工學碩士 學位論文

有限要素法을 利用한
Flux Switching Motor의 設計

2013年　2月

釜慶大學校 産業大學院

電氣工學科

李　　權

工學碩士 學位論文

有限要素法을 利用한 Flux Switching Motor의 設計

指導敎授 禹 炅 一

이 論文을 工學碩士 學位論文으로 提出함

2013 年 2月

釜慶大學校 産業大學院

電氣工學科

李 權

李權의 工學碩士 學位 論文을 認准함

2012 年 12 月

主審 工學博士 朴 瀚 錫 (印)

委員 工學博士 權 聖 烈 (印)

委員 工學博士 禹 炅 一 (印)

목 차

有限要素法을 利用한 Flux Switching Motor의 設計

李　　權

부 경 대 학 교　산 업 대 학 원　전기공학과

요　　약

플럭스 스위칭 전동기(Flux Switching Motor:FSM)는 가장 최근에 등장한 전동기로서, 일종의 스위치드 릴럭턴스 전동기나 동기형 릴럭턴스 전동기와 같이 릴럭턴스 토크를 이용하고, 고정자 및 회전자의 구조면에서는 유사하나 제어회로 및 운전 알고리즘에서는 상당히 다른 면을 보이고 있다.

특히 회로 측면에서 적은 숫자의 전력변환소자로도 Topology를 구성할 수 있으며 더욱이 주목할 사항은 적용대상 제품인 공기청정기 등의 송풍기 구동에 적합하게 저속에서 다른 전동기에 비해 고효율의 전동기 특성을 가지고 있는 장점이 있다. 미국, 영국 등 선진국에서 현재 활발히 연구개발 되고 있으며, 또한 우리의 경쟁국으로 급격히 부상하고 있는 중국에서 FSM을 연구하는 움직임이 나타나고 있다.

따라서 본 논문에서는 유한요소법을 이용한 FSM의 설계에 대하여 설명하였다. 고정자에 필드권선을 대신할 수 있는 영구자석을 갖는 모델에 대하여 회전자 변화에 따른 특성을 유한요소법을 이용하여 해석하였고, 최저리플을 갖는 형상을 최적화 이론을 통하여 설계하였다.

제 1 장 서　　론

플럭스 스위칭 전동기(Flux Switching Motor : FSM)는 가장 최근에 등장한 전동기로서 1999년 영국의 Leicester 대학의 Charles Pollock 교수에 의해 제안되었다. 일종의 스위치드 릴럭턴스 전동기나 동기형 릴럭턴스 전동기와 같이 릴럭턴스 토크를 이용하고, 고정자 및 회전자의 구조면에서는 유사하나 제어회로 및 운전 알고리즘에서는 상당히 다른 면을 보이고 있다.

특히 회로 측면에서 적은 숫자의 전력변환소자로도 Topology를 구성할 수 있으며 더욱이 주목할 사항은 적용대상 제품인 공기청정기 등의 송풍기 구동에 적합하게 저속에서 다른 전동기에 비해 고효율의 전동기 특성을 가지고 있는 장점이 있는 관계로 미국, 영국 등 선진국에서 현재 활발히 연구개발 되고 있으며, 또한 우리의 경쟁국으로 급격히 부상하고 있는 중국에서 FSM을 연구하는 움직임이 나타나고 있다.

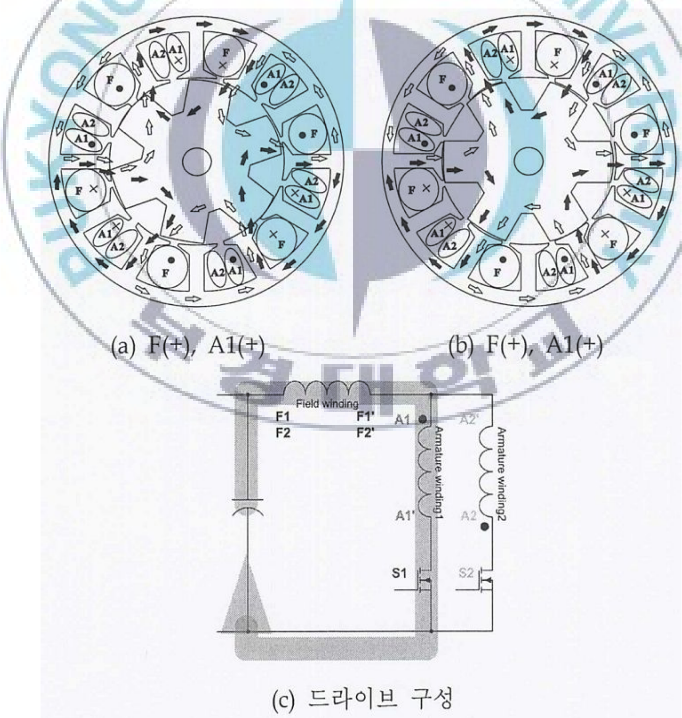
FSM의 구조는 돌극형 회전자와 돌극 또는 비돌극 형태의 고정자이며, 고정자 권선은 필드권선과 아마츄어 권선으로 구성되어 있다. 필드 권선에는 일정한 직류를 입력하고, 아마츄어 권선에는 전자적 제어를 통한 듀티비에 따라 두 아마츄어 권선 중 하나의 권선에만 전류를 흘린다는 특징이 있다. 또한 저 비용으로 대량 생산할 수 있으며 전기적인 무정류 제어가 가능하고 고수명, 매우 다양한 분야의 이용, 정밀한 토크, 속도, 위치제어 등에 추가적인 비용이 들지 않는 장점이 있다.

따라서 본 논문에서는 유한요소법을 이용한 FSM의 설계에 대하여 설명한다. 고정자에 필드권선을 대신할 수 있는 영구자석을 갖는 모델에 대하여 회전자 변화에 따른 특성을 유한요소법을 이용하여 해석하고, 최저리플을 갖는 형상을 최적화 이론을 통하여 설계한다.

제 2 장 Flux Switching Motor

2.1 기본 구조

FSM은 필드 권선과 아마츄어 권선에 흐르는 전류에 의해서 발생되는 자속의 상호 작용에 의해서 만들어진 릴럭턴스 토크에 의해서 구동되고, 필드와 아마츄어 전류에 의해서 발생된 자속은 고정자와 회전자를 통하여 흐르게 된다. 필드 권선(F)과 아마츄어 권선(A1)에 전류를 흘리게 되면 다음의 그림과 같은 형태로 자속이 발생하게 되고, 릴럭턴스가 적은 쪽으로 정렬시키려고 하는 릴럭턴스 토크에 의해서 회전자가 정렬된다.



(a) F(+), A1(+)   (b) F(+), A1(+)

(c) 드라이브 구성

그림 2.1 필드(F)와 아마츄어 권선(A1) 여자시 자속 패턴

그림 2.1 (b)와 같이 릴럭턴스 토크에 의해서 회전자가 고정자와 정렬하게 되면 그림 2.2 (c)와 같이 필드 권선과 아마츄어 권선(A2)에 전류를 흘리게 되며, 그림 2.2 (a)에서 (b)의 형태로 자속이 발생하면서 릴럭턴스 토크가 다시 발생하게 되고 회전자를 정렬시키게 된다.

