



## 저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

工學碩士 學位論文

가변속 냉동시스템의 강인제어를 위한  
입자 군집 최적화 알고리즘을 갖는  
 $H_{\infty}$  제어기 설계

$H_{\infty}$  Controller Design with Particle Swarm Optimization Algorithm for  
Robust Control of Variable Speed Refrigeration System

2022年 2月

釜慶大學校 大學院

冷凍空調工學科

金 東 滄

工學碩士 學位論文

가변속 냉동시스템의 강인제어를 위한  
입자 군집 최적화 알고리즘을 갖는  
 $H_{\infty}$  제어기 설계

$H_{\infty}$  Controller Design with Particle Swarm Optimization Algorithm for  
Robust Control of Variable Speed Refrigeration System

指導教授 鄭 碩 權

이 論文을 工學碩士 學位論文으로 提出함

2022年 2月

釜慶大學校 大學院

冷凍空調工學科

金 東 謹

金 東 滄의 工學碩士 學位論文을 認准함

2022年 2月 25日

主 審 工學博士 琴 鍾 洙 ①

委 員 工學博士 孫 昌 孝 ①

委 員 工學博士 鄭 碩 權 ①

## 목 차

|                                            |        |
|--------------------------------------------|--------|
| Abstract .....                             | iii    |
| List of tables .....                       | v      |
| List of figures .....                      | vi     |
| Nomenclature .....                         | viii   |
| <br>제1장 서 론 .....                          | <br>1  |
| 1.1 연구 배경 및 목적 .....                       | 1      |
| 1.2 연구 범위 및 내용 .....                       | 4      |
| <br>제2장 제어기 설계를 위한 VSRS의 동적 모델링 .....      | <br>6  |
| 2.1 VSRS의 구성 및 장치 사양 .....                 | 6      |
| 2.2 VSRS의 동적 모델링 .....                     | 7      |
| 2.3 VSRS의 강인제어의 필요성 .....                  | 10     |
| <br>제3장 강인제어를 위한 $H_{\infty}$ 제어기 설계 ..... | <br>12 |
| 3.1 $H_{\infty}$ 제어 이론 .....               | 12     |
| 3.2 $H_{\infty}$ 제어기 설계 .....              | 15     |
| 3.3 PSO 알고리즘 .....                         | 21     |

|                                           |    |
|-------------------------------------------|----|
| 3.4 PSO에 의한 압축기 $H_{\infty}$ 제어기의 가중함수 설계 | 22 |
| 3.5 PSO에 의한 EEV $H_{\infty}$ 제어기의 가중함수 설계 | 29 |
| 제4장 시뮬레이션 결과 및 고찰                         | 33 |
| 4.1 시뮬레이션 조건과 MATLAB 프로그램                 | 33 |
| 4.2 강인성 비교 평가를 위한 PI 제어기 설계               | 34 |
| 4.3 시뮬레이션 결과 비교 평가 및 고찰                   | 35 |
| 제5장 실험 결과 및 고찰                            | 39 |
| 5.1 실험 장치 및 실험 결과                         | 39 |
| 5.2 외란에 대한 강인성 고찰                         | 42 |
| 5.3 잡음에 대한 강인성 고찰                         | 47 |
| 5.4 모델 불확실성에 대한 강인성 고찰                    | 52 |
| 제6장 결 론                                   | 56 |
| 참고문헌                                      | 58 |
| Appendix                                  | 61 |
| 학술지 게재 논문 및 학술대회 발표 논문 목록                 | 82 |

# **$H_{\infty}$ Controller Design with Particle Swarm Optimization Algorithm for Robust Control of Variable Speed Refrigeration System**

Kim Dong Geun

Department of Refrigeration and Air-conditioning Engineering  
Graduate School, Pukyong National University

## **Abstract**

A variable speed refrigeration system(VSRS) is widely used in fields requiring high-precision temperature control, such as precision machine tools because of its excellent ability to respond to partial load and energy-saving performance. The system uses a variable-speed compressor to control the target temperature by adjusting the refrigerant's mass flow rate. In addition, superheat is simultaneously controlled by adjusting the opening angle of the electronic expansion valve(EEV) to prevent coefficient-of-performance(COP) decrease due to superheated vapor compression and liquid back caused by rapid variations in the refrigerant's mass flow rate.

However, accurate VSRS temperature control is difficult due to the adverse effects of disturbance, noise, and model uncertainty. The model uncertainty for VSRS is usually caused by the difference between the real model, which is a nonlinear system with dead time, and the mathematical nominal model, which is simplified by linearization and low-dimensionalization processes to design the control system. It is also caused by changes in the surrounding environment or in operating points different from modeling conditions when the nominal model is obtained. The disturbance occurs by unexpected thermal load fluctuations and noise is predominantly caused by the measuring sensor. Therefore, it is essential to design a controller that is robust to the disturbance, noise, and model uncertainty to achieve accurate temperature control of VSRS.

In this study,  $H_{\infty}$  controller is used for the robust control of VSRS because

of its satisfactory feedback characteristics by loop shaping and robust stabilization.  $H_\infty$  control guarantees robust performance by minimizing the  $H_\infty$  norm, which is defined as the maximum singular value of the transfer function from exogenous input to the regulated output. Particularly, the  $H_\infty$  controller was designed to ensure robustness to disturbance, noise, and model uncertainty by loop shaping and small gain theorem via the weighting functions. Therefore, the weighting functions are crucial design parameters for  $H_\infty$  controller. However, it wastes much time since finding appropriate weighting functions that satisfy the given controller design specifications requires several trials and errors. Even the weighting functions selected through trial and error do not guarantee optimal performance. Thus, optimal weighting functions are selected using the particle swarm optimization(PSO) algorithm to address the aforementioned issues. PSO algorithm is effective in solving nonlinear optimization problems because it is simple, easy to realize, and does not require many parameters or gradient information to optimize.

Therefore, in this study,  $H_\infty$  controller that is robust to disturbance, noise, and model uncertainty is designed by selecting the weighting functions using the PSO algorithm. The proposed  $H_\infty$  controller was validated using MATLAB /Simulink-based computer simulations and practical experiments using a VSRS-based oil cooler system(OCS) under stepwise disturbances and sensor noise, as well as model uncertainty. Moreover, the effectiveness of the proposed controller was verified by comparing it with the performance of the conventional PI controller, which was tested under the same experimental conditions. Finally, the simulations and experiments result demonstrated that the suggested controller exhibits significant robustness.



## List of tables

| No.         | Table name                                                    | Page |
|-------------|---------------------------------------------------------------|------|
| Table 2.1   | Specifications of the VSRS test unit and the attached devices | 7    |
| Table 2.2   | Characteristic parameters of transfer functions for VSRS      | 10   |
| Table 3.1   | Assumption for general $H_{\infty}$ solutions                 | 14   |
| Table 3.2   | Constraints for required compressor control performance       | 26   |
| Table 3.3   | Design parameters derived through PSO algorithm               | 26   |
| Table 3.4   | Constraints for required EEV control performance              | 30   |
| Table 4.1   | Simulation and experimental conditions                        | 33   |
| Table 4.2   | PI controllers' gain for comparison of control performance    | 35   |
| Table 4.3   | Comparison of simulation results                              | 38   |
| Table 5.1   | Comparison of experimental results                            | 44   |
| Table 5.2   | Comparison of settling time with nominal model                | 55   |
| Table A.5.1 | $H_{\infty}$ controller design process                        | 68   |

## List of figures

| No.       | Figure name                                                              | Page |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------|------|
| Fig. 2.1  | Conceptional diagram of an oil cooler system based on VSRS               | 6    |
| Fig. 2.2  | Feedback control system for OCS of dual-SISO type                        | 8    |
| Fig. 2.3  | Transfer function modeling via dynamic characteristics experiment        | 9    |
| Fig. 3.1  | $H_{\infty}$ control framework                                           | 12   |
| Fig. 3.2  | $H_{\infty}$ norm definition in Bode and Nyquist plot                    | 14   |
| Fig. 3.3  | Feedback control system with disturbance and noise                       | 15   |
| Fig. 3.4  | Simplified block diagram for applying small gain theorem                 | 16   |
| Fig. 3.5  | Generalized plant for designing $H_{\infty}$ controller to control $t_o$ | 18   |
| Fig. 3.6  | Transform generalized plant for designing $H_{\infty}$ controller        | 19   |
| Fig. 3.7  | Flow chart of PSO algorithm                                              | 22   |
| Fig. 3.8  | Detected sensor noise and result of FFT analysis                         | 25   |
| Fig. 3.9  | Check the fit of the designed $H_{\infty}$ controller to control $t_o$   | 28   |
| Fig. 3.10 | Generalized plant for designing $H_{\infty}$ controller to control $t_s$ | 29   |
| Fig. 3.11 | Check the fit of the designed $H_{\infty}$ controller to control $t_s$   | 32   |
| Fig. 4.1  | MATLAB/Simulink program for simulation of $H_{\infty}$ controller        | 34   |
| Fig. 4.2  | Simulation results for $H_{\infty}$ controller                           | 36   |
| Fig. 4.3  | Simulation results for PI controller                                     | 36   |
| Fig. 4.4  | Magnification of simulation results for detailed comparison              | 37   |
| Fig. 5.1  | Temperature controlled experimental apparatus                            | 39   |
| Fig. 5.2  | MATLAB/Simulink program for experiment of $H_{\infty}$ controller        | 40   |
| Fig. 5.3  | MATLAB/Simulink program for experiment of PI controller                  | 40   |
| Fig. 5.4  | Experimental results for $H_{\infty}$ controller                         | 41   |

## List of figures

| No.        | Figure name                                                                             | Page |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Fig. 5.5   | Experimental results for PI controller                                                  | 41   |
| Fig. 5.6   | Experimental results for detailed comparison about disturbance                          | 43   |
| Fig. 5.7   | Comparison frequency response of sensitivity function $S$                               | 44   |
| Fig. 5.8   | Robustness analysis for disturbance through simulation                                  | 46   |
| Fig. 5.9   | Comparison frequency response of complementary sensitivity function $T$                 | 48   |
| Fig. 5.10  | Robustness analysis for noise appearing in the output through simulation                | 49   |
| Fig. 5.11  | Comparison frequency response of $KS$                                                   | 50   |
| Fig. 5.12  | Robustness analysis for noise appearing in control input through simulation             | 51   |
| Fig. 5.13  | Experimental results with ambient temperature fluctuation implicating model uncertainty | 53   |
| Fig. 5.14  | Robustness analysis for model uncertainty through simulation                            | 54   |
| Fig. A.1.1 | Transfer function model of generalized plant                                            | 61   |
| Fig. A.1.2 | State space model of generalized plant                                                  | 62   |
| Fig. A.3.1 | Singular value of loop transfer function                                                | 64   |
| Fig. A.4.1 | Closed loop system for explaining the small gain theorem                                | 67   |

## Nomenclature

|                  |                                       |       |
|------------------|---------------------------------------|-------|
| $d(s)$           | disturbance                           | -     |
| $\tilde{d}$      | dead time(delay time)                 | sec   |
| $e(s)$           | control error                         | -     |
| $f$              | inverter frequency command            | Hz    |
| $G(s)$           | generalized plant                     | -     |
| $G_c(s)$         | generalized plant of compressor       | -     |
| $\tilde{G}_d(s)$ | transfer function of disturbance      | -     |
| $\tilde{G}_i(s)$ | transfer function of interference     | -     |
| $K_c(s)$         | compressor controller                 | -     |
| $K_e(s)$         | EEV controller                        | -     |
| $k$              | DC gain                               | -     |
| $n(s)$           | noise                                 | -     |
| $P(s)$           | plant                                 | -     |
| $r(s)$           | reference, set value                  | °C    |
| $S(s)$           | sensitivity function                  | -     |
| $T(s)$           | complementary sensitivity function    | -     |
| $t_a$            | ambient temperature                   | °C    |
| $t_s$            | superheat                             | °C    |
| $t_o^*$          | set value of oil outlet temperature   | °C    |
| $t_s^*$          | set value of superheat                | °C    |
| $u(s)$           | control input                         | -     |
| $u_c(s)$         | compressor control input              | Hz    |
| $u_e(s)$         | EEV control input                     | step  |
| $v$              | EEV-opening angle command             | step  |
| $w$              | exogenous input                       | -     |
| $\omega$         | frequency                             | rad/s |
| $W_i$            | weighting function ( $i = 1 \sim 3$ ) | -     |
| $y$              | measured output                       | -     |
| $z$              | regulated output                      | -     |
| $\gamma$         | iteration coefficient                 | -     |
| $\Delta_a$       | additive modeling error of compressor | -     |
| $\Delta_e$       | additive modeling error of EEV        | -     |
| $\sigma(A)$      | singular value of $A$                 | -     |
| $\tau$           | time constant                         | sec   |

## 제1장 서론

### 1.1 연구 배경 및 목적

가변속 냉동시스템(Variable Speed Refrigeration System; VSRS)은 부분 부하에 대한 우수한 응답성과 뛰어난 에너지 절약 성능으로 인해 정밀 공작 기계와 같은 고정밀 온도제어가 필요한 분야에서 사용된다.<sup>1~10)</sup> VSRS에서 목표 온도는 가변속 압축기로 냉매의 질량 유량을 조절하여 목표 온도를 조절함으로써 제어된다. 또한, 과열도(superheat)는 냉매의 질량 유량의 급격한 변동으로 인한 액백(liquid back) 현상이나 과열 증기 압축으로 인한 COP(Coefficient Of Performance) 저하를 막기 위해 전자팽창밸브(Electronic Expansion Valve; EEV)의 개도(opening angle)를 조절함으로써 제어된다.<sup>1~9,11)</sup>

그러나 VSRS는 외란(disturbance)과 잡음(noise), 모델 불확실성(model uncertainty)이 크게 발생하기 때문에 정밀한 온도제어에 어려움이 존재한다. VSRS에서 외란은 외부의 열 출입 및 열부하 변동에 의해 발생하고 잡음은 주로 측정 센서에 의해 발생한다. 모델의 불확실성은 부동작 시간을 갖는 비선형 시스템인 실제 모델과 선형화 및 저차원화 과정을 통해 단순화된 수학적 모델의 차이에서 발생한다. 또한, 주변 환경 및 동작점의 변동에 의해서도 발생한다.<sup>1)</sup> 외란은 의도치 않은 열부하 변동에 의해 발생하고 잡음은 측정 센서에 의해 발생한다. 따라서 VSRS의 정밀한 온도제어를 위해서는 외란과 잡음, 모델 불확실성에 강인한 제어기의 설계가 필요하다.<sup>2,12)</sup>

그럼에도 PID(Proportional-Integral-Derivative) 제어는 제어 성능이 우수하며, 설계가 쉽고 보수가 용이하다는 장점 때문에 VSRS의 온도제어를 위해 대표적으로 사용되었다. 그러나 일반적인 PID 제어기는 외란과 잡음, 모델 불확실성에 대한 강인성(robustness)을 확보하기 어렵기 때문에

VRS의 강인(robust) 제어로 바람직하지 않다.<sup>1,13)</sup> 또한, 비선형 시스템 제어에 강인성을 갖는 FLC(Fuzzy Logic Control)<sup>2~4)</sup>는 제어대상의 수학적 모델을 필요로 하지 않다는 장점이 있지만 정밀 제어 시, 규칙 베이스가 방대해져 고가의 CPU가 필요하며, 유지 보수가 어렵다. 또한 FLC는 제어 로직의 핵심인 규칙 베이스와 멤버십 함수를 전문가의 경험에 전적으로 의존한다는 문제점도 존재한다. 이를 해결하기 위해 선행 연구에서는 실험 데이터를 기반으로 VRS의 멤버십 함수에 대한 체계적인 설계 방법을 제안했지만 여전히 규칙 베이스는 전문가의 지식과 경험에 의존하고 있다.<sup>2)</sup> 그러므로 VRS의 제어는 외란과 잡음, 모델 불확실성에 강인한 모델 기반 제어를 적용하는 것이 바람직하다.

모델 기반 제어로는 Q-필터를 적용한 외란관측기와 SMC(Sliding Mode Control),  $H_{\infty}$  제어 등이 있다. Q-필터를 적용한 외란관측기는 실용적인 전달 함수 모델과 PI 피드백 제어를 사용하여 외란과 모델의 불확실성에 강인성이 검증되었다.<sup>1)</sup> 이때, 외란 관측기의 핵심인 Q-필터는  $H_{\infty}$  노름(norm)을 사용하여 외란을 추정하고 모델 불확실성을 보상하도록 설계되어 외란에 대한 강인성은 우수하였지만 잡음에 대한 강인성이 좋지 않아 제어 입력에 잦은 변동이 발생하였다. 또한 모델 기반의 강인제어로서 SMC가 사용되어지지만 스위칭 기능에 의해 유발되는 제어 변수의 채터링(chattering) 현상이 주요 문제점으로 거론되고 있다. 따라서 본 논문에서는 루프 정형(loop shaping)을 통해 우수한 피드백 특성을 갖는  $H_{\infty}$  제어가 VRS의 강인제어를 위해 사용되었다.  $H_{\infty}$  제어는 대표적인 모델 기반의 강인제어 방법으로 VRS를 대상으로 많은 연구가 이루어졌다.<sup>8,9,11,12)</sup> 하지만 그들 대부분 시뮬레이션 결과만 나타내었기 때문에 실제 실험 결과를 통한 제어기의 타당성이 검증이 필요하다고 판단하였다.

$H_{\infty}$  제어는 외부 입력(exogenous input)으로부터 목표 제어량(regulated output)까지의 전달함수의 최대 특이값(maximum singular value)으로 정의



되는  $H_\infty$  놈(norm)을 최소화함으로써 외란과 잡음, 모델 불확실성에 대한 강인성을 갖는다.<sup>14~18)</sup> 이 방식에서 외란과 잡음은 가중함수를 사용한 루프 정형을 통해 감도함수와 상보감도함수를 최적화함으로써 그 영향이 감소된다. 또한 모델링 오차를 대체하는 가중함수를 사용한 소이득 정리(small gain theorem)를 통해 모델 불확실성에 대한 제어계의 건실 안정성을 확보할 수 있다.  $H_\infty$  제어기는 이들을 혼합감도 문제(mixed sensitivity problem)로 정식화하여 외란과 잡음, 모델 불확실성에 대해 강인성을 갖도록 설계된다. 여기서 루프 정형과 소이득 정리에 사용되는 가중함수에 따라  $H_\infty$  제어기의 성능이 달라지기 때문에 가중함수는 매우 중요한 설계 파라미터이다.<sup>16)</sup> 그러나 요구되는 설계 사양을 만족하는 제어기를 설계하기 위한 가중함수를 찾는 것은 시행착오가 필요하기 때문에 많은 시간이 소모된다. 또한 시행착오를 통해 선정된 가중함수도 최적의 성능을 보장하지 못한다는 문제점이 있다. 따라서 본 논문에서는 앞서 언급한 문제들을 해결하기 위해 메타휴리스틱(metaheuristic) 기법 중 하나인 입자 군집 최적화(Particle Swarm Optimization; PSO) 알고리즘을 사용하여 최적의 가중함수를 선정하였다. PSO 알고리즘은 조류 또는 어류의 사회적 행동에서 영감을 받아 개발된 알고리즘이며 각각의 경험과 군집의 경험을 기반으로 군집을 이루고 있는 입자의 위치를 업데이트하여 최적화를 달성한다.<sup>19~21)</sup> 이 알고리즘은 간단하고 실현이 쉬우며 최적화를 위한 많은 정보가 필요하지 않기 때문에 비선형 최적화 문제를 해결하는데 효과적이다.<sup>20~22)</sup> 또한 다른 메타휴리스틱 기법인 유전 알고리즘(genetic algorithm)보다 적은 수의 연산자를 가지고 있어 연산자 선택의 필요성이 없고, 더 빠른 계산 성능과 수렴 속도를 가지고 있다는 장점이 있다.

따라서 PSO 알고리즘을 통해 가중함수를 선택하여 외란과 잡음, 모델 불확실성에 대해 강인한  $H_\infty$  제어기를 설계하였다. 제안된  $H_\infty$  제어기는 MATLAB/Simulink 기반의 컴퓨터 시뮬레이션과 VSRS 기반인 오일쿨러

시스템(Oil Cooler System; OCS)을 사용한 실제 실험을 통해 검증되었다. 또한, 동일한 실험조건에서 실험한 PI 제어기의 성능과 비교하여 제안한 제어기의 유효성을 검증하였다. 최종적으로, 제안된 제어기는 외란과 잡음, 모델불확실성에 대한 강인함이 확인되었다.

## 1.2 연구 범위 및 내용

본 논문에서는 가변속 냉동시스템의 강인한 온도제어를 위한  $H_{\infty}$  제어를 제안한다.  $H_{\infty}$  제어기 설계 시, 외란과 잡음에 대한 강인성은 주파수 영역에서 감도함수와 상보감도함수 각각의 크기를 가중함수를 사용한 루프 정형을 통해 혼합감도 문제로 정식화되었다. 외란의 경우, 저주파수 영역에서 큰 영향을 나타내기 때문에 감도함수의 크기가 저주파에서 작도록 함으로써 외란의 영향을 줄였다. 또한 센서를 통한 잡음의 경우, 선행 연구에서 사용된 저역 통과 필터는 응답 지연이 발생하는 문제점이 있었기 때문에 FFT 분석을 통해 얻은 고주파수 영역에서 상보감도함수의 크기를 작도록 설계하여 잡음의 영향을 감소시켰다.<sup>23)</sup> 모델 불확실성에 대한 강인성은 소이득 정리를 통해 강인성을 확보하였다. 동적 모델링의 경우, 동작점 근방에서의 동특성 실험을 통해 선행 연구에서 도출된 단순 1차계 전달함수 모델을 사용하였다. 이는 시간 지연 요소를 고려하지 않았기 때문에 모델 불확실성을 내포함을 의미한다. 이때 모델 불확실성은 선행 연구에서 이루어진 실험에 의해 확인된 최대 불확실성을 고려하였다.

PSO 알고리즘을 위한 목적함수와 제약조건은 루프 정형과 소이득 정리의 조건으로 선정되었다. 특히, 특정 주파수에서 감도함수와 상보감도함수의 크기를 작도록 선정함으로써 제어기가 외란과 잡음에 강인하도록 하였다. 또한, PSO 최적화 알고리즘의 반복성을 확인함으로써 제어기 최적화에 대해 검증하였다.



본 논문에서 가변속 냉동시스템 기반의 오일쿨러 시스템을 사용하여 지령값 및 열부하 변동과 외기온도의 변화에 따른 성능을 제안된  $H_{\infty}$  제어기와 PI 제어기를 비교함으로써 외란과 잡음, 모델의 불확실성에 대한 강인성을 검증한다. 이때 시뮬레이션과 실험 결과에 대한 엄밀한 정량적 평가는 PI 제어기와 비교하여 상대적인 우월성을 평가하기보다 제안된  $H_{\infty}$  제어기의 강인성을 강조하기 위해 시행되었다.

본 논문은 총 6장으로 구성하였으며, 각 장의 개요는 다음과 같다.

제1장에서는 VSRS를 대상으로  $H_{\infty}$  제어를 제안하게 된 배경과 기존의 VSRS를 대상으로 설계된 제어기와 차이점을 설명한다. 또한  $H_{\infty}$  제어기 설계 및 강인성 검증의 필요성에 대해 간단히 설명한다.

제2장에서는 본 연구에서 사용된 VSRS 장치를 설명한다. 또한, 이 시스템에 대한 제어 현황 및 제어계 구성을 위한 동특성 전달함수를 모델링한다. 그리고 VSRS의 강인제어 필요성을 설명한다.

