림 이해 부족	4(25.0%)	5(23.8%)
식을 바르게 세웠으나 나눗셈 계산을 하지 못함	4(25.0%)	4(19.1%)

다음 그림은 실제 학생들이 답안지에 서술한 내용이다.



<그림 IV-16> 성취기준 수43062-2에 대한 반응

다) 성취기준 수43062-3

실생활 관련 문장제 문제로 앞 문제와 연계된 것으로 앞 문제의 정답을 바탕으로 하여 나눗셈을 한 후 올림을 할 수 있는지 알아보는 문항으로 1차에서 약 62%, 2차에서 약 56%의 정답률이었다.

앞 번호의 문제와 연계된다는 것을 알지 못하거나 문제 해결 방법을 전혀 찾지 못한 학생이 1차에서 8명, 2차에서 10명이었다. 식을 바르게 세웠으나 올림에 대한 이해가 부족한 학생이 1차에서 4명, 2차에서 5명이었다. 답을 구하였으나 풀이과정을 설명하지 못한 학생이 총 5명, 연속문제에서 앞 문제의 오답으로 인한 학생이 총 5명이었다.

반올림, 올림, 버림을 잘 나타내지 못하는 경우에는 반올림, 올림, 버림의 뜻과 자릿수에 따라 어림하는 방법을 다시 익히고, 형식적 처리 방법보다 실생활에서 어림이 사용되는 다양한 상황을 찾아보도록 하는 것이 더 효과적이다.

<표 IV-18> 성취기준 수43062-3에 대한 분석

문항18	우리 반 학생들이 오륙도 코스에 심겨진 무궁화 나무에 팻말을 만들어 주기로 하였습니다. 팻말은 50 개씩 묶음으로만 판다면 모두 몇 묶음을 사야 합니까? <풀이과정> <답> _____ 묶음				
정 · 오답	1차		2차		전체
	정답	오답	정답	오답	
	28(62.2%)	17(37.8%)	25(55.6%)	20(44.4%)	

오답 내용	빈도	
	1차	2차
문제 해결 방법을 찾지 못함	8(47.1%)	10(50.0%)
식을 바르게 세웠으나 올림에 대한 이해 부족	4(23.5%)	5(25.0%)
답을 구하나 풀이과정을 설명하지 못함	3(17.6%)	2(10.0%)
연속문제에서 앞 문제의 오답으로 인함	2(11.8%)	3(15.0%)

다음 그림은 실제 학생들이 답안지에 서술한 내용이다.



<그림 IV-17> 성취기준 수43062-3에 대한 반응

다. 규칙성 영역

1) 성취기준 수44022

성취 기준	두 양 사이의 대응 관계를 나타낸 표에서 규칙을 찾아 설명하고, □, △를 사용하여 식으로 나타낼 수 있다.
----------	--

성취기준 수44022는 실생활 문제에서 규칙을 찾아 설명하고, □, △를 사용하여 식으로 나타낼 수 있도록 하기 위한 것이다. 대응 관계를 나타낸 표에서 규칙을 말로 표현하기, 실생활 문제에서 규칙을 찾아 □와 △를 사용한 식으로 나타내기, 도형에서 규칙과 수를 연결하여 식으로 나타내기, 규칙과 관련된 문제 해결하기 등을 통하여 성취기준에 도달할 수 있도록 할 수 있다.

이 성취기준을 통하여 학생들은 문제해결, 의사소통 능력이 향상될 것이다.

가) 성취기준 수44022-1

표를 보고 두 수 사이의 대응 관계를 찾아 표를 완성하는 것으로 새봄이 보다 3배의 숫자인 15를 정확하게 적은 학생은 1, 2차 모두 100%였다.

<표 IV-19> 성취기준 수44022-1에 대한 분석

문항 19	새봄이가 부르는 수	1	2	3	4	5	6	7	8
	엄마가 대답한 수	3	6	9	12	㉠	18	21	24
	엄마가 대답하는 ㉠에 들어갈 수를 쓰시오. ()								
정·오답	1차		2차		전체				
	정답	오답	정답	오답					
	45(100%)	0(0%)	45(100%)	0(0%)			45(100%)		

나) 성취기준 수44022-2

두 양 사이의 관계를 나타낸 표에서 규칙을 찾고, □와 △를 사용하여 식으로 나타내는 것으로 1, 2차에서 80%의 학생들이 정답을 제시하였다.

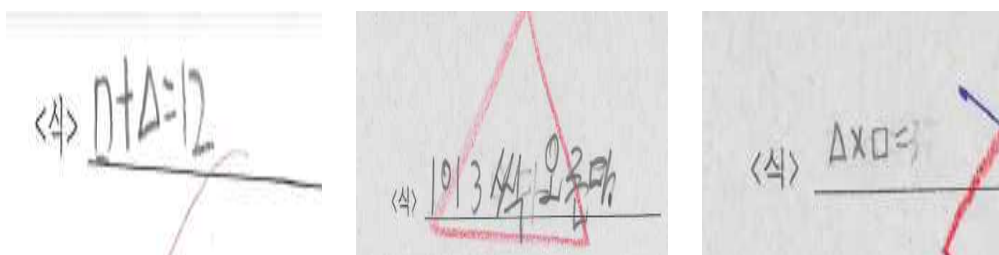
앞의 문제와 연계되는 문제로 앞의 문제에서 모든 학생들이 두 수 사이의

대응 관계를 찾아 표를 완성할 수 있었다. 그러나 두 양의 변화를 말이나 표로 나타낼 수 있으나 □, △를 사용하여 식으로 나타내지 못하는 학생이 1차에서 7명, 2차에서 8명이었다. 총 3명의 학생은 □, △를 사용하여 식으로 나타낼 때 □, △의 위치를 바꾸어 식으로 나타내었다.

<표 IV-20> 성취기준 수44022-2에 대한 분석

문항 20	위에 보이는 표에서 새봄이가 부르는 수는 □로, 엄마가 답한 수는 △를 사용하여 식으로 나타내시오. <식> _____				
정·오답	1차		2차		전체
	정답	오답	정답	오답	
	36(80.0%)	9(20.0%)	36(80.0%)	9(20.0%)	45(100%)
오답 내용				빈도	
				1차	2차
두 양 사이의 규칙을 찾을 수 있으나 □, △를 사용하여 식으로 나타낼 수 없음				7(77.8%)	8(88.9%)
□, △를 사용하여 식으로 나타낼 때 □, △의 위치를 바꾸어 식으로 나타냄				2(22.2%)	1(11.1%)

다음 그림은 실제 학생들이 답안지에 서술한 내용이다.



<그림 IV-18> 성취기준 수44022-2에 대한 반응

다) 성취기준 수44022-3

실생활 문제로 규칙을 찾아 설명하고, □와 △를 사용하여 식으로 나타낼 수 있는가를 알아보는 문항으로 정답을 제시한 학생이 1차에서 약 64%, 2차에서 약 62%였다.

두 양의 변화를 말이나 표로 나타내지 못하는 학생이 1차에서 9명, 2차에서 8명이었다. 두 양의 변화를 말이나 표로 나타낼 수 있으나 □, △를 사용하여 식으로 나타내지 못하는 학생이 1차에서 4명, 2차에서 7명이었다. 또한 □와 △의 관계를 어려워하는 학생이 총 2명이었고, □와 △를 사용하여 식으로 나타낼 수 있으나 표나 말로 풀이과정을 설명하지 못하는 학생이 총 3명이었다.