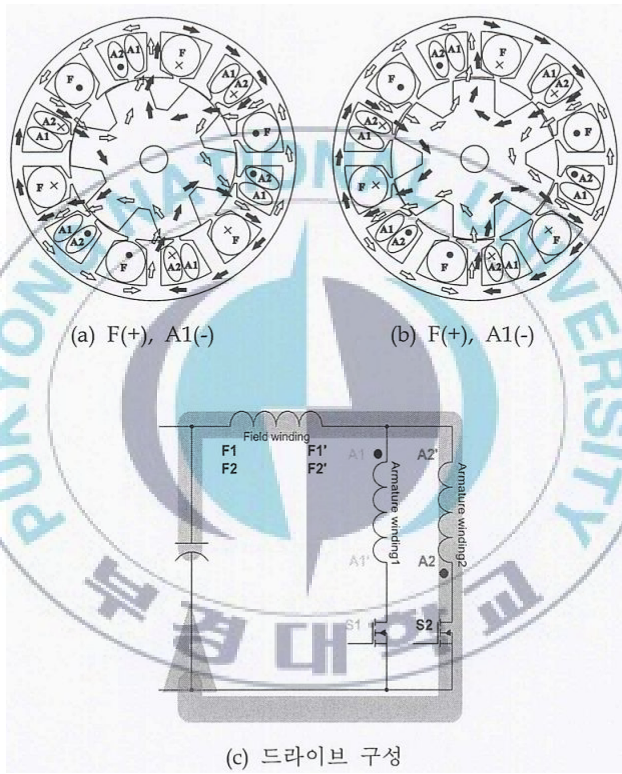


그림 2.2 필드(F)와 아마츄어 권선(A2) 여자시 자속 패턴

위 그림과 같이 필드 권선에 의해 발생되는 자속벡터의 방향은 항상 일정한 방향으로 발생되며 아마츄어 권선에 의해 발생되는 자속벡터의 방향은 90[deg]의 전기각을 가지면서 이동하게 된다.

그림 2.3은 필드 권선와 아마츄어 권선에 의해서 발생되는 상호 인덕턴스 프로파일을 나타내며, 위치에 따른 필드 권선의 전류(I_F)와 아마츄어 전류(I_{A1}, I_{A2})의 파형을 나타내고 있다. FSM의 상 전압은 식 (2.1)과 (2.2)같이 나타낼 수 있다.

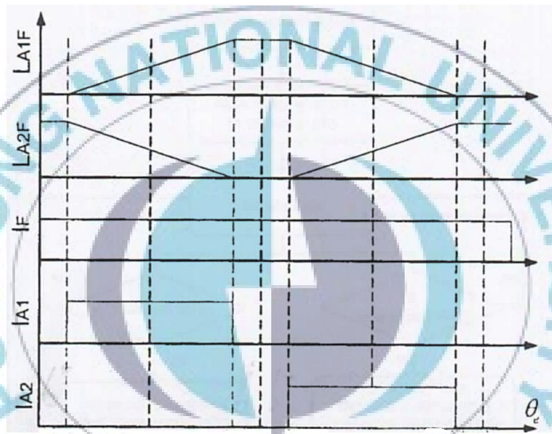


그림 2.3 실제 상호 인덕턴스와 상전류

$$V_{A1} = V_{dc} - \left(i_F R_F + i_{A1} R_{A1} - \frac{dL_F}{dt} i_F - \frac{dL_{A1F}}{dt} i_F - \frac{dL_{A1}}{dt} i_{A1} - \frac{dL_{A1F}}{dt} i_{A1}\right) \quad (2.1)$$

$$V_{A2} = V_{dc} - \left(i_F R_F + i_{A2} R_{A2} - \frac{dL_F}{dt} i_F - \frac{dL_{A2F}}{dt} i_F - \frac{dL_{A2}}{dt} i_{A2} - \frac{dL_{A2F}}{dt} i_{A2}\right) \quad (2.2)$$

여기서 R_{A1}, R_{A2}, R_F는 A1상 A2상 그리고 F상의 상저항을 나타내고, L_{A1F}과 L_{A2F}는 A1상과 F상 그리고 A2상과 F상과의 상호인덕턴스를 나타내고, L_{A1}, L_{A2}, L_F는 A1상 A2상 그리고 F상의 자기인덕턴스를 나타낸다.

토크 수식은 식 (3.3)과 같이 쓸 수 있다.

$$T_e = \frac{1}{2} i_{A1}^2 \frac{dL_{A1}}{d\theta_e} + \frac{1}{2} i_{A2}^2 \frac{dL_{A2}}{d\theta_e} + \frac{1}{2} i_F^2 \frac{dL_F}{d\theta_e} + i_F i_{A1} \frac{dL_{A1F}}{d\theta_e} + i_F i_{A2} \frac{dL_{A2F}}{d\theta_e} \quad (3.3)$$

2.2 영구자석형 FSM

영구자석형 FSM은 일반적인 FSM의 구조에서 필드권선 대신에 영구자석을 사용한 모델이다. 영구자석은 고정자 치 사이에 위치하며 필드권선의 역할을 대신하여 구동원리는 일반적인 FSM과 동일하다. 그림 2.4는 일반적으로 연구되고 있는 영구자석형 FSM의 단면도를 나타내며 사용된 영구자석은 12개, 고정자 치/회전자 치는 12/10이다.

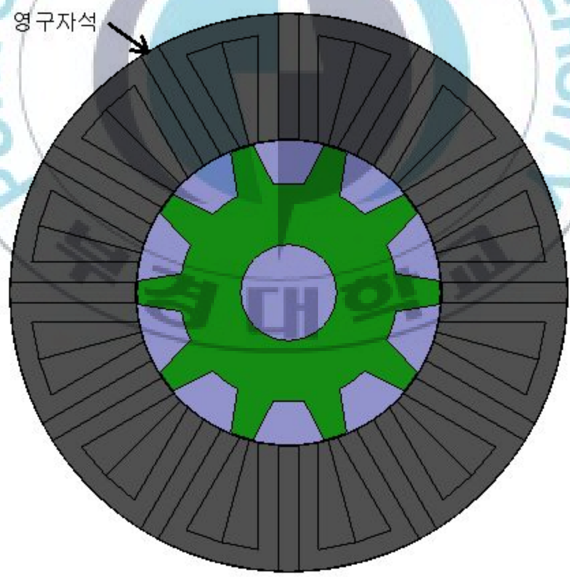


그림 2.4 영구자석형 FSM의 단면도

제 3 장 최적화 기법

최적화 기법이란 여러 개의 설계변수를 갖는 목적함수에 대해서 각 변수들에 대한 일부 Sample Model을 통한 목적함수에 대한 해석을 시행함으로써 일정 범위 내에서 사용자가 원하는 목적함수를 얻는 설계인자의 값을 결정할 수 있는 방법이다. 회전자 설계를 위하여 최적화 기법 중의 하나인 Kriging법을 사용하였으며 Kriging법을 정리하면 다음과 같다[40].

3.1 Kriging Method

크리깅(Kriging)은 지구통계적 기법으로서 목적함수에 해당하는 지점에서 특성치를 알기 위해 이미 값을 알고 있는 주위 값들의 가중 선형조합으로 그 값을 예측하는 것이다.

$$Z^* = \sum_{k=1}^{n} \lambda_k z_k \tag{3.1}$$

여기서, z_k은 이미 위치와 값을 알고 있는 목적함수에 영향을 미치는 설계인자이고, λ_k은 사용된 설계인자의 가중치이며 n은 크리깅 기법 적용을 위해 사용한 설계인자의 총 개수, Z^*는 크리깅이 적용된 예상치가 된다.
기존에 최적화의 방법으로 적용되었던 내삽법 또는 선형회귀의 경우 각 설계인자들 사이의 명확한 관계를 규정하여 적용하는 반면, 크리깅은 베리오그램 또는 공분산을 통하여 각 설계인자들 사이에 존재하는 관계식(intrinsic relation)을 적용한다.

3.1.1 단순 크리깅

식 (5.1)을 이용하여 예상치를 얻을 경우 가중치에 해당하는 λ를 알아야 한다. 여러 가지 가중치를 구하는 방법 중 단순히 예상치의 오차를 최소화

하는 가중치를 구하여 크리깅에 사용하는 법을 단순 크리깅(Simple Kriging)이라 일컫는다.