제3장에서는  $H_{\infty}$  제어 이론에 대해 설명하고 동특성 전달함수를 통해 가변속 냉동시스템을 대상으로 하는  $H_{\infty}$  제어기 설계에 대해 다룬다. 이때, 가중함수의 최적화를 위해 PSO 알고리즘을 사용하고 이 알고리즘의 반복성을 확인한다.

제4장에서는 MATLAB/Simulink 시뮬레이션을 통해 제3장에서 설계된 제어기의 성능을 분석한다. 또한, PI 제어기를 설계하고  $H_{\infty}$  제어기와 동일한 조건하에서 시뮬레이션을 진행하여 제어 성능을 비교 평가한다.

제5장에서는 오일쿨러 시스템을 통해 실험을 진행하여 설계된  $H_{\infty}$  제어기의 타당성을 확인하고, 외란과 잡음, 모델 불확실성에 대한 강인성을 검증하고 고찰한다.

제6장에서는 본 연구를 통해 얻어진 결과들을 종합하여 최종적으로 결론을 도출한다.

## 제2장 제어기 설계를 위한 VSRS의 동적 모델링

### 2.1 VSRS의 구성 및 장치 사양

본 논문에서는 VSRS 기반의 오일쿨러 시스템(Oil Cooler System; OCS)을 대상으로  $H_{\infty}$  제어기를 설계하고 그 타당성을 검증한다. VSRS는 압축기의 가변속 제어를 통해 부분 부하 대응 능력과 에너지 절약 성능이 뛰어나 정밀공작기계, 반도체 제조 공정 분야의 고정밀 온도제어 등에 널리 사용되고 있다.<sup>7)</sup>

Fig. 2.1은 실제 상용 OCS를 모사하여 실험용으로 제작한 OCS의 개념도를 나타내고, Table. 2.1은 실험 장치의 냉동사이클 및 부속기기의 주요 사양을 나타낸다. Fig. 2.1의 OCS는 크게 냉동사이클을 포함하는 VSRS와 전기 히터가 있는 열부하 장치로 구분된다. VSRS의 경우, 가변속 압축기와 EEV, 2개의 열교환기인 응축기, 증발기로 구성되고 가열된 오일을 일정한 온도로 냉각시키는 역할을 한다. 또한 열부하 장치의 역할은 실제 정밀공작기계에서 발생하는 열부하를 대체하기 위해 설치된 전기히터를 이용하여 오일을 가열하는 것이다.

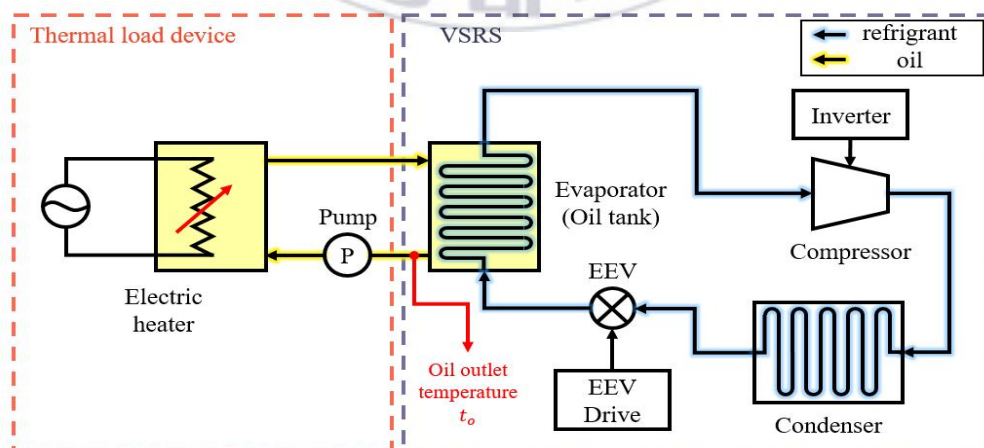


Fig. 2.1 Conceptual diagram of an oil cooler system based on VSRS.

Table 2.1 Specifications of the VSRS test unit and the attached devices.

| Component   | Note                                   |
|-------------|----------------------------------------|
| Compressor  | Rotary type, 30-90[Hz], 0.86[kW]       |
| EEV         | 0~2000[step], 12[V]                    |
| Condenser   | Air-cooled fin and tube type, 5.24[kW] |
| Evaporator  | Bare tube coil type, 2.1[kW](max.)     |
| Refrigerant | R-22, 0.9[kg](max.)                    |
| Inverter    | 4.5[kVA], 3phase, PWM, 'V/f=C' type    |
| EEV drive   | 4[W], 24[Vdc], Bipolar type            |
| Heater      | 4.5[kW](max.)                          |
| Oil tank    | 400×400×385[mm <sup>3</sup> ]          |
| Oil         | ISO VG 10, Velocite oil No.6, 40[L]    |

이 시스템의 주 제어량인 오일 출구 온도  $t_o$ 는 인버터로 가변속 압축기의 냉매 질량유량을 조절하여 제어된다. 그리고 급격한 냉매 질량 유량의 변동으로 인한 액백현상이나 과열 증기 압축 등의 부작용을 줄이고, COP가 최대인 상태로 시스템을 운전하기 위해 EEV 드라이브로 EEV의 개도(opening angle)를 조절하여 과열도  $t_s$ 도 동시에 제어된다. 이때 과열도  $t_s$ 는 증발기 내의 압력 강하가 미소함을 고려하여 증발기 입·출구의 온도 차이로 정의하였다.

## 2.2 VSRS의 제어계 및 동적 모델링

Fig. 2.1의 OCS를 모델 기반으로 제어하기 위해서는 우선 이 시스템의 동특성을 표현하는 수학적 모델이 필요하다. Fig. 2.2는 오일 출구 온도  $t_o$ 와 과열도  $t_s$ 를 각각 독립적으로 제어하기 위한 Dual-SISO(Single Input Single Output) 형태의 전달함수 기반의 피드백 제어계이다. 이 그림에서  $P(s)$ 와  $K(s)$ 는 각각 제어대상과 제어기의 전달함수를 나타내고,  $\tilde{G}_d(s)$ 와

$\tilde{G}_i(s)$ 는 열부하와 간섭항의 전달함수를 각각 나타낸다. 또한  $d(s)$ 와  $n(s)$ 는 외란과 잡음을 각각 나타낸다. 그리고 상첨자 ‘\*’는 설정값,  $e(s)$ 와  $u(s)$ 는 제어 오차와 제어 입력을 각각 나타낸다. 여기서 제어 입력  $u_c(s)$ 는 인버터 주파수  $f$ 이고  $u_e(s)$ 는 EEV 개도  $v$ 이다. 이후부터 복소 전달함수를 나타내는 변수 ‘ $s$ ’는 표기의 편의상 생략한다.

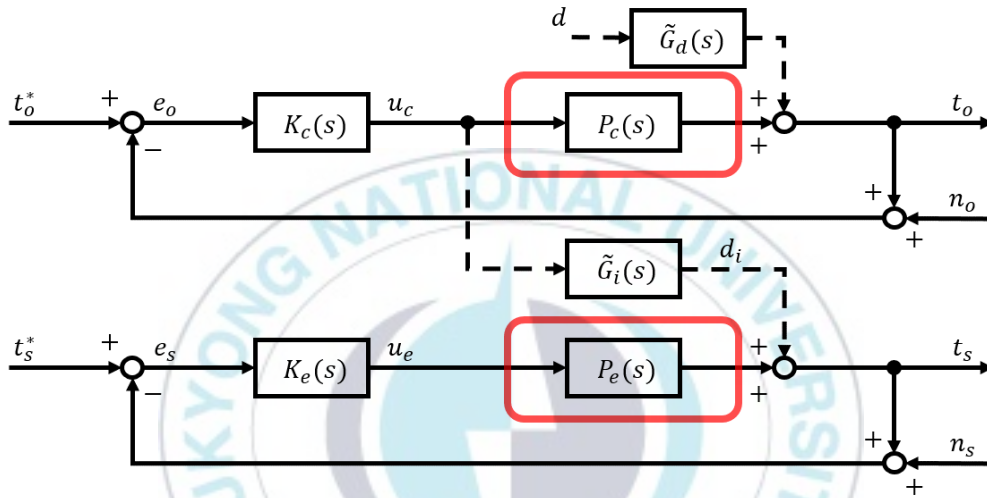
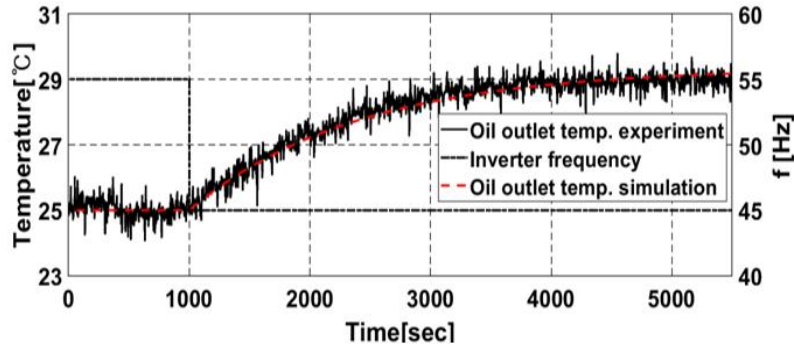


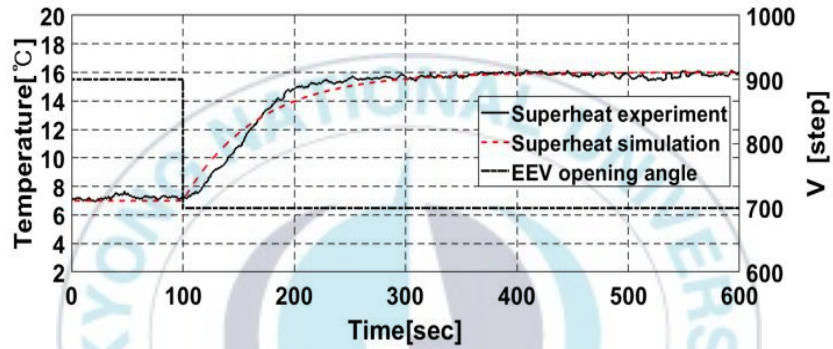
Fig. 2.2 Feedback control system for OCS of dual-SISO type.

Fig. 2.2에서 압축기 전달함수  $P_c$ 는 일정 개도 하에서 인버터 주파수  $f$ 에 따른 오일 출구 온도  $t_o$ 의 변화량인  $\delta t_o / \delta f$ , EEV 전달함수  $P_e$ 는 일정 인버터 주파수 하에서 EEV 개도  $v$ 에 따른 과열도  $t_s$ 의 변화량인  $\delta t_s / \delta v$ 를 나타낸다. 또한  $\tilde{G}_d$ 는 외란인 열부하  $d$  변화에 따른  $t_o$ 의 변화,  $\tilde{G}_i$ 는 인버터 주파수  $f$  변동이 과열도  $t_s$ 에 미치는 간접 영향을 나타낸다. 이들의 전달함수는 각각 동특성 실험을 통해 구하였다.<sup>1)</sup>

Fig. 2.3은 압축기와 EEV에 대한 1차계 전달함수 모델링을 위한 동특성 실험 결과를 나타낸다.<sup>23)</sup>



(a) Dynamic characteristics experiment of compressor transfer function  $P_c$



(b) Dynamic characteristics experiment of EEV transfer function  $P_e$

Fig. 2.3 Transfer function modeling via dynamic characteristics experiment.

Fig. 2.3(a)와 같이 초기에  $t_o$ 가 정상상태(steady-state)를 유지한 상황에서 EEV 개도와 열부하를 일정하게 유지시킨 후, 압축기의 조작량을 임의로 55 Hz에서 45 Hz로 변화시킨다. 이때 제어 응답의 과도 구간을 측정함으로써 최종값의 63.2%에 도달하는 시간인 시정수  $\tau$ 와 제어 응답의 변화량을 조작량의 변화량으로 나눈 값인 DC gain  $k$ 를 구하였다. 또한 조작량 변화 후, 제어 응답이 나타나는 시점까지의 부동작 시간  $\tilde{d}$ 를 구하였다. 도출된 특성 파라미터를 식(2.1)에 대입시키면 압축기 전달함수  $P_c$ 가 모델링 된다. 이와 유사하게 그림(b)와 같이 인버터 주파수와 열부하를 일



정하게 고정시킨 후, 개도 지령을 900 step에서 700 step으로 변화시킴으로써 EEV 전달함수  $P_e$ 가 모델링 된다.

$$P = \frac{k}{\tau s + 1} e^{-\tilde{d}s} \approx \frac{k}{\tau s + 1} \quad (2.1)$$

이와 같은 실험을 진행하여 최종적으로 얻은 전달함수  $P_c$ 와  $P_e$ 는 부동작 시간  $\tilde{d}$ 가 시정수  $\tau$ 에 비해 무시할 정도로 짧았기 때문에 식(2.1)과 같이 1차계 전달함수로 간단히 모델링되었다. 부동작 시간  $\tilde{d}$ 를 무시하여도 Fig. 2.3에서 모델링 된 전달함수는 실제 실험 결과와 거동이 매우 유사함을 확인할 수 있다. Table 2.2는 동특성 실험을 통해 구한 각 전달함수들의 시정수  $\tau$ 와 DC 게인  $k$ 의 값들을 나타낸다. 또한  $\tilde{G}_i$ 의 경우 식(2.2)로 모델링 되었다.

Table 2.2 Characteristic parameters of transfer functions for VSRS.

| Transfer function    | $P_c$ | $P_e$  | $\tilde{G}_d$ |
|----------------------|-------|--------|---------------|
| DC gain $k$          | -0.43 | -0.045 | 19.9          |
| Time constant $\tau$ | 1680  | 67     | 1790          |

$$\tilde{G}_i = \frac{348.1s - 0.467}{885s + 1} \quad (2.2)$$

## 2.3 VSRS의 강인제어 필요성

정밀한 VSRS의 온도제어를 위해서는 3가지의 문제점을 해결해야 한다. 첫 번째 문제점은 외란이다. VSRS는 각각의 구성기기들이 긴 배관으로 상호 연결되어 있어 배관을 통한 열 출입이 빈번하게 발생한다. 또한 열

부하의 증감도 빈번하게 발생하여 정밀한 VSRS의 온도제어가 어렵다. 두 번째 문제점은 잡음이다. 잡음은 열전대(thermocouple)와 같은 센서에 의해 발생하여 제어 응답에 영향을 끼치고 제어 입력의 빈번한 변동을 유발한다. 세 번째 문제점은 모델 불확실성이다. VSRS는 부동작 시간(dead time)을 갖는 전형적인 비선형 시스템이다. 따라서 VSRS의 선형 근사화 모델은 선형화와 시스템의 파라미터 동정 과정에서 모델 불확실성을 내포한다. 또한, 2.2절과 같이 동특성 실험으로 얻어진 실용적인 전달함수 모델은 주변 환경(ambient temperature)의 변화 또는 동작점의 변동에 따라 특성 파라미터 값들이 모델 불확실성을 내포한다. 이러한 외란과 잡음, 모델 불확실성은 VSRS 제어에 악영향을 끼쳐 제어 성능을 약화시킨다. 따라서 이들의 영향을 최소화할 수 있는 강인제어가 필수적이므로 본 논문에서는 대표적 강인제어법의 하나인  $H_{\infty}$  제어를 사용하여 VSRS의 정밀한 온도제어계를 설계한다.



## 제3장 강인제어를 위한 $H_\infty$ 제어기 설계

### 3.1 $H_\infty$ 제어 이론

Fig. 3.1은  $H_\infty$  제어 개념 설명을 위한 입·출력 블록도이다. 그림에서  $G$ 는 일반화 제어대상,  $w$ 와  $u$ 는 입력벡터로서 각각 외란을 포함한 외부 입력과 제어 입력이다.  $z$ 와  $y$ 는 출력벡터로서 목표로 하는 제어량과 관측 출력,  $K$ 는 피드백 제어기를 나타낸다.

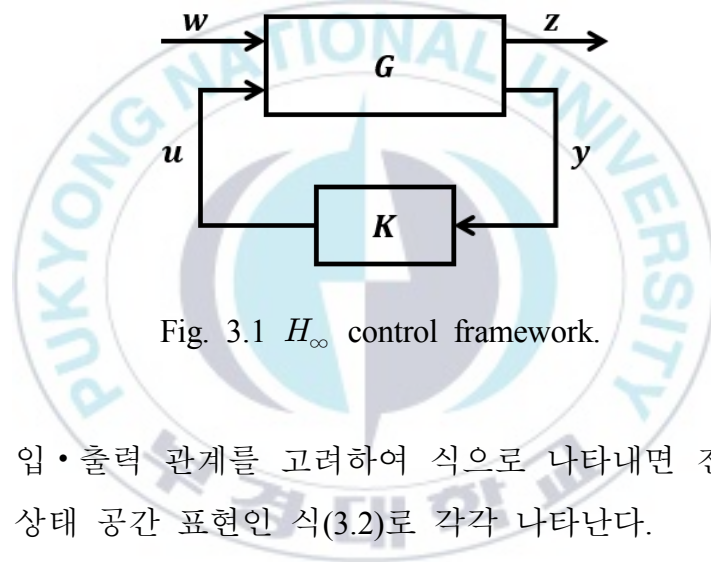


Fig. 3.1  $H_\infty$  control framework.

Fig. 3.1의 입·출력 관계를 고려하여 식으로 나타내면 전달함수 표현인 식(3.1)과 상태 공간 표현인 식(3.2)로 각각 나타난다.

$$\begin{cases} z = G_{11}w + G_{12}u \\ y = G_{21}w + G_{22}u \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1w + B_2u \\ z = C_1x + D_{11}w + D_{12}u \\ y = C_2x + D_{21}w + D_{22}u \end{cases} \quad (3.2)$$

식(3.1)과 식(3.2)에서 일반화 제어대상  $G$ 는 식(3.3)으로 나타난다. 일반

화 제어대상  $G$ 의 전달함수 모델과 상태 공간 모델에 대한 상세한 내용은 Appendix(A.1)에 나타내었다.

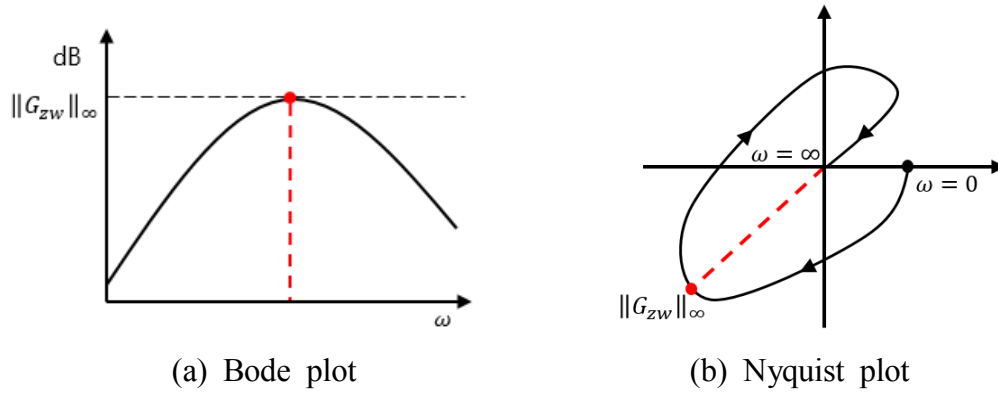
$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$H_\infty$  제어는  $w$ 로부터  $z$ 까지의 페루프 전달함수의  $H_\infty$  놈인  $\|G_{zw}\|_\infty$ 를 최소화시키는 제어기  $K$ 를 구하는 문제로 귀착된다. 여기서 전달함수  $G_{zw}$ 는 식(3.1)을 사용하여 식(3.4)와 같이 도출되며, 상세한 유도 과정은 Appendix(A.2)에 나타내었다.

$$G_{zw} = G_{11} + G_{12}K(I - G_{22}K)^{-1}G_{21} \quad (3.4)$$

식(3.4)의  $G_{zw}$ 의  $H_\infty$  놈인  $\|G_{zw}\|_\infty$ 는 식(3.5)로 정의되며, 여기서  $\bar{\sigma}$ 는 최대 특이값(singular value)이다. 또한  $H_\infty$  놈의 정의를 단일 입·출력 시스템의 보드(Bode) 선도와 나이퀴스트(Nyquist) 선도로 나타내면 Fig. 3.2와 같다. 즉, 단일 입·출력인 경우  $H_\infty$  놈은 보드 선도에서 이득의 최대치, 혹은 나이퀴스트 선도에서 원점으로부터 최대 거리로 정의된다.

$$\|G_{zw}\|_\infty = \sup_{0 \leq \omega \leq \infty} \bar{\sigma}\{G_{zw}(j\omega)\} \quad (3.5)$$

Fig. 3.2  $H_\infty$  norm definition in Bode and Nyquist plot.

$H_\infty$  제어 문제를 식(3.3)과 같이 상태공간에서 두 개의 대수 리카티 방정식(algebraic Riccati equation)을 통해 해석하기 위해 Table 3.1의 가정이 요구된다.

Table 3.1 Assumption for general  $H_\infty$  solutions.

| No. | Assumption                                                                                                |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| A1  | $(A, B_2)$ is stabilizable and $(C_2, A)$ is detectable                                                   |
| A2  | $D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$ and $D_{21} = \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix}$        |
| A3  | $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix}$ has full column rank for all $\omega$ |
| A4  | $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix}$ has full row rank for all $\omega$    |

$H_\infty$  제어기는 외란과 잡음, 모델 불확실성에 강인성을 갖도록 설계된다. 외란과 잡음의 강인성은 감도함수와 상보감도함수의 트레이드-오프(trade-off) 관계를 해결하기 위해 루프 정형을 사용한다. 또한 소이득 정

리를 통해 모델 불확실성에 대한 강인성을 확보한다. 루프 정형과 소이득 정리의 상세한 내용은 Appendix(A.3)와 (A.4)에 각각 나타내었다. 또한,  $H_\infty$  제어기의 설계 순서는 Appendix(A.5)에 나타내었다.

### 3.2 $H_\infty$ 제어기 설계

외란과 잡음, 모델 불확실성에 강인한  $H_\infty$  제어기 설계를 위해, 이들이 각각 출력에 미치는 영향을 나타내는 전달함수의 유도가 필요하다. Fig. 3.3은 외란  $d$ 와 잡음  $n$ 이 인가되고 모델 불확실성을 나타내는 덧셈형 모델링 오차  $\Delta_a$ 를 갖는 피드백 제어계이다. Fig. 3.3에서  $\Delta_a = 0$ 이라 가정했을 때, 지령값  $r$ 과 외란  $d$ , 잡음  $n$ 이 시스템에 인가되면 출력  $y$ 는 식 (3.6)으로 표현된다. 식(3.7)은 감도함수  $S$ 와 상보감도함수  $T$ 를 나타낸다. 이때 Fig. 3.3은 SISO 시스템으로 간주된다.

