[UCI]I804:21031-200000602254

工學碩士 學位論文

가변속 냉동시스템의 견실 온도 제어를 위한 SA 알고리즘으로 최적화된 μ-제어기 설계

μ-Synthesis Controller Design Optimized with SA Algorithm for Robust Temperature Control of a Variable Speed Refrigeration System

2022年 2月

釜慶大學校 大學院

冷凍空調工學科

金 寅 阿

工學碩士 學位論文

가변속 냉동시스템의 견실 온도 제어를 위한 SA 알고리즘으로 최적화된 μ-제어기 설계

μ-Synthesis Controller Design Optimized with SA Algorithm for Robust Temperature Control of a Variable Speed Refrigeration System

指導教授 鄭 碩 權

이 論文을 工學碩士 學位論文으로 提出함

2022年 2月

釜慶大學校 大學院

冷凍空調工學科

金 寅 阿

金寅阿의 工學碩士 學位論文을 認准함

2022年 2月 25日

主	審	工學博士	琴 鍾 洙	㊞
委	員	工學博士	金 恩 弼	㊞
委	員	工學博士	鄭 碩 權	㊞

목 차

μ-Synthesis Controller Design Optimized with SA Algorithm for Robust Temperature Control of a Variable Speed Refrigeration System

Kim In-A

Department of Refrigeration and Air-conditioning Engineering
Graduate School, Pukyong National University

Abstract

Variable speed refrigeration system (VSRS) with a variable speed drive is widely used in industry because of its quick reaction capability over a wide range of heat load variations, energy-saving performance, and high precision temperature control ability. The VSRS consists of a variable speed compressor, an electronic expansion valve (EEV), and heat exchangers. Specifically, it is interconnected by long pipes, resulting in dead times and frequent heat access through exposed pipes. Therefore, it has strong inherent nonlinear characteristics, such as time delay in the operational ranges. Thus, it is difficult to perform linear approximation modeling for VSRS and accurate control.

The dynamic model mainly uses a low-dimensional transfer function model obtained through experiments, to design a controller for VSRS. Low-dimensional transfer function model is easily obtained by experiments near the operating point. However, in practical operation, perturbation occurs due to changes in ambient temperature and operating point that are different from those during modeling. Therefore, a robust controller against the model uncertainty and disturbance is essential for accurate temperature control because VSRS is affected by heat load, i.e., disturbance.

Applying a model-based robust control with robustness to disturbance and model uncertainty for VSRS control is desirable. H_∞ control is widely known as a model-based representative robust control method. H_∞ control treats various uncertainties in the form of unstructured perturbation to a nominal

model. However, the H_∞ theory becomes somewhat conservative when the model uncertainty becomes highly structured. On the other hand, The μ-synthesis control (μ-controller) has been applied to improve the aforementioned problems of the H_∞. The μ-controller can be made less conservative than by considering the structure of the model uncertainty. The μ-synthesis controller treats model uncertainty as structured perturbation; it is designed using structured singular value. The control simultaneously solves the robust stability and robust control performance (robust performance) problem by designing an optimal controller for structured uncertainty. Therefore, μ-controller is a control technique that allows the direct inclusion of modeling errors or uncertainties, measurement noises, disturbances, and performance requirements into a common formulation. Despite its advantages, there are only a few research papers on μ-synthesis controller that apply μ-controller to VSRS control. However, those studies did not optimize the weighting functions, which are crucial design parameters; moreover, some of those have not been experimentally verified. Furthermore, it is difficult to find servo control of-synthesis for accurate temperature control.

This paper introduces simulated annealing (SA) algorithm—a metaheuristic approach—to solve this problem. SA is an optimization technique that simulates an annealing process in which molecules of a high temperature substance are gradually cooled down to reach the lowest energy state. Parameters were selected to ensure robust stability and robust performance against the model uncertainty and disturbance by simultaneously optimizing the weighting functions using SA.

The μ-controller that satisfies robust stability and robust performance for VSRS was formulated as a mixed sensitivity problem using frequency weighting functions, where the weighting functions were optimized via SA. The validity of the designed μ-controller was confirmed through simulations and experiments for a VSRS-based oil cooler system. Moreover, its effectiveness was verified through performance comparison with the PI controller.

List of tables

List of figures

List of figures

List of figures

Nomenclature

D	diagonal scaling matrix	-
d	disturbance	-
e	control error	-
F_l	lower linear fractional transformation	-
F_u	upper linear fractional transformation	-
f_i	inverter frequency	Hz
G	generalized plant	-
G_d	transfer function of disturbance	-
G_i	transfer function of interference term	-
K	controller	-
k	DC gain	-
k_i	integral gain for PI controller	-
k_p	proportional gain for PI controller	-
M	interconnected transfer function matrix	-
P	plant	-
$\widetilde{P}$	plant with uncertainty	-
p	uncertainty percent	-
Q	integral compensator	-
$\widetilde{S}$	sensitivity function	-
s	complex operator	-
$\widetilde{T}$	complementary sensitivity function	-
T_o	oil outlet temperature	℃
T_s	superheat	℃
t_s	settling time	sec
u	control input	-
V_o	EEV opening angle	step
W	weighting function	-
w	perturbation input	-
x_n	parameters of weighting function	-
y	measured output	-
z	perturbation output	-
Z	regulated outputs	-
Δ	uncertainty	-
δ	parameter uncertainty	-
$\overline{\sigma}$	maximum singular value	-
τ	time constant	sec
μ	structured singular value	-
ω	angular frequency	rad/s

제1장 서 론

1.1 연구 배경 및 목적

가변속 냉동시스템(Variable Speed Refrigeration System : VSRS)은 열부하 변동에 대한 부분 대응 능력, 에너지 절약 성능 및 고정밀 온도 제어 능력으로 인해 산업계에 널리 사용되고 있다[1~11]. VSRS는 가변속 압축기, 전자 팽창 밸브(Electronic Expansion Valve : EEV) 및 열교환기로 구성된다. VSRS는 목표 온도를 제어하기 위해 인버터로 압축기의 냉매 질량유량을 제어한다. 이때, 냉매 질량유량의 과다 또는 과소로 인해 발생하는 액백(liquid back) 현상이나 과열 증기 압축과 같은 현상을 최소화함과 동시에 최대 COP(Coefficient Of Performance)를 유지하기 위해 EEV의 개도(opening angle)를 조절하여 과열도(superheat)도 동시에 제어한다. 특히, VSRS는 긴 파이프로 연결되어 있어 비선형 특성인 시간 지연(dead time)이 발생하며, 또한 노출된 파이프를 통해 빈번한 열 출입이 발생한다.

제어기 설계를 위한 VSRS의 동특성 모델은 MBM(Moving Boundary Model)을 적용한 고차원 상태공간 모델(state space model)이나 실험을 통해 구한 저차원 전달함수(transfer function) 모델을 주로 이용한다[3~8]. MBM을 적용한 VSRS 모델은 매우 복잡한 고차의 비선형 편미분 방정식으로 표현되며, 이를 선형화, 저차원화 및 파라미터 동정(identification)하는 과정에서 모델 불확실성(model uncertainty)이 증대된다. 한편, 저차원 전달함수 모델은 VSRS의 동작점 근처에서 실험을 통해 구해진다. 실험으로 얻은 저차원 전달함수 모델은 모델링이 쉽고, 저차원이어서 실용적이지만, 장치 주변의 외기 온도 및 동작점 등이 모델링 시와 다를 경우, 모델 불확실성이 발생하여 제어 성능이 저하된다. 결국 상태공간 모델과 전달함수 모델 모두 모델 불확실성을 가진다. 또한, VSRS는 열부하 외란(disturbance)의 영향을 받으므로 정밀한 온도 제어를 위해 모델 불확실성 및 외란에 대한 견실(robust) 제어기가 필수적이다.

VSRS의 온도 제어를 위한 다수의 연구들이 진행되어 왔다[1~11]. 기존의 제어법들은 동특성 모델 기반 제어와 수학적 모델이 필요하지 않는 AI 수법을 적용한 제어로 크게 나뉜다. 먼저, 대표적인 모델 기반 제어로는 전달함수 모델을 기반으로 한 PID(Proportional-Integral-Derivative)와[5] 상태공간 모델에 기반한 최적제어(LQR, LQG)가[6] 있다. 그러나 이 제어기들은 불확실성 및 외란에 대한 견실성 확보가 어렵다. 또한, 정밀한 온도 제어를 위해 Q-fillter 기반의 PI 제어기가 제안되었다[7]. 이 방법은 외란 관측기(DOB: Disturbance Observer)에 의한 외란 보상을 통해 모델 불확실성을 포함하여 외란에 대한 견실 제어 성능을 보여준다. 하지만 이는 H_∞ 놈(norm) 최적화 방식을 통해 Q-필터를 설계하기 때문에 최적의 Q-필터를 설계하는 것이 어렵다. 슬라이딩 모드 제어(Sliding Mode Control: SMC)는 모델 기반의 견실 제어기로 이론적 우수성에도 불구하고 불연속 함수에 의한 채터링(chattering) 현상이 발생하는 단점이 있다.[8] 모델 기반 제어 중 견실 제어법의 하나인 H_∞제어는 공칭 모델에 대한 다양한 불확실성을 구조화 되지 않은 섭동(perturbation)의 형태로 다룬다. 이는 공칭 모델에 대한 불확실성이 구조화되지 않아, 불확실성이 클 때 보수적인(conservative) 설계가 된다.[9~10] 다음으로, 대표적인 AI 기술 중 하나인 Fuzzy Logic Control(FLC)은 VSRS의 수학적 모델 없이 설계할 수 있다[11]. 그러나 이 방법은 시스템의 동적 거동 분석에 어려움이 있으며, FLC의 핵심인 룰베이스(rule-base)와 멤버십 함수(membership function)가 전문가의 경험과 지식에 의존하는 문제가 있다. 실험 데이터를 기반으로 VSRS에 대한 멤버십 함수의 체계적인 방식이 제안 되었지만 규칙 기반을 설계하려면 전문가의 지식과 경험에 의존해야 한다[11].

따라서 VSRS 견실제어를 위해 모델 기반 제어의 외란 및 모델 불확실성에 견실한 μ-synthesis(μ-제어기)를 적용한다. 앞서 언급한 H_∞의 문제를 개선하기 위해 μ-제어기가 제안되었다[12~16]. μ-제어기는 모델 불확실성의 구조를 고려하여 H_∞보다 덜 보수적으로 만들 수 있다. μ-제어기는

모델 불확실성을 구조화된 섭동으로 취급하며, 구조화 특이치(structured singular value)를 사용하여 설계한다. μ-제어기는 구조화 불확실성에 대한 최적의 제어기를 설계하여 견실 안정성(robust stability)과 견실 성능(robust performance) 문제를 동시에 해결한다. 이러한 장점에도 불구하고 VSRS 제어에 μ-제어기를 적용한 연구 논문은 찾기 어렵다. 또한, μ-제어기는 중요한 설계 파라미터인 가중함수선정에 많은 시행착오(trial and error)가 필요하다.[17~19] 뿐만 아니라, 그 중 일부는 실험으로 검증되지 않았으며, 정밀한 온도 제어를 위한 μ-제어기의 서보(servo) 제어를 찾기가 어렵다. 본 논문에서는 이 문제를 해결하기 위해 메타휴리스틱(meta-heuristic) 접근 방식인 SA(Simulated Annealing) 알고리즘을 적용한다[20~21]. SA는 고온 물질의 분자가 식어가면서 가장 낮은 에너지 상태에 도달하는 과정을 모사한 광대역 최적화를 수행하는 알고리즘이다. SA 알고리즘을 사용하여 두 가중함수를 동시에 최적화하여 모델 불확실성과 외란에 대해 견실 안정성과 견실 성능을 보장한다. VSRS에 대해 견실 안정성과 견실 성능을 충족하는 μ-제어기는 SA를 통해 가중함수가 최적화된 주파수를 사용하여 혼합 감도 문제로 정식화 된다. 설계된 μ-제어기의 유효성은 VSRS 기반 오일쿨러 시스템에 대한 시뮬레이션 및 실험을 통해 확인된다. 또한, PI 제어기와의 성능 비교를 통해 그 유효성을 검증한다.

1.2 연구 범위 및 내용

본 연구는 μ-제어기 설계를 통한 가변속 냉동시스템의 견실 온도 제어에 초점을 맞추고 있다. 먼저, 선행 연구에서 진행한 동작점 근방에서의 실험으로 구한 전달함수와 실험을 통해 확인된 VSRS의 모델 불확실성을 이용하여 μ-제어기를 설계한다. μ-제어기는 주파수 가중함수를 사용하여 혼합 감도 문제로 정식화 된다. 이는 VSRS에 대해 견실 안정성과 견실 성능을 만족하도록 설계된다. 본 논문에서 가중함수 선정 시, AI 기법의

SA 알고리즘을 이용하여 최적화된 파라미터를 통해 가중함수를 선정한다. 이와 더불어 정밀한 온도 제어를 위한 견실 서보 제어 이론을 바탕으로 μ-제어기를 설계한다. 또한, 설계한 제어기는 MATLAB 시뮬레이션과 VSRS 기반 오일쿨러 시스템에 대한 실험을 통해 모델 불확실성 및 외란에 대한 견실성을 확인한다. μ-제어기의 견실성을 확인하기 위해 산업 현장에서 많이 사용하는 PI 제어기를 설계하고 두 제어기의 제어 성능 비교 평가를 통해 그 타당성을 확인한다.

본 논문은 총 6장으로 구성하였으며, 각 장의 개요는 다음과 같다.

제1장에서는 본 논문의 연구 배경 및 목적과 전반적인 연구 내용을 설명하였다.

제2장에서는 가변속 냉동시스템의 온도 제어를 위한 VSRS의 제어, 실험 장치 구성 및 사양을 설명하였다.

제3장에서는 VSRS 시스템의 제어량인 오일출구온도와 과열도에 영향을 미치는 요소들을 동특성 실험을 통해 전달함수로 모델링하고 이때 발생하는 모델 불확실성을 파악하였다.

제4장에서는 μ-synthesis 견실 제어 이론에 대해 상세히 설명하고 이를 바탕으로 VSRS의 견실 제어를 위한 μ-제어기 설계를 한다. 또한, 견실성 평가를 위해 PI 제어기를 설계하고 시뮬레이션과 실험 결과들을 상호 비교하며 μ-제어기와 제어 성능을 평가한다.

제5장에서는 μ-synthesis의 견실 서보 제어기를 설계하고, 가중함수 파라미터 최적화를 위한 SA 알고리즘을 이용하여 각 설계 파라미터를 선정하여 제어기를 설계한다. 또한, μ-제어기의 견실성 평가를 위해 PI 제어기를 설계한다. 시뮬레이션 및 실험 방법을 설명하고 이를 통한 결과 비교와 제어 성능 평가를 한다.

제6장에서는 본 연구를 통해 얻어진 결과를 최종적으로 분석하고, 최종적인 결론을 도출한다.

제2장 가변속 냉동시스템의 온도 제어

2.1 가변속 냉동시스템의 구성 및 제어

Fig. 2.1은 가변속 냉동시스템(Variable Speed Refrigeration System; VSRS) 기반의 오일쿨러 시스템(Oil Cooler System; OCS)의 장치 모식도이다. VSRS는 압축기 회전수 f_i를 인버터(inverter)로 가변시켜 압축기 출구 측 냉매의 질량유량 $\dot{m}$을 조절함으로써 목표 온도 T_o를 제어한다. 압축기의 급격한 가변속 제어는 액백(liquid back)으로 인한 액압축이나 과열증기 압축으로 인한 COP(Coefficient Of Performance; COP) 저하를 초래한다. 이를 방지하기 위해 전자팽창밸브(Electronic Expansion Value; EEV)의 개도(opening angle)를 EEV 드라이브로 조절함으로써 과열도도 동시에 제어한다. 여기서, 과열도 T_s는 증발기 내의 압력 강하가 미소함을 고려하여 '증발기 입구과 출구의 온도 차'로 정의하였다. 실제 시스템에서 외란(disturbance)인 열 부하는 냉동 사이클에 부가적으로 장착된 전기히터(electric heater)를 통해 인가된다.

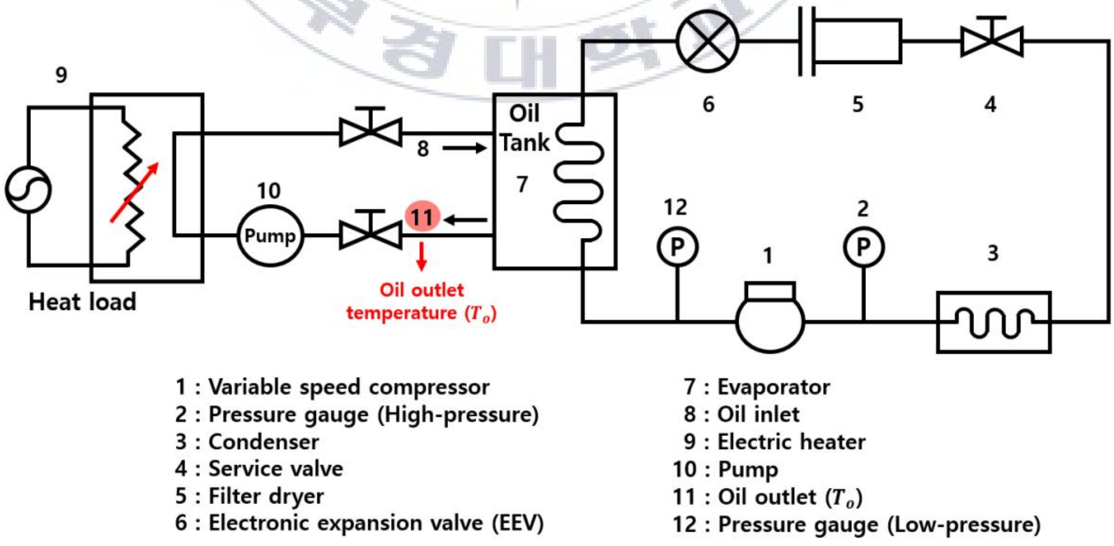


Fig. 2.1 Conceptual diagram for VSRS-based OCS.

Fig. 2.2는 오일쿨러 시스템의 제어 개념을 설명하기 위한 전달함수 블록도이다. VSRS는 Fig. 2.2와 같이 제어 대상과 제어 변수가 각각 두 개인 독립된 Dual-SISO(Single-Input Single-Output)로 구성된다. 오일쿨러 시스템의 제어량은 오일출구온도 T_o와 과열도 T_s이고, 이들에 대응하는 조작량은 압축기 인버터 주파수 f_i와 EEV 개도 지령 V_o이다. 제어대상인 압축기와 EEV 전달함수는 $P_c(s)$와 $P_e(s)$이다. 또한, 전달함수 $G_d(s)$는 열부하 외란이 T_o에 미치는 영향을 나타낸다. 전달함수 $G_{ic}(s)$ 및 $G_{ie}(s)$는 제어 변수 간의 상호 간섭 효과를 나타낸다. 즉, T_s에 대한 f_i의 간섭과 T_o에 대한 V_o의 간섭을 나타낸다. EEV의 개도 변화가 T_o에 미치는 간섭 영향은 선행 연구 결과 극히 미미하였으므로 고려하지 않았다. 또한, $G_{ic}(s)$와 $G_d(s)$ 두 전달함수는 시뮬레이션 시, 실제 제어대상의 동특성을 정확하게 모사하기 위한 용도로 쓰일 뿐, 제어기 설계에는 반영되지 않는다.

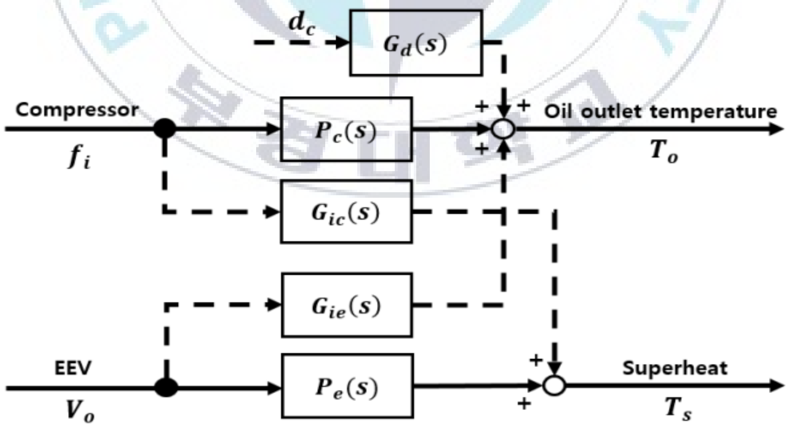


Fig. 2.2 Transfer functions for a compressor and EEV.

2.2 실험 장치 구성 및 사양

Fig. 2.3과 Fig. 2.4는 본 연구에서 사용한 실험 장치의 개략도와 실제 실험 장치를 각각 나타낸다. 실험장치의 냉동사이클과 부속기기의 주요 사양은 각각 Table 2.1과 Table 2.2와 같다. 제어대상인 가변속 압축기는 3상 농형(squirrel cage type) 유도 전동기에 의해 구동되는 로터리(rotary)식 압축기로 인버터 주파수를 통해 그 회전수가 제어된다. EEV는 내부의 스텝모터의 각도를 조절하여 개도를 제어한다. 압축기의 회전수 제어용 장치로는 'V/f=일정' 타입의 인버터, EEV 제어에는 EEV 드라이브를 각각 사용하였다. 제어장치로는 MATLAB real-time 기반의 PXIe 시스템을 사용하였다. T_o와 T_s를 제어하기 위한 인버터와 EEV 드라이브 제어 입력은 PXIe 장치에서 주어진 지령값과 피드백 된 온도 계측 값으로부터 오차 정보가 계산되고 설계된 제어 로직에 따라 이 오차를 0으로 하는 조작량이 연산된다. 디지털 값으로 연산된 조작량을 D/A변환기를 거쳐 I/O 모듈을 통해 아날로그 전압 지령으로 인버터와 EEV 드라이브에 출력된다. 또한, 열부하는 공작기계를 대신하여 전기히터를 사용하였고, 온도 측정을 위한 센서는 K-type 열전대를 사용하였다. 냉매 질량 유량 $\dot{m}$은 압축기 출구에서 유량계(Oval)를 사용하여 측정하였다.

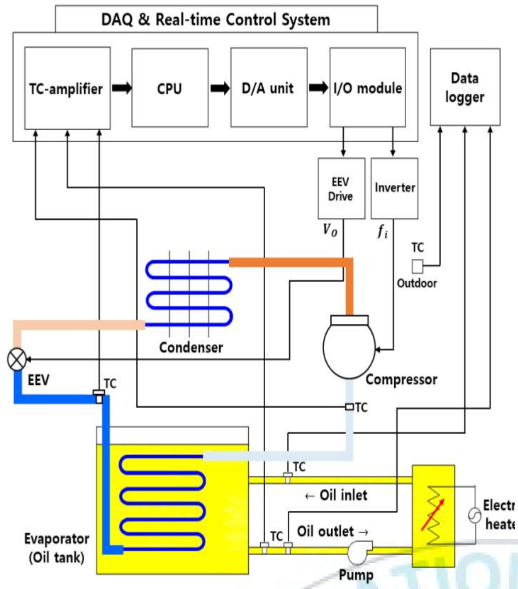


Fig. 2.3 Diagram of control system.

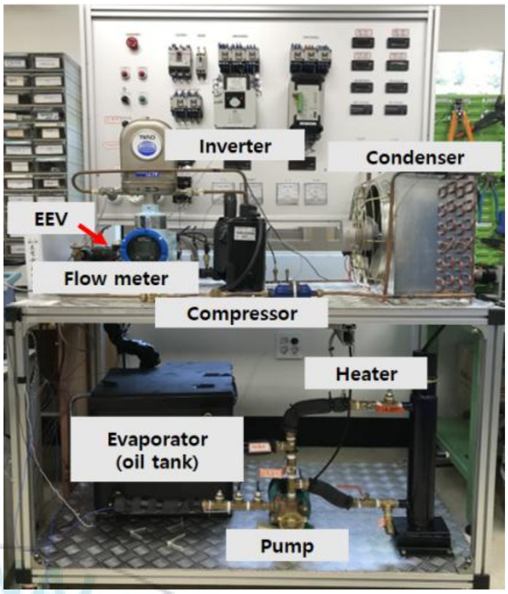


Fig. 2.4 Real experimental unit.

Table 2.1 Specifications of the VSRS and refrigerant.

Component	Note
Compressor	Rotary type, 30-90[Hz], 0.86[kW]
EEV	0-100[%]; 0-2,000[step], 12[V]
Condenser	Air-cooled fin and tube type, 5.24[kW]
Evaporator	Bare tube coil type, 2.1[kW] (max.)
Refrigerant	R-22, 0.9 [kg](max.)

Table 2.2 Specifications of the attached device and oil.

Component	Note
Inverter	4.5[kVA], 3phase, PWM
EEV drive	4[W], 24[Vdc], Bipolar type
Electric Heater	4.5[kW](max)
Oil tank	Immersion type, 400[mm] × 400[mm] × 385[mm]
Oil	ISO VG 10, Velocite oil No.6, 40[L]

2.3 견실 제어의 필요성 및 μ-synthesis 견실 제어

본 연구에서 가변속 냉동시스템의 수학적 모델은 실험을 통해 구한 저차원 전달함수 모델을 사용한다. 저차원 전달함수 모델은 가변속 냉동시스템의 동작점 근방에서 실험을 통해 구한다. 실험으로 얻은 저차원 전달함수 모델은 모델링이 쉽고, 저차원이어서 실용적이다. 하지만, 장치 주변의 외기 온도 및 동작점 등이 모델링 시와 다를 경우, 모델 불확실성이 발생하여 제어 성능이 저하된다. 또한, 가변속 냉동시스템은 배관에서의 열 취득 및 열 손실과 같은 열부하 외란의 영향을 받으며, 열유체 시스템에서 반드시 발생하는 부동작 시간과 외기 온도의 변화 등이 모두 모델 불확실성의 요소로 작용하게 된다. 뿐만 아니라 압축기를 제어하기 위해 사용하는 인버터에서 발생하는 고조파와 온도 센서인 열전대를 통해 인가되는 잡음 등이 작용하여 제어 성능을 열화시키므로 가변속 냉동시스템의 견실 온도 제어를 위한 제어기 설계가 필수적이다.