단순 크리깅에서 가중치를 구하는 관계식은

$$Z_m^* = \sum_{k=1}^{n} \lambda_k z_k \tag{3.2}$$

$$\sigma^2 = E[(z_m - z_m^*)^2] \tag{3.3}$$

위와 같이 표현되며 σ^2는 오차분산을 말하며 오차의 분산을 최소로 하는 가중치의 결정이 중요하다.

z_m^2은 예측된 단순 크리깅 값이며, z_o는 예상하고자 하는 참값이다. 식 (3.3)에서 오차분산에 대한 정의는 참값과 예측값의 차이의 제곱에 대한 기댓값으로 하며 이는 가중치에 대한 함수임을 알 수 있다. 이를 구체적으로 표현하기 위해 식(3.3)을 전개하여 분산과 공분산에 관하여 표현하면 다음과 같다.

$$\sigma^2 = Var(z_m) - 2Cov(z_m, z_m^*) + Var(z_m^*) \tag{3.4}$$

식 (3.4)에 식(3.2)를 대입하면 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\sigma_{sk}^2 = \sigma^2 - 2\sum_{k=1}^{n} \lambda_k \sigma_{ok}^2 + \sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \lambda_k \lambda_j \sigma_{kj}^2 \tag{3.5}$$

$$where\, \sigma^2 = Var(z_m),\ \sigma_{ok}^2 = Cov(z_m, z_k),\ \sigma_{kj}^2 = Cov(z_k, z_j)$$

오차분산을 가중치에 대하여 각각 편미분하여 0이 되는 극값을 구하고 편미분을 두 번 하였을 경우 그 값이 0보다 크면 오차분산을 최소로 하는 가중치를 구할 수 있다. 이를 다음 식에 나타내었다.

$$\frac{\partial \sigma_{sk}^2}{\partial \lambda_l} = 0,\ \text{for } l = 1, 2, \ldots, n \tag{3.6}$$

$$\frac{\partial \sigma_{sk}^2}{\partial \lambda_l} = 0 - 2\sigma_{0l}^2 + 2\sum_{k=1}^{n} \lambda_k \sigma_{lk}^2 = 0 \tag{3.7}$$

위 식 (3.7)을 간단히 정리하면 식(3.8)이 되며 이를 크리깅 방정식 또는 연립방정식이라 한다. 이 식도 (3.9)와 같이 (n×n)행렬로 표현이 가능하다.

$$\sum_{k=1}^{n} \lambda_k \sigma_{lk}^2 = \sigma_{0l}^2,\ l = 1, 2, \ldots, n \tag{3.8}$$

$$i.e., \sum_{k=1}^{n} \lambda_k Cov(z_l, z_k) = Cov(z_m, z_l),\ l = 1, 2, \ldots, n$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 & \cdots & \sigma_{1n}^2 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 & \cdots & \sigma_{2n}^2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \sigma_{n1}^2 & \sigma_{n2}^2 & \cdots & \sigma_{nn}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \cdots \\ \lambda_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{01}^2 \\ \sigma_{02}^2 \\ \cdots \\ \sigma_{0n}^2 \end{pmatrix} \tag{3.9}$$

n개의 자료가 있을 경우, 자료 사이의 공분산 행렬과 예측하고자 하는 값과 각 자료의 공분산 값을 이용한 크리깅 방정식으로 가중치를 구할 수 있다. 위의 식(3.9)의 대각성분은 동일 위치 자료의 공분산이므로 분산이라 할 수 있다. 이렇게 가중치가 정해지면 식 (3.2)를 통해 결과값을 예측한다. 또한 식 (3.8)로 가중치를 계산하고 식(3.2)로 미지의 값을 예측하게 되면 식 (3.5)를 통하여 오차분산이 계산 가능하고 이것은 미지의 값을 예측시 오차의 정도를 알 수 있게 한다.

식 (3.8)을 식(3.10), 식(3.11)과 같은 오차분산을 위한 계산식으로 변형할 수 있다.

$$\sum_{l=1}^{n}\lambda_l \sum_{k=1}^{n}\lambda_k \sigma_{kl}^2 = \sum_{l=1}^{n}\lambda_l \sigma_{0l}^2 \tag{3.10}$$

$$\sigma_{sk}^2 = \sigma^2 - \sum_{k=1}^{n}\lambda_k \sigma_{0k}^2, \quad where\ \sigma_{0k}^2 = Cov(z_m, z_k) \tag{3.11}$$

이러한 오차분산은 예측된 값의 불확실도와 조건부 시뮬레이션에서 매우 중요하게 영향을 미치는 척도이다.

3.1.2 정규 크리깅

단순 크리깅은 오차분산을 최소로 하는 가중치를 선정하는 것을 기본으로 미지의 값을 예측하나, 추정식이 편향되어 있어 평균이 모집단의 평균과 일치하지 않는 단점이 존재한다. 이에 추정식이 모집단의 평균과 동일하도록 추정식이 편향되지 않고 오차분산을 최대로 하는 크리깅을 정규 크리깅(Ordinary Kriging)이라 한다.
편향의 정의는 모집단의 평균과 추정식의 평균의 차이로 한다. 이 차이가 없을 경우 편향되지 않았다고 한다.

식 (3.1)에서 편향되지 않는 조건을 나타내는 식은 다음과 같다.

$$b_{z^*} = E(z) - E(z^*) = E(z) - E\left(\sum_{k=1}^{n}\lambda_k z_k\right) = 0$$

예측값을 구하기 위해서 사용되는 자료들은 실제 주어진 값이므로 동일한 평균값을 가지고 크리깅 추정식이 편향되지 않기 위해서는 다음 식과 같이 각 자료들의 가중치의 값이 1이 되어야 한다.

$$1 - \sum_{k=1}^{n}\lambda_k = 0 \tag{3.12}$$

정규 크리깅은 식 (3.12)의 조건에 맞추어 주어진 오차분산을 최소화 하는 가중치를 구하고 이를 이용하여 실제 주어진 값들의 선형 조합으로 미

지의 값을 예측하는 방법이다. 이는 단순 크리깅에 크리깅 추정식이 편향되지 않도록 조건을 제한하는 것이다. 이처럼 정규 크리깅을 “최소분산 불편추정식(minimum variance unbiased estimator, MVUE)", 또는 "최적 선형 불편 추정식(best linear unbiased estimator, BLUE)"라고 한다.

$$Minimize$$

$$\sigma_{ok}^2 = \sigma^2 - 2\sum_{k=1}^{n}\lambda_k\sigma_{0k}^2 + \sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\lambda_k\lambda_j\sigma_{kj}^2,\ where\ \sigma_{kj}^2 = Cov(z_k, z_j) \tag{3.13}$$

$$\text{with a constraint}\quad 1 - \sum_{k=1}^{n}\lambda_k = 0$$

만약 주어진 제약조건에 맞추어 최대, 최소를 구하게 될 경우 변수의 개수가 많을 때 사용하는 방법 중 하나가 라그랑제 인자법(Lagrange parameter method)이다.

라그랑제 인자법을 위해서 주어진 제약조건이 0이 되도록 재배열 한 후 임의의 인자를 제약조건에 곱하여 주어진 함수에 더하여 새로운 함수를 정의한다. 여기서 곱해지는 임의의 인자를 라그랑제 인자라 하며 새로운 함수를 라그랑제 목적함수(Lagrangian objective function)라고 한다.

최소화하여야 할 정규 크리깅 오차분산식을 수학적으로 다음 식 (3.14)와 같이 표현할 수 있다.

$$L(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n\,;w) = \sigma^2 - 2\sum_{k=1}^{n}\lambda_k\sigma_{0k}^2 + \sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\lambda_k\lambda_j\sigma_{kj}^2 + 2w\left(1 - \sum_{k=1}^{n}\lambda_k\right) \tag{3.14}$$

$L(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n; w)$은 라그랑제 목적함수, w는 라그랑제 인자, 계수 2는 최종식을 간편하게 유도하기 위해 사용되었다. 위 식 (3.14)의 최소값은 식 (3.13)의 최소값이며 주어진 제약조건도 만족한다.

단순 크리깅과 같이 식 (3.14)를 편미분하여 정리하면 식 (3.15)를 얻는

다.