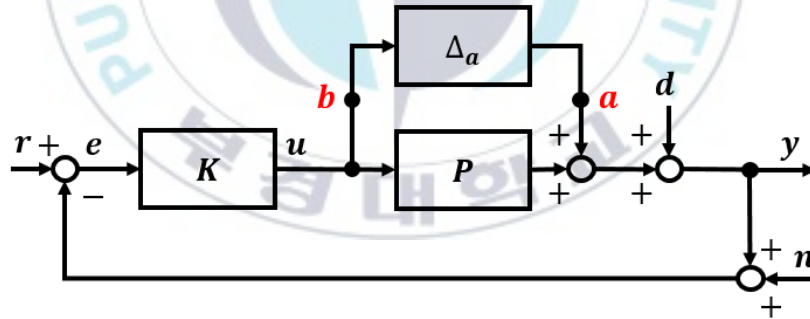


Fig. 3.3 Feedback control system with disturbance and noise.

$$y = Tr + Sd - Tn \quad (3.6)$$

$$\begin{cases} S = \frac{1}{1+PK} \\ T = \frac{PK}{1+PK} \end{cases} \quad (3.7)$$

Fig. 3.4는 모델 불확실성을 다루기 위해 Fig. 3.3을 단순화한 블록 다이어그램이다. 지령값  $r$ 과 외란  $d$ , 잡음  $n$ 의 입력을 무시하고 오직 모델링 오차  $\Delta_a$ 만 고려하였을 때, Fig. 3.3의 점  $a$ 부터 점  $b$ 까지의 전달함수를 구하면 식(3.8)의  $KS$ 가 도출된다. 이때  $KS$ 와  $\Delta_a$ 가 소이득 정리를 만족하면 폐루프 시스템은  $\Delta_a$ 에 대해 안정성을 가진다.

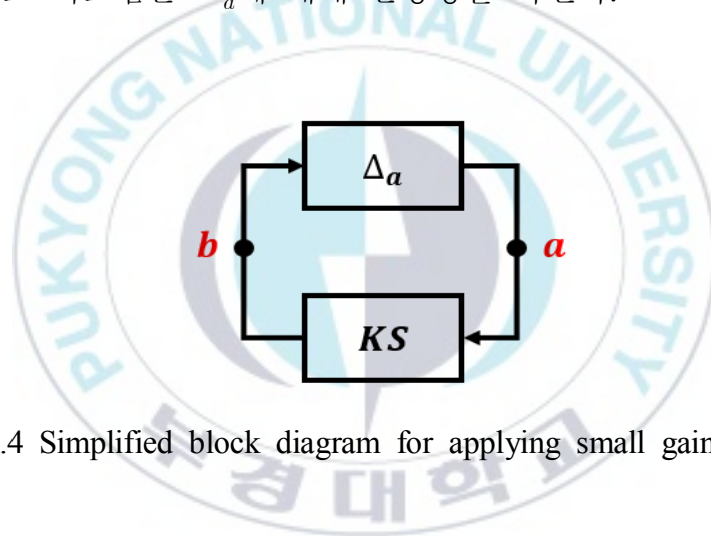


Fig. 3.4 Simplified block diagram for applying small gain theorem.

$$KS = \frac{K}{1+PK} \quad (3.8)$$

$H_\infty$  제어기는 적절한 가중함수  $W_i (i=1 \sim 3)$ 의 선정을 통해 식(3.7)과 식(3.8)에서 도출된 함수들을 루프 정형함으로써 외란과 모델의 불확실성에 대한 강인성을 갖도록 설계된다.

먼저 외란에 대한 강인성을 확보하기 위해 감도함수  $S$ 를 최소화시키는 가중함수  $W_1$ 을 선정하여 식(3.9)가 만족되도록 설계한다. 이때  $\gamma$ 는

반복계수(iteration coefficient)이다.

$$\|W_1 S\|_\infty < \gamma, \quad \forall \omega \quad (3.9)$$

다음으로 덧셈형 모델링 오차(모델 불확실성)에 대한 강인성은 Fig. 3.4에서 소이득 정리를 적용하여, 식(3.10)의 견실 안정화 조건을 만족시킴으로써 확보된다.

$$\|\Delta_a K S\|_\infty < 1, \quad \forall \omega \quad (3.10)$$

이때, 덧셈형 모델링 오차  $\Delta_a$ 를 정확히 계산하는 것은 불가능하므로 식(3.10)은 설계에 직접 반영되기 어렵다. 따라서 제어기 설계 시에는  $\Delta_a$ 의 최대 변동 범위를 고려하여, 식(3.11)과 같이  $\Delta_a$ 의 최대 특이값인  $\bar{\sigma}\{\Delta_a(j\omega)\}$ 보다 큰 가중함수  $W_2$ 를 선정한다. 최종적으로 식(3.10)에서  $\Delta_a$ 를  $W_2$ 로 대체한 식(3.12)가 만족한다면, 모델 불확실성인  $\Delta_a$ 에 대한 강인성이 확보된다. 이때  $\Delta_a$ 는 제어대상의 특성 파라미터인  $\tau$ 와  $k$ 를 각각 최대 30% 범위에서 변동하는 것으로 가정하여 최대 특이값을 구하였다.<sup>1)</sup>

$$\bar{\sigma}\{\Delta_a(j\omega)\} < |W_2(j\omega)| \quad (3.11)$$

$$\|W_2 K S\|_\infty < 1, \quad \forall \omega \quad (3.12)$$

한편, Table 2.2에서 동특성 실험을 통해 얻은 전달함수  $P_c$ 와  $\tilde{G}_d$ 는 큰



시정수에 의해 과도 구간이 길기 때문에 목표값에 도달하기까지의 시간이 오래 걸린다. 이러한 부분을 제어기 설계 시에 반영하기 위해 식(3.9)와 식(3.12)에 전달함수  $P_c$ 와  $\tilde{G}_d$ 의 시정수와 유사한 시정수를 갖는 가중함수  $W_3$ 를 포함하였다. 따라서  $W_3$ 를 포함하는 식(3.9)와 식(3.12)를 혼합감도 문제로 정식화하면 식(3.13)으로 나타난다. 결국, 외란과 모델 불확실성에 대한 강인성을 갖는  $H_\infty$  제어기 설계는 식(3.13)을 만족하는  $W_i(i=1 \sim 3)$ 를 설계하는 문제로 귀착된다.

$$\left\| \frac{\frac{1}{\gamma} W_1 W_3 S}{W_2 W_3 K S} \right\|_\infty < 1 \quad (3.13)$$

Fig. 3.5는 가중함수  $W_i(i=1 \sim 3)$ 를 포함한 식(3.13)의 혼합감도 문제를 도식화한 것이다. Fig. 3.5에서 외부입력  $w$ 부터 제어량  $z$ 까지의 입·출력 식은 식(3.14)와 같이 유도된다.

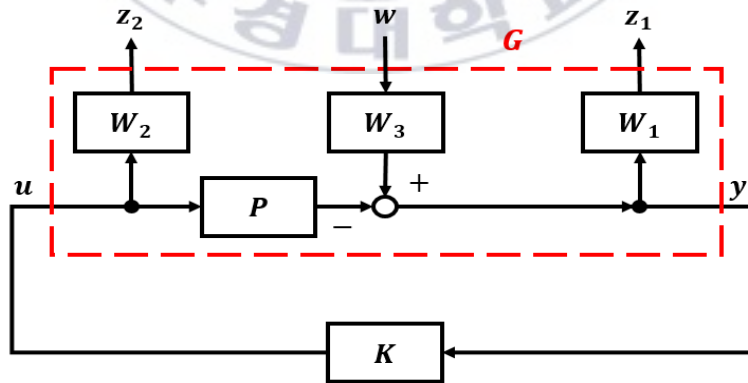


Fig. 3.5 Generalized plant for designing  $H_\infty$  controller to control  $t_o$ .

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 W_3 S \\ W_2 W_3 K S \end{bmatrix} w \quad (3.14)$$

Fig. 3.5를 통해  $H_\infty$  제어기를 설계하면 제어기는 외란과 모델 불확실성에 강인성을 가지지만 제어 응답에서 미소한 정상상태오차가 발생하는 문제점이 있다. 이를 해결하기 위해서는 가중함수  $W_1$ 이  $s=0$ 인 극점(pole)을 갖도록 하여 제어기가 허수축 상의 극점( $s=0$ )을 가지도록 설계해야 한다. 하지만 가중함수  $W_1$ 이  $s=0$ 인 극점을 가지면 Table 3.1의 A1의 가정을 위배하기 때문에 제어기를 설계할 수 없다. 따라서 가정을 위배하지 않으면서 제어기가  $s=0$ 인 극점을 갖도록 설계하기 위해 Fig. 3.5의 가중함수  $W_1$ 을 식(3.15)와 같이 전달함수  $M$ 과  $\tilde{W}_1$ 으로 분해하고, Fig. 3.6과 같이 일반화 제어대상  $G$ 를 변형하였다.<sup>16)</sup>

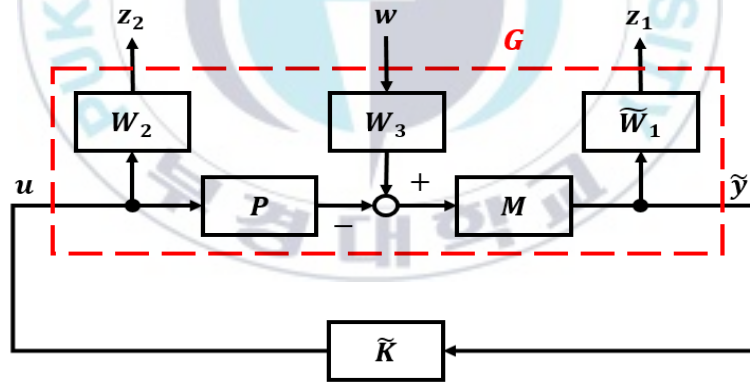


Fig. 3.6 Transform generalized plant for designing  $H_\infty$  controller.

$$W_1 = \tilde{W}_1 M \quad (3.15)$$

이때,  $M$ 은 식(3.16)과 같이  $s=0$ 인 극점을 가지며, 분모와 분자의 차수

가 동일한 전달함수로 선정하였다. 또한  $M$ 의 분자와  $\tilde{W}_1$ 의 분모는 서로 소거되도록 동일하게 선정되었다. 이렇게 함으로써 가중함수  $W_1$ 은  $s=0$ 인 극점을 가지지만,  $s=0$ 인 극점이 제어 입력  $u$ 로부터 가제어가 되므로 Table 3.1의 가정을 위배하지 않는다. 따라서 위 방식을 통해 제어기가  $s=0$ 인 극점을 가지도록 설계하여 정상상태오차가 발생하는 문제점을 제거하였다. 여기서  $\alpha$ 는 임의의 실수이다.

$$M = \frac{s + \alpha}{s} \quad (3.16)$$

식(3.17)은 Fig. 3.6에서  $w$ 부터  $z$ 까지의 입·출력 식을 나타낸 것이다. 이때,  $\tilde{K}$ 가 최종적인 제어기  $K$ 와 식(3.18)의 관계를 가진다면 식(3.17)은 식(3.14)와 같아진다. 이는 Fig. 3.5를 Fig. 3.6과 같이 변형시켜도 동일한 혼합감도 문제를 다룸을 의미하기 때문에 식(3.18)을 통해 설계된 최종적인 제어기  $K$ 는 정상상태오차가 발생하지 않고 외란과 모델 불확실성에 대한 강인성을 갖는다.

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\tilde{W}_1 M W_3}{\gamma(1 + P\tilde{K}M)} \\ \frac{W_2 W_3 \tilde{K}M}{1 + P\tilde{K}M} \end{bmatrix} w \quad (3.17)$$

$$K = \tilde{K}M \quad (3.18)$$

따라서 혼합감도 문제인 식(3.13)을 만족하는 제어기  $K$ 를 설계한다. 이때, 제어기  $K$ 의 성능은 일반화 제어대상에 포함된 가중함수에 크게 의존하기

때문에 적절한 가중함수의 선정이 필수적으로 요구된다. 그러나 가중함수의 선택 과정은 여러 번의 시행착오를 거쳐야 하기 때문에 시간이 많이 소모된다. 뿐만 아니라 설계된 제어기가 최적의 성능을 보여주지 못할 가능성도 존재한다. 따라서 번거로운 시행착오를 줄이고 최적화된 제어기의 설계를 위해 메타휴리스틱(meta-heuristic) 접근법 중 하나인 PSO 알고리즘을 사용하여 가중함수를 선정하였다.

### 3.3 PSO 알고리즘

PSO 알고리즘은 조류 또는 어류의 사회적 행동에서 영감을 받아 Kenndy와 Eberhart에 의해 개발된 알고리즘이다.<sup>19)</sup> PSO 알고리즘은 각 입자들이 개별적으로 이동하여 얻은 정보를 군집과 공유함으로써 최적해를 탐색한다. 이 알고리즘은 계산이 간단하고 실현이 쉬우며 최적화를 위한 기울기 정보가 필요하지 않기 때문에 미분이 어려운 비선형 최적화 문제를 해결하는 데 효과적이다. 또한 유전 알고리즘과 달리 최적해의 탐색이 모집단에 크게 의존하지 않고, 연산자 선택이 없어 간편하다는 장점이 있다. 뿐만 아니라 단순한 계산이 요구되기 때문에 많은 메모리 장치를 요구하지 않는다.<sup>20~22)</sup>

Fig. 3.7은 PSO 알고리즘의 순서도를 나타낸다. 먼저, 군집(swarm)을 이루는 각 요소인 입자(particle)를 생성한다. 초기에 생성된 각각의 입자는 임의의 해집단을 나타내는 위치와 속도를 가진다. 그리고 목적함수를 통한 적합도 평가를 진행하여 각 입자의 위치에 의한 최적해의 적합도를 판단한다. 이때 입자의 위치 중 최고의 적합도를 나타내는 해인 **pbest**와 **gbest**를 업데이트한다. 이때 **pbest**는 하나의 입자에서 최고의 적합도를 나타내는 해이고, **gbest**는 군집에서 최고의 적합도를 나타내는 해이다. 각 입자들은 **pbest**와 **gbest**를 통해 자신의 속도를 업데이트함으로써 새로운 위치로 업데이트 된다. 이때 새로운 위치의 해가 종료 기준을 만족하지

못한다면 다시 적합도 검사를 통해 업데이트 과정을 반복하여 종료 기준을 만족할 때까지 반복적으로 최적해를 탐색한다.

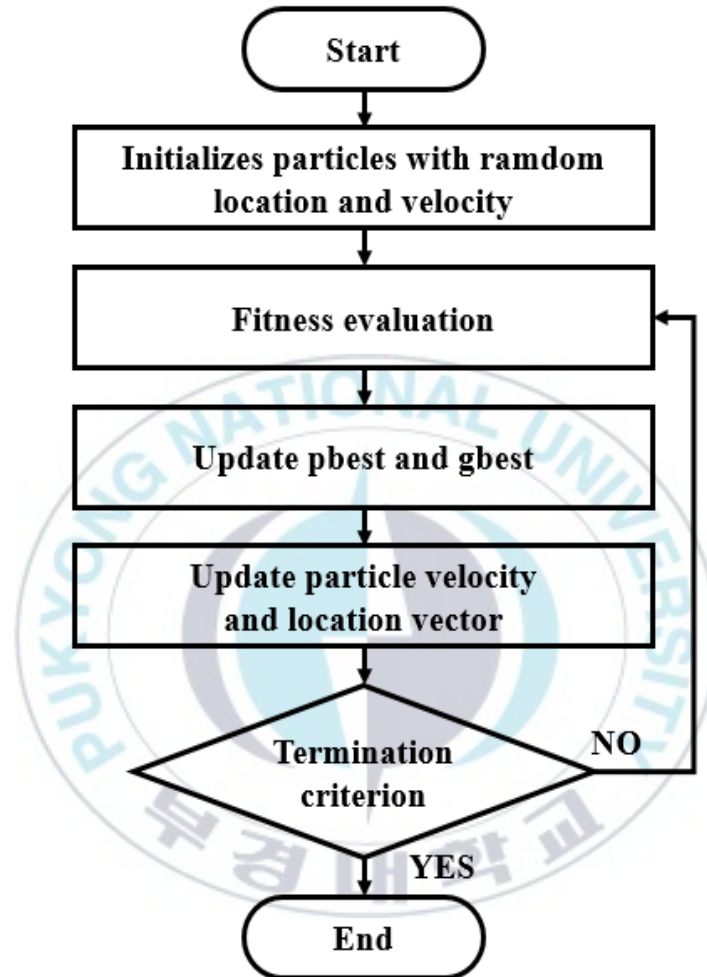


Fig. 3.7 Flow chart of PSO algorithm.

### 3.4 PSO에 의한 압축기 $H_\infty$ 제어기의 가중함수 설계

압축기를 대상으로 하는 PSO 알고리즘에 의한  $H_\infty$  제어기의 설계를 위해 가중함수를 각각의 변수로 지정한다. 식(3.19)는 설계 파라미터  $x_i$  ( $i = 1 \sim 6$ )를 계수와 상수로 갖는 가중함수를 나타낸다. 이때,  $\tilde{W}_1$ 의 분모

는 제어기 설계 과정에서 전달함수  $M$ 의 분자에 의해 소거되기 때문에 설계 파라미터로 지정하지 않는다.

$$\begin{cases} \tilde{W}_1 = \frac{x_1 s + x_2}{s + 1} \\ W_2 = \frac{x_3 s + x_4}{x_5 s + x_6} \end{cases} \quad (3.19)$$

식 (3.20)은 가중함수  $W_3$ 를 나타낸다. 가중함수  $W_3$ 를 일정하도록 선정함으로써 설계 파라미터의 개수를 줄여 알고리즘의 속도를 향상시켰다. 앞선 3.2장에서 설명한 바와 같이 가중함수  $W_3$ 의 시정수  $\tau$ 는  $P_c$ 와  $\tilde{G}_d$ 의  $\tau$ 와 유사하도록 선정하였다. 또한, 계산의 편의를 위해 DC 게인  $k$ 가 1인 1차 전달함수로 고정하였다.

$$W_3 = \frac{1}{1800s + 1} \quad (3.20)$$

식(3.21)은 식(3.16)에서 정의한 전달함수  $M$ 을 나타낸다. 전달함수  $M$ 은 정상상태오차를 제거하기 위해 도입되었고, 식(3.15)에 의해 분자가 소거되기 때문에 PSO의 설계 파라미터로 선정하지 않고 고정된 값으로 선정하였다.

$$M = \frac{s + 1}{s} \quad (3.21)$$

식(3.19)의 설계 파라미터  $x_i$ 를 PSO 알고리즘으로 구하기 위해서는 적절한 목적함수와 제약조건을 설정할 필요가 있다. 목적함수는 외란에 대한



강인성과 관련된 식(3.13)의 첫 번째 행의  $H_\infty$  놈의 크기를 최소화하기 위해 식(3.22)와 같이  $\gamma$ 를 선정하였다.

$$\min \gamma \{ \gamma \mid \gamma > \| W_1 W_3 S \|_\infty \} \quad (3.22)$$

제약조건은 모델 불확실성에 대한 강인성과 제어기의 성능을 위한 주파수 응답의 크기를 고려하여 선정하였다. 모델 불확실성에 대한 강인성을 고려하기 위해 가중함수  $W_2$ 가 식(3.11)과 식(3.13)의 두 번째 행을 만족하도록 제약조건을 선정하였다. 두 식이 만족된다면 소이득 정리가 항상 성립하기 때문에 모델 불확실성에 대한 강인성이 확보된다.

제약조건은 제어기의 성능에 영향을 미치는  $S$ ,  $KS$ ,  $T$ 의 주파수 응답 크기로 선정하였다. 우수한 명령 추종성과 외란에 대한 강인성을 위해 저주파수 영역에서 감도함수  $S$ 의 크기가 작도록 제약조건을 선정하였고, 제어 입력에서 발생하는 잡음에 대한 강인성을 위해 고주파수 영역에서 전달함수  $KS$ 의 크기가 작도록 제약조건을 선정하였다. 또한, 제어 응답에서 발생하는 잡음에 대한 강인성을 위해 고주파수 영역에서 상보감도함수  $T$ 의 크기가 작도록 제약조건을 선정하였다. 이때 상보감도함수  $T$ 의 크기를 감소시켜야 하는 주파수 영역을 분석하기 위해 FFT(Fast Fourier Transform)를 사용하였다.

Fig. 3.8(a)는 3,000 s 동안 측정된 열전대 온도 센서의 잡음을 보여주고, Fig. 3.8(b)는 (a)의 FFT 분석 결과를 보여준다. FFT 분석 결과는 MATLAB 프로그램을 사용하였으며 코드는 Appendix(A.6)에 기술하였다.

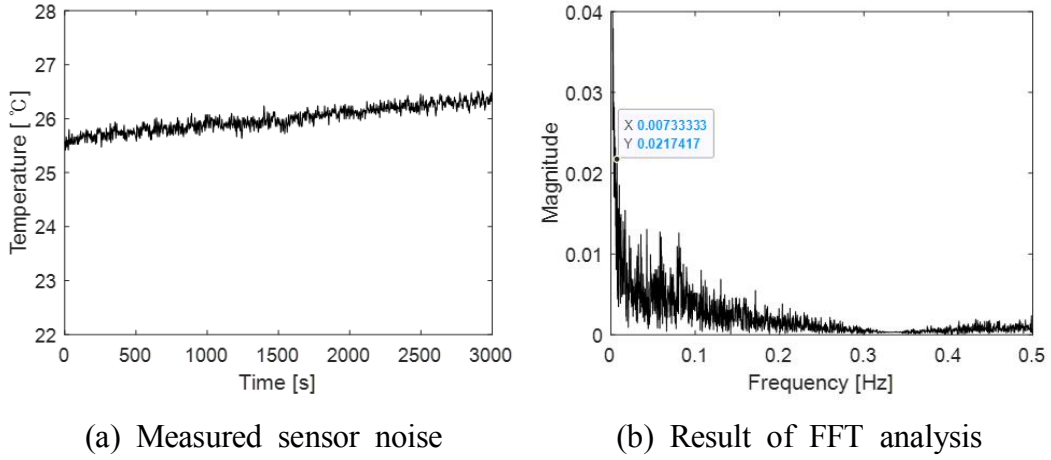


Fig. 3.8 Detected sensor noise and result of FFT analysis.

Fig. 3.8(b)를 보면, 다양한 주파수에서 잡음이 발생하는 것을 확인할 수 있다. 특히, 약 0.3 Hz 이하의 저주파수 영역에서 센서 노이즈가 크게 발생하는 것을 확인하였다. 따라서 약 0.0074 Hz(약 0.0465 rad/s)의 주파수에서 상보감도함수  $T$ 의 크기가 0.2보다 작도록 상보감도함수  $T$ 의 제약조건을 선정하였다. 약 0.0074 Hz 이하의 주파수 영역에서 이보다 작은 크기를 가지게 된다면, 제어 시스템의 속응성과 관련된 차단주파수(cutoff frequency)  $\omega_c$ 가 작아지기 때문에 제어기의 응답 속도가 느려지는 문제점이 발생한다. 이를 방지하기 위해 차단주파수가 임의의 값(0.018 rad/s)를 초과하도록 상보감도함수  $T$ 의 제약조건을 추가로 선정하였다. 위의 제약조건들을 종합적으로 정리하여 Table 3.2로 나타내었다. 구체적인 값은 이전의 시행착오를 통해 설계된 제어기를 바탕으로 선정되었다.

Table 3.2 Constraints for required compressor control performance.

| Control performance    |                   | Constraints                                                                         |
|------------------------|-------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| Robustness             | Disturbance       | $ S(j10^{-5})  < 10^{-4}$                                                           |
|                        | Noise             | $ T(j0.0465)  < 0.2$<br>$ KS(j10^5)  < 10^{-5}$                                     |
|                        | Model uncertainty | $\ W_2 W_3 KS\ _\infty < 1$<br>$\bar{\sigma}\{\Delta_a(j\omega)\} <  W_2(j\omega) $ |
| Improved response time |                   | $\omega_c > 0.018$                                                                  |

Table 3.3은 PSO 알고리즘을 통해 도출된 설계 파라미터를 나타낸다. 각각의 설계 파라미터의 반복성을 확인하기 위해 동일한 목적함수와 제약조건으로 PSO 알고리즘을 총 10회 실행하였다.

