



저작자표시-비영리-동일조건변경허락 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.
- 이차적 저작물을 작성할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



동일조건변경허락. 귀하가 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공했을 경우에는, 이 저작물과 동일한 이용허락조건하에서만 배포할 수 있습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

교 육 학 석 사 학 위 논 문

수학적 창의력 신장을 위한
교수·학습 자료 개발을 위한 연구
- 고등학교 삼각함수 단위 -



2012년 8월

부경대학교 교육대학원

수 학 교 육 전 공

이 수 영



교 육 학 석 사 학 위 논 문

수학적 창의력 신장을 위한
교수·학습 자료 개발을 위한 연구
- 고등학교 삼각함수 단위 -

지도교수 정 진 문

이 논문을 교육학석사 학위논문으로 제출함.



2012년 8월

부경대학교 교육대학원

수 학 교 육 전 공

이 수 영

이수영의 교육학석사 학위논문을 인준함.

2012 년 8 월 24 일



주 심 이학박사 김 태 화 (인)

위 원 이학박사 조 낙 은 (인)

위 원 이학박사 정 진 문 (인)

목 차

목 차	i
표 목차	ii
표 부록	ii
그림목차	iii
국문 요약	iv
 I. 서론	 1
1. 연구의 필요성과 목적	1
2. 연구의 내용과 방법	3
3. 연구의 기대 효과	4
 II. 이론적 배경	 5
1. 수학적 창의력의 의미	5
2. 수학적 창의력의 신장을 위한 교수·학습 자료 개발에서 요구되는 준거	6
 III. 삼각함수 단원의 교과서 분석 및 수학적 창의력을 위한 교수·학습 자료 개발	 8
1. 삼각 함수 단위 분석 및 교수·학습의 유의점	8
2. 삼각함수 단원의 2007년 개정 교육과정에 따른 교과서 분석	11
3. 삼각함수 단원의 수학적 창의력을 위한 교수·학습 자료 개발	28
 IV. 결론	 44
1. 결론	44
2. 연구의 제한점 및 제언	46
 참고 문헌	 47

표 목 차

<표Ⅲ-1> 삼각함수 단원의 지도 계통	8
<표Ⅲ-2> 삼각함수 단원의 목표 및 교수·학습상의 유의점	9
<표Ⅲ-3> 2009년 개정 교육과정에서의 교수·학습상의 유의점	49
<표Ⅲ-4> 2007년 개정 교육과정에서의 교수·학습상의 유의점	52
<표Ⅲ-5> 분석 대상 수학 교과서 15종의 저자 및 출판사명	11
<표Ⅲ-6> 일반각 교과서 분석	13
<표Ⅲ-7> 호도법 교과서 분석	16
<표Ⅲ-8> 삼각함수 교과서 분석	19
<표Ⅲ-9> 삼각함수 그래프 교과서 분석	21
<표Ⅲ-10> 삼각방정식·부등식 교과서 분석	25
<표Ⅲ-11> 교수·학습 자료A	28
<표Ⅲ-12> 교수·학습 자료B	31
<표Ⅲ-13> 교수·학습 자료C	33
<표Ⅲ-14> 교수·학습 자료D	34
<표Ⅲ-15> 교수·학습 자료E	37
<표Ⅲ-16> 교수·학습 자료F	39
<표Ⅲ-17> 교수·학습 자료G	40
<표Ⅲ-18> 교수·학습 자료H	41
<표Ⅲ-19> 교수·학습 자료I	42
<표Ⅲ-20> 교수·학습 자료J	43
표부록	50

그림 목차

<그림Ⅲ-1> 코사인함수 그래프	12
-------------------	----

A study for developing teaching-learning materials in order to enhance
creativity in High school mathematics Trigonometry

Su Young Lee

Graduate School of Education
Pukyong National University

Abstract

The purpose of this note studies guidances of improving mathematical creativity for the section of trigonometric functions on high school mathematics.

the section of trigonometric functions is one of them that students are hard to study, and teachers think that it is hard to teach it. But since the section of trigonometric functions make the most of real-life events, it is valuable and study easily training for pleasure if students try by degrees. Moreover, it is impotent roles at the time making a request for one's creativity in the future.