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_l} = -2\sigma_{0l}^2 + 2\sum_{k=1}^{n} \lambda_i \sigma_{il}^2 - 2w = 0,\ l = 1, 2, ..., n \tag{3.15}$$

$$\frac{\partial L}{\partial w} = 2\left(1 - \sum_{k=1}^{n} \lambda_k\right) = 0$$

다시 식 (3.15)를 간단히 정리하면 다음과 같다.

$$\sum_{k=1}^{n} \lambda_k \sigma_{kl}^2 - w = \sigma_{0l}^2,\ l = 1, 2, ..., n \tag{3.16}$$

$$\sum_{k=1}^{n} \lambda_k = 1$$

정규 크리깅에서의 오차분산의 정의는 단순 크리깅의 경우와 동일하며, 이에 관한 식은

$$\begin{aligned} \sigma_{ok}^2 &= Var(z) - \sum_{k=1}^{n} \lambda_k Cov(z_o, z_k) + w \\ &= \sigma^2 - \sum_{k=1}^{n} \lambda_k \sigma_{0k}^2 + w \end{aligned} \tag{3.17}$$

식 (3.17)과 단순 크리깅의 오차분산 식 (3.10)을 비교하면 라그랑제 인자만큼 차이가 날 것 같지만 실질적으로 계산된 가중치가 다르기 때문에 직접적인 비교는 불가능하다.

대부분의 경우 단순 크리깅의 오차분산이 더 작은 값을 나타내는데 이는 아무런 조건없이 구한 최소값이 제약조건을 만족하는 국부적 최소값보다 작기 때문이다. 정규 크리깅의 경우도 단순 크리깅과 같이 정확성을 갖는다.

3.1.3 공동 크리깅

두 가지 이상 여러 변수의 선형조합을 사용하여 자료가 알려지지 않은 지점에서 값을 예측하는 크리깅을 공동 크리깅(Co-kriging, CK)라 한다. 예측하고자 하는 변수를 주변수(primary variable), 주변수가 아닌 변수를 이차변수(secondary variable)라 하며 이차변수는 여러 개가 될 수 있다.

공동 크리깅 관계식을 이용하여 오차분산식을 간단히 하면 다음과 같다.

$$\sigma_{ck}^2 = \sigma^2 - \sum_{k=1}^{n} \lambda_k Cov(z_o, z_k) - \sum_{j=1}^{n} K_j Cov(z_o, u_j) + w_1 \tag{3.18}$$

이차변수에 사용되는 가중치의 합은 0이 되어야 한다.

공동 크리깅에서 다음과 같은 추정식을 많이 사용한다.

$$z^* = \sum_{k=1}^{n} \lambda_k z_k + \sum_{j=1}^{m} K_j [u_j - (\mu_u - \mu_z)] \tag{3.19}$$

μ_z, μ_u 는 주변수와 이차변수의 평균값을 나타낸다. 실제 계산에 적용할 때는 표본평균을 사용한다.

크리깅 예측식에 두 변수의 평균의 차이를 고려함으로 추정식이 편향되지 않을 조건은 다음과 같다.

$$\sum_{k=1}^{n} \lambda_k + \sum_{j=1}^{m} K_j = 1 \tag{3.20}$$

오차분산을 최소화하여 식 (3.20)을 만족하는 가중치를 찾으면

$$\begin{aligned} &\sum_{k=1}^{n} \lambda_k Cov(z_l, z_k) + \sum_{j=1}^{m} K_j Cov(z_l, u_j) - w_1 = Cov(z_o, z_l),\ l = 1, 2, \ldots, n \\ &\sum_{k=1}^{n} \lambda_k Cov(u_l, z_k) + \sum_{j=1}^{m} K_j Cov(u_l, u_j) - w_1 = Cov(z_o, u_l),\ l = 1, 2, \ldots, m \\ &\sum_{k=1}^{n} \lambda_k + \sum_{j=1}^{m} K_j = 1 \end{aligned} \tag{3.21}$$

$$\begin{pmatrix} C_z(x_1,x_1) & \cdots & C_z(x_1,x_1) & C_z(x_1,x_1) & \cdots & C_z(x_1,x_1) & -1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ C_z(x_1,x_1) & \cdots & C_z(x_1,x_1) & C_z(x_1,x_1) & \cdots & C_z(x_1,x_1) & -1 \\ C_z(x_1,x_1) & \cdots & C_z(x_1,x_1) & C_z(x_1,x_1) & \cdots & C_z(x_1,x_1) & -1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ C_z(x_1,x_1) & \cdots & C_z(x_1,x_1) & C_z(x_1,x_1) & \cdots & C_z(x_1,x_1) & -1 \\ 1 & \cdots & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \cdots \\ \lambda_n \\ K_1 \\ \cdots \\ K_m \\ w_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_z(x_0,x_1) \\ \cdots \\ C_z(x_0,x_n) \\ C_{zu}(x_0,x_1^{'}) \\ \cdots \\ C_{zu}(x_0,x_m^{'}) \\ 1 \end{pmatrix} \tag{3.22}$$

와 같이 나타내어지는데, C_{zu}는 두 변수 사이의 공분산을 나타내며 x_l는 주변수의 값이 존재하는 위치, x_1'은 이차변수의 값이 존재하는 위치이다. 주변수와 이차변수는 같은 위치에 존재할 수도 있고 아닐 수도 있다.

3.1.4 일반 크리깅

공간적으로 변화하거나 특정한 경향을 갖는 평균을 제거하지 않고 크리깅 가중치를 계산 할 때 이를 고려하여 자료 분포의 불변성을 가정하지 아니한 크리깅을 일반 크리깅(universal kriging,UK)라 한다.

앞에서 소개한 세 가지 크리깅 기법은 사용한 자료들이 분포한 위치에 상관없이 그 평균이 같은 값을 가진다고 가정하였다. 하지만 실질적인 자료들은 그 평균이 특정 경향을 나타내거나 위치에 따라 변화하는 경우가 많다. 그렇기에 앞서 소개한 크리깅 기법을 이용하면 수학적으로 답을 얻을 수 있지만 공간적 분포특성을 반영하지 못한 잘못된 답일 경우가 있다.

일정한 경향을 갖는 자료값을 그 경향과 잔차로 표시하면

$$z(x) = D(x) + R(x) \tag{3.23}$$

로 나타내어진다.

$D(x)$는 자료가 나타내는 공간적 본포 경향 (drift or trend) 이며 $R(x)$는 각 자료값이 갖는 잔차이다.

위치에 따른 자료의 경향값이 부드럽게 변화하는 것을 식으로 표현하면

$$E[z(x)] = \sum_{k=0}^{K} a_k f_k(x) \tag{3.24}$$

와 같이 나타낼 수 있다고 가정한다.

a_k는 상수, f_k는 알려져 있는 함수, x는 위치를 나타내는 벡터이다. 이것은 자료값이 변화하는 경향은 알 수 없지만, 경향을 나타내는 기본 함수는 알고 있다는 것이다.

식 (3.24)의 기본적인 함수는

$$E[z(x,y)] = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 y^2 + a_5 xy \tag{3.25}$$

일반 크리깅을 사용할 때 편향되지 않을 조건은 다음과 같으며

$$b_{z^*} = E(z) - E(z^*) = \sum_{k=0}^{K} a_k f_k(x) - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i E(z_i) = 0 \tag{3.26}$$

이를 변형하면

$$b_{z^*} = \sum_{k=0}^{K} a_k [f_k(x) - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i f_k(x_i)] = 0$$

$$f_k(x) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i f_k(x_i),\ k = 0, 1, 2, ..., K \tag{3.27}$$

과 같은 조건식을 얻을 수 있다.

오차분산을 최소로 하는 목적함수와 가중치를 구했을 때 얻을 수 있는 행렬 방정식은 다음과 같다.

$$L(\lambda_1, ..., \lambda_n; w_o, ..., w_K) = \sigma_{sk}^2 + \sum_{k=0}^{K} 2w_k [f_k(x) - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i f_k(x_i)] \tag{3.28}$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \cdots & \sigma_{1n}^2 & -f_0(x_1) & \cdots & -f_K(x_1) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \sigma_{n1}^2 & \cdots & \sigma_{nn}^2 & -f_0(x_n) & \cdots & -f_K(x_n) \\ f_0(x_1) & \cdots & f_0(x_n) & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ f_K(x_1) & \cdots & f_K(x_n) & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \cdots \\ \lambda_1 \\ w_0 \\ \cdots \\ w_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{01}^2 \\ \cdots \\ \sigma_{0n}^2 \\ f_0(x_0) \\ \cdots \\ f_K(x_0) \end{pmatrix} \tag{3.29}$$

일반 크리깅의 오차분산식은

$$\sigma_{UK}^2 = \sigma^2 - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sigma_{0i}^2 + \sum_{k=0}^{K} w_k f_k(x_0) \tag{3.30}$$

일반 크리깅은 주어진 자료값이 일정한 경향을 나타내는 경우도 사용할 수 있는 장점이 있다. 단점으로는 구체적 모델링을 위해 더 많은 계산을 요구하게 된다.