Table 3.3 Design parameters derived through PSO algorithm.

| No. | $x_1$  | $x_2$  | $x_3$    | $x_4$   | $x_5$  | $x_6$   | $\gamma$ |
|-----|--------|--------|----------|---------|--------|---------|----------|
| 1   | 0.0146 | 0.0144 | 578.1910 | 9.7172  | 1.8990 | 57.2866 | 0.5091   |
| 2   | 0.0266 | 0.0148 | 547.0040 | 8.4732  | 0.6586 | 50.2549 | 0.5093   |
| 3   | 0.0111 | 0.0144 | 585.1597 | 9.8544  | 1.0000 | 58.0333 | 0.5088   |
| 4   | 0.0500 | 0.0144 | 589.2562 | 9.7957  | 0.7643 | 57.8642 | 0.4972   |
| 5   | 0.0170 | 0.0144 | 599.9906 | 9.9742  | 1.9251 | 58.9105 | 0.5009   |
| 6   | 0.0206 | 0.0144 | 555.2222 | 9.5265  | 0.7978 | 56.0008 | 0.5002   |
| 7   | 0.0291 | 0.0145 | 587.0626 | 10.0000 | 0.8016 | 58.8549 | 0.5233   |
| 8   | 0.0329 | 0.0145 | 591.0963 | 9.9523  | 1.7066 | 58.6295 | 0.5242   |
| 9   | 0.0361 | 0.0137 | 547.0011 | 9.6896  | 1.8603 | 56.1470 | 0.5093   |
| 10  | 0.3550 | 0.0226 | 506.5203 | 8.0264  | 1.4550 | 42.3078 | 0.5093   |

Table 3.3에서 설계 파라미터를 비교해 보면, 각각의 파라미터는 일정한 값으로 수렴하지 않지만 목적함수인  $\gamma$ 는 약 0.51 부근에서 반복적으로 도출되는 것이 확인된다. PSO 알고리즘을 통해 선정된 가중함수로 제어기를 설계하더라도 목적함수는 항상 유사한 값이 도출되므로 PSO 알고리즘의 반복성이 확인된다. 따라서 PSO 알고리즘을 갖는  $H_\infty$  제어기 설계는 반복성을 가짐으로써 타당함이 검증되었다.

식(3.23)은 PSO 알고리즘을 통해 최종적으로 선정된 가중함수이다. 설계 파라미터는 Table 3.3에서  $\gamma$ 의 평균값에 가장 근사한 값인 No. 1의 데이터를 선정하였다.

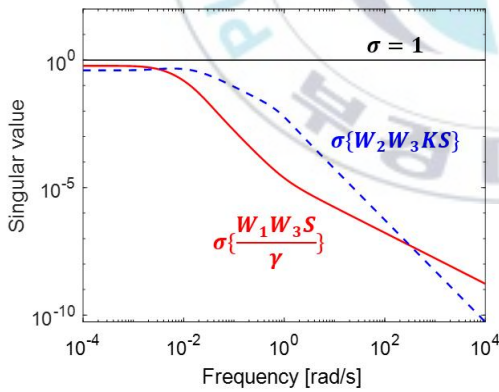
$$\begin{cases} \tilde{W}_1 = \frac{0.0146s + 0.0144}{s + 1} \\ W_2 = \frac{578.191s + 9.7172}{1.899s + 57.2866} \end{cases} \quad (3.23)$$

식(3.24)는 식(3.23)의 가중함수와 압축기 전달함수  $P_c$ 로 구성된 일반화 제어대상  $G_c$ 를 나타낸다. 일반화 제어대상의 구성은 Appendix(A.7)에 상세히 기술하였다. 식(3.25)는 식(3.24)의 일반화 제어대상을 사용하여 설계된 압축기 제어기  $K_c$ 를 나타낸다. 이때, MATLAB에서  $\gamma$ -iteration이 사용되었으며, 반복계수  $\gamma$ 는 0.5091이다. 상세한 MATLAB 프로그램의 m-file은 Appendix(A.8)에 기술하였다.

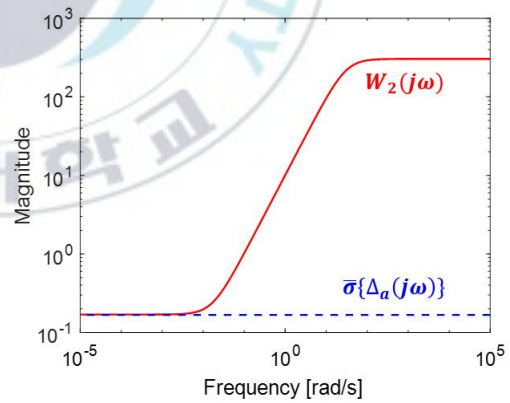
$$G_c = \begin{bmatrix} -1.00 & 0 & 2.26 \times 10^{-4} & 0.014 & 3.43 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -30.17 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 95.81 \\ 0 & 0 & -5.95 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.016 \\ 0 & 0 & 0.016 & 0 & 0.024 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5.88 \times 10^{-4} & 0.024 & 0 & 0 \\ -0.014 & 0 & 2.34 \times 10^{-4} & 0.015 & 3.54 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -95.81 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 304.47 \\ 0 & 0 & 0.016 & 1.00 & 0.024 & 0 & 1.0 \times 10^{-3} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$K_c = \begin{bmatrix} -2.27 & -1.17 & -0.32 & -0.017 & -1.95 \times 10^{-4} & 0 & 0.90 \\ 1.64 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.66 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.049 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0054 & 0 & 0 \\ -0.033 & -0.66 & -1.00 & -0.75 & -0.049 & -0.0044 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Fig. 3.9는 설계된 제어기가 혼합감도 문제인 식(3.13)과  $W_2$ 의 조건인 식(3.11)을 만족하는지 확인하기 위한 각각의 주파수 응답을 나타낸다. Fig. 3.9(a)에서 실선과 점선 모두 1보다 작은 값을 가지므로 식(3.13)을 만족함이 확인된다. 또한, Fig. 3.9(b)에서  $W_2$ 의 주파수 응답 크기가  $\Delta_a$ 의 최대 특이값보다 크기 때문에 식(3.11)을 만족함이 확인된다. 따라서 오일 출구 온도  $t_o$ 를 제어하기 위한 압축기의 제어기  $K_c$ 가 적절히 설계되었음을 확인할 수 있다.



(a) Singular values of mixed sensitivity problem



(b) Frequency response of  $W_2$

Fig. 3.9 Check the fit of the designed  $H_\infty$  controller to control  $t_o$ .

### 3.5 PSO에 의한 EEV $H_\infty$ 제어기의 가중함수 설계

EEV를 대상으로 PSO 알고리즘에 의한  $H_\infty$  제어기( $K_e$ )의 설계 방식은 3.4절에서 압축기를 대상으로 설계한 제어기  $K_c$ 와 동일한 방식으로 진행된다. 다만, 제어대상의 전달함수가 다르므로 일반화 제어대상과 가중함수를 다르게 선정하였다. EEV의 덧셈형 모델링 오차  $\Delta_e$ 는 제어대상  $P_e$ 의 특성 파라미터인  $\tau$ 와  $k$ 를 각각 최대 30% 범위에서 변동하는 것으로 가정하였다.

식(3.26)은 EEV 제어기 설계를 위한 혼합감도 문제를 나타내고, Fig. 3.10은 이를 도식화한 것이다. Fig. 3.6에서는 과도 구간이 길다는 점을 고려하여 입력벡터인  $w$ 가 인가되는 부분에 가중함수  $W_3$ 를 추가하였지만, EEV 전달함수  $P_e$ 는 압축기 전달함수  $P_c$ 에 비해 상대적응수가 작아 과도 구간이 짧으므로 가중함수를 추가하지 않았다.

$$\left\| \begin{array}{c} \frac{1}{\gamma} W_4 S \\ W_5 K S \end{array} \right\|_\infty < 1 \quad (3.26)$$

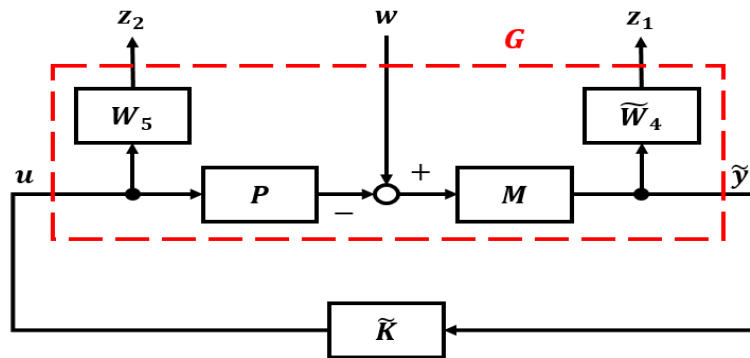


Fig. 3.10 Generalized plant for designing  $H_\infty$  controller to control  $t_s$ .



식(3.26)의 가중함수  $W_4$ 와  $W_5$ 를 PSO 알고리즘으로 선정하기 위해 목적함수와 제약조건의 설정이 필요하다. 이때, 목적함수는 식(3.27)로, 제약조건은 Table 3.5와 같이 선정하였다. 과열도  $t_s$ 는 보조 제어량이기 때문에 엄밀한 제약조건을 설정하지 않았다.

$$\min \gamma \{ \gamma \mid \gamma > \| W_4 S \|_\infty \} \quad (3.27)$$

Table 3.4 Constraints for required EEV control performance.

| Control performance |                   | Constraints                                                                       |
|---------------------|-------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| Robustness          | Disturbance       | $ S(j10^{-5})  < 10^{-5}$                                                         |
|                     | Noise             | $ T(j0.0465)  < 0.005$<br>$ KS(j10^5)  < 10^{-5}$                                 |
|                     | Model uncertainty | $\  W_5 KS \ _\infty < 1$<br>$\bar{\sigma}\{\Delta_e(j\omega)\} <  W_5(j\omega) $ |

식(3.28)은 위의 목적함수와 제약조건으로 실행된 PSO 알고리즘을 통해 최종적으로 선정된 가중함수를 나타낸다.

$$\begin{cases} \widetilde{W}_4 = \frac{0.038s + 0.007}{s + 1} \\ W_5 = \frac{48.509s + 0.760}{26.990s + 38.912} \end{cases} \quad (3.28)$$

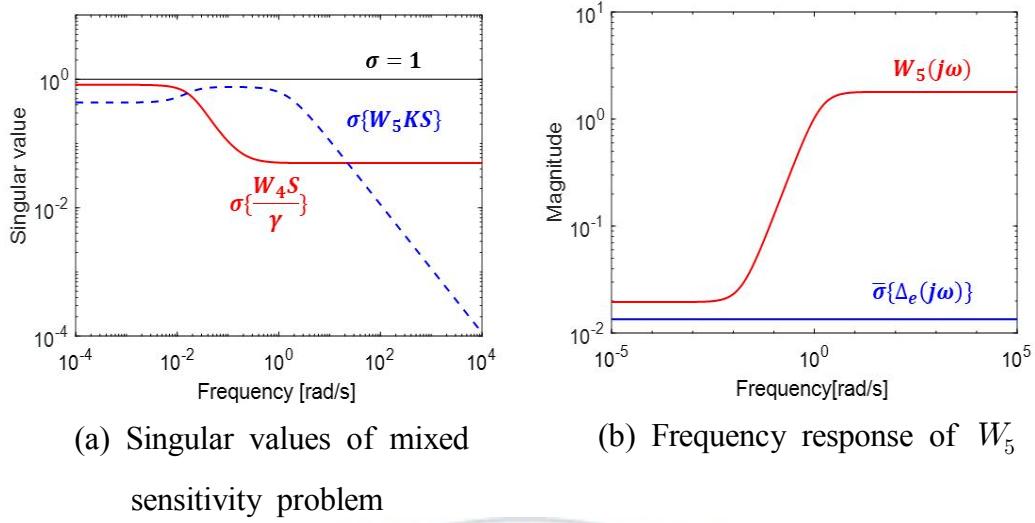
식(3.29)는 식(3.28)의 가중함수와 EEV 전달함수  $P_e$ 로 구성된 일반화 제어대상  $G_e$ 를 나타내고, 식(3.30)은  $G_e$ 를 통해 설계된 EEV 제어기  $K_e$ 이다.

이때, 반복계수  $\gamma$ 는 0.7656이다. 상세한 MATLAB 프로그램의 m-file은 Appendix(A.9)에 기술하였다.

$$G_e = \begin{bmatrix} -0.015 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.026 \\ 0.026 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.005 & 0.18 & -1.00 & 0 & 0.18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1.44 & 0 & 0 & 1.60 \\ 9.85 \times 10^{-4} & 0.038 & -0.18 & 0 & 0.038 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1.60 & 0 & 0 & 1.80 \\ 0.026 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1.00 \times 10^{-3} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$K_e = \begin{bmatrix} -3.50 & -1.80 & -0.64 & -0.039 & 0 & 1.28 \\ 2.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.13 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.55 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.091 & 0 & 0 \\ -0.49 & -0.75 & -0.76 & -0.53 & -0.084 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Fig. 3.11은 설계된 제어기  $K_e$ 가 혼합감도 문제인 식(3.26)을 만족하고,  $W_5$ 가 덧셈형 모델링 오차  $\Delta_e$ 의 최대 특이값보다 큰 주파수 응답을 갖는지를 확인하기 위한 주파수 응답을 나타낸다. Fig. 3.11(a)에서 실선과 점선 모두 1보다 작은 값을 가지므로 식(3.26)을 만족함이 확인된다. 또한, Fig. 3.11(b)에서  $W_5$ 의 주파수 응답 크기가  $\Delta_e$ 의 최대 특이값보다 커야 한다는 조건을 만족함이 확인된다. 따라서 과열도  $t_s$ 를 제어하기 위한 EEV 제어기  $K_e$ 가 적절히 설계되었음을 확인할 수 있다.

Fig. 3.11 Check the fit of the designed  $H_\infty$  controller to control  $t_s$ .

하지만 식(3.25)와 (3.30)의  $H_\infty$  제어기는 지령값이 크게 변동될 때, 정상 상태오차를 제거하기 위해 도입된 적분기에 의해 적분 누적이 발생하여 과도한 언더슈트가 발생하는 문제점이 있었다. 따라서 이를 방지하기 위해 Anti-windup 제어기를 추가로 설계하였고, Anti-windup 게인은 1로 선정하였다.

## 제4장 시뮬레이션 결과 및 고찰

### 4.1 OCS 시뮬레이션의 조건과 MATLAB 프로그램

3장에서 설계된  $H_\infty$  제어기  $K_c$ 와  $K_e$ 의 OCS 온도제어 성능을 검증하기 위한 시뮬레이션을 진행한다. 시뮬레이션은 지령값 및 열부하 변동의 조건 하에서 진행된다. 초기 시뮬레이션 조건은 전기히터에 정격 열부하 1.68 kW를 인가하고  $t_o = 30^\circ\text{C}$ ,  $t_s = 7^\circ\text{C}$ 로 설정하였다. 지령값 변동은 1,000 s 시점에서  $t_o = 25^\circ\text{C}$ 로 변경하였고, 열부하 변동은 4,000 s 시점에 정격 열부하의 약 10%를 증가시킨 1.84 kW를 인가하였고, 6,000 s 시점에 정격 열부하의 약 10%를 감소시킨 1.51 kW를 인가하였다. 과열도는 전 제어 구간에 걸쳐  $t_s = 7^\circ\text{C}$ 를 유지하도록 하였다. 실험 조건도 동일하게 진행되며, 이를 정리하면 Table 4.1과 같다.

Table 4.1 Simulations and experiments conditions.

| time [s]  | 1,000                | 4,000                             | 6,000                             |
|-----------|----------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| Variation | $t_o$<br>30°C → 25°C | Thermal load<br>1.68 kW → 1.81 kW | Thermal load<br>1.84 kW → 1.51 kW |

Fig. 4.1은  $H_\infty$  제어기의 MATLAB/Simulink 시뮬레이션 프로그램을 나타낸다. OCS 제어 시스템은 두 개의 제어 입력인  $f$ 와  $v$ , 두 개의 출력인 오일 출구 온도  $t_o$ 와 과열도  $t_s$ 가 있는 dual-SISO 형태이다. Fig. 4.1의 상단 부인 오일 출구 온도제어 시스템에서 네모상자에 쓰여진 숫자 ‘30’과 ‘44.5’는 각각  $t_o$ 의 초기값인 30°C와 이를 유지하기 위한 인버터 주파수  $f$ 의 값을 나타낸다. 이와 동일하게, 하단부인 과열도 제어 시스템의 네모상

자에 적힌 숫자 ‘7’과 ‘1,080’은 각각  $t_s$ 의 초기값  $7^\circ\text{C}$ 와 이를 유지하기 위한 EEV 개도 지령  $v$ 의 값을 나타낸다. 이러한 제어 입력의 값은 전달함수 모델링 과정에서 도출되었다. 특히 시뮬레이션에서는 실험용 프로그램과는 달리 간섭항 및 외란의 전달함수가 포함되어 있음에 유의할 필요가 있다.

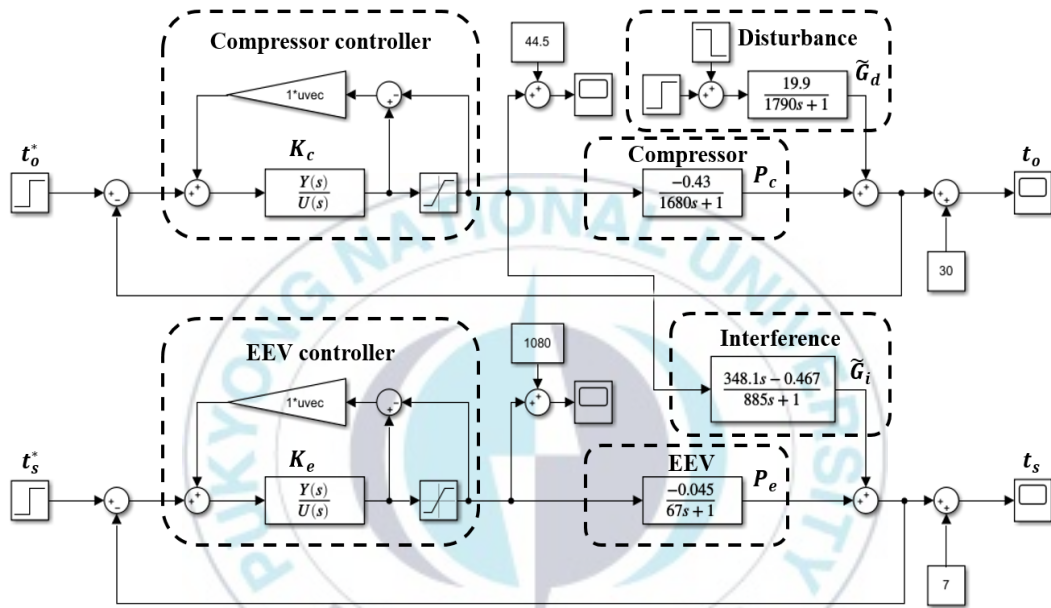


Fig. 4.1 MATLAB/Simulink program for simulation of  $H_\infty$  controller.

## 4.2 강인성 비교 평가를 위한 PI 제어기 설계

설계된  $H_\infty$  제어기의 성능을 비교 평가하기 위해 PI 제어기를 설계한다. 본 연구에서는  $H_\infty$  제어기와 PI 제어기의 성능을 시뮬레이션과 실험을 통해 비교한다. 하지만, 이는 엄격한 정량적 비교 평가를 수행하여 상대적인 우월성을 평가하기보다는 제안된  $H_\infty$  제어기의 강력한 제어 성능을 강조하기 위함이다.

PI 제어기는 지령값 변동 시의 정착시간과 언더슈트가  $H_\infty$  제어기와 유

사하도록 설계함으로써 PI 제어기의 지령값 응답 성능이 상대적으로 열등하지 않도록 하였고, 두 제어기의 비교는 열부하 변동에 대한 제어 강인성을 집중적으로 분석하였다. PI 제어기의 계인은 PSO 알고리즘을 사용하여 선정하였다. 이때, 목적함수는 ITAE(Integral of Time weighted Absolute Error)를 사용하였고, 제약조건으로 지령값이 변동 시의 정착시간을 사용하였다. 최종적으로 압축기와 EEV를 대상으로 설계된 PI 제어기의 계인은 Table 4.2와 같다. 또한,  $H_\infty$  제어기와 마찬가지로 I 계인의 적분 누적으로 인한 언더슈트를 방지하기 위해 Anti-windup 제어기를 설계하였다. 상세한 MATLAB 프로그램의 m-file은 Appendix(A.10)에 기술하였다.

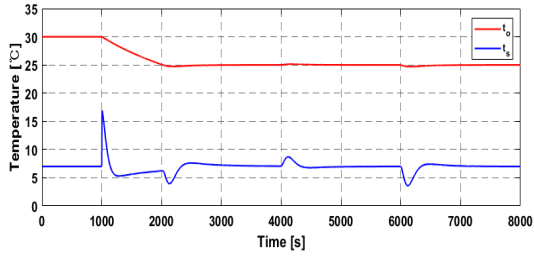
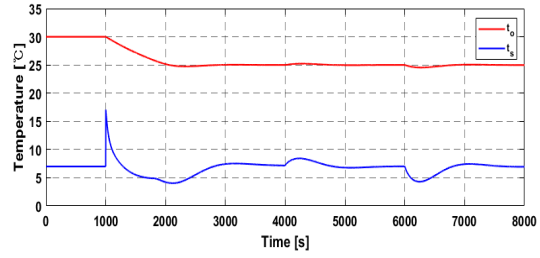
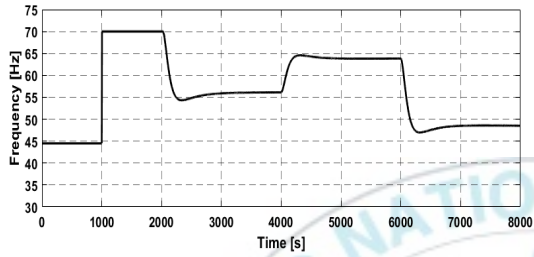
Table 4.2 PI controllers' gain for comparison of control performance.

| Plant            | Compressor | EEV    |
|------------------|------------|--------|
| P gain           | -15.54     | -19.02 |
| I gain           | -0.077     | -0.094 |
| Anti-windup gain | -7.77      | -9.51  |

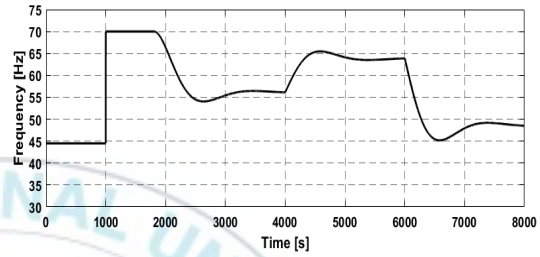
### 4.3 시뮬레이션 결과 비교 및 평가

Fig. 4.2와 Fig. 4.3은  $H_\infty$  제어기와 PI 제어기의 지령값 및 열부하 변동 시의 시뮬레이션 결과를 각각 나타낸다. Fig. 4.2와 4.3에서 (a)는 오일 출구 온도  $t_o$ 와 과열도  $t_s$ 의 응답을 나타내고, (b)는  $t_o$ 의 제어 입력  $f$ 를 나타내고, (c)는  $t_s$ 의 제어 입력  $v$ 를 나타낸다. 이때, 제어 주기(sampling time)는 1 s로 하였다.