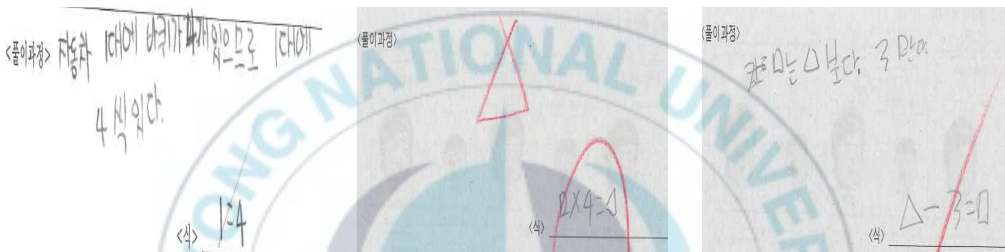
두 양 사이의 관계를 나타낸 표에서 규칙을 찾아 식으로 나타내기를 어려워하는 학생들에게 그림이나 구체물을 사용하여 규칙을 찾아보도록 한다. 직접 수를 쓰는 식을 먼저 완성해 보고 거기에 □와 △를 대입시켜 식으로 나타내는 거꾸로 생각하기 전략으로 지도해 볼 수도 있다.

<표 IV-21> 성취기준 수44022-3에 대한 분석

문항 21	자동차와 자동차 바퀴는 어떤 규칙이 있는지 설명하고, 자동차는 □, 자동차 바퀴는 △를 사용하여 식으로 나타내어 보시오.				
	<풀이과정> <식> _____				
정·오답	1차		2차		전체
	정답	오답	정답	오답	
	29(64.4%)	16(35.6%)	28(62.2%)	17(37.8%)	45(100%)
오답 내용				빈도	
				1차	2차
두 양의 변화를 말이나 표로 나타내지 못함				9(56.3%)	8(47.1%)

두 양의 변화를 말이나 표로 나타낼 수 있으나 □, △를 사용하여 식으로 나타내지 못함	4(25.0%)	7(41.2%)
□, △를 사용하여 식으로 나타낼 때 □, △의 관계를 어려워함	0	2(11.7%)
□, △를 사용하여 식으로 나타낼 수 있으나 표나 말로 풀이과정을 설명하지 못함	3(18.7%)	0

다음 그림은 실제 학생들이 답안지에 서술한 내용이다.



<그림 IV-19> 성취기준 수44022-3에 대한 반응

라. 확률과 통계 영역

1) 성취기준 수45022

성취 기준	연속적인 변량에 대한 자료를 수집하여 꺾은선그래프로 나타낼 수 있다.
----------	--

성취기준 수45022는 연속적인 변량에 대한 자료를 꺾은선그래프로 나타내고, 여러 가지 사실을 찾을 수 있는가를 알아보는 것이다. 꺾은선그래프는 일정 시간 자료가 변화하는 모습을 효과적으로 파악 가능한 그래프로 신문이나 잡지 등에서 주로 활용하는 자료이다. 그래서 꺾은선그래프를 배움으로 자료를 해석하는 능력을 기를 수 있다.

그러기 위하여 전 학년에서 학습한 통계의 개념을 기초로 연속적으로 변화

하는 자료를 표로 만들기, 꺾은선그래프로 나타내기, 통계적 사실 찾아 해석하는 단계를 거쳐 성취기준에 도달할 수 있도록 할 수 있을 것이다.

학생들은 이 성취기준을 통하여 정보 처리, 문제 해결, 의사소통 능력이 향상될 것이다.

가) 성취기준 수45022-1

주어진 자료를 이용하여 꺾은선그래프의 나머지 부분을 완성하는 문항으로 1차에서 약 84%, 2차에서 약 91%가 정답을 제시하였다.

그래프의 나머지를 완성하여야 하는데 관찰력과 문제이해력 부족으로 그래프를 완성하지 못한 학생이 1차에서 5명, 2차에서 3명이었다. 꺾은선그래프의 일부분이 그려져 있는 것에도 불구하고 그래프 한 칸의 크기를 이해하지 못해 그래프를 완성하지 못한 학생이 2명 있었다.

표를 꺾은선그래프로 나타낼 때 자료를 이용하여 반듯한 직선으로 처음부터 정확하게 표현하게 하는 것이 좋다. 자료의 값을 표시할 경우에도 주어진 눈금에 맞추어서 정확하게 표현하게 한다. 또한 가로 세로 기준 축이 분명하게 표시되도록 하며, 꺾은선그래프로 나타낼 때 크기를 어떻게 나타내는 것이 더 쉽게 알아볼 수 있을지를 생각하여 나타내도록 한다.

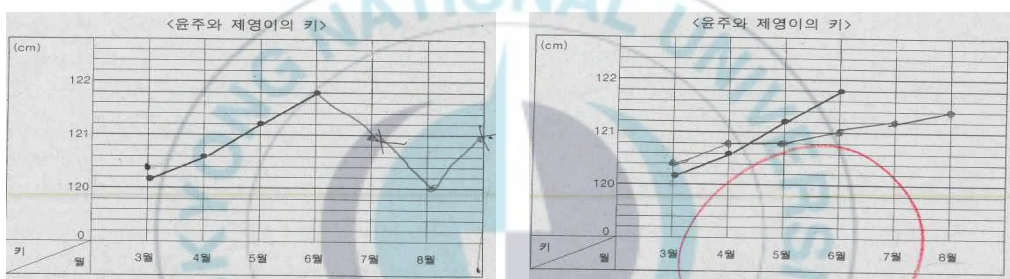
<표 IV-22> 성취기준 수45022-1에 대한 분석

문항 22	제영이 키를 꺾은선그래프로 나타낸 것의 일부입니다. 꺾은선그래프를 완성하십시오. 		
정·오답	1차	2차	전체

	정답	오답	정답	오답	
	38(84.4%)	7(15.6%)	41(91.1%)	4(8.9%)	45(100%)

오답 내용	빈도	
	1차	2차
문제를 이해하지 못해 그래프 완성하지 못함	5(71.4)	3(75.0%)
그래프 한 칸의 크기를 이해하지 못함	1(14.3%)	1(25.0%)
자료의 일부분을 꺾은선그래프로 나타내지 못함	1(14.3%)	0

다음 그림은 실제 학생들이 답안지에 서술한 내용이다.



<그림 IV-20> 성취기준 수45022-1에 대한 반응

나) 성취기준 수45022-2

표를 보고 꺾은선그래프를 그릴 수 있는지 알아보는 문항으로 1차에서 약 84%, 2차에서 80%의 학생들이 그래프를 정확하게 그렸다.

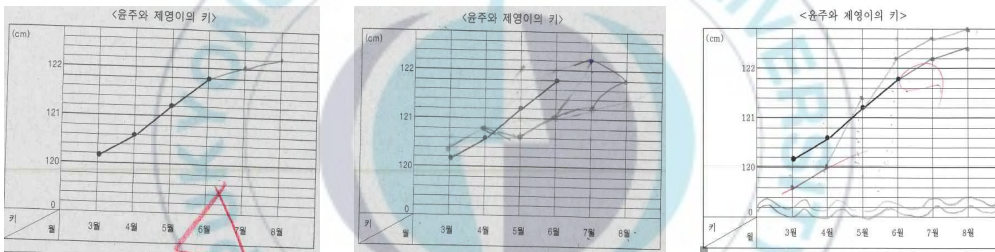
하나의 틀에 두 번째의 꺾은선그래프를 그리는 것인데, 첫 번째 그래프에서 한 칸의 크기가 다 정해져서 두 번째 그래프를 쉽게 그릴 수 있는 상황인데 문제를 제대로 읽지 않거나, 하나의 틀에 그래프를 두 개 그리는 것이 익숙하지 않아 문제를 빠트린 학생이 1차에서 4명, 2차에서 8명이었다. 표를 보고 꺾은선그래프로 정확하게 나타내지 못한 학생이 1차에서 3명 있었다.