제 4 장 유한요소법

전동기의 정특성 및 동특성을 지배하는 방정식은 편미분 방정식으로 표현되므로 이를 정밀, 신속하게 해를 구해야만 한다. 수치 해석법의 경우 물리적으로 연속적인 형상을 갖는 제반의 형상들을 편미분 방정식으로 표현하여 유한개의 이산치 값을 구하는 방법으로 치환하여 푸는 방법이다.

4.1 유한요소법 개요

자연현상에 대한 수식적 표현은 계변수에 의해 특성화되는 경계치를 가지는 연속치 문제로서 볼 수 있으며 이는 계 전체를 지배하는 편미분 방정식으로 표현된다. 따라서 이와 같은 편미분 방정식을 만족하는 해를 구하면 그 해의 분포함수를 알 수 있다.

편미분 방정식의 해를 구하는 방법으로 계를 집중적인 정수로 보는 해석적인 방법과 분포계로 보는 수치해석적인 방법으로 나눌 수 있다. 해석적인 방법으로는 변수분리법이나 푸리에 급수에 기반을 둔 공간고조파법 등이 있으며 이를 이용하여 계의 지배방정식을 풀기 위해서는 많은 가정을 수반하여야 해석이 가능하므로 해의 정밀도가 낮고 모델에 따라서 해석식이 달라지므로 범용성에 제약을 가지고 있다.

반면에 수치해석적인 방법은 이러한 연속치 문제를 유한개의 이산 값을 가지는 대수방정식 문제로 치환하여 푸는 방법으로써 해석적 방법에 의해 해의 정밀도와 범용성 면에서 우수한 장점을 가지고 있으며 최근 컴퓨터의 급속한 발달로 고속화, 대용량화, 저가격화가 실현되어 점차 관심이 증대되고 있다.

수치해석적인 방법으로는 여러가지가 있으나 해석모델의 복잡한 형상 및

재질의 비선형성 등을 처리하기가 비교적 용이한 유한요소법(FEM)이 많이 사용되고 있다. 유한요소법은 1950대 항공기의 기체강도를 계산하기 위한 구조역학 분야에 처음 도입되어 그 후 토목, 조선공학 등의 분야로 널리 확산되어 이용되었으며 특히 전기공학 관련 분야에서는 1960년대 후반부터 1970년대를 거쳐 지금까지 가장 널리 사용되고 있다.

유한요소법은 그 명칭에서 알 수 있듯이 대상물체 또는 영역을 유한한 크기를 갖는 부분영역(요소)으로 나누고, 각 영역에 대해 원래의 미분방정식으로부터 변분원리 또는 가중잔차법 등과 같은 방법을 이용하여 근사회시켜 얻어진 관계식을 개개의 요소에 적용하여 전 영역에 대한 유한개의 방정식을 구하고 이것의 미지수를 구하는 방법이다.

유한요소법을 이용하여 편미분방정식을 정식화하는 방법은 크게 두가지로 나눌 수 있는데 그 하나는 변분법으로서 임의의 포텐셜분포를 가정할 때 실제의 자연현상으로 존재하는 분포는 포텐셜 에너지가 최소로 되도록 한다는 자연법칙을 이용하는 방법이고, 또 하나는 Galerkin법으로서 계에서 에너지 범함수의 구성이 불가능한 경우에 그 계의 지배방정식을 구하면 가중잔차법의 원리에 의해 형상함수를 가중함수로 하여 근사해를 구할 수 있다.

유한요소법을 전기기기의 해석에 적용할 경우 전처리, 유한요소정식화, 풀이, 후처리의 순서로 이루어지며 각 단계를 설명하면 아래와 같다.

1. 해석문제의 정의 : 해석하고자 하는 현상에 대해 정의를 하고 그 계의 지배방정식을 유도한다. 이때에 해석방법(차원, 재료의 취급 및 구동함수 등)을 결정한다.

2. 전처리 : 해석문제가 정의되고 해석대상을 유한개의 영역으로 분할(요소분할 : Preprocess)한다. 이때 분할하는 요소의 종류는 시험함수와 각 절점의 자유도에 의해 결정된다. 일반적으로 2차원의 경우 3절점의 3각형 요소가 이용되고 3차원의 경우 8절점 6면체 요소가 많이 사용되고 있다. 요소의 절점이나 자유도에는 여러가지 조합이 있을 수 있으나 일반적으로는 1차원 요소를 사용하고 요소수를 늘리는 것이 해의 정확도면에서 유리한 것으로 알려져 있다.

3. 유한요소 정식화 : 요소의 형태를 정의하고 요소분할을 한 다음 각 요소에 대하여 요소방정식을 유도하여야 한다. 이때에 요소방정식은 변분원리 또는 가중잔차법을 사용하여 각 절점에 대한 선형 대수방정식을 유도하게 되는데 이것을 유한요소 정식화라고 한다. 각 요소방정식이 얻어진 후 각 요소방정식을 합하여 계전체에 대한 계 방정식을 유도한게 된다. 이때 얻어진 방정식은 미분방정식에서 선형대수 방정식으로 변환되기 때문에 컴퓨터를 사용하여 쉽게 해를 구할 수 있게 된다.

4. 후처리 : 유한요소 해석결과 얻어진 결과는 보통 미지수가 포텐셜이므로 여기서 바로 물리적인 의미를 도출해 내는 것은 어렵다. 따라서 구해진 포텐셜을 이용하여 물리적인 의미가 있는 다른 양을 계산하거나 또는 물리적인 의미가 있는 양들을 시각적으로 그래프 처리를 하는 과정을 후처리 과정이라고 한다. 자계해석에서 주로 얻고자 하는 물리적인 양은 자속밀도, 인덕턴스, 전자력이고 그래픽적으로 유용한 정보는 자속분포, 자속밀도 분포 및 힘 밀도 등이다.

4.2 유한요소해석 정식화

변위전류를 무시할 수 있는 준 정상상태에서, 임의의 해석영역에 대한 Maxwell 방정식 및 보조방정식은 다음과 같다.

$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{H} = \overrightarrow{J_o} + \overrightarrow{J_e} \tag{4.1}$$

$$\overrightarrow{J_e} = \sigma \overrightarrow{E} \tag{4.2}$$

해석영역을 2차원 유한요소법으로 풀기 위해 맥스웰 전자계 방정식 식 (4.1) 와 식 (4.2) 으로부터 이동좌표계를 사용하였을 경우 지배방정식을 구하면 식 (4.3) 과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x}\frac{1}{\mu}(\frac{\partial A_z}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}\frac{1}{\mu}(\frac{\partial A_z}{\partial y}) = -J_z + \sigma\frac{dA_z}{dt} \tag{4.3}$$

단, A_z : 자기벡터 포텐셜의 z축 성분

J_z : 슬롯에 흐르는 코일의 전류밀도

σ : 2차측 도체판의 도전율

μ : 재료의 투자율

또한 전압이 1차측의 여자코일에 인가되었을 때 코일에 흐르는 전류는 미지수이며 이때의 회로방정식은 식 (4.4)와 같다.

$$\{\boldsymbol{V}\} = [\boldsymbol{R}]\{\boldsymbol{I}\} + [\boldsymbol{L_0}]\frac{d}{dt}\{\boldsymbol{I}\} + \{\boldsymbol{E}\} \tag{4.4}$$