견실 제어법의 하나인 μ-제어기는 가중함수 주파수를 정형함으로써 견실 안정성 및 견실 제어 성능을 보장하는 제어기 설계법이다. Fig. 2.5는 전달함수 모델 기반의 피드백 제어 시스템으로 모델 불확실성을 포함한 제어대상 $\widetilde{P}$, 외란 d, 제어기 K로 구성된다. 또한, 입력에는 센서 노이즈가 추가된다. r은 목표치, e는 오차, u는 제어입력, y는 응답이다. 식(2.1)은 제어시스템에 인가되는 세 입력에 대한 응답 y를 나타낸다.

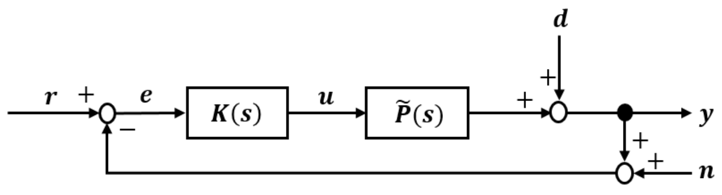
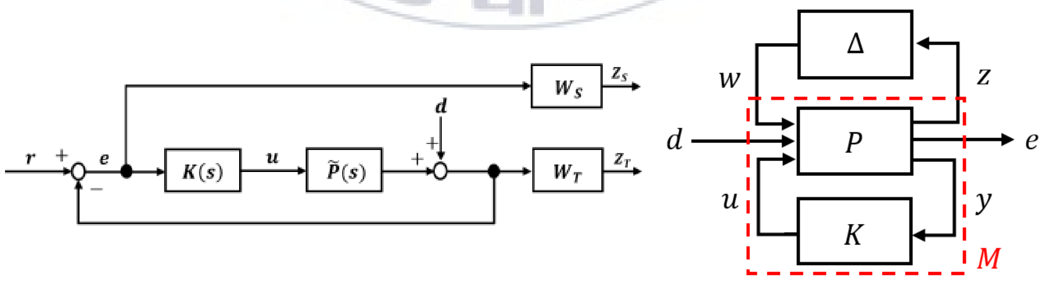


Fig. 2.5 General feedback control system.

$$y = (I+\widetilde{P}K)^{-1}\widetilde{P}Kr + (I+\widetilde{P}K)^{-1}d - (I+\widetilde{P}K)^{-1}\widetilde{P}Kn \tag{2.1}$$

여기서, $S=(I+\tilde{P}K)^{-1}$는 감도함수이며, $T=(I+\tilde{P}K)^{-1}\tilde{P}K$는 상보감도함수이다. 감도함수와 상보감도함수의 관계는 $S+T=1$이며, 제어기 설계 시 상호 절충(trade-off)이 필요한 혼합 감도 문제가 발생한다. $\tilde{P}$는 제어대상의 전달함수로 미리 주어진 것이므로 설계사양에 따라 바꿀 수 없다. 따라서 결국은 제어기 K를 통해 S와 T를 어떻게 결정하는가에 따라 Fig. 2.5의 피드백 시스템의 제어 성능이 결정된다. 이때, 외란은 저주파 영역에서 큰 에너지를 가지고 모델 불확실성 및 잡음은 고주파 영역에서 큰 에너지를 가진다. 즉, 목표치 추종 성능과 외란 제거 성능을 좋게 하기 위해서는 식(2.1)에서 보듯이 제어기 K의 이득이 크도록 조절해야 한다. 반면, 잡음 영향과 불확실성에 대한 안정성을 위해서는 제어기 K의 이득을 작도록 조절해야 한다. 따라서 이러한 혼합 감도 문제를 해결하기 위해 주파수 가중함수 W_S와 W_T를 도입한다.

Fig. 2.6은 일반적인 피드백 제어시스템에 가중함수를 포함시켜 나타낸 블록 다이어그램이다. (a)는 위의 주파수 가중함수 W_S와 W_T를 반영하여 나타낸 것이고, (b)는 제어대상의 모델 불확실성 Δ를 μ-제어기의 구조화 불확실성으로 나타내기 위해 (a)를 등가 변환하여 나타낸 것이다.



(a) Block diagram with weighting functions.　(b) Generalized block diagram for μ-control.

Fig. 2.6 General control block diagram with model uncertainty.

문제를 간단히 하기 위해 단일입·출력 시스템으로 간주하여 입력 r, d로부터 제어오차 e, 제어입력 u까지의 전달함수를 각각 구하면 식(2.2)와 같이 유도된다.

$$\begin{cases} u = PK(I+PK)^{-1}d \\ u = K(I+PK)^{-1}r \end{cases} \begin{cases} e = P(1+PK)^{-1}d \\ e = (I+PK)^{-1}r \end{cases} \tag{2.2}$$

일반적으로 제어입력 u와 오차 e 사이의 상호 절충은 식(2.2)와 같이 S와 T에 대한 제약조건식으로 주어지는 혼합 감도 문제에 대응됨을 알 수 있다. Fig. 2.6의 (a)를 Fig. 2.6(b)와 같이 간이화 하면 하측 선형 분수 변환에 의해 M은 식(2.3)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} M &= \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} W_T PK(I+GK)^{-1} & W_T K(I+PK)^{-1} \\ W_S P(I+PK)^{-1} & W_S (I+PK)^{-1} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2.3}$$

감도함수 S와 상보감도함수 T를 식(2.3)에 대입하면 M은 식(2.4)와 같이 재 정의된다.

$$M = \begin{bmatrix} W_T T & W_T KS \\ W_S PS & W_S S \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

여기서, μ-제어기의 핵심 설계 파라미터인 구조화 특이치 μ를 식(2.5)와 같이 정의한다[12~16].

$$\mu_\Delta(M) := \frac{1}{\min\{\bar{\sigma}(\Delta) : \Delta \in \boldsymbol{\Delta}, \det(I - M\Delta) = 0\}} \tag{2.5}$$

(단, $\det(I-M\Delta)=0$이 되는 $\Delta \in \boldsymbol{\Delta}$가 존재하지 않을 경우, $\mu_\Delta(M) := 0$)

따라서 식(2.4)의 M에 대해 $\mu_{\Delta}(M)$을 구하면 식(2.6)과 같은 과정으로 계산이 가능하다. 이 식의 상세한 도출 과정은 Appendix(A.1)에 나타내었다.

$$\begin{aligned}
&\mu\begin{bmatrix} W_T PK(I+PK)^{-1} & W_T K(I+PK)^{-1}\times P \\ W_S P(I+PK)^{-1}\times P^{-1} & W_S(I+PK)^{-1} \end{bmatrix} \\
&=\mu\begin{bmatrix} W_T PK(I+PK)^{-1} & W_T PK(I+PK)^{-1} \\ W_S(I+PK)^{-1} & W_S(I+PK)^{-1} \end{bmatrix} \\
&=\mu\begin{bmatrix} W_T T & W_T T \\ W_S S & W_S S \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.6}$$

주파수 영역에서 W_S는 저주파수 영역의 이득을 커지게, W_T는 고주파수 영역의 이득을 작게 만드는 역할을 한다. 따라서 식(2.6)은 혼합 감도 함수 문제인 식(2.7)로 귀착된다. 최종적으로 μ-제어기는 식(2.8)을 만족하도록 하는 제어기 설계 문제로 된다.

$$\mu_{\Delta}(M) = |W_S S| + |W_T T| \leq 1 \tag{2.7}$$

$$\mu_{\Delta}(M) \leq 1 \Leftrightarrow \left\| \begin{matrix} W_S S \\ W_T T \end{matrix} \right\|_{\infty} \leq 1 \tag{2.8}$$

제3장 가변속 냉동시스템의 모델링

3.1 최적 과열도 및 정격 열부하 선정

가변속 냉동시스템인 오일쿨러의 제어기를 설계하기 위해서는 제어량인 오일출구온도 T_o와 과열도 T_s의 지령값을 선정해야 한다. 먼저 주 제어량인 오일출구온도의 지령값은 공작기계에 사용되는 냉각기의 특성을 고려하여 25℃로 선정하였다. 다음으로 보조 제어량인 과열도의 지령값은 선행 연구자의 최적 과열도 선정 실험 데이터를 참고하여 7℃로 선정하였다[7]. 이를 선정하기 위해 참고한 실험 데이터는 Fig. 3.1이며, 과열도에 따른 COP 변화를 압축기 회전수 별로 나타내었다. 여기서, T_s는 '증발기 출구 온도 – 증발기 입구 온도'로부터, COP는 '냉동 능력/압축기 소모 동력'으로 계산한다. 과열도가 0℃ 근방일 때 COP가 최대로 유지되지만, 증발기 입출구가 액냉매 상태로 상변화를 마치지 않을 것으로 가정하면 액압축의 위험이 있다. 이와 반대로 액압축의 위험을 피하기 위해 8℃ 이상으로 선정하면 COP가 감소함을 알 수 있다. 따라서 액압축과 COP 감소를 동시에 피하기 위해 7℃를 과열도로 선정하였다[7].

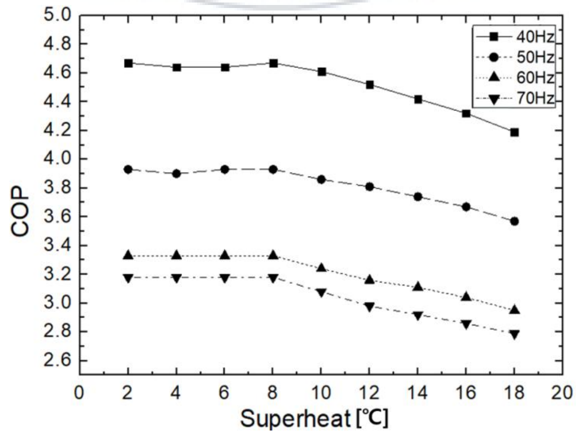


Fig. 3.1 COP profile according to superheat.

정격 열부하는 오일출구온도 T_o를 25℃로 하는 동특성 실험에서 사용된다. 정격 열부하 선정은 오일출구온도를 25℃로 유지 가능한 최대 열부하를 파악하고, 그 값의 80%로 한다. 정격 열부하는 선행 연구자의 연구 결과인 Table 3.1과 Table 3.2를 참고하여 1.68 kW로 선정하였다[7].

Table 3.1 Experimental results for maximum heat load.

ref. [℃]	Load [kW]	V_o [step]	f_i [Hz]	T_a [℃]
25	2.1	1,220	70	20

Table 3.2 Experimental results for rated heat load.

ref. [℃]	Load [kW]	V_o [step]	f_i [Hz]	T_a [℃]
25	1.68	1,060	55	20

선행 연구에서 진행한 최대 열부하 결정 실험 시, 실험 장치의 냉동능력을 최대화하기 위해 압축기 주파수를 최대값인 70 Hz로 유지하고, 과열도는 최대 COP로 유지하기 위해 7℃로 제어하였다. Table 3.1로부터 실험 장치가 오일출구온도의 목표 온도인 25℃를 유지하는 최대 열부하는 2.1 kW임을 알 수 있으며, 이 값의 80%인 1.68kW를 정격 열부하로 선정하였다. 또한, Table 3.2는 선정된 정격 열부하인 1.68kW를 인가했을 때, 실험 결과로 압축기 회전 속도가 55 Hz로 정격값인 60 Hz에 근사하므로 선정된 정격 열부하 값이 적절함을 알 수 있다.

3.2 동특성 실험을 통한 전달함수 모델링

전달함수는 동작점 근방에서 조작량의 미소 변동 실험을 통해 제어량의 동특성을 분석해 구한다[7,8]. Fig. 3.2는 전달함수 모델링을 위한 동특성 실험 데이터이다. 먼저, 제어량을 동작점 온도에 수렴시킨 후 조작량

을 스텝으로 변화시킨다. 전형적인 1차계 응답이므로 그래프에서 제어량이 최종값의 63.2%에 도달하는 시간을 시정수 τ로, 제어량의 변화량을 조작량의 변화량으로 나눈 값($\Delta T/\Delta u$)을 DC gain인 K로 선정한다. 선정된 값을 식(3.1)에 대입시키면 압축기와 EEV의 1차계 전달함수가 얻어진다. 여기서, 식(3.1)의 d는 부동작 시간(dead time)으로 조작량 인가 후 응답이 나타나는 시점까지를 나타낸다. d가 시정수에 비해 무시할 수 있을 정도로 짧을 경우는 단순 1차계로 모델링 할 수 있다. 따라서, 본 연구에서 사용된 제어대상은 조작량 변화에 대한 제어량의 응답이 느린 VSRS이며, 모델 불확실성을 갖는 시스템의 견실 제어 성능 확보에 초점을 맞추고 있으므로 부동작 시간의 영향은 무시하여 1차계로 근사화 한다.

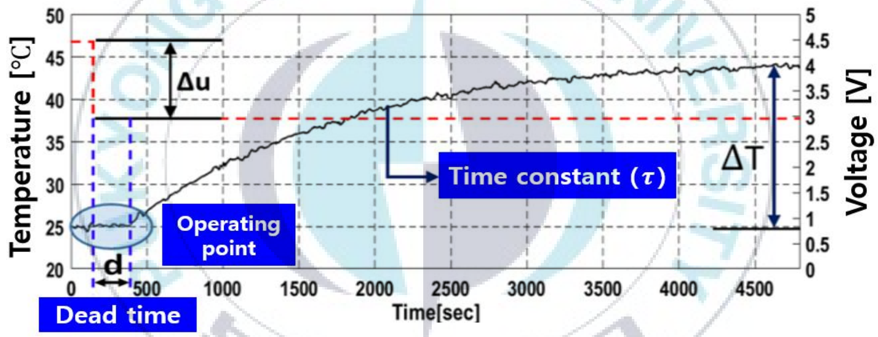


Fig. 3.2 Transfer function model by experiment at near operating point.

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-ds} \tag{3.1}$$

오일쿨러의 오일출구온도와 과열도의 공칭 온도는 각각 25℃와 7℃이며, 동작점 근방에서 구한 전달함수를 공칭 모델로 선정하였다[7,8].

3.2.1 압축기 회전수 변화에 따른 오일출구온도의 동특성

Fig. 3.3은 동작점 근방에서 압축기 회전수 변화에 따른 동특성 실험 결과와 이를 통해 구한 전달함수 모델의 시뮬레이션 결과이다[8]. 그림에

서 검정색 실선은 실험을 통해 얻은 실제 응답이며, 빨간색 파선은 실험 결과로부터 모델링된 전달함수 식(3.2)의 시뮬레이션 응답이다. 이를 통해 모델링된 전달함수가 실제 시스템의 거동과 매우 유사함을 알 수 있다. 전달함수 식(3.2)에서 특성 파라미터인 DC 게인(이득상수) K는 오일출구온도 변화량(ΔT_o)을 압축기 인버터 주파수 변화량(Δf_i)으로 나누어 도출한다. 시정수 τ는 오일출구온도가 최종값의 63.2%에 도달하는 시간으로 구한다. 자세한 실험 조건 및 관련 데이터를 Table 3.3에 나타내었다. T_o와 T_s 모두 f_i와 V_o의 함수이므로 모델링 시에는 주된 제어입력을 변동시킬 경우, 다른 한 변수는 일정(constant;c) 값으로 고정하였다. 즉, 압축기의 경우 V_o, EEV의 경우는 f_i를 고정시켰다.

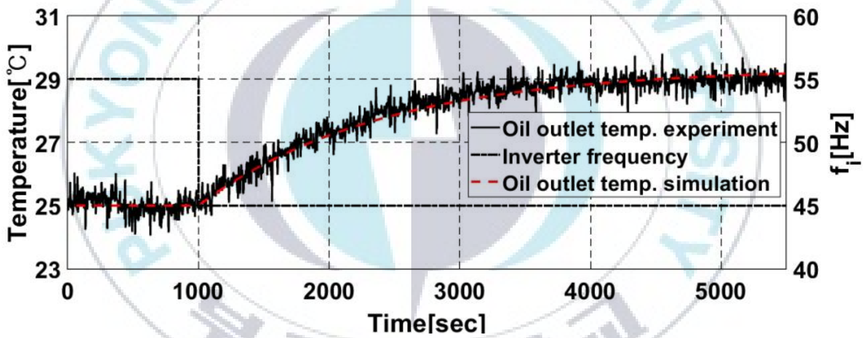


Fig. 3.3 Experimental result for transfer function and response of $P_c(s)$.

$$P_c(s) = \left.\frac{\Delta T_o}{\Delta f_i}\right|_{V_o = c} = \frac{-0.43}{1680s+1}e^{-51s} \tag{3.2}$$

Table 3.3 Experimental data of dynamic characteristic for $P_c(s)$.

T_o [℃]	f_i [Hz]	Load [kW]	V_o [step]	T_a [℃]	$\dot{m}$ [kg/h]	P_h [bar]	P_l [bar]
25→29.3	55→45	1.68	900	26.7	42	12.8	4.8

3.2.2 EEV 개도 변화에 따른 과열도의 동특성

Fig. 3.4는 동작점 근방에서 EEV 개도 변화에 따른 과열도의 동특성 실험 결과와 전달함수 모델의 시뮬레이션 결과이다[8]. 그림에서 검정색 실선은 실험을 통해 얻은 실제 응답이며, 빨간색 파선은 실험 결과로부터 모델링된 전달함수 식(3.3)의 시뮬레이션 응답이다. 이를 통해 모델링된 전달함수가 실제 시스템의 거동과 매우 유사함을 알 수 있다. 전달함수 식(3.3)에서 특성 파라미터인 DC 게인 K는 과열도 변화량(ΔT_s)을 EEV 개도 변화량(ΔV_o)으로 나누어서 도출하였다. 시정수 τ는 과열도가 최종값의 63.2%에 도달하는 시간으로부터 구하였다. 자세한 실험 조건 및 관련 데이터를 Table 3.4에 나타내었다.

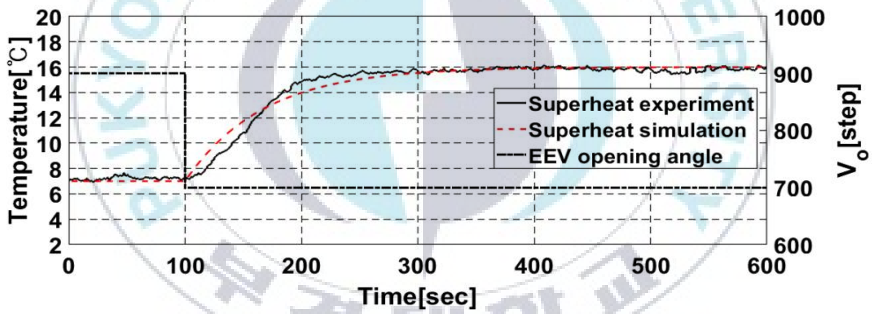


Fig. 3.4 Experimental result for transfer function and response of $P_e(s)$.

$$P_e(s) = \left.\frac{\Delta T_s}{\Delta V_o}\right|_{f_i = c} = \frac{-0.045}{67s+1}e^{-5s} \tag{3.3}$$

Table 3.4 Experimental data of dynamic characteristic for $P_e(s)$.

T_s [℃]	V_o [step]	Load [kW]	f_i [Hz]	T_a [℃]	$\dot{m}$ [kg/h]	P_h [bar]	P_l [bar]
7→16	900→700	1.68	55	27	42.9	13	4

3.2.3 열부하 변화에 따른 오일출구온도의 동특성

Fig. 3.5는 열부하 변동에 따른 오일출구온도의 동특성 실험 결과이다 [8]. 그림에서 실선은 실험 결과이고, 파선은 모델링된 식(3.4)의 시뮬레이션 응답이다. 실선과 파선이 매우 유사한 거동을 보이므로 모델이 타당함을 알 수 있다. 전달함수 식(3.5)에서 특성 파라미터인 DC 게인 K는 열부하 변화량(ΔH)을 오일출구온도 변화량(ΔT_o)으로 나누어서 도출하였다. 시정수 τ는 과열도가 최종값의 63.2%에 도달하는 시간으로부터 구하였다. 자세한 실험 조건 및 관련 데이터를 Table 3.5에 나타내었다.

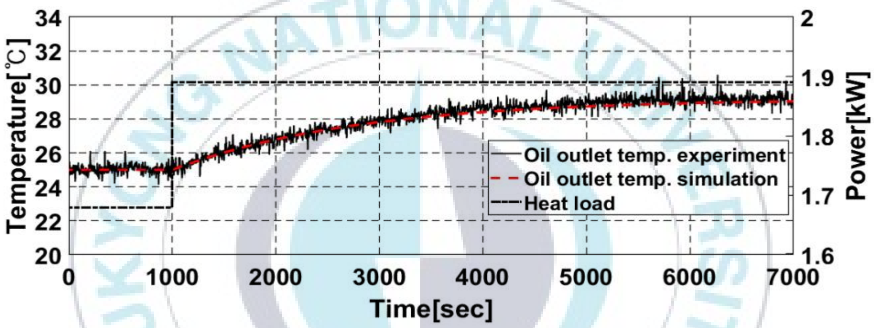


Fig. 3.5 Experimental result for transfer function and response of $G_d(s)$.

$$G_d(s) = \left.\frac{\Delta T_o}{\Delta H}\right|_{f_i,\, V_o = c} = \frac{19.9}{1790s+1} \tag{3.4}$$

Table 3.5 Experimental data of dynamic characteristic for $G_d(s)$.

T_o [℃]	Load [kW]	V_o [step]	F_i [Hz]	T_a [℃]	$\dot{m}$ [kg/h]	P_h [bar]	P_l [bar]
25→29.18	1.68→1.89	950	55	27.4	45.2	13	4

3.2.4 압축기 회전수 변화에 따른 과열도의 동특성

압축기의 급격한 회전수 변화가 과열도에 미치는 영향을 간섭 현상이라 한다. 압축기 회전수가 급격히 상승할 때 증발기 내의 압력이 순간적으로 저압이 되며 과열도가 급격히 상승한다. 이후 압축기 회전수 증가로 인한 냉매 유량 증가로 과열도가 감소한다. Fig. 3.6은 압축기의 회전수 변화가 과열도에 미치는 영향을 실험한 결과이다[8]. 이 실험 결과로부터 얻은 전달함수는 식(3.5)와 같다. 그림에서 검정색 실선은 실험 결과를, 그리고 붉은 파선은 모델링된 전달함수 식(3.5)의 시뮬레이션 응답이다. 검정 실선과 붉은 파선이 매우 유사한 거동을 보이므로 도출된 전달함수가 타당함을 알 수 있다. 해당 실험의 자세한 조건 및 데이터를 Table 3.6에 나타내었다.

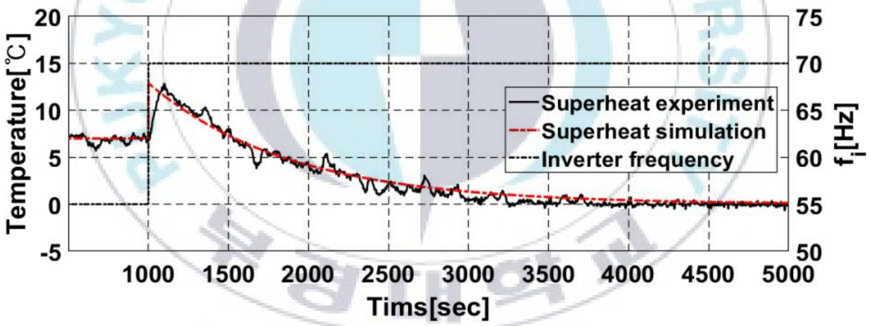


Fig. 3.6 Experimental result for transfer function and response of $G_{ic}(s)$.

$$G_{ic}(s) = \left.\frac{\Delta T_s}{\Delta f_i}\right|_{V_o = c} = \frac{348.1 - 0.467}{885s + 1} \tag{3.5}$$

Table 3.6 Experimental data of dynamic characteristic for $G_{ic}(s)$.

T_s [℃]	f_i [Hz]	Load [kW]	V_o [step]	T_a [℃]	$\dot{m}$ [kg/h]	P_h [bar]	P_l [bar]
7→12.9→0	55→70	1.68	925	26.6	42.4	12.9	4

3.3 모델 불확실성을 포함한 전달함수

제어기 설계 시에는 앞서 구한 공칭 모델들이 사용되므로 모델링 시와 다른 운전 조건에서는 공칭 모델의 특성 파라미터가 공칭값으로부터 변동하게 되어 제어 성능이 열화한다. 전달함수 모델의 특성 파라미터에 영향을 미치는 주요 인자로는 주변 온도(외기 온도), 동작점, 조작량인 주파수 변동량 등이 있다. 해당 요소들을 통해 발생하는 모델 불확실성의 크기와 최대 범위는 선행 연구자의 모델 불확실성 실험을 통해 확인하였다[7]. 특성 파라미터의 변동에 미치는 영향을 실험을 통해 분석한 결과, 압축기 회전수 변화량(30 Hz)이 모델 불확실성에 미치는 영향이 가장 크게 나타났다. 하지만, 실제 가변속 냉동시스템의 기동과 정지 등의 경우를 제외하면 압축기 회전수가 30 Hz 정도로 순시 변경하는 경우는 극히 드물다. 따라서 이를 고려하면 실험을 통해 구한 모델 불확실성의 최대 크기는 Fig. 3.7의 실험 결과와 같이 동작점의 영향이 가장 큰 것으로 확인되었다[7]. Fig. 3.7을 통해 동작점에 따른 특성 파라미터의 값을 자세히 살펴보면, 동작점 25℃를 기준으로 최대 변동 범위는 ±23%이다. 뿐만 아니라 운전 중에는 모델링 시와 다른 열부하, 외기 온도 등이 외란으로 작용하므로 모델링 불확실성과 이들 외란 하에서의 영향을 고려하여 모델 불확실성의 최대 범위를 ±30%로 선정하였다.