<표 IV-23> 성취기준 수45022-2에 대한 분석

문항 23	(22)번에 윤주 키를 꺾은선그래프로 나타내시오.				
정 · 오답	1차		2차		전체
	정답	오답	정답	오답	
	38(84.4%)	7(15.6%)	36(80.0%)	9(20.0%)	

오답 내용	빈도	
	1차	2차
문제를 제대로 읽지 않아 빠트림	4(57.1%)	8(88.9%)
표를 보고 꺾은선그래프로 나타내지 못함	3(42.9%)	0
그래프 한 칸의 크기를 이해하지 못함	0	1(11.1%)

다음 그림은 실제 학생들이 답안지에 서술한 내용이다.



<그림 IV-21> 성취기준 수45022-2에 대한 반응

다) 성취기준 수45022-3

연속적인 변량에 대한 자료를 꺾은선그래프로 나타낸 것을 보고, 여러 가지 사실을 찾아보는 문항으로 1차에서 약 87%, 2차에서 약 80%의 정답을 볼 수 있었다.

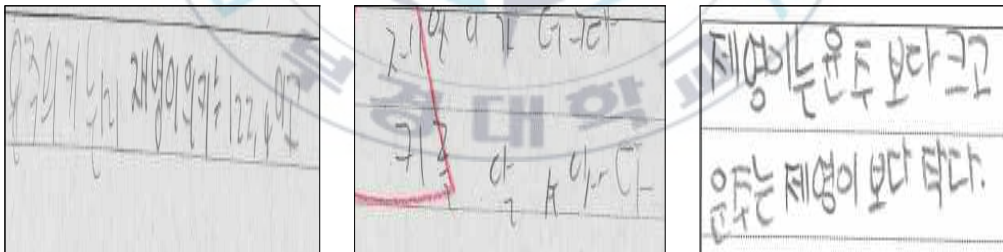
꺾은선그래프를 보고 해석하지 못하는 학생이 1차에서 2명, 2차에서 5명 있었다. 주어진 문항에서 알 수 있는 점을 2가지 이상 쓰라고 하였는데 1가지만 쓴 학생이 1, 2차 4명 있었다. 다른 4명의 학생은 알 수 있는 점을 2가지 적었으나 해석의 기준이 정확하지 않았다.

자료에서 통계적인 사실을 찾고, 분석하여 사실이나 현상을 바르게 인식할 수 있으므로 실생활 관련 다양한 꺾은선그래프를 제시하여 알 수 있는 점을 모두 찾는 활동을 짝토의나 모둠토의를 통하여 경험할 필요성이 있다.

<표 IV-24> 성취기준 수45022-3에 대한 분석

문항 24	제영이와 윤주 키의 꺾은선그래프를 보고 알 수 있는 점을 2가지 이상 쓰시오.				
정·오답	1차		2차		전체
	정답	오답	정답	오답	
	39(86.7%)	6(13.3%)	36(80.0%)	9(20.0%)	45(100%)
오답 내용				빈도	
				1차	2차
꺾은선그래프 해석하지 못함				2(33.3%)	5(55.6%)
알 수 있는 점 1가지만 적음				1(16.7%)	3(33.3%)
해석의 기준이 정확하지 않음				3(50.0%)	1(11.1%)

다음 그림은 실제 학생들이 답안지에 서술한 내용이다.



<그림 IV-22> 성취기준 수45022-3에 대한 반응

2. 1차, 2차에 대한 오류 분석

1차 평가는 2017년 9월부터 12월 사이에 이루어지고, 2차는 2018년 2월에 이루어졌다. 1차 평가 후 길게는 4개월, 짧게는 1개월 만에 2차 평가가

이루어졌다. 동일 문항으로 실시하였을 때 시간의 흐름에 따라 문제 해결에 어떤 변화가 있는지 분석해 보았다.

가. 영역별 오답률 분석

오답 분석의 결과 총 24문항 중 11개의 문항에서 1차보다 정답률이 낮아지고, 3개의 문항이 1차와 같았으며, 10개의 문항만 정답률이 높아졌다. 영역별로 시간의 흐름에 따라 어떤 변화가 있는지 영역별 오답률 변화를 분석해 보았다.

<표 IV-25> 영역별 오답률 변화

영역 문항 오답자 수	수와 연산														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1차	1	32	22	12	7	0	2	16	13	1	6	18	14	12	11
2차	4	34	26	15	2	1	1	18	12	2	6	14	9	3	0

영역 문항 오답자 수	측정			규칙성			확률과 통계		
	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1차	19	16	17	0	9	16	7	7	6
2차	16	21	20	0	9	17	4	9	9

영역별로 수와 연산 영역 15문항 중 7문항에서 오답률이 높아지고, 7문항은 오답률이 낮아졌으며, 1문항은 동일했다. 측정 영역에서는 3문항 중 2문항의 오답률이 높아지고, 1문항의 오답률이 낮아졌다. 규칙성 영역에서는 3문항 중 1문항의 오답률이 높아지고, 2문항이 동일하였다. 확률과 통계 영역에서는 3문항 중 2문항의 오답률이 높아지고, 1문항의 오답률이 낮아졌다. 규칙성 영역에서 1차와 2차의 변화가 가장 적었다.

나. 유형별 오답률 분석

24문항을 유형별로 분류하면 개념형성 문제와 원리적용 문장제 문제로 나눌 수 있다. 1, 2차의 문제해결에서 어떤 변화가 있는지 분석하였다.(표 IV-26)

<표 IV-26> 유형별 오답률 분석

유형 문항 오답자 수	개념 형성 문제														
	1	2	3	4	5	6	7	10	11	13	16	19	20	22	23
1차	1	32	22	12	7	0	2	1	6	14	19	0	9	7	7
2차	4	34	26	15	2	1	1	2	6	9	16	0	9	4	9

유형 문항 오답자 수	원리 적용 문장제 문제							
	8	9	12	14	15	17	18	21
1차	16	13	18	12	11	16	17	16
2차	18	12	14	3	0	21	20	17

유형별로 문항을 분류하였을 때 문제 유형은 크게 개념형성 문제와 원리 적용 문장제 문제로 나눌 수 있다. 개념형성 문제는 15문항 중 5개 문항의 오답률이 낮아졌고, 7개 문항의 오답률이 높아졌다. 3문항은 동일하였다. 원리 적용 문장제 문제는 9문항 중 5개 문항의 오답률이 높아졌으며, 4개 문항의 오답률이 낮아졌다. 개념 형성이 제대로 안 된 경우는 시간이 경과 하여도 개념 형성이 제대로 이루어지지 않는 것을 볼 수 있었다.

다. 개인별 오답률 분석

학생 개인별로 1차와 2차의 오답률을 분석하여 1차와 2차 모두 틀린 문항을 분석하였다.

<표 IV-27> 1, 2차 모두 틀린 문항 분석

순	문항번호	오답자 수	비율(%)	순	문항번호	오답자 수	비율(%)
1	2	26	57.8	5	12	9	20.0
2	3	13	28.9	5	21	9	20.0
3	8	12	28.9	7	16	6	13.3
4	17	10	22.2	8	9	5	11.1

2번 문항은 26명의 학생이 1차와 2차에서 모두 오답을 제시하였다. 3번 문항은 13명의 학생이 동일하게 오답을 제시하고, 8번 문항은 12명의 학생이 오답을 제시하였다. 위의 세 문항은 수와 연산 영역의 소수의 덧셈과 뺄셈에 관한 것으로 2번, 3번 문항은 소수의 두 자리 수, 세 자리 수에 대한 개념 문제이며, 8번 문항은 이 개념을 바탕으로 원리 적용 문장제 문제이다. 16번 문항을 제외하고 17번, 12번, 21번, 9번 문항은 모두 원리 적용 문장제 문제이다.