여기서, $\{V\}$: 각 상에 인가되는 전압

$\{I\}$: 각 상에 흐르는 전류

$[R]$: 각 상의 코일 및 외부회로 저항

$[L_0]$: 각 상의 코일단의 누설 인덕턴스

$\{E\}$: 각 상의 유기전압

식 (4.1) 와 식 (4.2) 를 결합하여 Galerkin 유한요소법으로 정리하고 시간 미분항에 대해서는 후퇴차분법으로 정리하면 식 (4.5) 와 같다.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\mu}S & -N \\ & 0 \\ R & +\frac{1}{\Delta t}\begin{bmatrix} T & 0 \\ & L_{eff}N^T \\ L_0 & \} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A \\ I \end{bmatrix} t \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta t}\begin{bmatrix} T & 0 \\ & L_{eff}N^T \\ L_0 & \begin{bmatrix} A \\ I \end{bmatrix} t-\Delta t + \begin{bmatrix} 0 \\ V \end{bmatrix} t \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

여기서, T : 와전류와 관련된 계수행렬

L_{eff} : z축 방향으로의 유효 적층폭

A : 자기 벡터 포텐셜

I : 출력전류

V : 입력전압

제 5 장 회전자 형상설계

5.1 민감도 해석

본 논문에서는 영구자석형 FSM의 토크 리플을 최소로 하기위하여 회전자 형상을 최적화하였다. 먼저 회전자 형상에서 어떤 부분이 토크 리플에 영향을 주는지 확인하여 위한 민감도 해석을 시행하였다. 그림 5.1은 그림 2.4의 회전자 일부분을 보여준다. 그림에서 나타낸 것처럼 회전자 내경 부분의 치폭(X1)을 변경하고 외경 부분의 치에 탭(X2)을 내어 민감도 해석을 시행하였다. 그림 5.2는 회전자 내경 치폭(X1)을 줄인 모델의 단면도이며, 그림 5.3은 토크 특성이다. 그림 5.4는 회전자 외경 부분의 치에 탭(X2)을 낸 모델의 단면도이며, 그림 5.5는 토크 특성이다. 토크 특성 그림들에서 알 수 있듯이 X1과 X2가 토크 특성에 영향을 미침을 확인할 수 있다.

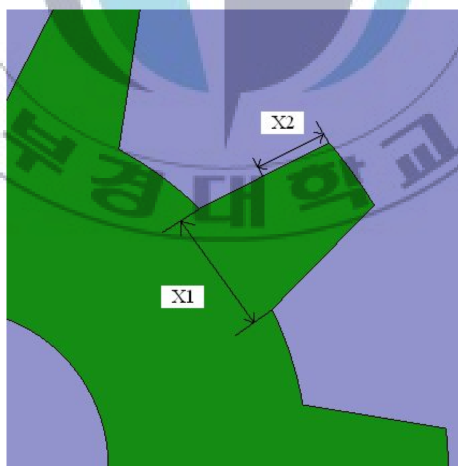


그림 5.1 영구자석형 FSM의 회전자 일부분

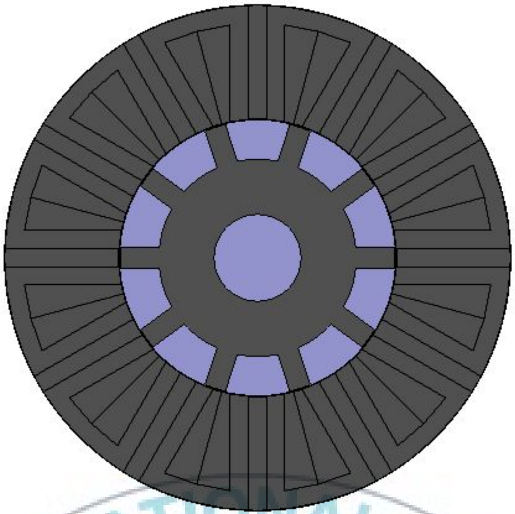


그림 5.2 X1 변경 모델의 단면도

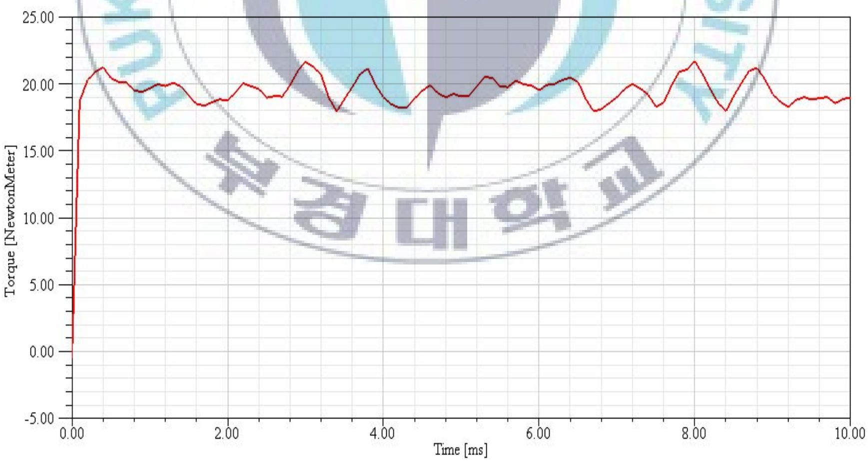


그림 5.3 토크 특성

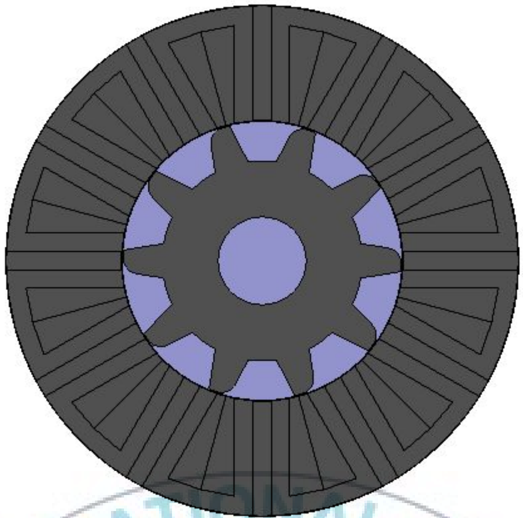
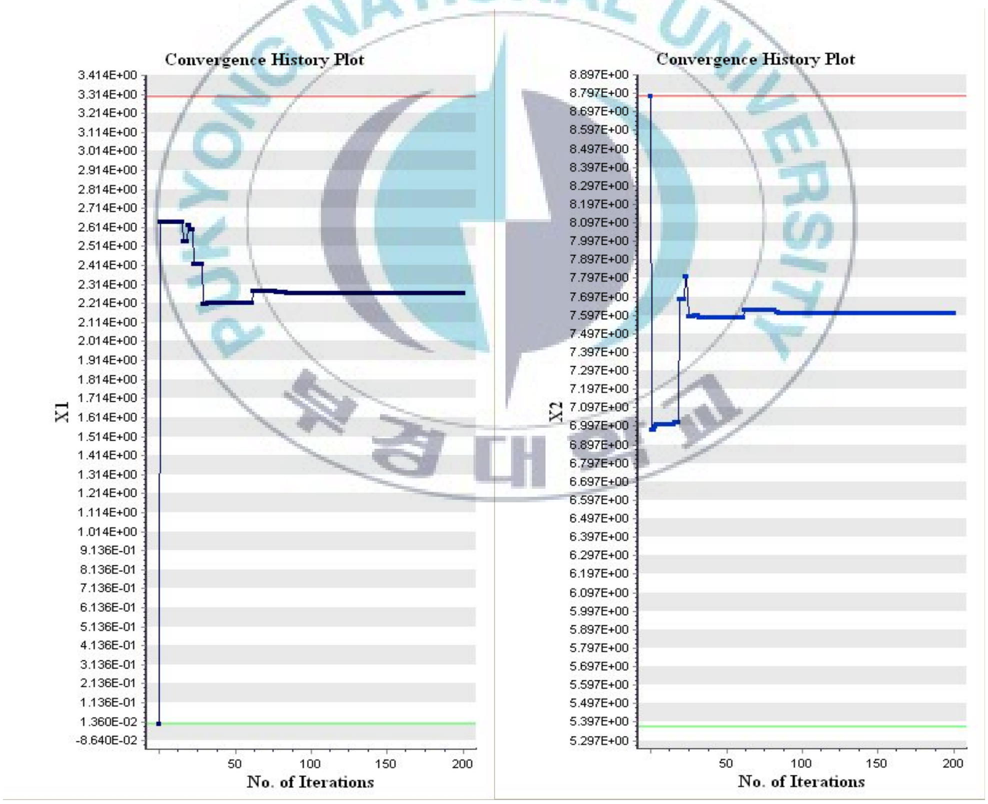


