



저작자표시-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.
- 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

工學碩士 學位論文

증기압축식 냉동시스템의 상태공간 모델링 및 강인제어

**Robust Control in State Space for Vapor Compression
Refrigeration System**



冷凍空調工學科

洪 起 學

工學碩士 學位論文

증기압축식 냉동시스템의 상태공간 모델링 및 강인제어

**Robust Control in State Space for Vapor Compression
Refrigeration System**

指導教授 鄭 碩 權

(共同指導教授 尹 政 仁)

이 論文을 工學碩士 學位論文으로 提出함

2014年 2月

釜慶大學校 大學院

冷凍空調工學科

洪 起 學

洪起學의 工學碩士 學位論文을 認准함

2014年 2月



목 차

Abstract	iii
List of tables	v
List of figures	vi
Nomenclature	vii
제1장 서 론	1
1.1 연구 배경	1
1.2 연구 내용	4
제2장 냉동사이클의 CVS 제어법과 강인제어를 위한 시스템방정식	7
2.1 CVS 제어법	7
2.2 강인제어를 위한 시스템방정식	9
제3장 냉동사이클의 각 구성 요소별 상태방정식 모델링	11
3.1 열교환기의 지배방정식	11
3.2 응축기	12
3.3 증발기	18
3.4 압축기	22
3.5 팽창밸브	23
3.6 모델 선형화	24
3.7 모델 축소	25

제4장 LQG 제어기 설계 -----	27
4.1 LQG 제어기 설계 -----	27
4.2 칼만필터 상태관측기 설계 -----	34
4.3 제어계의 안정성 검증 -----	40
제5장 시뮬레이션 프로그램 및 시뮬레이션 방법 -----	42
5.1 시뮬레이션 프로그램 -----	42
5.2 시뮬레이션 방법 -----	44
제6장 시뮬레이션 및 고찰 -----	45
6.1 지령값 설정 및 모델 타당성 검증 -----	45
6.2 LQR 제어기 성능 분석 -----	51
6.3 칼만필터 상태관측기 성능 분석 -----	60
6.4 LQG 제어계의 강인성 검증 -----	69
제7장 결 론 -----	73
참고문헌 -----	76
Appendix -----	79
학술대회 발표 논문 및 학술지 게재 논문 List -----	113
감사의 글 -----	114

Robust control in State Space for Vapor Compression Refrigeration System

Hong Ki-Hak

Department of Refrigeration and Air-conditioning Engineering
Graduate School, Pukyong National University

Abstract

Recently, compressor variable speed(CVS) system has been used for precise control of vapor compression refrigeration system. This system is Multi-Input Multi-Output(MIMO) system that control target temperature and superheat at the same time. And a merit of the system are to save the energy but a demerit is hard to install the system equipments. Various control methods are studied for design the MiMo control system such as PID control based on transfer function, fuzzy control, fuzzy PID control, optimal control based on the state space model and so on. Demerits in PID controller is that control at that time of target temperature and superheat is hard.

Many researchers was trying to improve the interference effect between target temperature and superheat. 4 control variable at least should be considered for control of fan motor in condenser and evaporator. Therefore, Application of optimal controller based on the state space model is desirable for MIMO controller design. Dynamic modeling is needed for design the optimal controller.

This paper deals with practical low order linear modeling and LQG controller design in state space for optimum control with robustness of vapor compression refrigeration system. At first, a low order linear model which is suitable for controller design was derived from partial differential equations of heat exchangers by considering dominant state variables for output variables and applying some assumptions. Next, LQG controller with state observer using Kalman filter is designed to obtain the system

robustness against input noises. Computer simulations are conducted to prove the validity of the proposed controller with simplified practical model. Simulation results show that the proposed controller can achieve fairly good robustness against input noises.



List of tables

Table 3.1	Elements of Z and F matrix based on a condenser model	16
Table 3.2	Elements of Z matrix based on an evaporator model -----	21
Table 5.1	Specifications of the test unit -----	43
Table 5.2	Simulation conditions -----	43



List of figures

Fig. 2.1	Schematic diagram of CVS system. -----	8
Fig. 2.2	Block diagram of state variable. -----	10
Fig. 3.1	Spatial discretization in a condenser depends on refrigerant state. -----	12
Fig. 3.2	Spatial discretization in an evaporator depends on refrigerant state. -----	18
Fig. 3.3	Mass flow graph with single phase step position on EEV. --	23
Fig. 4.1	Block diagram of LQG control system. -----	27
Fig. 4.2	Block diagram of LQG control system with kalman filter. --	39
Fig. 5.1	Simulink block diagram for simulation on designed LQG controller. -----	42
Fig. 6.1	Static characteristic of COP versus superheat variation. -----	45
Fig. 6.2	Comparison of the outlet temperature between transfer function and state space model. -----	46
Fig. 6.3	Comparison of the superheat between transfer function and state space model. -----	47
Fig. 6.4	Evaporating pressure under frequency change. -----	48
Fig. 6.5	Evaporating pressure under EEV opening angle change. -----	49
Fig. 6.6	Simulation result of starting up. -----	52
Fig. 6.7	Simulation result of set point change. -----	54
Fig. 6.8	Simulation result of thermal load change test. -----	55
Fig. 6.9	Simulation result in the case of $R = 0.1$. -----	57
Fig. 6.10	Simulation result in the case of $R = 10$. -----	58
Fig. 6.11	Estimated error with respect to Kalman gain L . -----	61
Fig. 6.12	Simulation results in the case of $W \times 100$. -----	63
Fig. 6.13	Simulation results in the case of $W \times 0.01$. -----	64
Fig. 6.14	Simulation results in the case of $V \times 100$. -----	65

Fig. 6.15	Simulation results in the case of $V \times 0.01$. -----	66
Fig. 6.16	Simulation results in the case $V = W = 10^{-5}$ and $L = [10; 01]$. -----	68
Fig. 6.17	Simulation results using optimal PI controller. -----	70
Fig. 6.18	Simulation results using LQG controller. -----	71



Nomenclature

기호	영문	한글	단위
C	specific heat	비열	$[kJ/kg^{\circ}C]$
h	enthalpy	엔탈피	$[kJ/kg]$
$\dot{m}$	mass flow rate	질량 유량	$[kg/s]$
α	heat transfer coefficient	열전달계수	$[kW/m^2^{\circ}C]$
γ	Mean void fraction	평균공극률	-
L	length	관 길이	$[m]$
ρ	density	밀도	$[kg/m^3]$
T	temperature	온도	$[^{\circ}C]$
P	pressure	압력	$[kPa]$
u	velocity of 2 nd fluid	2차유체 속도	$[\ell/min]$
V	volume of pipe	관내 부피	$[m^3]$
K_1	state feedback gain	상태피드백 게인	
k_2	servo gain	서보게인	
J_m	cost function	평가함수	
Q_e	weight of control error	제어오차 가중치	
R_e	weight of energy input	입력에너지 가중치	
$e(t)$	error	오차	
$\xi(t)$	control deviation	제어오차	
$r(t)$	reference	지령값	
$u(t)$	control signal	조작량	
$x(t)$	state variable	상태변수	
$y(t)$	output variable	출력변수	

Nomenclature

Subscripts

기호	영문	한글
w	Wall	벽면
r	Refrigerant	냉매
o	Out, Oil	출구, 오일
a	Ambient	외기
i	In	입구
f	Fluid	액체
g	Gas	기체
c	Condenser	응축기
e	Evaporator	증발기



제1장 서론

1.1 연구 배경

증기 압축식 냉동시스템의 정밀한 온도 제어법으로 압축기 가변속 제어 방식이 널리 사용되고 있다. 이 방식은 목표온도와 과열도를 동시에 제어해야 하는 MIMO(Multi-Input Multi-Output)시스템으로 제어기의 설계 및 장치 구성이 어려운 단점이 있지만 에너지를 절약할 수 있는 장점이 있다.

MIMO시스템의 제어계 설계는 전달함수 기반 PID제어법⁽¹⁾, 퍼지제어법⁽²⁾, 퍼지 PID제어법⁽³⁾, 상태공간모델 기반 최적제어법⁽⁴⁾등 다양한 제어방법이 연구되었다. 산업현장에서는 실용성과 설계의 용이성 측면에서 PID 제어기가 많이 적용되고 있다.

PID 제어기의 경우, 목표온도와 과열도 사이의 간섭을 효과적으로 제어하기 어려운 단점이 있다. 이러한 단점을 보완하기 위해 Li⁽⁵⁾등은 비간섭 제어계를 설계하여 온도와 과열도 사이의 간섭효과를 반영하였다. 과열도 응답의 개선효과는 있었지만 설계 과정이 복잡하고 복잡한 설계 과정에 비해 개선 효과는 미미한 단점이 있었다. Jeong⁽⁶⁾등은 PI 및 피드포워드 제어계를 설계하여 응답을 개선하고자 하였지만 제어계의 확장성이 떨어지고 또한 모델을 실험을 통해 구해야 한다는 단점이 있다. 향후 냉동사이클의 고성능 제어를 위해 응축기 및 증발기의 팬 모터 까지 복합적으로 제어하기 위해서는 최소 4개의 제어변수를 고려해야 하므로 전달

함수 표현과 제어기 설계가 매우 어렵게 된다. 또한, 이런 과정을 거쳐 설계된 PID제어기가 최적의 제어 성능을 보장하지도 않는다. 따라서 MIMO시스템의 제어기 설계를 위해서는 상태공간 모델에 기반한 최적제어법 적용이 바람직하다. Kim⁽⁴⁾ 등은 상태공간 모델에 따른 최적제어기 설계법을 제시하였으며 이 때 모델은 실험적으로 구한 모델로써 엄밀한 제어에는 한계가 있었다.

최적제어기 설계를 위해서는 제어대상에 대한 상태공간에서의 모델링이 필수적이다. 냉동시스템의 모델링은 주로 실험적 방법에 의존하고 있다. 그 이유는 비선형성이 강한 고차의 냉동시스템을 저차의 선형화 모델로 유도하는 수학적 해석 과정이 매우 복잡하기 때문이다. Lee⁽⁷⁾ 등은 실험적 방법에 의존하지 않고 설계사양으로부터 냉동시스템을 모델링하는 방법을 제안하였다. 그러나 이 방법은 도출된 상태방정식의 차수가 매우 크며 모델링 과정이 복잡하고, 미분방정식으로부터 상태방정식으로의 변환 과정이 논리적으로 검증되지 않아 실제 적용에 문제가 있다. 따라서 본 논문에서는 냉동시스템의 실용적 저차원 모델을 수학적으로 구하였다. 또한 상태방정식의 차수 감소 및 상태방정식으로의 논리적 변환 과정을 통해 해석적으로 검증 가능한 모델을 개발하고자 한다.

한편, 제어기 설계에 있어서는 시스템방정식을 이용해 설정값에 추종할 수 있는 서보제어 시스템을 구성한다. 서보제어 시스템에 제어오차 및 입력 에너지로 표현되는 평가함수를 도입, 이를 최소화하는 제어입력

을 결정함으로써 최적제어기를 설계한다. 서보제어계는 상태변수의 피드백을 필요로 하며, 이 때 측정 불가능한 상태변수를 추정하는 상태관측기를 설계한다. 특히 상태관측기의 출력에 잡음이 섞일 경우, 제어계가 불안정해지는 현상을 막기 위해 관측기에 칼만필터(Kalman filter)를 도입하여 관측기 입·출력 잡음에 강인한 제어기를 설계한다. 제안한 제어기는 시뮬레이션을 통해 그 타당성이 입증된다.



1.2 연구 내용

본 논문에서는 증기압축식 냉동사이클의 강인제어(robust control)를 위한 상태방정식 모델링 및 LQG(Linear Quadratic Gaussian)제어기를 설계하고 그 타당성을 검증하고자 한다. 특히 기존의 연구와는 달리 상태방정식의 계수 행렬들을 시스템의 각종 설계 사양으로부터 구하고 상태방정식을 간소화 하는 방법을 제시한다. 증기압축식 사이클의 시스템방정식을 유도하기 위해 우선 Navier-Stokes 방정식을 이용하여 증기압축식 냉동사이클의 동특성을 미분방정식 형태로 유도하였으며 유도된 미분방정식을 평형점에서의 테일러 1차 근사법을 이용하여 선형화된 상태방정식을 유도한다. 유도된 상태방정식에서 센서로 측정이 불가능한 상태변수들을 추정하기 위해 상태관측기를 설계하였다. 상태관측기는 입·출력 외란에 강인한 상태관측기 설계를 위해 칼만필터 이론을 도입한 LQG 제어계를 구성한다.

최종적으로, 오일쿨러를 대상으로 한 시뮬레이션을 통해 제안한 모델의 타당성과 설계된 LQG 제어기의 성능을 검증하였다.

본 논문은 전체 8장으로 구성되었으며, 각 장의 개요는 다음과 같다.

제1장에서는 연구의 배경 및 연구의 전반적인 내용에 대해 개괄적으로 기술한다.

제2장에서는 본 논문의 연구 대상인 냉동사이클의 CVS 제어법과 강인제어를 위한 시스템방정식에 대해 기술한다.

제3장에서는 냉동사이클의 각 구성 요소별 미분방정식을 도출하고 도출된 미분방정식으로부터 상태방정식으로의 선형화 과정에 대해 기술한다. 증기압축식 냉동사이클의 열교환기에 대해서는 R.Shah⁽⁸⁾가 제안한 수학적 미분방정식 도출 방법을 이용한다. 열교환기에 Navier-Stokes 방정식을 적용하고, 압축기에 대해서는 회전수를 입력으로 하는 압축기 질량 유량식, EEV에 대해서는 개도를 입력으로 하는 EEV 질량 유량식을 이용하여 미분방정식을 유도한다. 미분방정식은 평형점에서의 테일러 1차 근사법(Taylor's 1st approximation)에 의해 선형 상태방정식으로 유도된다. 출력방정식은 주목하고 있는 제어변수에 대한 평형점에서의 선형 근사식으로부터 모리엘 선도를 이용하여 유도하였다.

제4장에서는 칼만필터를 포함하는 LQG 제어기 설계 과정을 기술한다. 칼만필터는 상태추정오차의 공분산을 최소로 하는 상태관측기 계인을 결정함으로써 설계하며 LQR 이론을 이용해 상태 피드백 계인 및 서보계인을 결정한다.

제5장에서는 제안한 상태방정식 모델링 및 LQG 제어기의 컴퓨터 시뮬레이션을 위한 본 연구에서의 제어대상인 공작기계용 오일쿨러의 장치 사양 및 시뮬레이션 방법에 대해 기술한다.

제6장에서는 선형화된 상태방정식의 타당성을 검증하기 위한 시뮬레이션 결과를 증점적으로 기술한다. 본 연구에서 제안한 상태방정식 모델을 기존의 전달함수 모델과 비교하고 고찰한다. 또한 측정 가능한 상태변수

인 증발압력에 대한 실제 실험결과와 상태방정식 모델에서의 컴퓨터 시뮬레이션 응답과의 비교를 통해 제안한 상태방정식 모델의 타당성에 대해 고찰한다. LQR 제어기의 성능 분석을 위해 기동, 지령값 변경, 부하변동을 가정한 시뮬레이션을 실시한다. 칼만필터의 성능 검증을 위해 칼만게인의 크기 변화, 입력 잡음의 크기 변화 시의 제어변수의 응답과 상태추정오차에 대한 시뮬레이션을 실시하고, 그 결과를 분석한다.

제7장에서는 본 연구를 통해 얻어진 주요 결과를 정리, 요약하고, 최종 결론을 도출한다.



제2장 냉동사이클의 CVS 제어법과

강인제어를 위한 시스템방정식

2.1 CVS(Compressor Variable Speed) 제어법

Fig. 2.1은 증기압축식 냉동사이클에 기반한 오일쿨러 시스템의 개념도이다. 압축기 가변속 방식은 압축기의 회전수 제어를 통해 냉매의 질량유량을 변화시킴으로써 증발기를 통과한 오일의 출구 온도를 일정하게 유지한다. 압축기 회전수 변화 시 과열도 변화로 인한 COP 저하와 압축기 손상을 막기 위해 전자팽창밸브(EEV) 개도를 제어함으로써 과열도도 동시에 제어한다. 결국 CVS 방식은 제어변수가 냉각기 출구 온도와 과열도인 다변수(MIMO) 제어 시스템이다. 제어대상인 압축기는 3상 유도전동기에 의해 구동되는 로터리식 압축기로 인버터의 주파수 변화를 통해 회전수가 제어되며, EEV는 스텝모터에 의해 개도를 제어한다. 회전수 제어를 위한 인버터는 $V/f = Constant$ 타입의 범용 오픈루프 제어 방식이며, 제어 지령은 콘트롤러(LabVIEW)로부터 전압지령을 받아 전압의 크기에 비례하는 주파수를 압축기로 보내 압축기의 속도가 가변된다. EEV는 EEV Drive를 이용하며, 인버터와 마찬가지로 콘트롤러인 LabVIEW로부터 전압지령을 받아 EEV 개도를 가변시킨다.

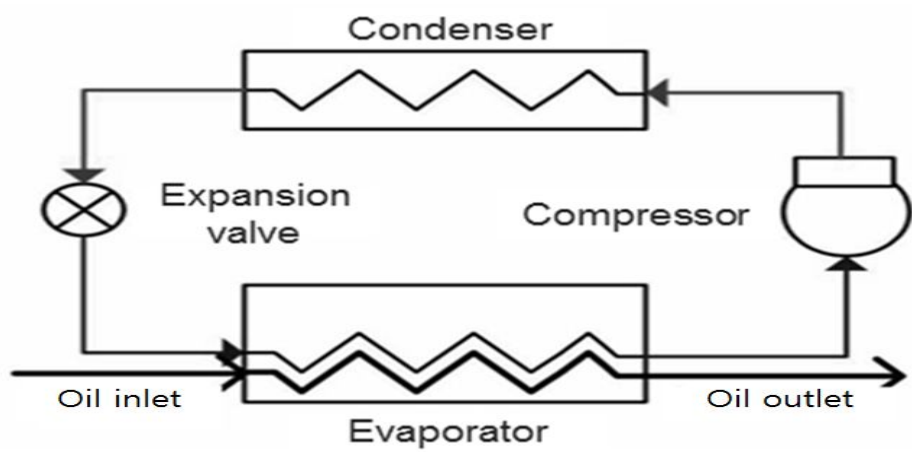


Fig. 2.1 Schematic diagram of CVS system.



2.2 강인제어를 위한 시스템방정식

강인 제어법은 다양한 이론이 있으나 본 논문에서는 LQR 이론과 칼만 필터가 결합된 형태인 LQG 제어계를 설계한다. 먼저 LQR 제어법은 제어 오차 및 입력 에너지를 변수로 하는 평가함수를 설정한 후, 이를 최소화 하도록 제어 계인을 설계하는 방법이다. LQR제어계는 모든 상태변수의 상태를 관측(검출) 가능하다는 가정 하에서 설계된다. 그러나 실제 제어계에서는 그러한 경우가 드물며, 측정 가능한 입력변수 및 출력변수를 사용하여 내부의 상태변수를 추정해야 하는 경우가 많다. 특히 추정과정에서 입력 및 출력에 잡음이 섞이면 시스템이 불안정 하게되는 결과를 초래할 수 있다. 본 논문에서는 이러한 잡음에 강인한 제어계 설계를 위해 칼만이론을 적용한 상태관측기 즉 칼만필터를 설계하였다. 칼만필터 설계를 위한 시스템 방정식은 식 (1)과 식 (2)로 나타낼 수 있다. 기본 냉동사이클을 이용한 CVS 방식에서는 제어변수인 출구 온도 및 과열도를 제어하기 위해 압축기 회전수 및 EEV 개도 이 두 변수를 입력으로 하는 상태방정식을 유도해야 한다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + w(t) \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t) + v(t) \quad (2)$$

식 (1)은 상태방정식, 식 (2)는 출력방정식이다. 여기서, x 는 상태변수,

u 는 제어입력, y 는 출력변수 그리고 w, v 는 각각 입·출력 잡음(noise)을 나타낸다. 입·출력 잡음은 그 평균값이 0인 Gaussian 백색잡음(white noise)으로 가정한다. 또한 A, B, C 는 계수 행렬로서 냉동사이클의 상태 방정식을 이론적으로 도출할 때 시스템 사양으로부터 결정된다.

Fig. 2.2는 외란을 제외한 시스템의 상태공간 모델을 상태변수 선도로 나타낸 것이다.

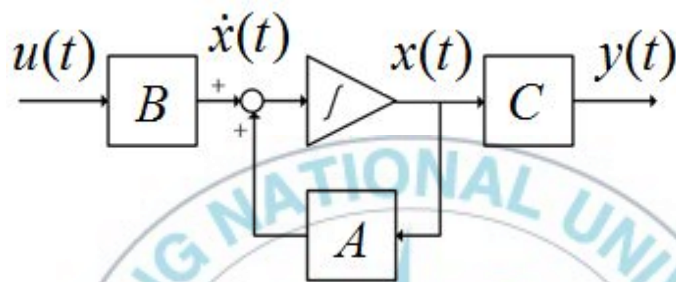


Fig. 2.2 Block diagram of state variable.

제3장 냉동사이클의 각 구성 요소별 상태방정식 모델링

3.1 열교환기의 지배방정식

증기압축식 냉동사이클은 증발기, 응축기로 구성되는 열교환기와 압축기, 팽창밸브로 이루어진다. 이하에서는 냉동사이클의 각 구성 요소별 동특성을 표현하는 미분방정식을 유도한다.

열교환기 관로 내의 유체의 특성을 파악하기 위해 Navier-Stokes의 방정식을 도입한다. 식 (3)은 유체의 흐름을 설명하는 과정에서 유체가 연속체임을 가정하기 위해 도입된 연속방정식으로 열교환기 내부로 들어오는 질량의 속도는 열교환기 내 질량의 축적 속도와 같다고 가정한다. 식 (4)는 냉매와 2차 유체 사이의 열전달량을 나타내는 에너지평형방정식, 식 (5)는 열교환기 관 벽면의 에너지 변화량은 냉매의 에너지와 외부 에너지의 차와 같다는 의미를 나타내는 열전달방정식을 각각 나타낸다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h - P) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u h) = \alpha A (T_w - T_r) \quad (4)$$

$$(C_p \rho V)_w \dot{T}_w = \alpha_i A_i (T_r - T_w) + \alpha_o A_o (T_a - T_w) \quad (5)$$

3.2 응축기

Fig. 3.1은 응축기의 동특성을 모델링하기 위해 응축기 관로 내부 냉매의 상태 변화를 구간별로 나타낸 개략도이다. 응축기에서의 유체 상태는 일반적으로 과열 구간, 2상 구간 그리고 과냉 구간으로 나누어 표현된다. 각 구간별로 Navier-Stokes 방정식을 적용시켜 총 9개의 미분방정식을 도출한다⁽⁸⁾. 미분방정식의 도출 과정은 Appendix(A.1)에 상세히 기술하였다.

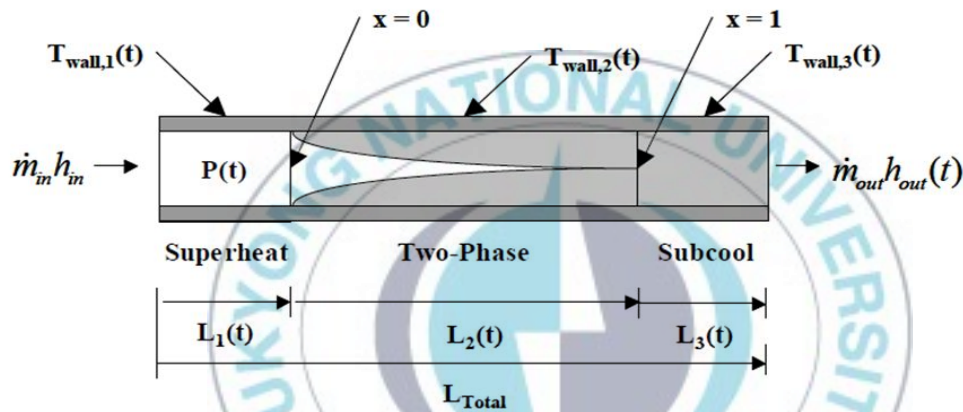


Fig. 3.1 Spatial discretization in a condenser depends on refrigerant state.

모델링에 사용된 가정으로는 첫째, 원형 튜브를 사용하는 직교류의 열교환기임. 둘째, 열적 질량(Thermal mass), 전열면적, 질량 플럭스(Mass flux)는 실제 장치와 동일함. 셋째, 열교환기의 재질에 따른 열기전력은 무시함. 넷째, 평균공극률은 시불변임. 마지막으로 응축기에서의 압력강하는 무시한다. 도출된 미분방정식은 식 (6)~(14)와 같다.

과열 구간에 있어서는 다음의 미분방정식이 유도된다.

$$\left(\frac{\partial \rho_1}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \frac{\partial h_g}{\partial P}\right) AL_1 \dot{P} + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1}\right) AL_1 \dot{h}_i + (\rho_1 - \rho_g) A \dot{L}_1 + \dot{m}_{i,1} - \dot{m}_i = 0 \quad (6)$$

$$A \left[(\rho_g - \rho_f) \gamma \dot{L}_2 + \left\{ \frac{d\rho_f}{dP} (1 - \gamma) + \frac{d\rho_g}{dP} \gamma \right\} \dot{P} L_2 + (\rho_g - \rho_f) L_2 \dot{\gamma} + (\rho_g - \rho_f) \dot{L}_1 \right] + \dot{m}_{i,2} - \dot{m}_{i,1} = 0 \quad (7)$$

$$\left(\frac{\partial \rho_3}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_3}{\partial h_3} \frac{\partial h_f}{\partial P}\right) AL_3 \dot{P} + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \rho_3}{\partial h_3}\right) AL_3 \dot{h}_o + A(\rho_f - \rho_3)(\dot{L}_1 + \dot{L}_2) + \dot{m}_o - \dot{m}_{i,2} = 0 \quad (8)$$

2상 구간에 있어서는 다음의 미분방정식이 유도된다.

$$\left\{ \left(\frac{\partial \rho_1}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \frac{dh_g}{dP} \right) h_1 + \frac{1}{2} \frac{dh_g}{dP} \rho_1 - 1 \right\} AL_1 \dot{P} + \left\{ \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \right) h_1 + \frac{1}{2} \rho_1 \right\} AL_1 \dot{h}_i + (\rho_1 h_1 - \rho_g h_g) A \dot{L}_1 + \dot{m}_{i,1} h_g - \dot{m}_i h_i = \alpha_{i,2} A_i \frac{L_1}{L_{total}} (T_{w1} - T_{r1}) \quad (9)$$

$$A \left[(\rho_g h_g - \rho_f h_f) \dot{L}_1 + (\rho_g h_g - \rho_f h_f) \gamma \dot{L}_2 + \left\{ \frac{d(\rho_f h_f)}{dP} (1 - \gamma) + \frac{d(\rho_g h_g)}{dP} \gamma \right\} L_2 \dot{P} \right] + (\rho_g h_g - \rho_f h_f) \gamma A L_2 - A L_2 \dot{P} + \dot{m}_{i,2} h_f - \dot{m}_{i,1} h_g = \alpha_{i,2} A_i \frac{L_2}{L_{total}} (T_{w2} - T_{r2}) \quad (10)$$

$$A \left[\frac{1}{2} \rho_3 h_3 \left(\dot{h}_o + \frac{\partial h_f}{\partial P} \dot{P} \right) + \left[\frac{\partial \rho_3}{\partial P} \dot{P} + \frac{\partial \rho_3}{\partial h_3} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial h_f}{\partial P} \dot{P} + \dot{h}_o \right) \right\} \right] h_3 L_3 \right] + (\rho_f h_f - \rho_3 h_3) (\dot{L}_1 + \dot{L}_2) A - A L_3 \dot{P} + \dot{m}_o h_o - \dot{m}_{i,2} h_f = \alpha_{i,3} A_i \frac{L_3}{L_{total}} (T_{w3} - T_{r3}) \quad (11)$$

과냉 구간에 있어서는 다음의 미분방정식이 유도된다.

$$m_w C_{p,w} \left[L_1 \frac{dT_{w1}}{dt} (T_{w2} - T_{w1}) \frac{dL_1}{dt} \right] = (\alpha_{i,1} A_i (T_{r1} - T_{w1}) + \alpha_o A_o (T_a - T_{w1})) L_1 \quad (12)$$

$$m_w C_{p,w} \left[L_2 \frac{dT_{w2}}{dt} \right] = (\alpha_{i,2} A_i (T_{r2} - T_{w2}) + \alpha_o A_o (T_a - T_{w2})) L_2 \quad (13)$$

$$m_w C_{p,w} \left[L_3 \frac{dT_{w3}}{dt} - (T_{w3} - T_{w2}) \frac{d(L_1 + L_2)}{dt} \right] = (\alpha_{i,3} A_i (T_{r3} - T_{w3}) + \alpha_o A_o (T_a - T_{w3})) L_3 \quad (14)$$

경계면의 질량 유량은 구하기 어렵기 때문에 이 항을 삭제시키기 위하여 식 (6)과 식 (8)을 좌변에 $\dot{m}_{i,1}$, $\dot{m}_{i,2}$ 만 남기고 나머지 항들을 모두 이항시켜 식 (15), (16)을 유도한다.

$$\dot{m}_{i,1} = \dot{m}_i - \left(\frac{\partial \rho_1}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \frac{\partial h_g}{\partial P} \right) AL_1 \dot{P} - \left(\frac{1}{2} \frac{\partial P_1}{\partial h_1} \right) AL_1 \dot{h}_i - (\rho_1 - \rho_g) A \dot{L}_1 \quad (15)$$

$$\dot{m}_{i,2} = \left(\frac{\partial \rho_3}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_3}{\partial h_3} \frac{\partial h_f}{\partial P} \right) AL_3 \dot{P} + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial P_3}{\partial h_3} \right) AL_3 \dot{h}_o + A(\rho_f - \rho_3)(\dot{L}_1 + \dot{L}_2) + \dot{m}_o \quad (16)$$

유도된 식 (15), (16)을 식 (7), 식 (9)~(11)에 각각 대입하면 새로운 미분방정식 식 (17)~(20)이 도출된다. 결과적으로 응축기 모델에 사용되는 최종 미분방정식은 총 7개로 식 (12)~(14)와 식 (17)~(20)이다.