1차와 2차의 오류 분석을 해 보니 1차에서 개념 형성이 정립되지 않은 학생은 시간이 지나도 개념 형성이 어렵다는 것을 알 수 있으며, 이로 인해 원리 적용 문장제 문제 해결까지 어려워짐을 알 수 있었다. 그러므로 개념 형성 학습에서는 교재 연구를 통하여 학생의 흥미를 유발하여 정확한 개념을 정립하고 다음 단계로 넘어갈 수 있도록 하며 관찰을 통하여 학생 개인의 학습 성취를 파악하는 노력이 필요하다.

3. 문항별 연관성에 대한 오류 분석

문항별 연관성에 대한 오류 분석에서는 ‘가. 개념형성 문제’, ‘나. 원리적용 문장제 문제’의 두 유형으로 분류하여 분석하였다. 그리고 이 두 유형의 문제를 해결하는 과정에서 연산능력이 부족하여 오류를 범하는 학생들이 있다. 그러므로 세부적으로 분석하기 위해 두 유형을 해결하는 과정에서 연산능력이 부족하여 일어나는 오류를 알아보았다.

가. 개념형성 문제

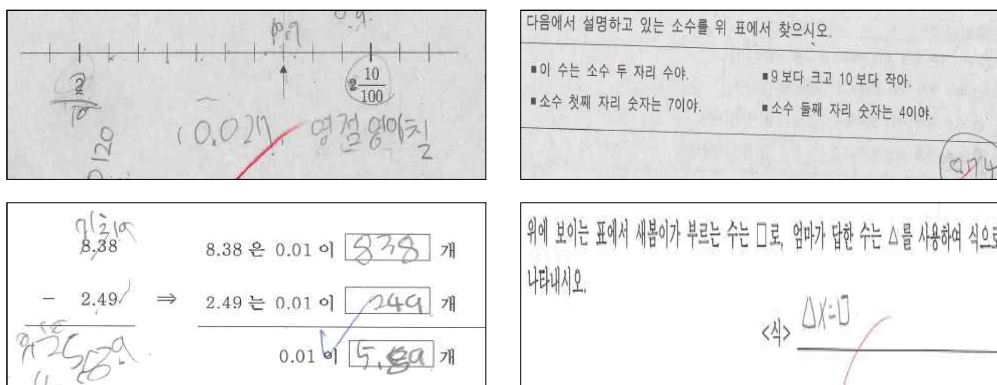
1) A학생 - 2번, 4번, 13번, 20번에 대한 연관성

2번 문항은 수직선에 나타낸 분수를 소수로 나타내고 읽는 것인데, 대부분의 크기와 소수 사이의 1, 0.1, 0.01 사이의 관계에 대한 개념이 명확하게 잡혀있지 않아 2와 2.1 사이를 10등분하였을 때 한 지점의 값을 정확하게 찾지 못하고 2보다 훨씬 적은 0.027이라고 답하였다.

4번 문항은 설명하는 소수를 찾는 문제로, 소수의 자리와 소수의 크기에 대한 정확한 개념이 형성되어 있으면 쉽게 해결하는 문항인데, A학생은 소수 자리값을 정확하게 찾았으나 소수 크기에 대한 이해가 부족하여 9.74를 0.74로 제시하였다.

13번 문항은 소수의 뺄셈원리를 이해하고, 뺄셈 과정을 정확하게 적는 것으로 자연수의 뺄셈원리에 준하여 소수의 뺄셈원리를 찾는 것이다. 뺄셈 과정에서 답을 적을 때 0.01이 589개이므로 5.89라는 정답이 나와야 하는데 0.01이 5.89개라고 하는 오류를 범하였다.

20번 문항은 표를 보고 수의 관계를 □와 △를 활용한 식으로 표현하는 것인데, 규칙을 찾을 수는 있으나 그것을 기호를 사용하여 두 수 사이의 관계를 나타내지는 못하였다.



<그림 IV-23> A학생의 개념형성 문제에 대한 반응

2) B학생 - 10번, 13번에 대한 연관성

10번, 13번 문항은 소수의 덧셈과 뺄셈원리를 이해하고, 덧셈, 뺄셈 과정을 정확하게 적는 것으로 자연수의 덧셈과 뺄셈원리에 준하여 소수의 덧셈과 뺄셈원리를 찾는 것이다. 자연수의 덧셈과 뺄셈원리를 적용하기 위해 자리값이 갖는 의미를 알고 자연수의 계산 방법과 비교를 통해 원리를 찾아야 한다.

그러나 B학생은 소수의 덧셈과 뺄셈은 가능하나 왜 그렇게 계산되는지 계산원리를 찾는 과정에서 소수의 자릿값에 대한 개념이 부족한 것을 알 수 있었다. 소수의 덧셈과 뺄셈에서 모두 나타났으며, 1차 뿐만 아니라 2차에서도 나타났다.

The image shows two panels of handwritten student work. The left panel shows three problems: '0.61은 0.01이 61개입니다.' (0.61 is 61 times 0.01), '0.97은 0.01이 97개입니다.' (0.97 is 97 times 0.01), and '0.61 + 0.97은 0.01이 158개이므로 1.58입니다.' (0.61 + 0.97 is 158 times 0.01, so 1.58). Below these is a vertical addition of 0.61 and 0.97, resulting in 1.58. The right panel shows two problems: '8.38은 0.01이 838개' (8.38 is 838 times 0.01) and a subtraction problem '8.38 - 2.49' which is converted to '2.49는 0.01이 249개' (2.49 is 249 times 0.01), leading to a result of 5.89. There are some corrections and annotations in the right panel.

<그림 IV-24> B학생의 개념형성 문제에 대한 반응

3) C학생 - 1번, 2번, 3번, 4번, 13번에 대한 연관성

1번 문항은 소수 두 자리 수와 세 자리 수를 이해하여 읽고 쓰기 위해서는 자릿값의 원리를 알아야 한다. C학생은 소수 둘째 자리값과 소수 셋째 자리값에 대한 이해가 부족하였다.

2번, 3번 문항은 수직선에 나타난 분수를 소수로 나타내고 읽는 것인데, 수직선에서 두 수 사이를 10등분 한 것에 대한 개념이 부족하여 전혀 감을 잡지 못하고 무응답으로 제시하였다.

4번 문항은 설명하는 소수를 찾는 문제인데 C학생은 소수에 대한 개념

이 형성되어 있지 않아 대부분의 문제에 무응답으로 대응하였다.

13번 문항은 소수의 뺄셈원리를 찾는 것인데, 다음 문항의 답을 보면 소수의 뺄셈을 할 수 있으나 뺄셈원리를 찾는 것은 어려워하여 답을 적지 않았다. 소수의 자릿값에 대한 개념형성이 부족한 것을 알 수 있었다.

4.529는 사실 4.529 라고 읽습니다. 4 + 0.5 + 0.02 + 0.009

4.529에서 4는 일의 자리 숫자이고, 4를 나타냅니다. 4.529

5는 소수 첫째 자리 숫자이고, 0.5를 나타냅니다.

2는 소수 둘째 자리 숫자이고, 0.02를 나타냅니다. 0.02

9는 소수 셋째 자리 숫자이고, 0.009를 나타냅니다. 0.009

다음에서 설명하고 있는 소수를 위 표에서 찾으시오.