그림 5.4 X2 변경 모델의 단면도

그림 5.5 토크 특성

5.2 회전자 형상 최적화

영구자석형 FSM의 토크 리플을 최소로 하기위하여 회전자 형상을 최적화하기 위하여 실험계획법의 Latin Hypercube Sampling을 통하여 10개의 샘플 조합을 구하였다. 샘플 조합시의 설계변수는 5.1장의 X1, X2 으로 하였다. 각 샘플에 대하여 유한요소법을 시행하여 목적 함수인 토크 리플을 구하였다. Kriging을 이용하여 근사화 함수를 구한 후 Genetic Algorithm을 사용하여 최적화 하였다. 그림 5.6 - 5.7은 최적화 수행 후 각 설계 변수와 목적함수의 수렴특성을 나타내는 그림이다.



(a) 설계 변수 X1　　　　(b) 설계 변수 X2

그림 5.7 설계 변수의 수렴특성

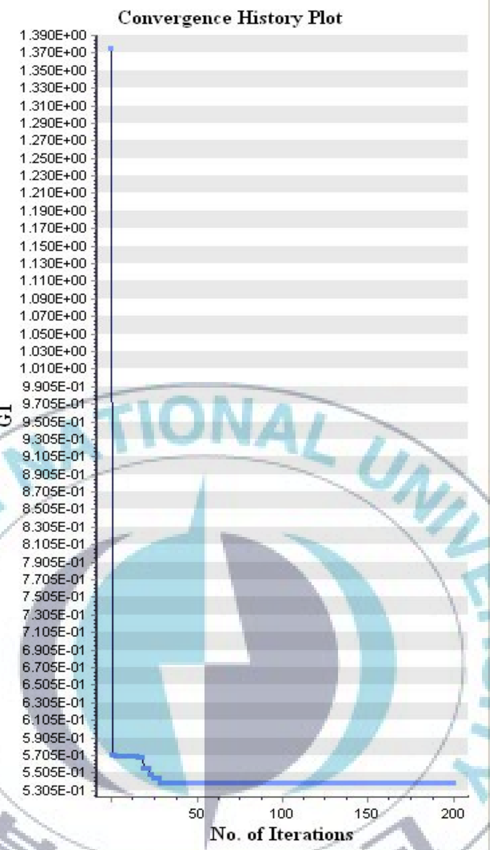


그림 5.7 목적함수의 수렴특성

그림 5.8은 최적 설계된 영구자석형 FSM을 나타낸다. 회전자 형상이 그림 2.4의 초기 모델에 비하여 X1과 X2의 수치가 변경이 되었음을 확인할 수 있다. 그림 5.9는 유한요소법을 통해 얻은 초기 모델의 토크 파형을 나타내고 그림 5.10은 최적화된 모델의 토크 파형을 나타낸다. 최적화된 모델의 토크 리플이 많이 개선됨을 확인 할 수 있다. 그림 5.11은 최적화 모델의 기동 시 자속파형을 나타낸다.

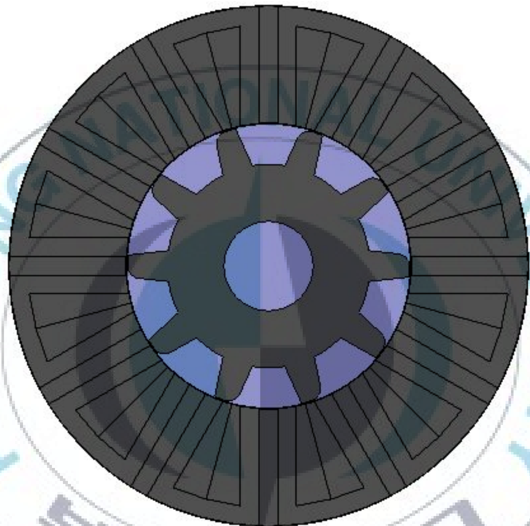


그림 5.8 최적화된 영구자석형 FSM의 단면도

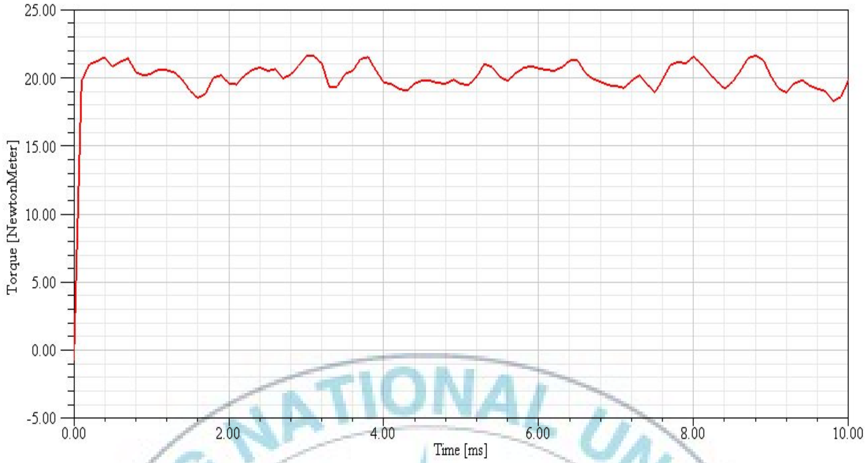


그림 5.9 초기 모델의 토크 파형

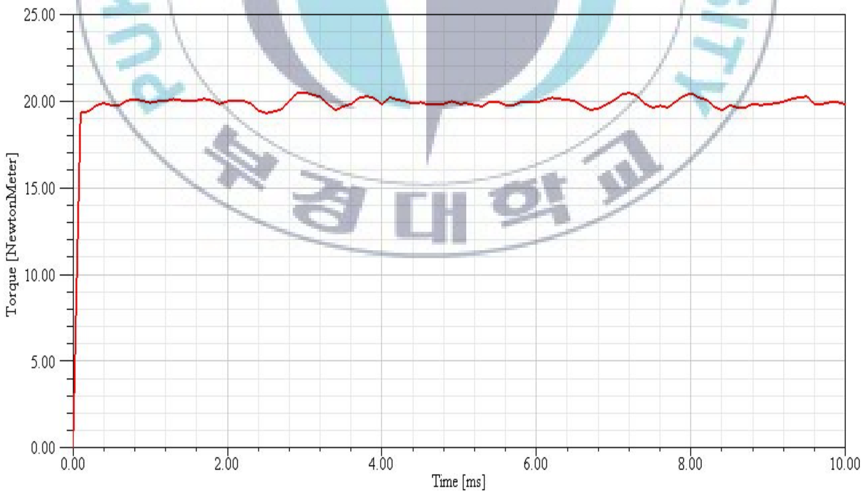


그림 5.10 최적화 모델의 토크 파형

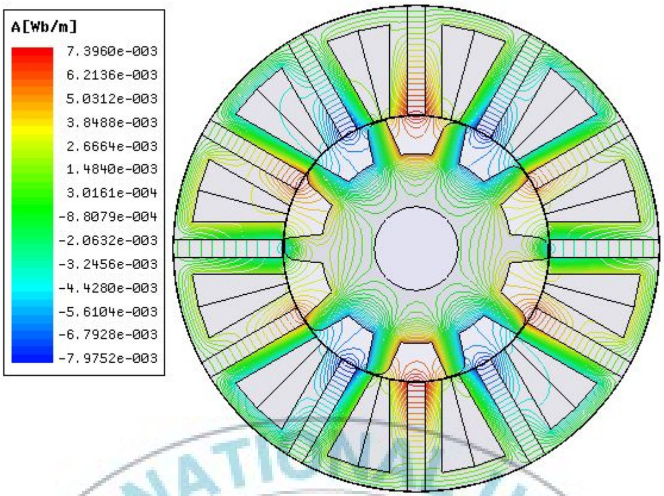


그림 5.11 최적화 모델의 기동 시 자속파형

제 6 장 결　　론

본 논문에서는 고정자에 필드권선을 대신할 수 있는 영구자석을 갖는 FSM의 회전자 변화에 따른 특성을 유한요소법을 이용하여 해석하고, 최저 리플을 갖는 형상을 최적화 이론을 통하여 설계하였다.