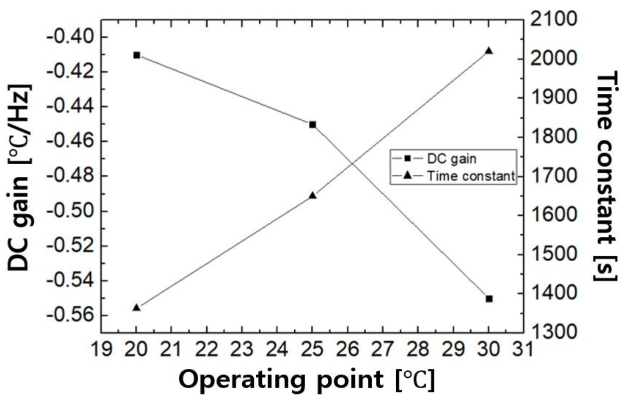


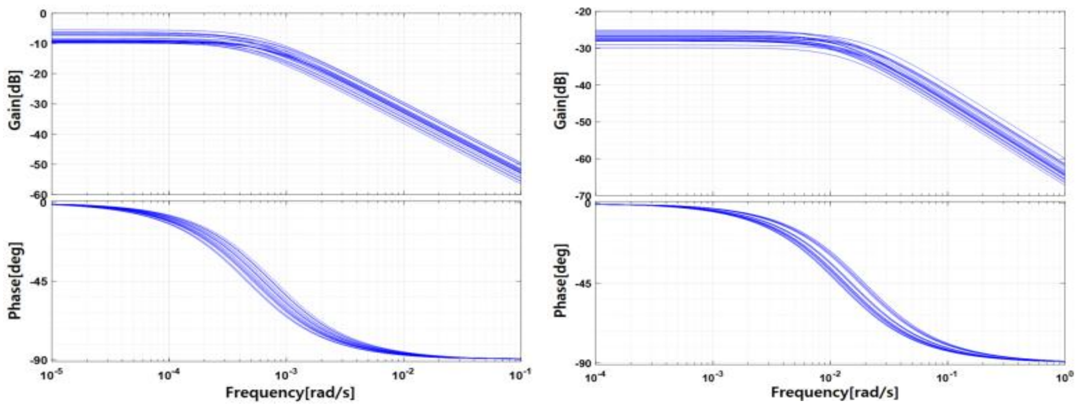
Fig. 3.7 Characteristic parameters according to changes in operating point.

공칭 모델의 불확실성 크기는 동특성 실험 시의 장치 주변 외기 온도, 동작점, 조작량의 변동량 등을 달리해 전달함수를 식(3.6)의 형태로 구한 결과, 그 최대 변동 범위가 약 ±30%로 나타났다.[7] 이를 고려한 압축기와 EEV의 공칭 모델의 불확실성은 식(3.7)과 같다.

$$\begin{cases} P_c(s) = \dfrac{k_c}{\tau_c s + 1} \\ P_e(s) = \dfrac{k_e}{\tau_e s + 1} \end{cases} \tag{3.6}$$

$$\begin{cases} k_c = \overline{k_c}(1 + p_{kc}\delta_{kc}),\ \tau_c = \overline{\tau_c}(1 + p_{\tau c}\delta_{\tau c}) \\ k_e = \overline{k_e}(1 + p_{ke}\delta_{ke}), \tau_e = \overline{\tau_e}(1 + p_{\tau e}\delta_{\tau e}) \end{cases} \tag{3.7}$$

식(3.7)에서 전달함수 공칭 모델의 특성값은 압축기의 경우 $\overline{\tau_c} = 1,680$, $\overline{k_c} = -0.43$이고, EEV의 경우 $\overline{\tau_e} = 67$, $\overline{k_e} = -0.045$이다. 이때 상첨자 기호 '—'는 공칭값을 의미한다. 이들 파라미터의 섭동 Δ_p의 범위는 각 파라미터의 최대 변동 범위가 ±30%임을 고려하여, $-1 \le \delta_{\tau c}, \delta_{\tau e}, \delta_{kc}, \delta_{ke} \le 1$, 그 비율은 $p_{\tau c}, p_{\tau e}, p_{kc}, p_{ke} = 0.3$으로 하였다. 제어대상에 대한 식(3.6)의 전달함수 모델은 상태공간 모델보다 제어량의 거동을 직관적으로 파악할 수 있고, 각 특성 파라미터가 지닌 불확실성 요소를 비교적 쉽게 표현할 수 있을 뿐만 아니라 주파수 공간에서의 μ-제어기의 설계에도 용이하다.



(a) compressor. (b) EEV.

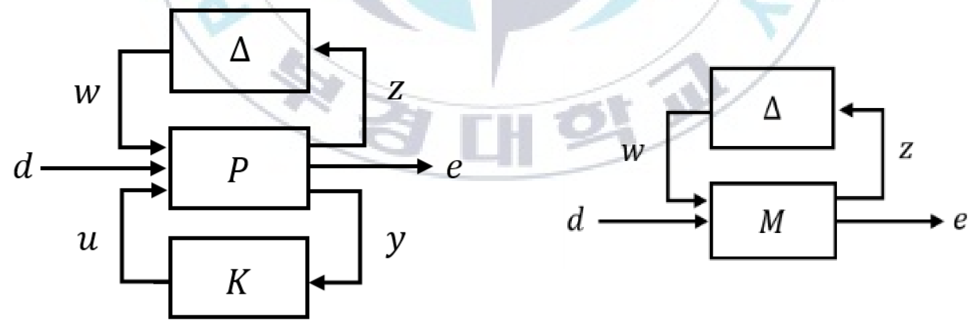
Fig. 3.8 Bode diagram according to change of model uncertainty.

Fig. 3.8은 압축기와 EEV의 공칭 모델인 식(3.6)의 각 특성값 τ와 k가 식(3.7)과 같이 최대 ±30%까지 변동할 때 압축기와 EEV의 전달함수의 개루프 주파수 응답을 나타낸 보드선도이다. 각 보드선도로부터 제어대상 P_c, P_e의 모델 불확실성이 위상에 미치는 영향은 미미하지만 이득에 미치는 영향은 크다는 것을 알 수 있다. 그러므로 제어기 설계 시에는 모델 불확실성에 대한 영향을 고려해야 함을 알 수 있다.

제4장 가변속 냉동시스템의 μ-synthesis 제어기 설계

4.1 μ-synthesis 견실 제어 이론

Fig. 4.1은 μ-제어기 설계를 위한 일반화 제어대상 모델 및 선형 분수 변환(Linear Fractional Transformation; LFT)을 통해 간략화된 등가 변환 블록도를 나타낸다. (a)는 구조화 불확실성 Δ를 갖는 일반적인 견실 제어기 설계에 대한 구조이고, (b)는 (a)의 하측(lower) 선형 분수 변환을 통해 얻은 표준 $M-\Delta$ 구조도이다. (a)에서 P는 일반화 제어대상, Δ는 섭동, K는 제어기를 각각 나타낸다. 또한, w, d, u는 일반화 제어대상 P의 섭동 입력, 외란, 그리고 제어입력을 각각 나타낸다. 출력인 z, e, y는 일반화 제어대상 P의 섭동 출력, 오차, 그리고 측정 출력이다. Fig. 4.1(b)의 M은 Fig. 4.1(a)에서 입력 변수를 d와 u, 출력 변수를 e와 y로 하여 식(4.1)과 같이 유도되며, 식(4.2)는 (b)의 상측(upper) 선형 분수 변환을 통해 도출된다[12-16]. 상세한 도출 과정은 Appendix(A.2)에 나타내었다.



(a) Generalized block diagram. (b) $M-\Delta$ configuration.

Fig. 4.1 Block diagram with structured uncertainty for a μ-controller.

$$M = F_l(P,K) = P_{11} + P_{12}K(I-P_{22}K)^{-1}P_{21} \tag{4.1}$$

$$e = F_u(M,\Delta)d = \left[M_{22} + M_{21}\Delta(I-M_{11}\Delta)^{-1}M_{12}\right]d \tag{4.2}$$

여기서, 대각 행렬 구조를 갖는 Δ를 식(4.3)과 같이 정의한다. Δ_p는 놈이 한정된 불확실성(norm-bounded uncertainties)의 구조화된 집합으로서 공칭 전달함수에 포함된 모델 불확실성을 의미한다. Δ_f는 μ-제어에서의 견실 성능 조건을 나타내기 위해 도입한 가상의 불확실성이다.

$$\Delta = \left\{ \begin{bmatrix} \Delta_p & 0 \\ 0 & \Delta_f \end{bmatrix} : \Delta_p \in \boldsymbol{\Delta_p},\ \Delta_f \in C^{n \times n} \right\} \tag{4.3}$$

μ-제어기 설계는 식(4.3)의 구조화 불확실성 Δ를 갖는 Fig. 4.1의 시스템이 견실 안정성과 견실 성능을 만족하도록 하는 제어기 K를 구하는 문제이다. 견실 안정의 필요충분조건은 식(4.4)로 정의된 구조화 특이치를 이용하면 $\mu_\Delta\{M(j\omega)\} \le 1\ (\forall \omega)$이다. 이때, Δ의 최대 특이치는 1 이하, M은 안정이며 프로퍼(proper)한 전달함수이다. 이 조건은 주요 루프 정리(main loop theorem)에 의해 견실 성능도 동시에 보장한다[12-16].

$$\mu_\Delta(M) := \frac{1}{\min\{\bar{\sigma}(\Delta) : \Delta \in \boldsymbol{\Delta}, \det(I - M\Delta) = 0\}} \tag{4.4}$$

구조화 특이치를 이용한 μ-제어기 설계는 식(4.1)에서 정의한 폐루프 전달함수 $M = F_l(G, K)$, $M \in C^{n \times n}$을 전 주파수 대역에서 구조화 특이치 $\mu_\Delta(M)$의 최댓값을 최소화하는 안정한 제어기 K를 설계하는 문제이다. 따라서 식(4.5)로 정식화 된다.

$$\min_{stable\,K} \max_{\omega} \mu_\Delta\{M(j\omega)\} \tag{4.5}$$

실제로 식(4.5)의 해를 직접 구하기는 어렵기 때문에 제어기 설계 시는 식(4.6)과 같이 구조화 특이치 $\mu_\Delta(M)$보다 같거나 큰 최대 특이치 $\bar{\sigma}(M)$

을 이용한다. 그러나 최대 특이치는 Δ의 불확실성 구조가 반영되어 있지 않아서 대각 비례 행렬(diagonal scaling matrices) 집합인 식(4.7)의 D를 도입하여 식(4.8)을 푸는 문제로 대체된다. 최종적으로 μ-제어기 설계는 식(4.9)의 D를 최소화하는 안정한 제어기 K를 설계하는 문제로 귀착되며, 식(4.5)를 푸는 문제와 동일한 결과로 된다. 식(4.7)의 상첨자 기호 '*'는 복소 공액 전치를 나타낸다.

$$\mu_\Delta(M) \le \bar{\sigma}(M) \tag{4.6}$$

$$\begin{gathered} D = diag[D_1, D_2, \ldots, D_S, d_1 I, d_2 I, \ldots, d_F I]: \\ D \in C^{r \times r}, D = D^*, d \in R, d > 0 \end{gathered} \tag{4.7}$$

$$\mu_\Delta(M) \le \inf_{D \in \boldsymbol{D}} \bar{\sigma}(DMD^{-1}) \tag{4.8}$$

$$\min_{stable\,K} \ \min_{D \in \boldsymbol{D}} \| DMD^{-1} \|_\infty \tag{4.9}$$

결국, μ-제어기 설계는 식(4.9)를 최소화하는 제어기 K를 찾는 문제로서, scale factor인 D값을 수정해 가면서 μ값이 최소화되는 제어기를 반복 계산으로 찾는 방법이다. 이와 같이 최적의 제어기를 찾는 방법은 D-K iteration으로 알려져 있으며, 견실 안정성과 견실 성능 문제를 해결하기 위한 μ-제어기의 설계법으로 가장 널리 사용되고 있다[12-16].

4.2 가변속 냉동시스템의 μ-synthesis 제어기 설계

Fig. 4.2는 압축기와 EEV의 μ-제어기 설계를 위한 구조화 불확실성과 가중함수를 갖는 피드백 제어계를 나타낸다. 그림에서 K_c, K_e는 압축기

와 EEV용 제어기이며, $W_i(i=1,\ 2)$, $W_j(j=3,\ 4)$는 가중함수이다. 가중함수는 폐루프 성능 조건의 상대적인 중요성을 반영시키기 위한 설계 인자로서 W_i는 T_o, W_j는 T_s의 성능을 각각 조절하는 하중함수이다. $Z_i(i=1,\ 2)$, $Z_j(j=3,\ 4)$는 가중치가 부가된 제어 출력을 나타낸다. 한편, 모델 불확실성의 집합 Δ_p는 Δ_c, Δ_e로 구성되며, $\Delta_c = diag[\delta_{\tau c}, \delta_{kc}]$, $\Delta_e = diag[\delta_{\tau e}, \delta_{ke}]$로 정의되는 대각행렬로서 P_c와 P_e의 구조화 불확실성을 반영한다. 그림 속의 d_c와 d_e는 외란 입력으로서 d_c는 T_o에 미치는 열부하 외란, d_e는 u_c가 T_s에 미치는 간섭 영향을 각각 나타낸다. u_c와 u_e는 제어입력(조작량)으로서 f_i와 V_o 이고, y_c와 y_e는 압축기와 EEV의 측정 출력을 각각 나타낸다. 우선 모델의 불확실성을 설계에 반영하기 위해, Fig. 4.2의 압축기와 EEV의 공칭 모델 P_c와 P_e는 모델 불확실성 Δ_p를 갖는 제어대상 $\widetilde{P}$로 표현된다. 여기서 상첨자 기호 '~'는 불확실성이 포함된 제어대상을 의미한다.

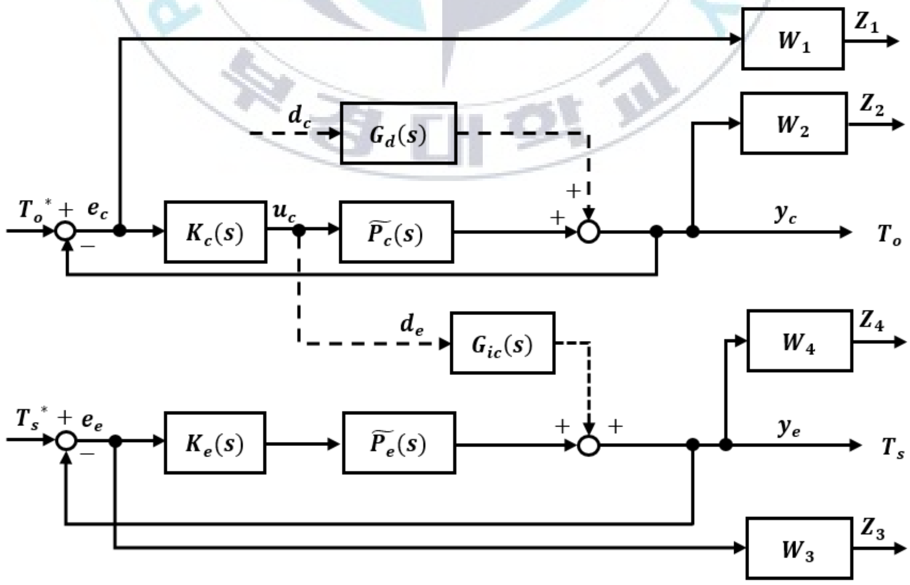


Fig. 4.2 Control system with weighting functions and model uncertainties.

$$\begin{cases} \widetilde{P_c} = F_u(P_c, \Delta_c) \\ \widetilde{P_e} = F_u(P_e, \Delta_e) \end{cases} \tag{4.10}$$

외란 d_c, d_e가 제어출력 Z_i, Z_j에 미치는 영향은 식(4.11)과 같다. 이때 가중함수 W_i, W_j는 주파수 정형을 통해 외란과 모델 불확실성에 대한 성능 조건을 동시에 만족시키기 위해 사용된다.

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1(I+\widetilde{P}_c K_c)^{-1} \\ W_2 \widetilde{P}_c K_c (I+\widetilde{P}_c K_c)^{-1} \end{bmatrix} d_c \\ \begin{bmatrix} Z_3 \\ Z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_3(I+\widetilde{P}_e K_e)^{-1} \\ W_4 \widetilde{P}_e K_e (I+\widetilde{P}_e K_e)^{-1} \end{bmatrix} d_e \end{cases} \tag{4.11}$$

이때 식(4.11)에서 감도함수와 상보감도함수는 식(4.12)와 같다.

$$\begin{cases} \widetilde{S} = (I+\widetilde{P}K)^{-1} \\ \widetilde{T} = \widetilde{P}K(I+\widetilde{P}K)^{-1} \end{cases} \tag{4.12}$$

식(4.11)의 외란 d_c, d_e의 영향을 감소시키기 위해서는 감도함수 $|\widetilde{S}|$가 작게, 즉 제어기 $K(K_c, K_e)$를 증가시켜야 한다. 또한, 모델 불확실성 Δ_p가 출력에 미치는 영향을 감소시키기 위해서는 상보감도함수 $|\widetilde{T}|$를 감소, 즉 K를 감소시켜야 한다. 감도함수와 상보감도함수는 $\widetilde{S}+\widetilde{T}=1$이므로 상호 절충 관계임을 알 수 있다. 이로 인해 가중함수 선정에도 절충 조건이 존재하므로 가중함수를 동시에 최적화하는 것이 중요하다.

외란과 모델 불확실성에 대해 견실 안정성과 견실 성능을 동시에 만족시키는 압축기와 EEV의 μ-제어기 설계는 식(4.11)에 식(4.12)를 대입하여 식(4.13), 식(4.14)와 같이 혼합 감도 문제로 정식화 된다.

$$\left\| \begin{bmatrix} W_1 \widetilde{S}_c \\ W_2 \widetilde{T}_c \end{bmatrix} \right\|_{\infty} < 1 \tag{4.13}$$

$$\left\| \begin{bmatrix} W_3 \widetilde{S}_e \\ W_4 \widetilde{T}_e \end{bmatrix} \right\|_{\infty} < 1 \tag{4.14}$$

제어기 $K(K_c, K_e)$를 설계하기 위해서는 먼저 가중함수 W_i, W_j의 초기값을 적절히 선정해야 한다. μ-제어기는 이 가중함수들의 초기값을 이용하여 일차적으로 설계되며, 설계사양이 만족될 때까지 Fig. 4.3과 같이 가중함수의 반복적인 수정 과정을 거쳐 최종적으로 설계된다.

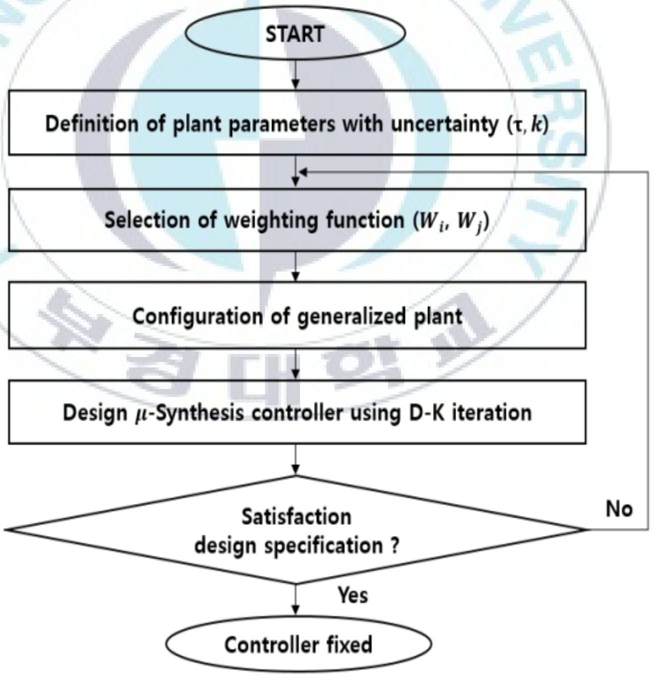


Fig. 4.3 Flow chart for μ-controller design using by iteration method.

가중함수 W_i, W_j의 초기값들은 각 가중함수들의 역할을 고려하여 선정된다. Fig. 4.2에서 W_1과 W_3는 외란이 제어 출력에 미치는 영향을 최

소화시키는 역할, W_2와 W_4는 모델 불확실성에 대한 제어계의 견실 안정성을 확보하기 위한 역할을 한다. 즉, 저주파수에서는 외란의 영향이 크므로 이를 억제할 수 있도록 W_1과 W_3를 설계하고, 고주파수에서는 모델 불확실성의 영향이 상대적으로 크므로 이를 고려하여 W_2와 W_4를 적절한 초기값으로 선정한다. 따라서 가중함수 W_i, W_j는 식(4.13)과 (4.14)로부터 식(4.15)와 같이 설계한다.

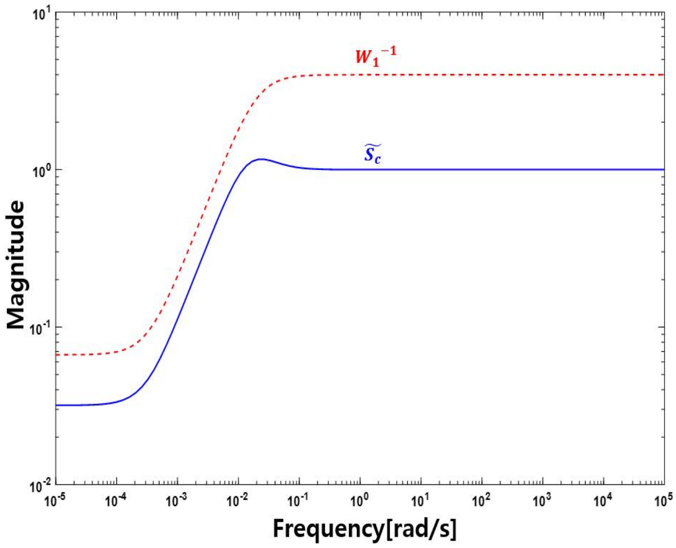
$$\begin{cases} \| \widetilde{S}_c(j\omega) \|_\infty < W_1^{-1}, \ \| \widetilde{T}_c(j\omega) \|_\infty < W_2^{-1}, \ \forall \omega \\ \| \widetilde{S}_e(j\omega) \|_\infty < W_3^{-1}, \ \| \widetilde{T}_e(j\omega) \|_\infty < W_4^{-1}, \ \forall \omega \end{cases} \tag{4.15}$$

Table 4.1은 Fig. 4.3의 반복 과정을 거쳐 최종적으로 설계된 압축기와 EEV 제어용 가중함수이다. Fig. 4.4와 Fig. 4.5는 Fig. 2의 압축기 및 EEV 측 폐루프 시스템의 감도함수와 상보감도함수를 계산하고, 식(4.5)의 조건이 충족되었는지를 확인하기 위한 주파수 응답 선도이다.

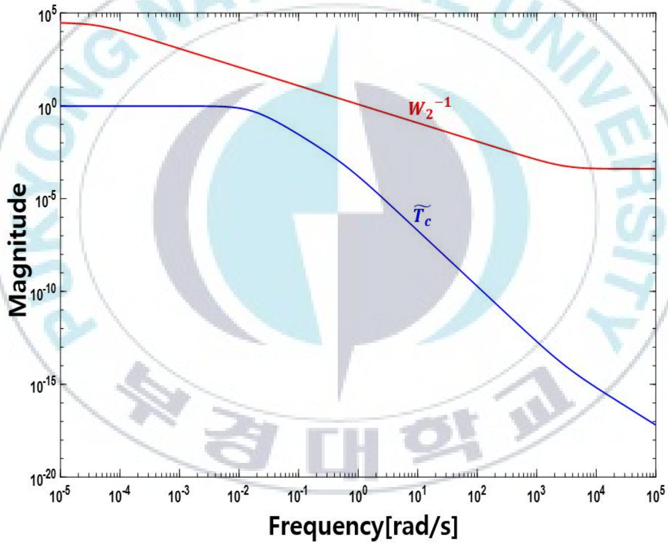
Table 4.1 Designed weighting function for μ-controller.

Symbol	Value	
	Compressor	EEV
$W_S(s)$	$\frac{150(5s+0.1)}{3000s+1}$	$\frac{s+0.1}{200s+0.1}$
$W_T(s)$	$\frac{2500s+0.1}{s+3000}$	$\frac{0.01(10s+1)}{s+2}$

Fig. 4.4의 (a)에서, 감도함수 응답은 모든 주파수 범위에서 가중함수 W_1^{-1}의 아래쪽에 있음을 확인할 수 있다. 특히, 외란의 영향을 최소화하기 위해 저주파수 대역에서 감도함수의 게인이 작게 설계되었음을 알 수 있다.