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{\partial \rho_1}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \frac{\partial h_g}{\partial P} \right) L_1 + \left(\frac{d\rho_f}{dP}(1-\gamma) + \frac{d\rho_g}{dP}\gamma \right) L_2 + \left(\frac{\partial \rho_3}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_3}{\partial h_3} \frac{\partial h_f}{\partial P} \right) L_3 \right] \dot{P} \\ & + (\rho_1 - \rho_3) A \dot{L}_1 + [(\rho_g - \rho_f)\gamma + (\rho_f - \rho_3)] A \dot{L}_2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \right) AL_1 \dot{h}_i + (\rho_g - \rho_f) AL_2 \dot{\gamma} \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_3}{\partial h_3} AL_3 \dot{h}_o + \dot{m}_o - \dot{m}_i = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{\partial \rho_1}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \frac{\partial h_g}{\partial P} \right) (h_1 - h_g) + \frac{1}{2} \frac{dh_g}{dP} \rho_1 - 1 \right] AL_1 \dot{P} + \left[\left(\frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \right) (h_1 - h_g) + \frac{1}{2} \rho_1 \right] AL_1 \dot{h}_i \\ & + \rho_1 (h_1 - h_g) A \dot{L}_1 + \dot{m}_i (h_g - h_i) = \alpha_{i,1} A_i \frac{L_1}{L_{total}} (T_{w1} - T_{r1}) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
 & (\rho_1 h_g - \rho_3 h_f) A \dot{L}_1 + [(\rho_g h_g - \rho_f h_f) \gamma + (\rho_1 - \rho_3) h_f] A \dot{L}_2 + (\rho_g h_g - \rho_f h_f) \dot{\gamma} A L_2 \\
 & + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_3}{\partial h_3} A L_3 h_f \dot{h}_o + \left[\left(\frac{\partial \rho_1}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \frac{\partial h_g}{\partial P} \right) h_g L_1 + \right. \\
 & \left. \left(\frac{d(\rho_f h_f)}{dP} (1 - \gamma) + \frac{d(\rho_g h_g)}{dP} \gamma - 1 \right) L_2 + \left(\frac{\partial \rho_3}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_3}{\partial h_3} \frac{\partial h_f}{\partial P} \right) h_f L_3 \right] A \dot{P} \\
 & + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \right) A L_1 h_g \dot{h}_i + \dot{m}_o h_f - \dot{m}_i h_g = \alpha_{i,2} A_i \left(\frac{L_2}{L_{total}} \right) (T_{w2} - T_{r2}) \quad (19)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left[\left(\frac{\partial \rho_3}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_3}{\partial h_3} \frac{\partial h_f}{\partial P} \right) (h_3 - h_f) + \frac{1}{2} \frac{dh_f}{dP} \rho_3 - 1 \right] A L_3 \dot{P} + \left[\left(\frac{1}{2} \frac{\partial \rho_3}{\partial h_3} \right) (h_3 - h_f) + \frac{1}{2} \rho_3 \right] A L_3 \dot{h}_o \\
 & + \rho_3 (h_f - h_3) A (\dot{L}_1 + \dot{L}_2) - \dot{m}_o (h_f - h_o) = \alpha_{i,3} A_i \frac{L_3}{L_{total}} (T_{w3} - T_{r3}) \quad (20)
 \end{aligned}$$

도출된 응축기의 미분방정식을 행렬로 표현하면 식 (21)과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} z_{11} & 0 & z_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} & z_{24} & 0 & 0 & 0 \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} & z_{34} & 0 & 0 & 0 \\ z_{41} & z_{42} & z_{43} & z_{44} & 0 & 0 & 0 \\ z_{51} & 0 & 0 & 0 & z_{55} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & z_{66} & 0 \\ z_{71} & z_{72} & 0 & 0 & 0 & 0 & z_{77} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{L}_1 \\ \dot{L}_2 \\ \dot{P} \\ \dot{h}_o \\ \dot{T}_{w1} \\ \dot{T}_{w2} \\ \dot{T}_{w3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \\ f_7 \end{bmatrix} \quad (21)$$

여기서 평균공극률은 시불변이며 입력 엔탈피의 변화량은 0이라고 가정한다. Z행렬의 각 요소 z_{ij} 는 비선형 함수이다. Z행렬과 F행렬의 각 구성 요소는 Table 3.1에 자세히 나타내었다.

Table 3.1 Elements of Z and F matrix based on a condenser model

$f_1 = \dot{m}_i(h_i - h_g) + \alpha_{i,1}A_i \frac{L_1}{L_{total}}(T_{w1} - T_{r1})$
$f_2 = \dot{m}_i h_g - \dot{m}_o h_f + \alpha_{i,2}A_i \frac{L_2}{L_{total}}(T_{w2} - T_{r2})$
$f_3 = \dot{m}_o(h_f - h_o) + \alpha_{i,3}A_i \frac{L_3}{L_{total}}(T_{w3} - T_{r3})$
$f_4 = \dot{m}_i - \dot{m}_o$
$f_5 = \alpha_{i,1}A_i(T_{r1} - T_{w1}) + \alpha_o A_o(T_a - T_{w1})$
$f_6 = \alpha_{i,2}A_i(T_{r2} - T_{w2}) + \alpha_o A_o(T_a - T_{w2})$
$f_7 = \alpha_{i,3}A_i(T_{r3} - T_{w3}) + \alpha_o A_o(T_a - T_{w3})$
$z_{11} = \rho_1(h_1 - h_g)A$
$z_{13} = \left[\left(\frac{\partial \rho_1}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \frac{dh_g}{dP} \right) (h_1 - h_g) + \frac{1}{2} \frac{dh_g}{dP} \rho_1 - 1 \right] AL_1$
$z_{21} = (\rho_1 h_g - \rho_3 h_f)A$
$z_{22} = [(\rho_g h_g - \rho_f h_f)\gamma + (\rho_1 - \rho_3)h_f]A$
$z_{23} = \left[\left(\frac{\partial \rho_1}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \frac{dh_g}{dP} \right) h_g L_1 + \left(\frac{d(\rho_f h_f)}{dP} (1 - \gamma) + \frac{d(\rho_g h_g)}{dP} \gamma - 1 \right) L_2 \right] A$ $+ \left(\frac{\partial \rho_3}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_3}{\partial h_3} \frac{dh_f}{dP} \right) h_f L_3$
$z_{24} = \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_3}{\partial h_3} AL_3 h_f$
$z_{31} = A \rho_3 (h_f - h_3)$
$z_{32} = A \rho_3 (h_f - h_3)$
$z_{33} = \left[\left(\frac{\partial \rho_3}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_3}{\partial h_3} \frac{dh_f}{dP} \right) (h_3 - h_f) + \frac{1}{2} \frac{dh_f}{dP} \rho_3 - 1 \right] AL_3$
$z_{34} = \left[\frac{1}{2} \frac{\partial \rho_3}{\partial h_3} (h_3 - h_f) + \frac{1}{2} \rho_3 \right] AL_3$
$z_{41} = (\rho_1 - \rho_3)A$
$z_{42} = [(\rho_g - \rho_f)\gamma + (\rho_f - \rho_3)]A$
$z_{43} = \left[\left(\frac{\partial \rho_1}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \frac{dh_g}{dP} \right) L_1 + \left(\frac{d\rho_f}{dP} (1 - \gamma) + \frac{d\rho_g}{dP} \gamma \right) L_2 + \left(\frac{\partial \rho_3}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_3}{\partial h_3} \frac{dh_f}{dP} \right) L_3 \right] A$
$z_{44} = \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_3}{\partial h_3} AL_3$

$z_{51} = -m_w c_{p,w} \left(\frac{T_{w2} - T_{w1}}{L_1} \right)$
$z_{55} = m_w c_{p,w}$
$z_{66} = m_w c_{p,w}$
$z_{71} = -m_w c_{p,w} \left(\frac{T_{w3} - T_{w2}}{L_3} \right)$
$z_{72} = -m_w c_{p,w} \left(\frac{T_{w3} - T_{w2}}{L_3} \right)$
$z_{77} = m_w c_{p,w}$



3.3 증발기

Fig. 3.2는 증발기 모델의 미분방정식을 도출하기 위해 냉매의 상태 변화에 따라 구간별로 나타낸 개략도이다. 일반적으로 팽창밸브에서 교축 과정을 통해 압력이 떨어진 냉매는 기체와 액체가 혼합된 상태로 증발기 입구에 유입되며 증발작용을 통해 모든 액체 상태의 냉매는 증발하고 기체 상태로 압축기에 유입된다. 따라서 증발기는 2상 구간, 과열 구간으로 나누어 기술할 수 있다. 각 구간별로 Navier-Stokes 방정식을 적용시켜 총 6개의 미분방정식을 도출한다⁽⁸⁾. 미분방정식의 도출 과정은 Appendix(A.2)에 상세히 기술하였다.

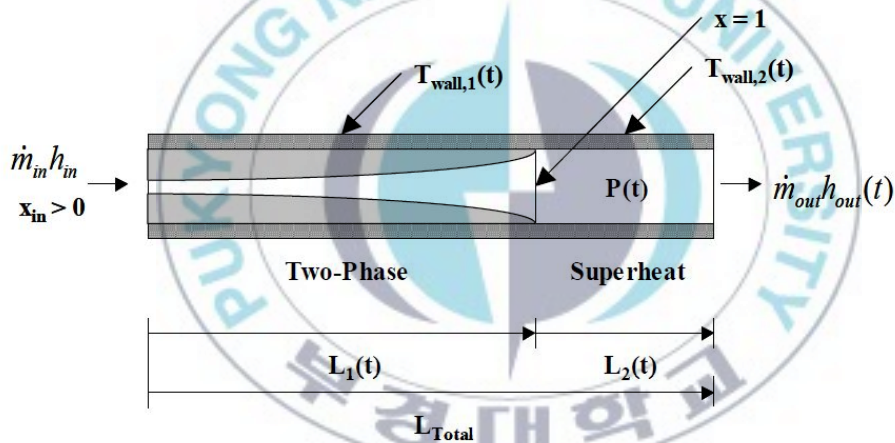


Fig. 3.2 Spatial discretization in an evaporator depends on refrigerant state.

증발기의 동특성을 나타내는 미분방정식을 도출하기 위해 사용한 가정은 응축기 모델링 시에 설정한 가정과 동일하다. Fig. 3.2와 설정한 가정

을 전제로 유도한 증발기 모델은 식 (22)~(27)과 같은 미분방정식으로 표현된다.

2상 구간에서 성립하는 미분방정식은 다음과 같다.

$$\left(\frac{d\rho_f}{dP}(1-\gamma) + \frac{d\rho_g}{dP}\gamma \right) AL_1 \dot{P} + (\rho_f - \rho_g)(1-\gamma) AL_1 \dot{L}_1 + (\rho_g - \rho_f) AL_1 \dot{\gamma} + \dot{m}_{i,1} - \dot{m}_i = 0 \quad (22)$$

$$\left(\frac{\partial \rho_2}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} \frac{dh_g}{dP} \right) AL_2 \dot{P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} AL_2 \dot{h}_o + (\rho_g - \rho_2) AL_1 \dot{L}_1 + \dot{m}_o - \dot{m}_{i,1} = 0 \quad (23)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{d(\rho_f h_f)}{dP}(1-\gamma) + \frac{d(\rho_g h_g)}{dP}\gamma - 1 \right) AL_1 \dot{P} + (\rho_f h_f - \rho_g h_g)(1-\gamma) AL_1 \dot{L}_1 \\ & + (\rho_g h_g - \rho_f h_f) AL_1 \dot{\gamma} + \dot{m}_{i,1} h_g - \dot{m}_i h_i = \alpha_i A_i \left(\frac{L_1}{L_{total}} \right) (T_{w1} - T_{r1}) = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

과열 구간에서 유도된 미분방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{\partial \rho_2}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial h_g}{\partial P} \frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} \right) h_2 + \frac{1}{2} \frac{\partial h_g}{\partial P} \rho_2 - 1 \right] AL_2 \dot{P} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} h_2 + \rho_2 \right) AL_2 \dot{h}_o \\ & + (\rho_g h_g - \rho_2 h_2) AL_1 \dot{L}_1 + \dot{m}_o h_o - \dot{m}_{i,1} h_g = \alpha_i A_i \left(\frac{L_2}{L_{total}} \right) (T_{w2} - T_{r2}) \end{aligned} \quad (25)$$

$$m_w C_{p,w} \frac{dT_{w1}}{dt} = \alpha_i A_i (T_r - T_w) + \alpha_o A_o (T_a - T_w) \quad (26)$$

$$m_w C_{p,w} \left[\frac{dT_{w2}}{dt} - \left(\frac{T_{w2} - T_{w1}}{L_2} \right) \frac{dL_1}{dt} \right] = \alpha_i A_i (T_r - T_w) + \alpha_o A_o (T_a - T_w) \quad (27)$$

$\dot{m}_{i,1}$ 은 알 수 없는 값이므로 이를 소거하기 위해 식 (22), 식 (23)을 식 (28), 식 (29)와 같이 변형시킨다.

$$-\dot{m}_{i,1} = \left(\frac{d\rho_f}{dP}(1-\gamma) + \frac{d\rho_g}{dP}\gamma \right) AL_1 \dot{P} + (\rho_f - \rho_g)(1-\gamma) AL_1 \dot{L}_1 + (\rho_g - \rho_f) AL_1 \dot{\gamma} - \dot{m}_i \quad (28)$$

$$\dot{m}_{i,1} = \left(\frac{\partial \rho_2}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} \frac{dh_g}{dP} \right) AL_2 \dot{P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} AL_2 \dot{h}_o + (\rho_g - \rho_2) AL_1 \dot{h}_1 + \dot{m}_o \quad (29)$$

식 (24)에 식 (28)을 대입하면 식 (30)이 도출되고, 식 (25)에 식 (29)를 대입하면 식 (31)이 도출된다. 마지막으로 식 (28)과 식 (29)를 조합하여 식 (32)가 도출된다. 따라서 증발기 모델의 최종 미분방정식은 식 (26), (27) 그리고 식 (30)~(32)가 된다.

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{d(\rho_f h_f)}{dP} - \frac{d\rho_f}{dP} h_g \right) (1-\gamma) + \left(\frac{d(\rho_g h_g)}{dP} - \frac{d\rho_g}{dP} h_g \right) \gamma - 1 \right] AL_1 \dot{P} + [\rho_f (h_f - h_g)] (1-\gamma) AL_1 \dot{h}_1 \\ & + [\rho_f (h_g - h_f)] AL_1 \dot{\gamma} = \dot{m}_i h_i - \dot{m}_i h_g + \alpha_i A_i \left(\frac{L_1}{L_{total}} \right) (T_{w1} - T_{r1}) \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{\partial \rho_1}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \frac{\partial h_g}{\partial P} \right) (h_2 - h_g) + \frac{1}{2} \frac{dh_g}{dP} \rho_2 - 1 \right] AL_1 \dot{P} + \left[\left(\frac{1}{2} \frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} \right) (h_2 - h_g) + \frac{1}{2} \rho_1 \right] AL_2 \dot{h}_o \\ & + \rho_2 (h_g - h_2) AL_1 \dot{h}_1 = \dot{m}_o (h_g - h_o) \alpha_{i,1} + A_i \frac{L_2}{L_{total}} (T_{w2} - T_{r2}) \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{\partial \rho_2}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} \frac{\partial h_g}{\partial P} \right) L_2 + \left(\frac{d\rho_o}{dP} (1-\gamma) + \frac{d\rho_g}{dP} \gamma \right) L_1 \right] AL_1 \dot{P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} AL_2 \dot{h}_o \\ & + [(\rho_g - \rho_2) + (\rho_f - \rho_g) (1-\gamma)] AL_1 \dot{h}_1 + (\rho_g - \rho_f) AL_1 \dot{\gamma} = \dot{m}_i - \dot{m}_o \end{aligned} \quad (32)$$

도출된 미분방정식으로부터 증발기 모델을 행렬로 표현하면 식 (33)과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & 0 & 0 & 0 \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} & 0 & 0 \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & z_{44} & 0 \\ z_{51} & 0 & 0 & 0 & z_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{L}_1 \\ \dot{P}_e \\ \dot{h}_e \\ \dot{T}_{w1} \\ \dot{T}_{w2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{m}_i (h_i - h_g) + \alpha_{i,1} A_i \frac{L_1}{L_{total}} (T_{w1} - T_{r1}) \\ \dot{m}_o (h_g - h_e) + \alpha_{i,2} A_i \frac{L_2}{L_{total}} (T_{w2} - T_{r2}) \\ \dot{m}_i - \dot{m}_o \\ \alpha_o A_o (T_a - T_{w1}) - \alpha_{i,1} A_i (T_{w1} - T_{r1}) \\ \alpha_o A_o (T_a - T_{w2}) - \alpha_{i,2} A_i (T_{w2} - T_{r2}) \end{bmatrix} \quad (33)$$

응축기 모델과 같이 증발기 모델에서도 평균공극률은 시불변이며 입력 엔탈피의 변화량은 0이라고 가정한다. Z행렬의 각 요소 z_{ij} 는 비선형 함수이다. Z행렬의 각 구성요소는 Table 3.2에 자세히 나타내었다.

Table 3.2 Elements of Z matrix based on an evaporator model

$z_{11} = \rho_f(h_f - h_g)(1 - \gamma)A$
$z_{12} = \left[\left(\frac{d(\rho_f h_f)}{dP} - \frac{d\rho_f}{dP} h_g \right) (1 - \gamma) + \left(\frac{d(\rho_g h_g)}{dP} - \frac{d\rho_g}{dP} h_g \right) \gamma - 1 \right] AL_1$
$z_{21} = \rho_2(h_g - h_2)A$
$z_{22} = \left[\left(\frac{\partial \rho_2}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} \frac{dh_g}{dP} \right) (h_2 - h_g) + \frac{\rho_2}{2} \frac{dh_g}{dP} - 1 \right] AL_2$
$z_{23} = \left[\frac{1}{2} \frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} (h_2 - h_g) + \frac{\rho_2}{2} \right] AL_2$
$z_{31} = [(\rho_g - \rho_2) + (\rho_f - \rho_g)(1 - \gamma)]A$
$z_{32} = \left[\left(\frac{\partial \rho_2}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} \frac{dh_g}{dP} \right) L_2 + \left(\frac{d\rho_f}{dP} (1 - \gamma) + \frac{d\rho_g}{dP} \gamma \right) L_1 \right] A$
$z_{33} = \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} AL_2$
$z_{44} = m_w c_{p,w}$
$z_{51} = m_w c_{p,w} \left(\frac{T_{w1} - T_{w2}}{L_2} \right)$
$z_{55} = m_w c_{p,w}$

3.4 압축기

압축기는 냉매가 증발기에서 과열 상태로 토출되므로 압축기 내부의 냉매는 단상과열 상태이고, 이상적인 모리엘 선도를 작도하기 위해 실린더 내에서는 냉매가 이상적인 단열과정으로 변화한다고 가정한다. 식 (34)는 압축기에서 토출되는 냉매의 질량 유량이다⁽¹⁰⁾.

$$\dot{m}_c = (S_t - cS_t((P_c/P_e)^{C_v/C_p} - 1))N\rho \quad (34)$$

여기서 S_t , c 는 보정계수, P_c 는 응축압력, P_e 는 증발압력, C_v 는 정적비열, C_p 는 정압비열, N 은 회전수(RPM), ρ 는 압축기 흡입 냉매밀도 [kg/m^3]를 각각 나타낸다. 여기서 실험을 통해서만 알 수 있는 보정계수 값(S_t , c)을 장치의 사양으로부터 구하기 위해 또 다른 냉매유량 표현인 식 (35)를 식 (34)의 압축기 유량식에 대입해 보정계수를 구한다.

$$\dot{m}_c = nV\rho\eta N \quad (35)$$

여기서 n 은 기통수, V 는 1회전당 토출 체적 [m^3/rev], ρ 는 압축기 흡입 냉매밀도 [kg/m^3], η 는 압축기 체적효율로 본 연구에서는 0.7로 가정하였고, N 은 압축기 회전수이다.

3.5 팽창밸브

팽창밸브는 스텝모터 구동형 전자팽창밸브인 ESX-18 모델을 사용하였으며, 식 (36)은 팽창밸브의 냉매의 질량 유량식이다.

$$\dot{m}_e = C_v A_v \sqrt{P_c - P_e} \quad (36)$$

여기서 C_v 는 보정계수로 Fig. 3.3의 선도로부터 250step에서의 선형화 과정을 통해 그 값을 도출하였다. A_v 는 EEV step[step], P_c 는 응축압력 [kPa], P_e 는 증발압력 [kPa]을 나타낸다.



Fig. 3.3 Mass flow graph with single phase step position on EEV.

3.6 모델 선형화

지금까지 도출한 응축기 및 증발기의 미분방정식은 엄밀하게는 비선형 편미분방정식이므로 상태방정식으로의 변환을 위해서는 선형 상미분방정식으로의 선형화 과정이 필요하다. 응축기 및 증발기의 비선형 모델을 식 (37)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} Z(x, u)\dot{x} &= f(x, u) \\ \dot{x} &= Z(x, u)^{-1}f(x, u) = g(x, u) \end{aligned} \quad (37)$$

$x = x_o + \delta x$ 로 가정하고 테일러 1차근사법을 적용하면 식 (38)과 같이 표현할 수 있다.

$$\delta \dot{x} = \left[\frac{\partial g}{\partial x} \Big|_{x_o, u_o} \right] \delta x + \left[\frac{\partial g}{\partial u} \Big|_{x_o, u_o} \right] \delta u \quad (38)$$

$\left[\frac{\partial g}{\partial x} \Big|_{x_o, u_o} \right] = \left[Z \Big|_{x_o, u_o} \right]^{-1} \left[\frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x_o, u_o} \right]$ 에서 $\left[\frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x_o, u_o} \right]$ 를 구하고, $\left[\frac{\partial g}{\partial u} \Big|_{x_o, u_o} \right]$ 도 같은 방법으로 계산한다. 이 과정에서 냉동사이클의 조작기인 압축기와 전자팽창밸브(EEV)의 질량 유량 모델인 식 (34)와 (36)을 식 (38)에 대입한 후, 제어대상의 각 사양과 동작점들을 대입하면 식 (1)의 상태방정식이 얻어진다. 응축기 및 증발기 선형화의 상세 과정은 Appendix(A.3)에 기술하였다.

3.7 모델 축소

R.Shah⁽⁹⁾가 제안한 열교환기의 미분방정식을 통해 도출한 선형 상태공간 모델은 응축기 모델의 차수가 7×7, 증발기 모델의 차수가 5×5로 시스템 행렬 A 의 총 차수가 12×12인 고차원 모델이다. 여기에 서보계를 설계하기 위해서는 2계 차수가 더해져 14×14의 모델을 다루어야 한다. 모델의 차수가 너무 크면 제어계 설계 과정이 매우 복잡해지는 문제점이 있으므로 본 장에서는 출력방정식과 연계하여 출력방정식에서 사용하는 상태변수를 바탕으로 모델을 축소하는 방법을 제안한다.

먼저 출력방정식은 R-22에 관한 모리엘 선도로부터 관계식을 도출한다. 식 (39)는 모리엘 선도로부터 구해진 출력방정식이다.

$$\begin{bmatrix} T_o \\ T_{sh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\dot{m}_r}{\dot{m}_{oil} C_{oil,p}} \\ -\frac{\Delta T_{e,i}}{\Delta P_e} \bigg|_{h_e} & \frac{\Delta T_{e,o}}{\Delta h_e} \bigg|_{P_e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_e \\ h_e \end{bmatrix} \quad (39)$$

이 식에서 출구 온도 T_o 는 오일이 빼앗긴 열량은 냉매가 획득한 열량과 같다는 이론을 도입하여 출력방정식을 도출하였고, 과열도는 증발압력 500kPa에서 증발기 출구 온도와 증발기 입구온도의 차로써 출력방정식을 구하였다. 증발기 출구 온도는 압력변수를 상수로 두고 엔탈피에 변화에 따른 온도의 변화를 평형점에서 선형화 하여 구하였고 입구온도는 엔탈

피를 상수로 두고 증발압력 변화에 따른 온도의 변화를 평형점에서 선형화 하여 구하였다. 모리엘 선도를 이용한 자세한 출력방정식의 값과 도출 과정은 Appendix (A.4)에 상세히 나타내었다.

식 (39)로부터 제어변수에 영향을 미치는 상태변수는 증발압력 P_e 와 증발기 출구엔탈피 h_e 이므로 증발기 모델만으로 출구 온도 및 과열도의 동특성을 파악할 수 있음을 알 수 있다. 증발기 모델에서 P_e , h_e 에 영향을 주지 않는 관 벽면 온도 등의 상태변수를 무시하고, 증발기 입구 엔탈피 변화량은 0, 그리고 관 벽면 온도와 냉매의 온도는 같다고 가정하면, 제어를 위해 실용적인 축소된 선형 상태방정식 (40)이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} \dot{P}_e \\ \dot{h}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z'_{11} & z'_{12} \\ z'_{21} & z'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_e \\ h_e \end{bmatrix} \quad (40)$$

구해진 모델의 상세한 수치와 그 대입 과정 또한 Appendix (A.4)에 상세히 나타내었다.

제4장 LQG 제어기 설계

4.1 LQR 제어기 설계

LQG 제어기는 LQR 제어기에 칼만필터 적용의 상태추정기가 결합된 형태이다. Fig. 4.1은 LQG 제어기의 블록선도로 목표값을 추종하기 위한 지령값 추종(set point tracking) 부분과 출력으로부터 피드백을 받아 제어 연산을 시행하는 LQG 제어기, 그리고 제어대상인 냉동시스템의 동특성 모델로 크게 나누어진다.

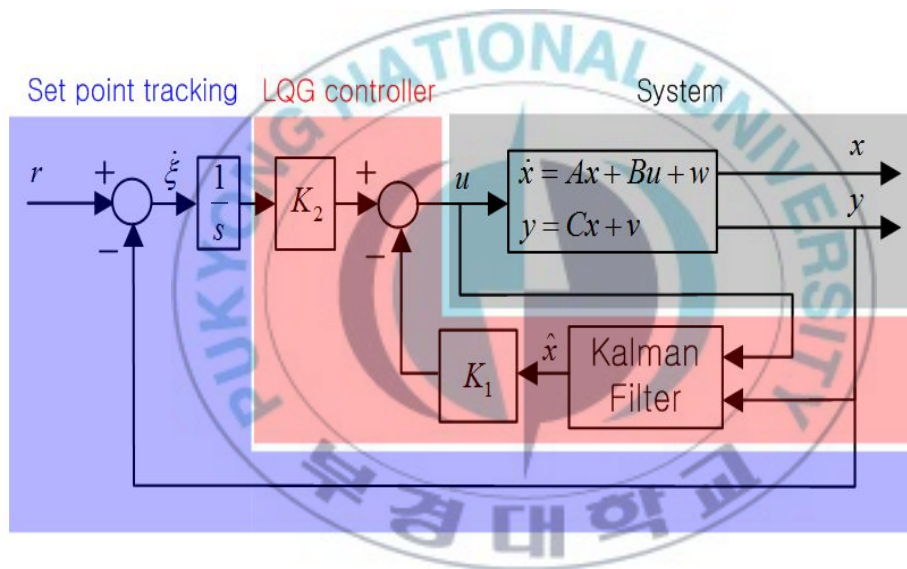


Fig. 4.1 Block diagram of LQG control system.

LQG 제어기는 상태피드백을 필수로 한다. 만약 이러한 상태변수가 측정 불가능한 상태변수일 경우 상태관측기를 설계해야 하며, 칼만필터는 이러한 상태관측기 역할을 한다.

LQG 제어기는 칼만필터 설계에 앞서 LQR 제어기의 설계가 선행되어야 한다. 본 논문에서 사용한 LQR 제어기 설계법으로 Takeda⁽⁹⁾가 제안한 최적 로버스트 서보 제어기 설계법을 사용한다.