먼저 민감도 해석을 통하여 회전자 구조에서 토크 리플에 영향을 줄 수 있는 변수들을 유한요소해석을 통하여 확인하였다. 설계 변수에 대하여 실험계획법의 Latin Hypercube Sampling을 통하여 10개의 샘플 조합을 구하였다.

각 샘플에 대하여 유한요소법을 시행하여 목적 함수인 토크 리플을 구하였고, Kriging을 이용하여 근사화 함수를 구한 후 Genetic Algorithm을 사용하여 최적화 하였다.

유한요소해석을 이용한 각 모델의 토크 리플 비교를 통하여 최적화 모델의 토크 리플이 많이 감소함을 확인 할 수 있었다.

참 고 문 헌

[1] H. Pollock, C. Pollock, R.T. Walter, B.V. Gorti, “Low Cost, High Power Density, Flux Switching Machines and Drives for Power Tools”, IEEE IAS Annual Meeting, October 2003.

[2] C. Pollock and M. Brackley, “Comparison of the Acoustic Noise of a flux switching and a switched reluctance drive”, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 39, No.3, May/June 2003, pp. 826-834.

[3] R.T. Walter, “Electric Machines”, PCT patent application PCT/GB00/02439, filed 2 Jul 1999.

[4] VF-09-99-A3, 27 September 1999, “OPERA-2d User Guide”, Vector Fields Limited, Oxford, UK.

[5] John F. Bangura. Design of High-Power Density and Relatively High-Efficiency Flux-Switching Motor[J]. IEEE Transaction on Energy Conversion, 2006, 21(2) : 416-425.

[6] C. Pollock, M. Brackley. Comparison of the acoustic noise of a flux switching and a switched reluctance drive[C]. Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record.

[7] B. C. Mecrow, “New winding configurations for doubly salient reluctance machines,” IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 32, no.6, pp.1348-1356, Nov.-Dec. 1996.

[8] C. Pollock and M. Wallace, “The flux switching motor, a dc motor without magnets or brushes,” in Proc. Conf. Rec., IEEE-IAS Annu. Meeting, vol.3, Oct. 3-7, 1999, pp. 1980-1987.

[9] Y. Li, J. D. Lloyd, and G. E. Horst, “Switched reluctance motor with dc assisted excitation,” IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 32, no. 2, pp. 801-807.

[10] R. P. Deodhar, S. Andersson, I. Boldea, and T. J. E. Miller, “The flux-reversal machine: A new brushless doubly-salient permanent-magnet machine,” IEEE Trans. Ind. Applicat., vol. 33, pp. 925-934, July/Aug. 1997.

[11] A. Michaelieds and C. Pollock, “Reduction of noise and vibration in switched reluctance motors: New aspects,” in Conf. Rec. IEEE-IAS Annu. Meeting, vol. 2, 1996, pp. 771-775.
[12] M. L. Stanley, “Skewing of pole laminations of a switched reluctance machine to reduce acoustic noise,” U.S. Patent 5 266 859, Nov. 1993.
[13] D. E. Cameron, J., H. Lang, and S. D. Umans, “The origin and reduction of acoustic noise in doubly salient variable-reluctance motors,” in Conf. Rec. IEEE-IAS Annu. Meeting, vol. 1, 1989, pp. 108-115.
[14] F. Liang. Y. Liao, and T. A. Lipo, “A new variable reluctance motor utilizing an auxiliary commutation winding,” IEEE Trans. Ind. Appicat., vol. 30, pp. 423-432, Mar./Apr. 1994.
[15] C. Y. Wu and C. Pollock, “Analysis and reduction of acoustic noise in the switched reluctance drive,” IEEE Trans. Ind. Applicat., vol. 31, pp. 91-98, Jan./Feb. 1995.
[16] J. D. Wale and C. Pollock, “Novel converter topologies for a two-phase switched reluctance motor with fully pitched winding,” in Proc. IEEE Power Electron. Specialists Conf., vol. 2, Jun. 23-27, 1996, pp. 1798-1803.
[17] N. A. Demerdash and J.F.Bangura, “Characterization of induction motors in adjustable-speed drives using a time-stepping coupled finite-element state-space method including experimental validation,” IEEE Trans. Ind. Appl., vol.35, no. 4, pp.790-802, Jul.-Aug. 1999.
[18] J. F. Bangura and N. A. Demerdash, “Simulation of inverter-fed induction motor drives with pulse-width modulation by a time-stepping coupled finite element flux linkage-based state space model,” IEEE Trans. Energy Convers., vol. 14, no. 3, pp. 518-525, Sep. 1999.

Design of a Flux Switching Motor by Finite Element Method

Gwon Lee

Department of Electrical Engineering

Graduate School of Industry

Pukyong National University

Abstract

Flux Switching Motor is used recently, uses the reluctance torque like switched reluctance motor and synchronous reluctance motor and has same stator and rotor constructions except control algorithm.

Especially it has a small number of electric devices and also a high efficiency characteristic at low speed. An advanced research has been performed in an advanced country like USA, England and China.

This paper describes on the design of a Flux Switching Motor by finite element method. Permanent magnet type Flux Switching Motor is selected and permanent magnet acts as a field winding.

The rotor construction is optimized to get a low torque ripple by optimum design technique and finite element method.

감사의 글

청운의 푸른 꿈을 안고 부경대학교 산업대학원에 입교한 후 벌써 2년이라는 시간이 흘렀습니다. 회사생활과 학교생활을 병행해야한다는 부담감도 컸지만, 더 나은 전문인으로서 성장하기 위해 결코 학업에 끈을 놓아선 안 된다는 일념으로 최선을 다 했습니다. '땅은 거짓말을 하지 않는다.'는 농부들의 말처럼 학업 역시 노력한 만큼 정직하게 저의 피와 살이 되어 돌아온다는 것을 대학원 과정을 통해 절실히 통감했습니다.

석사 학위 취득은 대학원 과정의 마침표이기도 하지만 앞으로 더 넓은 세상에서 역량을 펼칠 수 있는 새로운 시작의 발판이기도 하기에 큰 기쁨과 함께 그만큼의 무게감이 느껴집니다.

학문적으로 너무도 부족한 저에게 늘 따뜻한 위로와 격려를 통해 하나부터 열까지 지도와 조언을 아끼지 않으셨던 박한석 교수님, 우경일 교수님 두 분 교수님이 아니었다면 제가 어찌 목적지를 향해 넓고 험난한 바다를 항해할 수 있었겠습니까? 낮에는 빛나는 태양, 밤에는 청초한 달빛과도 같았던 두 분 교수님께 부족하기 이를 데 없으나, 이 작은 지면으로나마 감사의 마음을 표합니다.

어려운 회사 사정에도 불구하고 대학원 과정을 수학 할 수 있도록 열린 마음으로 배려해주신 (주)지메텍 임길수 사장님, 임재영 이사님과 회사 동료들에게 진심으로 감사하다는 말을 전하고 싶습니다. 지금의 저를 있게 해준 그리고 미래를 함께 할 아버지, 어머니, 형에게도 감사하고 사랑한다는 말을 남기고 싶습니다.

'잔잔한 바다에서는 좋은 뱃사공이 만들어지지 않는다.'는 영국 속담이 있습니다. 거센 태풍이 몰아치는 대양을 두려워한다면, 더 큰 도전의 카드를 내미는 험난한 길을 선택하지 않는다면, 지금보다 나은 내일을 없을 것입니다. 어떤 고난과 역경에도 굴하지 않고 즐거운 마음으로 내일을 꿈꾸는 도전자가 되겠다고 다짐해봅니다.

2012년 12월

이 권