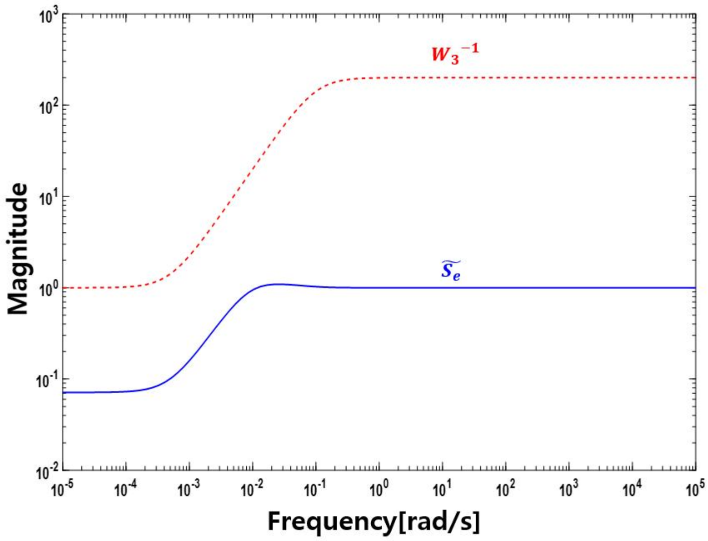
(a) W_1^{-1} and sensitivity function of compressor.



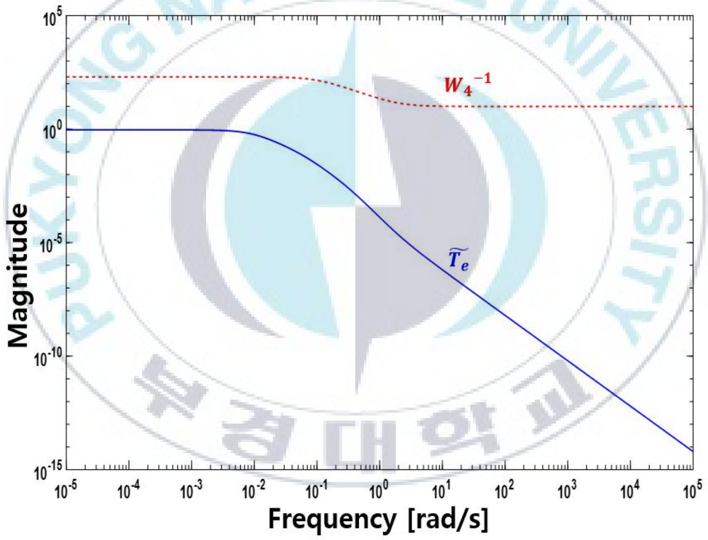
(b) W_2^{-1} and complementary sensitivity function of compressor.

Fig. 4.4 Frequency responses for functions of weighting, sensitivity, and complementary sensitivity of compressor.

Fig. 4.4의 (b)에서도 상보감도함수의 응답이 가중함수 W_2^{-1}의 아래쪽에 위치해 있음을 볼 수 있다. 또한, 고주파수 영역에서 상보감도함수의 게인이 상대적으로 더 작으므로 잡음을 포함한 모델 불확실성의 영향을 최소화하여 견실 안정성을 극대화 하도록 설계되었음을 의미한다.



(a) W_3^{-1} and sensitivity function of EEV.



(b) W_4^{-1} and complementary sensitivity function of EEV.

Fig. 4.5 Frequency responses for functions of weighting, sensitivity, and complementary sensitivity of EEV.

Fig. 4.5의 EEV 제어용 가중함수들도 압축기 제어용 가중함수들과 동일한 원리로 설계되었음을 확인할 수 있다. 이를 통해 최종적으로 설계된 각 가중함수들은 식(4.15)의 조건을 만족시킴을 알 수 있다.

다음으로 압축기와 EEV의 일반화 제어대상을 구성한다. 각 제어대상의 입력은 w, u, d이고, 출력은 z_i, z_j, y이므로 입·출력 간의 전달함수를 구하여 Doyle의 기호법을 사용하여 상태방정식으로 나타내면, 식(4.16), 식(4.17)과 같다[12-16].

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ z_1 \\ z_2 \\ y_c \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} -0.005952 & 0 & 0 & 0.0005952 & 0 & 0.005952 \\ -0.02687 & -0.0003333 & 0 & 0 & 0.0625 & 0 \\ 0 & 0 & -3000 & 0 & 0 & 2048 \\ \hline -0.1075 & 0.07867 & 0 & 0 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & -3662 & 0 & 0 & 2500 \\ 0.43 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{array}\right] \begin{bmatrix} x_c \\ x_1 \\ x_2 \\ w_c \\ u_c \\ d_c \end{bmatrix} \tag{4.16}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ z_3 \\ z_4 \\ y_e \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} -0.01493 & 0 & 0 & 0.01493 & 0 & 0.01493 \\ 0.001406 & -0.0005 & 0 & 0 & 0.03125 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0.5 \\ \hline 0.000225 & 0.01592 & 0 & 0 & 0.005 & 0 \\ 0 & 0 & -0.38 & 0 & 0 & 0.1 \\ -0.045 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{array}\right] \begin{bmatrix} x_e \\ x_3 \\ x_4 \\ w_e \\ u_e \\ d_e \end{bmatrix} \tag{4.17}$$

μ-제어기가 견실 안정성과 견실 성능을 만족하기 위해서는 구조화 특이치 μ의 값이 1 이하여야 한다. 이 조건이 만족되도록 Table 4.1의 가중함수들을 이용하여 식(4.9)의 D-K iteration으로 구한 μ의 최종적인 값은 압축기 측이 $\mu_c = 0.986$, EEV 측이 $\mu_e = 0.405$였다. 이 μ의 값이 작을수록 μ-제어기는 더 큰 섭동에 대한 견실 안정성을 보장한다. 이 값들을 바탕으로 설계된 압축기와 EEV 측의 μ-제어기 K_c, K_e는 상태공간 모델을 전달함수 모델로 변환하여 식(4.18)과 같이 나타내어진다.

$$\begin{cases} K_c = \dfrac{369.6s^4 + 4.55\times10^{-3}s^3 - 1.6\times10^{-7}s^2 - 1.1\times10^{-8}s - 8.9\times10^{-7}}{s^5 + 1.7\times10^{-4}s^4 + 6.2\times10^{-3}s^3 + 3.2\times10^{-8}s^2 + 3.8\times10^{-8}s + 6\times10^{-6}} \\ K_e = \dfrac{0.09357s^2 + 0.1888s + 0.003308}{s^3 + 0.4394s^2 + 0.02309s + 1.144\times10^{-5}} \end{cases} \tag{4.18}$$

4.3 견실성 평가를 위한 PI 제어기 설계

설계된 μ-제어기의 견실 성능을 평가하기 위해, PI 제어기를 설계하였다. PI 제어기는 지령값 변경 시의 추종 성능이 μ-제어기와 동일하도록 설계하였다. 따라서 μ-제어기와의 성능 비교는 모델 불확실성과 열부하 외란에 대한 견실성만을 그 대상으로 하였다. Fig 4.6은 PI 제어기 설계를 위한 MATLAB Simulink 프로그램이다. PI 제어기는 MATLAB Simulink의 PI 제어기 미세 튜닝 과정을 통해 Table 4.2와 같이 설계하였다. PI 제어기는 지령값 변동 시, μ-제어기와 동일한 설계 사양인 정착시간 1,600 sec(±2%)와 최대 언더슈트 0.5℃(±10%) 이내를 만족하도록 설계하였다.

Table 4.2 Gains of PI controller.

Component	P gain(k_p)	I gain(k_i)
Compressor	-20	-0.005
EEV	-9	-0.15

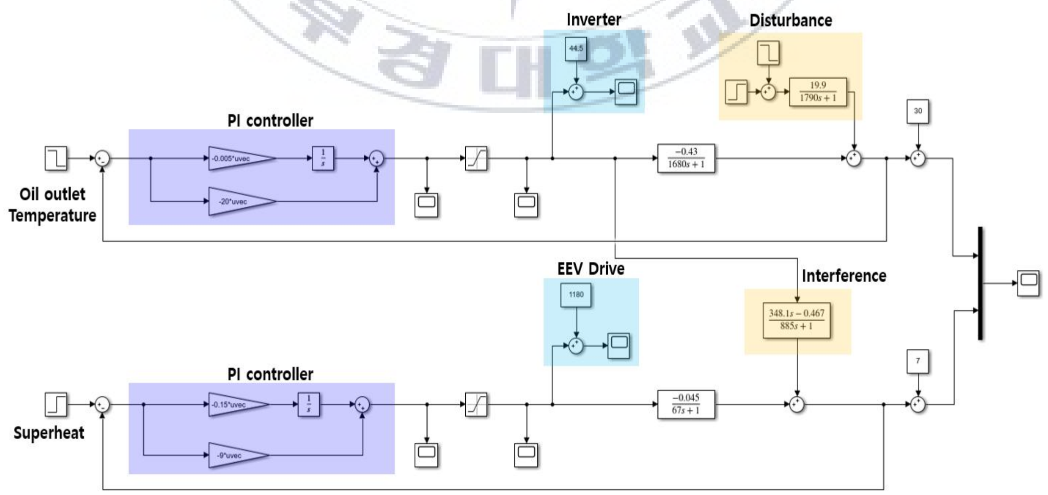


Fig. 4.6 MATLAB simulink program to design PI controller.

4.4 시뮬레이션 결과 비교 및 성능 평가

설계한 μ-제어기의 타당성을 확인하기 위해 MATLAB 기반의 컴퓨터 시뮬레이션을 진행하였다. Fig 4.7은 μ-제어기 설계를 위한 MATLAB Simulink 프로그램이다.

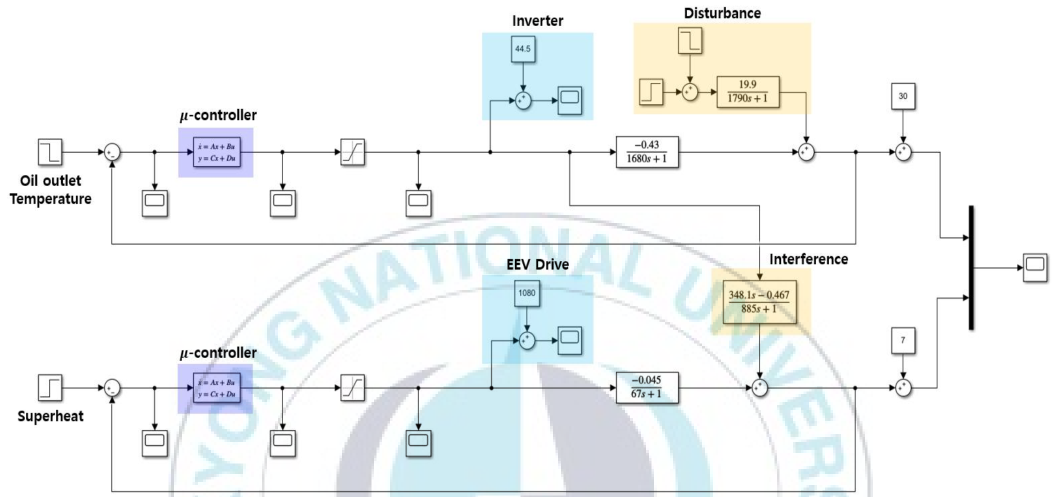
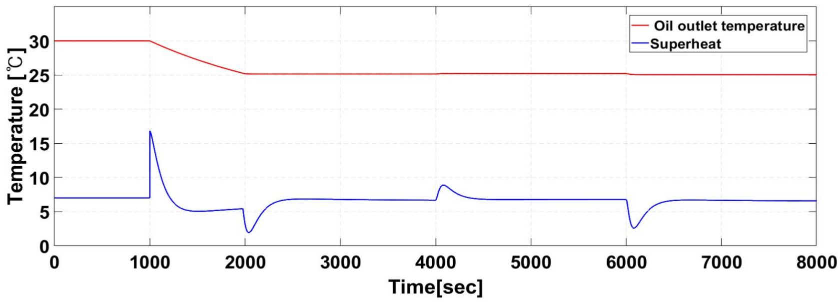


Fig. 4.7 MATLAB simulink program to design μ-controller.

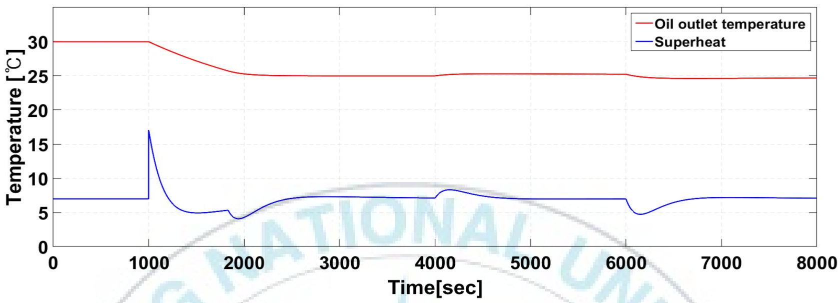
Fig. 4.8, Fig. 4.9, Fig. 4.10은 본 논문에서 설계한 μ-제어기와 PI 제어기의 시뮬레이션 결과를 각각 보여준다. Fig. 4.8은 제어량 T_o와 T_s의 응답을 나타낸다. Fig. 4.9와 Fig. 4.10은 Fig. 4.8에 대응한 압축기와 EEV의 조작량인 인버터 주파수 f_i와 EEV 드라이브 개도 지령 V_o를 각각 나타낸다. Table 4.3은 시뮬레이션에 사용된 각 시간대별 지령값 및 열부하 변동 조건이다.

Table 4.3 Conditions for simulations.

Type	Reference variation	Heat load variation	
Value	30 → 25 [℃]	1.68 → 1.84 [kW]	1.84 → 1.51 [kW]
Time	1,000 [sec]	4,000 [sec]	6,000 [sec]

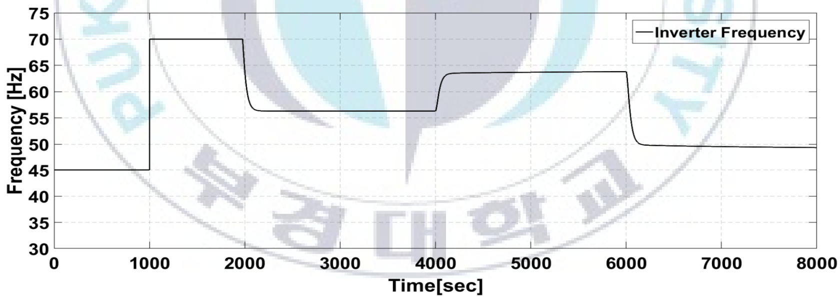


(a) μ-controller.

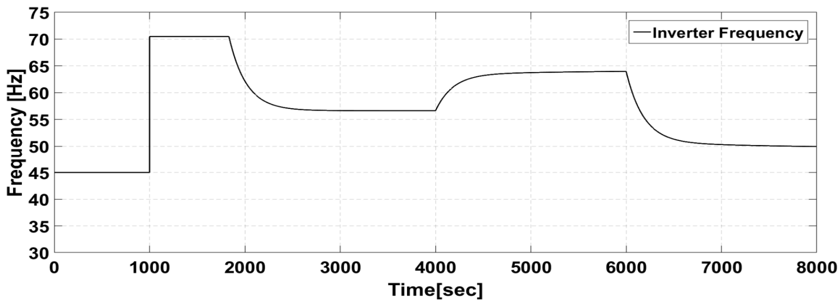


(b) PI controller.

Fig. 4.8 Simulation results of T_o and T_s for μ-controller and PI controller.

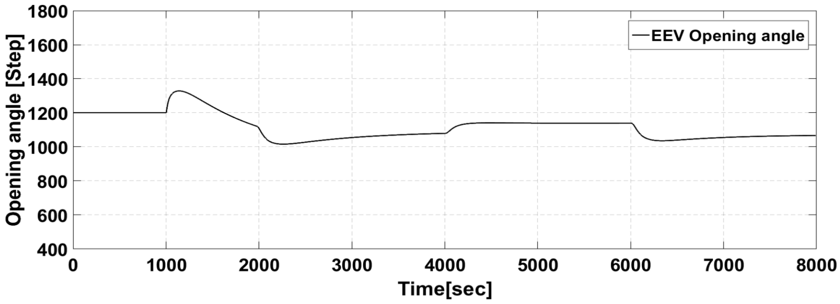


(a) μ-controller.

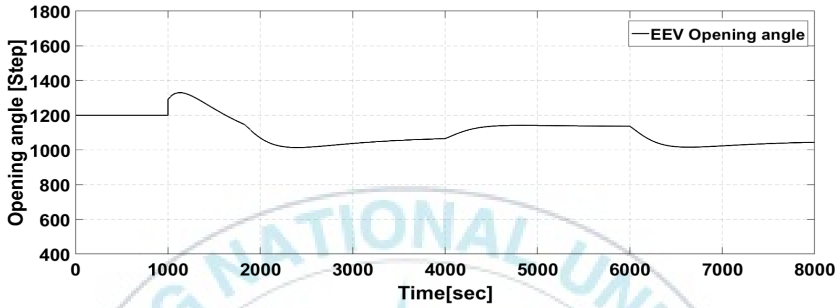


(b) PI controller.

Fig. 4.9 Simulation results of f_i for μ-controller and PI controller.



(a) μ-controller.



(b) PI controller.

Fig. 4.10 Simulation results of V_o for μ-controller and PI controller.

Fig. 4.8을 보면 지령값 변경 시의 두 제어량의 응답은 설계한 의도대로 지령치 추종 성능이 거의 동일함을 알 수 있다. 제어기의 견실성은 열부하 변동 시의 두 제어기 응답을 비교하여 확인한다. 열부하 변동 시 두 제어기의 응답은 모두 언더슈트와 오버슈트가 존재하지만, 특히 6,000 sec 이후 응답에서는 μ-제어기가 PI 제어기의 경우보다 정상상태오차 없이 목표값에 더 엄밀히 추종함을 보였다. 이로써 μ-제어기의 견실성이 확인되었다.

4.5 실험 결과 비교 및 성능 평가

실험은 Fig. 2.3의 장치를 이용하였고 실제 제어시스템은 Fig. 2.4의 개략도와 같다. 실험조건은 시뮬레이션과 동일하게 수행하였다. 또한, 샘플링 주파수는 오일쿨러 장치의 동특성을 고려하여 1 sec로 정하였다.

Fig. 4.11과 Fig. 4.12는 실제 실험에 사용된 μ-제어기와 PI 제어기의 MATLAB simulink 프로그램이다. 아날로그 입력 블록을 사용하여 T_o와 T_s의 온도 센서 정보를 수집하였다. 또한, 아날로그 출력 블록을 사용하여 CPU로부터 연산된 제어입력인 전압 지령을 인버터와 EEV 드라이브에 인가하였다.

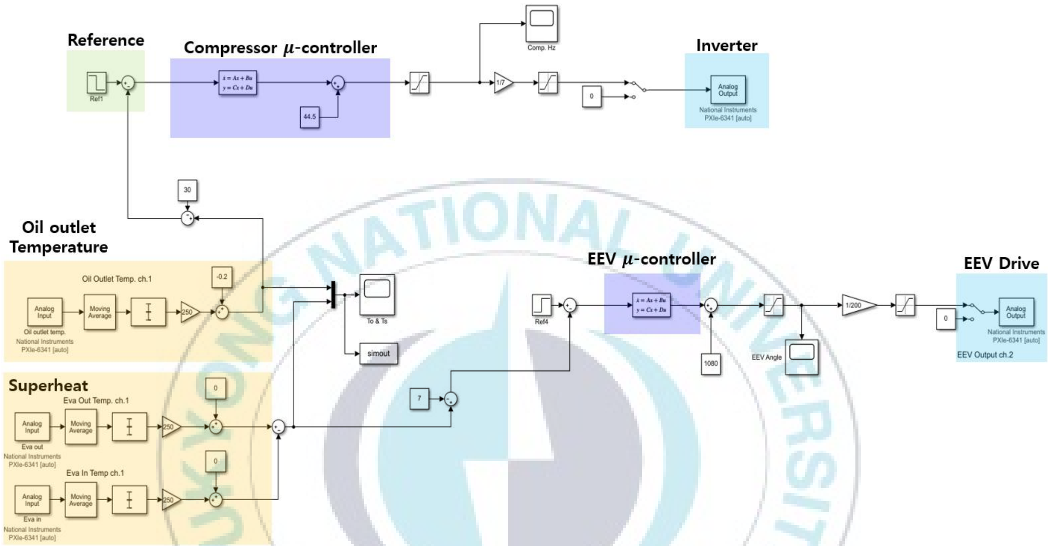


Fig. 4.11 MATLAB simulink program of μ-controller for experiments.

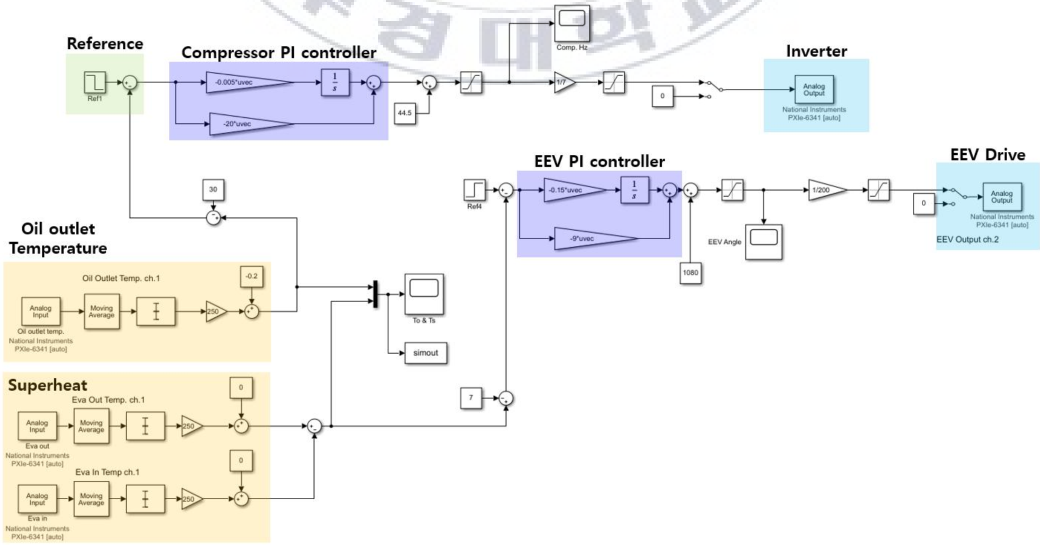
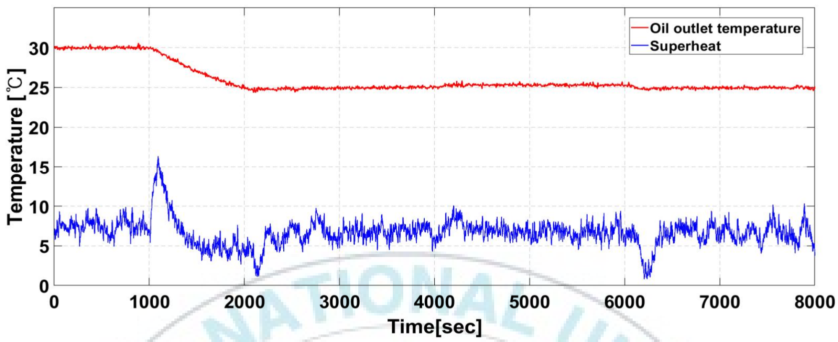
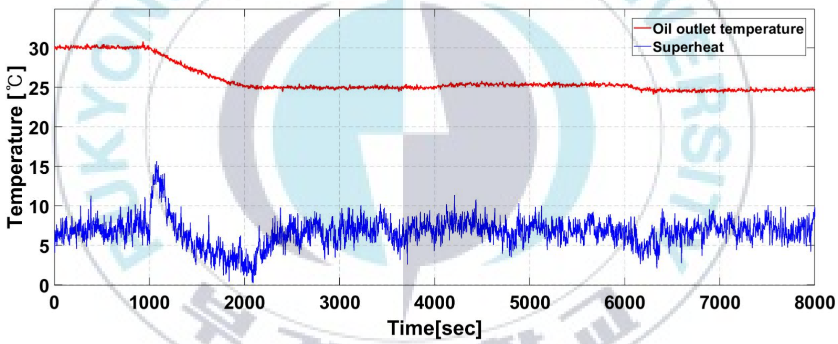


Fig. 4.12 MATLAB simulink program of PI controller for experiments.

Fig. 4.13, Fig. 4.14, Fig. 4.15는 μ-제어기와 PI 제어기에 의한 지령값 및 열부하 변동 시의 실험 결과이다. Fig. 4.13은 T_o와 T_s의 응답, Fig. 4.14와 Fig. 4.15는 Fig. 4.13에 대응한 압축기와 EEV의 조작량인 인버터 주파수 f_i와 EEV 드라이브 개도 지령 V_o를 각각 나타낸다.

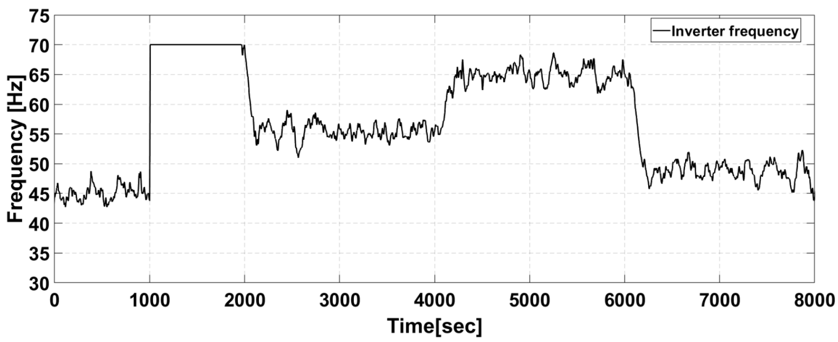


(a) μ-controller.