제어대상을 기술하는 방정식은 식 (41), (42)와 같다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Dd(t) \quad (41)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (42)$$

서보 제어기 설계의 목적은

- ① 서보계가 점근 안정하다.
- ② 스텝상 외란 $d(t) = d$ 가 존재할 때에도 출력 $y(t)$ 가 스텝상의 목표 입력 $r(t) = r$ 에 정상편차 없이 추종한다.
- ③ 파라미터 A, B 의 미소한 변동에 대해서도 조건 ②가 성립한다.

로 요약 가능하다. 이들 목적을 달성하기 위해서는 식 (43)의 행렬 Z 의 계수(rank)가 $\text{rank } Z = n + l$ 조건을 만족해야 한다.⁽⁹⁾

$$Z = \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \quad A(n \times n), B(n \times m), C(l \times n) \quad (43)$$

식 (2)의 출력방정식에서 $y(t)$ 가 $t \rightarrow \infty$ 에서 목표치 $r(t)$ 에 일치했다고 해도, $u(t)$ 는 $t \rightarrow \infty$ 에서 0이 아닌 일정 값을 가지게 된다. 따라서 2차형식의 평가함수를 사용하면 그 값은 무한대가 되므로 이러한 평가함수를 사용할 수 없게 된다. 그런데 $u(t)$ 는 $t \rightarrow \infty$ 에서 일정값이 되므로, $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{u}(t) = 0$ 으로 된다. 따라서 $V(t) = \dot{u}(t)$ 를 제어입력으로 하여 식 (41)과 식 (42)를 다시 쓰면 식 (44), (45)와 같이 된다.

$$\dot{x}(t) = A_e x_e(t) + B_e V(t) + D_e d(t) \quad (44)$$

$$y(t) = C_e x_e(t) \quad (45)$$

단, $x_e(t) = [x(t)^T u(t)^T]^T$ 여기서 상첨자 T 는 행렬의 전치(transpose)임.

$$A_e = \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & 0 \end{bmatrix} [(n+m) \times (n+m)], \quad B_e = \begin{bmatrix} 0 \\ I_m \end{bmatrix} [(n+m) \times m]$$

$$D_e = \begin{bmatrix} I_n \\ 0 \end{bmatrix} [(n+m) \times n], \quad C_e = [C \ 0] [m(=l) \times (n+m)]$$

한편, $t \rightarrow \infty$ 에서 $x(t)$ 와 $u(t)$ 가 일정한 값 x_s , u_s 를 취한다고 하면, 그 값은 식 (44), (45)의 정상상태 해인 식 (46)을 거쳐 최종적으로는 식 (47)과 같이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ u_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d \\ 0 \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$\begin{bmatrix} x_s \\ u_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -d \\ r \end{bmatrix} = Z^{-1} \begin{bmatrix} -d \\ r \end{bmatrix} \quad (47)$$

여기서, 정상상태값으로부터의 미소 변동분 $\delta x(t) = x(t) - x_s$, $\delta u(t) = u(t) - u_s$ 를 생각하여, $\delta x_e(t) = [\delta x(t)^T \delta u(t)^T]^T$ 라 놓으면 식 (44), (45)는 식 (48), (49)로 나타낼 수 있다.

$$\dot{\delta x}_e(t) = A_e \delta x_e(t) + B_e V(t) \quad (48)$$

$$y(t) - r = C_e \delta x_e(t) \quad (49)$$

따라서 이 시스템에서 $\delta x_e(t) \rightarrow 0$ 으로 하는 제어를 행하면, $y(t) \rightarrow r$ 이 달성됨을 알 수 있다.

이 시스템의 가제어성, 가관측성은 (A, B) 가 가제어이면 (A_e, B_e) 도 가제어이고, (C, A) 가 가관측이면서 식 (43)의 $\text{rank } Z = n + m$ 이면 (C_e, A_e) 도 가관측이므로 쉽게 확인이 가능하다.

$\delta x_e(t) \rightarrow 0$ 으로 하는 제어를 위해 최적 레귤레이터인 식 (50)과 같은 평가함수를 가정한다.

$$J_e = \int_0^{\infty} [\delta x_e^T(t) Q_e \delta x_e(t) + V^T(t) R_e V(t)] dt \quad (50)$$

단, $Q_e[(n+m) \times (n+m)]$ 는 양의 반한정($Q_e \geq 0$, 엄밀하게 Q_e 의 고유값 ≥ 0)인 대칭행렬(symmetric matrix), $R_e(m \times m)$ 는 양의 한정($R_e > 0$, 엄밀하게 R_e 고유값 >0)인 대칭행렬이다. 여기서 $Q_e = C_e^T C_e$ 라 가정하면 식 (50)의 우변 괄호 속의 피적분 함수 가운데 첫 항은 식 (49)의 관계를 사용하여 식 (51)과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \delta x_e^T Q_e \delta x_e(t) &= [y(t) - r]^T [C_e^{-1}]^T C_e^T C_e C_e^{-1} [y(t) - r] \\ &= [y(t) - r]^T [y(t) - r] = \|y(t) - r\|^2 \end{aligned} \quad (51)$$

따라서, $Q_e = C_e^T C_e$ 일 때 식 (50)에 식 (51)을 적용하게 되면 평가함수는 편차항과 제어입력의 미분값에 하중이 가해진 항의 합에 대한 적분 형태인 식 (52)와 같이 된다.

$$J_e = \int_0^{\infty} [\|y(t) - r\|^2 + V^T(t) R_e V(t)] dt \quad (52)$$

식 (52)를 최소로 하는 최적 레귤레이터의 해는 식 (53)과 같이 나타낼 수 있으며 이 때 F_e 는 식 (54)로부터 구할 수 있고, 이 식의 P_e 는 식 (55)와 같은 Riccati 방정식의 양의 한정값 해로써 구해진다.

$$V(t) = -F_e \delta x_e(t) \quad (53)$$

$$F_e = R_e^{-1} B_e^T P_e \quad (54)$$

$$A_e^T P_e + P_e A_e + Q_e - P_e B_e R_e^{-1} B_e^T P_e = 0 \quad (55)$$

식 (53)은 $\delta x_e(t)$ 의 피드백으로 표시되어 있기 때문에, 이대로는 실현이 불가능하다. 이것을 상태변수 $x(t)$ 와 편차 $r-y(t)$ 의 피드백 형태로 변환하기로 한다. 식 (53)에 정상상태 값으로부터의 변동분 $\delta x(t) = x(t) - x_s$, $\delta u(t) = u(t) - u_s$ 를 대입하면 식 (56)이 되며 식 (41), (42)는 식 (57)과 같이 표현할 수 있으므로 식 (56)과 식 (57)로부터 식 (58)을 도출할 수 있다.

$$V(t) = -F_e \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix} + F_e \begin{bmatrix} x_s \\ u_s \end{bmatrix} \quad (56)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{u}(t) \end{bmatrix} = Z \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix} = Z^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) - d \\ u(t) \end{bmatrix} \quad (57)$$

$$V(t) = -F_e Z^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ y(t) - r \end{bmatrix} \quad (58)$$

식 (58)에서 $F_e Z^{-1} = [K_1 \ k_2]$ 로 두고, 식 (58)을 0부터 t 까지 적분하면 식 (59)와 같은 제어칙이 얻어진다.

$$u(t) = -K_1 x(t) + k_2 \int_0^t (y(t) - r) dt + K_1 x(0) \quad (59)$$

이상을 정리하여, 최적 로버스트 서보 제어기의 설계법을 요약하면 아래와 같다.

- ① 확대계 식 (48), (49)를 구하고, 식 (50)의 평가함수 Q_e , R_e 를 결정한다.
- ② 식 (55)의 Riccati 방정식을 풀어서, 식 (53)의 최적게인 F_e 를 구한다.
- ③ $F_e Z^{-1} = [K_1 \ k_2]$ 로부터 게인 K_1 , k_2 를 계산하여, 제어칙인 식 (59)를 결정한다.

4.2 칼만필터 상태관측기 설계

본 논문에서 설계하고자 하는 칼만필터 상태관측기는 상태관측기를 설계할 때, 칼만(Kalman) 게인 L 을 어떻게 결정하는가 하는 문제로 귀착된다. 먼저 일반적인 동일 차원 상태관측기 설계법을 기술한다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (60)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (61)$$

식 (60), (61)로 구성되는 외란이 포함되지 않은 시스템방정식에서 $u(t)$ 와 $y(t)$ 는 측정 가능하고, $x(t)$ 는 측정 불가능한 상태변수로 가정한다.

위 식 (60), (61)의 시스템과 동일한 특성을 갖는 수학 모델을 식 (62), (63)과 같이 가정한다. 여기서 기호 ‘ $\hat{\cdot}$ ’은 행렬의 추정값을 나타낸다.

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) \quad (62)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \quad (63)$$

동일한 제어 입력 $u(t)$ 를 식 (60)과 식 (62)에 적용하고 이 때의 상태 추정오차를 정의하면 식 (64)와 같다. 따라서 동특성 $\dot{e}(t)$ 는 다음 과정을 통해 식 (65)와 같이 구해진다.

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (64)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) = Ax(t) + Bu(t) - A\hat{x}(t) - Bu(t) \\ &= A\{x(t) - \hat{x}(t)\} \\ &= Ae(t) \end{aligned} \quad (65)$$

따라서 상태추정오차는 식 (66)과 같이 나타낼 수 있고 만약 A 가 음의 고유값만을 갖는다면 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \rightarrow 0$ 이 되어, 식 (62)의 추정값 $\hat{x}(t)$ 는 실제값 $x(t)$ 와 같아진다. 그러나, A 가 음의 고유값을 가지려면, 식 (60)으로 표현된 원래의 시스템 자체가 안정하지 않으면 안된다. 즉 식 (62)로 나타낼 수 있는 상태 관측기는 A 의 고유값이 음인 경우에 한해서만 적용이 가능하다는 제약 조건이 붙는다.

$$e(t) = e^{At} e_0 \quad (e_0 : \text{초기값}) \quad (66)$$

제약 조건이 없는 실용적인 관측기를 설계하기 위해서는 식 (60), (61)의 제어대상과 동일한 동적 모델을 가지면서도, 양자의 출력 차이를 피드백한 항이 부가된 식 (67)과 같은 상태 관측기 모델을 만든다.

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + \{Ly(t) - C\hat{x}(t)\} \quad (67)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \quad (68)$$

식 (67)을 정리하면 식 (69)와 같이 표시된다.

$$\dot{\hat{x}}(t) = (A - LC)\hat{x}(t) + Bu(t) + Ly(t) \quad (69)$$

여기서, L 은 상태관측기의 게인 행렬이다. 식 (69)의 상태관측기를 적용한 경우의 제어대상의 상태변수와 상태관측기의 상태변수 사이의 오차 $e(t)$ 를 구해 보면,

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) \quad (70)$$

식 (70)으로 주어진 미분방정식의 해는 식 (71)과 같이 구해진다.

$$e(t) = e^{(A - LC)t} e_0 \quad (71)$$

식 (71)과 같이 주어지는 오차가 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \rightarrow 0$ 으로 될지 여덟지는 $(A - LC)$

의 고유값에 의존한다. 따라서 원래의 시스템이 불안정한 행렬 A 를 가져도, 이번에는 게인 L 을 적절히 선정함으로써 행렬 $(A - LC)$ 를 안정 행

렬로 만들 수 있다는 이점을 갖게 된다. 이 경우 $\hat{x}(t) \rightarrow x(t)$ 이므로 $\hat{x}(t)$ 가 $x(t)$ 의 추정값을 제공한다.

칼만필터 설계의 경우 식 (60), (61)과 같은 일반적인 시스템에 w , v 와 같은 Gaussian 백색잡음(white noise)이 인가되어 있다고 가정한다. 백색잡음은 평균이 0인 무작위 잡음을 의미하며, w 는 시스템의 프로세스 노이즈를 가정 v 는 측정 시 센서에서 발생하는 노이즈를 의미한다. 상태추정 오차는 식 (72)에 식 (1)과 식 (69)를 대입하여 식 (73)과 같은 형태를 만든 후 식 (73)에 식 (2)를 대입하면 식 (74)와 같이 되고 정리하면 최종적으로 식 (75)와 같이 된다.

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \quad (72)$$

$$\dot{e}(t) = Ax(t) + Bu(t) + w(t) - A\hat{x}(t) + Bu(t) + L\{y(t) - \hat{y}(t)\} \quad (73)$$

$$\dot{e}(t) = A\{x(t) - \hat{x}(t)\} + w(t) - L\{Cx(t) + v(t) - C\hat{x}(t)\} \quad (74)$$

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) + w(t) - Lv(t) \quad (75)$$

즉 이 경우는 행렬 $(A - LC)$ 가 안정행렬이어도 시스템 및 출력단에 혼입하는 잡음으로 인해 상태추정오차는 존재하게 된다. 칼만필터는 이들 잡음으로 인한 상태추정오차를 완전히 제거할 수는 없지만 $x - \hat{x} = e$ 의

공분산을 최소로 하는 L 을 구함으로써 제어량을 안정하게 하는 잡음에 강인한 제어계를 설계할 수 있다.

식 (76)은 칼만게인 L 을 구하는 식으로 이 때 S 는 식 (77)과 같은 Riccati 방정식의 해로써 구해진다. Riccati 방정식에 포함된 W , V 는 각각 입력과 출력에 인가된 잡음의 강도를 나타내는 공분산 행렬로 식 (78), (79)로부터 각각 구할 수 있다.

$$L = -SC^TV^{-1} \quad (76)$$

$$AS + SA^T - SC^TV^{-1}CS + W = 0 \quad (77)$$

$$E\{w(t)w^T(\tau)\} = W\delta(t-\tau) \quad (78)$$

$$E\{v(t)v^T(\tau)\} = V\delta(t-\tau) \quad (79)$$

본 논문에서 컴퓨터 시뮬레이션 시에 인가한 W 는 실제 장치의 제어로직 연산용 마이크로프로세서(microprocessor)로 사용된 LabView에 내장된 16bit D/A 변환기의 분해능을 고려하여 결정하였고 V 는 온도센서인 서모커플(thermocouple)의 분해능을 고려하여 결정하였다.

Fig. 4.2는 칼만필터를 보다 구체적으로 나타낸 LQG 제어계의 블록선도를 나타낸다.

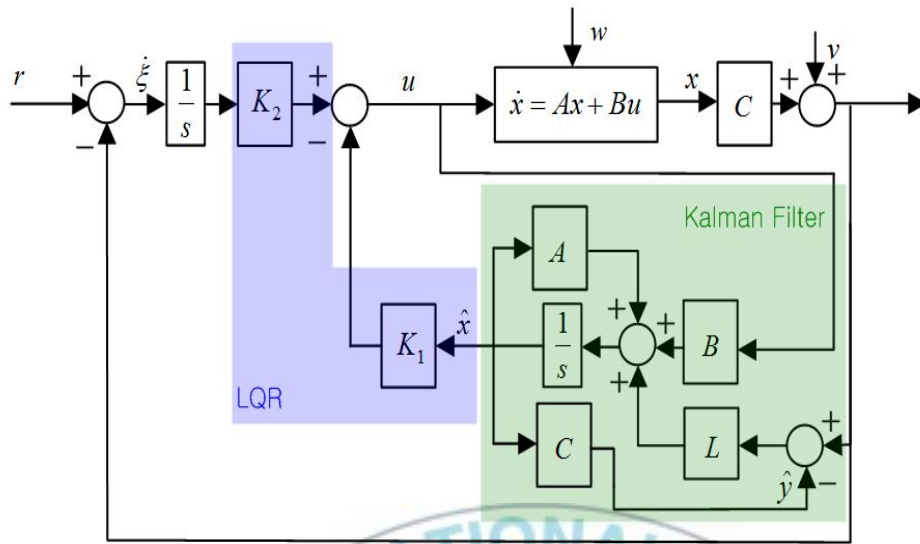


Fig. 4.2 Block diagram of LQG control system with kalman filter.

4.3 제어계의 안정성 검증

제어계를 설계할 때, 목표로 하는 제어가 가능할지, 또는 제어계의 상태변수들이 관측 가능할지에 대한 문제는 매우 중요하다. 따라서 이 장에서는 설계된 제어계의 가제어성과 가관측성에 관해 검토한다.

가제어성은 식 (60)에 있어서, 유한시간 t 동안에 임의 초기상태 x_0 로부터 희망하는 상태 x_f 로 이행하는 것을 가능하게 하는 제어입력 $u(t)$ 가 존재할 때, 식 (60)으로 표현되는 시스템은 가제어(controllable)라고 한다.

가제어성의 조건은 식 (60), (61)과 같은 시스템이 식 (80)과 같은 제어행렬 U_c 의 계수(rank)가 n 일 때이다.

$$U_c = [B \ AB \ A^2B \ \cdots \ A^{n-1}B] : (n \times nm) \quad (80)$$

본 논문에서 도출된 모델의 가제어행렬은 $U_c = [A, AB] : (2 \times 4)$ 와 같고 이 때 U_c 의 계수(rank)가 2이므로 가제어성을 가진다. 한편, 가관측성은 식 (60), (61)과 같은 시스템에 대하여, 출력 $y(t)$ 를 유한시간 t 동안 관측함에 의하여 초기상태 x_0 를 알 수 있을 때, 원래의 시스템은 가관측(observable)이라고 정의한다. 가관측성의 조건은 식 (60), (61)과 같은 시스템이 식 (81)과 같은 가관측행렬 U_o 의 계수(rank)가 n 일 때이다.

$$U_o = [C^T \ A^T C^T \ (A^T)^2 C^T \ \cdots \ (A^T)^{n-1} C^T] : (n \times nl) \quad (81)$$

본 논문에서 도출된 모델의 가관측행렬은 $U_o = [C^T, A^T C^T] : (2 \times 4)$ 와 같고 이 때 U_o 의 계수가 2이므로 가관측성을 가진다.

가제어행렬과 가관측행렬의 증명은 참고문헌⁽¹⁰⁾에 자세하게 기술되어 있다.



제5장 시뮬레이션 프로그램 및 시뮬레이션 방법

5.1 시뮬레이션 프로그램

Fig. 5.1은 컴퓨터 시뮬레이션을 위해 Matlab의 Simulink를 이용해 작성한 LQG 제어 블록다이어그램이며, Table 5.1과 Table 5.2는 시뮬레이션을 위해 가정한 제어대상 오일쿨러 장치의 사양과 실험 조건을 각각 나타낸다.

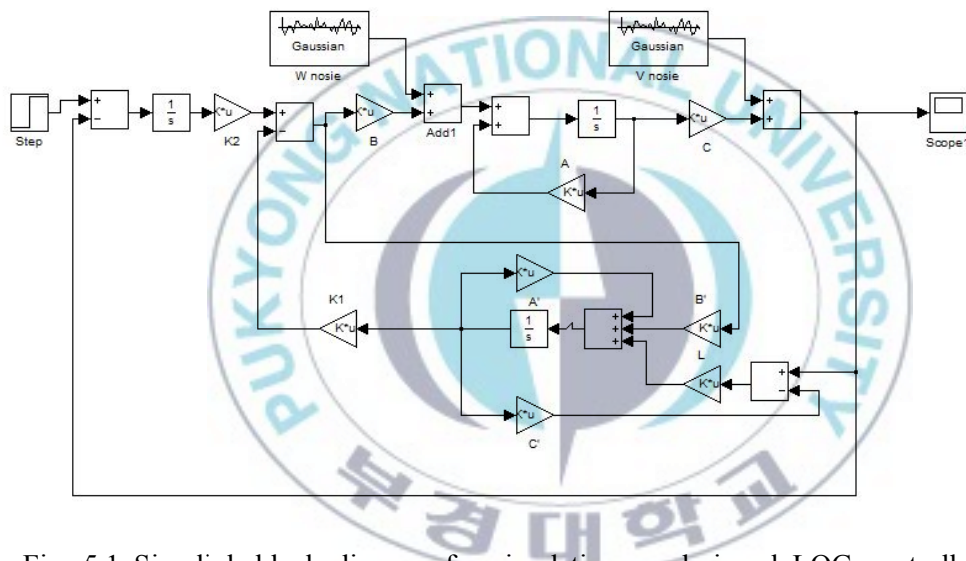


Fig. 5.1 Simulink block diagram for simulation on designed LQG controller.

외란(noise)에 대한 시뮬레이션을 위해 모델의 입력 부분과 출력 부분에 각각 W , V 의 강도를 갖는 random noise를 강제로 인가하였다. W 의 크기는 $(10 \times 2^{-16})^2/16 = 1.46 \times 10^{-9}$, V 의 크기는 $0.1^2/16$, $0.2^2/16$ 로 각각

구하였으므로 최종 W , V 행렬은 식 (82), (83)과 같다.

$$W = \begin{bmatrix} 1.46 \times 10^{-9} & 0 \\ 0 & 1.46 \times 10^{-9} \end{bmatrix} \quad (82)$$

$$V = \begin{bmatrix} 0.000625 & 0 \\ 0 & 0.0025 \end{bmatrix} \quad (83)$$

Table 5.1 Specifications of the test unit

Component	Note
Compressor	Rotary type, 0.75[kW]
Condenser	Air-cooled fin and tube type
Evaporator	Bare tube type
Refrigerant	R-22

Table 5.2 Simulation conditions

Item	Note
Oil flow rate	22.5[l/min]
Ambient air temperature	28[°C]
Sampling time	1[sec]
Target temperature	25[°C]

5.2 시뮬레이션 방법

먼저 제안된 상태방정식 모델이 실제 시스템의 동특성과 유사한지 확인하기 위해 매트랩을 이용한 시스템의 인디셜응답을 오일쿨러의 전달함수 모델의 인디셜응답과 비교함으로써 모델의 타당성을 검증한다.

우선, LQR 제어기가 제어변수를 정확히 목표값에 도달하게 하는지 시뮬레이션을 이용한 인디셜응답을 통해 확인한다. 이후 시뮬레이션 프로그램에 실제 장치의 조건을 반영하여 오일의 입구온도가 28℃일 때 오일의 출구 온도가 목표값 25℃에 도달하는지, 이 때 과열도는 12℃에 정확히 수렴하는지를 확인한다. 출구 온도 목표값은 오일쿨러의 요구 사양으로부터 결정하고, 과열도 목표값은 별도의 정특성 실험 결과로부터 결정한다. 부하 변동 및 지령값 변경 시뮬레이션을 위해 온도가 25℃에 정확히 수렴한 상태에서 지령값을 26℃로 변경한 시뮬레이션과 오일 입구온도를 29℃로 변경하는 시뮬레이션을 실시한다. 시뮬레이션을 통해서 본 논문에서 제안한 LQG 제어기의 타당성이 검증된다. 동특성 시뮬레이션을 통해 냉각기 출구 온도와 과열도가 정상상태 허용 오차 이내에서 제어됨을 확인한다.

칼만필터 상태관측기의 특성 파악을 위해 우선 칼만게인 L 을 설계된 값으로부터 $\pm 100\%$ 변경시켜 기존 설계값일 때의 상태추정오차와 상호 비교한다. 또한 입력단 노이즈와 출력단 노이즈를 실제 가정한 값보다 $\pm 100\%$ 변경시켜 칼만필터를 설계했을 때에도 칼만필터가 정확히 동작함을 확인한다. 마지막으로 칼만필터에 인가되는 외란을 상태추정오차가 최소가 되도록 인위적으로 변경하여 결과를 고찰한다.

제6장 시뮬레이션 및 고찰

6.1 지령값 설정 및 모델 타당성 검증

제어기 설계의 제어변수는 오일 출구 온도와 과열도이다. 오일 출구 온도의 지령값은 공작기계용 오일쿨러의 기본 사양으로부터 25℃로 결정하였다. 과열도 지령값 결정을 위해 Fig. 6.1과 같은 정특성 실험을 실시하였다. 실험 결과 과열도가 14℃ 이상이 되었을 때 COP가 급격히 하락함을 알 수 있으며, 과열도의 제어 오차 범위를 $\pm 2^{\circ}\text{C}$ 로 가정했을 때의 COP 저하가 되지 않는 지점인 12℃를 과열도 지령값으로 결정하였다.

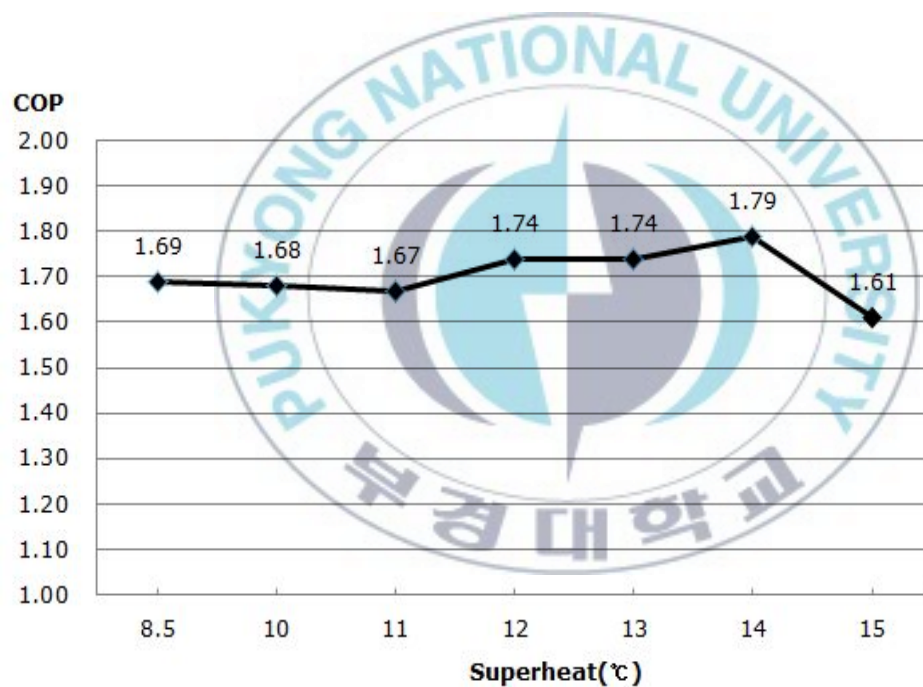


Fig. 6.1 Static characteristic of COP versus superheat variation.

모델의 타당성 검증을 위해 컴퓨터 시뮬레이션 및 실험을 실시하였다. 먼저 제어변수인 출구 온도와 과열도의 동적 거동에 대해 상태방정식 모델의 시뮬레이션 결과와 실험을 통해 구한 전달함수 모델의 결과를 비교하였다.

Fig. 6.2와 Fig. 6.3은 각각 출구 온도와 과열도 응답을 비교한 결과이며, 비교대상인 전달함수는 출구 온도인 경우 $G_t(s) = -0.0307/(55s + 1)$, 과열도의 경우 $G_s(s) = -0.1/(25s + 1)$ 이다.

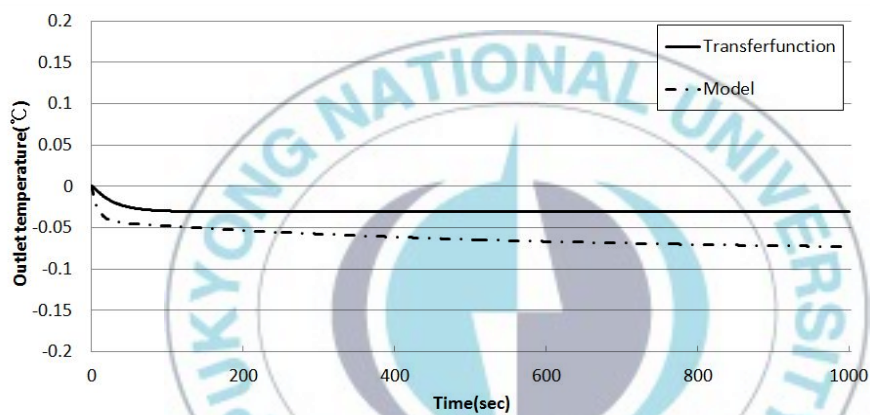


Fig. 6.2 Comparison of the outlet temperature between transfer function and state space model.

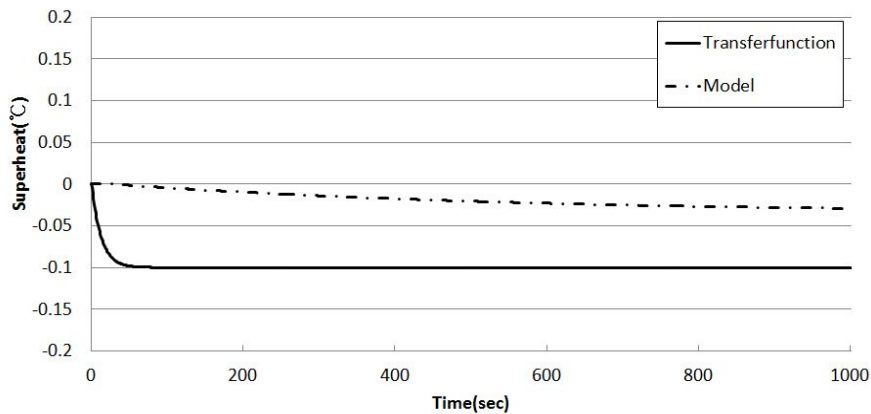


Fig. 6.3 Comparison of the superheat between transfer function and state space model.