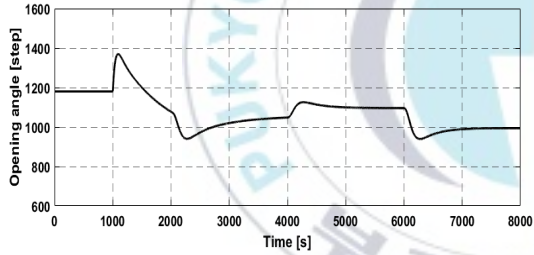


(a) Responses of  $t_o$  and  $t_s$ (a) Responses of  $t_o$  and  $t_s$ 

(b) Inverter frequency command

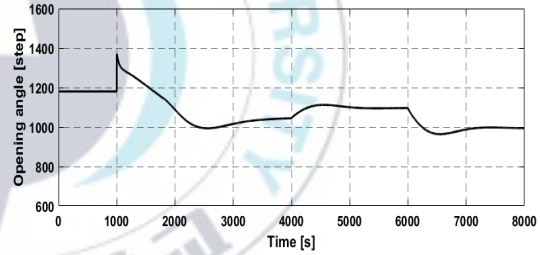


(b) Inverter frequency command



(c) EEV-opening angle command

Fig. 4.2 Simulation results for

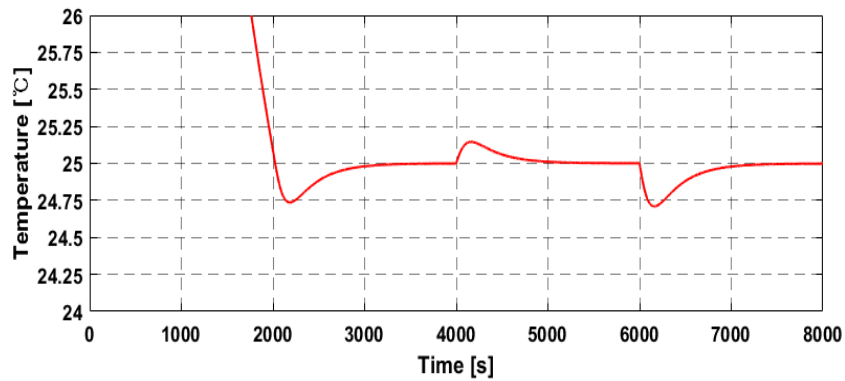
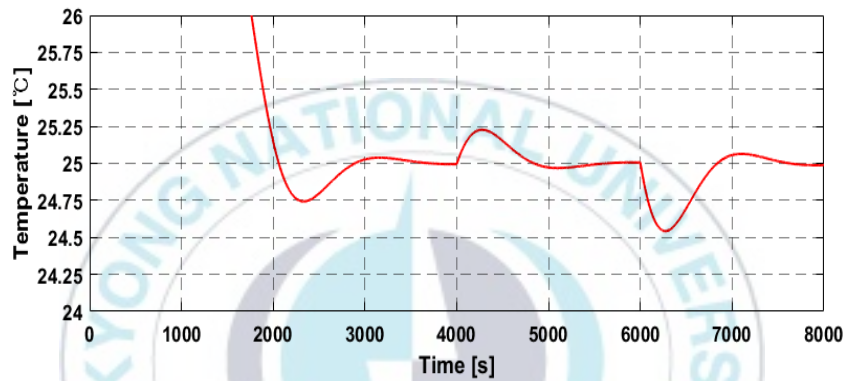
 $H_\infty$  controller.

(c) EEV-opening angle command

Fig. 4.3 Simulation results for

PI controller.

$H_\infty$  제어기와 PI 제어기의 시뮬레이션 결과를 비교한 결과, 제어 응답과 제어 입력의 거동이 유사함을 알 수 있다. Fig. 4.4는 주 제어량인  $t_o$ 의 상세한 비교를 위해 Fig. 4.2(a)와 Fig. 4.3(a)를 확대한 것이다.

(a) Magnification of the simulation result for  $H_{\infty}$  controller

(b) Magnification of the simulation result for PI controller

Fig. 4.4 Magnification of simulation results for detailed comparison.

Fig. 4.4에서 지령값 변동 시의 응답에 대해서 분석하면, 정착시간은 두 제어기 각각 약 1,740 s와 1,765 s로 유사하고, 동일하게 약 0.25°C의 언더슈트가 발생하기 때문에 PI 제어기는 설계 의도와 일치하게 설계되었음을 확인할 수 있다. 외란에 대한 제어 강인성은 열부하 증가와 감소 시의 두 제어기의 응답 비교로 확인하였다. Table 4.3은 열부하 증·감 시,  $H_{\infty}$  제어기와 PI 제어기의 시뮬레이션 결과값을 나타낸다.  $H_{\infty}$  제어기는 정착시간이 각각 약 550 s와 750 s이고, 최대 온도 변동량은 각각 약 0.15°C와 0.29°C이다. 반면에 PI 제어기는 정착시간이 각각 약 700 s와 1,250 s이고, 최대 온도 변동량은 각각 약 0.23°C와 0.46°C이다. 이때, 정착시간은 허용

오차 범위  $\pm 0.05^{\circ}\text{C}$ 를 기준으로 측정하였다. 이러한 시뮬레이션 결과를 통해  $H_{\infty}$  제어기는 PI 제어기보다 정착시간이 짧고 최대 온도 변동량도 더 작기 때문에 외란인 열부하 변동에 더 강인함을 확인할 수 있다.

Table 4.3 Comparison of simulation results.

| Controller   | Increasing thermal load |                                 | Decreasing thermal load |                                 |
|--------------|-------------------------|---------------------------------|-------------------------|---------------------------------|
|              | Settling time           | Maximum temperature fluctuation | Settling time           | Maximum temperature fluctuation |
| $H_{\infty}$ | 550 s                   | $0.15^{\circ}\text{C}$          | 750 s                   | $0.29^{\circ}\text{C}$          |
| PI           | 700 s                   | $0.23^{\circ}\text{C}$          | 1,250 s                 | $0.46^{\circ}\text{C}$          |

## 제5장 실험 결과 및 고찰

### 5.1 실험 장치 및 실험 결과

실험은 Table 2.1의 사양을 갖는 OCS시스템을 대상으로 진행되었다. Fig. 5.1은 실제 장치 사진을 나타낸다. 제어장치로는 PXIe 장치를 사용했으며, MATLAB/Simulink 프로그램을 사용하였다. 또한, 오일 출구 온도와 과열도의 온도 측정은 K-type 열전대를 사용하였다.

실험 조건은 4.1장에서 설명한 시뮬레이션 조건과 동일한 조건에서 진행되었다. 다만, 초기 조건을 맞추기 위해 일정 시간 가동한 뒤에 실험을 진행하였다.

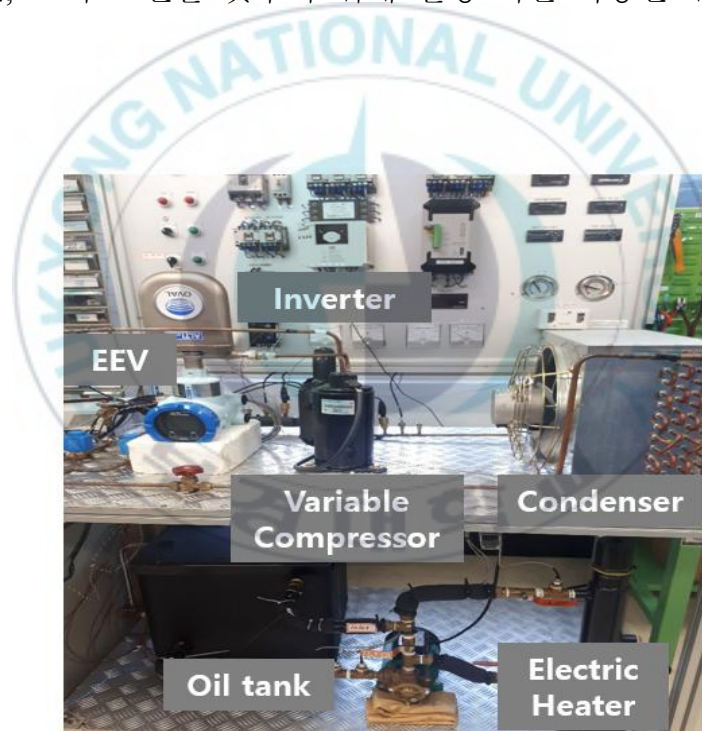


Fig. 5.1 Temperature controlled experimental apparatus.

Fig. 5.2와 Fig. 5.3은 각각 실험에 사용된  $H_{\infty}$  제어기와 PI 제어기의 MATLAB/Simulink 프로그램을 나타낸다. 이때 데이터를 처리를 위한 moving average 값은 오일 출구 온도의 경우는 3, 과열도의 경우는 6으로 설정하

였다.

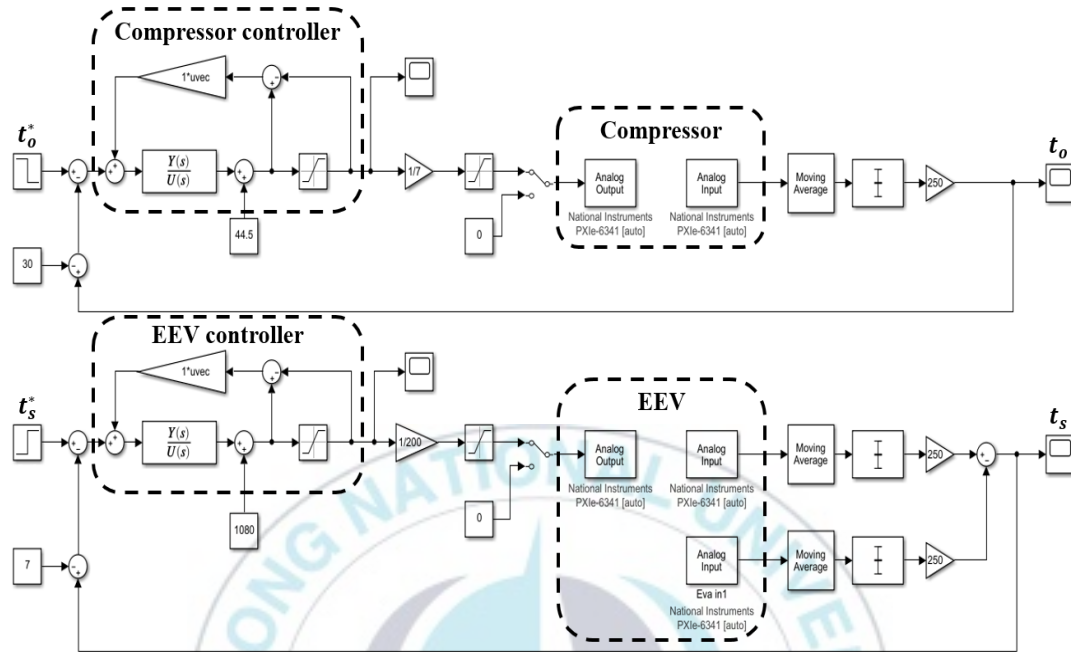


Fig. 5.2 MATLAB/Simulink program for experiment of  $H_{\infty}$  controller.

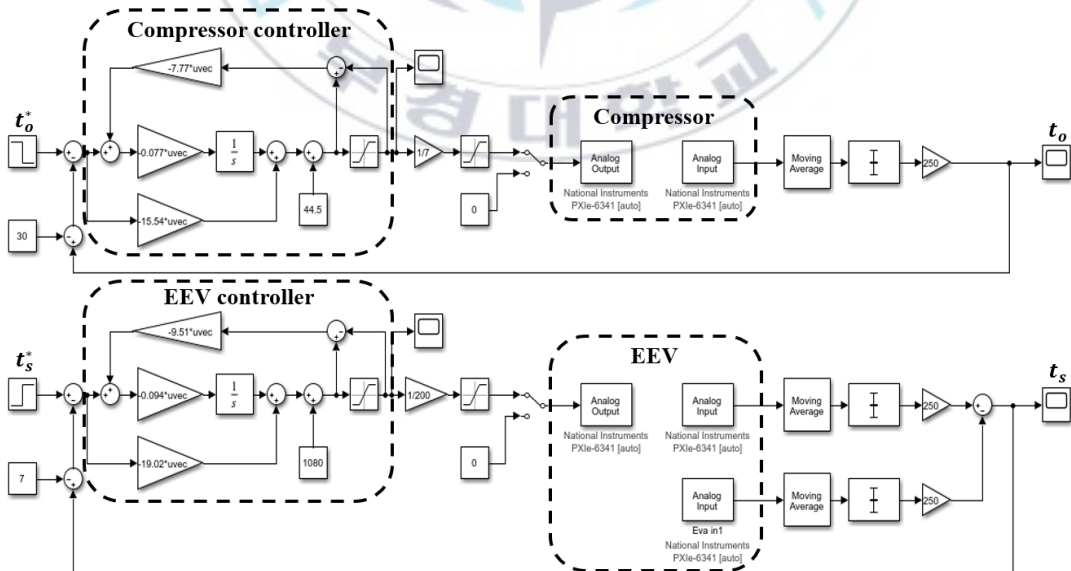
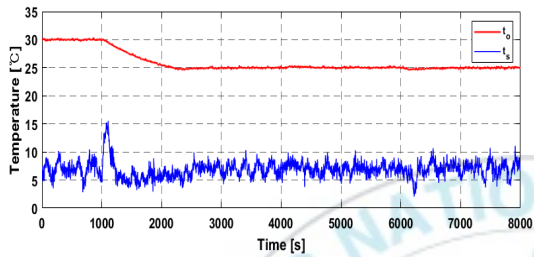
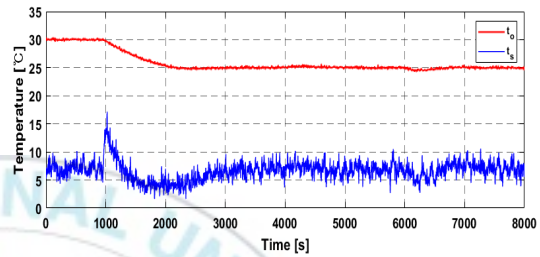


Fig. 5.3 MATLAB/Simulink program for experiment of PI controller.

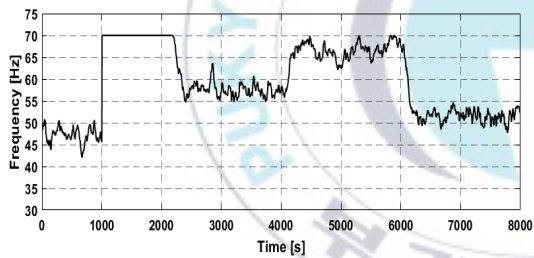
Fig. 5.4와 Fig 5.5는  $H_\infty$  제어기와 PI 제어기의 지령값 및 열부하 변동시의 실험 결과를 각각 나타낸다. 그림에서 (a)는 오일 출구 온도  $t_o$ 와 과열도  $t_s$ 의 응답을 나타내고, (b)는  $t_o$ 의 제어 입력  $f$ 를 나타내고, (c)는  $t_s$ 의 제어 입력  $v$ 를 나타낸다. 이때, 제어 주기(sampling time)는 1 s로 하였다.



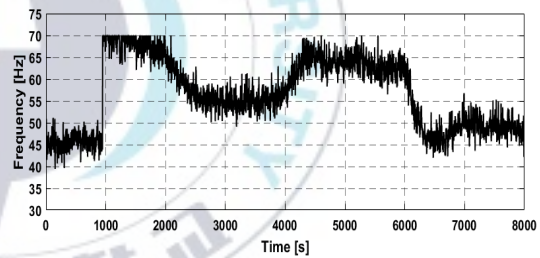
(a) Responses of  $t_o$  and  $t_s$



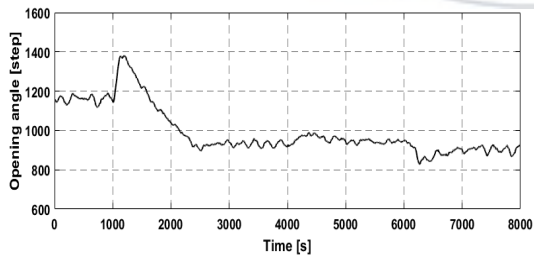
(a) Responses of  $t_o$  and  $t_s$



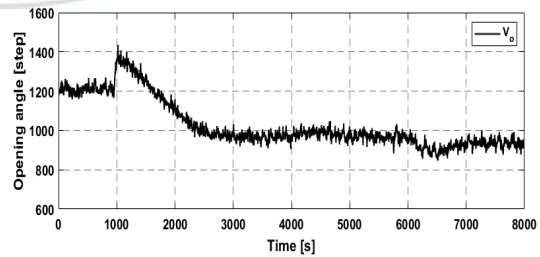
(b) Inverter frequency command



(b) Inverter frequency command



(c) EEV-opening angle command  
Fig. 5.4 Experimental results for  
 $H_\infty$  controller.



(c) EEV-opening angle command  
Fig. 5.5 Experimental results for  
PI controller.

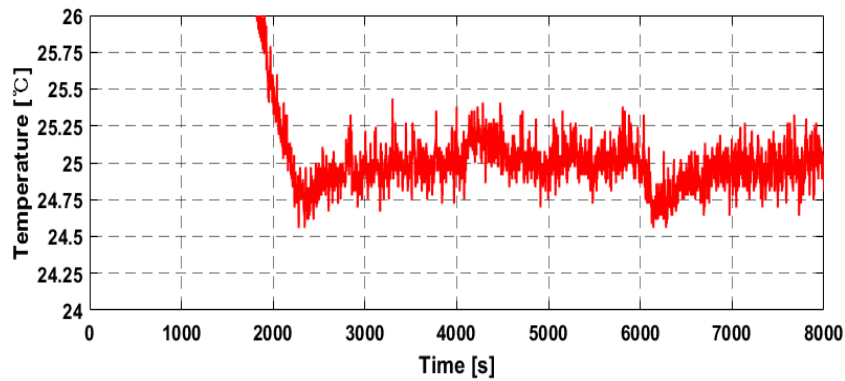
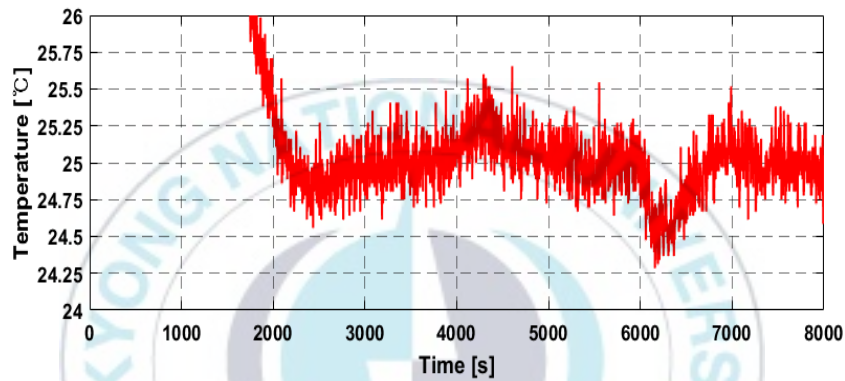


우선 두 제어기의 실험 결과들은 대응하는 Fig. 4.2와 Fig. 4.3의 시뮬레이션 결과와 거의 일치한다. 이는 제어기가 비선형 시스템에 대한 선형 근사화 모델을 기반으로 설계되었음에도 제어 응답이 지령값에 정상상태 오차 없이 엄밀히 추종하므로 설계된 제어기의 타당성을 보여준다.

위 실험 결과를 비교하면,  $H_\infty$  제어기는 PI 제어기보다 외란과 잡음, 모델 불확실성에 대해 더 강인함을 확인할 수 있다.  $H_\infty$  제어기의 강인성을 상세히 비교 분석하기 위해 각각의 강인성에 대해 추가적인 고찰을 진행한다.

## 5.2 외란에 대한 강인성 고찰

Fig. 5.6은  $H_\infty$  제어기와 PI 제어기의 외란에 대한 강인성 비교를 위해 Fig. 5.4(a)와 Fig. 5.5(a)에서 주 제어량인  $t_o$ 를 확대한 것이다.

(a) Magnification of the simulation result for  $H_{\infty}$  controller

(b) Magnification of the experimental result for PI controller

Fig. 5.6 Experimental results for detailed comparison about disturbance.

Fig. 5.6에서 지령값 변동 시에 대해서 분석하면, 정착시간은 두 제어기 모두 약 1,800 s로 유사하고, 언더슈트도 약  $0.25^{\circ}\text{C}$ 로 동일하게 발생하였다. Tabel 5.1은 열부하 증감 시,  $H_{\infty}$  제어기와 PI 제어기의 실험 결과값을 나타낸다. 열부하 증·감 시,  $H_{\infty}$  제어기는 정착시간이 각각 약 550 s와 800 s이고, 최대 온도 변동량은 각각 약  $0.15^{\circ}\text{C}$ 와  $0.30^{\circ}\text{C}$ 이다. 반면에 PI 제어기는 정착시간이 각각 약 700 s와 1,050 s이고, 최대 온도 변동량은 각각 약  $0.2^{\circ}\text{C}$ 와  $0.45^{\circ}\text{C}$ 이다. 따라서  $H_{\infty}$  제어기는 PI 제어기보다 정착시간이 더 짧고 최대 온도 변동량도 더 작기 때문에 외란인 열부하 변동에 더 강인함을 확인할 수 있다.

Table 5.1 Comparison of experimental results.

| Controller | Increasing thermal load |                                 | Decreasing thermal load |                                 |
|------------|-------------------------|---------------------------------|-------------------------|---------------------------------|
|            | Settling time           | Maximum temperature fluctuation | Settling time           | Maximum temperature fluctuation |
| $H_\infty$ | 550 s                   | 0.15°C                          | 800 s                   | 0.30°C                          |
| PI         | 700 s                   | 0.20°C                          | 1,050 s                 | 0.45°C                          |

추가로 외란이 제어 응답에 미치는 영향을 나타내는 감도함수  $S$ 의 크기를 통해  $H_\infty$  제어기의 외란에 대한 강인성을 검증한다. Fig. 5.7은  $H_\infty$  제어기와 PI 제어기의 감도함수  $S$ 의 주파수 응답을 각각 나타낸다.

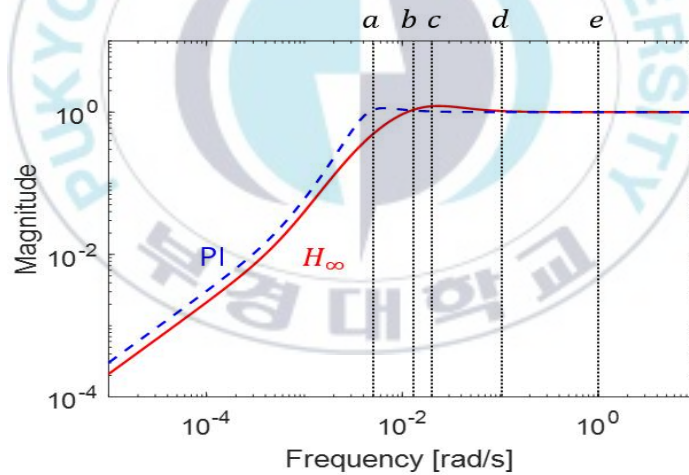
Fig. 5.7 Comparison frequency response of sensitivity function  $S$ .