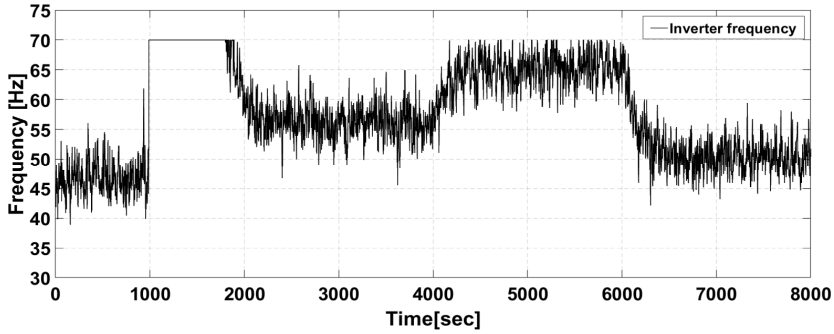


(b) PI controller.

Fig. 4.13 Experiment results of T_o and T_s for μ-controller and PI controller.

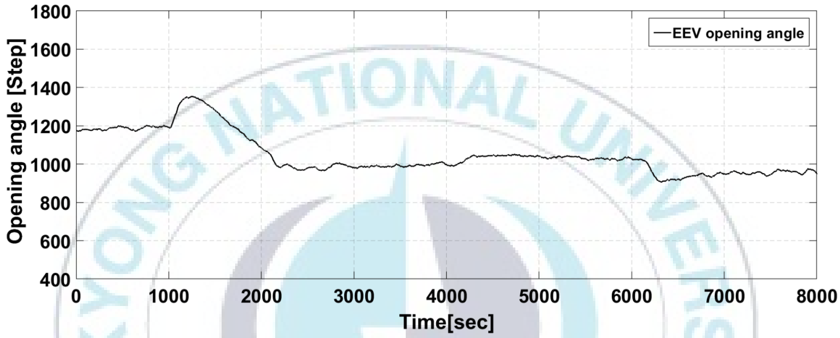


(a) μ-controller.

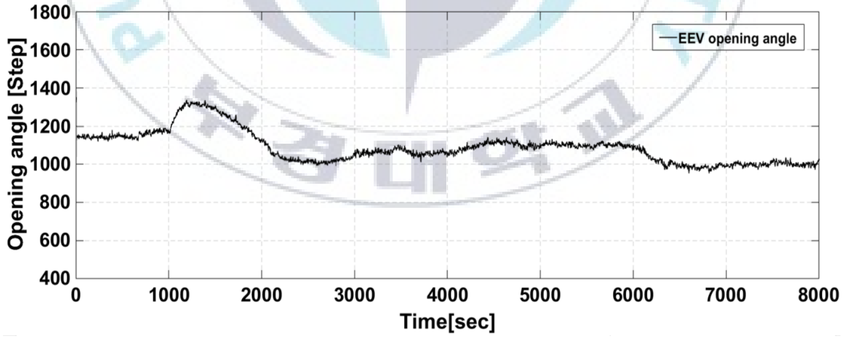


(b) PI controller.

Fig. 4.14 Experiment results of f_i for μ-controller and PI controller.



(a) μ-controller.



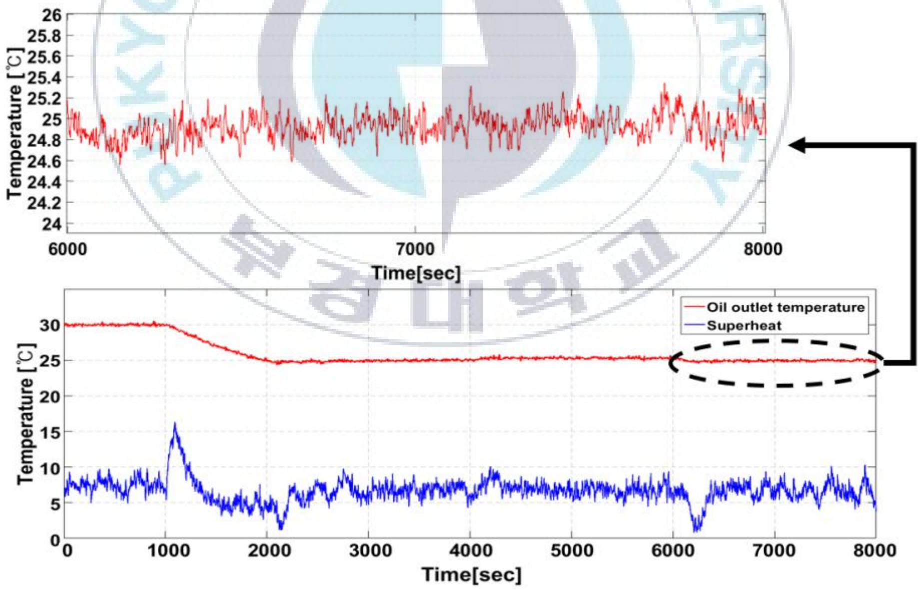
(b) PI controller.

Fig. 4.15 Experiment results of V_o for μ-controller and PI controller.

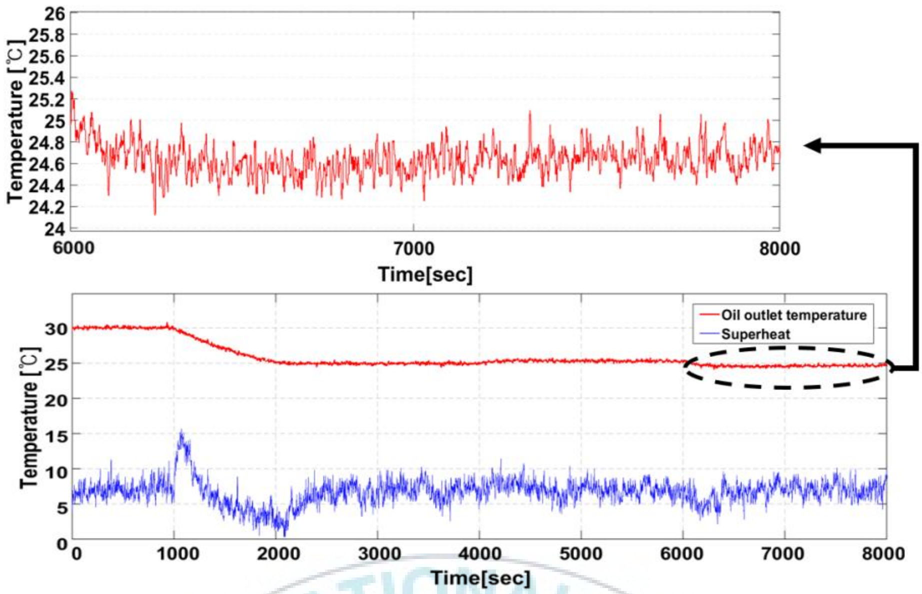
우선 실험 결과들은 시뮬레이션 결과들과 거의 일치함을 알 수 있으며 이를 통해 설계한 제어기들의 타당성을 확인할 수 있다. 또한, Fig. 4.13 으로부터 지령값 변경 시의 두 제어기의 지령치 추종 성능은 설계한 의

도대로 거의 동일하며 정상상태오차가 없음을 알 수 있다. 두 제어기의 견실성에 대한 비교는 열부하 변동 시 주된 제어량인 T_o의 응답을 통해 확인한다. 열부하 증가(10%) 시, μ-제어기에 의한 T_o의 최대 오버슈트는 0.2℃, PI 제어기는 0.4℃ 발생함을 확인할 수 있었고, 정상상태오차는 두 제어기 모두 허용오차 범위인 0.1℃ 이내로 나타났다. 열부하 감소(20%) 시에는 μ-제어기에 의한 최대 언더슈트는 0.2℃, PI 제어기는 약 0.5℃ 발생하였다. 이를 통해 결과적으로 본 논문에서 설계한 μ-제어기가 외란과 모델 불확실성에 더 견실함을 알 수 있다.

Fig. 4.16은 열부하 감소 시 두 제어기의 T_o 응답을 확대한 그림이다. 그림에서 μ-제어기는 정상상태오차가 발생하지 않고 목표 온도에 엄밀히 추종하였다. 반면에 PI 제어기는 과도 오차가 약 0.3℃ 발생하였다.



(a) μ-controller.



(b) PI control.

Fig. 4.16 Comparison of experimental results between μ-controller and PI control during 6,000 sec ~ 8,000 sec.

이 결과들을 통해 열부하 변동 하에서도 μ-제어기는 T_o와 T_s 모두 지령값에 엄밀히 추종함을 확인할 수 있다. 또한 과도 특성 지표인 최대 언더슈트와 최대 오버슈트도 μ-제어기가 PI 제어기보다 현저히 작게 나타나 더 견실함을 알 수 있다. 특히, Fig. 4.14의 (a)와 (b)를 보면 μ-제어기는 PI 제어기와는 달리 지령값 및 열부하 변동 시에도 조작량이 매우 안정됨을 확인할 수 있다. 본 논문에서의 μ-제어기와 PI 제어기 실험 결과들에 대한 정량적 비교는 상대적 우수성 평가보다는 제안한 μ-제어기의 견실 제어 성능을 보다 명확히 나타내기 위한 것임에 주목할 필요가 있다.

제5장 서보형 μ-제어기 설계 및 파라미터 최적화

5.1 μ-synthesis의 견실 서보 제어기 설계

Fig. 5.1은 모델 불확실성과 외란의 효과를 감소하기 위한 오일쿨러 시스템의 가중함수가 포함된 피드백 제어 구성이다. 특히, 모델 불확실성은 구조화 불확실성으로 표현된다. Fig. 5.1의 K_c, K_e는 압축기와 EEV 제어기이다. $W_i(i=1,\ 2)$와 $W_j(j=3,\ 4)$는 각각 압축기, EEV의 가중함수이다. 또한, $Z_i(i=1,\ 2)$, $Z_j(j=3,\ 4)$는 해당 가중함수에 의해 조정된 출력을 나타낸다. $\widetilde{P}_c$와 $\widetilde{P}_e$는 $\Delta_c = diag[\delta_{\tau c}\ \ \delta_{kc}]$, $\Delta_e = diag[\delta_{\tau e}\ \ \delta_{ke}]$ 대각행렬의 모델 불확실성을 반영한다. d_c와 d_e는 외란 입력을 나타낸다. d_c는 T_o에 미치는 열부하 외란, d_e는 u_c가 T_s에 미치는 간섭 영향을 각각 나타낸다. u_c와 u_e는 제어입력(조작량)으로서 f_i와 V_o 이고, y_c와 y_e는 압축기와 EEV의 측정 출력을 각각 나타낸다.

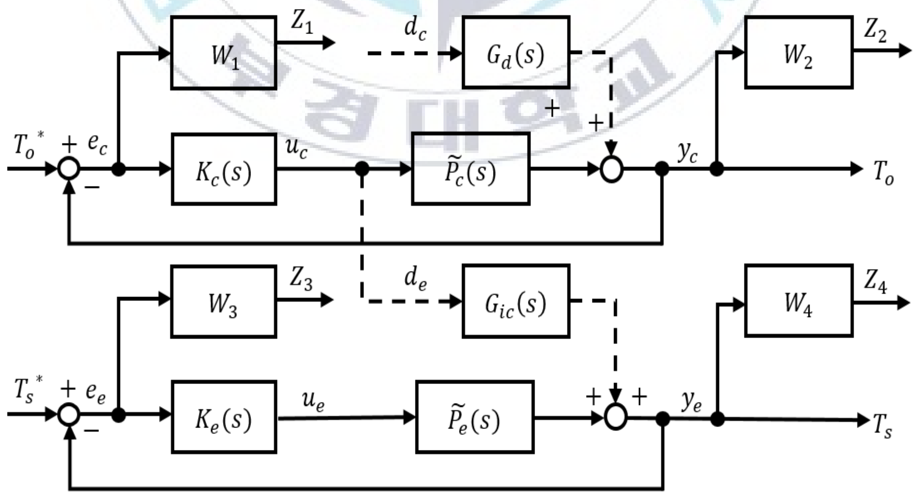


Fig. 5.1 Configuration of feedback control for OCS.

Fig. 5.2는 정밀한 온도제어를 위해 Fig. 5.1의 dual-SISO 시스템을 견실 서보 제어의 형태로 단순화한 것이다. 내부에 삽입한 Q 보상기는 정상 상태오차를 발생하지 않도록 하는 역할을 한다. $G(s)$는 모델 불확실성 및 외란에 대한 견실성을 갖는 μ-제어기를 설계하기 위한 일반화 제어대상을 나타낸다. Q는 내부 모델의 원리에 따라 제어기에 가상 극($s=0$)을 갖는 바이프로퍼(bi-proper)한 전달함수이다. Q는 설계상의 편의를 위해 식(5.1)로 선정하였다. 따라서 $\widehat{W}_S$와 $\hat{K}$는 식(5.2)와 같이 나타낸다. Q를 통해 W_S를 설계하면 Q가 불안정한 극점을 가지므로 $\widehat{W}_S$는 불안정한 극점을 갖지 않게 된다. 이때 $\widehat{W}_S$는 안정적이고 최소 위상을 갖도록 설계한다. 이와 마찬가지로 최종적인 제어기 K도 식(5.2)와 같이 Q를 통해 불안정한 극점을 포함하도록 설계하였다.

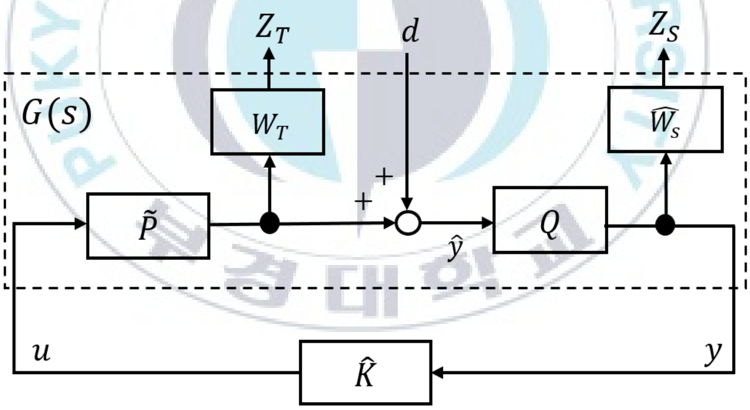


Fig. 5.2 μ-control framework for the servo system.

$$Q=\frac{s+1}{s} \tag{5.1}$$

$$\begin{cases} W_S = Q\widehat{W}_S \\ K = Q\hat{K} \end{cases} \tag{5.2}$$

여기서 W_S는 Fig. 5.1의 W_1과 W_3을 의미한다. W_T는 Fig. 5.1의 W_2와 W_4를 의미한다. μ-제어기는 가중함수 $\widehat{W_S}$와 W_T를 통해 주파수 정형과 소이득 정리(small gain theorem)를 적용하여 외란, 잡음, 모델 불확실성에 대한 견실성을 확보한다. Fig. 5.2에서 d는 외란을 포함한 외부 입력, u는 제어 입력, $\hat{y}$는 측정 출력이다. Z_S와 Z_T는 조정된 출력을 나타낸다.

식(5.3)은 Fig. 5.2에서 조정된 출력 Z_S와 Z_T에서 모델 불확실성을 포함한 외란 d까지의 영향을 나타낸다. 식(5.3)의 전달함수 놈은 견실성을 확보하기 위해 작게 설계되어야 한다. 그러기 위해 W_S와 W_T는 서로 다른 주파수 범위에 대한 견실 안정성 및 견실 제어 성능의 상대적 중요성을 반영하는 데 사용된다.

$$\begin{bmatrix} Z_S \\ Z_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_S(I+\tilde{P}K)^{-1} \\ W_T\tilde{P}K(I+\tilde{P}K)^{-1} \end{bmatrix} d \tag{5.3}$$

이때, 감도함수와 상보감도함수는 $\tilde{S} = (I+\tilde{P}K)^{-1}$, $\tilde{T} = \tilde{P}K(I+\tilde{P}K)^{-1}$ 이다. 그러므로 감도함수 $|\tilde{S}|$는 외란 d의 영향을 줄이기 위해 작아야 한다. 즉, K는 커야 한다. 반면에 상보감도함수 $|\tilde{T}|$는 출력에 대한 모델 불확실성의 영향을 줄이려면 작아야 한다. 즉, K는 작아야 한다. 모델 불확실성은 주파수가 높아질수록 크게 증가하므로 $|\tilde{T}|$는 고주파 영역에서 작아야 한다[12]. 식(5.3)에서 $\tilde{S}+\tilde{T}=1$이기 때문에 두 함수가 절충 관계를 가지고 있음을 알 수 있다. 따라서 가중함수 W_S와 W_T를 선정하는 데에는 절충 관계를 고려하여 이들 두 가중함수를 동시에 최적화하는 것이 중요하다. 식(5.3)은 감도함수와 상보감도함수를 사용한 혼합 감도 문제 식(5.5)와 같이 정식화되어 모델 불확실성 및 외란에 대한 견실 안정성과 견실 성능을 동시에 만족하는 제어기를 설계한다. 결국 모델 불확

실성과 외란에 대한 견실성은 W_S와 W_T를 사용한 주파수 정형을 통해 확보된다.

$$\left\| \begin{bmatrix} W_S \tilde{S} \\ W_T \tilde{T} \end{bmatrix} \right\|_{\infty} < 1 \tag{5.5}$$

여기서 압축기 및 EEV 제어기를 설계하기 위한 일반화 제어대상 G는 식(5.6)과 같다. 입력은 d와 u이고 출력은 Z_S, Z_T, $\hat{y}$이다.

$$\begin{bmatrix} Z_S \\ Z_T \\ \hat{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q\widehat{W}_S & -Q\widehat{W}_S\tilde{P} \\ 0 & W_T\tilde{P} \\ I & -\tilde{P} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ u \end{bmatrix} \tag{5.6}$$

5.2 가중함수의 파라미터 최적화를 위한 SA 알고리즘

제어기 K를 설계하기 위해서는 W_S와 W_T를 적절히 선택해야 한다. 가중함수는 SA(simulated annealing) 알고리즘을 사용하여 번거로운 시행착오 과정 없이 최적의 파라미터를 선정하였다. SA 알고리즘은 광대역 탐색 공간에서 주어진 목적함수의 전역 최적화를 위한 확률적 메타휴리스틱(meta-heuristic) 접근법 중 하나이다[20]. SA 알고리즘은 자연계의 거의 대부분의 물질이 고온 물질의 분자가 점진적으로 냉각되어 점차 안정화되는 과정을 모사한 알고리즘이다. SA 알고리즘의 흐름도는 Fig. 5.3과 같다.

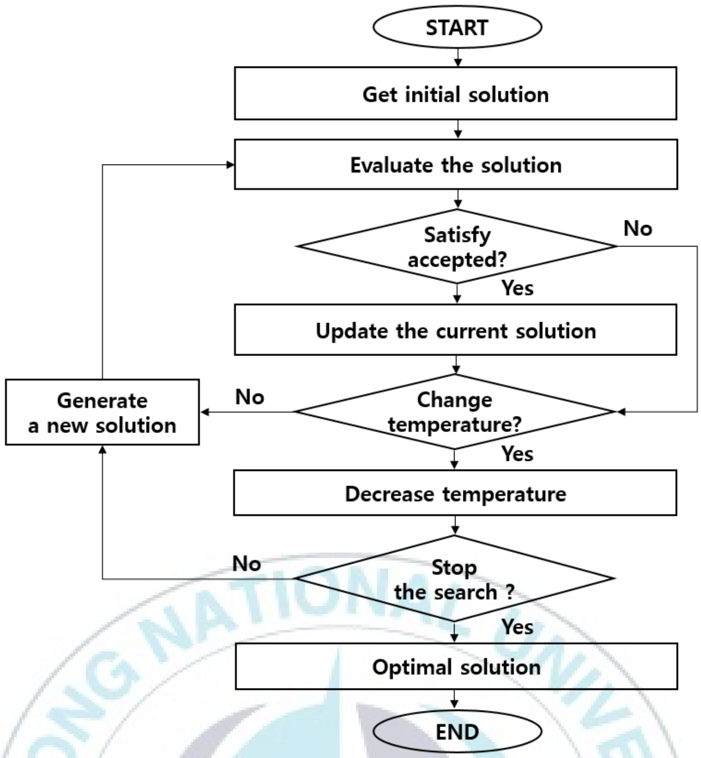


Fig. 5.3 SA algorithm flow chart.

SA 알고리즘의 과정은 다음과 같다. 먼저, 현재의 상태를 A_n이라고 하고, 이에 대해 무작위로 생성한 새로운 상태를 A_m으로 가정한다. 냉각시키는 과정에서 시스템의 에너지 변화량 $\Delta E(=E(A_m)-E(A_n))$가 음(−)이면 A_m이 받아들여지고 계속해서 평형 상태에 근접한 새로운 상태를 탐색한다. 반면, ΔE가 양(+)이면 식(5.7)의 볼츠만 분포(Boltzman distribution)를 따른다[20]. 볼츠만 분포는 시스템이 해당 상태의 에너지와 온도의 함수로 특정 상태에 있을 확률 분포이다. 즉, 식(5.7)에 의해 새로운 상태를 탐색할 수도 있고 아닐 수도 있다. 이러한 과정은 시스템이 가장 안정된 상태로 될 때까지 온도 T의 상태마다 계속 진행된다.

$$P_r = \frac{1}{Z(T)} \bullet \exp\left[\frac{-E(A_n)}{K_b T}\right] \tag{5.7}$$

여기서 $Z(T)$는 표준화 계수로 $Z(T) = \sum_{m} \exp\left(\frac{-E(A_m)}{K_b T}\right)$이며, $E(A_n)$은 현재 상태의 에너지, $E(A_m)$은 다음 상태의 에너지, k_B는 볼츠만 상수, T는 온도이다. 온도 T를 조절하기 위해서는 식(5.7)에서 새로운 상태를 받아들일 확률은 식(5.8)을 사용한다[20].

$$P_T = \begin{cases} 1 & \Delta E \le 0 \\ \exp\left(\frac{E(A_m) - E(A_n)}{T}\right) & \Delta E > 0 \end{cases} \tag{5.8}$$

이처럼 일정 온도 T에 대해 Monte Carlo method에 따른 상태 변화를 무수히 반복하면 상태 에너지 $E(A_m)$은 그 온도에서의 열적 평형 상태에 도달하게 된다.

목적함수를 통해 최적해를 찾는 과정에서 목적함수 값이 커지는 방향과 작아지는 방향 모두 탐색 경로에 포함된다. T의 값이 0에 가까울수록 수렴하는 속도는 느리며, T의 값이 0이 되면 해를 더 이상 탐색하지 않는다. 이 방법은 최적해를 구하기 위해 매우 많은 함수를 평가해야 하지만, 높은 정확성을 가지고 전역 최적해를 찾을 수 있는 장점이 있다.

5.3 SA를 통한 최적 μ-synthesis의 서보 제어기 설계

SA 알고리즘의 초기 온도 및 정지 온도는 각각 100℃ 및 0℃로 설정하였다. 최적화 하고자 하는 가중함수의 파라미터 x_n(n=1~6)은 식(5.9)와 같다. SA 알고리즘의 진행을 위해서는 x_n의 초기해가 필요하며, 그 값은 0.01로 선정하였다. 또한, x_n의 하한치는 0.01로 설정하였고 x_n의 상한치는 100으로 설정하였다.

$$\begin{cases} \widehat{W}_S = \dfrac{x_1 s + x_2}{s + x_3} \\ W_T = \dfrac{x_4 s + x_5}{x_6 s + 1} \end{cases} \tag{5.9}$$

특히, 최적화를 위한 목적함수(objective function)와 제약조건(constraint condition)은 SA 알고리즘에서 벌점함수(penalty function)로 정의한다[21]. 벌점함수는 제약조건을 목적함수에 통합하여 입력한다. 즉, 제약조건이 있는 문제를 제약조건이 없는 문제로 변환하기 위해 유사 목적함수(pseudo-objective function)에 벌점을 반영한다. 제약조건의 위반 정도에 따라 벌점을 부과하고 이 벌점을 유사 목적함수에 반영함으로써 제약조건이 없는 문제로 변환한다. 유사 목적함수는 식(5.10)으로 정의된다[21].

$$F = f + \sum_{n=1}^{l} R_n \Phi(g_n(X)) \tag{5.10}$$

여기서, F는 유사 목적함수, f는 목적함수, R_n은 벌점 파라미터, Φ는 벌점함수, $g_n(X)$는 제약조건, l은 제약조건의 수이다.

먼저, 식(5.9)에서 파라미터 x_n을 선정하기 위한 목적함수는 D-K iteration 과정을 통해 구해진 구조화 특이치 μ의 값이다. μ-제어기 설계는 전 주파수 범위에서 μ의 최댓값을 최소화하는 안정적인 제어기를 설계하는 문제이므로 $\|\Delta\|_\infty < 1$인 견실성을 보장하기 위해 제약조건은 $\mu < 1$로 설정하였다.

식(5.11)에서 W_S는 외란이 제어 출력에 미치는 영향을 최소화하고 W_T는 모델 불확실성에 대한 제어 시스템의 견실 안정성을 확보한다. 특히, W_S는 저주파수에서 외란의 영향이 크기 때문에 이를 억제하도록 설계하였다. 또한, W_T는 모델 불확실성이 고주파수에서 상대적으로 큰 영향을

미치기 때문에 이를 억제하도록 설계되었다. 따라서 식(5.11)의 W_S와 W_T는 식(5.5)로부터 설계되었다. 제약조건은 주파수 영역에서 각 가중함수를 만족하도록 식(5.11)과 같이 설정하였다.

$$\begin{cases} \| \tilde{S}(j\omega) \|_\infty < W_S(j\omega)^{-1}, \ \forall \omega \\ \| \tilde{T}(j\omega) \|_\infty < W_T(j\omega)^{-1}, \ \forall \omega \end{cases} \tag{5.11}$$

특히, W_S와 W_T에 대한 제약조건은 모델 불확실성과 외란에 대한 식(5.12)이 만족하도록 하였다.