Fig. 6.2와 Fig. 6.3을 통해 상태방정식 모델에 의한 제어변수의 응답이 실험에 의해 구해진 전달함수 모델의 응답보다 매우 느리게 나타남을 알 수 있다. 출구 온도의 정착시간을 비교해 볼 때 상태방정식 모델은 약 600초, 전달함수 실험 모델은 약 100초로 500초 정도 상태방정식 모델의 응답이 느리게 나타났다. 과열도 정착시간은 상태방정식 모델은 약 600초, 전달함수 실험 모델은 약 50초로 550초 정도 느리다. DC계인을 비교해 볼 때 출구 온도의 경우 상태방정식 모델이 전달함수 모델보다 약 2.3배 크기가 크다. 과열도의 경우 상태방정식 모델이 전달함수 모델보다 크기가 약 0.3배 작음을 알 수 있다.

상태방정식에 의한 모델이 실제 실험으로 구한 전달함수 모델과 일치하지 않는 이유를 고찰해 보면 첫째, 선형화 과정을 통해 고차항들을 모두 소거함으로써 모델링 오차가 발생할 수 있다. 둘째, 전달함수 모델은 특

정 열평형 상태 하에서 실험을 통해 얻어진다. 이 때의 평형점이 상태방정식 모델링 시의 평형점과 달라서 계인의 차이가 발생한다. 셋째, 전달 함수 모델도 실험을 통해 구했기 때문에 실제 장치와 오차가 발생할 수밖에 없다. 이러한 오차들이 복합적으로 작용하여 상태방정식 모델링 오차를 발생시키는 것으로 생각된다. 이런 문제점을 해결하기 위해 추가적인 연구가 필요할 것으로 생각된다.

상태방정식 모델의 타당성 확인을 위해 상태방정식 모델에서 측정 가능한 상태변수인 증발압력을 실험 및 시뮬레이션 결과를 비교하였다. Fig. 6.4는 EEV 개도를 250step으로 고정한 후 압축기의 주파수를 60Hz에서 70Hz로 변화시켰을 때 증발압력의 응답이다. Fig. 6.5는 반대로 압축기 주파수를 60Hz로 고정하고 EEV 개도를 250step에서 300step으로 변화시켰을 때의 증발압력의 응답이다.

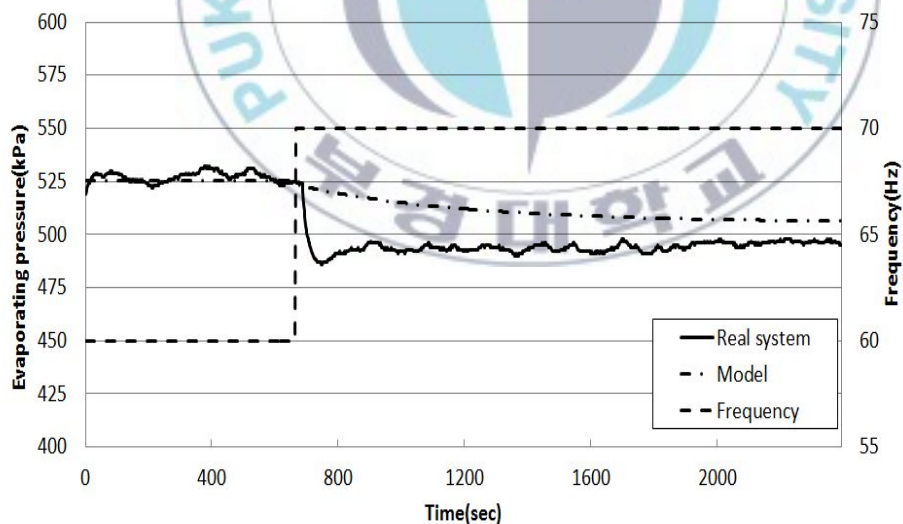


Fig. 6.4 Evaporating pressure under frequency change.

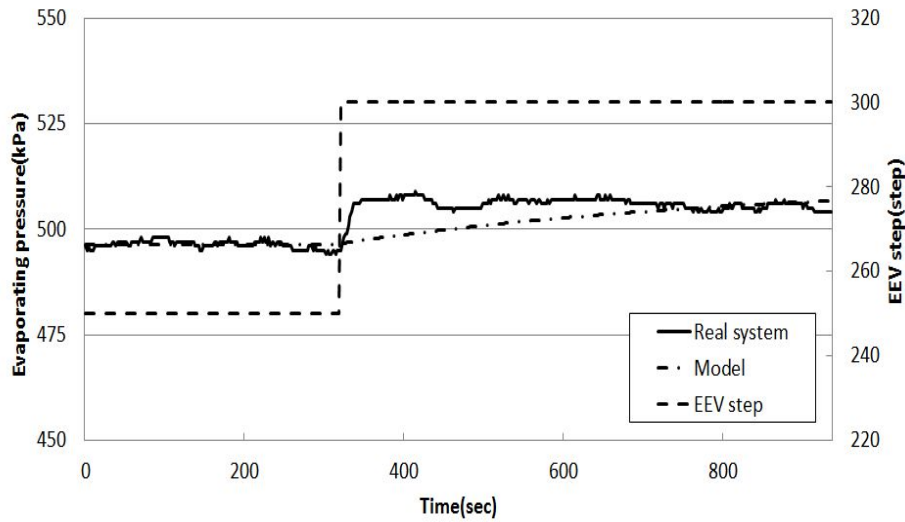


Fig. 6.5 Evaporating pressure under EEV opening angle change.

상태방정식 모델의 증발압력 응답이 전달함수에 의한 응답보다 두 경우 모두 느림을 알 수 있다. 압축기 회전수 변화 시 증발압력의 최종 수렴값은 전달함수 모델의 경우가 495kPa, 상태방정식 모델의 경우가 506kPa로써 약 10kPa의 오차가 발생하고 있음을 알 수 있다. EEV 개도 변화 시 증발압력의 최종 수렴값은 전달함수 모델의 경우가 504kPa, 상태방정식 모델의 경우가 506kPa로써 약 2kPa의 오차가 발생하였다. 최종값에 대한 오차는 선형화 과정 및 모델링 시에 적용한 각종의 가정에 의해 충분히 발생할 수 있는 크기의 오차로 모델은 타당성을 가진다고 할 수 있다.

제어변수인 출구 온도와 과열도 및 상태변수인 증발압력의 응답을 종합적으로 고찰해 볼 때, 본 연구에서 구해진 상태방정식 모델은 실험적으로 구해진 전달함수 모델과 동적 거동 패턴은 매우 비슷하나 시정수,

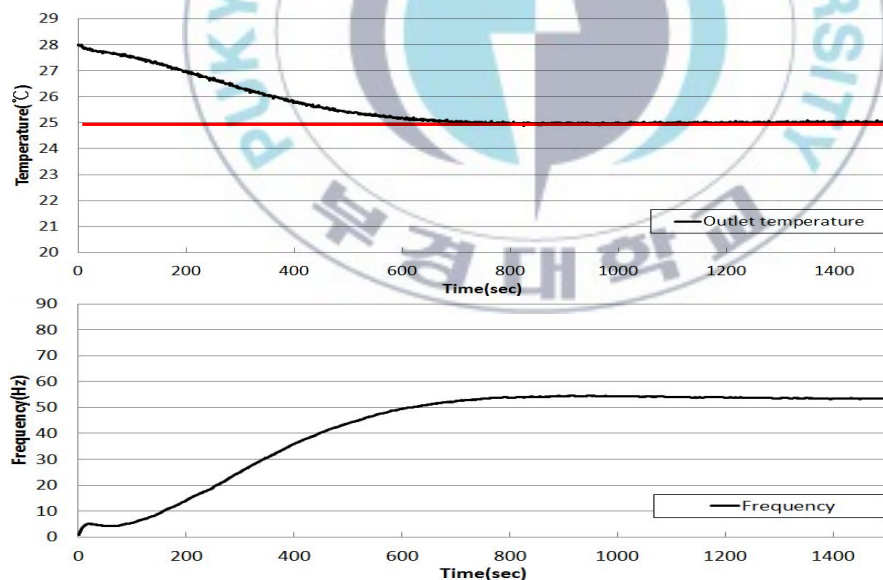
DC게인 등에 해당하는 엄밀한 값에 있어서는 유의할만한 차이가 발생하는 것으로 확인되었다. 앞으로 보완 연구를 통해 보다 엄밀한 타당성을 갖는 상태방정식 모델을 재구축할 필요성이 있는 것으로 생각된다.



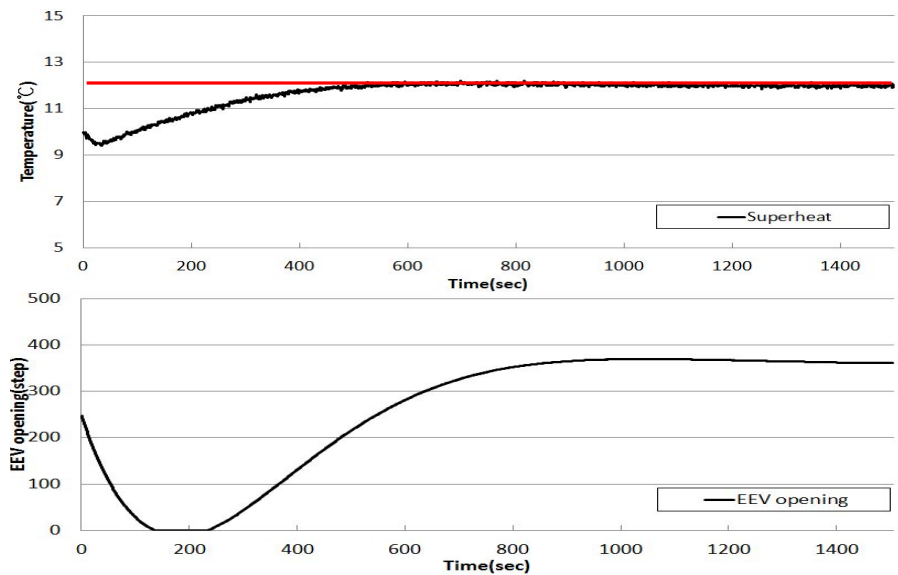
6.2 LQR 제어기 성능 분석

설계한 LQR 제어기의 성능을 확인하기 위해 기동, 지령값 변동, 부하 변동 시뮬레이션을 실시하여 제어변수인 오일 출구 온도와 과열도의 응답을 분석하였다. 또한 가중치 Q 와 R 의 설정값에 따른 제어 성능을 분석하기 위해 R 이 0.1, 10의 경우로 나누어 시뮬레이션 하였다. R 의 크기만을 변화시켜 분석한 이유는 Q 는 제어기 설계 과정에서 C 값에 의해 자동으로 결정되는 값이기 때문이다. 가중치를 절대값이 아닌 Q 와 R 의 상대적 비로 나타낸 이유는 평가함수에서의 평가 항목에 해당하는 제어 오차와 입력에너지가 결국 Q 와 R 의 절대적 크기가 아닌 상대적 크기에 의존한다는 것이 이미 선행연구에서 검증되었기 때문이다.⁽¹³⁾

Fig. 6.6은 초기 기동시의 시스템의 동특성에 관한 시뮬레이션이다.



(a) Oil outlet temperature response and frequency reference



(b) Superheat response and EEV opening angle reference

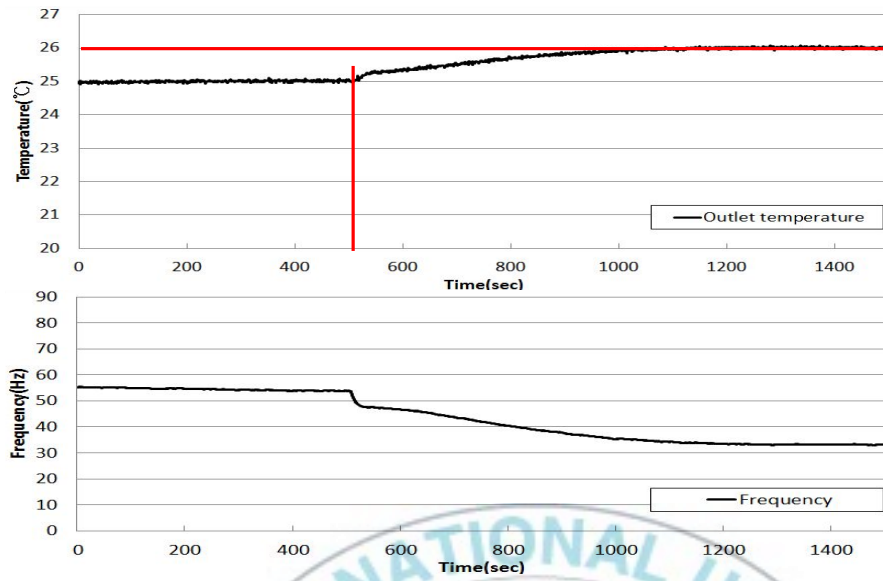
Fig. 6.6 Simulation result of starting up.

Fig. 6.6(a)는 출구 온도 응답과 이에 상응하는 압축기 구동용 인버터 주파수 지령을 나타낸다. 초기온도 28°C 에서 제어를 시작하여 제어 목표인 25°C 에 수렴하는 것을 확인할 수 있다. 압축기의 회전수 지령값은 초기값 0에서부터 서서히 상승하여 정상상태에서는 약 53Hz 에 수렴하고 있음을 보였다. Fig. 6.6(b)는 과열도 응답과 이에 상응하는 EEV 개도 지령을 나타내고 있다. 출구 온도를 맞추기 위해 압축기 주파수가 급격히 상승하게 되면 증발기 엔탈피의 상태변화가 압력의 변화보다 빠르게 일어난다. 과열도는 엔탈피와 압력의 상태변수 값에 의해 결정되는데 출구 온도 하강을 위해 엔탈피가 빨리 하강하고 이로 인해 과열도가 급히 떨어

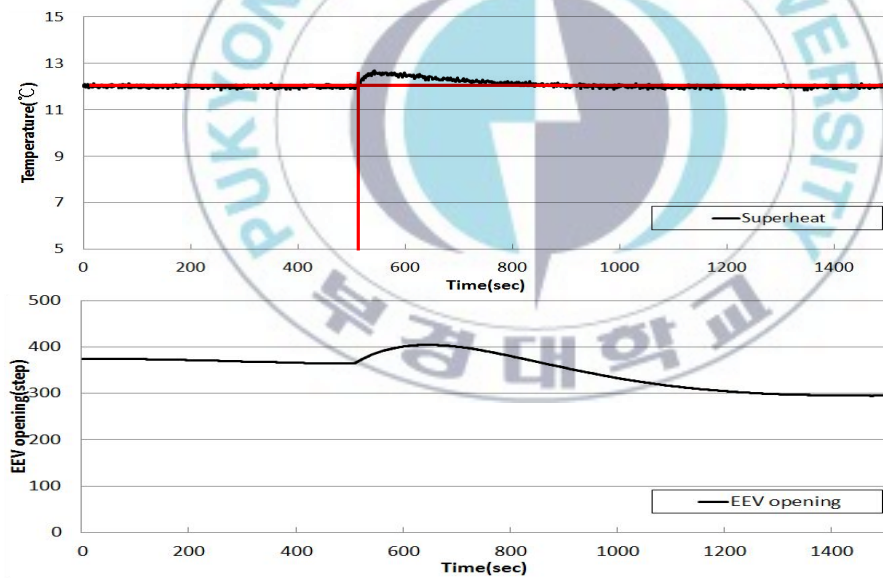
어지게 된다. 따라서 과열도 응답은 초기에 하강하다가 500초 근방에서 목표값 12℃로 제어됨을 확인할 수 있다. EEV 개도는 압축기 주파수의 영향으로 떨어진 과열도를 목표값까지 상승시키기 위해 서서히 그 값이 증가해 370step으로 수렴하고 있음을 보인다.

Fig. 6.7은 지령값 변동 시의 시스템의 동특성에 관한 시뮬레이션이다. 25℃로 제어되고 있는 정상상태에서 500초에 지령값을 25℃에서 26℃로 바꾸었을 때 지령값 출구 온도는 서서히 상승해 26℃에 수렴한다. 압축기 주파수는 온도를 상승시키기 위해 서서히 하강하여 32Hz에 수렴한다. 과열도는 압축기가 하강함에 따라 그 간섭 영향으로 인해 1℃의 오버슈트를 지나 200초 후에 목표값 12℃로 제어된다. EEV 개도는 상승한 과열도를 목표값으로 낮추기 위해 상승하였다가 정상상태에서 300step으로 수렴한다.





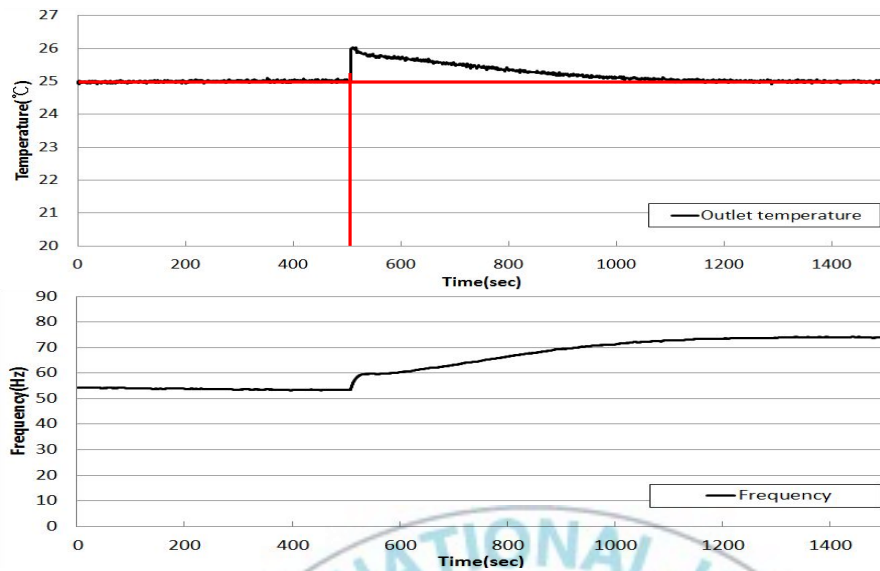
(a) Oil outlet temperature response and frequency reference



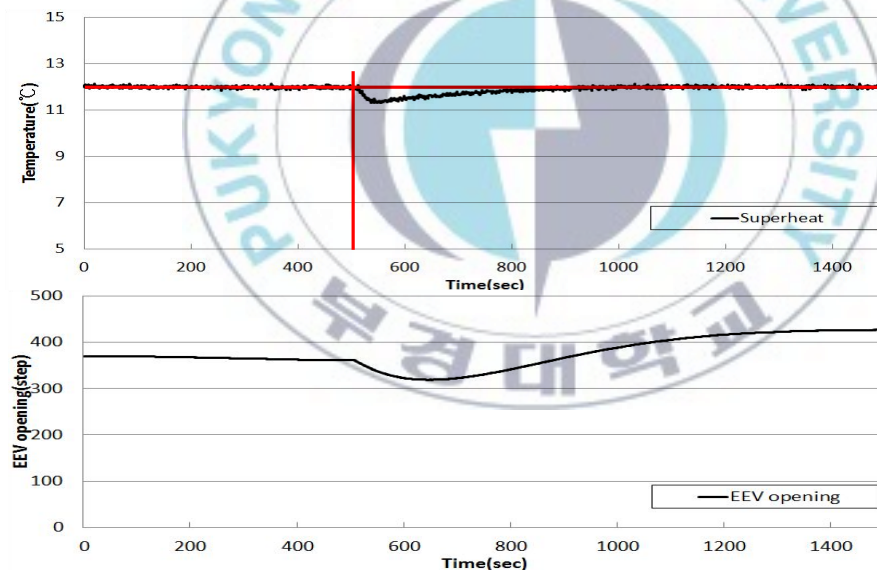
(b) Superheat response and EEV opening angle reference

Fig. 6.7 Simulation result of set point change.

Fig. 6.8은 부하변동 시의 시스템의 동특성에 관한 시뮬레이션 결과이다.



(a) Oil outlet temperature response and frequency reference



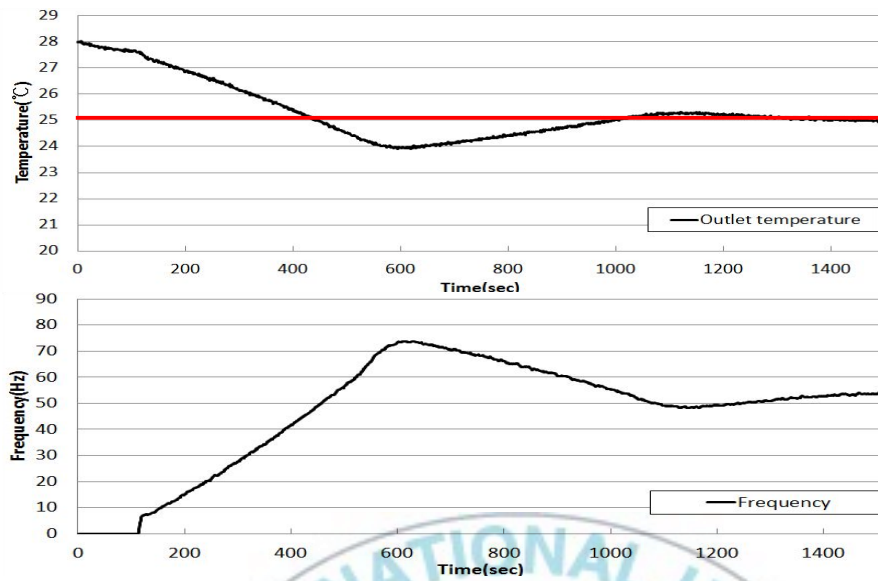
(b) Superheat response and EEV opening angle reference

Fig. 6.8 Simulation result of thermal load change test.

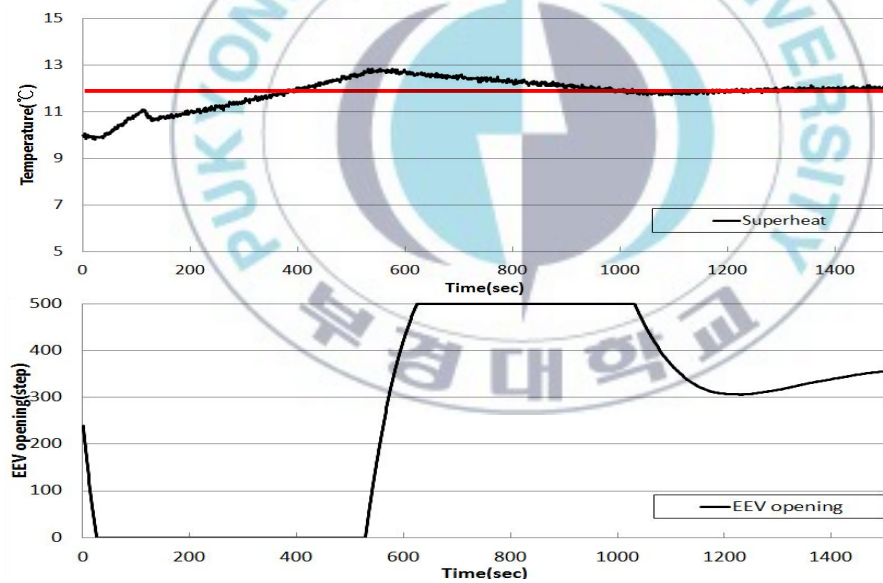
목표값 25℃에서 제어를 하고 있는 상태에서 500초에 입구온도를 1℃ 상승시켰을 때 출구 온도는 입구온도 상승에 따라 1℃ 상승했다가 서서히 하강하여 약 500초 후 목표값 25℃에 수렴하는 것을 확인할 수 있다. 압축기는 52Hz에서 제어되고 있다가 부하 상승에 대응하기 위해 서서히 지령값을 증가시켜 최종 75Hz로 제어되고 있다. 과열도는 압축기 회전수 변화에 따른 간접 영향으로 약 1℃의 언더슈트를 가지지만 200초 후 목표값 12℃에 수렴한다. EEV 개도는 낮아진 과열도를 올리기 위해 하강했다가 서서히 증가하여 410step에서 제어되고 있다.

Fig. 6.9와 Fig. 6.10은 일정한 Q 에 대한 R 의 상대적 크기에 따른 기동 시뮬레이션 결과이다. Q 는 제어기 설계 과정에서 $Q = C^T C$ 로 결정되어 고유값이 모두 0보다 크거나 같은 양의 반한정 행렬이며 그 값은 식 (84)와 같다. R 의 크기를 0.1, 10으로 각각 변경시켜 시뮬레이션 하였다.

$$Q = \begin{bmatrix} 0.04 & -0.22 & 0 & 0 \\ -0.22 & 1.28 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (84)$$

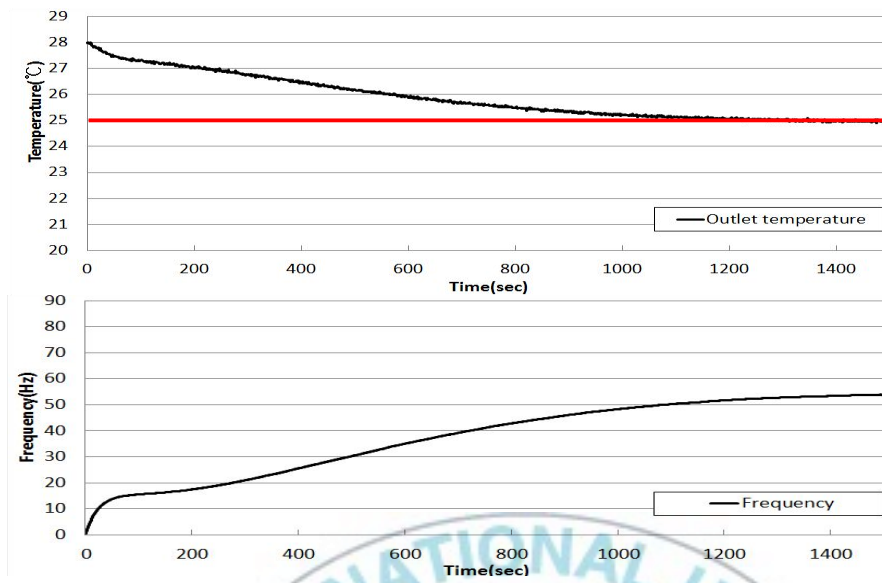


(a) Oil outlet temperature response and frequency reference

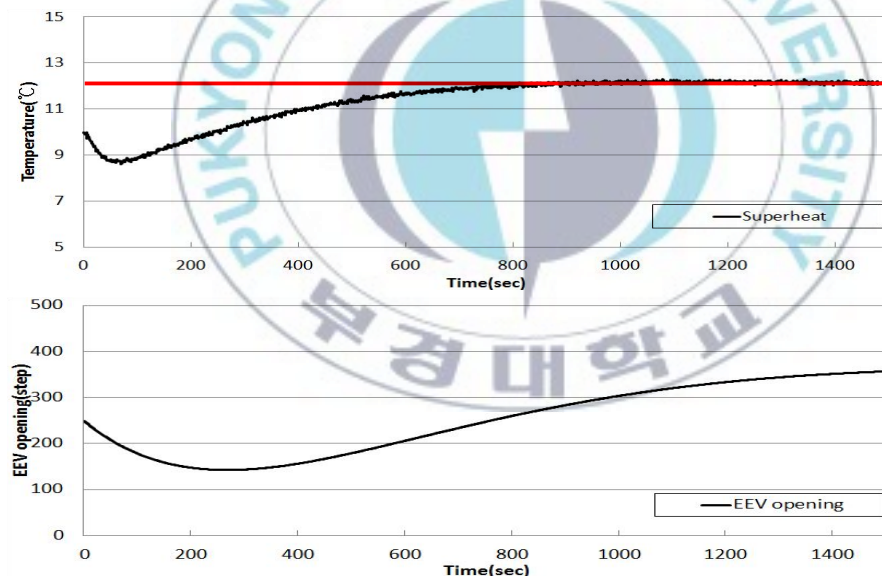


(b) Superheat response and EEV opening angle reference

Fig. 6.9 Simulation result in the case of $R=0.1$.



(a) Oil outlet temperature response and frequency reference



(b) Superheat response and EEV opening angle reference

Fig. 6.10 Simulation result in the case of R=10.

Fig. 6.9는 $R=0.1$ 일 때의 기동 시뮬레이션 응답으로 출구 온도가 하강하는 속도는 빠르나 이로 인해 불필요한 언더슈트가 발생하고 언더슈트 때문에 정착시간이 더 길어지는 결과를 초래하였다. 주파수 지령의 상승 기울기가 $R=1$ 일 때 보다 더 크므로 제어오차에 대한 가중치가 더 커졌음을 확인할 수 있다. 과열도 역시 급격히 상승하며 출구 온도의 언더슈트로 인해 압축기 주파수가 급격히 변동함에 따라 간섭 영향으로 인해 과열도 또한 오버슈트를 가진 후에 목표값 12°C 에 수렴한다. 큰 에너지 입력을 허용하는 가중치의 특성으로 인해 EEV 개도 지령 또한 극단적인 증감 변화를 보이며, 결과적으로 과열도 목표값인 12°C 에는 빨리 도달하지만 불필요한 오버슈트를 동반하게 되며 최종 정상상태에 도달하는 시간이 길어짐을 보인다.