Fig. 5.7에서  $H_\infty$  제어기와 PI 제어기의 감도함수 주파수 응답은 그 크기에 따라 세 구간으로 구분된다. 즉,  $H_\infty$  제어기가 PI 제어기보다 감도함수  $S$ 의 크기가 작은 지점인  $\omega \leq b$ , PI 제어기가  $H_\infty$  제어기보다 감도함수  $S$

의 크기가 작은 지점인  $b < \omega \leq d$ , 두 제어기의 감도함수  $S$ 의 크기가 유사한  $d < \omega$ 로 나뉜다. 이때  $b$ 점이 0.013 rad/s,  $d$ 점이 0.1 rad/s이다.

Fig. 5.8은 감도함수  $S$ 의 크기에 따른 외란의 영향을 분석하여 외란에 대한 강인성을 검증하기 위한 시뮬레이션 결과이다. 시뮬레이션은 Fig. 5.7의  $a$ ,  $c$ ,  $e$ 점의 주파수를 가지며 진폭이 0.1인  $\sin$ 파 외란을 인가할 때의 제어 응답을 각각 비교한다. 이때,  $a$ 점은  $\omega \leq b$  구간의 0.006 rad/s,  $c$ 점은  $b < \omega \leq d$  구간의 0.02 rad/s,  $e$ 점은  $d < \omega$  구간의 1 rad/s이다. 시뮬레이션에서 오일 출구 온도는 25°C로 일정하게 유지시켰다.



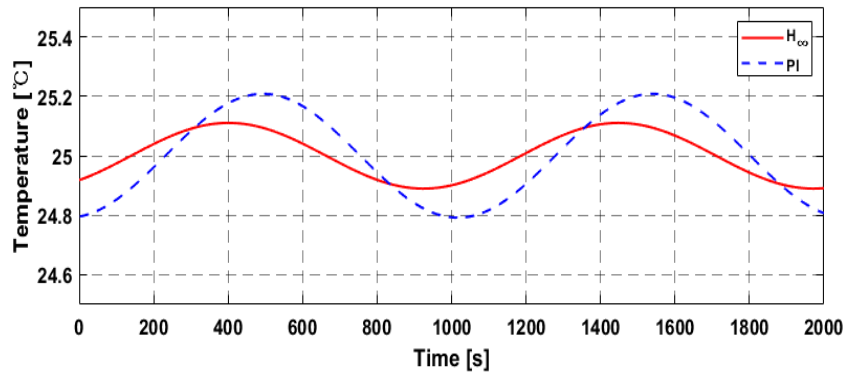
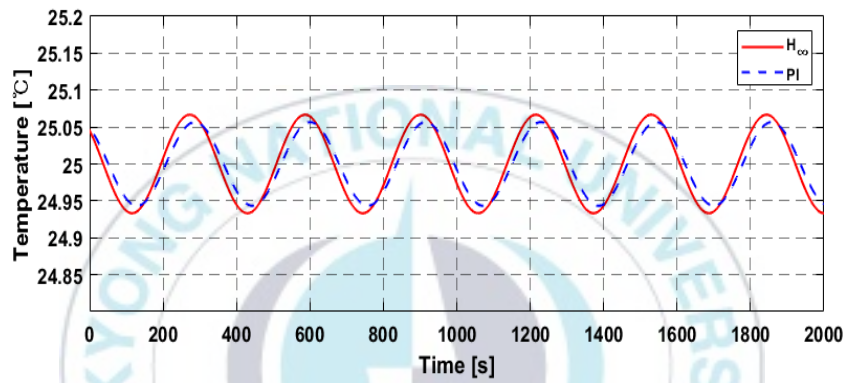
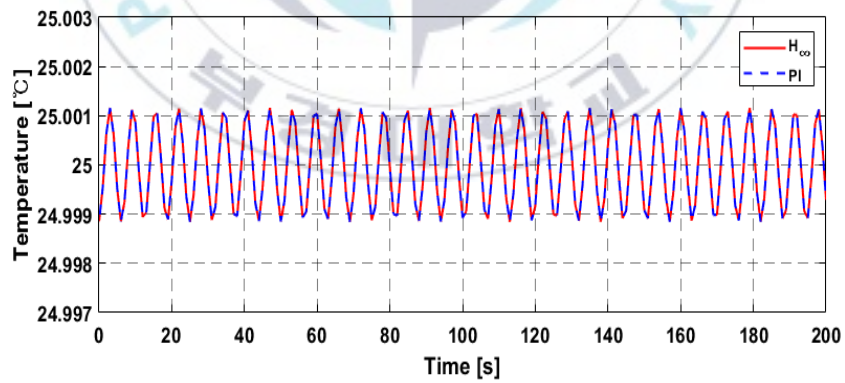
(a) Applying frequency disturbance at point  $a$ (b) Applying frequency disturbance at point  $c$ (c) Applying frequency disturbance at point  $e$ 

Fig. 5.8 Robustness analysis for disturbance through simulation.

Fig. 5.8(a)에서는  $H_{\infty}$  제어기가 PI 제어기보다 외란의 영향이 더 작게

발생하는 것이 확인된다. Fig. 5.8(b)에서는 PI 제어기가  $H_{\infty}$  제어기보다 외란의 영향이 더 작게 발생하는 것이 확인된다. 또한, Fig. 5.8(c)에서는 두 제어기에 발생하는 외란의 영향이 매우 유사한 것이 확인된다. 결국 외란의 영향은 Fig. 5.7에서 감도함수  $S$ 의 크기가 상대적으로 더 작은 제어기 쪽이 더 작게 나타남을 알 수 있다. 특히 외란이 저주파수 영역에서 주로 발생하는 것을 고려하면,  $H_{\infty}$  제어기는 PI 제어기 보다 저주파수 영역에서 감도함수  $S$ 의 크기가 작기 때문에 외란에 대해 강인함을 실험 결과와 시뮬레이션 결과를 통해 확인할 수 있다. 따라서 본 논문에서 설계한  $H_{\infty}$  제어기의 외란에 대한 강인성이 검증된다.

### 5.3 잡음에 대한 강인성 고찰

시뮬레이션 결과와 달리 실험 결과인 Fig. 5.4와 Fig. 5.5에서는 제어 응답과 제어 입력에 미소한 변동(fluctuation)이 나타난다. 이는 열전대 온도 센서에서 발생하는 잡음에 의한 영향으로 분석된다. 두 결과를 비교해 보면,  $H_{\infty}$  제어기가 PI 제어기보다 변동이 작음을 확인할 수 있다. 이를 분석하기 위해 잡음이 제어 응답에 미치는 영향을 나타내는 상보감도함수  $T$ 와 제어 입력에 미치는 영향을 나타내는 전달함수  $KS$ 를 통해  $H_{\infty}$  제어기의 잡음에 대한 강인성을 검증한다.

Fig. 5.9는  $H_{\infty}$  제어기와 PI 제어기의 상보감도함수  $T$ 의 주파수 응답을 각각 나타낸다.



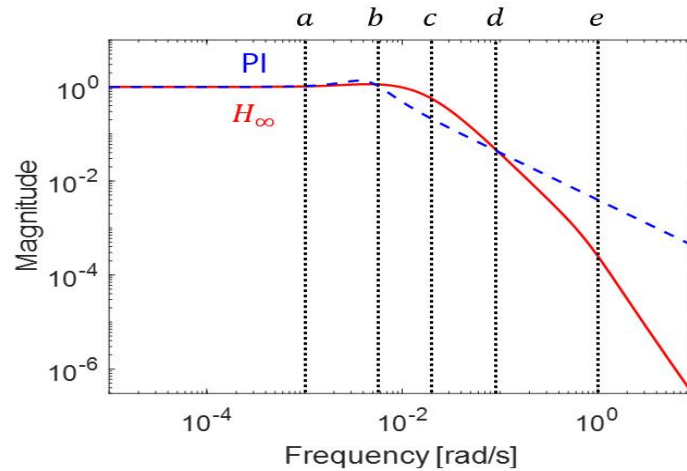
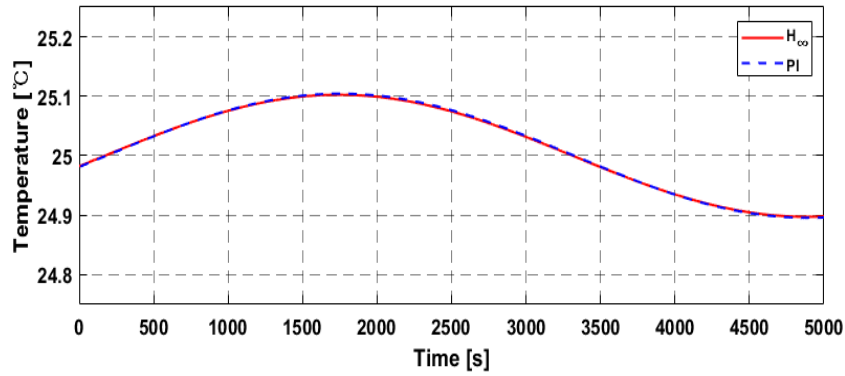


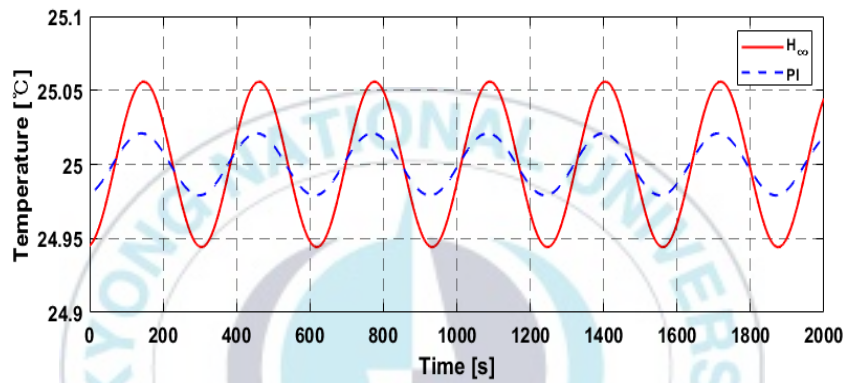
Fig. 5.9 Comparison frequency response of complementary sensitivity function  $T$ .

Fig. 5.9에서 상보감도함수의 주파수 응답은 그 크기에 따라 세 구간으로 구분된다. 즉,  $H_\infty$  제어기와 PI 제어기의 상보감도함수  $T$ 의 크기가 유사한 지점인  $\omega \leq b$ , PI 제어기가  $H_\infty$  제어기보다 상보감도함수  $T$ 의 크기가 작은 지점인  $b < \omega \leq d$ ,  $H_\infty$  제어기가 PI 제어기보다 상보감도함수  $T$ 의 크기가 작은 지점인  $d < \omega$ 로 나뉜다. 이때  $b$ 점이 0.005 rad/s,  $d$ 점이 0.09 rad/s이다. 또한  $a$ 점은  $\omega \leq b$  구간인 0.001 rad/s,  $c$ 점은  $b < \omega \leq d$  구간인 0.02 rad/s,  $e$ 점은  $d < \omega$  구간인 1 rad/s이다.

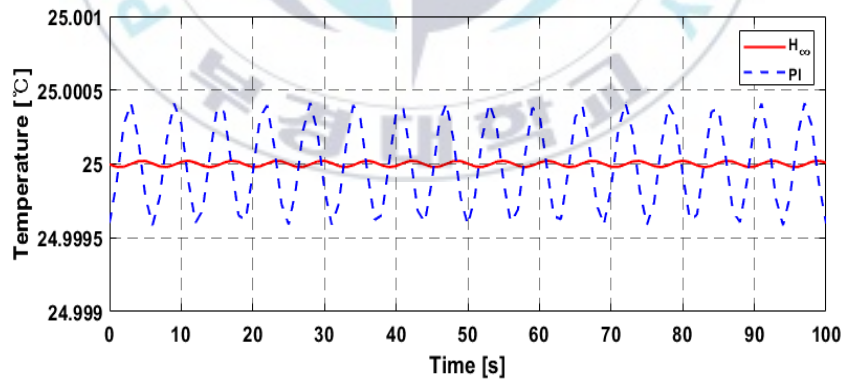
잡음이 제어 응답에 미치는 영향과 상보감도함수  $T$ 의 크기의 상관관계를 확인하고,  $H_\infty$  제어기의 잡음에 대한 강인성을 검증하기 위해 시뮬레이션을 진행한다. 시뮬레이션은  $a$ ,  $c$ ,  $e$ 점의 주파수를 가지며 진폭이 0.1인 sin과 잡음을 인가할 때의 제어 응답을 각각 비교한다. 이때 시뮬레이션에서 오일 출구 온도는 25°C로 일정하게 유지시켰다. Fig. 5.10은 각각의 시뮬레이션 결과를 나타낸다.



(a) Applying frequency noise at point a



(b) Applying frequency noise at point b



(c) Applying frequency noise at point c

Fig. 5.10 Robustness analysis for noise appearing in the output through simulation.

Fig. 5.10(a)에서  $H_\infty$  제어기와 PI 제어기는 잡음의 영향이 유사하게 받

생하는 것이 확인된다. Fig. 5.10(b)에서는 PI 제어기가  $H_\infty$  제어기보다 잡음의 영향이 더 작게 발생하는 것이 확인된다. 반대로, Fig. 5.10(c)에서는  $H_\infty$  제어기가 PI 제어기보다 잡음의 영향이 더 작게 발생하는 것이 확인된다. 결국 제어 응답에서 나타나는 잡음의 영향은 Fig. 5.10에서 상보감도 함수  $T$ 의 크기가 상대적으로 더 작은 제어기 쪽이 더 작게 나타남을 알 수 있다.

Fig. 5.11은  $H_\infty$  제어기와 PI 제어기의 전달함수  $KS$ 를 각각 나타낸다. Fig. 5.11에서 주파수 응답은 그 크기에 따라 세 구간으로 구분되며,  $a \sim e$  점의 주파수는 Fig. 5.9와 동일한 크기의 주파수이다.

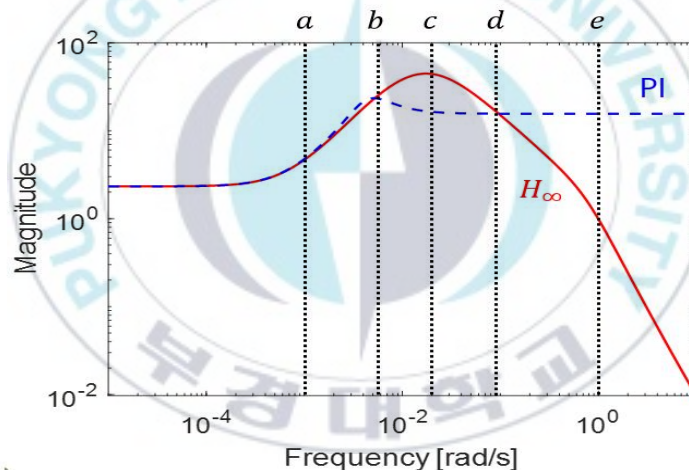
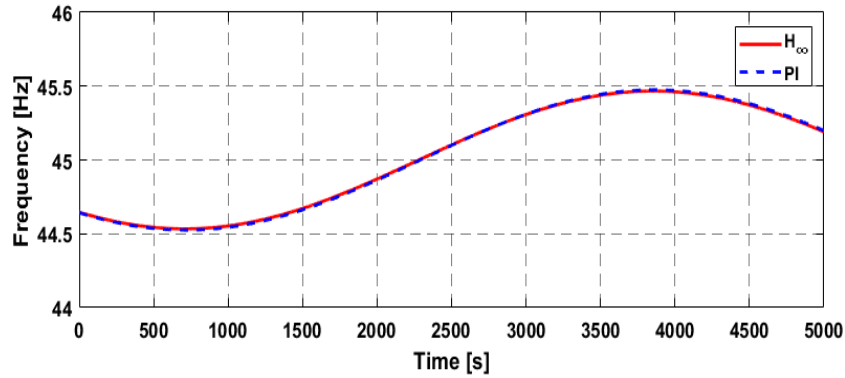


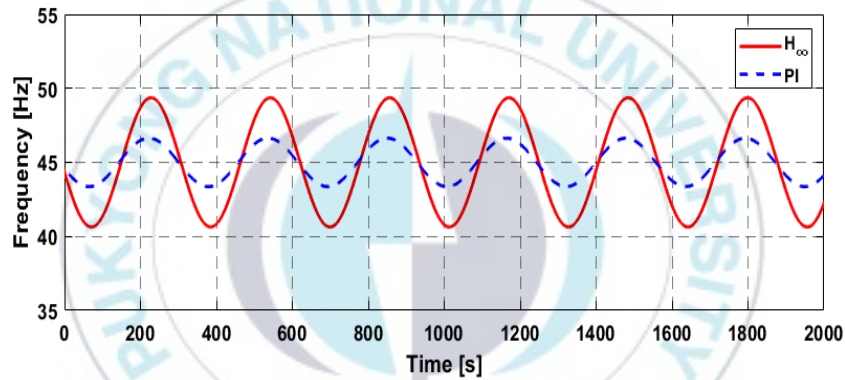
Fig. 5.11 Comparison frequency response of  $KS$ .

마찬가지로 잡음이 제어 응답에 미치는 영향과 전달함수  $KS$ 의 크기의 상관관계를 확인하고,  $H_\infty$  제어기의 잡음에 대한 강인성을 검증하기 위해 시뮬레이션을 진행한다. 시뮬레이션은  $a$ ,  $c$ ,  $e$ 점의 주파수를 가지며 진폭이 0.1인  $\sin$ 과 잡음을 인가할 때의 제어 입력을 각각 비교한다. Fig. 5.12는 각각의 시뮬레이션 결과를 나타낸다. 이때 제어 입력인 인버터 주파수

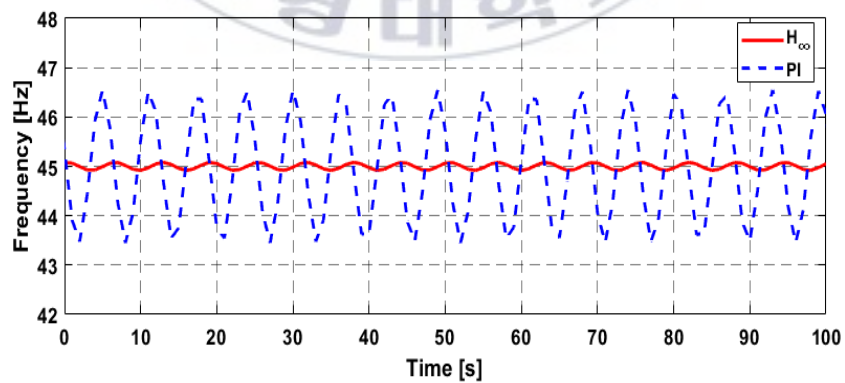
지령은 45 Hz로 일정하게 유지시켰다.



(a) Applying frequency noise at point a



(b) Applying frequency noise at point b



(c) Applying frequency noise at point c

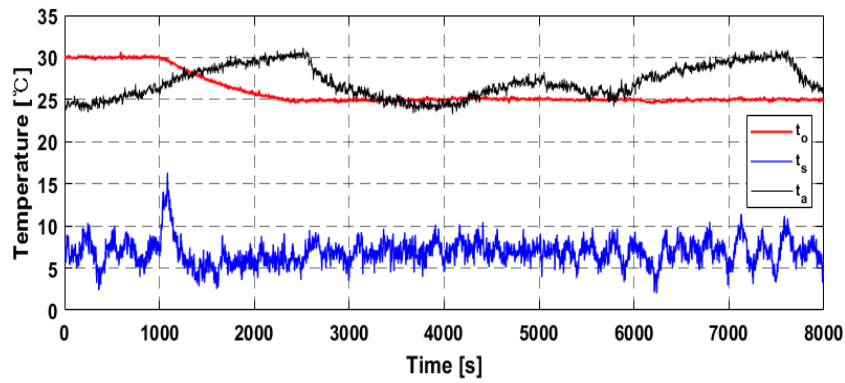
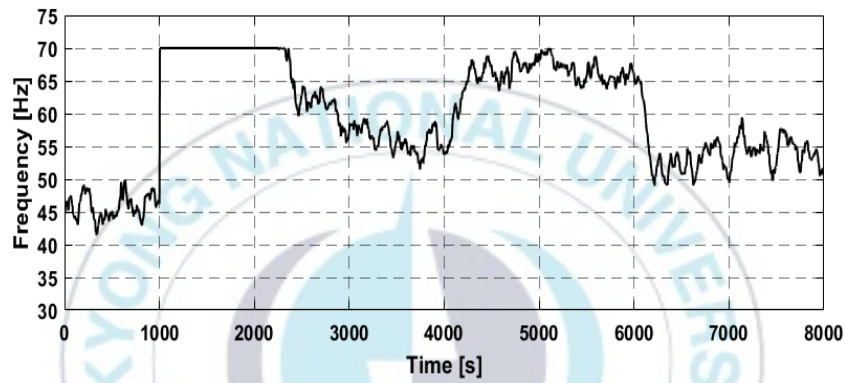
Fig. 5.12 Robustness analysis for noise appearing in control input through simulation.

Fig. 5.12를 통해 제어 입력에서 나타나는 잡음의 영향은 전달함수  $KS$ 의 크기가 상대적으로 더 작은 제어기 쪽이 더 작게 나타남을 알 수 있다.

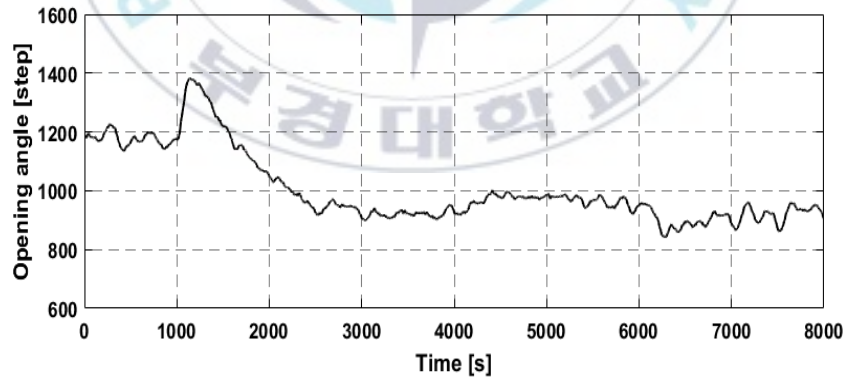
최종적으로 상보감도함수  $T$ 와 전달함수  $KS$ 의 크기에 따라 잡음의 영향이 달라지기 때문에 두 제어기의 상보감도함수  $T$ 와 전달함수  $KS$ 의 주파수 응답을 Fig. 3.8(b)의 FFT 분석 결과와 비교한다. 상보감도함수  $T$ 의 경우, 약 0.005~0.095 rad/s의 영역에서만  $H_\infty$  제어기가 크고 약 0.095 rad/s (약 0.015 Hz) 이후에는 PI 제어기가 더 크게 나타난다. 또한 전달함수  $KS$ 의 경우도  $T$ 와 동일한 패턴으로 나타났다. 결과적으로  $H_\infty$  제어기의 주파수 응답이 큰 영역이 PI 제어기의 주파수 응답이 큰 영역보다 상대적으로 더 작기 때문에  $H_\infty$  제어기가 잡음의 영향이 더 작게 나타남을 확인할 수 있다. 따라서  $H_\infty$  제어기의 잡음에 대한 강인성이 검증된다.