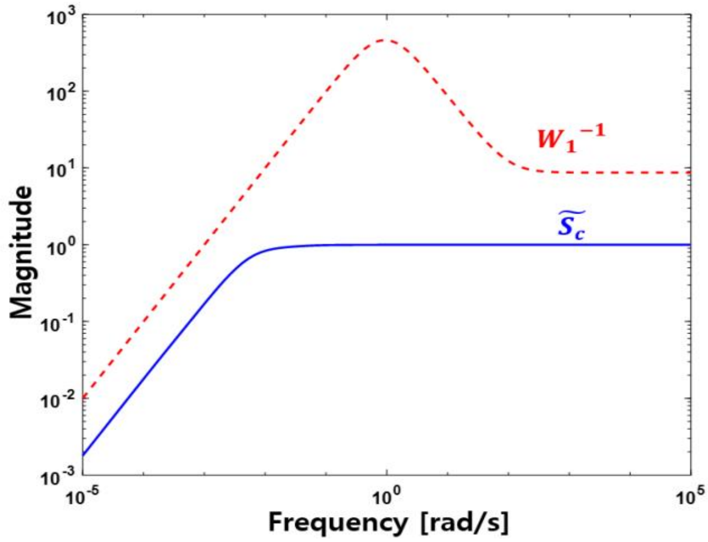
$$\begin{cases} |d(j\omega)| < W_S(j\omega) \ ; \ at\ low\ frequency \\ |\Delta(j\omega)| < W_T(j\omega) ; \ at\ high\ frequency \end{cases} \tag{5.12}$$

SA 알고리즘에 의해 최종적으로 선정된 압축기 및 EEV의 가중함수는 식(5.13), 식(5.14)와 같다.

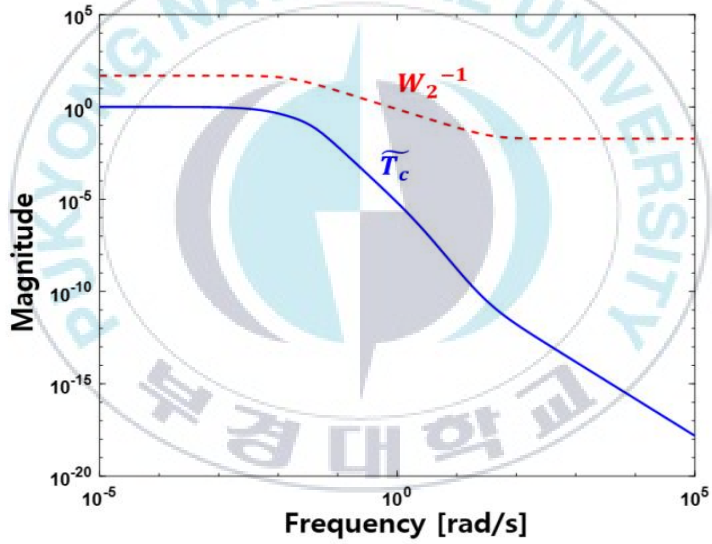
$$\begin{cases} W_1 = \dfrac{1.333s + 0.02031}{0.02513s + 1} \\ W_2 = \dfrac{2.462s + 0.0128}{s + 2.172} \end{cases} \tag{5.13}$$

$$\begin{cases} W_3 = \dfrac{0.4336s + 0.01004}{1.322s + 1} \\ W_4 = \dfrac{2.462s + 0.0107}{s + 2.385} \end{cases} \tag{5.14}$$

Fig. 5.4와 Fig. 5.5는 설계된 압축기와 EEV의 제어기가 식(5.11)의 조건을 만족하는지 검증하기 위한 가중함수와 감도함수 및 상보감도함수의 주파수 응답이다.



(a) W_1^{-1} and sensitivity function of compressor.

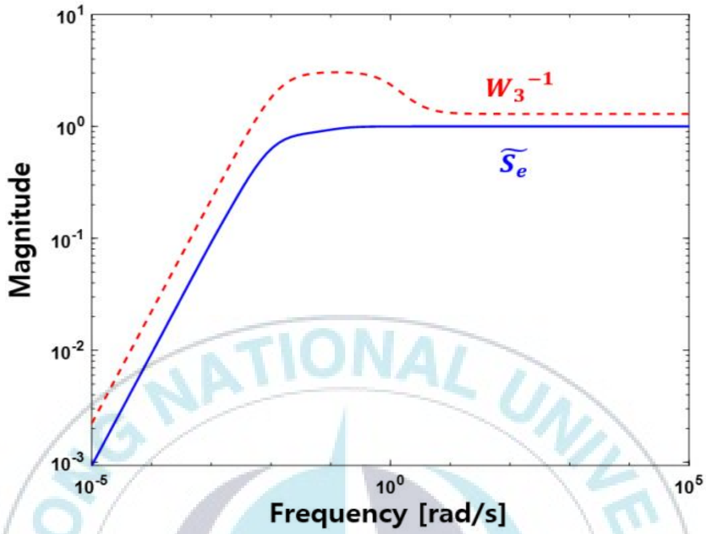


(b) W_2^{-1} and complementary sensitivity function of compressor.

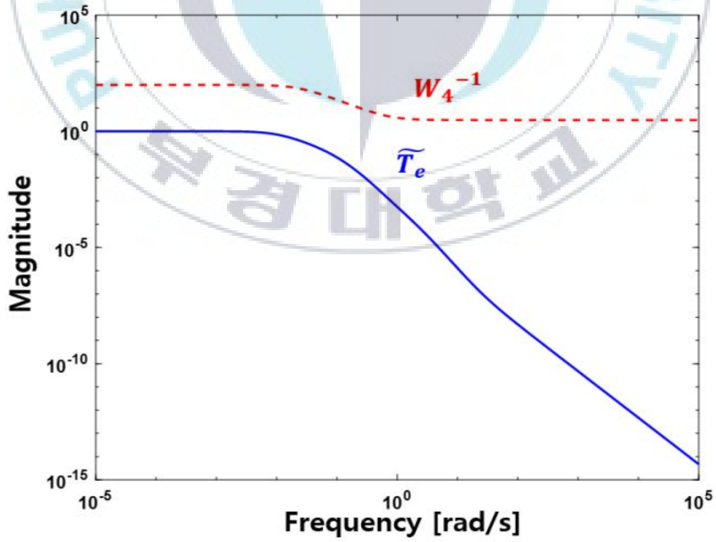
Fig. 5.4 Frequency responses for weighting function of sensitivity and complementary sensitivity of compressor.

Fig. 5.4는 식(5.11)이 만족됨을 보여준다. 특히, Fig. 5.4의 (a)에서 $|\tilde{S}|$도 외란의 영향을 최소화하기 위해 저주파수 영역에서 작게 설계된 것을 확인할 수 있다. 또한, Fig. 5.4(b)에서 $|\tilde{T}|$도 모델 불확실성의 영향을 최

소화하기 위해 고주파수 영역에서 작게 설계된 것을 알 수 있다. EEV의 가중함수도 압축기와 동일한 방식으로 설계 되었으며, Fig. 5.5에 나타내었다.



(a) W_3^{-1} and sensitivity function of EEV.



(b) W_4^{-1} and complementary sensitivity function of EEV.

Fig. 5.5 Frequency responses for weighting function of sensitivity and complementary sensitivity of EEV.

견실 안정성과 견실 성능을 동시에 만족하려면 구조화 특이치가 $\mu < 1$을 만족해야 한다. D-K 반복법에 의해 얻어진 μ의 최종값은 $\mu_c = 0.98$, $\mu_e = 0.78$이다. 압축기 및 EEV의 제어기 K_c, K_e의 μ-제어기는 식(5.15)와 같다.

$$\begin{cases} K_c = \dfrac{5.972\times 10^{-5}s^5 + 0.003986s^4 + 0.0656s^3 + 0.06184s^2 + 0.0001661s + 7.353\times 10^{-8}}{s^6 + 3.225s^5 + 2.343s^4 + 0.1202s^3 + 0.002427s^2 + 1.319\times 10^{-6}s} \\ K_e = \dfrac{51.1s^5 + 267.8s^4 + 354.1s^3 + 139.7s^2 + 2.196s + 0.0023}{s^6 + 29.36s^5 + 94.88s^4 + 77.39s^3 + 10.89s^2 + 0.0122s} \end{cases} \tag{5.15}$$

5.4 견실성 평가를 위한 최적의 PI 제어기 설계

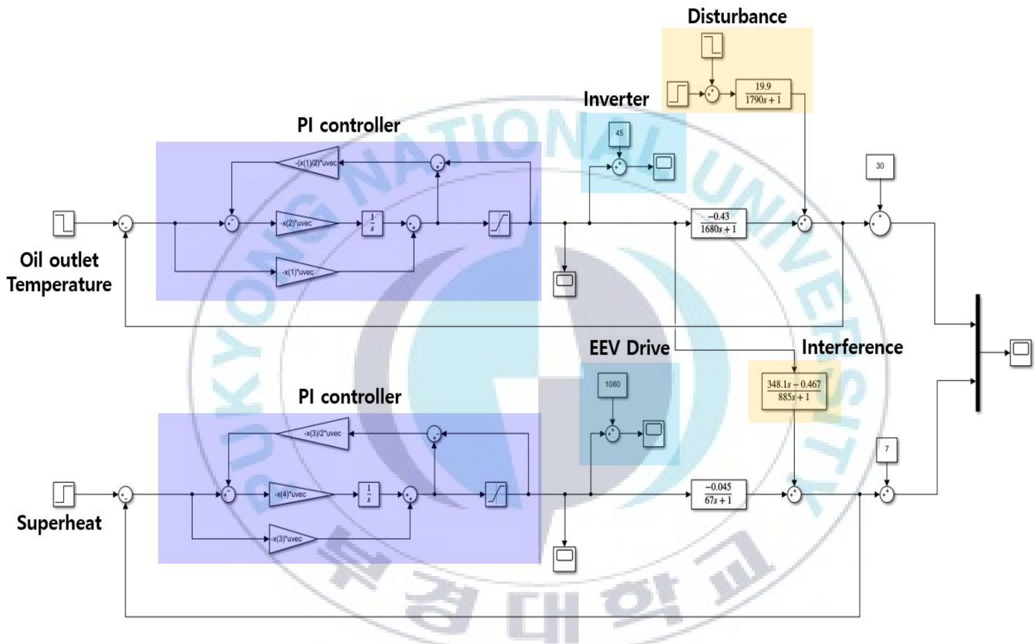
설계한 μ-제어기의 유효성을 확인하기 위해 PI 제어기를 설계하고 두 제어기의 견실 성능을 비교 분석하였다. 특히, PI 제어기는 μ-제어기와의 객관적인 비교를 위해 지령값 추종 성능이 μ-제어기와 동일도록 설계하였다. 따라서 두 제어기의 제어 성능 비교는 열부하 변동시의 견실 제어 성능을 평가하는 것을 목표로 하였다.

PI 제어기의 게인은 μ-제어기와 동일한 방식으로 SA 알고리즘을 사용하여 설계하였다. 목적함수는 긴 시간 동안의 제어 오차를 제거하는 ITAE(Integral Time Absolute Error)로 하였다. 제약조건은 μ-제어기의 지령값 변경 시와 동일한 값을 갖도록 하였다. 지령값 변경 시, 정착시간 1,800 sec, 최대 온도 변동 0.3℃로 μ-제어기와 동일한 설계 사양을 만족하도록 설정하였다. SA 알고리즘은 초기해 지정이 필요하므로 PI 제어기의 각 게인의 초기값은 1과 0.001로 각각 설정하였다. 또한, PI 이득의 하한치와 상한치는 0.001과 1로 선정하였다. 또한, 적분 누적 포화 방지를 위해 안티와인드업(anti-windup) 제어기를 추가로 설계하였다. 최종적으로 선정된 PI 제어기의 게인과 안티와인드업 게인은 Table 5.1과 같다.

Table 5.1 Gains of PI controller.

Component	P gain(k_p)	I gain(k_i)	Anti-windup gain
Comp.	-17.5	-0.045	-8.75
EEV.	-19.3	-0.135	-9.65

Fig. 5.6은 설계한 PI 제어기의 MATLAB Simulink의 시뮬레이션 블록 선도를 나타낸다. 시뮬레이션의 조건은 Table 4.3과 동일하다.



Fi

Fig. 5.6 MATLAB simulink program to design PI controller.

5.5 시뮬레이션 결과 비교 및 성능 평가

설계한 μ-제어기의 타당성을 확인하기 위해 MATLAB 기반의 컴퓨터 시뮬레이션을 진행하였다. Fig 5.7은 μ-제어기 설계를 위한 MATLAB Simulink 프로그램이다.

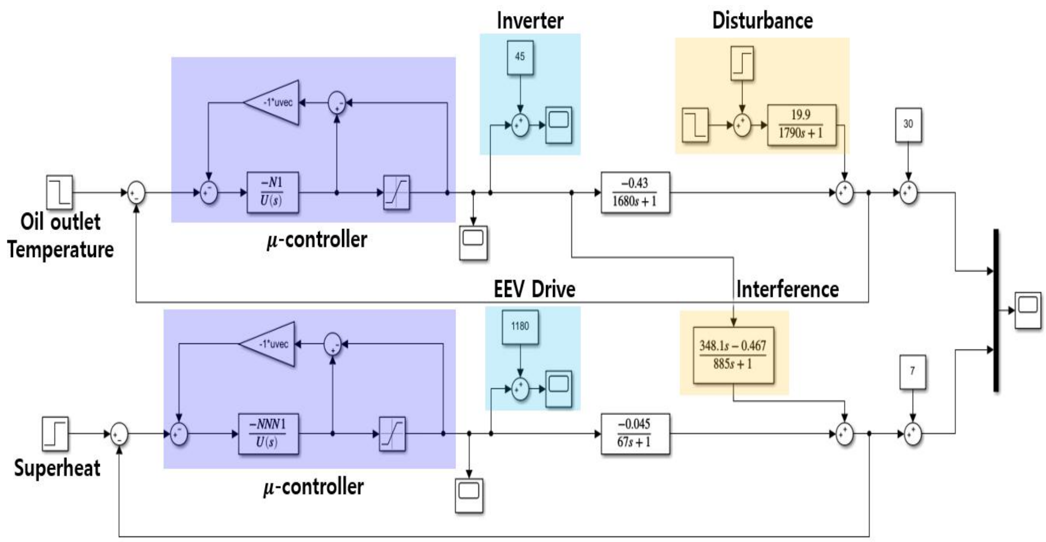
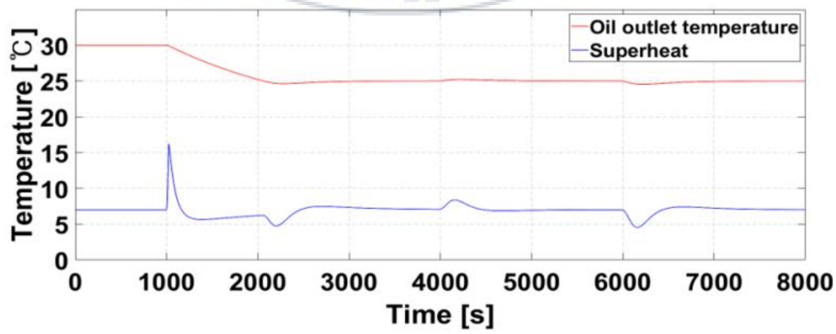
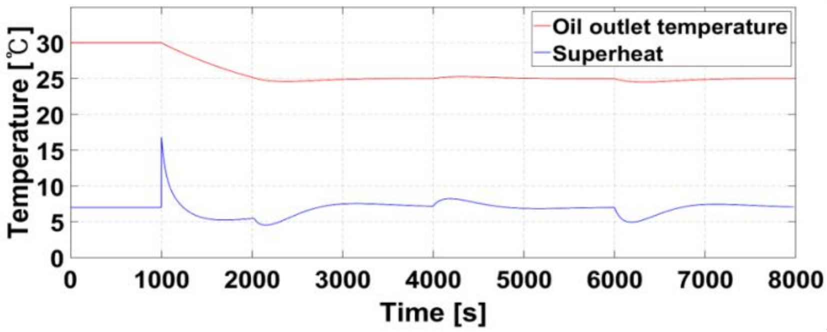


Fig. 5.7 MATLAB simulink program to design μ-controller.

Fig. 5.8, Fig. 5.9, Fig. 5.10은 설계된 μ-제어기와 PI 제어기의 시뮬레이션 결과이다. Fig. 5.8은 T_o와 T_s의 응답이다. Fig. 5.9는 T_o를 제어하기 위한 제어입력 f_i이며, Fig. 5.10은 T_s를 제어하기 위한 제어입력 V_o이다. 목표 제어 변수 T_o의 응답은 지령값 변경과 열부하 변동의 두 가지 경우에 대해 제어 성능을 분석하였다.

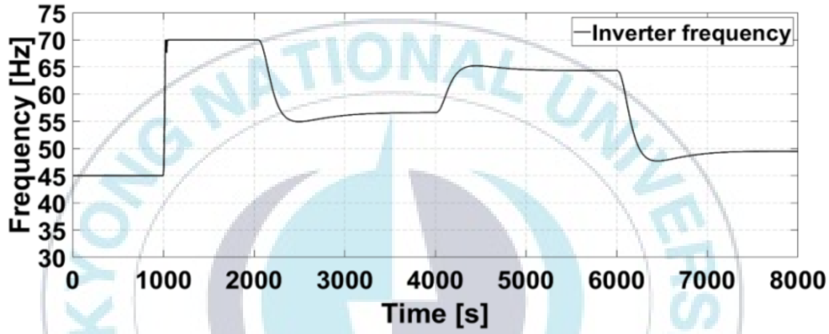


(a) μ-controller.

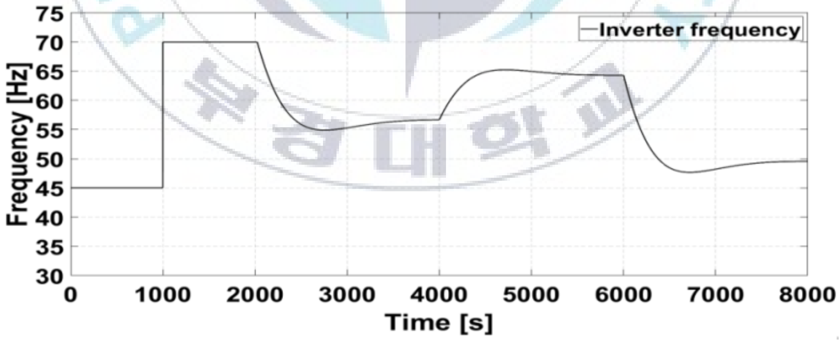


(b) PI controller.

Fig. 5.8 Simulation results of T_o and T_s for μ-controller and PI controller.

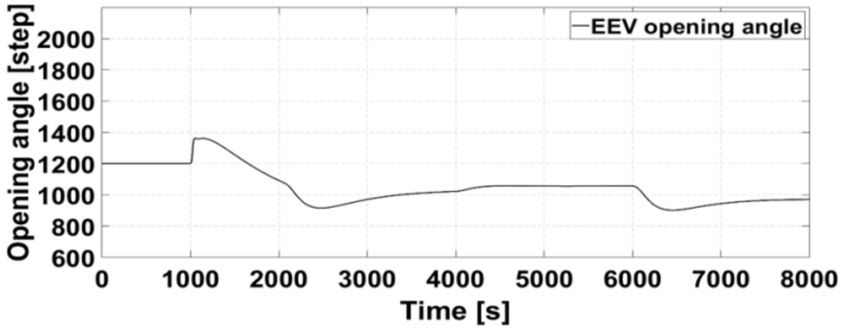


(a) μ-controller.

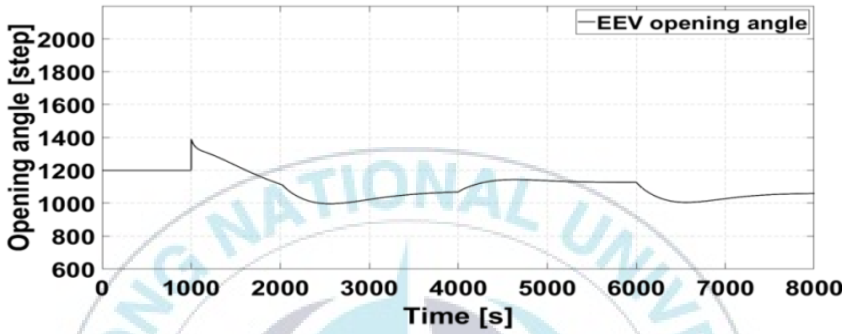


(b) PI controller.

Fig. 5.9 Simulation results of f_i for μ-controller and PI controller.



(a) μ-controller.



(b) PI controller.

Fig. 5.10 Simulation results of V_o for μ-controller and PI controller.

시뮬레이션 결과에서 μ-제어기에 의한 T_o의 정착시간은 1,800 sec, 최대 온도 변동은 0.3℃였다. 두 제어기의 견실 제어 성능 비교는 4,000 sec와 6,000 sec에 열부하를 변동시켜 이때의 T_o의 응답을 통해 확인하였다. T_o의 정착시간은 열부하 증가 시(4,000 sec) 약 625 sec, 열부하 감소 시(6,000 sec)에서 855 sec이다. 또한, 열부하 증·감 시, μ-제어기에 의한 최대 온도 변동은 각각 0.22℃와 0.45℃였다. PI 제어기의 지령값 추종 성능 시뮬레이션 결과도 μ-제어기와 마찬가지로 지령값 변경 시의 정착시간은 1,800 sec, 최대 온도 변동은 0.3℃로 나타났다. 열부하 증·감 시의 PI 제어기 시뮬레이션 결과, T_o의 정착시간은 열부하 증가 시(4,000 sec) 약 835 sec, 열부하 감소 시(6,000 sec) 1,015 sec였다. 또한, 최대 온도 변동은 각각 약 0.26℃와 0.48℃로 나타났다.

5.6 실험 결과 비교 및 성능 평가

실험은 Fig. 2.3의 장치를 이용하였고 실제 제어시스템은 Fig. 2.4의 개략도와 같다. 그리고, 실험 조건은 시뮬레이션과 동일한 조건으로 수행하였다. Fig. 5.11과 Fig. 5.12는 실제 실험에 사용된 μ-제어기와 PI 제어기의 MATLAB simulink 프로그램이다.

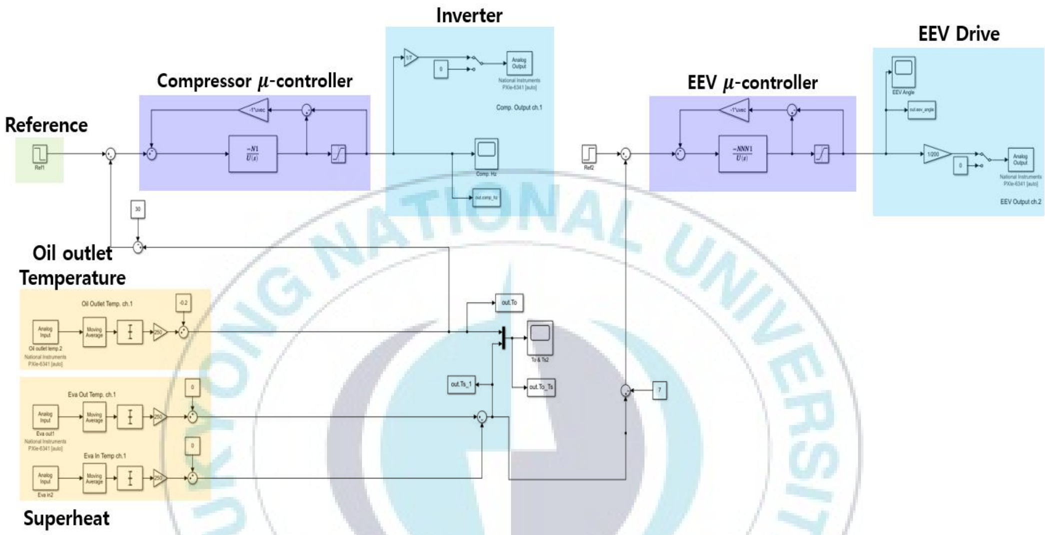


Fig. 5.11 MATLAB simulink program of μ-controller for experiment.