Fig. 6.10은 $R=10$ 일 때의 기동시뮬레이션 결과이다. 큰 입력 에너지를 허용하지 않는 가중치의 특성으로 인해 출구 온도가 하강하는 속도가 느려 900초의 정착시간을 가진다. 주파수 지령 또한 천천히 상승하여 43Hz에 수렴하고, 과열도도 700초 후에 목표값 12°C 에 수렴함을 볼 수 있다. EEV 개도 또한 천천히 변화하며 최종값 320step에서 제어되고 있다.

6.3 칼만필터 상태관측기 성능 분석

칼만필터는 상태추정기의 상태추정오차를 줄이는 역할을 한다. 칼만필터 설계법에 의해 구해진 칼만게인은 식 (85)와 같다.

$$L = \begin{bmatrix} -2.3 \times 10^{-4} & -2.8 \times 10^{-4} \\ 3.3 \times 10^{-4} & 3.9 \times 10^{-4} \end{bmatrix} \quad (85)$$

구해진 게인이 상태추정에 최적임을 확인하기 위해 L 의 크기를 100배 증가, 감소시켜 시뮬레이션을 함으로써 상태추정오차 크기 변화를 확인하였다. Fig. 6.11(a)는 식 (85)의 L 을 적용했을 때, Fig. 6.11(b)는 L 의 크기를 100배 증가시켰을 때, Fig. 6.11(c)는 L 의 크기를 100배 감소시켰을 때의 상태추정오차를 각각 나타낸다. 주목하고 있는 상태변수인 압력과 엔탈피의 상태추정오차는 식 (85)의 L 을 적용시켰을 경우, 압력 상태추정오차 $\pm 1 \times 10^{-4}$ [kPa], 엔탈피 상태추정오차 $\pm 1 \times 10^{-5}$ [kJ/kg]으로 압력이 엔탈피에 비해 상태추정오차가 크지만 두 상태추정오차는 매우 작으므로 칼만필터가 매우 양호하게 작동함을 확인할 수 있다. L 을 100배 증가시켰을 경우, 압력 상태추정오차는 $\pm 6 \times 10^{-2}$ [kPa], 엔탈피 상태추정오차는 $\pm 1 \times 10^{-3}$ [kJ/kg]으로 식 (85)의 L 을 적용시킨 경우보다 오차가 커진다. L 을 100배 감소시켰을 경우, 식 (85)의 L 을 적용시킨 경우와의 차이가 없다. 그러나 칼만게인 값이 너무 작을 경우 제어변수의 응답을 지연시킬 수 있으므로 현재의 칼만게인이 최적이라 할 수 있다. 따라서 설계된 칼만필터의 성능은 양호하다.

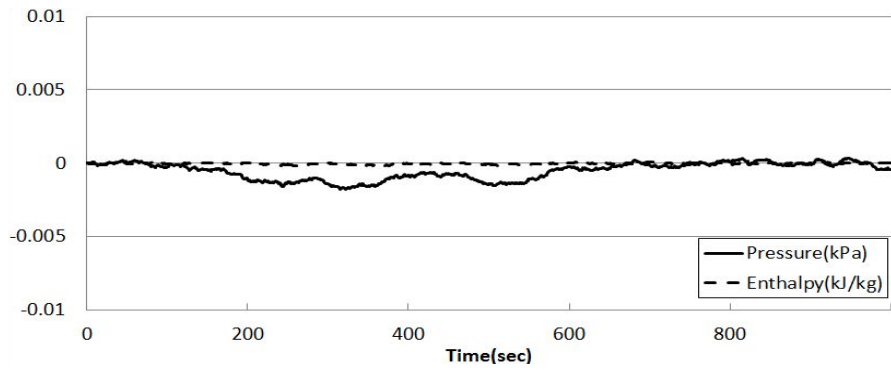
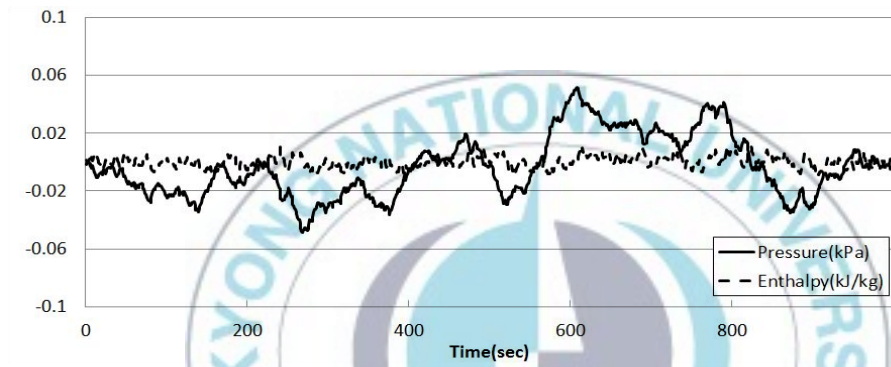
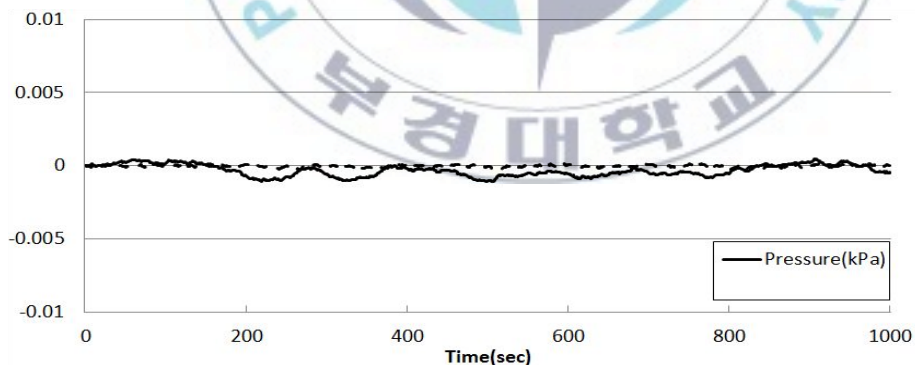
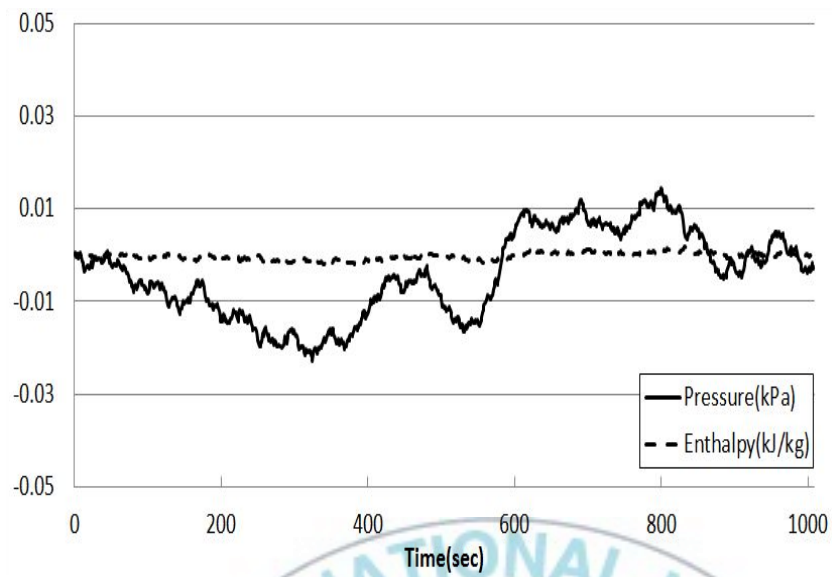
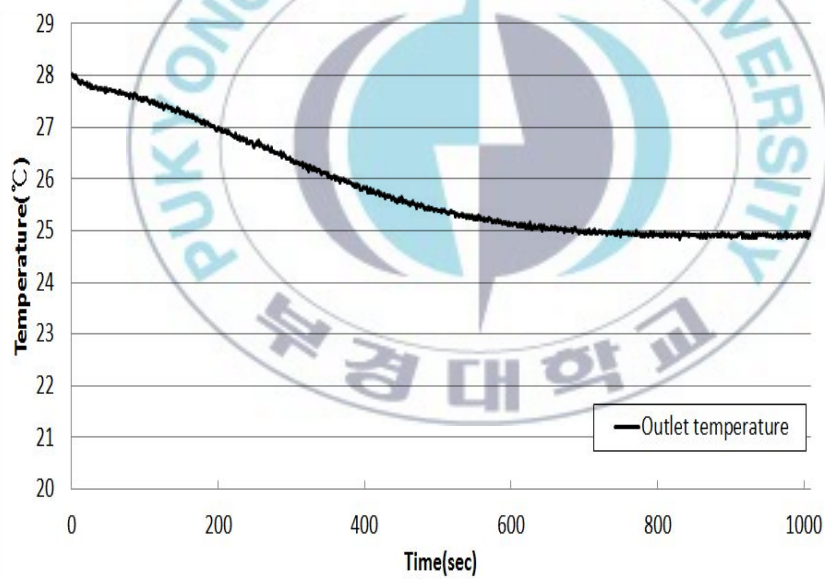
(a) In the case of L in Eq. (85)(b) In the case of $L \times 100$ (c) In the case of $L \times 0.01$ Fig. 6.11 Estimated error with respect to Kalman gain L .

Fig. 6.12와 Fig. 6.13은 프로세스 잡음 W 의 크기 변화에 따른 상태추정오차와 출력을 각각 나타내며 Fig. 6.14와 Fig. 6.15는 출력잡음 V 의 크기 변화에 따른 상태추정오차와 출구 온도 응답을 각각 나타낸다. 식 (85)의 칼만게인은 인가된 잡음의 크기가 변경됨에 따라 그에 상응한 게인으로 다시 설계되었다. 응답에서 볼 수 있듯이 상태추정오차는 매우 작은 값으로 칼만필터가 양호하게 작동함을 알 수 있다. 그러나 출구 온도 응답의 경우, 출력잡음의 크기 변화에 따라 그 크기 또한 변동함을 보여준다. 그 이유는 칼만필터는 상태추정오차를 줄이는 역할을 하지만 출력에 미치는 잡음을 그대로 상쇄시키는 역할은 하지 못하기 때문에 변경된 출력잡음의 크기에 따라 응답의 크기도 변하기 때문이다.



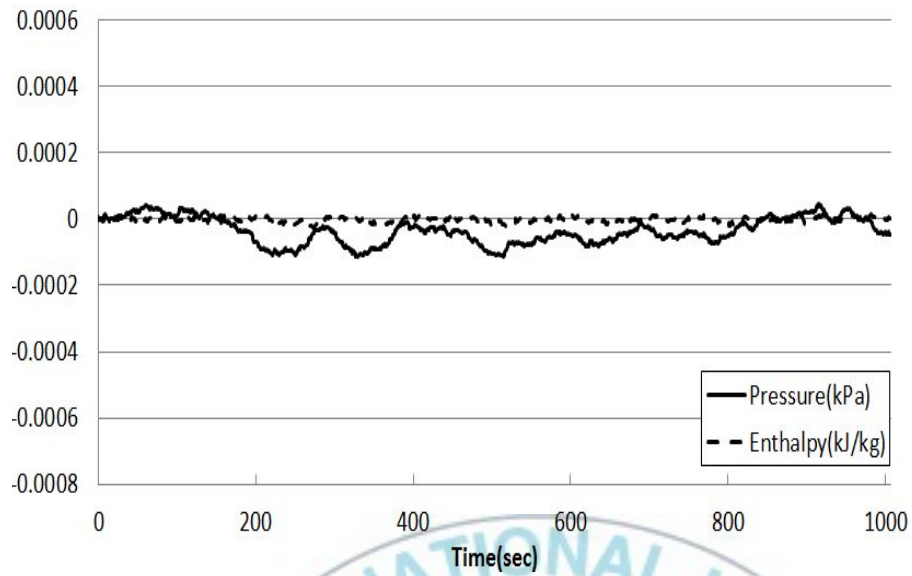


(a) Estimated errors of state variables

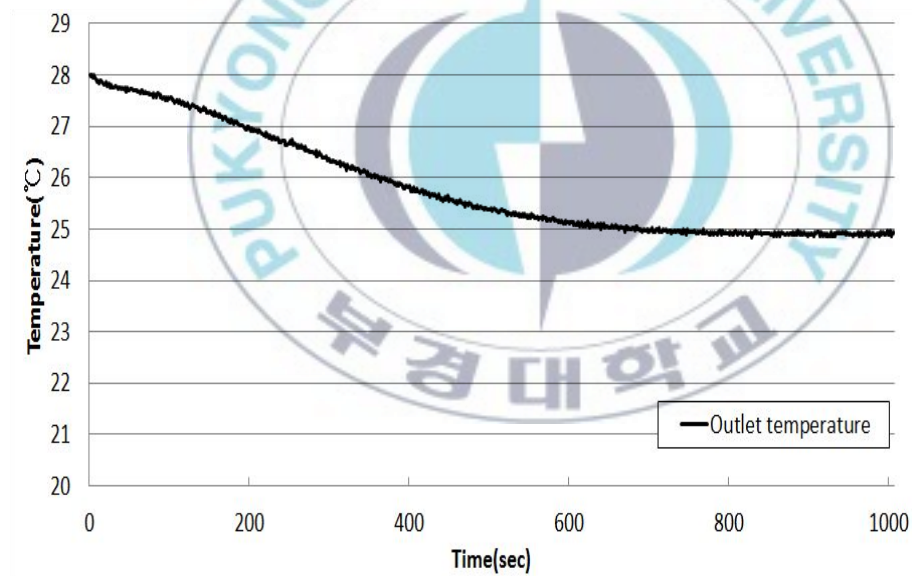


(b) Outlet temperature response

Fig. 6.12 Simulation results in the case of $W \times 100$.

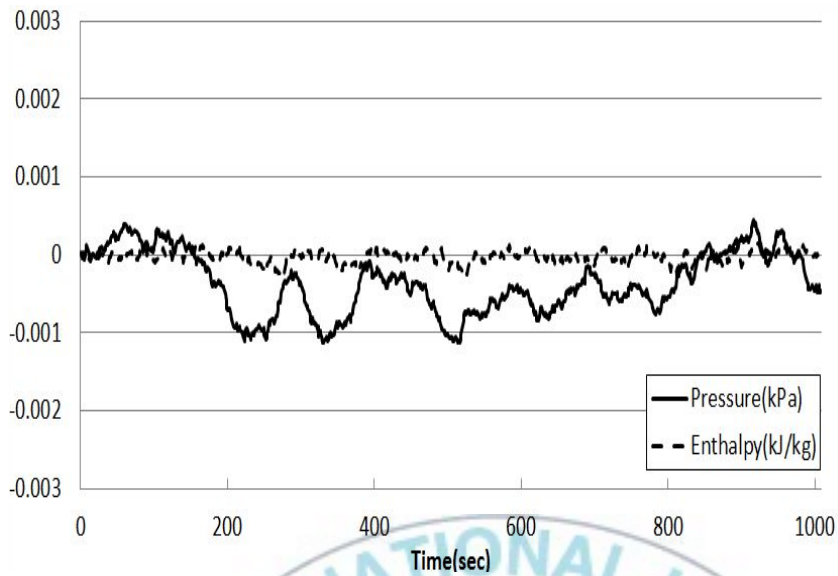


(a) Estimated errors of state variables

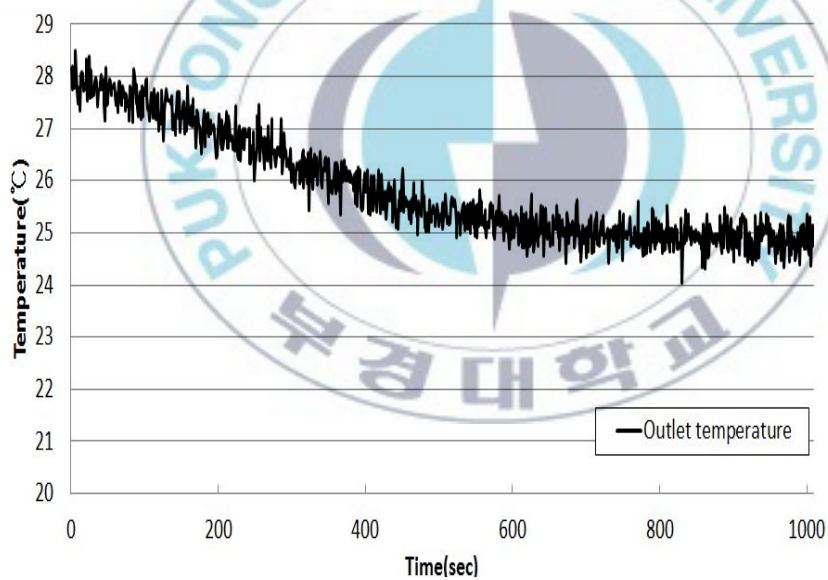


(b) Outlet temperature response

Fig. 6.13 Simulation results in the case of $W \times 0.01$.

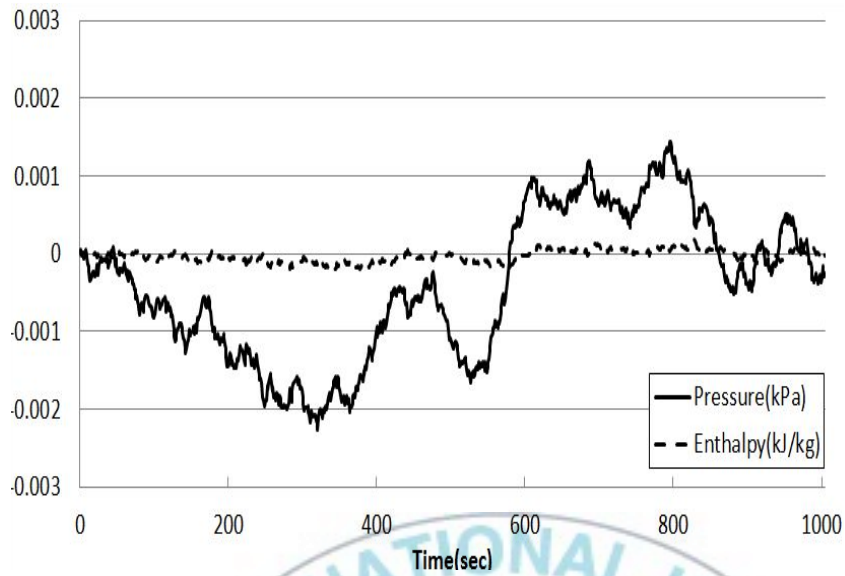


(a) Estimated errors of state variables

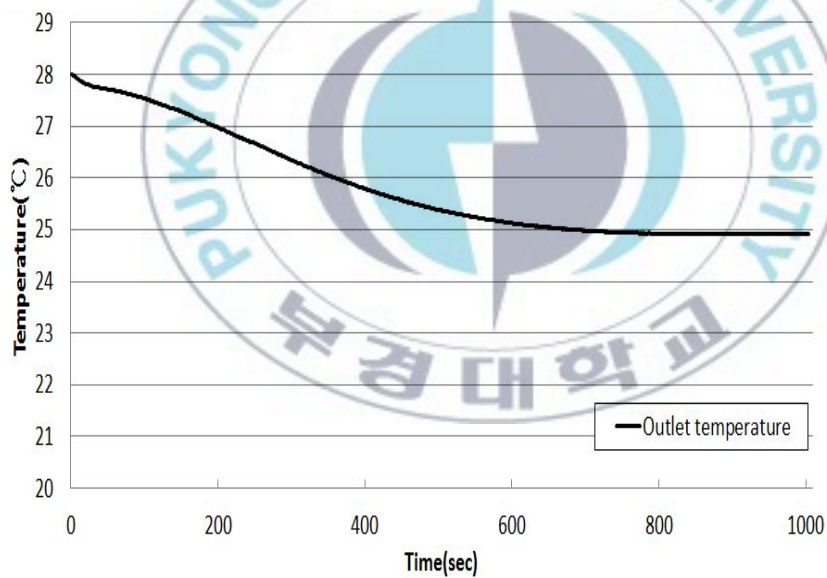


(b) Outlet temperature response

Fig. 6.14 Simulation results in the case of $V \times 100$.



(a) Estimated errors of state variables

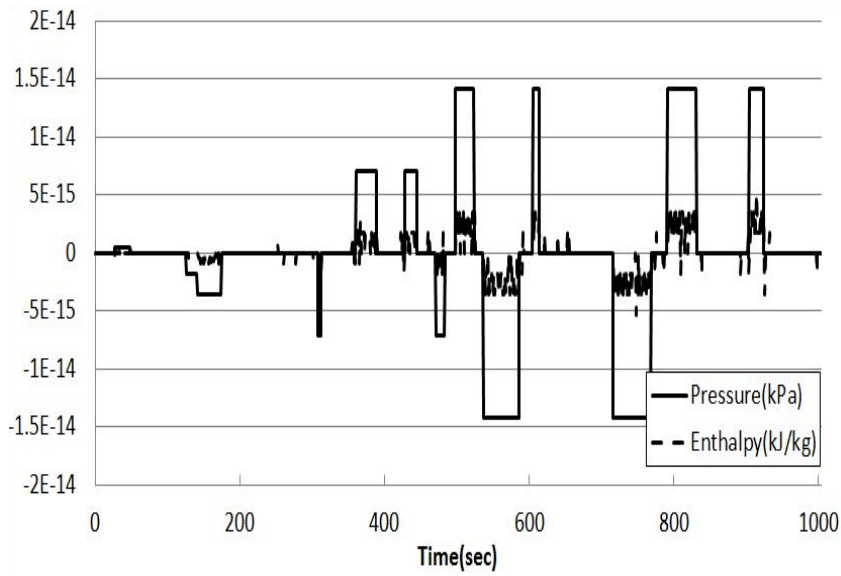


(b) Outlet temperature response

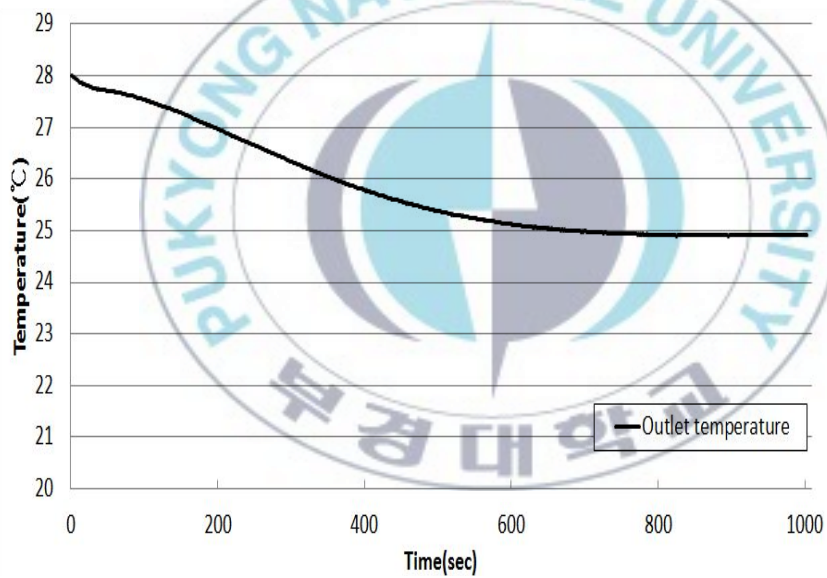
Fig. 6.15 Simulation results in the case of $V \times 0.01$.

Fig. 6.16은 $V = W = 10^{-5}$ 인 경우의 시뮬레이션 결과이며 칼만필터 게인이 $[1 \ 0; 0 \ 1]$ 일 때의 상태추정오차이다. 오차의 값이 매우 작게 나타나며 그 이유는 식 (75)에서 오차로 남게 되는 항인 $w - Lv$ 에서 $w = v$, $L = 1$ 로 만들어 오차항이 0이 되기 때문이다. 다양한 시뮬레이션을 통해 확인된 칼만필터의 성능은 아래와 같다.

- ① 칼만필터는 상태추정오차 $e = x - \hat{x}$ 를 최소로 하는 역할을 한다.
- ② $\dot{e} = (A - LC)e + w - Lv$ 에서 L 을 매우 작은 값으로 설정하면 결국 근사적으로 $\dot{e} = Ae + w$ 로 되어 v 의 영향을 줄일 수 있지만, 상태추정오차 e 를 최소화 하는 속도가 늦어진다. 반대로 L 의 값을 크게 할 경우, 상태추정오차 e 를 빠르게 없앨 수 있지만 v 가 $\dot{e}$ 에 미치는 영향이 커진다.
- ③ $\dot{e} = (A - LC)e + w - Lv$ 식에서 w 와 v 의 강도(공분산)를 예측할 수 있으면 L 을 적절하게 선정함으로써 $\dot{e}$ 의 공분산을 최소로 할 수 있다.
- ④ 칼만필터는 식 (75)를 최소로 할 수 있지만, 식 (2)와 같은 출력방정식에서 알 수 있듯이 실제 출력에 직접적으로 영향을 미치는 잡음 v 의 최소화에는 기여하지 않는다.



(a) Estimated errors of state variables.



(b) Outlet temperature response

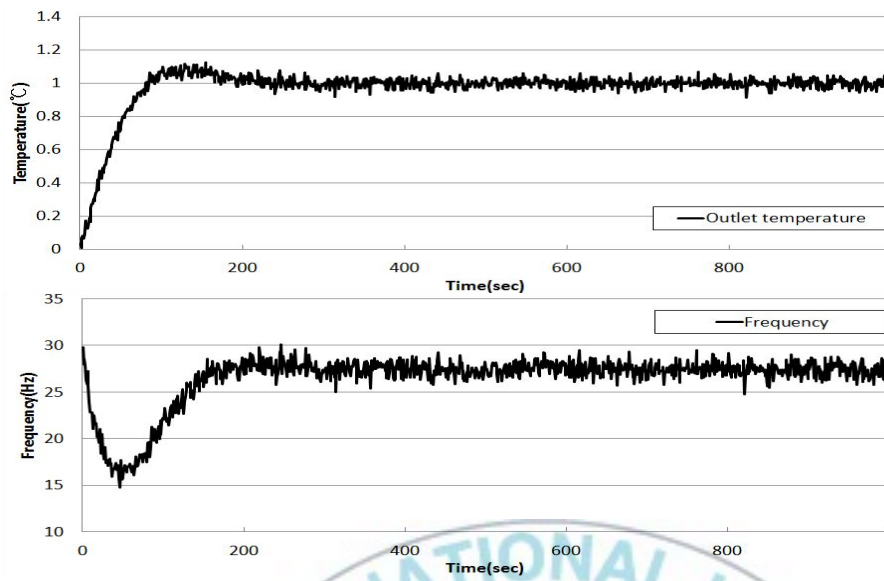
Fig. 6.16 Simulation results in the case $V = W = 10^{-5}$ and

$$L = [10; 0.1].$$

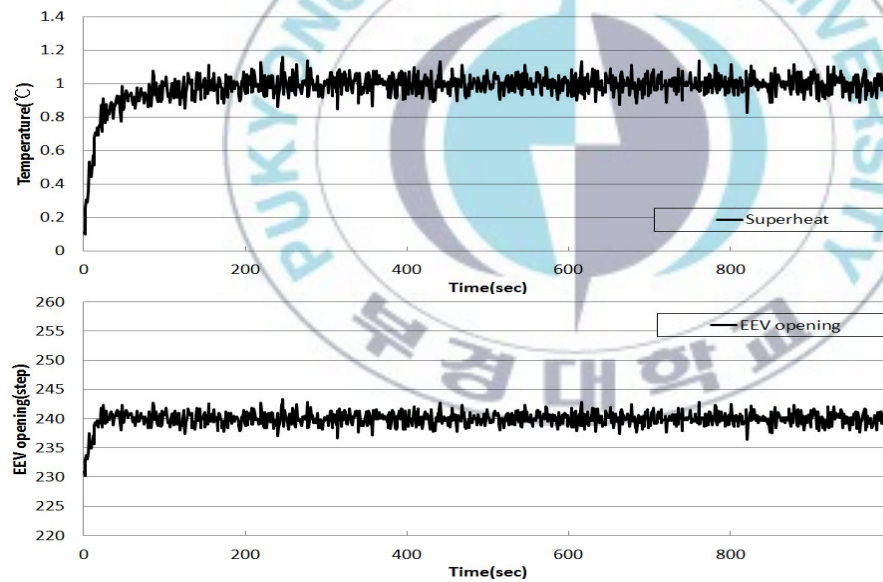
6.4 LQG 제어계의 강인성 검증

LQG 제어계의 강인성(robustness)을 검증하기 위해 동일한 제어대상인 오일쿨러용 냉동시스템에 대해 PI제어기를 적용한 응답과 LQG 제어계의 응답을 상호 비교하였다. LQG제어기의 비교대상인 PI제어기는 선행 연구 결과물인 평가함수 IAE(Integrated Absolute Error)를 만족하는 최적 PI 제어기⁽¹⁴⁾를 이용하였다. PI제어기의 비례게인 및 적분게인은 출구 온도 제어기의 경우 $K_p = 30, K_i = 1.2$, 과열도 제어기의 경우는 $K_p = 21, K_i = 0.5$ 를 각각 적용하였다. 또한 LQG 제어계와 동일한 시뮬레이션 조건을 만들어 주기 위해 제어대상 모델의 입구 및 출구에 LQG 제어계에 부가한 노이즈와 동일한 종류 및 동일한 크기의 잡음을 인가하였다.