In order to develop data on teaching and learning, we make an analysis of textbooks according to 2007 revised national curriculum on stressed teaching and learning in 2007 revised national curriculum. Next, we study for develop data on teaching and learning of the section of trigonometric functions to improve mathematical creativity under analytical research.

I. 서론

1. 연구의 필요성과 목적

지금 우리는 지식의 생성과 소멸이 빠른 속도로 일어나고 있는 지식기반사회 속으로 들어가고 있다. 일상생활 속에서 ‘스마트’라는 용어가 많이 쓰이고 있는 것과 같이 기술응용 분야의 수명은 불과 몇 주 또는 며칠 정도에 불과하다. 격변하는 어떠한 상황에서도 원하는 대안을 선택하며 살아갈 수 있는 능력을 갖춰주는 미래 교육이 필요한 현실이다. 이에 21세기 지식기반사회의 발전을 위해서는 창의력이 중요한 역할을 한다. 우리나라의 경우도 1969년 이래 급격한 사회의 변화에 대처하기 위해 교육과정의 전면적인 개정이 요구되면서 제 3차 교육과정에서는 한국의 전통을 존중하고 창조의 정신을 기르자는 주체성을 강조하였다. 이후로도 미래지향적 교육과정의 정신이 반영되면서 교육과정을 개정할 때마다 교육목표에서 창의성 영역은 빠지지 않았다. 최근 개정된 2009년 개정 교육과정에서는 ‘글로벌 창의 인재’로 요약되는 미래사회 인재를 기르기 위해 교육과정을 새롭게 구성하였다. 즉, 앞서 나온 교육과정에서 보다 창의성이 강조되고 있는 것이다. 그만큼 교육에 있어서 중요한 영역이지만 현실에서 창의성을 위한 교육을 하기에는 어려운 점이 많다. 창의성 계발에 불리한 학교·가정·사회의 구조적 환경, 충분한 실험이나 사고의 기회를 갖기 보다는 단순 암기를 요구하는 시험 풍토 등 학교와 그 주변의 여건 역시 창의성 교육을 실천하는 데 적합하지 않다. 그리고 학교 현장에서 학생의 창의성을 길러 주기 위한 노력을 자발적이고 체계적으로 시도하고 있는 교사 또한 적지 않

다.

[15]에서는 창의성 계발을 위한 수업을 시도 하지 못하는 이유로 초·중·고등학교 모두 교과서 진도가 바빠서라는 이유가 가장 큰 영향이 있었고, 창의성 계발을 위한 프로젝트를 한 학기 또는 2~3개월간에 실천하지 못하는 이유로 수업 진도가 바빠서, 교과서 내용으로 타당하지 않아서라는 이유가 크게 나타났다고 한다.

수학은 논리적 특성과 그 외의 실용성, 추상성, 형식성, 계통성 등은 여러 가지 특성을 가지고 있다. 따라서 창의력과 합리적 사고가 아우러진 사고 능력이 새로운 지식의 습득과 창조에 매우 큰 비중을 차지하고 있는 지식 기반사회에서 수학 학습은 빠질 수 없는 요소이다.

그러나 입시제도 하에서 특히나 고등학생의 경우에는 창의력 신장을 위한 노력이 힘든 현실이다. 우리는 21세기 지식기반사회를 살아가고 있는 만큼 이 시대를 쫓아가는 수학을 하는 것이 아니라 수학의 본질을 이해하며 긍정적인 태도를 가지고 확산적인 사고를 하며 창의적인 시대를 이끄는 수학을 위해 노력해야 한다.

특히, 수학 내용 중에 학생들과 교사들이 강한 거부감을 드러내고 있는 수학적 영역 중에 하나는 삼각함수에 대한 내용이다.