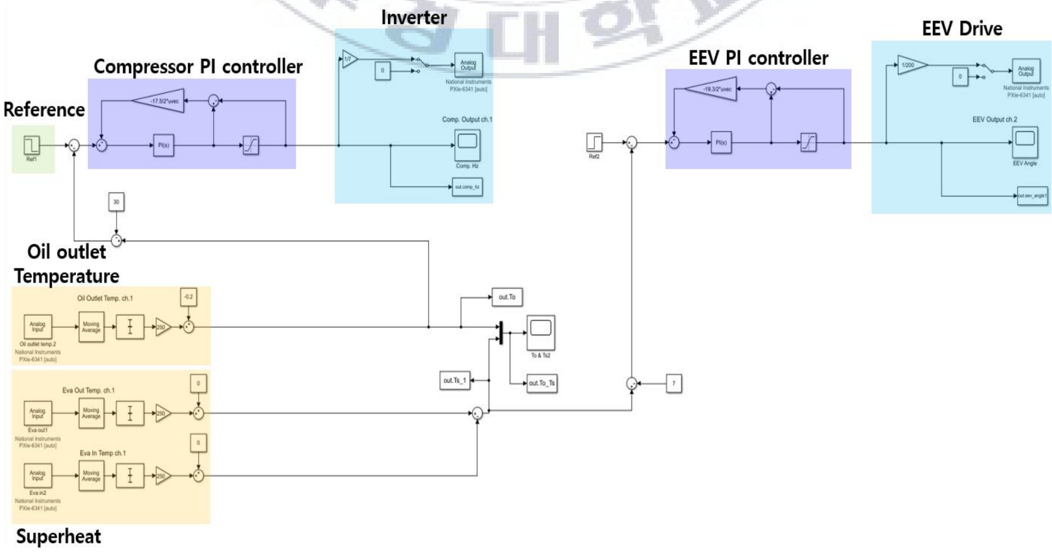
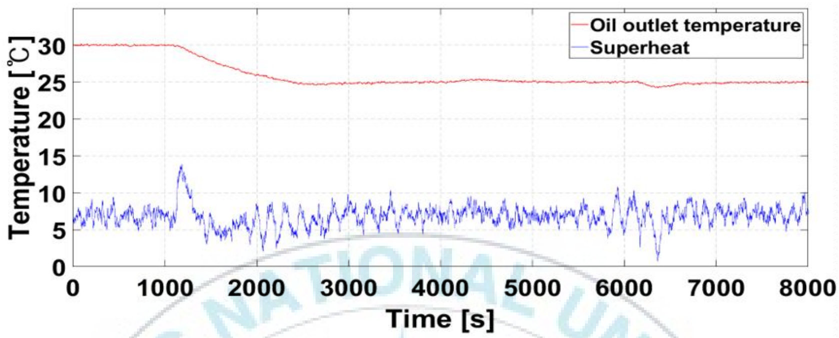
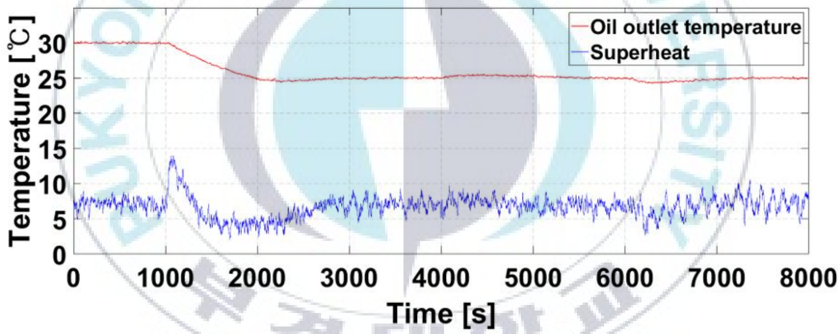


Fig. 5.12 MATLAB simulink program of PI controller for experiment.

Fig. 5.13, Fig. 5.14, Fig. 5.15는 μ-제어기와 PI 제어기에 의한 지령값 및 열부하 변동 시의 실험 결과이다. Fig. 5.13은 T_o와 T_s의 응답, Fig. 5.14와 Fig. 5.15는 Fig. 5.13에 대응한 압축기와 EEV의 조작량인 인버터 주파수 f_i와 EEV 드라이브 개도 지령 V_o를 각각 나타낸다.

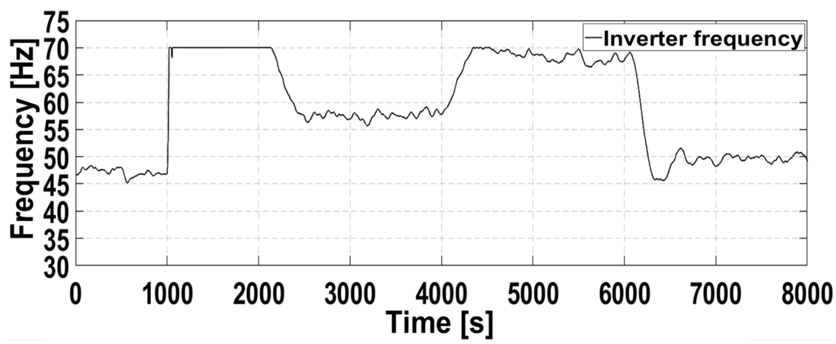


(a) μ-controller.

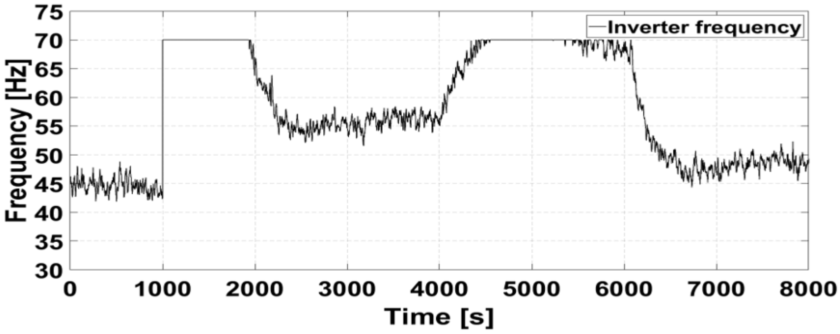


(b) PI controller.

Fig. 5.13 Experiment results of T_o and T_s for μ-controller and PI controller.

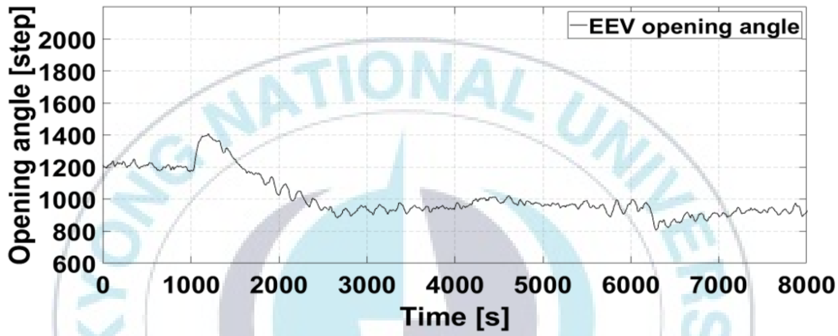


(a) μ-controller.

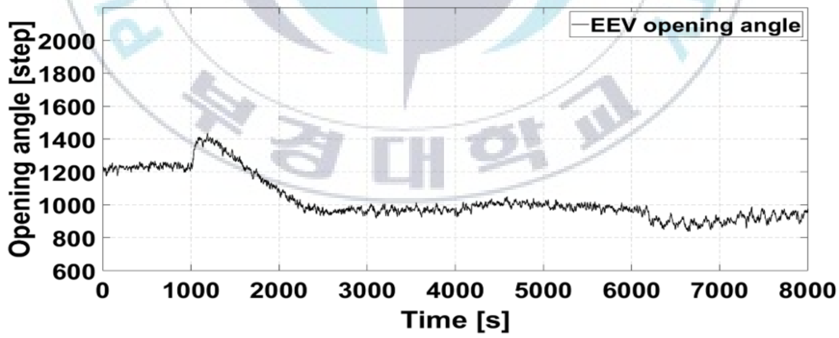


(b) PI controller.

Fig. 5.14 Experiment results of f_i for μ-controller and PI controller.



(a) μ-controller.



(b) PI controller.

Fig. 5.15 Experiment results of V_o for μ-controller and PI controller.

μ-제어기와 PI 제어기의 실험 결과에서 주 제어량인 T_o의 제어 성능을 비교하기 위해 지령값 변경 시의 제어 성능이 동일한 지를 우선 확인한 후, 열부하 변경 시의 제어 견실성을 집중적으로 비교 분석하였다.

먼저, μ-제어기의 지령치 변경 시의 T_o의 정착시간은 1,850 sec, 최대 온도 변동은 0.35℃였다. 열부하 증가 시, T_o의 정착시간은 약 650 sec, 열부하 감소 시, 863 sec였다. 또한, 열부하 증·감 시, 최대 온도 변동은 각각 약 0.38℃와 0.68℃로 나타났다. 이를 통해, μ-제어기는 시뮬레이션 및 실험에서 모두 열부하 변동 하에서도 정상상태오차 없이 목표값에 엄밀히 추종함을 확인할 수 있다. 이는 앞서 설명한 바와 같이 정상상태오차를 제거하기 위해 가상의 극을 갖는 적분기 형태의 보상기를 설계하였기 때문에 더 정밀한 온도제어가 가능함을 알 수 있었다.

PI 제어기의 실험 결과, 지령값 변경 시의 정착시간은 1,900 sec였으며, 최대 온도 변동은 0.45℃였다. 열부하 증가 시(4,000 sec) 정착시간은 약 1,300 sec, 열부하 감소 시(6,000 sec) 정착시간은 1,140 sec였다. 또한, 열부하 증·가 시의 최대 온도 변동은 각각 0.5℃와 0.74℃였다.

이러한 결과 분석을 통해 본 논문에서 설계한 μ-제어기는 외란과 잡음을 포함한 모델 불확실성에도 PI 제어기보다 더 정밀한 온도 제어 성능과 더 우수한 과도 응답 성능을 보여준다. 이를 통해 결과적으로 본 논문에서 설계한 μ-제어기가 PI 제어기보다 외란과 모델 불확실성에 더 견실함을 알 수 있다.

제6장 결 론

본 논문에서는 가변속 냉동시스템의 견실한 온도 제어를 위해 μ-제어기를 설계하였다. 더불어 서보 이론을 접목시켜 견실 서보 μ-제어기를 설계하였다. 또한, AI 기법 중 하나인 SA 알고리즘을 사용하여 파라미터 최적화를 통해 가중함수를 선정하였다. μ-제어기는 주파수 가중함수를 사용하여 혼합 감도 문제로 정식화 하며, μ-제어기는 주파수 가중함수의 주파수 정형을 통해 견실 안정성과 견실 성능을 만족하도록 설계된다. 설계된 μ-제어기는 PI 제어기와 비교하여 시뮬레이션 및 실험으로 그 성능이 확인되었다. 이를 통해 얻은 주요 결론은 다음과 같다.

(1) 설계한 μ-제어기는 최대 ±30%의 모델의 불확실성 및 최대 20%의 열부하 외란에 견실한 온도 제어를 달성하고 견실 안정성과 견실 제어 성능을 보장한다.

(2) μ-제어기의 중요한 설계 파라미터인 가중함수는 SA 알고리즘을 사용하여 시행착오를 최소화하였으며, 가중함수 파라미터 최적화를 통해 성능을 최적화 하였다.

(3) 설계한 μ-제어기는 가중함수의 주파수 정형을 통해 센서 잡음의 영향을 최소화하여 압축기를 안정적으로 작동시킬 수 있으며, 이는 압축기의 내구성 향상에 기여한다.

(4) 설계한 μ-제어기는 견실 서보 이론을 적용하여 적분기를 갖는 제어기를 설계함으로써 기존의 μ-제어기와 PI 제어기에 비해 더 정밀한 온도제어가 가능함을 확인하였다.

참고문헌

1. T. Q. Qureshi., and S. A. Tassou., 1996, Variable-speed capacity control in refrigeration systems, Applied Thermal Engineering, Vol. 16, No. 2, pp. 103-113.
2. J. B. Marcinichen., T. N. Holanda., and C. Melo., 2008, Siso controller for a vapor compression refrigeration system, International Refrigeration and Air Conditioning Conference, pp. 2444-2452.
3. Lee, D. B., Jeong, S. K., and Jung, Y. M., 2014, State Equation Modeling and the Optimum Control of a Variable Speed Refrigeration System, SAREK, Vol 26, pp. 579-587.
4. Li, H., Jeong, S. K., Yoon, J. I., and You, S. S., 2008, An Empirical Model for Independent Control of Variable Speed Refrigeration System, Applied Termal Engineeing, Vol. 28, No. 14-15, pp. 1918-1924.
5. Jeong, S. K., and Hong, K. H., 2013, Optimal PI Controller Design for Refrigeration System Considering Disturbance, SAREK, Vol. 25, No. 2, pp. 85-93.
6. Jeong, S. K., and Kwon, T., E., 2019, Robust Linear Quadratic Gaussian Controller Design for Oil Coolers Based on a State Space Model, Korean Journal of Air-Conditioning and Refrigeration Engineering, Vol. 31, No. 3, pp. 130-139.
7. Kim, J. G., Han, C. H., and Jeong, S. K., 2020, Disturbance Observer Design Based on H_∞ Norm Optimization for Robust Control of Variable Speed Refrigeration System, International Journal of Refrigeration, Vol. 116, pp. 49-58.
8. Yang, S. W., and Jeong, S. K., 2021, Robust Temperature Controller Design Based on a Sliding Mode with Optimal Switching Hyper-plane for a Variable Speed Refrigeration System, Korean Journal of Air Conditioning and Refrigeration Engineering Vol. 33, No. 3, pp. 101-112.
9. Alfaya, J. A., Bejarano, G., Ortega, M. G., and Rubio, F. R., 2015, Controllability analysis and robust control of a one-stage refrigeration system, European Journal of Control, Vol. 26, pp. 53-62.
10. Zhang, Q., and Canova, M., 2015b, Modeling and output feedback

control of automotive air conditioning system, International Journal of Refrigeration, pp. 58, 207-218.

11. Jeong, S. K., Han, C. H., Li, H., Wahyu, K. W., 2018, Systematic design of membership functions for fuzzy logic control of variable speed refrigeration system, Applied Thermal Engineering Vol. 142, pp. 303-310.
12. Zhou, K., and Doyle, J. C. ,1998, Essentials of robust control, Vol. 104, Prentice hall Upper Saddle River, NJ.
13. Doyle, J. C., 1985, Structured uncertainty in control system design, 24th IEEE Conference on Decision and Control Decision and Control, Ft. Lauderdale, FL, pp. 260-265.
14. Packard, A., and Doyle, J. C., 1993, The complex structured singular value, Automatica, Vol. 29, Issue 1, pp. 71-109.
15. Nonami, K., Nishimura, H., and Hirata, M., 1998, Control System Design by MATLAB(in Japanese), pp.141-162.
16. Gu, D. -W., Petkov, P. Hr., and Konstantinov, M. M., 2005, Robust Control Design with MATLAB, Springer, pp.13-97.
17. Kürkçü, B., and Kasnakoğlu, C., 2018, Robust Temperature Control of a Thermoelectric Cooler via μ-Synthesis, Journal of Electronic Materials, Vol. 47, No. 8, pp. 4421-4429.
18. Vasičkaninová, A., and Bakošová, M., 2016, Robust controller design for a heat exchanger using $\mathcal{H}2$, $\mathcal{H}\infty$, $\mathcal{H}2/\mathcal{H}\infty$, and μ-synthesis approaches, Acta Chimica Slovaca, Vol. 9, No. 2, pp. 184-193.
19. Zhang, Q., and Canova, M., 2015b, Modeling and output feedback control of automotive air conditioning system, International Journal of Refrigeration, Vol. 58, pp. 207-218.
20. Kirkpatrick, S., Gelatt Jr, C. D., and Vecchi, M. P., 1987, Optimization by simulated annealing, Elsevier, In Readings in Computer Vision, pp. 606-615.
21. Chaudhuri, P. D., and Diwekar, U. M., 1996, Process synthesis under uncertainty: A penalty function approach, AIChE Journal, Vol, 42, No. 3, pp. 742-752.

Appendix

A.1 구조화 특이치 (structured singular value; μ)

구조화 특이치(structured singular value) μ는 식(2.5)와 같이 정의된다. 구조화 특이치 개념을 쉽게 이해하기 위해 $(I-M\Delta)x=0$에 x를 $x \neq 0$, $\| x \|_2 = 1$이라고 가정한다. 여기서, 2-놈은 실수 영역의 M에 대해서 식(A.1.1)과 같이 정의한다. 결과적으로 2-놈은 식(A.1.2)의 과정을 통해 최대 특이치로 표현된다. 여기서, 최대 특이치는 식(A.1.3)과 같이 정의된다.

$$\| M \|_2 = SUP \{ \| Mx \|_2 : \| x \|_2 = 1 \} \tag{A.1.1}$$

$$\begin{aligned} \| M \|_2 &= \sqrt{\sum_{i=1}^{n} M_i^2} \\ &= \sqrt{M \bullet M} \\ &= \sigma_{\max}(M) \end{aligned} \tag{A.1.2}$$

$$\overline{\sigma}(M) = \max_{x \neq 0} \left(\frac{\| Mx \|}{\| x \|} \right) \tag{A.1.3}$$

따라서 구조화 특이치의 정의에서 $(I-M\Delta)x=0$의 식을 2-놈을 통해 수식을 전개하면 식(A.1.4)의 과정과 같다.

$$\begin{aligned} & \| x \|_2 - \| M\Delta x \|_2 = 0 \\ \rightarrow\ & \| x \|_2 = \| M\Delta x \|_2 \\ \rightarrow\ & \| x \|_2 = \| M\Delta x \|_2 = \| M \|_2 \| \Delta x \|_2 \end{aligned} \tag{A.1.4}$$

여기서, 2-놈과 최대 특이치 정의에서 $\| M \|_2 = \overline{\sigma}(M)$이므로 식(A.1.5)와 같이 전개가 된다.

$$\begin{aligned}
& \| x \|_2 = \| M\Delta x \|_2 = \| M \|_2 \| \Delta x \|_2 = \bar{\sigma}(M) \| \Delta x \|_2 \\
\rightarrow \quad & \| x \|_2 = \bar{\sigma}(M) \| \Delta x \|_2 \\
\rightarrow \quad & \frac{1}{\bar{\sigma}(M)} = \frac{\| \Delta x \|_2}{\| x \|_2} = \| \Delta \|_2 \\
\rightarrow \quad & \frac{1}{\bar{\sigma}(M)} = \bar{\sigma}(\Delta) \\
\rightarrow \quad & \bar{\sigma}(M) = \frac{1}{\bar{\sigma}(\Delta)}
\end{aligned} \tag{A.1.5}$$

결국, $\mu_\Delta(M)$을 구하는 과정은 최대 특이치를 최소화하는 방법으로 구하고 식(A.1.6)과 같다.

$$\rho(M) \le \mu(M) \le \bar{\sigma}(M) \tag{A.1.6}$$

구조화 특이치 $\mu_\Delta(M)$의 정의는 위에서 기술한 것과 같이 식(A.1.5)에 의해 $\mu_\Delta(M)$은 식(A.1.7)을 구하는 문제로 된다.

$$\bar{\sigma}(M) = \frac{1}{\min\limits_{\Delta \in C^{n \times m}} \{\bar{\sigma}(\Delta) : \det|I - M\Delta| = 0\}} \tag{A.1.7}$$

하지만, 식(A.1.6)의 하한치와 상한치는 Δ의 구조가 전혀 반영되어 있지 않아서 식(A.1.8)과 식(A.1.9)의 스케일링 행렬 D의 집합을 도입한다.

$$Q := \{Q \in \Delta : Q^* Q = I\} \tag{A.1.8}$$

$$D := \{diag[d_1 I, d_2 I, \ \ldots \ , d_{F-1} I, d_F I], I : d_i > 0\} \tag{A.1.9}$$

스케일링 행렬에 대하여 $\Delta \in \boldsymbol{\Delta}, Q \in \boldsymbol{Q}, D \in \boldsymbol{D}$를 이용한 상한치와 하한치는 식(A.1.10)이다.

$$\max_{Q \in \boldsymbol{Q}} \rho(QM) \le \mu_\Delta(M) \le \mathop{\infty}_{D \in \boldsymbol{D}} \bar{\sigma}(D^{-1}MD) \tag{A.1.10}$$

그러므로 $\mu_\Delta(M)$의 값은 D-K iteration 과정을 통해 식(A.1.11)을 구하는 것으로 정리된다.

$$\mu_\Delta(M) = \mu(D^{-1}MD) \le \underset{D \in \boldsymbol{D}}{INF}\, \sigma_{\max}(D^{-1}MD) \tag{A.1.11}$$

이어서, 구조화 특이치 μ가 상호 절충 문제를 해결하는 파라미터로 귀착되는 것을 쉽게 이해하기 위한 설명이다. 모델 불확실성 Δ가 구조화 불확실성으로 나타낼 때, 이를 식(A.1.11)과 같이 나타낸다.

$$\Delta = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_2 \end{bmatrix} \tag{A.1.11}$$

만약 임의의 행렬 A가 식(A.1.12)와 같이 주어지면, 행렬식(determinant)의 계산은 식(A.1.13)과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \tag{A.1.12}$$

$$|A| = ad - bc \tag{A.1.13}$$

행렬 M이 식(A.1.14)와 같이 주어지면, $\mu_\Delta(M)$을 계산할 경우 행렬식 계산 시에는 대각 요소를 scaling해도 scaling 이전과 동일한 값으로 된다.

$$M = \begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} m_{11} & dm_{12} \\ \frac{1}{d}m_{21} & m_{22} \end{vmatrix} \tag{A.1.14}$$

이를 통해 식(A.1.14)의 행렬 M과 구조화 불확실성 Δ는 본문의 식(2.4)를 식(A.1.15)와 같이 나타낸다. 또한, 행렬의 곱 $M\Delta$는 식(A.1.16)과 같이 전개된다.

$$M=\begin{bmatrix} t & t \\ s & s \end{bmatrix},\ \Delta=\begin{bmatrix} \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_2 \end{bmatrix} \tag{A.1.15}$$

$$M\Delta=\begin{bmatrix} t & t \\ s & s \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} t \\ s \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \delta_1 & \delta_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} t\delta_1 & t\delta_2 \\ s\delta_1 & s\delta_2 \end{bmatrix} \tag{A.1.16}$$

$\mu_{\Delta}(M)$의 정의로부터 행렬 $(I-M\Delta)$의 행렬식을 계산하면 식(A.1.17)과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
\det(I-M\Delta) &= \det(I-\begin{bmatrix} t\delta_1 & t\delta_2 \\ s\delta_1 & s\delta_2 \end{bmatrix}) \\
&= \det(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} t\delta_1 & t\delta_2 \\ s\delta_1 & s\delta_2 \end{bmatrix}) \\
&= \det(\begin{bmatrix} 1-t\delta_1 & -t\delta_2 \\ -s\delta_1 & 1-s\delta_2 \end{bmatrix}) \\
&= (1-t\delta_1)(1-s\delta_2)-\{(-t\delta_2)(-s\delta_1)\} \\
&= 1-t\delta_1-s\delta_2+st\delta_1\delta_2-st\delta_1\delta_2 \\
&= 1-t\delta_1-s\delta_2=0
\end{aligned} \tag{A.1.17}$$

이때, $|\delta_1|=|\delta_2|$인 특별한 경우를 가정하면, 식(A.1.17)에서 δ에 관한 두 항을 이항하여 식(A.1.18)이 유도되며, 이는 식(A.1.19)와 같음을 알 수 있다.

$$t\delta_1+s\delta_2=1 \tag{A.1.18}$$

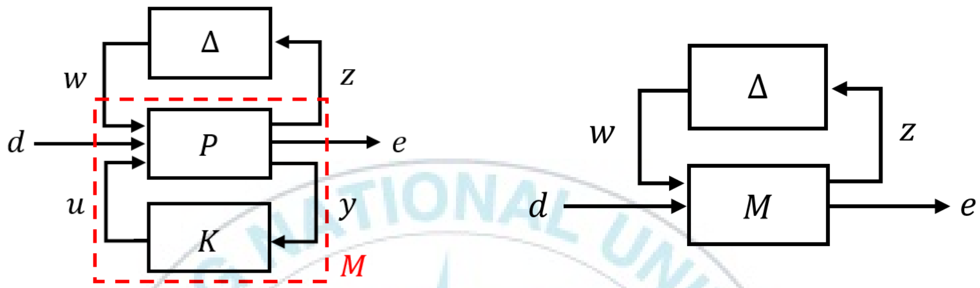
$$|\delta_1|=|\delta_2|=\frac{1}{|t|+|s|} \tag{A.1.19}$$

최종적으로 $\mu_{\Delta}(M)$의 정의로부터 식(A.1.19)를 정리하면 식(A.1.20)과 같이 유도됨을 알 수 있다. 따라서 구조화 특이치는 본문에서와 같이 혼합 감도 문제로 귀착된다.

$$\mu_{\Delta}\begin{bmatrix} t & t \\ s & s \end{bmatrix}=|t|+|s| \tag{A.1.20}$$

A.2 선형 분수 변환(Linear Fractional Transformation; LFT)

구조화 특이치 μ를 이용한 해석 및 설계에서는 폐루프 제어 시스템의 등가변환이 많이 행해지는데, 여기에는 선형 분수 변환(Linear Fractional Transformation; LFT)이 자주 이용된다. LFT에는 하측 선형 분수 변환(Lower LFT)과 상측 선형 분수 변환(Upper LFT)이 있다. Fig. A.2.1은 하측 선형 분수 변환을 설명하기 위해 나타낸 그림이다.



(a) lower LFT. (b) upper LFT.

Fig. A.2.1 Block diagram to explain LFT.

Fig. A.2.1의 (a)와 같이 y와 u 사이에 전달함수 K를 끼워 연결한 후 P의 하측에 폐루프를 구성한다. 그러면 복수의 입·출력을 갖는 전달함수 P에 대해 입력 및 출력을 식(A.2.1)과 같이 정의한다. 또한, 식(A.2.2)와 같이 y와 u 사이의 입·출력을 정의한다.

$$\begin{bmatrix} e \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ u \end{bmatrix} \tag{A.2.1}$$

$$u = Ky \tag{A.2.2}$$

식(A.2.1)을 전개하면 식(A.2.3)과 같다.

$$\begin{cases} e = P_{11}d + P_{12}u \\ y = P_{21}d + P_{22}u \end{cases} \tag{A.2.3}$$

식(A.2.3)에 식(A.2.2)를 대입하여 전개하면 식(A.2.4)와 같다.

$$\begin{cases} e = P_{11}d + P_{12}Ky \\ y = P_{21}d + P_{22}Ky \end{cases} \tag{A.2.4}$$

식(A.2.4)에서 y는 식(A.2.5)과 같이 전개한다.

$$\begin{aligned} & y(I - P_{22}K) = P_{12}d \\ \rightarrow \quad & y = (I - P_{22}K)^{-1}P_{21}d \end{aligned} \tag{A.2.5}$$

식(A.2.4)의 e에 식(A.2.5)에서 구한 y를 대입하면 식(A.2.6)이 얻어진다.

$$\begin{aligned} & e = P_{11}d + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}d \\ \rightarrow \quad & e = [P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}]d \end{aligned} \tag{A.2.6}$$

d에서 e까지의 전달함수는 식(A.2.7)이 된다. 이때 식(A.2.7)은 하측 선형 분수 변환 $F_l(P, K)$로 정의된다.

$$\begin{aligned} & \frac{e}{d} = (P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}) \\ \rightarrow \quad & F_l(P,K) = (P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}) \end{aligned} \tag{A.2.7}$$

즉, d에서 e까지의 전달함수는 하측 선형 분수 변환에 의해 본문의 식(4.1)과 같이 됨을 알 수 있다.