Fig. 6.17은 최적 PI 제어기의 인디셜응답과 제어량을 나타내며, Fig. 6.18은 본 논문에서 설계한 LQG 제어기의 인디셜응답과 제어량을 각각 나타낸다.

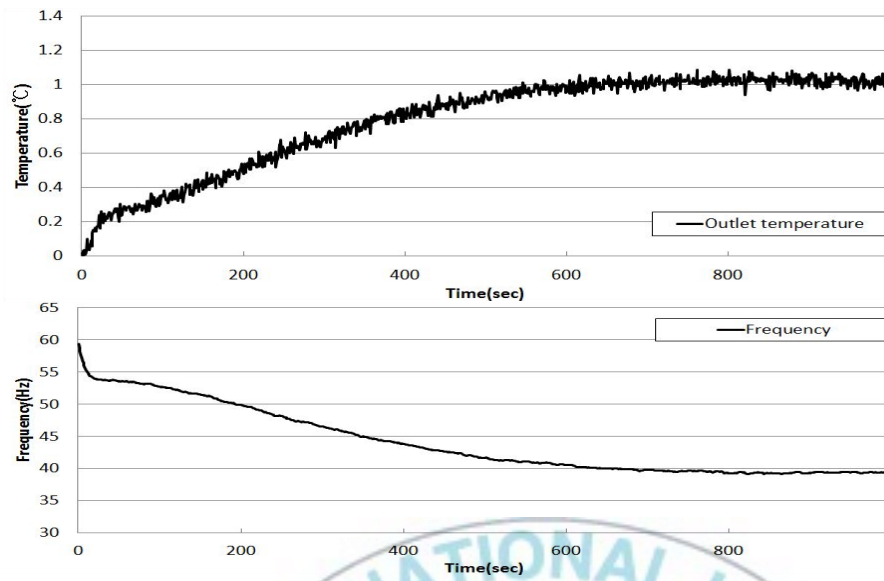


(a) Outlet temperature response and inverter frequency reference

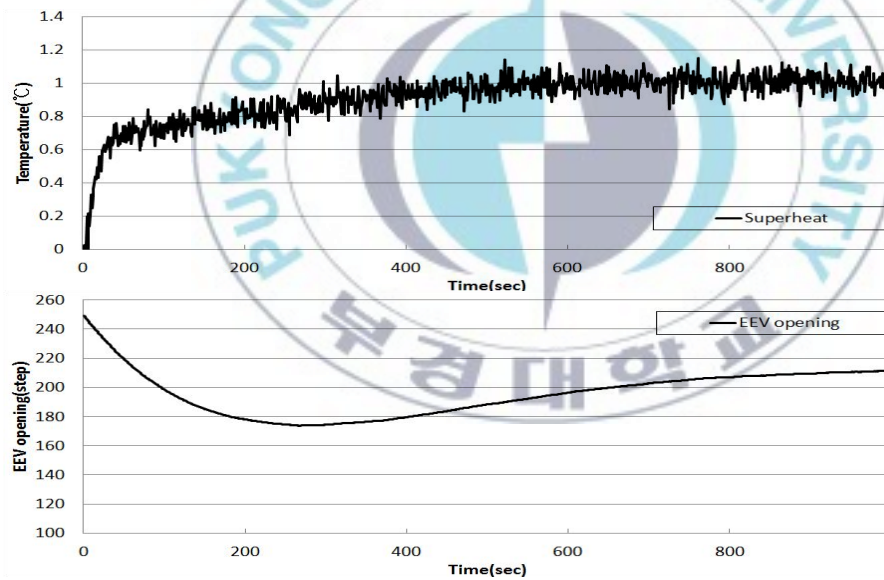


(b) Superheat response and EEV opening angle reference

Fig. 6.17 Simulation results using optimal PI controller.



(a) Outlet temperature response and inverter frequency reference



(b) Superheat response and EEV opening angle reference

Fig. 6.18 Simulation results using LQG controller.

응답 과형에서 두 제어기 모두 목표값인 1에 수렴한다. 그러나 과도상태 지표인 정착시간을 비교해 보면, PI제어기가 LQG 제어기에 비해 출구 온도와 과열도를 모두 400초 정도 빠르게 수렴시키는 것으로 나타났다. 조작량인 압축기 주파수와 EEV 개도의 경우 모델의 타당성 검증 부분에서 언급했듯이 제어대상에 대한 상태방정식 및 전달함수 모델이 서로 다르기 때문에 지령값의 최종 수렴값은 각각 다르게 나타나고 있다. 그러나 제어량의 거동을 엄밀히 비교해 보면, PI제어기의 경우 압축기 주파수는 $\pm 3\text{Hz}$, EEV 개도는 $\pm 5\text{step}$ 의 떨림 현상이 발생한다. LQG 제어기의 경우 압축기 주파수, EEV 개도 모두 떨림이 거의 없는 것으로 나타남을 볼 수 있다. 조작량의 떨림 현상이 클수록 제어계가 불안정해지는 문제점이 발생되며 실제 실험의 경우 이러한 떨림의 크기는 더 커질 수 있다. 이로 인해 액츄에이터(actuator)인 압축기 및 EEV의 수명 단축을 초래하게 된다. 따라서 본 논문에서 제안한 LQG 제어기는 최적 PI제어기와 출구 온도 및 과열도 응답 제어 성능은 유사하나, 조작량의 안정성 측면에서 LQG 제어기가 노이즈에 강인성을 가짐을 알 수 있다.

제7장 결 론

본 논문에서는 MIMO 시스템인 증기압축식 냉동사이클의 축소된 선형 상태방정식 모델링 방법을 제안하고, 칼만필터를 사용하는 LQG 제어를 설계하여 시뮬레이션을 통해 그 타당성을 검증하였다. 본 연구에서 얻은 주요 결과들을 요약하면 다음과 같다.

- (1) 열교환기의 MBM(Moving Boundary Model)에 Navier-Stokes Equation을 적용시켜 비선형 편미분방정식을 유도한 후, 평형점에서의 테일러 1차 근사법을 적용하여 선형 상미분방정식을 얻고 이를 통해 최종 냉동시스템의 상태방정식 모델을 구축하였다.
- (2) 냉동시스템의 출력방정식과 연계하여 고차원의 상태방정식 모델을 제어기 설계에 용이한 2×2 시스템 행렬을 갖는 저차원 실용적인 모델로 축소시켰다.
- (3) 상태방정식 유도 과정에서는 압축기 회전수와 EEV의 개도 입력에 대한 증발압력 및 엔탈피를 상태변수로 하고, 오일 출구 온도와 과열도를 출력으로 하는 MIMO제어에 적합한 형태의 모델이 구축되었다.
- (4) 구축된 상태방정식 모델을 실제 오일쿨러 장치의 실험적 전달함수 모델과 비교하였으며, 모델의 타당성 확인을 위해 상태변수인 증발압력을 실제 오일쿨러 실험을 통해 압축기 주파수 변화와 EEV 변화에 대한 동특성을 파악하였다.
 - ① 상태방정식 모델과 실험적 전달함수 모델은 응답 속도와 최종값의 크기에 있어 유의할만한 차이가 발생하였다.

② 증발압력에 대한 상태방정식 모델 응답과 실제 실험을 통한 응답 비교에서는 상태방정식 모델의 응답 속도가 느리게 나타났지만 최종값의 차이는 매우 근소하였다.

(5) LQG 제어기의 타당성을 검증하기 위해 오일쿨러를 대상으로 한 가상 시뮬레이션을 하였으며, 평가함수의 가중치 행렬 R 의 크기에 따른 제어성능을 확인하였다.

(6) 칼만필터의 성능을 검증하기 위해 칼만게인의 크기와 인가 외란의 크기를 변화시켜 그 성능을 검증 및 고찰하였다.

(7) LQG 제어기의 강인성을 검증하기 위해 LQG 제어기와 동일한 외란이 인가된 최적 PI제어기와 성능을 비교하였다.

① 출구 온도 및 과열도는 두 제어기 모두 목표값에 수렴한다.

② 정착시간은 PI제어기가 LQG 제어기보다 400초 정도 빠르다.

③ 조작량인 압축기 주파수와 EEV 개도의 안정성은 LQG 제어기가 PI제어기보다 우수하게 나타났다.

이상의 결과들로부터 본 논문에서 제안한 축소된 상태방정식 모델과 이를 이용해 설계한 LQG 제어기는 양호한 제어성능을 보장하며, 특히 실험장치가 제작 되지 않은 전단계에서도 제어기의 성능 예측이 가능하다. 증기압축식 냉동시스템 모델의 차수가 축소됨으로써 제어기의 설계가 용이하며 제안한 LQG 제어기는 입·출력에 인가되는 백색잡음에 강인한 성능을 가진다. 본 연구에서 제안된 상태방정식 모델과 LQG 제어기 설계법은 향후 오일쿨러 외에도 증기압축식 냉동사이클이 적용된, 외

란이 있는 환경에 사용되는 다양한 대상에 유용하게 적용할 수 있을 것으로 기대된다. 실험실 차원에서의 추가 보완 연구 방향으로는 실험을 통한 상대방정식 모델의 타당성에 대한 보다 엄밀한 검증과 이를 통한 모델링 정확성 보완, LQG 제어기의 상세한 제어 성능 분석이 필요할 것으로 사료된다.



참고문헌

1. Y. M. Jung, J. Y. Byun, J. I. Yoon, S. K. Jeong, 2009, A Study on High Precision Temperature Control of an Oil Cooler for Machine Tools Using Hot-gas Bypass Method, SAREK, pp. 129~136.
2. H. Li, D. W. Lee, S. K. Jeong and J. I. Yoon, 2007, Fuzzy Control with Feedforward Compensator of Superheat in a Variable Speed Refrigeration System, Journal of the Korea Society Marine Engineering, Vol. 31, No. 3, pp. 252~262.
3. S. C. Kim, D. S. Hong and W. J. Jeong, 2004, Temperature Control for and Oil Cooler System Using PID Control with Fuzzy Logic, Transactions of the Korea Society of Machine Tool Engineers, Vol. 13, No. 4, pp. 87~94.
4. S. K. Jeong and S. H. Kim, 2011, Optimum Controller Design of a Water Cooler for Machine Tools Based on the State Space Model, SAREK, Vol. 23, No. 12, pp. 782~790.
5. H. Li, S. K. Jeong and J. I. Yoon, 2006, Decoupling Control Design for Variable Speed Refrigeration System of a Ship, Journal of the Korea Society of Marine Engineering, Vol. 30, No. 7, pp. 808~815.
6. S. K. Jeong, J. Y. Byun, S. H. Kim and J. I. Yoon, 2011, Precise Temperature Control of Oil Coolers with Hot-gas Bypass Manner for

- Machine Tools Based on PI and Feedforward Control, SAREK, Vol. 23, No. 2, pp. 111~119.
7. D. B. Lee, 2013, State Equation Modeling for the Optimum Control of the Refrigeration Cycle, Master's Thesis.
 8. R. Shah, A. G. Alleyne, C. W. Bullard, B. P. Rasmussen, P. S. Hrnjak, 2003, Dynamic Modeling And Control of Single and Multi-Evaporator Subcritical Vapor Compression Systems, Part of ACRCTR-216, pp. 6~54.
 9. 이일영, 2006, 현대제어이론 입문, 세종출판사.
 10. Lenardo C. Schurt, Christian J.L. Hermes, Alexandre Trofino Neto, 2009, A model-driven multivariable controller for vapor compression refrigeration systems, International journal of refrigeration, Vol. 32, pp. 1672~1682.
 11. S. M. Beak, C. G. Moon, E. P. Kim, S. K. Jeong and J. I. Yoon, 2011, The Characteristic Study of Capacity Control of an Industrial Cooler Using an Inverter Compressor with Varing the Ambient Temperatures, Journal of the Korean Society of Marine Engineering, Vol. 35, pp. 238~243.
 12. S. W. Lee, H. K. Yeom and K. J. Park, 2009, Performance of Hot Gas Bypass Type Oil Cooler System, Journal of Korean Society for Precision Engineering, Vol. 26, No. 3, pp. 73~80.
 13. S. H. Kim, Optimum Controller Design Based on State Space Model of

-
- a Compressor Variable Speed Cooler for Machine Tools, Master's Thesis.
14. S. K. Jeong, K. H. Hong, 2013, Optimal PI Controller Design for Refrigeration System Considering Disturbance, SAREK, Vol. 25, No. 2, pp. 85~93.



Appendix

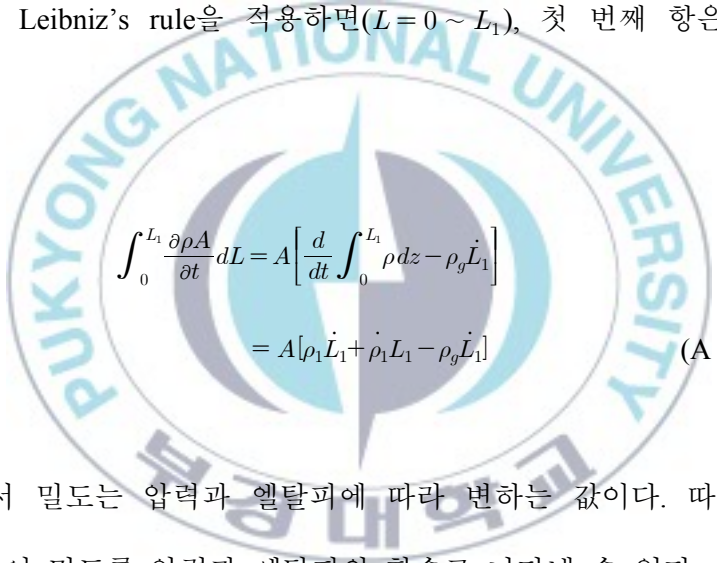
A.1 응축기 상태방정식 모델링

A 1.1 질량방정식 : 과열 구간

식 (3)에 단면적을 곱하면, 식 (A 1-1)과 같이 된다.

$$\frac{\partial \rho A}{\partial t} + \frac{\partial \dot{m}}{\partial L} = 0 \quad (\text{A 1-1})$$

식 (A 1-1)에 Leibniz's rule을 적용하면($L=0 \sim L_1$), 첫 번째 항은 식 (A 1-2)가 된다.


$$\begin{aligned} \int_0^{L_1} \frac{\partial \rho A}{\partial t} dL &= A \left[\frac{d}{dt} \int_0^{L_1} \rho dz - \rho_g \dot{L}_1 \right] \\ &= A [\rho_1 \dot{L}_1 + \dot{\rho}_1 L_1 - \rho_g \dot{L}_1] \end{aligned} \quad (\text{A 1-2})$$

과열 영역에서 밀도는 압력과 엔탈피에 따라 변하는 값이다. 따라서 식 (A 1-3)과 같이 밀도를 압력과 엔탈피의 함수로 나타낼 수 있다.

$$\rho_1 = \rho(P, h_1) \quad (\text{A 1-3})$$

과열 영역에서의 엔탈피는 식 (A 1-4)와 같이 과열 영역 입구와 출구

엔탈피의 평균이라고 가정한다.

$$h_1 = \frac{h_i + h_g}{2} \quad (\text{A } 1-4)$$

그러면, 아래의 식 (A 1-5)를 도출할 수 있다. 여기서 포화증기 엔탈피인 h_g 는 시간에 따라 변하는 양이나 이 값은 철저히 압력에 의존하므로 $\dot{P}$ 의 함수로 표현한다.

$$\dot{h}_1 = 0.5 \left(\dot{h}_i + \frac{dh_g}{dP} \dot{P} \right) \quad (\text{A } 1-5)$$

엔탈피, 압력, 밀도와 관계를 이용하여 시간에 따른 냉매의 밀도 변화량은 식 (A 1-6)과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{\rho}_1 = \frac{\partial \rho_1}{\partial P} \dot{P} + \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \dot{h}_1 \quad (\text{A } 1-6)$$

여기서 식 (A 1-5)를 식 (A 1-6)에 대입하면 최종적으로 식 (A 1-7)과 같이 된다.

$$\dot{\rho}_1 = \frac{\partial \rho_1}{\partial P} \dot{P} + \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \left(0.5 \left(\dot{h}_i + \frac{dh_g}{dP} \dot{P} \right) \right) \quad (\text{A } 1-7)$$

여기서 식 (A 1-7)을 식 (A 1-2)에 대입하면 식 (A 1-8)이 도출된다.

$$\int_0^{L_1} \frac{\partial \rho A}{\partial t} dL = \left(\frac{\partial \rho_1}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \frac{\partial h_g}{\partial P} \right) AL_1 \dot{P} + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \right) AL_1 \dot{h}_i + (\rho_1 - \rho_g) A \dot{L}_1 \quad (\text{A 1-8})$$

Leibniz's rule을 적용시킨 식 (A 1-1)의 좌변 두 번째 항은 다음과 같다.

$$\int_0^{L_1} \frac{\partial \dot{m}}{\partial L} dL = \dot{m}_{i,1} - \dot{m}_i \quad (\text{A 1-9})$$

식 (A 1-8)과 식 (A 1-9)를 합하여 표현하면 과열 구간의 연속방정식이 식 (A 1-10)과 같이 도출된다.

$$\left(\frac{\partial \rho_1}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \frac{\partial h_g}{\partial P} \right) AL_1 \dot{P} + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \right) AL_1 \dot{h}_i + (\rho_1 - \rho_g) A \dot{L}_1 + \dot{m}_{i,1} - \dot{m}_i = 0 \quad (\text{A 1-10})$$

A 1.2 질량방정식 : 2상 구간

질량방정식의 첫 번째 항에 Leibniz's rule을 적용하면 식 (A 1-11)과 같이 된다.

$$\int_{L_1}^{L_1+L_2} \frac{\partial \rho A}{\partial t} dL = A \left[\frac{d}{dt} \int_{L_1}^{L_1+L_2} \rho dL - (\rho_g - \rho_f) \dot{L}_1 - \rho_f \dot{L}_2 \right] \quad (\text{A 1-11})$$

평균공극률을 이용하여 2상 구간의 밀도를 나타내면 $\rho = \rho_g \gamma + \rho_f (1 - \gamma)$

이고, 식 (A 1-11)에 대입하면 식 (A 1-12)와 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 \int_{L_1}^{L_1+L_2} \frac{\partial \rho A}{\partial t} dL &= A \left[\frac{d}{dt} [(\rho_f (1 - \gamma) + \rho_g \gamma) L_2] + (\rho_g - \rho_f) \dot{L}_1 - \rho_f \dot{L}_2 \right] \\
 &= A [(\rho_f (1 - \gamma) + \rho_g \gamma) \dot{L}_2 + (\dot{\rho}_f (1 - \gamma) + \dot{\rho}_g \gamma) L_2 \\
 &\quad + (\rho_g - \rho_f) L_2 \dot{\gamma} + (\rho_g - \rho_f) \dot{L}_1 - \rho_f \dot{L}_2] \\
 &= A \left[(\rho_g - \rho_f) \gamma \dot{L}_2 + \left(\frac{d\rho_f}{dP} (1 - \gamma) + \frac{d\rho_g}{dP} \gamma \right) \dot{P} L_2 \right. \\
 &\quad \left. + (\rho_g - \rho_f) L_2 \dot{\gamma} + (\rho_g - \rho_f) \dot{L}_1 \right] \quad (A \ 1-12)
 \end{aligned}$$

식 (A 1-1)의 좌변 두 번째 항을 적분하고, 이를 포함한 2상 구간의 연속 방정식은 식 (A 1-13)과 같다.

$$\begin{aligned}
 A \left[(\rho_g - \rho_f) \gamma \dot{L}_2 + \left\{ \frac{d\rho_f}{dP} (1 - \gamma) + \frac{d\rho_g}{dP} \gamma \right\} \dot{P} L_2 + (\rho_g - \rho_f) L_2 \dot{\gamma} + (\rho_g - \rho_f) \dot{L}_1 \right] \\
 + \dot{m}_{i,2} - \dot{m}_{i,1} = 0 \quad (A \ 1-13)
 \end{aligned}$$

A 1.3 질량방정식 : 과냉 구간

질량방정식에 Leibniz's rule을 적용한 후의 좌변 첫 항은 식 (A 1-14)와 같다.

$$\int_{L_1+L_2}^{L_1+L_2+L_3} \frac{\partial \rho A}{\partial t} dL = A \left[\frac{d}{dt} \int_{L_1+L_2}^{L_1+L_2+L_3} \rho dL - \rho_o(\dot{L}_1 + \dot{L}_2 + \dot{L}_3) + \rho_f(\dot{L}_1 + \dot{L}_2) \right] \quad (\text{A } 1-14)$$

응축기의 총 길이는 변하지 않는 량이기 때문에 각 구간의 길이 변화율의 합($\dot{L}_1 + \dot{L}_2 + \dot{L}_3$)은 0 이다. 따라서 식 (A 1-14)는 식 (A 1-15)가 된다.

$$\begin{aligned} \int_{L_1+L_2}^{L_1+L_2+L_3} \frac{\partial \rho A}{\partial t} dL &= A \left[\frac{d}{dt} (\rho_3 L_3) + \rho_f(\dot{L}_1 + \dot{L}_2) \right] \\ &= A [\dot{\rho}_3 L_3 + \rho_3 \dot{L}_3 + \rho_f(\dot{L}_1 + \dot{L}_2)] \end{aligned} \quad (\text{A } 1-15)$$

과냉 구간의 밀도는 압력과 엔탈피에 의존한다. 그리고 엔탈피는 평균 값으로 가정한다. 따라서 식 (A 1-7)의 유도과정을 이용하여 식 (A 1-18)을 도출한다.

$$\rho_3 = \rho(P, h_3) \quad (\text{A } 1-16)$$

$$h_3 = \frac{h_f + h_o}{2} \quad (\text{A } 1-17)$$

$$\dot{\rho}_3 = \frac{\partial \rho_3}{\partial P} \dot{P} + \frac{\partial \rho_3}{\partial h_3} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial h_f}{\partial P} \dot{P} + \dot{h}_o \right) \right\} \quad (\text{A } 1-18)$$

식 (A 1-18)을 식 (A 1-15)에 대입하면 식 (A 1-19)가 도출된다.

$$\left(\frac{\partial \rho_3}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_3}{\partial h_3} \frac{\partial h_f}{\partial P} \right) A L_3 \dot{P} + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \rho_3}{\partial h_3} \right) A L_3 \dot{h}_o + A (\rho_f - \rho_3) (\dot{L}_1 + \dot{L}_2) + \dot{m}_o - \dot{m}_{i,2} = 0 \quad (\text{A } 1-19)$$

A 1.4 에너지평형방정식 : 과열 구간

에너지 평형 방정식에 단면적을 곱하면 식 (A 1-20)과 같다.

$$\frac{\partial(\rho Ah - AP)}{\partial t} + \frac{\partial(\dot{m}h)}{\partial L} = A_i \alpha_i (T_w - T_r) \quad (\text{A 1-20})$$

에너지평형방정식의 각 항에 Leibniz's rule을 적용하면 좌변 첫 항은 식 (A 1-21)로 나타난다. 이 때 과열 구간 밀도 변화량은 식 (A 1-6)을 이용한다.

$$\begin{aligned} \int_0^{L_1} \frac{\partial(\rho Ah)}{\partial t} dL &= A \left[\frac{d}{dt} (\rho_1 h_1 L_1) - \rho_g h_g \dot{L}_1 \right] \\ &= A \left[\left(\frac{\partial \rho_1}{\partial P} \dot{P} + \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \left(0.5 \left(\dot{h}_i + \frac{dh_g}{dP} \dot{P} \right) \right) \right) h_1 L_1 \right. \\ &\quad \left. + \rho_1 \left(0.5 \left(\dot{h}_i + \frac{dh_g}{dP} \dot{P} \right) \right) L_1 + \rho_1 h_1 \dot{L}_1 - \rho_g h_g \dot{L}_1 \right] \\ &= \left[\left(\frac{\partial \rho_1}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \frac{dh_g}{dP} \right) h_1 + \frac{1}{2} \frac{dh_g}{dP} \rho_1 \right] A L_1 \dot{P} \\ &\quad + \left[\left(\frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \right) h_1 + \frac{1}{2} \rho_1 \right] A L_1 \dot{h}_i + (\rho_1 h_1 - \rho_g h_g) A \dot{L}_1 \end{aligned} \quad (\text{A 1-21})$$

에너지평형방정식의 좌변 두 번째 항은 식 (A 1-22)와 같다.

$$\int_0^{L_1} \frac{\partial(AP)}{\partial t} dz = A \left[\frac{d}{dt} \left(\int_0^{L_1} P dz \right) - P \dot{L}_1 \right] = A \frac{d}{dt} (P L_1) - A P \dot{L}_1$$

$$= A\dot{P}L_1 \quad (\text{A } 1-22)$$

에너지평형방정식의 좌변 세 번째 항은 식 (A 1-23)과 같다.

$$\int_0^{L_1} \frac{\partial(\dot{m}h)}{\partial L} dL = \dot{m}_{i,1}h_g - \dot{m}_i h_i \quad (\text{A } 1-23)$$

식 (A 1-21)과 식 (A 1-22)를 조합하면 식 (A 1-24)가 도출되고, 상태변수별로 정리하면 최종 에너지 평형 방정식은 식 (A 1-25)와 같다.

$$\left[\left(\frac{\partial \rho_1}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \frac{dh_g}{dP} \right) h_1 + \frac{1}{2} \frac{dh_g}{dP} \rho_1 \right] AL_1 \dot{P} + \left[\left(\frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \right) h_1 + \frac{1}{2} \rho_1 \right] AL_1 \dot{h}_i + (\rho_1 h_1 - \rho_g h_g) AL_1 \dot{L}_1 - AL_1 \dot{P} + \dot{m}_{i,1} h_g - \dot{m}_i h_i = \alpha_i A_i \frac{L_1}{L_{total}} (T_{w1} - T_{r1}) \quad (\text{A } 1-24)$$

$$\left[\left(\frac{\partial \rho_1}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \frac{dh_g}{dP} \right) h_1 + \frac{1}{2} \frac{dh_g}{dP} \rho_1 - 1 \right] AL_1 \dot{P} + \left[\left(\frac{1}{2} \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \right) h_1 + \frac{1}{2} \rho_1 \right] AL_1 \dot{h}_i + (\rho_1 h_1 - \rho_g h_g) AL_1 \dot{L}_1 + \dot{m}_{i,1} h_g - \dot{m}_i h_i = \alpha_{i,2} A_i \frac{L_1}{L_{total}} (T_{w1} - T_{r1}) \quad (\text{A } 1-25)$$

A 1.5 에너지평형방정식 : 2상 구간

에너지평형방정식의 각 항에 Leibniz's rule을 적용하면 첫 번째 항은 다음과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned}
\int_{L_1}^{L_1+L_2} \frac{\partial(\rho Ah)}{\partial t} dL &= A \int_{L_1}^{L_1+L_2} \frac{\partial \rho h}{\partial t} dL \\
\int_{L_1}^{L_1+L_2} \frac{\partial(\rho Ah)}{\partial t} dL &= A \left[\frac{d}{dt} \left(\int_{L_1}^{L_1+L_2} \rho h dL \right) - \rho_f h_f (\dot{L}_1 + \dot{L}_2) + \rho_g h_g \dot{L}_2 \right] \\
\int_{L_1}^{L_1+L_2} \frac{\partial(\rho Ah)}{\partial t} dz &= A \left[\frac{d}{dt} \{ (\rho_f h_f (1-\gamma) + \rho_g h_g \gamma) L_2 \} \right. \\
&\quad \left. + (\rho_g h_g - \rho_f h_f) \dot{L}_1 - \rho_f h_f \dot{L}_2 \right] \quad (A \ 1-26)
\end{aligned}$$

식 (A 1-26)을 정리하고 식 (A 1-20)의 좌변 두 번째 항을 적분하면 2상 구간의 에너지평형방정식인 식(A 1-27)이 도출된다.

$$\begin{aligned}
&A \left[(\rho_g h_g - \rho_f h_f) \dot{L}_1 + (\rho_g h_g - \rho_f h_f) \gamma \dot{L}_2 \right] + (\rho_g h_g - \rho_f h_f) \dot{\gamma} A L_2 - A L_2 \dot{P} \\
&+ \left[\frac{d(\rho_f h_f)}{dP} (1-\gamma) + \frac{d(\rho_g h_g)}{dP} \gamma \right] L_2 \dot{P} \\
&+ \dot{m}_{i,2} h_f - \dot{m}_{i,1} h_g = \alpha_{i,2} A_i \frac{L_2}{L_{total}} (T_{w2} - T_{r2}) \quad (A \ 1-27)
\end{aligned}$$

A 1.6 에너지평형방정식 : 과냉 구간

에너지평형방정식의 각 항에 Leibniz's rule을 적용한 식의 좌변 첫 항은 식 (A 1-28)과 같이 나타난다.

$$\int_{L_1+L_2}^{L_1+L_2+L_3} \frac{\partial(\rho Ah)}{\partial t} dL = A \int_{L_1+L_2}^{L_1+L_2+L_3} \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} dL$$

$$\begin{aligned}
&= A \left\{ \frac{d}{dt} (\rho_3 h_3 L_3) + \rho_f h_f (\dot{L}_1 + \dot{L}_2) \right\} \\
&= A \{ \rho_3 \dot{h}_3 L_3 + \dot{\rho}_3 h_3 L_3 + (\rho_f h_f - \rho_3 h_3) (\dot{L}_1 + \dot{L}_2) \} \quad (\text{A } 1-28)
\end{aligned}$$

식 (A 1-28)에 식 (A 1-18)과 과냉 구간의 엔탈피를 대입하고, 에너지 평형 방정식의 나머지 항을 적분해 정리하면 식 (A 1-29)와 같이 과냉 구간의 에너지평형방정식이 도출된다.

$$\begin{aligned}
&A \left[(\rho_g h_g - \rho_f h_f) \dot{L}_1 + (\rho_g h_g - \rho_f h_f) \gamma \dot{L}_2 + \left\{ \frac{d(\rho_f h_f)}{dP} (1 - \gamma) + \frac{d(\rho_g h_g)}{dP} \gamma \right\} L_2 \dot{P} \right] \\
&+ (\rho_g h_g - \rho_f h_f) \dot{\gamma} A L_2 - A L_2 \dot{P} + \dot{m}_{i,2} h_f - \dot{m}_{i,1} h_g = \alpha_{i,2} A_i \frac{L_2}{L_{total}} (T_{w2} - T_{r2}) \quad (\text{A } 1-29)
\end{aligned}$$

A 1.7 열전달방정식

응축기를 통과하는 공기의 온도는 응축기 전체 길이에 걸쳐 일정하다고 가정한다. 이 가정을 이용해 외기온도는 공기의 입·출구 온도 평균으로 계산할 수 있다. 배관 벽의 임의의 길이에 대해 열전달방정식을 통합하여 나타내면 식 (A 1-30)과 같다.

$$\int_{L_1}^{L_2} m_w C_{p,w} \frac{\partial T_w}{\partial t} dL = \int_{L_1}^{L_2} (\alpha_{i,1} A_i (T_{r1} - T_{w,1}) + \alpha_o A_o (T_a - T_{w,1})) dL \quad (\text{A } 1-30)$$

Leibniz's rule을 열전달 방정식에 적용하면 식 (A 1-31)과 같이 나타낼 수 있다.

$$m_w C_{p,w} \left\{ (L_2 - L_1) \frac{dT_w}{dt} + (T_w|_{L_1} - T_w|_{L_1-L_2}) \frac{dL_1}{dt} - (T_w|_{L_2} - T_w|_{L_2-L_1}) \frac{dL_2}{dt} \right\} \\ = \alpha_{i,1} A_i (T_{r1} - T_{w1}) (L_2 - L_1) + \alpha_o A_o (T_a - T_{w1}) (L_2 - L_1) \quad (\text{A 1-31})$$

공기에 의해 전달되는 열량은 응축기 전체 관벽에 대해 균일하다. 따라서 위의 식 (A 1-31)은 과열, 2상, 과냉 구간에 대한 통합 열전달방정식으로 사용 가능하다.