[11]에서는 현행 수학교육과정에서 개념에 대한 의미와 활용에 중점을 두기 보다는 단순공식 암기 및 문제풀이에의 적용에만 치중하고 있다고 한다. 때문에 학생들은 삼각함수 단원의 학습에 심한 거부감과 어려움을 호소하고 있으며 다른 단원보다 학업 성취도가 낮고 전반적으로 흥미가 낮은 편이며, 또한 단원에 대한 내용을 충분히 이해하지 못하여 차후 단원에 관련된 학습에 필요한 지식의 심한 누적 결손 현상이 생기고 있다.

삼각함수는 아주 오래전부터 우리의 필요에 의해 탄생되었고 수학적 발전을 거듭하며 지금의 모습을 갖추게 되었다. 이렇게 삼각함수에 대한 역

사적 고찰에서 시작하여 여러 공학, 물리학, 음악 등 다양한 분야에 사용된다. 여러 가지 사회 현상과 자연과학에서 중요한 수학 내용 중 하나임에도 불구하고 교육과정에서는 삼각함수 내용을 구조적으로 학생들에게 어렵게 다가가고 있으며 교사 또한 지도하는데 많은 어려움이 따르고 있다. 따라서 삼각함수 단원에 대한 수학적 창의력 신장을 기대하는 것도 힘들다. 이를 개선하기 위해 삼각함수 단원에서 창의적 사고를 이끌 수 있는 방향은 어떤 것이 있는지에 대하여 연구하여 삼각함수 단원에 대한 거부감과 부담감을 줄이기 위한 노력이 필요하다.

2. 연구 내용과 방법

20011년 8월 9일에 고시된 2009년 개정 수학과 고등학교 교육과정은 2014년부터 시행이 된다고 하여 앞으로 삼각함수 단원의 교수·학습의 발전을 위하여 본 연구자는 2009년 개정 교육과정에서 강조하는 수학적 창의력을 위한 교수·학습 유의점은 무엇인지와 더불어 수학적 창의력 신장을 위하여 교수 자료 개발의 준거를 살펴보고, 수학적 창의력에 대한 이론적 배경을 살펴 본 후, 현재 2007년 개정 교육과정에서는 삼각함수 단원을 수학적 창의력 신장을 위해 어떻게 학습·자료를 제시하고 있는지 교과서를 분석하여 수학적 창의력 신장을 위한 자료로 발전할 수 있는 방향을 모색하고 개발하는 연구를 하고자 한다.

3. 연구의 기대 효과

본 연구에서 구성한 교수·학습 자료는 삼각함수 단원에 대한 부담감을 줄이고 내용을 단계적으로 이해할 수 있으며 더 나아가 발전적인 사고로 향상시킬 수 있는 자료로서 활용될 수 있다.

본 연구에서 수학적 창의력 향상을 위한 방향으로 현행 교과서를 분석하였기 때문에 후에 삼각함수 단원의 수학적 창의력 신장을 위한 교수·학습 자료를 개발할 때 본 연구의 결과를 활용할 수 있다.



Ⅱ. 이론적 배경

1. 수학적 창의력의 의미

여러 학자들은 수학적 창의성이 수학적 능력과 수학적 영재성을 구성하는 중요한 요인으로 생각하고, 이를 규명하려고 노력해 왔다. [33]에서는 수학적 창의성과 관련된 정의를 여러 학자들에 따라 다양한 형태로 제시하고 있다.

산출물 측면에서 수학적 창의성 개념은 수학적 문제를 위한 독창적이거나 비범하고 적용 가능한 해법을 찾아내는 능력으로(Spraker,1960), Jensen(1973)은 수학적 상황이 제시되었을 때, 적용 가능한 다양한 문제를 제기하는 능력으로 보았다.

수학적 창의성을 전문 수학자 입장에서 바라보는 관점도 있다. [12]에서는 「수학자가 수학을 탐구하듯이 학습자도 수학을 탐구할 수 있는 방안 모색」이라는 논문제목에서 알 수 있듯이 수학의 구성을 강조하는 창의적인 교수-학습 모형을 제안하였다. Huckstep(2002)은 수학을 만드는 수학자처럼 수학적 개념을 학습해야 한다고 강조하였다. 이같이 수학적 창의력을 전문 수학자의 지식 생성과 동등한 것으로 본 것이다.