다음으로 상측 선형 분수 변환은 Fig. A.2.1의 (b)와 같이 z과 w 사이에 전달함수 Δ를 끼워 연결한 후 M 위쪽에 페루프를 구성한다. 그러면 복수의 입·출력을 갖는 전달함수 M에 대해 입력 및 출력을 식(A.2.8)과 같이 정의한다. 또한, 식(A.2.9)와 같이 z과 w 사이의 입·출력을 정의한다.

$$\begin{bmatrix} z \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ d \end{bmatrix} \tag{A.2.8}$$

$$w = \Delta z \tag{A.2.9}$$

식(A.2.8)을 전개하면 식(A.2.10)과 같다.

$$\begin{cases} z = M_{11}w + M_{12}d \\ e = M_{21}w + M_{22}d \end{cases} \tag{A.2.10}$$

식(A.2.10)에 식(A.2.9)를 대입하여 전개하면 식(A.2.11)과 같다.

$$\begin{cases} z = M_{11}\Delta z + M_{12}w \\ e = M_{21}\Delta z + M_{22}w \end{cases} \tag{A.2.11}$$

식(A.2.11)에서 z를 전개하면 식(A.2.12)와 같다.

$$\begin{aligned} & z(I - M_{11}\Delta) = M_{12}w \\ \rightarrow\ & z = (I - M_{11}\Delta)^{-1}M_{12}w \end{aligned} \tag{A.2.12}$$

식(A.2.11)의 e에 식(A.2.12)에서 구한 z를 대입하여 전개하면 식(A.2.13)과 같다.

$$\begin{aligned} & e = M_{21}\Delta(I - M_{11}\Delta)^{-1}M_{12}w + M_{22}w \\ \rightarrow\ & e = [M_{21}\Delta(I - M_{11}\Delta)^{-1}M_{12} + M_{22}]w \end{aligned} \tag{A.2.13}$$

w에서 e까지의 전달함수는 식(A.2.14)가 된다. 이때 식(A.2.14)의 우변을 상측 선형 분수 변환 $F_u(M, \Delta)$로 정의한다.

$$\begin{aligned} & \frac{e}{w} = M_{21}\Delta(I - M_{11}\Delta)^{-1}M_{12} + M_{22} \\ \rightarrow\ & F_u(M, \Delta) = M_{21}\Delta(I - M_{11}\Delta)^{-1}M_{12} + M_{22} \end{aligned} \tag{A.2.14}$$

A.3 견실 안정성 (Robust Stability)

고주파수 영역에서 모델 불확실성이 큰 경우에는 제어대상이 안정성을 갖기 어렵다. 모델 불확실성은 일반적으로 고주파수일수록 그 영향이 크므로 상보감도함수는 주파수가 증가함에 따라 감소하는 것이 중요하다. 이러한 경우 주파수 영역에서 주파수 정형을 실시할 필요가 있다. 그러기 위해서는 우선 제어계의 안정성을 확보해야 한다. 먼저, 소이득 정리(small gain theorem)에 의한 견실 안정성을 설명한다.

Fig. A.3.1에서 $A(s)$와 $B(s)$는 안정(stable)이며 프로퍼(proper)인 전달함수로 상호 피드백으로 연결되어 있다고 가정한다. 이때, 식(A.3.1)을 충족시키면 Fig. A.3.1의 폐루프 시스템은 안정하다고 할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \| A(s)B(s) \|_{\infty} < 1, \ \forall s = j\omega \\ \rightarrow \quad & \| A(s) \|_{\infty} \| B(s) \|_{\infty} < 1, \ \forall s = j\omega \end{aligned} \tag{A.3.1}$$

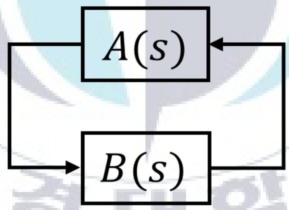


Fig. A.3.1 Block diagram of small gain theorem.

Fig. A.3.2는 구조화 섭동에 대한 견실 안정성을 확인하기 위해 $M-\Delta$ 구조를 나타낸 것이다.

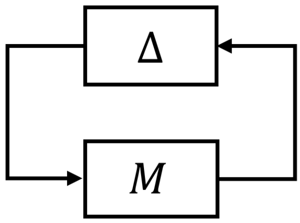


Fig. A.3.2 Block diagram of $M-\Delta$ structure.

Fig. A.3.2에서 M은 하측 선형 분수 변환에 의해 식(A.3.2)와 같이 표현된다. 모델 불확실성 Δ는 안정하고 프로퍼한 전달함수이며 식(A.3.3)을 만족한다.

$$M = F_l(P, K) \tag{A.3.2}$$

$$\| \Delta \|_{\infty} \le 1 \tag{A.3.3}$$

이 조건이 만족될 때, 소이득 정리를 적용하면 견실 안정화 조건은 식(A.3.4)와 같다.

$$\begin{aligned} &\| M\Delta \|_{\infty} < 1 \\ \rightarrow \ &\| M \|_{\infty} \| \Delta \|_{\infty} < 1 \end{aligned} \tag{A.3.4}$$

따라서 M은 안정이며 프로퍼한 전달함수가 된다. 또한, 소이득 정리를 통해 식(A.3.5)가 만족하는 것을 알 수 있다.

$$\| M \|_{\infty} < 1 \tag{A.3.5}$$

M의 무한대 놈은 최대 특이치와 같다고 정의되므로 식(A.3.5)는 식(A.3.6)과 같이 표현된다.

$$\bar{\sigma}(M) < 1 \tag{A.3.6}$$

$\mu_{\Delta}(M)$을 구하는 문제는 최대 특이치를 최소화하는 구하는 문제로 귀착되므로 식(A.3.7)로 정의된다. 구조화 섭동 Δ에 대해 폐루프 시스템이 안정하기 위한 필요충분조건은 최종적으로 식(A.3.7)과 같이 정의된다.

$$\mu_{\Delta}(M) < 1 \tag{A.3.7}$$

다음은 나이키스트(Nyquist) 선도에서 견실 안정성 조건을 확인하고, 상보감도함수와의 관계에 대해 설명한다. 모델 불확실성이 있는 시스템의 안정성을 확인하기 위해 나이키스트의 안정성 판별법을 사용해 안정성을 증명할 수 있다. 나이키스트의 안정성 판별법은 개루프 시스템의 주파수 응답과 개루프 시스템의 극으로부터 폐루프 시스템의 안정성을 판별하는 방법이다. 즉, 개루프 시스템의 특성만으로 폐루프 시스템의 안정성을 기술한다. Fig. A.3.3은 나이키스트의 안정성 판별법을 설명하기 위해 공칭 모델의 나이키스트 선도와 모델링 오차를 고려한 모델의 나이키스트 선도이다.

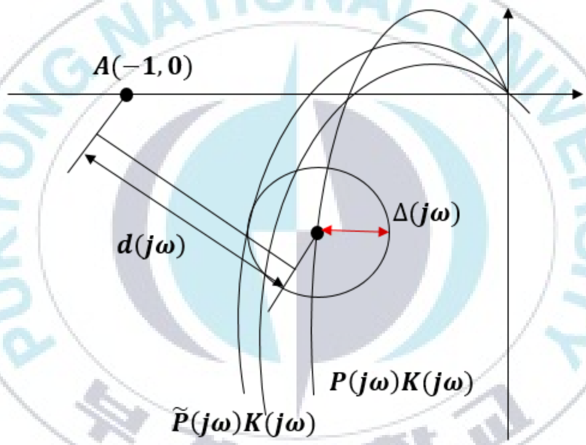


Fig. A.3.3 Nyquist diagram of nominal and model uncertainty model for robust stability.

모델링 오차를 고려한 모델 $\tilde{P}(j\omega)$에서 $\tilde{P}(j\omega)K(j\omega)$의 나이키스트 선도가 A점을 왼쪽으로 보고 돌면 폐루프 시스템은 안정하다. 즉, 식(A.3.8)을 만족하면 안정이다. 또한, $\tilde{P}(j\omega)K(j\omega)$에서 점 A까지의 거리는 식(A.3.9)와 같다.

$$|\tilde{P}(j\omega)K(j\omega) - P(j\omega)K(j\omega)| < |d(j\omega)| \qquad \text{(A.3.8)}$$

$$|d(j\omega)| = |1 + P(j\omega)K(j\omega)| \tag{A.3.9}$$

식(A.3.9)를 설명하기 위해 복소평면 상에 Fig. A.3.3과 같이 나이키스트 선도가 그려질 때, $P(j\omega)K(j\omega)$는 식(A.3.10)과 같다.

$$P(j\omega)K(j\omega) = a + jb \tag{A.3.10}$$

이때, 원점에서 $P(j\omega)K(j\omega)$까지 거리는 식(A.3.11)과 같다.

$$|P(j\omega)K(j\omega)| = \sqrt{a^2 + b^2} \tag{A.3.11}$$

$P(j\omega)K(j\omega)$와 점 A 사이의 거리인 $d(j\omega)$를 구하는 식은 식(A.3.12)의 과정을 통해 전개된다.

$$\begin{aligned}
& \overline{d(j\omega)^2} = \{a - (-1)^2\} + (b - 0)^2 \\
\rightarrow \quad & \overline{d(j\omega)} = |d(j\omega)| = \sqrt{(1+a)^2 + (b)^2} \\
\rightarrow \quad & d(j\omega) = (1+a) + jb \\
\rightarrow \quad & |d(j\omega)| = |1 + P(j\omega)K(j\omega)|
\end{aligned} \tag{A.3.12}$$

식(A.3.9)를 식(A.3.8)에 대입하면 식(A.3.13)과 같다. 이때 모델 불확실성을 고려한 모델의 식은 식(A.3.14)와 같다.

$$|\widetilde{P}(j\omega)K(j\omega) - P(j\omega)K(j\omega)| < |1 + P(j\omega)K(j\omega)| \tag{A.3.13}$$

$$\widetilde{P}(s) = [1 + \Delta(j\omega)]P(j\omega) \tag{A.3.14}$$

식(A.3.14)를 식(A.3.13)에 대입하여 전개하면 식(A.3.15)와 같은 부등식을 얻게 된다.

$$
\begin{aligned}
& |[1+\Delta(j\omega)]P(j\omega)K(j\omega)-P(j\omega)K(j\omega)| < |1+P(j\omega)K(j\omega)| \\
\rightarrow\ & |P(j\omega)K(j\omega)+\Delta(j\omega)P(j\omega)K(j\omega)-P(j\omega)K(j\omega)| < |1+P(j\omega)K(j\omega)| \\
\rightarrow\ & |\Delta(j\omega)P(j\omega)K(j\omega)| < |1+P(j\omega)K(j\omega)| \\
\rightarrow\ & |1+P(j\omega)K(j\omega)|^{-1}|P(j\omega)K(j\omega)| < \frac{1}{|\Delta(j\omega)|}
\end{aligned} \tag{A.3.15}
$$

이때, 상보감도함수는 식(A.3.16)과 같다. 식(A.3.16)을 식(A.3.15)에 대입하면 식(A.3.17)과 같이 전개된다. 따라서 식(A.3.17)의 우변을 이항하면 식(A.3.18)이 성립된다.

$$T=(1+P(j\omega)K(j\omega))^{-1}P(j\omega)K(j\omega) \tag{A.3.16}$$

$$|T(j\omega)| < \frac{1}{|\Delta(j\omega)|} \tag{A.3.17}$$

$$|T(j\omega)\Delta(j\omega)| < 1 \tag{A.3.18}$$

그러나 일반적으로 모델링 오차 Δ를 정확히 모델화하기는 불가능하므로, 식(A.3.18)의 조건을 설계에 직접 이용할 수는 없다. 그래서 식(A.3.19)와 같이 정의되는 적절한 가중함수 W_T를 사용하여 식(A.3.20)과 같이 기술한다.

$$\bar{\sigma}\{\Delta(s)\} < |W_T(s)| \quad \forall s=j\omega \tag{A.3.19}$$

$$\| W_T T \|_\infty < 1 \tag{A.3.20}$$

즉, 나이키스트 선도 상에서 견실 안정화 조건은 식(A.3.17), 식(A.3.18)과 같다. 상보감도함수 T가 작으면 작을수록 큰 불확실성 Δ에 대해서도 식(A.3.17)이 성립한다. 즉, 큰 불확실성 Δ에 대해 안정성을 갖기 위해서는 상보감도함수 T를 작게 하고 이는 제어기 K의 이득을 작게 해야 함을 의미한다.

A.4 견실 제어 성능(Robust Control Performance)

Fig. A.4.1은 나이키스트 선도에서의 견실 제어 성능 조건을 확인하고 감도함수와의 관계를 알아보기 위한 그림이다. 그러므로 공칭 모델의 나이키스트 선도와 모델 불확실성을 고려한 모델의 나이키스트 선도 두 가지를 나타낸다.

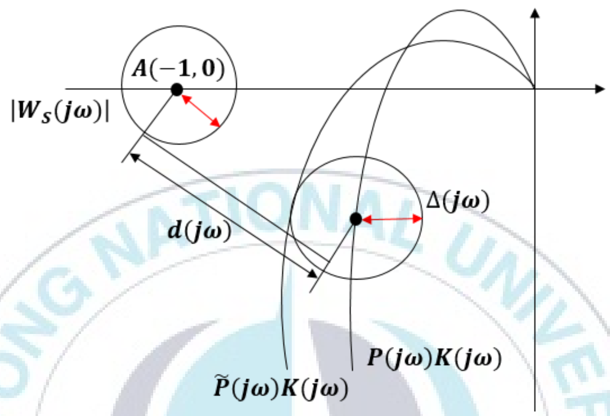


Fig. A.4.1 Nyquist diagram of nominal and model uncertainty model for robust control performance.

점 A의 안정성 기준으로 저주파 영역에서의 가중함수를 W_S로 나타낸다. 즉, 견실 제어 성능을 만족하려면 Fig. A.4.1의 두 원이 교차하지 않아야 한다. 즉, 이는 식(A.4.1)과 같다. 식(A.4.2)는 A.1.3절의 견실 안정성에서 기술했으므로 그 유도 과정은 생략한다.

$$|W_S(j\omega)| + |\widetilde{P}(j\omega)K(j\omega) - P(j\omega)K(j\omega)| < |d(j\omega)| \tag{A.4.1}$$

$$|d(j\omega)| = |1 + P(j\omega)K(j\omega)| \tag{A.4.2}$$

식(A.4.2)를 식(A.4.1)에 대입하면 식(A.4.3)이 얻어진다.

$$|W_S(j\omega)| + |\widetilde{P}(j\omega)K(j\omega) - P(j\omega)K(j\omega)| < |1 + P(j\omega)K(j\omega)| \tag{A.4.3}$$

여기서, 식(A.4.4)와 같은 모델링 오차를 고려한다.

$$\widetilde{P}(s) = [1+\Delta(j\omega)]P(j\omega) \tag{A.4.4}$$

이때 식(A.4.4)를 식(A.4.3)에 대입하여 정리하면, 식(A.4.5)의 부등식을 얻게 된다. 여기서부터 편의상 복소 평면 $j\omega$ 기호를 생략한다.

$$\begin{aligned}
& |W_S| + |[1+\Delta]PK - PK| < |1+PK| \\
\rightarrow\ & |W_S| + |PK + \Delta PK - PK| < |1+PK| \\
\rightarrow\ & |W_S| + |\Delta PK| < |1+PK| \\
\rightarrow\ & \left|W_S(1+PK)^{-1}\right| + \left|\Delta PK(1+PK)^{-1}\right| < 1
\end{aligned} \tag{A.4.5}$$

식(A.4.5)에서 감도함수와 상보감도함수를 대입하여 정리하면 식(A.4.6)과 같다.

$$|W_S S| + |\Delta(j\omega)T| < 1 \tag{A.4.6}$$

마찬가지로 일반적으로 모델링 오차 Δ를 정확히 모델화하기는 불가능하므로, 앞 장에서 기술했듯이 식(A.4.6)의 조건을 설계에 직접 이용할 수는 없다. 따라서 식(A.4.7)과 같이 정의되는 적절한 가중함수 W_T를 사용하여 식(A.4.8)과 같이 표현할 수 있다.

$$\bar{\sigma}\{\Delta(s)\} < |W_T(s)| \quad \forall s = j\omega \tag{A.4.7}$$

$$|W_S S| + |W_T T| < 1 \tag{A.4.8}$$

최종적으로 견실 제어 성능의 조건은 가중함수 W_S와 W_T를 반영하여 설계되는 것을 알 수 있다. 식(A.4.8)을 만족시키는 제어기를 구하는 것은 혼합 감도 문제라 불리며, 결국 감도함수와 상보감도함수의 상호 절충(trade-off) 문제인 식(A.4.9)를 만족하는 문제가 된다.

$$S+T=1, \quad \forall\omega \tag{A.4.9}$$

여기서 식(A.4.9)의 해를 직접 구하는 것은 어려우므로 견실 제어 성능 문제는 식(A.4.10)을 만족하도록 설계한다.

$$\left\| \begin{matrix} W_S S \\ W_T T \end{matrix} \right\|_\infty < 1 \tag{A.4.10}$$

A.5 μ-제어기 설계를 위한 MATLAB code

A.5.1 μ-제어기 설계

```
clc; clear all; % command window 초기화
%% compressor 파라미터 정의
tau1 = ureal('tau1',1680 ,'percentage',30);
den1 = [tau1 1];
K1 =  ureal('K1',-0.43, 'percentage',30);
Pc = tf(K1, den1)

%% 가중함수 정의
numw1= [5 0.1];
denw1= [3000 1];
w1gain = 150;
w1=w1gain*tf(numw1,denw1); % 가중함수 W_1 for compressor
numw2=[2500 0.1];
denw2= [1 3000];
w2gain= 1;
w2=w2gain*tf(numw2,denw2); % 가중함수 W_2 for compressor

%% 일반화 제어대상 구성
systemnames = 'Pc w1 w2';
inputvar = '[ pert; dist; control ]';
outputvar = '[ w1; w2; -Pc -dist]';
input_to_Pc = '[ pert + control ]';
input_to_w1 = '[ Pc + dist ]';
input_to_w2 = '[ control ]';
sysoutname = 'P';
cleanupsysic = 'yes';
sysic

%% D-K Iteration
[K,CLperf,info] = musyn(P,1,1);
```

```
%% EEV 파라미터 정의
tau3 = ureal('tau3',67 ,'percentage',30);
den3 = [tau3 1];
K3 =  ureal('K3',-0.045,'percentage',30);
Pe = tf(K3, den3)

%% 가중함수 정의
numw3=[1 0.1];
denw3=[200 0.1];
w3gain=1;
w3 = w3gain*tf(numw3,denw3); % 가중함수 W_3 for EEV
numw4=[10 1];
denw4=[1 2];
w4gain=0.01;
w4 = w4gain*tf(numw4,denw4); % 가중함수 W_4 for EEV

%% 일반화 제어대상구성
systemnames = 'Pe w3 w4';
inputvar = '[ pert; dist; control ]';
outputvar = '[w3; w4; -Pe -dist]';
input_to_Pe = '[ pert + control ]';
input_to_w3 = '[ Pe + dist ]';
input_to_w4 = '[ control ]';
sysoutname = 'G';
cleanupsysic = 'yes';
sysic
G

%% D-K Iteration
[KK,CLperf2,info] = musyn(G,1,1);
```

A.5.2 서보형 μ-제어기 설계 및 파라미터 최적화 MATLAB code

A.5.2.1 서보형 μ-제어기 설계

```
function y = obj_fun(x)
%% compressor 파라미터 정의
tau1 = ureal('tau1',1680 ,'percentage',30);
den1 = [tau1 1];
K1 =  ureal('K1',-0.43, 'percentage',30);
Pc = tf(K1, den1);
Pc = tf(-0.43, [1680 1]);
gd = tf(19.9, [1790 1]);

%% 가중함수 정의
x = [x(1) x(2) x(3) x(4) x(5) x(6)];  % 파라미터 변수 설정
assignin('base','x',x);
numw1= [x(1) x(2)];
denw1= [x(3) 1];
w1 = tf(numw1,denw1); % 가중함수 W_1 for compressor
numw2 = [x(4) x(5)];
denw2 = [1 x(6)];
w2 = tf(numw2,denw2); % 가중함수 W_2 for compressor
denw3=[1 0];
m=tf([1 1], denw3); % servo
w2ss = nd2sys(w22.Numerator{1,1}, w22.Denominator{1,1});
w2inv = tf(w22.Denominator{1,1},w22.Numerator{1,1});
w = logspace(-5,5,100);
w1_g=frsp(w1ss,w);
w2_g=frsp(w2ss,w);

%% 일반화 제어대상구성
systemnames = 'Pc w1 w2 m gd';
inputvar = '[ pert; dist; control ]';
```

```
outputvar = '[ w1; w2; m]';
input_to_Pc = '[ pert + control ]';
input_to_w1 = '[ control ]';
input_to_m = '[Pc + dist]';
input_to_w2 = '[m]';
input_to_gd = '[dist]';
sysoutname = 'P';
cleanupsysic = 'yes';
sysic;

%% D-K Iteration
[K,CLperf,info] = musyn(P,1,1);
[n,d]=ss2tf(K.A,K.B,K.C,K.D); % 제어기 분리
ktf=tf(n,d);
kktf = ktf*m;
[N,D] = tfdata(kktf);
global CLperf; % μ 값
global N;
global D;
assignin('base','N',N);
assignin('base','D',D);
sim('ddd');  % 시뮬레이션 진행
J = CLperf(length(CLperf));
y = J;
end
```

A.5.2.2 제약조건 설정

```
function [c,c_eq] = cons(x)
%% 상보감도함수 T
T = (pc*kktf)/(1+pc*kktf);
TT = nd2sys(T.Numerator{1,1}, T.Denominator{1,1});
T_g = frsp(TT,w);
w1i_g=minv(w1_g);
vplot('liv,lm',w2i_g,'r--',S_g,'b') % T < w-1 확인
```

```
%% 감도함수 S
S=(1)/(1+pc*kktf);
SS = nd2sys(S.Numerator{1,1}, S.Denominator{1,1});
S_g = frsp(SS, w);
SS_g = minv(S_g);
w2i_g=minv(w2_g);
vplot('liv,lm',w1i_g,'r--',KS_g,'b') % S < w-2 확인
Sw2 = S*w22; % |S*w2|
Tw1 = T*w1; % |T*w1|
gd = tf(19.9, [1790 1]); % 열부하 외란
gdd = nd2sys(gd.Numerator{1,1}, gd.Denominator{1,1});
gd_f = frsp(gdd,w);
vplot('liv,lm',gd_f,'r--',w2_g,'b');
ww= w22*gd;
wwss = nd2sys(ww.Numerator{1,1}, ww.Denominator{1,1});
ww_g=frsp(wwss,w);
wwi_g=minv(ww_g);
wwi= tf(ww.Denominator{1,1},ww.Numerator{1,1});
ww1= w1*gd;
ww1ss = nd2sys(ww1.Numerator{1,1}, ww1.Denominator{1,1});
ww1_g=frsp(ww1ss,w);
ww1i_g=minv(ww1_g);
ww1i=tf(ww1.Denominator{1,1},ww1.Numerator{1,1});
wws = w22*gd*S;
wwks = w1*gd*KS;

%% 제약조건
c(1) = (CLperf) - 1;
c(2) = max(sigma(wws,w)) - 1;
c(3) = max(sigma(wwks,w)) - 1;
c(4) = max(sigma(S,w)) - max(sigma(wwi,w));
c(5) = max(sigma(KS,w)) - max(sigma(ww1i,w));
c(6) = 0.13 - max(sigma(w1,w));
c(7) =  max(sigma(gd,w)) -  max(sigma(w22,w));
```

```
c_eq = [];
end
```

A.5.2.3 벌점함수 정의

```
function f = pen(x,R)
obj2 = obj_fun(x); % 목적 함수
[c, c_eq] = cons(x); % constraint 함수
V = max([c, c_eq, 0]);
f = obj2 + R*V; % 벌점 함수
end
```

A.5.2.4 SA 알고리즘의 파라미터 최적화

```
x0 = [0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 ];
lb =[0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 ];
ub =[100 100 100 100 100 100 ];
R = 10000000; % 벌점
[x,fval,exitFlag,output]=simulannealbnd(@(x)pen(x,R),x0,lb,ub
,options);
```

학술지 게재 논문 및 학술대회 발표 논문 목록

[학술지 게재 논문 목록]

1. I. A. Kim, and S. K. Jeong, 2021, μ-Synthesis Controller Design Based on Structured Uncertainty of a Variable Speed Refrigeration System for Robust Temperature Control, Journal of Korean Air-Conditioning and Engineering, Vol. 33, No. 12, pp. 619-632.

[학술대회 발표 논문 목록]

1. I. A. Kim, and S. K. Jeong, 2020, μ-Synthesis Controller Design for Robust Temperature Control of a Variable Speed Refrigeration System, SAREK of proceedings(winter).
2. I. A. Kim, and S. K. Jeong, 2021, μ-Synthesis Controller Design for Robust Temperature Control of a Variable Speed Refrigeration System by Selecting the Weighting Function Based on Genetic Algorithm, SAREK of proceedings(summer).