■ 이 수는 소수 두 자리 수야.	■ 9보다 크고 10보다 작아.
■ 소수 첫째 자리 숫자는 7이야.	■ 소수 둘째 자리 숫자는 4이야.

8.38 8.38은 0.01의 838개 8.38

- 2.49 ⇒ 2.49는 0.01의 249개 ⇒ - 2.49

0.01의 개

<그림 IV-25> C학생의 개념형성 문제에 대한 반응

수학에서 개념형성이 정확하게 되어 있으면 개념을 적용하는 문제 해결까지 가능하다. 각 단원의 앞 차시 부분에서 개념형성에 대한 공부를 하고 적용학습으로 넘어간다. 이에 앞서 준비학습으로 선수학습에 대한 성취도를 먼저 파악하여 선수학습에서 놓친 개념이 있는 학생은 개별지도를 통하여 출발점행동을 고른 다음에 본 학습으로 들어갈 필요가 있다.

본 학습에서도 개인 성취도에 따라 개념형성이 낮은 학생이 있기 마련이다. 교사는 수업 중 학생들 학습상태를 파악하여 개념형성이 안 된 학생을 찾아 그 차시에 개별지도를 통하여 개념을 바르게 이해하고 다음 단계로 넘어갈 수 있도록 지도할 필요성이 있다. 개념만 정확하게 이해하여도 문제해결이 어느 정도 가능하기 때문에 학생의 자신감이 올라가고 긍정적인 수학 태도로 수학실력도 향상될 것이다.

나. 원리 적용 문장제 문제

1) C학생 - 8번, 9번, 12번, 21번에 대한 연관성

위의 학생은 문제의 길이가 조금 길거나, 두 세 단계를 거쳐 해결해야 하는 원리 적용 문장제 문제의 경우에는 무엇을, 어떻게 구해야 하는지를 파악하지 못해 답을 전혀 적지 못하였다.

2) D학생 - 8번, 12번, 21번

8번 문항은 소수의 크기를 비교하는 문제로 먼저 크기 비교를 하고, 누가 더 큰 수를 많이 뽑았는지 횟수를 세어 주는 문제로 2단계를 거쳐야 문제를 끝까지 해결할 수 있다. 그러나 이 학생은 답은 맞게 제시하였으나 이유를 보면 이런 정답이 나올 수 없는 경우로 자신의 생각을 정확하게 적는 능력이 부족해 보였다.

12번 문항은 □안에 들어가는 수를 모두 찾는 문제로 소수의 덧셈을 할 수 있고, 크기 비교를 할 수 있어야 해결할 수 있는 문항이다. 모든 경우의 수를 따져 보아 조건에 맞는 수만 적어야 한다. 이 학생은 1단계는 해결했으나 그 다음 단계까지는 해결 방법을 찾지 못한 것을 볼 수 있었다.

21번 문항은 자동차와 자동차 바퀴의 수와의 관계를 설명하고, □와 △를 활용한 식으로 나타내는 문제이다. 자동차와 자동차 바퀴의 관계를 표로 잘 나타내었으나 그것을 식으로 나타내는 능력이 부족하였다.

큰 수를 더 많이 뽑은 사람	그렇게 생각한 이유
$0.45 + 0.76 > 0.27 + 0.24$ $\begin{array}{r} 0.45 \\ + 0.76 \\ \hline 1.21 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0.27 \\ + 0.24 \\ \hline 0.51 \end{array}$

<풀이과정> $0.45 + 0.76 > 0.27 + 0.24$

<답> 1.21

<풀이과정> $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} \text{자동차} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline \text{바퀴} & 4 & 8 & 12 & 16 & 20 & 24 \end{array}$

<식> $D = D \times 3$

<그림 IV-26> D학생의 원리 적용 문장제 문제에 대한 반응

3) E학생 - 8번, 12번, 17번, 18번에 대한 연관성

8번, 12번 문항은 두 세 단계를 거쳐 해결해야 하는 문제로 이 학생은 무엇부터 해결해야 하는지 문제 해결의 순서를 찾지 못해 답을 적지 못하였다.

17번 문항은 나눗셈 식을 세우는 단순한 문장제 문제인데 엉뚱한 식을 제시하고 나눗셈조차 정확하게 하지 않았다.

18번 문항은 17번 문항의 답을 사용하여 식을 세워 문제를 해결해야 하는데 문제해결 방법을 인지 못하는 것을 오답을 보면 알 수 있었다.

횟수	해찬이가 뽑은 수	재연이가 뽑은 수
1회	435 1000	0.43
2회	1.42	1.44 1.100
3회	2.763 100	1.984
4회	3.23	3.124 1.000

큰 수를 더 많이 뽑은 사람: _____

그렇게 생각한 이유: _____

0.45 + 0.76 > 0.7 + 0.24

<풀이과정>

<답>

<풀이과정>

7.77 = 7.77

<답> 7.77

<그림 IV-27> E학생의 원리 적용 문장제 문제에 대한 반응

4) F학생 - 8번, 9번, 12번에 대한 연관성

8번 문항은 소수 크기 비교 후 누가 더 많이 뽑았는지 횟수를 생각해야 하는 문제로 이 학생은 소수의 크기 비교도 정확하게 하였고, 문제에서 요구하는 횟수도 누가 많이 뽑았는지 알고 정답을 제시하였으나, 그렇게 생각한 이유를 자세하게 적지 않고 ‘대충봐서’라고 적었다. 문제 풀이한 것을 보면 이유도 잘 알고 있을 것이라 생각되나 성실함과 적극성의 부족으로

성의 없는 답을 제시하였다.

9번 문항은 소수의 크기를 비교하여 차례대로 쓰는 문항으로 소수의 크기 비교를 정확하게 하여 큰 것부터 번호를 적어 놓았다. 그러나 정작 답지에는 아무것도 적지 않고 제출하였다. 위의 8번 문항처럼 이 학생은 소수의 크기 비교 방법을 잘 알고 있으나 적는 것이 귀찮아서 적지 않은 것처럼 보인다.

12번 문항은 모든 경우의 수를 다 찾아야 하나, 이 학생은 문제해결 방법을 알고 있으나 문제를 풀다가 다 풀지 않은 것으로 보이며, 풀이과정도 정확하게 적지 않았다.

횟수	해란이가 뽑은 수	재언희가 뽑은 수
1회	435 1000	0.43
2회	1.42	44 100
3회	763 100	1.984
4회	3.24	124 1000

큰 수를 더 많이 뽑은 사람: 재언희
그렇게 생각한 이유: 해란이가

큰 수부터 차례로 쓰고, 소수의 크기를 비교한 방법을 설명하시오.

3.432, 3.038, 3.45

<답>
<소수의 크기를 비교한 방법>

□ 안에 들어갈 수 있는 수는 모두 쓰고, 풀이과정을 쓰시오. (단, □는 0 보다 큼니다.)

$0.45 + 0.76 > 0.17 + 0.24$

<풀이과정>

<답> 1.2, 1.4, 1.6

<그림 IV-28> F학생의 원리 적용 문장제 문제에 대한 반응

문장제 문제 해결을 위해서는 문장에 대한 이해가 우선되어야 한다. 문장제 문제를 해결하지 못한 학생의 대부분이 문제의 뜻을 이해하지 못해 해결 방법을 찾지 못하는 것이었다. 문장제 문제의 해결을 위해 무엇을 구하고자 하는가, 주어진 조건이나 필요한 조건은 무엇인가, 어떤 식으로 해결해야 할까 등을 짚토의, 하브루타 질문하기 등으로 먼저 파악하도록 한다. 또한 자신의 생각을 말이나 글로 나타낼 수 있도록 다양한 토의토론, 글쓰기 등을 일상생활에서 꾸준히 실시하도록 하는 것이 필요하다.