과열, 이상, 과냉 구간의 열전달방정식을 구하면 식 (A 1-32), (A 1-33), (A 1-34)와 같다.

$$m_w C_{p,w} \left[L_1 \frac{dT_{w1}}{dt} (T_{w2} - T_{w1}) \frac{dL_1}{dt} \right] = (\alpha_{i,1} A_i (T_{r1} - T_{w1}) + \alpha_o A_o (T_a - T_{w1})) L_1 \quad (\text{A 1-32})$$

$$m_w C_{p,w} \left[L_2 \frac{dT_{w2}}{dt} \right] = (\alpha_{i,2} A_i (T_{r2} - T_{w2}) + \alpha_o A_o (T_a - T_{w2})) L_2 \quad (\text{A 1-33})$$

$$m_w C_{p,w} \left[L_3 \frac{dT_{w3}}{dt} - (T_{w3} - T_{w2}) \frac{d(L_1 + L_2)}{dt} \right] = (\alpha_{i,3} A_i (T_{r3} - T_{w3}) + \alpha_o A_o (T_a - T_{w3})) L_3 \quad (\text{A 1-34})$$

A.2 증발기 상대방정식 모델링

A 2.1 질량방정식 : 2상 구간

질량방정식에 Leibniz's rule을 적용한 식의 좌변 첫 항은 식 (A 2-1)과 같다.

$$\begin{aligned}\int_0^{L_1} \frac{\partial \rho A}{\partial t} dL &= A \left[\frac{d}{dt} \left(\int_0^{L_1} \rho dz \right) - \rho_g \dot{L}_1 \right] \\ &= A(\rho_f \dot{L}_1 + \dot{\rho}_f L_1 - \rho_g \dot{L}_1)\end{aligned}\quad (\text{A 2-1})$$

평균공극률을 이용하여 2상 구간의 밀도를 나타내면 $\rho = \rho_g \gamma + \rho_f (1 - \gamma)$ 이고, 밀도를 식 (A 2-1)에 대입하고 동적인 항으로 정리하면 식 (A 2-2)와 같다.

$$\begin{aligned}\int_0^{L_1} \frac{\partial \rho A}{\partial t} dL &= A \left[\frac{d}{dt} \left(\int_0^{L_1} (\rho_f (1 - \gamma) + \rho_g \gamma) dz \right) - \rho_g \dot{L}_1 \right] \\ &= A[(\rho_f (1 - \gamma) + \rho_g \gamma) \dot{L}_1 + (\dot{\rho}_f (1 - \gamma) + \dot{\rho}_g \gamma) L_1 + (\rho_g - \rho_f) L_1 \dot{\gamma} - \rho_g \dot{L}_1] \\ &= (\dot{\rho}_f (1 - \gamma) + \dot{\rho}_g \gamma) A L_1 + (\rho_g - \rho_f) A L_1 \dot{\gamma} + (\rho_f - \rho_g) (1 - \gamma) A \dot{L}_1\end{aligned}\quad (\text{A 2-2})$$

Leibniz's rule을 적용시킨 식의 좌변 두 번째 항은 다음과 같다.

$$\int_0^{L_1} \frac{\partial \dot{m}}{\partial L} dL = \dot{m}_{i,1} - \dot{m}_i \quad (\text{A 2-3})$$

따라서 식(A 2-2)와 (A 2-3)을 조합하여 2상 구간의 연속방정식을 구하

면 식 (A 2-4)와 같다.

$$\left(\frac{d\rho_f}{dP}(1-\gamma) + \frac{d\rho_g}{dP}\gamma\right)AL_1\dot{P} + (\rho_f - \rho_g)(1-\gamma)A\dot{L}_1 + (\rho_g - \rho_f)A\dot{L}_1\dot{\gamma} + \dot{m}_{i,1} - \dot{m}_i = 0 \quad (\text{A } 2-4)$$

A 2.2 질량방정식 : 과열 구간

질량방정식에 Leibniz's rule을 적용한 식의 좌변 첫 항은 식 (A 2-5)와 같다.

$$\begin{aligned} \int_{L_1}^{L_{total}} \frac{\partial \rho A}{\partial t} dL &= A \left[\frac{d}{dt} \left(\int_{L_1}^{L_{total}} \rho dL \right) + \rho_g \dot{L}_1 \right] \\ &= A \left[\dot{\rho}_2 L_2 + \rho_2 \dot{L}_2 + \rho_g \dot{L}_1 \right] \end{aligned} \quad (\text{A } 2-5)$$

증발기의 길이는 변함이 없으므로 $\dot{L}_2 = -\dot{L}_1$ 이다. 이를 식 (A 2-5)에 대입하면 식 (A 2-6)이 도출된다.

$$\int_{L_1}^{L_{total}} \frac{\partial \rho A}{\partial t} dL = A \left[\dot{\rho}_2 L_2 - \rho_2 \dot{L}_1 + \rho_g \dot{L}_1 \right] \quad (\text{A } 2-6)$$

과열 구간의 밀도는 압력과 엔탈피에 의존하므로 식 (A 2-9)와 같다.

$$\rho_2 = \rho(P, h_2) \quad (\text{A } 2-7)$$

$$h_2 = \frac{h_g + h_o}{2} \quad (\text{A } 2-8)$$

$$\dot{\rho}_2 = \frac{\partial \rho_2}{\partial P} \dot{P} + \frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial h_g}{\partial P} \dot{P} + \left(\frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} \right) \frac{\dot{h}_g + \dot{h}_o}{2} \right) \right\} \quad (\text{A } 2-9)$$

식 (A 2-9)를 과열 구간의 연속방정식에 대입하고 동적인 항으로 정리하면 식 (A 2-10)과 같다.

$$\left(\frac{\partial \rho_2}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} \frac{dh_g}{dP} \right) AL_2 \dot{P} + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} AL_2 \dot{h}_o + (\rho_g - \rho_2) A \dot{L}_1 + \dot{m}_o - \dot{m}_{i,1} = 0 \quad (\text{A } 2-10)$$

A 2.3 에너지평형방정식 : 2상 구간

에너지평형방정식의 각 항에 Leibniz's rule을 적용한 식의 첫 항은 식 (A 2-11)과 같다.

$$\int_0^{L_1} \frac{\partial(\rho A h)}{\partial t} dL = A \left\{ \frac{d}{dt} \left(\int_0^{L_1} \rho h dL \right) - \rho_g h_g \dot{L}_1 \right\} \quad (\text{A } 2-11)$$

평균공극률을 이용하여 2상 구간의 밀도를 나타내면 $\rho = \rho_g \gamma + \rho_f (1 - \gamma)$ 이고, 밀도를 식 (A 2-11)에 대입하여 동적인 항으로 정리하면 식 (A 2-12)와 같다.

$$\int_0^{L_1} \frac{\partial(\rho Ah)}{\partial t} dL = \left(\frac{d(\rho_f h_f)}{dP} (1-\gamma) + \frac{d(\rho_g h_g)}{dP} \gamma \right) AL_1 \dot{P} + (\rho_f h_f - \rho_g h_g)(1-\gamma) A \dot{L}_1 + (\rho_g h_g - \rho_f h_f) A L_1 \dot{\gamma} \quad (A \ 2-12)$$

에너지평형방정식의 좌변 두 번째 항을 적분하면 식 (A 2-13)과 같다.

$$\begin{aligned} \int_0^{L_1} \frac{\partial(AP)}{\partial t} dL &= A \int_0^{L_1} \frac{\partial P}{\partial t} dL \\ &= A \left\{ \frac{d}{dt} \left(\int_0^{L_1} P dL \right) - P \dot{L}_1 \right\} \\ &= A \frac{d}{dt} (PL_1) - A P \dot{L}_1 = A \dot{P} L_1 \end{aligned} \quad (A \ 2-13)$$

식 (A 2-12)와 (A 2-13) 그리고 에너지 평형 방정식의 좌변 세 번째 항의 적분값을 대입해 정리하면 식 (A 2-14)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} &\left(\frac{d(\rho_f h_f)}{dP} (1-\gamma) + \frac{d(\rho_g h_g)}{dP} \gamma - 1 \right) AL_1 \dot{P} + (\rho_f h_f - \rho_g h_g)(1-\gamma) A \dot{L}_1 \\ &+ (\rho_g h_g - \rho_f h_f) A L_1 \dot{\gamma} + \dot{m}_{i,1} h_g - \dot{m}_i h_i = \alpha_i A_i \left(\frac{L_1}{L_{total}} \right) (T_{w1} - T_{r1}) = 0 \end{aligned} \quad (A \ 2-14)$$

A 2.4 에너지평형방정식 : 과열 구간

에너지평형방정식의 각 항에 Leibniz's rule을 적용한 식의 첫 항은 식 (A 2-15)와 같이 나타난다.

$$\begin{aligned}
\int_{L_1}^{L_{total}} \frac{\partial(\rho Ah)}{\partial t} dL &= A \left[\frac{d}{dt} (\rho_2 h_2 L_2) + \rho_g h_g \dot{L}_1 \right] \\
&= A \left[\dot{\rho}_2 h_2 L_2 + \rho_2 \dot{h}_2 L_2 + \rho_2 h_2 \dot{L}_2 + \rho_g h_g \dot{L}_1 \right] \\
&= A \left[\dot{\rho}_2 h_2 L_2 + \rho_2 \dot{h}_2 L_2 - \rho_2 h_2 \dot{L}_1 + \rho_g h_g \dot{L}_1 \right] \quad (A \ 2-15)
\end{aligned}$$

밀도의 도함수를 식 (A 2-15)에 대입하여 동적인 항으로 정리하면 식 (A 2-16)과 같고, 엔탈피의 도함수를 식 (A 2-16)에 대입하여 동적인 항으로 정리하면 식 (A 2-17)과 같다.

$$\int_{L_1}^{L_{total}} \frac{\partial(\rho Ah)}{\partial t} dL = \frac{\partial \rho_2}{\partial P} h_2 A L_2 \dot{P} + \left(\frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} h_2 + \rho_2 \right) A L_2 \dot{h}_2 + (\rho_g h_g - \rho_2 h_2) A \dot{L}_1 \quad (A \ 2-16)$$

$$\begin{aligned}
\int_{L_1}^{L_{total}} \frac{\partial(\rho Ah)}{\partial t} dL &= \left[\left(\frac{\partial \rho_2}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial h_g}{\partial P} \frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} \right) h_2 + \frac{1}{2} \frac{\partial h_g}{\partial P} \rho_2 \right] A L_2 \dot{P} \\
&\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} h_2 + \rho_2 \right) A L_2 \dot{h}_2 + (\rho_g h_g - \rho_2 h_2) A \dot{L}_1 \quad (A \ 2-17)
\end{aligned}$$

에너지평형방정식의 좌변 두 번째 항과 세 번째 항을 2상 구간에서와 같은 방법으로 구해 식을 정리하면 식 (A 2-18)과 같다.

$$\begin{aligned}
&\left[\left(\frac{\partial \rho_2}{\partial P} + \frac{1}{2} \frac{\partial h_g}{\partial P} \frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} \right) h_2 + \frac{1}{2} \frac{\partial h_g}{\partial P} \rho_2 - 1 \right] A L_2 \dot{P} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} h_2 + \rho_2 \right) A L_2 \dot{h}_2 \\
&+ (\rho_g h_g - \rho_2 h_2) A \dot{L}_1 + \dot{m}_o h_o - \dot{m}_{i,1} h_g = \alpha_i A_i \left(\frac{L_2}{L_{total}} \right) (T_{w2} - T_{r2}) \quad (A \ 2-18)
\end{aligned}$$

A 2.5 열전달방정식

응축기에서 열전달방정식을 구하는 방법과 동일한 방법으로 구한다.
식 (A 2-19)와 식 (A 2-20)은 각각 2상 구간, 과열 구간 열전달 방정식을 나타낸다.

$$m_w C_{p,w} \frac{dT_{w1}}{dt} = \alpha_i A_i (T_r - T_w) + \alpha_o A_o (T_a - T_w) \quad (\text{A 2-19})$$

$$m_w C_{p,w} \left[\frac{dT_{w2}}{dt} - \left(\frac{T_{w2} - T_{w1}}{L_2} \right) \frac{dL_1}{dt} \right] = \alpha_i A_i (T_r - T_w) + \alpha_o A_o (T_a - T_w) \quad (\text{A 2-20})$$



A.3 열교환기 모델의 선형화

증발기 및 응축기에 관해 유도된 비선형 미분방정식 (21)과 (33)을 선형 상태방정식으로 변환하는 과정을 설명한다.

A 3.1 응축기 모델 선형화

선형화과정을 위해 아래의 3가지 가정을 도입하였다. 첫 번째는 응축기 입구 엔탈피의 변화는 무시할 수 있다. 두 번째로는 벽면의 온도는 냉매의 온도와 같다. 실제 장치에서도 냉매의 온도를 측정할 때 벽면의 온도를 측정함으로써 이를 대신하기 때문에 이러한 가정은 타당하다고 할 수 있다. 세 번째로 응축기의 입구 유량은 압축기에서의 유량과 같고 출구유량은 팽창밸브에서의 유량과 같다.

① $\dot{h}_i$ 은 0으로 취급

② $T_{w1} = T_{r1}, T_{w2} = T_{r2}, T_{w3} = T_{r3}$

③ $\dot{m}_i = \dot{m}_c, \dot{m}_o = \dot{m}_e$

테일러 1차 근사법에 의해 구해지는 F_x 는 식 (A 3-1)과 같고 여기서 $f(x,u)$ 는 식(21)의 우변항으로 3가지 가정을 적용하면 식 (A 3-2)와 같다.

$$F_x = \left[\frac{\partial f}{\partial L_1}, \frac{\partial f}{\partial L_2}, \frac{\partial f}{\partial P_c}, \frac{\partial f}{\partial h_c}, \frac{\partial f}{\partial T_{w1}}, \frac{\partial f}{\partial T_{w2}}, \frac{\partial f}{\partial T_{w3}} \right] \quad (\text{A 3-1})$$

$$\begin{aligned}
f(x, u) &= \begin{bmatrix} \dot{m}_i(h_i - h_g) \\ \dot{m}_i h_g - \dot{m}_o h_f \\ \dot{m}_o(h_g - h_c) \\ \dot{m}_i - \dot{m}_o \\ \alpha_o A_o (T_a - T_{w1}) \\ \alpha_o A_o (T_a - T_{w2}) \\ \alpha_o A_o (T_a - T_{w3}) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{2\rho F}{p} (S_t - S_t ((P_c/P_e)^{C_v/C_p} - 1))(h_i - h_g) \\ \frac{2\rho F}{p} (S_t - S_t ((P_c/P_e)^{C_v/C_p} - 1))h_g - C_v A_v (P_c - P_e)^{1/2} h_f \\ C_v A_v (P_c - P_e)^{1/2} (h_g - h_c) \\ \frac{2\rho F}{p} (S_t - S_t ((P_c/P_e)^{C_v/C_p} - 1)) - C_v A_v (P_c - P_e)^{1/2} \\ \alpha_o A_o (T_a - T_{w1}) \\ \alpha_o A_o (T_a - T_{w2}) \\ \alpha_o A_o (T_a - T_{w3}) \end{bmatrix} \quad (\text{A } 3-2)
\end{aligned}$$

식 (A 3-1)의 각 독립 변수를 제외한 나머지 변수들을 상수 취급한 편미분을 취하면 식 (A 3-3)~(A 3-7)을 구할 수 있다.

$$\frac{\partial f}{\partial L_1} = \left[0, 0, 0, 0, \alpha_o A_o \frac{\partial T_a}{\partial L_1}, \alpha_o A_o \frac{\partial T_a}{\partial L_1}, \alpha_o A_o \frac{\partial T_a}{\partial L_1} \right]^T \quad (\text{A } 3-3)$$

$$\frac{\partial f}{\partial L_2} = \left[0, 0, 0, 0, \alpha_o A_o \frac{\partial T_a}{\partial L_2}, \alpha_o A_o \frac{\partial T_a}{\partial L_2}, \alpha_o A_o \frac{\partial T_a}{\partial L_2} \right]^T \quad (\text{A } 3-4)$$

$$\frac{\partial f}{\partial P_c} = \begin{bmatrix} f_{p11} \\ f_{p21} \\ f_{p31} \\ f_{p41} \\ f_{p51} \\ f_{p61} \\ f_{p71} \end{bmatrix} \quad (\text{A } 3-5)$$

$$f_{11} = \frac{2\rho F}{p} \left\{ (C_v/C_p) S_t(P_c)^{(C_v/C_p-1)} (P_e)^{-C_v/C_p} (h_i - h_g) - (S_t - S_t((P_e/P_c)^{C_v/C_p} - 1)) \frac{dh_g}{dP_c} \right\}$$

$$f_{21} = \frac{2\rho F}{p} \left\{ (C_v/C_p) S_t(P_c)^{(C_v/C_p-1)} (P_e)^{-C_v/C_p} h_g + (S_t - S_t((P_e/P_c)^{C_v/C_p} - 1)) \frac{dh_g}{dP_c} \right\} \\ - \frac{1}{2} C_v A_v (P_c - P_e)^{-1/2} h_f - C_v A_v (P_c - P_e)^{1/2} \frac{dh_f}{dP_c}$$

$$f_{31} = \frac{1}{2} C_v A_v (P_c - P_e)^{-1/2} (h_g - h_c) + C_v A_v (P_c - P_e)^{1/2} \frac{dh_g}{dP_c}$$

$$f_{41} = \frac{2\rho F}{p} (C_v/C_p) S_t(P_c)^{(C_v/C_p-1)} (P_e)^{-C_v/C_p} - \frac{1}{2} C_v A_v (P_c - P_e)^{-1/2} (h_g - h_c)$$

$$f_{51} = f_{61} = f_{71} = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial h_c} = [0, 0, -C_v A_v (P_c - P_e)^{1/2}, 0, 0, 0, 0]^T \quad (\text{A 3-6})$$

$$\frac{\partial f}{\partial T_{wi}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \alpha_o A_o \frac{\partial T_a}{\partial T_{w1}} - \alpha_o A_o & \alpha_o A_o \frac{\partial T_a}{\partial T_{w2}} & \alpha_o A_o \frac{\partial T_a}{\partial T_{w3}} \\ \alpha_o A_o \frac{\partial T_a}{\partial T_{w1}} & \alpha_o A_o \frac{\partial T_a}{\partial T_{w2}} - \alpha_o A_o & \alpha_o A_o \frac{\partial T_a}{\partial T_{w3}} \\ \alpha_o A_o \frac{\partial T_a}{\partial T_{w1}} & \alpha_o A_o \frac{\partial T_a}{\partial T_{w2}} & \alpha_o A_o \frac{\partial T_a}{\partial T_{w3}} - \alpha_o A_o \end{bmatrix} \quad (\text{A 3-7})$$

테일러 1차 근사법에 의해 구해지는 F_u 는 식 (A 3-8)과 같고 위의 방
식대로 그 값을 구하면 식 (A 3-9), (A 3-10)과 같다.

$$F_u = \left[\frac{\partial f}{\partial F}, \frac{\partial f}{\partial A_v} \right] \quad (\text{A 3-8})$$

$$\frac{\partial f}{\partial F} = \begin{bmatrix} \frac{2\rho}{p}(S_t - S_i((P_c/P_e)^{C_v/C_p} - 1))(h_i - h_g) \\ \frac{2\rho}{p}(S_t - S_i((P_c/P_e)^{C_v/C_p} - 1))h_g \\ 0 \\ \frac{2\rho}{p}(S_t - S_i((P_c/P_e)^{C_v/C_p} - 1)) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A 3-9})$$

$$\frac{\partial f}{\partial A_v} = \begin{bmatrix} 0 \\ -C_v(P_c - P_e)^{1/2}h_f \\ C_v(P_c - P_e)^{1/2}(h_g - h_c) \\ -C_v(P_c - P_e)^{1/2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A 3-10})$$

A 3.2 증발기 모델 선형화

증발기 모델 선형화 과정을 위해 응축기에서와 같은 원리로 아래의 3가지 가정을 도입하였다.

- ① $\dot{h}_i$ 은 0으로 취급
- ② $T_{w1} = T_{r1}, T_{w2} = T_{r2}$
- ③ $\dot{m}_i = \dot{m}_e, \dot{m}_o = \dot{m}_c$

테일러 1차 근사법에 의해 구해지는 F_x 는 식 (A 3-11)과 같고 여기서 $f(x,u)$ 는 식 (33)의 우변항으로 3가지 가정을 적용하면 식 (A 3-12)와 같다.

$$F_x = \left[\frac{\partial f}{\partial L_1}, \frac{\partial f}{\partial P_c}, \frac{\partial f}{\partial h_e}, \frac{\partial f}{\partial T_{w1}}, \frac{\partial f}{\partial T_{w2}} \right] \quad (\text{A 3-11})$$

$$f(x,u) = \begin{bmatrix} \dot{m}_i(h_i - h_g) \\ \dot{m}_o(h_g - h_e) \\ \dot{m}_i - \dot{m}_o \\ \alpha_o A_o (T_a - T_{w1}) \\ \alpha_o A_o (T_a - T_{w2}) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C_v A_v (P_c - P_e)^{\frac{1}{2}} (h_i - h_g) \\ = \frac{2\rho F}{p} (S_t - S_t((P_c/P_e)^{C_v/C_p} - 1))(h_g - h_e) \\ C_v A_v (P_c - P_e)^{\frac{1}{2}} - \frac{2\rho F}{p} (S_t - S_t((P_c/P_e)^{C_v/C_p} - 1)) \\ \alpha_o A_o (T_a - T_{w1}) \\ \alpha_o A_o (T_a - T_{w2}) \end{bmatrix} \quad (\text{A 3-12})$$

식 (A 3-11)에서 각 독립 변수를 제외한 나머지 변수들을 상수 취급한 편미분을 취하면 식 (A 3-13)~(A 3-16)을 구할 수 있다.

$$\frac{\partial f}{\partial L_1} = \left[0, 0, 0, \alpha_o A_o \frac{\partial T_a}{\partial L_1}, \alpha_o A_o \frac{\partial T_a}{\partial L_1} \right]^T \quad (\text{A 3-13})$$

$$\frac{\partial f_e}{\partial P_e} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} C_v A_v (P_c - P_e)^{-\frac{1}{2}} (h_i - h_g) - C_v A_v (P_c - P_e)^{\frac{1}{2}} \frac{dh_g}{dP_e} \\ \frac{2\rho F}{p} \left\{ (C_v/C_p) S_t (P_c)^{C_v/C_p} (P_e)^{-(C_v/C_p+1)} (h_g - h_e) + (S_t - S_t((P_c/P_e)^{C_v/C_p} - 1)) \frac{dh_g}{dP_e} \right\} \\ -\frac{1}{2} C_v A_v (P_c - P_e)^{-\frac{1}{2}} + \frac{2\rho F}{p} (C_v/C_p) S_t (P_c)^{C_v/C_p} (P_e)^{-(C_v/C_p+1)} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A 3-14})$$

$$\frac{\partial f_e}{\partial h_e} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2\rho F}{p} (S_t - S_t((P_c/P_e)^{C_v/C_p} - 1)) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A 3-15})$$

$$\frac{\partial f}{\partial T_{wi}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \alpha_o A_o \frac{\partial T_a}{\partial T_{w1}} - \alpha_o A_o & \alpha_o A_o \frac{\partial T_a}{\partial T_{w2}} \\ \alpha_o A_o \frac{\partial T_a}{\partial T_{w1}} & \alpha_o A_o \frac{\partial T_a}{\partial T_{w2}} - \alpha_o A_o \end{bmatrix} \quad (\text{A } 3-16)$$

테일러 1차 근사법에 의해 구해지는 F_u 는 식 (A 3-17)과 같고, 위의 방식대로 그 값을 구하면 식 (A 3-18), (A 3-19)와 같다.

$$F_u = \left[\frac{\partial f}{\partial F}, \frac{\partial f}{\partial A_v} \right] \quad (\text{A } 3-17)$$

$$\frac{\partial f_c}{\partial F} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2\rho F}{p}(S_t - S_t((P_c/P_e)^{C_p/C_v} - 1)) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A } 3-18)$$

$$\frac{\partial f_c}{\partial A_v} = \begin{bmatrix} C_v(P_c - P_e)^{\frac{1}{2}}(h_i - h_g) \\ 0 \\ C_v(P_c - P_e)^{\frac{1}{2}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A } 3-19)$$

A.4 모델 축소 및 수치 대입

축소된 모델에 사용된 수치는 각각 Table A4-1, Table A4-2, Table A4-3 으로부터 구하였다. 표에 나타난 각 수치는 모리엘 선도 및 압축기, EEV의 사양으로부터 각각 구하였다. 모리엘 선도 작도 시 평형점으로 응축압력 1500kPa, 증발압력 500kPa, 과열도 10℃, 과냉도 5℃로 가정하였고, 가정한 압력은 압축기 사양으로부터 과열도 및 과냉도는 과거의 실험 결과로부터 결정하였다.