창의적인 문제 해결 과정을 통해 수학 문제를 해결하는 능력으로서 수학적 창의력은 이미 알고 있는 지식, 개념, 원리, 문제 해결 방법을 새롭게 관련지어 수학 문제를 해결하거나, 자신이 새롭게 지식, 개념, 원리, 문제 해결 방법을 창안하여 수학 문제를 해결하는 능력이다. 수학적 창의력은 고정되고 정형화된 정신 태세를 벗어날 수 있는 유연한 사고 능력이 기본

이 된다. 수학적 창의력은 수학적 문제 해결력과 수학적 창의성이 상호 작용하여 나타나며, 가장 고차적인 수학적 사고 능력이다.

2. 수학적 창의력의 신장을 위한 교수·학습 자료 개발에서 요구되는 준거

[19]에서는 수학적 창의력의 신장을 위한 교수·학습 자료 개발에서 요구되는 여러 가지 준거를 과제의 해결에 동기를 부여할 수 있는 교수-학습 자료, 다양한 전략이나 해결 방법을 가지는 학습과제, 자기 주도적 학습을 할 수 있는 교수-학습 자료, 단계적으로 구성된 학습 자료, 수학 학습 교구의 활용을 다양화한 교수-학습 자료, 협동과 경쟁학습이 이루어질 수 있는 학습과제 등과 같이 제시하고 있다.

[9]에서는 수학적 지식의 생성과 관련해서 학교 수학에서의 창의성은 새로운 개념을 배우거나 문제를 해결하려고 할 때 기존에 갖고 있는 개념을 연결·연합하여 새로운 개념을 쉽게 이해하거나 스스로 새로운 개념을 구성해 내는 능력이라 한다. [32]에서는 엄밀하게 보면, 학교 수학에서의 창의성은 학교 수학의 내용으로 제한된 것으로, 학생은 수학 내용을 새롭게 창조하는 것이 아니라 과거 수학자들이 정제해 놓은 수학 내용을 스스로 발견하는 것이라 한다. 또한 단편적이고 형식적인 수학 개념을 알고 있는 것만으로는 창의적인 사고를 발휘할 수 없다. 단편적인 지식을 습득하기보다는 그 의미를 이해하고 관계를 유기적으로 결합할 수 있을 때 수학적 지식은 살아나게 되며, 그 지식을 기반으로 수학적 창의성은 발현될 수 있다.

학교 수학에서 수학적 창의성이 발현되기 위해서는 얼마나 많은 지식을

가지고 있느냐보다는 지식을 어떻게 가지고 있느냐가 중요하다. 하나의 개념을 바르게 이해하고 있으면, 즉 의미와 관계가 결합된 진정한 상태의 개념을 가지고 있으면, 새로운 개념으로의 확장이 이루어질 수 있으며, 이러한 확장 과정에서 결정적인 역할을 하는 것이 수학적 창의성이다.



Ⅲ. 삼각함수 단원의 교과서 분석 및 수학적 창의력을 위한 교수·학습 자료 개발

1. 삼각 함수 단위 분석 및 교수·학습의 유의점

가. 삼각함수 단원의 지도계통

2007년 개정 교육과정		
선행학습 내용	본 단원의 내용	학습할 내용
<초등 3학년> · 각과 평면 도형 └ 각과 직각 <초등 4학년> · 각도 - 각의 크기 <중학교 1학년> · 함수 └ 함수 개념, 그래프 · 도형의 기초 └ 점, 선, 면, 각 · 부채꼴의 중심각과 호의 관계 · 부채꼴의 넓이와 호의 길이 <중학교 3학년> · 피타고라스의 정리	<고등학교 1학년> 1. 삼각함수 · 일반각과 호도법 · 삼각함수 · 삼각함수의 성질 · 삼각함수의 그래프 · 삼각방정식과 부등식 2. 삼각형에의 응용 · 사인법칙과 코사인법칙 · 삼각형의 넓이	<수학Ⅱ> · 삼각함수의 덧셈정리 · 삼각방정식 · 함수의 극한 · 여러 가지 함수의 미분법 <적분과 통계> · 부정적분 · 정적분 · 정적분의 활용 <기하와 벡터> · 공간도형 · 공간좌표 · 벡터의 연산 · 벡터의 내적