다. 연산능력

1) A학생 - 11번, 15번, 17번에 대한 연관성

11번 문항은 합이 1.43이 되도록 소수 두 자리 수를 조합하는 것으로 덧셈의 받아올림이 가능하면 해결 가능한 문항이다. 그러나 A학생은 이 문제를 해결하기 위해 받아올림을 해야 한다는 것에 대한 이해가 부족하여 0.12와 0.31을 더하면 1.43이 된다고 답하는 오류를 범하였다.

15번 문항은 받아내림이 있는 소수 두 자리 수의 뺄셈이 가능한가를 묻는 문항이다. A학생은 문제에 맞는 식을 세우고, 소수의 뺄셈에 자연수의 뺄셈원리를 적용한다는 것을 알고 이용하였으나 마지막에 소숫점을 찍지 않는 오류를 범하였다.

17번 문항은 반올림을 할 수 있는가를 묻는 문항이지만 반올림을 하기 위해 먼저 나눗셈으로 몫을 구한 후 그 몫을 반올림해야 하는 문항이다. A학생은 문제에 맞는 식을 세웠으나 나눗셈을 정확하게 하지 못하여 그 다음 과정을 해결하지 못하였다.

$$0.12 + 0.31 = 1.43$$

$$2.43m - 1.49m = 94m$$

$$7800 \div 50 = 30m$$

<그림 IV-29> A학생의 연산문제에 대한 반응

2) D학생 - 13번, 14번, 15번, 17번에 대한 연관성

13번 문항은 소수의 뺄셈원리를 찾아 자연수의 뺄셈원리를 적용하여 빼는 것인데 838에서 249를 빼는데 일의 자리에서 빼어지는 수 8에서 빼는 수 9가 빼지지 않는데 받아내림을 하지 않고 반대로 빼는 수 9에서 빼어지는 수 8을 빼어 1이라 답하고, 십의 자리에서도 마찬가지로 받아내림을 하지 않고 거꾸로 빼었다.

14번 문항은 가장 큰 소수, 가장 작은 소수를 찾아 차를 구하는 문제로 가장 큰 소수, 가장 작은 소수를 잘 찾았다. 0.96에서 0.19를 빼는 과정에서 일의 자리 빼어지는 수 6에서 빼는 수 9를 뺄 수 없어 받아내림을 해야 하는데 받아내림을 하지 않고 13번 문항과 마찬가지로 빼는 수 9에서 빼어지는 수 6을 빼어 0.83이라고 답하였다.

15번 문항도 소수 두 자리 수의 뺄셈 문제이다. 2.43에서 1.49를 빼는 문제로 식을 잘 세웠으나 뺄셈에서 13번, 14번 문항처럼 빼어지는 수보다 빼는 수가 더 큰 경우에 거꾸로 빼기를 하였다.

17번 문항은 문제에 맞는 식을 구한 후 나눗셈을 해야 정답을 구할 수 있는 문항이다. 이 학생은 식을 맞게 세웠으나 나눗셈을 정확하게 하지 못해 오답을 제시하였다.

The image displays four panels of handwritten student work for problems 13, 14, 15, and 17. Each panel shows the problem statement, the student's solution steps, and the final answer in a box. Problem 13 involves subtracting 2.49 from 8.38, resulting in a boxed answer of 6.11. Problem 14 involves subtracting 0.19 from 0.96, resulting in a boxed answer of 0.83. Problem 15 involves subtracting 1.49 from 2.43, resulting in a boxed answer of 1.06. Problem 17 involves dividing 156 by 50, resulting in a boxed answer of 3. The work includes various annotations and corrections, such as '가장큰소수 0.96 가장작은소수 0.19 빼면된다' and '가장큰소수 2.43 가장작은소수 1.49'.

<그림 IV-30> D학생의 연산문제에 대한 반응

3) G학생 - 13번, 14번, 15번에 대한 연관성

G학생은 앞의 D학생과 일란성 쌍둥이 형제이다. G학생도 자연수의 뺄셈이나 소수의 뺄셈에서 빼어지는 수 보다 빼는 수가 큰 경우에 받아내림을 하지 않고, 반대로 빼는 수에서 빼어지는 수를 빼는 경향을 보였다.

8.38 8.38은 0.01이 838 개 8.38

- 2.49 ⇒ 2.49는 0.01이 249 개 ⇒ - 2.49

0.01이 611 개 6.11

(플리과정) 0.96이랑 0.97를 배배 주고 0.87이랑 0.29를 배배조서 답을 또 배배조서 하는 것이다

0.96 - 0.97 = 83 0.87 - 0.29 = 21

83 - 21 = 62

83 - 21 = 62

(물이과정) $243 - 149 = 106$ 이고 따라서 106이다.

답: 106

<그림 IV-31> G학생의 연산문제에 대한 반응

자연수의 사칙연산은 수학에서 기본 연산이다. 이것이 능숙하게 되지 않으면 소수, 분수의 연산이 되지 않으며 문장제 문제해결도 어렵다. 위의 세 학생처럼 문장제 문제의 식을 바르게 세우고도 계산을 하지 못해 틀리는 경우가 발생한다.

그러므로 자연수의 사칙연산이 능숙하지 못한 학생은 가정과의 연계를 통한 꾸준한 지도를 통하여 배우는 시기에 숙달할 수 있도록 한다. 학급에서는 자투리 시간을 활용하여 가우스 엑스, 머긴스, 매지믹스 등 수학교구를 활용한 놀이형식으로 학생들의 흥미를 유발하여 지속적으로 지도하여 계산을 능숙하게 하도록 한다. 위의 쌍둥이 형제처럼 연산에서 특별한 오류를 보이는 경우 교사는 빨리 찾아 그 원인을 해결해 줄 수 있도록 한다.

4. 수학에 대한 태도

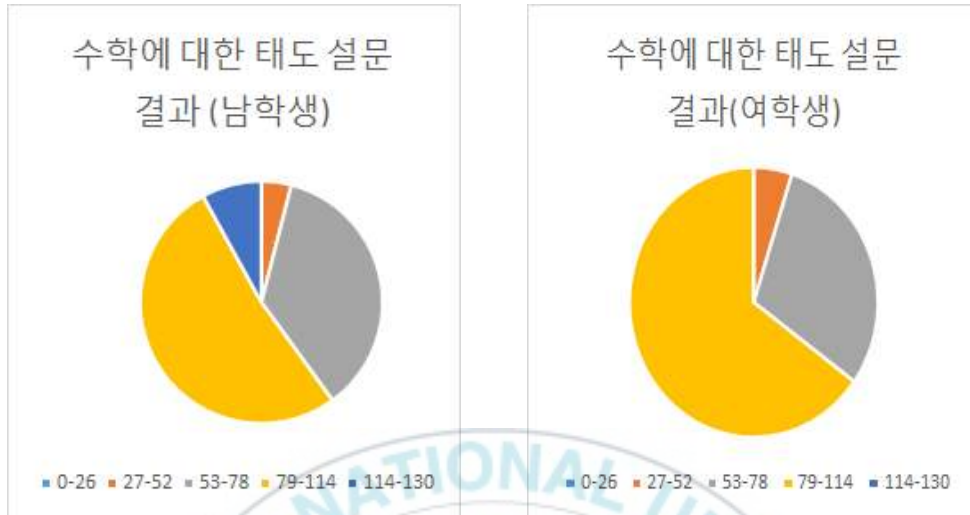
가. 수학에 대한 태도 설문 결과

수학에 대한 학생들의 태도를 알아보기 위한 설문을 실시하였다. 평정방법은 5단계로 매우 그렇다(1), 그렇다(2), 보통이다(3), 그렇지 않다(4), 매우 그렇지 않다(5)로 하였다. 전체 점수가 높을수록 수학에 대한 긍정적인 태도를 가진 학생이다.