Table A4-1 Specific parameter value for a condenser

Symbol	Note	Value
h_1	과열 구간 엔탈피	428.9[kJ/kg]
h_g	포화증기 엔탈피	416.3[kJ/kg]
h_f	포화액체 엔탈피	248.5[kJ/kg]
h_i	입구 엔탈피	441.5[kJ/kg]
h_c	출구 엔탈피	241.9[kJ/kg]
A_c	전열면적	0.73[m ²]
P_c	응축압력	1500[kPa]
γ	평균공극률	0.7
ρ_1	과열 구간 밀도	59.6[kg/m ³]
ρ_g	포화증기 밀도	61.3[kg/m ³]
ρ_f	포화액체 밀도	1135.7[kg/m ³]
ρ_i	입구 밀도	248.5[kg/m ³]
ρ_o	출구 밀도	1135.7[kg/m ³]
L_1	과열 구간 길이	4.1[m]
L_2	응축구간 길이	27.5[m]
L_3	과냉 구간 길이	1.1[m]

Table A4-2 Specific parameter value for an evaporator

Symbol	Note	Value
h_2	과열 구간 엔탈피	408.9[kJ/kg]
h_g	포화증기 엔탈피	405.2[kJ/kg]
h_f	포화액체 엔탈피	200.0[kJ/kg]
h_i	입구 엔탈피	241.9[kJ/kg]
h_e	출구 엔탈피	412.6[kJ/kg]
A_c	전열면적	0.23[m ²]
P_e	증발압력	500[kPa]
γ	평균공극률	0.7
ρ_2	과열 구간 밀도	20.75[kg/m ³]
ρ_g	포화증기 밀도	21.3[kg/m ³]
ρ_f	포화액체 밀도	1284.8[kg/m ³]
ρ_i	입구밀도	76.9[kg/m ³]
ρ_o	출구밀도	20.2[kg/m ³]
L_1	증발 구간 길이	3.7[m]
L_2	과열 구간 길이	0.2[m]

Table A4-3 Specific parameter value for a compressor and EEV

Symbol	Note	Value
V	1회전당 토출용적	0.000032[m ³ /rev]
ρ	흡입증기 밀도	20.2[kg/m ³]
η	체적효율	0.7
p	극수	4
F	주파수	60[Hz]
C_v	관계상수	0.000005
A_v	팽창밸브개도(step)	250[step]

각 요소의 편미분 값들은 Fig. A4.1과 냉매의 포화 상태량 표인 Table A4-4를 이용하여 각 점에서의 선형화를 통해 결정하였다. Fig. A5.1의 각 점에서의 상태량은 Table A4-5에 나타내었다.

Table A4-4 Properties of saturated R-22

T	P	v_f	v_g	h_f	h_g
$^{\circ}\text{C}$	kPa	dm^3/kg	m^3/kg	kJ/kg	kJ/kg
0	497.59	0.7783	0.04714	200	405.37
1	514.01	0.7804	0.04568	201.17	405.73
39	1496.46	0.8805	0.01554	248.35	416.4
40	1533.52	0.8839	0.01514	249.67	416.57

Table A4-5 Properties of each state points

No.	T	P	v	h
	$^{\circ}\text{C}$	kPa	m^3/kg	kJ/kg
1	48.028	1494.447	0.01658	424.79
2	59.098	1495	0.01771	434.6
3	53.921	1541.957	0.01653	429.28
4	52.211	1450.934	0.01768	429.28
5	35.911	1495.753	0.0008805	244.3
6	38.043	1495.753	0.0008805	247.11
7	36.99	1533.52	0.0008839	245.7
8	36.992	14696.46	0.0008805	245.7
9	3.966	500.285	0.04785	408.18
10	6.753	500.285	0.07854	410.19
11	5.003	512.06	0.04686	408.68
12	4.153	482.696	0.04986	408.68

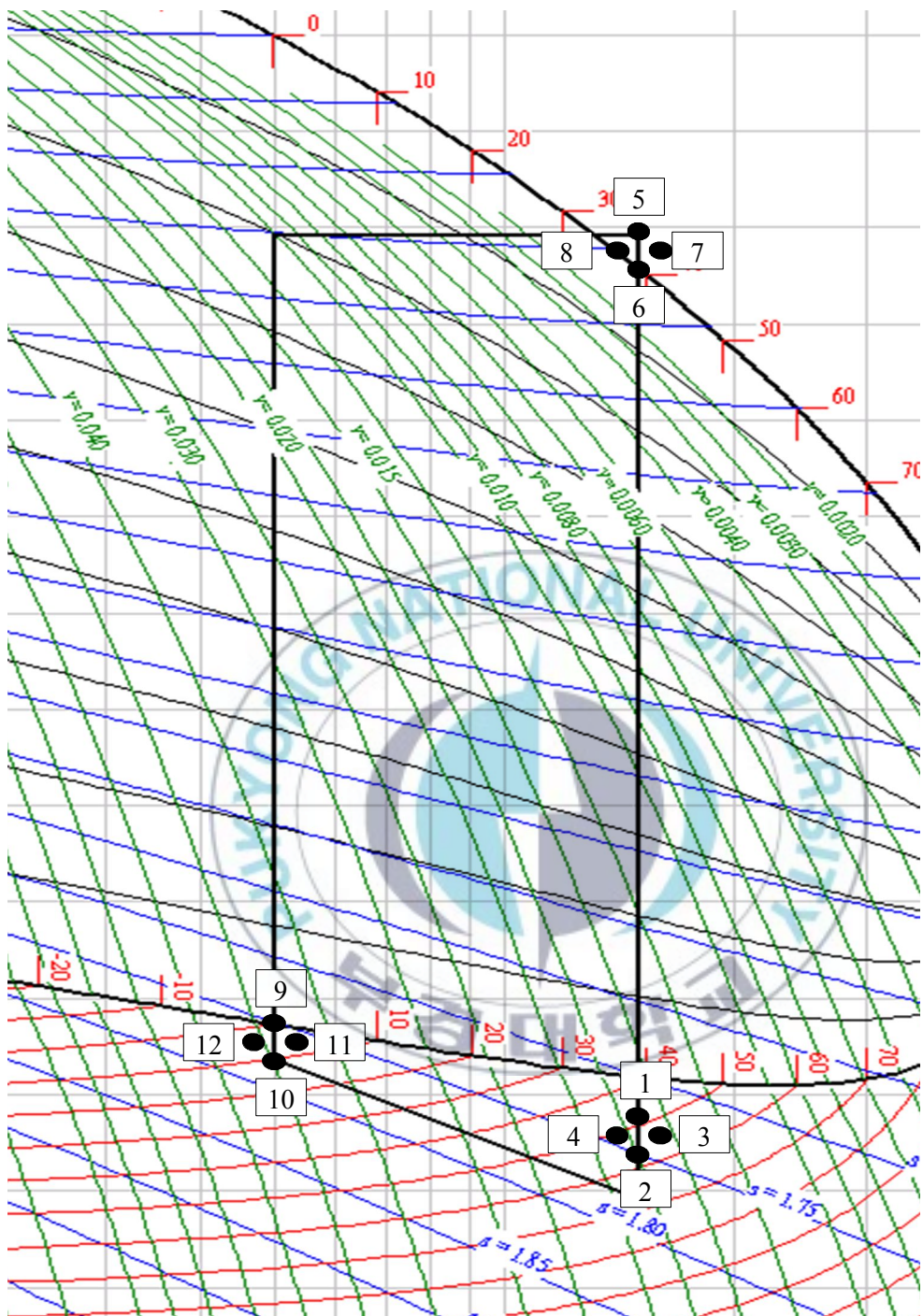


Fig. A4.1 Mollier diagram of R-22 for deciding value of state.

A 4.1 응축기 모델 수치 대입

응축기 모델의 수치 대입을 위해서는 먼저 편미분을 계산해야 한다. Table A4-6에 편미분 계산 과정과 사용한 상태점, 일정하게 가정된 독립변수를 나타내었다.

Table A4-6 Calculation process of partial value on a condenser

Partial value	Independent variable	State point	Calculation process
$\frac{\partial \rho_1}{\partial h_1}$	P_c	1, 2	$\frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} = \frac{\frac{1}{0.01658} - \frac{1}{0.01771}}{424.79 - 434.6} = -0.39$
$\frac{\partial \rho_1}{\partial P}$	h_1	3, 4	$\frac{\partial \rho_1}{\partial P} = \frac{\frac{1}{0.01653} - \frac{1}{0.01768}}{1541.957 - 1450.934} = 0.043$
$\frac{dh_g}{dP}$	-	Table A4	$\frac{dh_g}{dP} = \frac{405.37 - 416.4}{497.59 - 1496.46} = 0.011$
$\frac{d(\rho_f h_f)}{dP}$	-	Table A4	$\frac{d(\rho_f h_f)}{dP} = \frac{d(h_f/v_f)}{dP} = \frac{\frac{200}{0.0007783} - \frac{201.17}{0.0007804}}{497.59 - 514.01} = 49.2$
$\frac{d(\rho_g h_g)}{dP}$	-	Table A4	$\frac{d(\rho_g h_g)}{dP} = \frac{d(h_g/v_g)}{dP} = \frac{\frac{416.4}{0.01554} - \frac{416.57}{0.01514}}{1496.46 - 1533.52} = 19.4$
$\frac{\partial \rho_3}{\partial h_3}$	P_c	5, 6	$\frac{\partial \rho_3}{\partial h_3} = \frac{\frac{1}{0.0008805} - \frac{1}{0.0008805}}{244.3 - 247.11} = 0$
$\frac{\partial \rho_3}{\partial P}$	h_3	7, 8	$\frac{\partial \rho_3}{\partial P} = \frac{\frac{1}{0.0008839} - \frac{1}{0.0008805}}{1533.52 - 1469.46} = -0.068$
$\frac{dh_f}{dP}$	-	Table A4	$\frac{dh_f}{dP} = \frac{200 - 248.35}{497.59 - 1496.46} = 0.048$
$\frac{d\rho_g}{dP}$	-	Table A4	$\frac{d\rho_g}{dP} = \frac{\frac{1}{0.04714} - \frac{1}{0.01554}}{497.59 - 1496.46} = 0.043$
$\frac{d\rho_f}{dP}$	-	Table A4	$\frac{d\rho_f}{dP} = \frac{\frac{1}{0.0007783} - \frac{1}{0.0008805}}{497.59 - 1496.46} = -0.149$

$$\frac{d(\rho_f h_f)}{dP} = \frac{d(h_f/v_f)}{dP} = \frac{\frac{248.35}{0.0008805} - \frac{249.67}{0.0008839}}{1496.46 - 1533.52} = 11.02$$

수치 대입된 응축기 모델은 식 (A 4-1), (A 4-2), (A 4-3)과 같고 Z^{-1} 를 F_x , F_u 에 곱하여 상태방정식 형태로 만들면 식 (A 4-4)가 된다.

$$Z = \begin{bmatrix} z_{11} & 0 & z_{13} & 0 \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} & z_{24} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} & z_{34} \\ z_{41} & z_{42} & z_{43} & z_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 548.2 & 0 & -0.1831 & 0 \\ -187910 & -326380 & 234.8 & 0 \\ 2735.9 & 2735.9 & 21.7 & 456 \\ -785.6 & -549 & -0.355 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A 4-1})$$

$$F_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & f_{x13} & 0 \\ 0 & 0 & f_{x23} & 0 \\ 0 & 0 & f_{x33} & f_{x34} \\ 0 & 0 & f_{x43} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.0011 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0204 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0039 & -0.0395 \\ 0 & 0 & -0.0034 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A 4-2})$$

$$F_u = \begin{bmatrix} f_{u11} & 0 \\ f_{u21} & f_{u22} \\ 0 & f_{u32} \\ f_{u41} & f_{u42} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0057 & 0 \\ 0.095 & -0.0393 \\ 0 & 0.0276 \\ 0.000228 & -0.000158 \end{bmatrix} \quad (\text{A 4-3})$$

$$\begin{bmatrix} \dot{L}_1 \\ \dot{L}_2 \\ \dot{P}_c \\ \dot{h}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -3.62 \times 10^{-7} & -6.43 \times 10^{-21} \\ 0 & 0 & 3.67 \times 10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & 0.0047 & 0 \\ 0 & 0 & -2.36 \times 10^{-4} & -8.67 \times 10^{-5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ P_c \\ h_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -8.7 \times 10^{-6} & 3.39 \times 10^{-8} \\ 8.57 \times 10^{-6} & 1.74 \times 10^{-7} \\ 0.0054 & 1.01 \times 10^{-4} \\ -2.54 \times 10^{-4} & 5.44 \times 10^{-5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ A_v \end{bmatrix} \quad (\text{A 4-4})$$

A 4.2 증발기 모델 수치 대입

증발기 모델 역시 수치 대입을 위해서는 먼저 편미분을 계산해야 한다. Table A4-7에 편미분 계산 과정과 사용한 상태점, 일정하게 가정된 독립변수를 나타내었다.

Table A4-7 Calculation process of partial value on an evaporator

Partial value	Independent variable	State point	Calculation process
$\frac{d(\rho_f h_f)}{dP}$	-	Table A4	$\frac{d(\rho_f h_f)}{dP} = \frac{d(h_f/v_f)}{dP} = \frac{\frac{200}{0.0007783} - \frac{201.17}{0.0007804}}{497.59 - 514.01} = 49.2$
$\frac{d\rho_f}{dP}$	-	Table A4	$\frac{d\rho_f}{dP} = \frac{\frac{1}{0.0007783} - \frac{1}{0.0008805}}{497.59 - 1496.46} = -0.149$
$\frac{d(\rho_g h_g)}{dP}$	-	Table A4	$\frac{d(\rho_g h_g)}{dP} = \frac{d(h_g/v_g)}{dP} = \frac{\frac{416.4}{0.01554} - \frac{416.57}{0.01514}}{1496.46 - 1533.52} = 19.4$
$\frac{d\rho_g}{dP}$	-	Table A4	$\frac{d\rho_g}{dP} = \frac{\frac{1}{0.04714} - \frac{1}{0.01554}}{497.59 - 1496.46} = 0.043$
$\frac{\partial \rho_2}{\partial h_2}$	P_e	9,10	$\frac{\partial \rho_2}{\partial h_2} = \frac{\frac{1}{0.04785} - \frac{1}{0.07854}}{408.18 - 410.19} = -4.06$
$\frac{\partial \rho_2}{\partial P}$	h_2	11,12	$\frac{\partial \rho_2}{\partial P} = \frac{\frac{1}{0.04686} - \frac{1}{0.06986}}{512.06 - 482.696} = 0.239$
$\frac{dh_g}{dP}$	-	Table A4	$\frac{dh_g}{dP} = \frac{405.37 - 416.4}{497.59 - 1496.46} = 0.011$

수치 대입된 증발기 모델은 식 (A 4-5), (A 4-6), (A 4-7)과 같고 Z^{-1} 를 F_x , F_u 에 곱하여 상태방정식 형태로 만들면 식 (A 4-8)이 된다.

$$Z = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & 0 \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -18191 & 13 & 0 \\ -17.7 & -0.0039 & 0.1317 \\ 87.3 & 0.0043 & -0.0934 \end{bmatrix} \quad (\text{A 4-5})$$

$$F_x = \begin{bmatrix} 0 & f_{x12} & 0 \\ 0 & f_{x22} & f_{x23} \\ 0 & f_{x32} & f_{x33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0.0028 & 0 \\ 0 & 0.00095547 & -0.0137 \\ 0 & -0.00012854 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A 4-6})$$

$$F_u = \begin{bmatrix} 0 & f_{u12} \\ f_{u21} & 0 \\ f_{u31} & f_{u32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -0.0258 \\ -0.0017 & 0 \\ -0.000228 & 0.000158 \end{bmatrix} \quad (\text{A 4-7})$$

$$\begin{bmatrix} \dot{L}_1 \\ \dot{P}_e \\ \dot{h}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 7.13 \times 10^{-6} & -1.26 \times 10^{-4} \\ 0 & 0.0102 & -0.1765 \\ 0 & 0.0085 & -0.126 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ P_e \\ h_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1.85 \times 10^{-5} & 2.1 \times 10^{-6} \\ -0.0259 & 9.45 \times 10^{-4} \\ -0.0161 & 3.09 \times 10^{-4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ A_v \end{bmatrix} \quad (\text{A } 4-8)$$

A 4.3 출력방정식 수치 대입

모리엘 선도로부터 구한 과열도 방정식은 식 (A 4-9)와 같고, 출구 온도 방정식은 식 (A 4-10)과 같다. 출구 온도 방정식을 구하기 위해 $\dot{m}_r = 0.0155 \text{ kg/s}$, $\dot{m}_{oil} = 0.03 \text{ kg/s}$, $C_p = 1.97 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C}$ 의 값을 대입하였으며 각 값은 오일의 상태량 및 실제 장치의 오일 유량을 반영해 결정하였다. 최종 상태방정식은 식 (A 4-11)과 같다.

$$T_{sh} = \frac{\Delta h_e}{0.9} - \frac{\Delta P_e}{5} = 1.1 \Delta h_e - 0.2 \Delta P_e \quad (\text{A } 4-9)$$

$$T_o = \frac{\dot{m}_r}{\dot{m}_{oil} C_p} \Delta h_e = 0.26 \Delta h_e \quad (\text{A } 4-10)$$

$$\begin{bmatrix} T_o \\ T_{sh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0.26 \\ -0.2 & 1.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_e \\ h_e \end{bmatrix} \quad (\text{A } 4-11)$$

A.5 Matlab을 이용한 모델링 프로그램

```
1 % 응축기 수치값 설정
2 h1=428.9;
3 h3=245.2;
4 hg=416.3;
5 hf=248.5;
6 hi=441.5;
7 hc=241.9;
8 A=0.73;
9 Pc=1500;
10 Pe=500;
11 gamma=0.7;
12 rho1=59.6;
13 rhog=61.3;
14 rhoi=1135.7;
15 rhoi=248.5;
16 rho3=1135.7;
17 L1=4.1;
18 L2=27.5;
19 L3=1.1;
20 % 압축기 및 EEV 수치값 설정
21 V=0.000032;
22 rho=20.2;
23 eta=0.8;
24 P=4;
25 F=60;
26 Cv=0.000005;
27 Av=250;
28 St=-0.0000415;
29
30 % 각 편미분값 설정
31 drho1_dP=0.05;
32 drho1_dh1=-0.274;
33 dhg_dP=0.011;
34 drho_hhf_dP=7.5;
35 drhoghg_dP=12.74;
36 drho3_dP=-0.149;
37 drho3_dh3=0;
38 dhf_dP=0.0485;
39 drhog_dP=0.0436;
40 drhof_dP=-0.149;
```

Fig. A5.1 응축기 모델링 프로그램(1)

% Z의 각요소 계산

```

z11=rho1*(h1-hg)+A;
z13=((drho1_dP+0.5*drho1_dh1+dhg_dP)*(h1-hg)+0.5*dhg_dP*rho1-1)+A*L1;
z21=(rho1+hg-rho3+hf)+A;
z22=((rhog+hg-rhof+hf)*gamma+(rho1-rho3)+hf)+A;
z23=((drho1_dP+0.5*drho1_dh1+dhg_dP)+hg+L1+(drhofhf_dP*(1-gamma)+drhoghg_dP*gamma-1)*L2+(drho3_dP+0.5*drho3_dh3+dhf_dP)+hf+L3)+A;
z24=0.5*drho3_dh3+A*L3+hf;
z31=A*rho3*(hf-h3);
z32=A*rho3*(hf-h3);
z33=((drho3_dP+0.5*drho3_dh3+dhf_dP)*(h3-hf)+0.5*dhf_dP*rho3-1)+A*L3;
z34=(0.5*drho3_dh3*(h3-hf)+0.5*rho3)+A*L3;
z41=(rho1-rho3)+A;
z42=((rhog-rhof)+gamma*(rho1-rho3))+A;
z43=((drho1_dP+0.5*drho1_dh1+dhg_dP)+L1+(drhof_dP*(1-gamma)+drhog_dP*gamma)+L2+(drho3_dP+0.5*drho3_dh3+dhf_dP)+L3);
z44=0.5*drho3_dh3+A*L3;

```

%Fx의 각요소 계산

```

fx13=2*rho*F/P+(0.85*St*(Pc^(0.85-1))*(Pe^-0.85)*(h1-hg)-(St-St*(((Pc/Pe)^(0.85))-1))*dhg_dP);
fx23=2*rho*F/P+0.85*St*(Pc^(0.85-1))*(Pe^-0.85)+hg+(St-St*(((Pc/Pe)^(0.85))-1))*dhg_dP-0.5*Cv+kv*((Pc-Pe)^(0.5)+hf-Cv+kv*((Pc-Pe)^(0.5)+dhg_dP);
fx33=0.5*Cv+kv*((Pc-Pe)^(0.5)+(hg-hc)+Cv+kv*((Pc-Pe)^(0.5)+dhg_dP);
fx34=0.5*Cv+kv*(Pc-Pe)^0.5;
fx43=2*rho*F/P+0.85*St*(Pc^(0.85-1))*(Pe^-0.85)-0.5*Cv+kv*((Pc-Pe)^(0.5)+(hg-hc);

```

% Fu의 각요소 계산

```

fu11=-2*rho/P*(St-St*(((Pc/Pe)^(0.85))-1))*(h1-hg);
fu21=2*rho/P*(St-St*(((Pc/Pe)^(0.85))-1))+hg;
fu22=-Cv+hf*(Pc-Pe)^0.5;
fu32=Cv*(hg-hc)*(Pc-Pe)^0.5;
fu41=2*rho/P*(St-St*(((Pc/Pe)^(0.85))-1));
fu42=-Cv*(Pc-Pe)^0.5;

```

% Z, Fx, Fu의 매트릭스화

```

Z=[z11 0 z13 0;z21 z22 z23 z24;z31 z32 z33 z34;z41 z42 z43 z44];
Fx=[0 0 fx13 0;0 0 fx23 0;0 0 fx33 fx34;0 0 fx43 0];
Fu=[fu11 0;fu21 fu22;0 fu32;fu41 fu42];

```

% A,B 매트릭스 도출

```

Ac=(Z^-1)*Fx;
Bc=(Z^-1)*Fu;

```

Fig. A5.2 응축기 모델링 프로그램(2)

```

nz=400.9;
hg=405.2;
hf=200;
hi=241.9;
he=412.6;
A=0.23;
Pc=1500;
Pe=500;
gamma=0.7;
rho2=20.75;
rhog=21.3;
rho1=1284.8;
rhoi=76.9;
rhoe=20.2;
L1=1.7;
L2=0.2;

drhofhf_dP=49.2;
drhof_dP=-0.149;
drhoghg_dP=19.4;
drhog_dP=0.043;
drho2_dP=0.239;
drho2_dh2=-4.06;
dhg_dP=0.011;

Cv=0.000005;
Av=250;
P=4;
F=60;
V=0.000032;
rho=20.2;
eta=0.7;
n=1;
st=-0.0000415;

z11=rhof*(hf-hg)*(1-gamma)*A;
z12=((drhofhf_dP-drhof_dP*hg)*(1-gamma)+(drhoghg_dP-drhog_dP*hg)*gamma-1)*A*L1;
z21=rho2*(hg-h2)*A;
z22=((drho2_dP+0.5*drho2_dh2*dhg_dP)*(h2-hg)+0.5*rho2*dhg_dP-1)*A*L2;
z23=(0.5*drho2_dh2*(h2-hg)+0.5*rho2)*A*L2;
z31=((rhog-rho2)*(rhoi-rhog)*(1-gamma))*A;
z32=((drho2_dP+0.5*drho2_dh2*dhg_dP)+L2*(drhof_dP*(1-gamma)+drhog_dP*gamma)+L1)*A;
z33=0.5*drho2_dh2*A*L2;

```



Fig. A5.3 증발기 모델링 프로그램(1)

```

fx12=-0.5*Cv*Av*((Pc-Pe)^-0.5)*(hi-hg)-Cv*Av*((Pc-Pe)^0.5)*dhg_dP;
fx22=0.5*rho+F*(0.85*st*((Pc)^0.85)+((Pe)^-1.85)*(hg-he)+(st-st*((Pc/Pe)^0.85)-1))*dhg_dP;
%fx22=2*n*V*rho+eta*F/P*dhg_dP;
fx23=-0.5*rho+F*(st-st*((Pc/Pe)^0.85)-1));
%fx23=-2*n*V*rho+eta*F/P;
fx32=-0.5*Cv*Av*((Pc-Pe)^-0.5)+0.5*rho+F*0.85*st*((Pc)^0.85)+((Pe)^-1.85);
%fx32=-0.5*Cv*Av*(Pc-Pe)^-0.5;

fu12=Cv*((Pc-Pe)^0.5)*(hi-hg);
fu21=0.5*rho*(st-st*((Pc/Pe)^0.85)-1))*(hg-he);
%fu21=2*n*V*rho+eta*(hg-he)/P;
fu31=-0.5*rho*(st-st*((Pc/Pe)^0.85)-1));
%fu31=-2*n*V*rho+eta/P;
fu32=Cv*(Pc-Pe)^0.5;

Z=[z11 z12 0;z21 z22 z23;z31 z32 z33];
Fx=[0 fx12 0;0 fx22 fx23;0 fx32 0];
Fu=[0 fu12;fu21 0;fu31 fu32];

Ae=(Z^-1)*Fx;
Be=(Z^-1)*Fu;
%Ce=[0 0.39;-0.09 1.1]
Ce=[0 0.26;-0.2 1.1];
Z1=[z22 z23;z32 z33];
Fx1=[fx22 fx23;fx32 0];
Fu1=[fu21 0;fu31 fu32];

A1=(Z1^-1)*Fx1;
B1=(Z1^-1)*Fu1;
ZZ=Z^-1;

```

Fig. A5.4 증발기 모델링 프로그램(2)

```

ZZZ=[Ae(2,2) Ae(2,3) Be(2,1) Be(2,2);Ae(3,2) Ae(3,3) Be(3,1) Be(3,2);Ce(1,1) Ce(1,2) 0 0;Ce(2,1) Ce(2,2)
Aee=[Ae(2,2) Ae(2,3) Be(2,1) Be(2,2);Ae(3,2) Ae(3,3) Be(3,1) Be(3,2);0 0 0 0;0 0 0 0];
Bee=[0 0;0 0;1 0;0 1];
Cee=[Ce(1,1) Ce(1,2) 0 0;Ce(2,1) Ce(2,2) 0 0];
rank(ZZZ)
Qe=Cee'*Cee;
Re=[1 0;0 1];
Pe=care(Aee,Bee,Qe,Re);
Fe=Re^-1*Bee'*Pe;
Ke=Fe*ZZZ^-1;

W=[0.0000000146 0;0 0.0000000146];
%W=[0.00001 0;0 0.00001];
V=[0.000625 0;0 0.0025];
%V=[0.00001 0;0 0.00001];
Aeee=[Ae(2,2) Ae(2,3);Ae(3,2) Ae(3,3)];
Pee=care(Aeee, Ce', W,V);
Le=Pee*Ce'*V^-1;
%Le=[1 0;0 1]

```

Fig. A5.5 상태피드백 게인 및 칼만게인 결정 프로그램

학술대회 발표 논문 및 학술지 게재 논문 List

[학술대회 발표 논문 List]

1. D. B. Lee, S. K. Jeong and K.H Hong 2012, Performance Evaluation of Oil Cooler Control System for Precise Machine Tools, International Conference on Cooling&Heating Technologies.
2. 임승관, 홍기학, 정영미, 정석권, 2013, 터보냉동기의 고효율 제어를 위한 대수제어 시뮬레이션, 동력기계공학회 춘계학술발표대회.
3. 한성준, 강태욱, 류근수, 최우진, 홍기학, 정석권, 2013, 터보냉동기의 용량제어를 위한 PI제어기 설계, 대한설비공학회 하계학술발표대회.
4. 홍기학, 정석권, 2013, 증기압축식 냉동시스템의 상태공간 모델링 및 LQG 제어, 대한설비공학회 동계학술발표대회.

[학술지 게재 논문 List]

1. 정석권, 홍기학, 2013, 외란을 고려한 최적 PI 제어기 설계, 대한설비공학회, Vol. 25, No. 2, pp. 85~93.
2. S. K. Jeong, D. B. Lee, K. H. Hong, 2014, Comparison of System Performance on Hot-gas Bypass and Variable Speed Compressor in an Oil Cooler for Machine Tools, Journal of Mechanical Science and Technology. (2월 게재 예정)

감사의 글

어느덧 석사생활 2년의 시간이 흘러 2014년이 되었습니다. 처음 대학원 진학을 마음먹고 실험실생활을 했던 추억들이 머릿속에 생생한데 벌써 졸업이라니 저 스스로도 믿겨지지 않습니다. 힘든일도 있었고 보람찬 일도 있었던 대학원 생활을 평생 잊지 못할 것 같습니다.

대학원생활을 하면서 먼저 저를 아들처럼 진심어린 마음으로 지도해주신 정석권 교수님께 감사하다는 말씀을 드리고 싶습니다. 연구원으로 먼 미국에서도 매 주 세미나를 통해 저의 졸업연구 및 실험실 생활을 돌보아주시는 또한 진심으로 감사합니다. 그리고 학과의 아버지 같으신 오후규 교수님, 수업시간 때마다 많은 것을 가르쳐 주시던 김종수 교수님, 매번 마주칠 때 마다 진심어린 말씀 해주시던 금종수 교수님, 대학원 총대일 때 웃으시면서 저를 도와주시던 학과장 최광환 교수님, 저희 교수님이 안 계실 때 진심으로 지도해주신 윤정인 교수님, 유체역학에 관해 많은 이해를 하게 해주신 김은필 교수님, 마지막까지 논문을 꼼꼼히 검토해주신 손창효 교수님께 감사드립니다. 마지막으로 항상 옆에서 도와주던 승관형, 와이유, 그리고 단비와 민수형에게도 고맙다고 전하고 싶습니다.

졸업과 동시에 사회의 초년생이 되는 저는 냉동공조공학과에 대한 자부심과 석사 생활의 경험을 무기로 더욱더 발전하는 사람이 되겠습니다. 나아가 후배들을 이끌 수 있게 당당한 선배가 되도록 노력하겠습니다. 감사합니다.

2014년 2월 홍기학