#### 5.4 모델 불확실성에 대한 강인성 고찰

$H_\infty$  제어기의 모델 불확실성에 대한 강인성 검증을 위해 외기 온도 변동 실험을 진행하였다. 외기 온도 변동은 제어대상의 특성 파라미터인 시정수  $\tau$ 와 DC gain  $k$ 를 변화시키기 때문에 모델 불확실성을 야기한다. 따라서 기존 실험과 동일한 조건 하에서 외기 온도를 23°C에서 31°C까지 임의로 변동시키고, 설계된 제어기의 지령값 추종 성능을 확인한다. Fig. 5.13은  $H_\infty$  제어기의 외기 온도 변동 실험 결과를 나타낸다. Fig. 5.13에서 (a)는 오일 출구 온도  $t_o$ 와 과열도  $t_s$ , 외기 온도  $t_a$ 를 나타내고, (b)는  $t_o$ 의 제어 입력  $f$ , (c)는  $t_s$ 의 제어 입력  $v$ 를 나타낸다. 실험 결과는 모델 불확실성을 야기하는 외기 온도 변동 하에서도 오일 출구 온도가 지령값에 정상상태오차 없이 엄밀히 수렴하므로  $H_\infty$  제어기의 모델 불확실성에 대한 강인성이 검증된다.

(a) Responses of  $t_o$  and  $t_s$  with  $t_a$ 

(b) Inverter frequency command



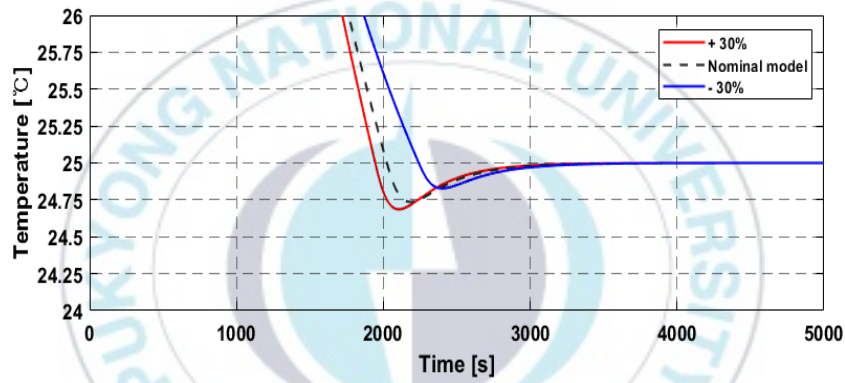
(c) EEV-opening angle command

Fig. 5.13 Experimental results with ambient temperature fluctuation implicating model uncertainty.

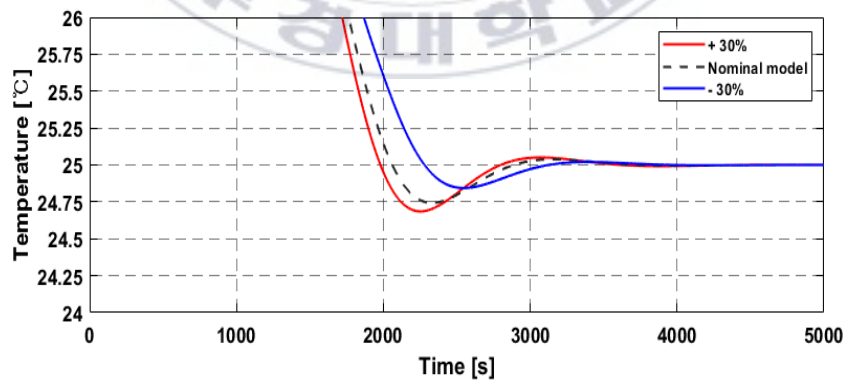
또한 시뮬레이션과 실험 결과가 유사함을 통해 시뮬레이션의 타당성이



검증되었기 때문에  $H_\infty$  제어기의 모델 불확실성에 대한 강인성을 시뮬레이션을 통해 추가로 확인한다. Fig. 5.14는 제어대상의 특성 파라미터를  $\pm 30\%$  변경하여 진행된 두 제어기의 시뮬레이션 결과를 각각 나타내고, Table 5.2는 지령값 변동 시의 정착시간을 나타낸다. 이때, 열부하 변동은 인버터 주파수의 상한과 하한값 제약에 의해 오일 출구 온도가 지령값을 추종하지 못하기 때문에 고려하지 않았다. 정착시간은 허용 오차 범위를  $\pm 0.05^\circ\text{C}$ 로 하였고, 오차는 공칭 모델의 정착시간과 변동된 모델의 정착시간을 비교하여 계산되었다.



(a) Model uncertainty simulation result for  $H_\infty$  controller



(b) Model uncertainty simulation result for PI controller

Fig. 5.14 Robustness analysis for model uncertainty through simulation.

Table 5.2 Comparison of settling time with nominal model.

| Model         | $H_{\infty}$  |       | PI            |       |
|---------------|---------------|-------|---------------|-------|
|               | Settling time | Error | Settling time | Error |
| +30% model    | 1,700 s       | 2.30% | 1,700 s       | 3.68% |
| Nominal model | 1,740 s       | -     | 1,765 s       | -     |
| -30% model    | 1,848 s       | 6.21% | 1,928 s       | 9.24% |

Table 5.2를 통해 특성 파라미터가  $\pm 30\%$ 의 모델 불확실성을 가졌을 경우, 공칭 모델을 사용할 때의 정착시간과 모델 불확실성에 의해 변동된 정착시간의 오차율은  $H_{\infty}$  제어기가 최대 6.21%로 PI 제어기의 9.24%보다 더 작음을 확인할 수 있다. 따라서  $H_{\infty}$  제어기의 모델 불확실성에 대한 강인성이 검증된다.



## 제6장 결 론

본 논문에서는 외란과 잡음, 모델 불확실성이 크게 발생하는 가변속 냉동시스템의 강인한 온도제어를 위해  $H_{\infty}$  제어기를 설계하였다. 설계된 제어기의 성능은 시뮬레이션과 실험을 통해 확인되었다.

본 연구를 통해 얻은 주요 결론은 다음과 같다.

(1) 설계한  $H_{\infty}$  제어기는 가변속 냉동시스템의 외란과 잡음, 모델 불확실성에 대해서도 정밀한 제어가 가능함이 입증됨으로써 제어의 강인성이 확인되었다.

(2) PSO 알고리즘을 통해 제어기의 주요 설계 파라미터인 가중함수를 번거로운 시행착오 없이 선정함으로써 제어기의 최적화가 가능함을 확인하였다. 또한 PSO 알고리즘을 통해 설계된 제어기의 반복성을 확인함으로써 이 알고리즘 적용의 타당성을 검증하였다.

(3) 잡음 주파수의 FFT 분석을 바탕으로 상보감도함수의 크기를 적절히 조절함으로써 잡음에 대한 강인성이 확보됨을 확인하였다. 이는 안정적인 압축기 구동을 가능하게 하여 압축기의 내구성 향상에 기여할 것으로 기대된다.

(4) 제안된  $H_{\infty}$  제어기는 실험을 통해 얻은 전달함수 모델로부터 개발되었기 때문에 실용적이고, PSO 알고리즘으로 가중함수를 선정하기 때문에 체계적인 설계가 가능함을 확인하였다.

(5) 동일한 실험 조건 하에서 진행된 실험을 통해 제안된  $H_{\infty}$  제어기

와 PI 제어기의 제어 강인 성능을 비교하였고, 결과적으로  $H_\infty$  제어기의 강인성이 확인되었다.

이상의 결과들을 종합하면, 본 논문에서 제안한 PSO 알고리즘을 갖는  $H_\infty$  제어기는 외란과 잡음, 모델 불확실성에 대한 강인성을 가지고 있으며, PSO 알고리즘을 사용하여 제어기를 최적화함으로써 체계적인 설계가 가능함을 보였다.



---

참고문헌

1. Kim, J. G., Han, C. H., and Jeong, S. K., 2020, Disturbance observer-based robust control against model uncertainty and disturbance for a variable speed refrigeration system, *International Journal of Refrigeration*, Vol. 116, pp. 49-58.
2. Jeong, S. K., Han, C. H., Hua, L., and Wibowo, W. K., 2018, Systematic design of membership functions for fuzzy logic control of variable speed refrigeration system, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 142, pp. 303-310.
3. Cao, J. -p., Jeong, S. -K., and Jung, Y. -M., 2014, Fuzzy logic controller design with unevenly-distributed membership function for high performance chamber cooling system, *Journal of Central South University*, Vol. 21, No. 7, pp. 2684-2692.
4. Ekren, O., Sahin, S., and Isler, Y., 2010, Comparison of different controllers for variable speed compressor and electronic expansion valve, *International Journal of Refrigeration*, Vol. 33, No. 6, pp. 1161-1168.
5. Li, H., Jeong, S. -K., Yoon, J. -I., and You, S. -S., 2008, An empirical model for independent control of variable speed refrigeration system, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 28, No. 14-15, pp. 1918-1924.
6. Li, H., Jeong, S. -K., and You, S. -S., 2009, Feedforward control of capacity and superheat for a variable speed refrigeration system, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 29, No. 5-6, pp. 1067-1074.
7. Jeong, S. -K., Lee, D. -B., and Hong, K. -H., 2014, Comparison of system performance on hot-gas bypass and variable speed compressor in an oil cooler for machine tools, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 28, No. 2, pp. 721-727.
8. Bejarano, G., Alfaya, J. A., Ortega, M. G., and Rubio, F. R., 2015, Multivariable analysis and  $H^\infty$  control of a one-stage refrigeration cycle, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 91, pp. 1156-1167.
9. Alfaya, J. A., Bejarano, G., Ortega, M. G., and Rubio, F. R., 2015, Controllability analysis and robust control of a one-stage refrigeration system, *European Journal of Control*, Vol. 26, pp. 53-62.

10. Qureshi, T., and Tassou, S., 1996, Variable-speed capacity control in refrigeration systems, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 16, No. 2, pp. 103-113.
11. Zhang, Q., and Canova, M., 2015, Modeling and output feedback control of automotive air conditioning system, *International Journal of Refrigeration*, Vol. 58, pp. 207-218.
12. Zhang, Q., Fiorentini, L., and Canova, M., 2014,  $H^\infty$  robust control of an automotive air conditioning system, 2014 American Control Conference, pp. 5675-5680.
13. Noda, Y., Yamazaki, T., Matsuba, T., Kamimura, K., and Kurosu, S., 2003, Comparison in control performance between PID and  $H^\infty$  controllers for HVAC control/Discussion, *ASHRAE Transactions*, Vol. 109, pp. 3-11.
14. Sugie, T., Fujita, M., and Hara, S., 1992,  $H^\infty$ -suboptimal controller design of robust tracking systems, *Robust Control*, pp. 162-169.
15. Glover, K., and Doyle, J. C., 1998, State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an  $H^\infty$ -norm bound and relations to relations to risk sensitivity, *Systems & control letters*, Vol. 11, No. 3, pp. 167-172.
16. Zhou, K., and Doyle, J. C., 1998, *Essentials of robust control*, Prentice hall.
17. Doyle, J., Glover, K., Khargonekar, P., and Francis, B., 1988, State-space solutions to standard  $H_2$  and  $H^\infty$  control problems, 1988 American Control Conference, pp. 1691-1696.
18. Glover, K., and McFarlane, D., 1992, A loop shaping design procedure using  $H^\infty$ -synthesis, *IEEE Transactions on Automatic control*, Vol. 37, No. 6, pp. 759-769.
19. Kennedy, J., and Eberhart, R., 1995, Particle swarm optimization, *Proceedings of ICNN'95-international conference on neural networks*, pp. 1942-1948.
20. Guedria, N. B., 2016, Improved accelerated PSO algorithm for mechanical engineering optimization problems, *Applied Soft Computing*, Vol. 40, pp. 455-467.



21. Wen, S., Liu, P., Wang, D., and Cao, F., 2014, Optimal tracking control for a peltier refrigeration system based on PSO, Proceedings of the 2014 International Conference on Advanced Mechatronic Systems, pp. 567-571.
22. Singh, V. P., Mohanty, S. R., Kishor, N., and Ray, P. K., 2013, Robust H-infinity load frequency control in hybrid distributed generation system, International journal of electrical power & energy systems, Vol. 46, pp. 294-305.
23. Yang, S. W., 2021, Optimal Sliding Mode Controller Design for Robust Control of Variable Speed Refrigeration system, Master's Thesis.



## Appendix

### A.1 일반화 제어대상 $G$ 의 전달함수 모델과 상태 공간 모델

Fig. A.1.1은 일반화 제어대상  $G$ 의 전달함수 모델을 나타낸 그림이다.

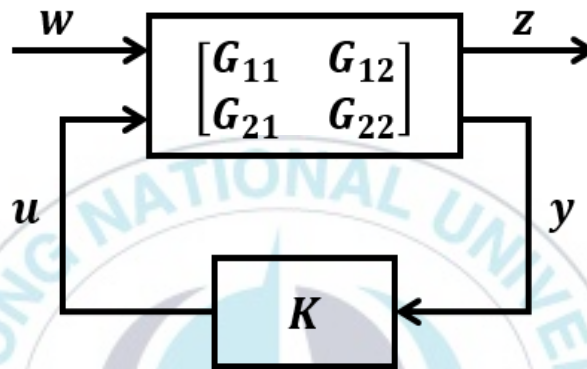


Fig. A.1.1 Transfer function model of generalized plant.

그림은 입력벡터인  $w$ 와  $u$ , 출력벡터인  $z$ 와  $y$ 를 각각 고려하면 식(3.1)과 같이 나타난다. 식(3.1)을 식(A.1.1)과 같이 행렬식으로 변형하면 일반화 제어대상  $G$ 의 전달함수 모델이 도출된다.

$$\begin{cases} z = G_{11}w + G_{12}u \\ y = G_{21}w + G_{22}u \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (A.1.1)$$

Fig. A.1.2는 일반화 제어대상  $G$ 의 상태 공간 모델을 나타낸 그림이다.

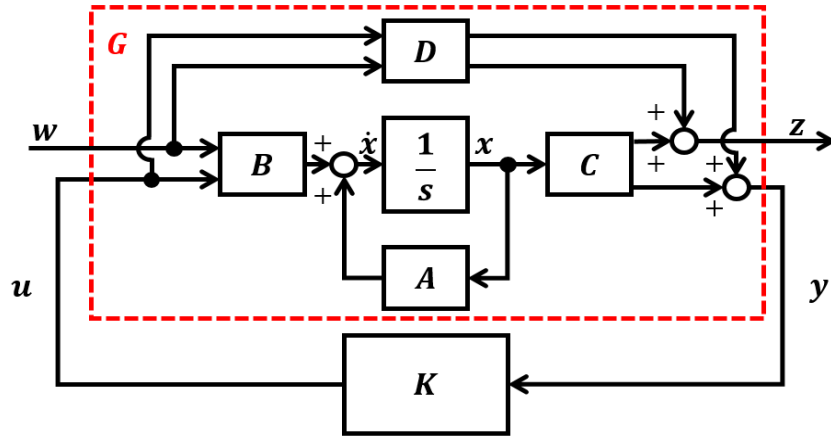


Fig. A.1.2 State space model of generalized plant.

Fig. A.1.2에서 일반화 제어대상  $G$ 는 상태 변수  $x$ 를 가지고, 식(A.1.2)와 같은 행렬  $A, B, C, D$ 를 가진다.

$$\begin{aligned} A &= A, B = [B_1 \ B_2] \\ C &= \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.1.2})$$

위 그림에서 입력  $[w \ u]^T$ 와 출력  $[z \ y]^T$ 를 고려하면, 상태 방정식은 식(A.1.3a)로 나타나고, 출력 방정식은 식(A.1.3b)로 나타난다.

$$\dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \quad (\text{A.1.3a})$$

$$\begin{cases} z = C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\ y = C_2 x + D_{21} w + D_{22} u \end{cases} \quad (\text{A.1.3b})$$

따라서 위 식을 종합하여 행렬식으로 나타내면 식(A.1.4)이고, 이 식에서 일반화 제어대상  $G$ 의 상태 공간 모델이 도출된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ z \\ y \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} x \\ w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w \\ u \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.4})$$

## A.2 제어 입력 $w$ 부터 제어량 $z$ 까지의 전달함수 $G_{zw}$ 도출

제어 입력  $w$ 부터  $z$ 까지의 전달함수인  $G_{zw}$ 는 식(3.1)를 통해 도출된다. 식(A.2.1)은 최종적으로 도출된 전달함수  $G_{zw}$ 를 나타낸다.

$$\begin{cases} z = G_{11}w + G_{12}u \\ y = G_{21}w + G_{22}u \end{cases} \quad (3.1)$$

$$u = Ky$$

$$z = G_{11}w + G_{12}u = G_{11}w + G_{12}Ky \dots\dots (a)$$

$$y = G_{21}w + G_{22}u = G_{21}w + G_{22}Ky \dots\dots (b)$$

식(b)를  $y$ 에 대해 정리

$$(I - G_{22}K)y = G_{21}w \rightarrow y = (I - G_{22}K)^{-1}G_{21}w \dots\dots (c)$$

식(c)를 식(a)에 대입

$$\begin{aligned} z &= G_{11}w + G_{12}K(I - G_{22}K)^{-1}G_{21}w \\ &= \{G_{11} + G_{12}K(I - G_{22}K)^{-1}G_{21}\}w \end{aligned}$$

$$\therefore G_{zw} = G_{11} + G_{12}K(I - G_{22}K)^{-1}G_{21} \quad (\text{A.2.1})$$

## A.3 루프 정형

루프 정형은 감도함수  $S$ 와 상보감도함수  $T$ 의 상충 관계를 해결하기 위해 사용된다. 식(A.3.1)은 감도함수  $S$ 와 상보감도함수  $T$ 의 상충 관계를 나

타낸다.

$$S + T = \frac{1}{1 + PK} + \frac{PK}{1 + PK} = 1 \quad (\text{A.3.1})$$

제어기의 성능은 명령 추종성, 외란, 잡음에 대한 강인성을 고려한다. 식 (3.6)을 보면, 우수한 명령 추종성을 위해서는  $T=1$ 에 근접하여야 한다. 이는  $S=0$ 에 근접할수록 명령 추종성이 좋음을 의미한다. 또한 외란의 경우,  $S=0$ 에 근접할수록 출력에 대한 외란의 영향이 감소된다. 반면에 잡음의 영향은  $T=0$ 에 근접할수록 감소된다. 따라서 명령 추종성과 외란의 영향 감소는  $S=0$ 에 근접할수록 우수하고, 잡음에 대한 영향은  $T=0$ 에 근접할수록 우수하다. 하지만 감도함수  $S$ 와 상보감도함수  $T$ 는 식(A.3.1)과 같이 서로 상충 관계이기 때문에 모든 주파수 대역에서 이를 만족시킬 수 없다. 이를 해결하기 위해 루프 정형을 통해 감도함수  $S$ 의 크기는 저령값과 외란과 관련된 저주파수 대역에서 작도록 하고, 상보감도함수  $T$ 의 크기는 잡음이 관련된 고주파수 대역에서 작도록 한다.

Fig. A.3.1은 루프 정형을 설명하기 위한 그림이다. 여기서 루프 전달함수는 식(A.3.2)이다. ‘ $j\omega$ ’는 표기의 편의상 생략한다.

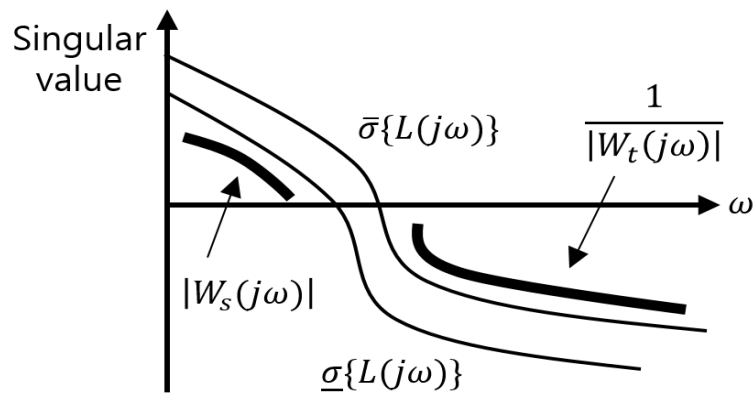


Fig. A.3.1 Singular value of loop transfer function.

$$L = PK \quad (\text{A.3.2})$$

명령 추종성과 외란에 대한 강인성을 위해서는 저주파 영역에서  $S$ 의 크기가 작아야 한다. 이는 저주파 영역에서  $L$ 의 크기가 커야함을 의미한다. 또한 잡음에 대한 강인성을 위해서는 고주파 영역에서  $T$ 의 크기가 커야한다. 이는 고주파 영역에서  $L$ 의 크기가 작아야함을 의미한다. 따라서 식(A.3.3)과 식(A.3.4)와 같이 가중함수를 사용하여 저주파에서  $\sigma(L)$ 의 하한인  $\underline{\sigma}(L)$ 이 가중함수  $W_s$ 보다 큰 특이값을 가지도록 하고, 고주파에서  $\sigma(L)$ 의 상한인  $\bar{\sigma}(L)$ 이 가중함수  $1/W_t$ 보다 작은 특이값을 가지도록 한다.

$$\text{if } \omega \downarrow \rightarrow \underline{\sigma}(L) \geq |W_s| \quad (\text{A.3.3})$$

$$\text{if } \omega \uparrow \rightarrow \bar{\sigma}(L) \geq \frac{1}{|W_t|} \quad (\text{A.3.4})$$

저주파 영역에서  $\underline{\sigma}(L)$ 의 크기가 1보다 매우 크다고 가정하면, 감도함수  $S$ 는 식(A.3.5)와 같이 근사된다. 이때 식(A.3.6)의 관계식을 이용하였다.

$$\bar{\sigma}(S) = \bar{\sigma}\left(\frac{1}{1+PK}\right) = \bar{\sigma}\left(\frac{1}{1+L}\right) \doteq \frac{1}{\underline{\sigma}(L)} \quad (\text{A.3.5})$$

$$\bar{\sigma}(A) = \frac{1}{\underline{\sigma}(A^{-1})} \quad (\text{A.3.6})$$

최종적으로 식(A.3.3)에 식(A.3.5)를 대입하면 식(A.3.7)로 정리된다.



$$\bar{\sigma}(S) \leq \frac{1}{|W_s|} \Rightarrow \|W_s S\| \leq 1 \quad (\text{A.3.7})$$

또한, 고주파 영역에서  $\bar{\sigma}(L)$ 의 크기가 1보다 매우 작다고 가정하면, 상보감도함수  $T$ 는 식(A.3.8)과 같이 근사된다. 이를 식(A.3.4)에 대입하면 최종적으로 식(A.3.9)로 정리된다.

$$\bar{\sigma}(T) = \bar{\sigma}\left(\frac{PK}{1+PK}\right) = \bar{\sigma}\left(\frac{L}{1+L}\right) \approx \bar{\sigma}(L) \quad (\text{A.3.8})$$

$$\bar{\sigma}(T) \leq \frac{1}{|W_t|} \Rightarrow \|W_t T\| \leq 1 \quad (\text{A.3.9})$$

식(A.3.7)과 식(A.3.9)를 동시에 만족하면 감도함수  $S$ 와 상보감도함수  $T$ 의 상충관계는 해결된다. 따라서 식(A.3.10)과 같이 혼합감도 문제로 정식화함으로써 설계된 제어기는 외란과 잡음에 대한 강인성을 갖는다.

$$\left\| \begin{matrix} W_s S \\ W_t T \end{matrix} \right\|_{\infty} < 1 \quad (\text{A.3.10})$$

#### A.4 소이득 정리

소이득 정리는 모델 불확실성에 대한 강인성을 확보하기 위해 사용된다. Fig. A.4.1은 소이득 정리를 설명하기 위한 폐루프 시스템이다.