수학에 대한 태도를 '26~52', '53~78', '79~114', '115~130'의 네 구간으로 나누어 분류 조사하였다. '26~52'구간에 남학생 1명, 여학생 1명이었다. '53~78'구간에 남학생 9명, 여학생 6명, '79~114' 구간에 남학생 13명, 여학생 13명이며, '115~130' 구간에는 남학생 2명에 불과하였다. 전체적으로 남학생보다 여학생이 5% 정도 수학에 대한 태도 점수가 높았다. 전체를 보면 약 62% 이상의 학생이 수학에 대한 긍정적인 태도를 가지고 있었다.

<표 IV-28> 수학에 대한 태도 설문 결과

구간 성별	27-52	53-78	79-114	115-130	합계
남학생	1(4%)	9(36%)	13(52%)	2(8%)	25
여학생	1(5%)	6(30%)	13(65%)	0(0%)	20
합계	2(4.4%)	15(33.3%)	26(57.9%)	2(4.4%)	45



<그림 IV-32> 수학에 대한 태도 설문 결과 그래프

나. 정답률과 수학에 대한 태도

학생들의 정답률과 수학에 대한 태도 점수를 비교해 보았다. 정답률은 24문제를 1, 2차로 실시하였으므로 48문제로 환산하고 맞는 개수로 계산하였다. 설문 대상자 전체의 평가 정답률은 77.3%였다.

수학에 대한 태도가 79점 이상인 학생은 28명으로 정답률 평균은 81.0%였다. 세부적으로 살펴보면 정답률 90% 이상인 학생이 7명, 80% 이상이고 90% 미만인 학생이 10명이었다. 70% 이상이고 80% 미만인 학생은 6명, 60% 이상 70% 미만인 학생이 4명이었고, 정답률 54.2%인 학생이 1명 있었다.

문항별 연관성 중 개념형성 문제에서 오류를 보였던 B학생은 다소 부진한 60.4%의 정답률을 보였으나 수학에 대한 태도는 95점으로 수학실력에 비하여 높은 점수를 보였다.

문항별 연관성 중 연산문제로 빼어지는 수가 빼는 수보다 작을 경우 거꾸로 빼는 수에서 빼어지는 수를 빼는 연산을 하였던 쌍둥이 형제인 D학생과 E학생도 각각 54.2%, 64.6%의 정답률을 보였으나 수학에 대한 태도는 각각 91점과 85점이었다.

수학에 대한 태도가 53점 이상 78점 이하인 학생은 15명으로 정답률 평균은 71.9%였다. 세부적으로 살펴보면 80% 이상이고 90% 미만인 학생이 6명, 70% 이상이고 80% 미만인 학생인 4명이었다. 60% 이상 70% 미만인 학생은 1명, 50%이상 60%미만인 학생이 3명이었다. 그리고 31.3%의 정답률을 보인 학생도 1명 있었다.

문항별 연관성 중 개념형성과 연산문제에서 오류를 보였던 A학생은 56.3%의 정답률과 69점의 태도 점수가 나왔으며, 개념형성과 문장제 문제에서 오류를 보였던 C학생은 50%의 정답률과 59점의 태도 점수를 보였다. 문장제 문제에서 문제를 이해하지 못하고 계산도 미흡했던 F학생은 수학부진학생으로 31.3 %의 정답률과 74점의 태도 점수를 보였다. 문제에 대한 이해력은 양호하나 성실함이 부족했던 G학생은 58.3%의 정답률과 78점의 태도 점수가 나왔다.

수학에 대한 태도가 52점 미만인 학생은 2명으로 1명은 56.3%의 정답률과 42점의 태도점수, 1명은 77.1%의 정답률과 35점의 태도점수를 보였다.

수학 성취도에 비하여 태도점수가 높게 나온 학생은 수학에 대한 흥미를 지속할 수 있도록 하고, 높은 성취도에도 불구하고 태도점수가 낮은 학생은 교사의 지속적인 관찰로 수학에 대한 흥미를 유발하여 태도 변화가 일어날 수 있도록 할 필요성이 있다.

위의 분석 내용은 교육부 (2017A). 교사용 지도서 수학 4-2. (주)천재교육, 교육부 (2017B). 수학교과서 4-2.(주)천재교육, 교육부 (2018B). 수학교과서 4-1. (주)천재교육, 김영천 (2010). 현장 교사를 위한 교육평가. 문음사, 박성

선 외 3인 (2012). 초등교사를 위한 수학과 교수법. 경문사, 최은실 (2006). 소수의 덧셈과 뺄셈의 오류분석을 통한 지도 방안 연구. 전주교육대학교 교육대학원 석사학위 논문, 최창우 (2015). 초등수학 교재연구와 지도. 경문사, 한국교육과정평가원 (2017). 우리나라 학생들의 수학태도 실태 및 영향 요인. 미래테크를 참고하였다.



V. 결론 및 제언

1. 결론

초등학교 4학년 2학기 수학과 수와 연산, 측정, 규칙성, 확률과 통계(자료와 가능성)영역의 수행평가 오류 분석 및 학생들의 수학에 대한 태도를 알아보았다. 평가 문항은 크게 개념형성 문제, 원리적용 문장제 문제, 이것을 해결하는 연산능력으로 본 연구의 분석 결과는 다음과 같다.

첫째, 동일 문항으로 시기를 달리하여 두 차례에 걸쳐 수행평가를 실시하였을 때, 1차와 큰 변화가 없었다. 즉, 1차에서 오답 반응을 보인 학생은 2차에서도 오답을 제시하는 확률이 높았다. 그리고 2차에서 전체 24문항 중 11개의 문항에서 정답률이 낮아지고, 3개의 문항이 1차와 같았으며, 10개의 문항만 정답률이 높게 나타났다. 개념형성 문항과 원리적용 문장제 문제는 2차에서 정답률이 낮게 나타났다.

둘째, 개념형성 문제에서 선수학습의 결손으로 인한 오류가 나타나는 영역은 수와 연산 영역, 확률과 통계(자료와 가능성) 영역에서 조금 나타났다. 4학년 2학기 수와 연산 영역은 소수 관련으로 3학년에서 분모가 10인 진분수를 통해 소수 한 자리 수 이해하고 읽기, 쓰기와 소수 한 자리 수의 크기 비교하기를 학습하였다. 3학년에서 학습한 소수의 내용이 적어 소수의 기본과 본 학습에서 개념이 정확하게 형성된다면 극복 가능한 오류였다. 4학년 2학기 확률과 통계 영역은 연속적인 변량에 대한 자료를 수집하여 꺾은선 그래프로 나타낼 수 있는가를 알아보는 것이다. 학생들은 선수 학습으로 통계의 개념을 기초로 연속적으로 변화하는 자료를 표로 만들 수 있으나, 그

래프의 가로축, 세로축을 어떻게 정하고 자료에 따라 그래프 한 칸의 크기를 얼마만큼 할 것인지를 어려워하였다. 이 학습은 4학년 1학기 막대그래프 학습에서 성취수준에 도달하였으면 해결 가능한 것으로 당해 연도에 학습한 것이므로 오류 수정이 다른 오류에 비하여 가능해 보이는 것이다. 즉, 4학년 개념형성에서 나타나는 오류들은 본 학습에서 충분히 해결할 수 있는 가능성을 보였다.

셋째, 원리적용 문장제 문제 오류는 대부분의 학생이 문제의 뜻을 이해하지 못해 해결방법을 찾지 못하는 것이었다. 단순한 문제는 잘 해결하나 두 단계 세 단계를 거쳐 해결하는 문제의 해결방법을 찾기 어려워하는 경향을 보였다.

넷째, 개념형성 문제나 원리적용 문장제 문제 해결에 필요한 연산에서 많은 오류가 나타났다. 자연수의 기본 연산이 능숙하게 되지 않으면 소수, 분수의 연산이 되지 않으며 문장제 문제 해결도 어렵다. 문장제 문제의 해결 전략을 찾아 알맞은 식을 세우고도 계산을 하지 못해 틀리는 경우도 생기기 때문이다.

다섯째, 학생들의 수학에 대한 태도를 분석해 보면 긍정적이거나 매우 긍정적이라고 볼 수 있는 79점 이상인 학생이 약 62%이며 부정적인 태도를 가졌다고 볼 수 있는 52점 이하인 학생이 약 4%였다. 남학생보다 여학생이 약 5% 정도 수학에 대해 조금 더 긍정적인 태도를 보였다. 수학에 대한 태도와 평가의 정답률을 비교해보면 수학에 대한 태도가 79점 이상인 학생들의 평가 정답률은 평균 약 81%였다.

2. 제언

본 논문에서 연구의 취지에 따라 오류를 분석하고 오류의 특징을 파악하여 문제해결, 추론, 의사소통 등의 수학 교과 역량을 기를 수 있는 교수·학습 방법의 개선을 모색하고 학생들의 수학 성취도 향상과 수학에 대한 긍정적 태도를 위해 다음과 같이 제언 하고자 한다.

첫째, 본 차시에서 과정 중심 평가를 통해 그 차시의 학습목표에 도달할 수 있도록 한다. 본 차시에서 개념이 정확하게 형성되지 않은 학생은 시간이 지나도 정확한 개념 형성이 되지 않음을 보았으므로 수업 시간 중 과정 중심 평가, 학생들 관찰을 통하여 개념 미형성 학생이 발생하지 않도록 한다.

둘째, 단원 도입단계에서 선수학습에 대한 확인이 필요하다. 준비학습으로 선수학습에 대한 성취도를 먼저 파악하여 선수학습에서 놓친 개념이 있는 학생은 개별지도를 통하여 출발점행동을 고른 다음에 본 학습으로 들어가도록 한다.

셋째, 연산능력 향상을 위한 지도가 이루어져야 한다. 초등학교 4학년 단계에서 사칙연산만 능숙하게 해도 학생들의 수학에 대한 태도는 긍정적이고 자신감이 향상될 것이다. 자연수의 사칙연산이 능숙하지 못한 학생은 가정과의 연계를 통한 꾸준한 지도가 이루어지도록 한다. 학급에서는 기계적 연산 훈련이 아닌 가우스 엑스, 머긴스, 매지믹스 같은 수학교구를 활용한 놀이형식으로 학생들의 흥미를 유발하여 지속적 지도가 이루어지도록 한다.

넷째, 문장제 문제 해결의 단계적 지도가 필요하다. 문장제 문제의 풀이를 위해서는 구하고자 하는 것이 무엇인가, 주어진 조건이나 필요한 조건

은 무엇인가, 어떤 식으로 해결해야 할까를 생각할 수 있도록 한다. 제일 먼저 구하고자 하는 것을 알아야 다음으로 조건을 살펴볼 수 있다. 단순한 문장제는 주어진 조건만으로 해결 가능하지만, 여러 단계를 거쳐야 해결 가능한 문제는 주어진 조건을 통하여 필요한 조건을 찾아야 한다. 이것이 이루어진 다음 어떤 식을 세워야 구하고자 하는 것을 구할 수 있을지 생각하게 한다.

다섯째, 자신의 문제 해결 전략을 말이나 글로 전달하는 수학적 의사소통 능력 향상을 위한 수업 방법 개선으로 다양한 토의·토론과 수학공책 쓰기를 제안한다. 자신의 해결 전략을 짝에게 설명하고 질문하는 하브루타 토의, 창문열기, 돌아가며 말하기 등 다양한 토의토론을 적용한 수업, 수학공책 쓰기 수업은 학생들에게 수학의 흥미를 높이고 수학에 대하여 긍정적인 태도를 가지게 할 것이다.

여섯째, 이해력 향상을 위한 방법의 연구가 필요하다. 문장제 문제를 이해하지 못해 해결 전략을 찾지 못하는 경우가 많으므로 이해력 향상을 위한 교사의 노력이 필요하다. 이해력이 향상되면 수학과뿐만 아니라 다른 교과에서도 변화가 나타날 것이다. 그래서 꾸준한 독서, 수업시간 문제 만들기 등을 통하여 이해력 향상이 가능할 것이다.

일곱째, 학생들의 학습 행동과 집중력 향상을 위한 지도가 필요하다. 문제를 빠트리고 풀지 않거나, 문제를 정확하게 읽지 않아 오답을 제시하는 경우가 있으므로 차분한 자세, 집중력 향상을 위한 교사의 연구가 필요하다.

마지막으로 교사의 긍정적 마인드가 필요하다. 학생들의 수학 학습부진은 해결 가능하다는 긍정적 생각으로 꾸준한 지도가 이루어져야 한다.

참 고 문 헌

- 강완(외) (2014). 초등수학교육론. 경문사.
- 교육부 (2017A). 교사용 지도서 수학 4-2. (주)천재교육.
- 교육부 (2017B). 수학교과서 4-2.(주)천재교육.
- 교육부 (2018A). 교사용 지도서 수학 4-1. (주)천재교육.
- 교육부 (2018B). 수학교과서 4-1. (주)천재교육.
- 김영아 (2011). 5학년 학생들의 문장제 문제해결전략별 오류유형 분석. 부산교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 김영천 (2010). 현장 교사를 위한 교육평가. 문음사.
- 사교육걱정없는세상 웹진, “수포자”, <http://news.noworry.kr/2414>, (2018.06.01)
- 네이버, “수포자”, <http://naver.com> (2018.06.01.)
- 박성선(외) (2012). 초등교사를 위한 수학과 교수법. 경문사.
- 박신정 (2006). 일차함수에서의 오류와 그 대처방안에 대한 연구. 경희대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 박아영 (2012). 초등 수학 문장제의 구조와 오류 유형 분석. 광주교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 이경미 (2007). 일차부등식의 문제해결과정에서 나타나는 오류와 원인 분석. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 이부연 (2003). 문자와 식 단원에서 학생들이 보이는 오류 분석. 성균관대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 장정희 (2017). 기본연산 및 일차방정식의 문제해결과정에서의 오류 분석. 부경대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 전혜경 (2016). 하브루타 수학 수업이 수학적 태도와 학업성취도에 미치는

- 효과 분석. 부산교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 채정화 (2003). 초등학교 6학년 학생의 수학 수행평가 결과 오류 유형 분석. 조선대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 최은실 (2006). 소수의 덧셈과 뺄셈의 오류분석을 통한 지도 방안 연구. 전주교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 최진숙 (2003). 덧셈 · 뺄셈의 오류 유형 분석 및 지도 방안에 대한연구. 전주교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 최창우 (2015). 초등수학 교재연구와 지도. 경문사.
- 한국교육과정평가원 (2017). 우리나라 학생들의 수학태도 실태 및 영향요인. 미래테크.
- D. J. Dubois, (1990). The relationship between selected student team learning strategies and student achievement and attitude in middle school mathematics. Unpublished doctoral dissertation, University of Houston. Ed.
- G. Polya (저), 우정호 (역) (1986). 어떻게 문제를 풀 것인가? - 수학적 사고 방법. 천재교육.