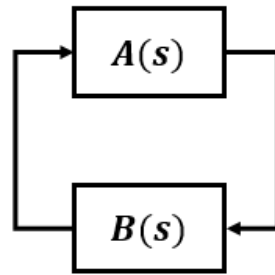


Fig. A.4.1 Closed loop system for explaining the small gain theorem.

Fig. A.4.1에서  $A(s)$ 와  $B(s)$ 가 안정이며 프로퍼인 전달함수 일 때, 식 (A.4.1)을 충족시키면 Fig. A.4.1의 폐루프 시스템은 안정이다.

$$\|A(s)B(s)\|_{\infty} < 1 \quad (\text{A.4.1})$$

여기서  $A(s)$ 를 모델링 오차  $\Delta$ 로 변경하고  $B(s)$ 를 기존의 피드백 시스템으로 변경하면, 피드백 시스템은 모델링 오차에 대해 안정함으로 모델 불확실성에 대한 강인성을 확보한다.

## A.5 $H_\infty$ 제어기 설계 순서

Table. A.5.1은  $H_\infty$  제어기의 설계 순서를 나타낸다.

Table A.5.1  $H_\infty$  controller design process.

| Step | description                                                                                              |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1    | Define the mathematical model of the plant and derive the mixed sensitivity problem.                     |
| 2    | Define the weighting function and check the frequency response.                                          |
| 3    | A generalized plant is derived through the plant and weighting function defined in Steps 1 and 2.        |
| 4    | Design the $H_\infty$ controller through $\gamma$ -iteration.                                            |
| 5    | Check the performance of the designed controller and the satisfaction of the mixing sensitivity problem. |

## A.6 FFT를 위한 MATLAB m-file

```

fs= 1;
t=0:1/fs:3000-1/fs;
b=noise(:)'; % noise data
c=b(1001:4000);
x=c;
X=fft(x);
N=length(x);
n=0:N-1;
f=fs*n/N;
cutoff=ceil(N/2);
X=X(1:cutoff);
f=f(1:cutoff);
plot(f,2*abs(X)/N);

```

### A.7 일반화 제어대상 구성

일반화 제어대상은 입력벡터인 제어 입력  $u$ 와 외부 입력  $w$ , 출력벡터인 관측 출력  $y$ 와 제어량  $z$ 의 관계를 나타낸다. Fig. 3.6은 압축기 제어기  $K_c$ 를 설계하기 위해 사용된 일반화 제어대상이다.

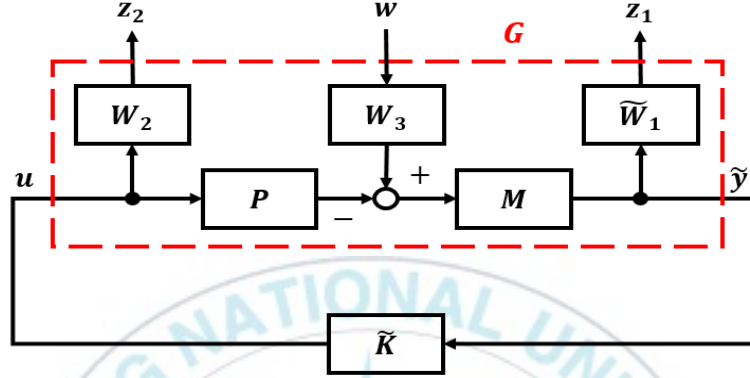


Fig. 3.6 Transform Generalized plant for designing  $H_\infty$  controller.

일반화 제어대상 구성을 위해 제어대상  $P$ 와 가중함수  $W_i$ , 전달함수  $M$ 을 식(A.6.1)과 같이 전달행렬(transfer matrix)로 각각 나타낸다. 이때 전달행렬은 전달함수와 식(A.6.2)의 관계를 가진다.

$$P = \begin{bmatrix} P_a & P_b \\ P_c & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{W}_1 = \begin{bmatrix} W_{1a} & W_{1b} \\ W_{1c} & W_{1d} \end{bmatrix}, \quad W_2 = \begin{bmatrix} W_{2a} & W_{2b} \\ W_{2c} & W_{2d} \end{bmatrix} \quad (\text{A.6.1})$$

$$W_3 = \begin{bmatrix} W_{3a} & W_{3b} \\ W_{3c} & 0 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} 0 & M_b \\ M_c & M_d \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = C(Is - A)^{-1}B + D \quad (\text{A.6.2})$$

이를 통해 각각의 전달행렬의 입출력 관계를 확인한다. 먼저, 가중함수

$W_2$ 의 상태변수는  $x_2$ , 입력은  $u$ , 출력은  $z_2$ 라 했을 때, 시스템 방정식은 식(A.6.3)으로 나타난다.

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = W_{2a}x_2 + W_{2b}u \\ z_2 = W_{2c}x_2 + W_{2d}u \end{cases} \quad (\text{A.6.3})$$

제어대상  $P$ 의 상태변수는  $x_p$ , 입력은  $u$ , 출력은  $y_p$ 라 했을 때, 시스템 방정식은 식(A.6.4)로 나타난다.

$$\begin{cases} \dot{x}_p = P_a x_p + P_b u \\ y_p = P_c x_p \end{cases} \quad (\text{A.6.4})$$

이와 같은 방식으로 각각의 전달행렬의 시스템 방정식을 나타낸다. 식(A.6.5)에서  $a, b, c$ 는 각각 가중함수  $W_3$ , 전달함수  $M$ , 가중함수  $\tilde{W}_1$ 의 시스템 방정식이다.

$$\begin{cases} \dot{x}_3 = W_{3a}x_3 + W_{3b}w \\ y_3 = W_{3c}x_3 \end{cases} \quad (\text{A.6.5a})$$

$$\begin{cases} \dot{x}_m = M_b(y_3 - y_p) \\ \tilde{y} = M_c x_m + M_d(y_3 - y_p) \end{cases} \quad (\text{A.6.5b})$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = W_{1a}x_1 + W_{1b}\tilde{y} \\ z_1 = W_{1c}x_1 + W_{1d}\tilde{y} \end{cases} \quad (\text{A.6.5c})$$

식(A.6.3)~(A.6.5)를 각각 대입하여 상태 방정식과 출력 방정식으로 구분하면, 식(A.6.6a)와 식(A.6.6b)로 정리된다.

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = W_{2a}x_2 + W_{2b}u \\ \dot{x}_p = P_a x_p + P_b u \\ \dot{x}_3 = W_{3a}x_3 + W_{3b}w \\ \dot{x}_m = M_b W_{3c}x_3 - M_b P_c x_p \\ \dot{x}_1 = W_{1a}x_1 + W_{1b}M_c x_m + W_{1b}M_d W_{3c}x_3 - W_{1b}M_d P_c x_p \end{cases} \quad (\text{A.6.6a})$$

$$\begin{cases} z_1 = W_{1c}x_1 + W_{1d}M_c x_m + W_{1d}M_d W_{3c}x_3 - W_{1d}M_d P_c x_p \\ z_2 = W_{2c}x_2 + W_{2d}u \\ \tilde{y} = M_c x_m + M_d W_{3c}x_3 - M_d P_c x_p \end{cases} \quad (\text{A.6.6b})$$

식(A.6.6)을 정리하여 전달행렬로 나타내면 일반화 제어대상  $G$ 는 식 (A.6.7a)의 입출력 관계를 가지고, 식(A.6.7b)로 구성된다. 이때, 마지막 행의 0.001은 Table 3.1의 A2 가정을 충족시키기 위해 도입된 가상의 관측 잡음이다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_p \\ \dot{x}_m \\ \dot{x}_3 \\ z_1 \\ z_2 \\ \tilde{y} \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_p \end{bmatrix} \quad (\text{A.6.7a})$$

$$G = \begin{bmatrix} W_{1a} & 0 & -W_{1b}M_d P_c & W_{1d}M_c & W_{1b}M_d W_{3c} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_{2a} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & W_{2b} \\ 0 & 0 & P_a & 0 & 0 & 0 & 0 & P_b \\ 0 & 0 & -M_b P_c & 0 & M_b W_{3c} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W_{3a} & W_{3b} & 0 & 0 \\ W_{1c} & 0 & -W_{1b}M_d P_c & W_{1d}M_c & W_{1b}M_d W_{3c} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_{2c} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & W_{2d} \\ 0 & 0 & -M_d P_c & M_c & M_d W_{3c} & 0 & 0.001 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.6.7b})$$



본 논문에서 사용된 식(3.24)의 일반화 제어대상  $G_c$ 는 제어대상  $P_c$ 와 가중함수  $W_b$ , 전달함수  $M$ 의 전달행렬을 대입하여 도출되었다. 식(A.6.8)은 각각의 전달행렬을 나타낸다.

$$\begin{aligned}
 P_c &= \begin{bmatrix} -5.952 \times 10^{-4} & 0.016 \\ 0.016 & 0 \end{bmatrix} \\
 \tilde{W}_1 &= \begin{bmatrix} -1 & 0.0141 \\ -0.0141 & 0.0146 \end{bmatrix}, \quad W_2 = \begin{bmatrix} -30.1667 & 95.8112 \\ -95.8112 & 304.4713 \end{bmatrix} \quad (\text{A.6.8}) \\
 W_3 &= \begin{bmatrix} -5.8824 \times 10^{-4} & 0.0243 \\ 0.0243 & 0 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$



## A.8 $H_\infty$ 제어기( $K_c$ ) 설계를 위한 MATLAB m-file

### 8.1. ObjFunc.m (목적함수)

```
function f=ObjFunc(x)
%% Compressor transfer function
Ts=1;
x=[x(1) x(2) x(3) x(4) x(5) x(6)];
w=logspace(-5,5,200);
numpc=[-0.43];
denpc=[1680 1];
pc=nd2sys(numpc,denpc);
ptf=tf(numpc,denpc);

%% Weighting function 3
numgd=[1];
dengd=[1700 1];
gd=nd2sys(numgd,dengd);
gdtf=tf(numgd,dengd);
%% Weighting function 1
numws=[x(1) x(2)];
denws=[1 1];
wsgain=1;
ws=nd2sys(numws,denws,wsgain);
%% Weighting function 2
numwt=[x(3) x(4)];
denwt=[x(5) x(6)];
wtgain=1;
wt=nd2sys(numwt,denwt,wtgain);
%% Servo transfer function
dens=[1 0];
sigma=nd2sys(denws,dens);
stf=tf(denws,dens);
%% Generalized plant
systemnames=' ws wt pc sigma gd';
```

---

```

inputvar='[dist; noise; control]';
outputvar='[ws; wt; sigma+0.001*noise]';
input_to_pc='[control]';
input_to_sigma='[-pc+gd]';
input_to_ws='[sigma]';
input_to_wt='[control]';
input_to_gd='[dist]';
sysoutname='G';
cleanup_sysic='yes';
sysic;
%% Controller design
[k,kp,gamma]=hinfsyn(G,1,1,0,10^10,0.1);
[ak,bk,ck,dk]=unpck(k);
[n1,d1]=ss2tf(ak,bk,ck,dk);
kk=tf(n1,d1);
ktf=kk*stf;
K=nd2sys(ktf.num{1,1},ktf.den{1,1});
%% objective function
wstf=tf(wsgain*numws,denws);
wsltf=wstf*stf;
a1l=(wsltf*gdtf)/(1+ptf*ktf);
a1=nd2sys(a1l.num{1,1},a1l.den{1,1});
a1_g=frsp(a1,w);
a1_gs=vsvd(a1_g);
f=pkvnorm(a1_gs);
end

```

## 8.2. Ex\_const.m (제약조건)

```

function [c,ceq]=Ex_const(x)
%% Compressor transfer function
%% Weighting function 3
    :
%% Controller design

```

(1번과 동일하므로 중략)

---

```

%% Mixed sensitivity problem
wstf=tf(wsgain*numws,denws);
wttf=tf(wtgain*numwt,denwt);
wslt=tf(wstf*stf);
a11=(wslt*gdtf)/(1+ptf*ktf);
a1=nd2sys(a11.num{1,1},a11.den{1,1});
a22=((wttf*ktf*gdtf)/(1+ptf*ktf));
a2=nd2sys(a22.num{1,1},a22.den{1,1});
a2_g=frsp(a2,w);
a1_g=frsp(a1,w);

a2_gs=vsvd(a2_g);
a1_gs=vsvd(a1_g);
%% Complementary sensitivity function
tt=ptf*ktf/(1+ktf*ptf);
T=nd2sys(tt.num{1,1},tt.den{1,1});
T_g=frsp(T,w);
%% Sensitivity function
ss=1/(1+ktf*ptf);
S=nd2sys(ss.num{1,1},ss.den{1,1});
S_g=frsp(S,w);
%% KS transfer function
ks=ktf/(1+ktf*ptf);
Ks=nd2sys(ks.num{1,1},ks.den{1,1});
KS=frsp(Ks,w);
%% Constraint
c(1,1)=pkvnorm(a1_gs)-gamma;
c(2,1)=pkvnorm(a2_gs)-1;
c(3,1)=0.18-abs(wt_g(1));
c(4,1)=0.18-abs(wt_g(200));
c(5,1)=abs(S_g(1))-(2e-4);
c(6,1)=abs(wt_g(1))-abs(wt_g(200));
c(7,1)=abs(KS(200))-(5e-5);
c(8,1)=abs(T_g(74))-0.2;

```

---

```
c(9,1)=0.707-abs(T_g(66));  
ceq=[];  
end
```

### 8.3. PenaltyFunc.m (목적함수 + 제약조건)

```
function f=PenaltyFunc(x,R)  
obj=ObjFunc(x);  
[c,ceq]=Ex_const(x);  
V=max([c;ceq;0]);  
f=obj+R*V;  
end
```

### 8.4. particle.m (PSO 알고리즘 실행)

```
% Set bounds and parameter  
lb=[1e-5,1e-5,10,1,1,1]; ub=[1,1,1000,100,100,100];  
R=10^10;  
%% PSO  
options =  
optimoptions('particleswarm','FunctionTolerance',1e-6);  
[x,funval_PSO,ExitFlag,Output]=particleswarm(@(x)PenaltyFunc(  
x,R),6,lb,ub,options);
```

## A.9 $H_\infty$ 제어기( $K_e$ ) 설계를 위한 MATLAB m-file

### 9.1. ObjFunc.m (목적함수)

```
function f=ObjFunc(z)
%% EEV transfer function
Ts=1;
z=[z(1) z(2) z(3) z(4) z(5) z(6)];
w=logspace(-5,5,200);
numpe=[-0.045];
denpe=[67 1];
pe=nd2sys(numpe,denpe);
petf=tf(numpe,denpe);
%% Weighting function 4
numws=[z(1) z(2)];
denws=[1 1];
wsgain=1;
ws=nd2sys(numws,denws,wsgain);
%% Weighting function 5
numwt=[z(3) z(4)];
denwt=[z(5) z(6)];
wtgain=1;
wt=nd2sys(numwt,denwt,wtgain);
wt_g=frsp(wt,w);
%% Servo transfer function
dens=[1 0];
sigm=nd2sys(denws,dens);
stf=tf(denws,dens);
%% Generalized plant
systemnames='pe sigm ws wt';
inputvar='[dist; noise; control]';
outputvar='[ws; wt; sigm+0.001*noise]';
input_to_pe='[control]';
input_to_sigm='[-pe+dist]';
input_to_ws='[sigm]';
```

---

```

input_to_wt='[control]';
sysoutname='G';
cleanup_sysic='yes';
sysic;
%% Controller design
[ke,kpe,gamma]=hinfsyn(G,1,1,0,10^10,0.1);
[ak,bk,ck,dk]=unpck(ke);
[n1,d1]=ss2tf(ak,bk,ck,dk);
kk=tf(n1,d1);
ktfe=kk*stf;
K=nd2sys(ktfe.num{1,1},ktfe.den{1,1});
%% objective function
wstf=tf(wsgain*numws,denws);
ws1tf=wstf*stf;
a11=(ws1tf)/(1+petf*ktfe);
a1=nd2sys(a11.num{1,1},a11.den{1,1});
a1_g=frsp(a1,w);
a1_gs=vsvd(a1_g);
f=pkvnorm(a1_gs);
end

```

## 9.2. Ex\_conste.m (제약조건)

```

function [c,ceq]=Ex_conste(z)
%% EEV transfer function
%% Weighting function 4
    :
(1번과 동일하므로 중략)

%% Controller design
%% Mixed sensitivity problem
wstf=tf(wsgain*numws,denws);
wt1tf=tf(wtgain*numwt,denwt);
ws1tf=wstf*stf;
a11=(ws1tf/gamma)/(1+petf*ktfe);
a1=nd2sys(a11.num{1,1},a11.den{1,1});

```



---

```

a22=( (wttf*ktfe)/(1+petf*ktfe));
a2=nd2sys(a22.num{1,1},a22.den{1,1});
a2_g=frsp(a2,w);
a1_g=frsp(a1,w);
a2_gs=vsvd(a2_g);
a1_gs=vsvd(a1_g);
%% Sensitivity function
ss=1/(1+ktfe*petf);
S=nd2sys(ss.num{1,1},ss.den{1,1});
S_g=frsp(S,w);
%% Complementary sensitivity function
tt=petf*ktfe/(1+ktfe*petf);
T=nd2sys(tt.num{1,1},tt.den{1,1});
T_g=frsp(T,w);
%% KS transfer function
ks=ktfe/(1+ktfe*petf);
Ks=nd2sys(ks.num{1,1},ks.den{1,1});
KS=frsp(Ks,w);
%% Constraint
c(1,1)=pkvnorm(a1_gs)-gamma;
c(2,1)=pkvnorm(a2_gs)-1;
c(3,1)=0.014-abs(wt_g(1));
c(4,1)=0.014-abs(wt_g(200));
c(5,1)=abs(T_g(79))-0.01;
c(6,1)=abs(S_g(1))-1e-8;
ceq=[];
end

```

### 9.3. PenaltyFunc.m (목적함수 + 제약조건)

```

function f=PenaltyFunce(z,R)
f=ObjFunce(z);
[c,ceq]=Ex_conste(z);
V=max([c;ceq;0]);
f=f+R*V;

```

---

end

#### 9.4. particlee.m (PSO 알고리즘 실행)

```
%% Set bounds and parameter
lb=[1e-5,1e-5,1,1e-2,1,1]; ub=[1,1,100,10,100,100];
R=10^3;
%% PSO
options
optimoptions('particleswarm','FunctionTolerance',1e-4);
[z, Funval_PSO, ExitFlag, Output]=particleswarm(@ (z) PenaltyFuncne
(z,R), 6, lb, ub, options);
```

### A.10 PI 제어기 설계를 위한 MATLAB m-file

#### 10.1. ObjFuncne.m (목적함수)

```
function f=ObjFuncPI(x)
Ts=1;
x=[x(1) x(2)]; % [Pgain Igain]
sim('PI_Ssimul')
J=ITAE(length(ITAE));
f=J;
end
```

#### 10.2. Ex\_conste.m (제약조건)

```
function [c,ceq]=EX_constPI(x)
%% Compressor transfer function
Ts=1;
numpc=[-0.43];
denpc=[1680 1];
ptf=tf(numpc,denpc);

w=logspace(-5,5,200);
```

---

```

piconn=[x(1) x(2)];
picond=[1 0];
ktf=tf(piconn,picond);
%% Sensitivity function
ss=1/(1+ktf*ptf);
S=nd2sys(ss.num{1,1},ss.den{1,1});
S_g=frsp(S,w);
%% Complementary sensitivity function
tt=ptf*ktf/(1+ktf*ptf);
T=nd2sys(tt.num{1,1},tt.den{1,1});
T_g=frsp(T,w);
%% KS transfer function
ks=ktf/(1+ktf*ptf);
Ks=nd2sys(ks.num{1,1},ks.den{1,1});
KS=frsp(Ks,w);
%% Settling time 0.05°C
sim('PI_Ssimul')
lsimresult=lsiminfo(speed,t_sim,25,'SettlingTimeThreshold',0.
01);
ts=lsimresult.SettlingTime;
%% Constraint
c(1,1)=ts-1750;
c(2,1)=1650-ts;
ceq=[];
end

```

### 10.3. PenaltyFunc.m (목적함수 + 제약조건)

```

function f=PenaltyFuncPI(x,R)
obj=ObjFuncPI(x);
[c,ceq]=EX_constPI(x);
V=max([c;ceq;0]);
f=obj+R*V;
end

```

---

#### 10.4. particlee.m (PSO 알고리즘 실행)

```
%set bounds and parameter
lb=[-20 -0.11]; ub=[-10 -0.01];
R=500000000;
%pso
options                                =
optimoptions('particleswarm','FunctionTolerance',1e-6,'SwarmSize',min(150,50*4));
[x, Funval_PSO, ExitFlag, Output]=particleswarm(@(x) PenaltyFuncP
I(x,R),2,lb,ub,options);
```



## 학술지 게재 논문 및 학술대회 발표 논문 목록

### [학술지 게재 논문 목록]

1. D. G. Kim and S. K. Jeong, 2021, H-infinity Controller Design for Robust Control of Variable Speed Refrigeration System with Disturbance and Model Uncertainty, Journal of Korean Air-Conditioning and Engineering, Vol. 33, No. 10, pp. 520-532.

### [학술대회 발표 논문 목록]

1. D. G. Kim, and S. K. Jeong, 2020, H-infinity Controller Design for a Variable Speed Refrigeration System to Improve Robustness against External Disturbance and Model Uncertainty, SAREK of proceedings(winter).
2. D. G. Kim, and S. K. Jeong, 2021, H-infinity Controller Design for a Variable Speed Refrigeration System by Selecting the Optimal Weighting Function Based on Genetic Algorithm, SAREK of proceedings(summer).

## 감사의 글

정신없이 바쁘게 달려온 대학원 생활을 핑계 삼아 졸업을 앞둔 지금에 서야 대학원 기간 동안 도움주신 분들의 감사함을 놓치고 있었습니다. 부족하지만 그분들에게 글로나마 감사함을 표합니다. 먼저, 대학원 생활에서 학업과 인생의 이정표를 역할을 해 주신 정석권 교수님께 정말 감사드립니다. 많이 부족했던 저를 이끌어 주신 덕분에 한 단계 성장할 수 있었습니다. 그리고 처음으로 대학원이라는 길을 알려주시고 상담을 통해 좋은 말씀 해주신 금종수 교수님, 바쁘신 와중에도 학위논문 심사를 해주신 손창효 교수님께 감사드립니다. 연구실에서 연구 방법에 대해 알려준 친구 상원이와 실험실에서 희로애락을 같이 겪은 행림, 인아, 지은이, 타 연구실의 사람들이 있어 즐겁게 지낼 수 있었습니다. 그리고 힘들거나 지칠 때마다 힘이 되는 민지, 오랫동안 지내온 희규, 성민, 지찬, 태한이를 비롯한 여러 친구들이 있어 무사히 졸업할 수 있었다고 생각합니다. 마지막으로 제 욕심에 시작한 대학원 생활도 아낌없이 응원해주시고 믿어주신 부모님, 먼저 사회로 나가 부담감을 덜어준 동생 동영이에게 감사하다는 말을 전하고 싶습니다.

그간의 대학원 생활이 마무리 되고, 학위논문을 쓰게 되니 사회로 출사표를 던지는 느낌입니다. 매일같이 연구를 위해 학교에 남아있던 밤에 밖에서 바라보던 공학관은 밤하늘의 별처럼 수많은 연구실에 불이 켜져 있었습니다. 이제 제가 공학관에 띄운 별은 지지만, 또 다른 후배들이 AMCL의 별로 밤을 밝히길 바랍니다. 20살 이후 가장 오랫동안 지내온 부경대에서 얻은 사람과 지식, 경험을 잊지 않겠습니다. 감사합니다.

2022. 01. 10

김동근