· 삼각비 <고등학교 1학년> · 도형의 이동		
--	--	--

<표 III-1> 삼각함수 단원의 지도 계통

나. 삼각함수 단원의 목표

2007년 개정 교육과정	Ⅰ 수학 ④ 삼각함수 ① 일반각과 호도법의 뜻을 안다. ② 삼각함수의 뜻을 안다. ③ 사인함수, 코사인 함수, 탄젠트 함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 이해한다. ④ 삼각함수의 성질을 이해한다. ⑤ 간단한 삼각방정식과 삼각부등식을 풀 수 있다. ⑤ 삼각형에의 응용 ① 사인법칙과 코사인법칙을 이해한다. ② 삼각함수를 활용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있다.
	<용어와 기호> 시초선, 동경, 일반각, 호도법, 라디안, 사인함수, 코사인 함수, 탄젠트 함수, 삼각함수, 주기, 주기함수, 삼각방정식, 삼각부등식, 사인법칙, 코사인법칙, $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ <교수 · 학습상의 유의점> ② 삼각방정식과 삼각부등식의 일반해는 다루지 않는다.

<표 III-2> 삼각함수 단원의 목표 및 교수 · 학습의 유의점

다. 2007년 개정 교육과정과 2009년 개정 교육과정에서 교수·학습의 유의점

<표Ⅲ-3>과 <표Ⅲ-4> 에서와 같이 2007년 개정 교육과정에서 제시하는 교수·학습 방법에서 2009년 개정 교육과정에서 제시하는 교수·학습에서 유의점으로 크게 2가지 항목이 추가 되었으며, 나머지 다른 항목들은 비슷하거나 같음을 알 수 있다. 추가된 항목으로는 2009년 개정 교육과정에서 교수·학습 방법의 ‘사’ 항목, ‘카’ 항목 이다. ‘사’ 항목은 수학적 창의력을 신장시키기 위한 교수·학습에서 유의점이고, ‘카’ 항목은 학생의 인성 함양을 위한 교수·학습에서 유의점이다.

본 연구는 2009년 개정 교육과정을 참고로 하여 삼각함수 단원의 교수·학습을 위한 자료개발을 할 것이다. 특히, 수학적 창의력을 신장시키기 위한 교수·학습에서 유의점을 바탕으로 하여 삼각함수 단원을 교수·학습할 때 수학적 창의력을 신장 시킬 수 있는 학습 자료를 개발해 보고자 한다.

사. 수학적 창의력을 신장시키기 위하여 교수·학습에서 다음 사항에 유의한다.

- (1) 수학적 창의력의 신장이 이루어지도록 수학적 문제 해결력, 추론 능력, 의사소통 능력을 강조한다.
- (2) 다양한 아이디어를 산출할 수 있는 수학적 과제를 통해 학생들의 확산적 사고를 촉진시킨다.
- (3) 하나의 수학 문제를 여러 가지 방법으로 해결한 후 그 해결 방법을 비교해 보고, 더 높은 차원으로 확장해서 사고할 수 있게 한다.
- (4) 수학 개념이나 용어의 정의를 직접적으로 제시하기 보다 학생 스스로 개념과 용어의 필요성을 인식하고 정의해 보게 한다.

2. 삼각함수 단원의 2007년 개정 교육과정에 따른 교과서 분석

창의력 신장을 위하여 삼각함수 단원을 교수·학습하기 위한 학습 자료 개발을 위해 먼저, 학습 자료 중의 하나인 교과서를 분석 하였다. 본 연구는 2007년 개정 교육과정에 따른 15종의 고등학교 ‘수학’과목 교과서에서 삼각함수 단원의 수학적 창의력 신장을 위한 영역과, 삼각함수 내용의 진술 방식에 대하여 분석하였다. 연구대상이 된 15종의 교과서는 아래의 표와 같다.

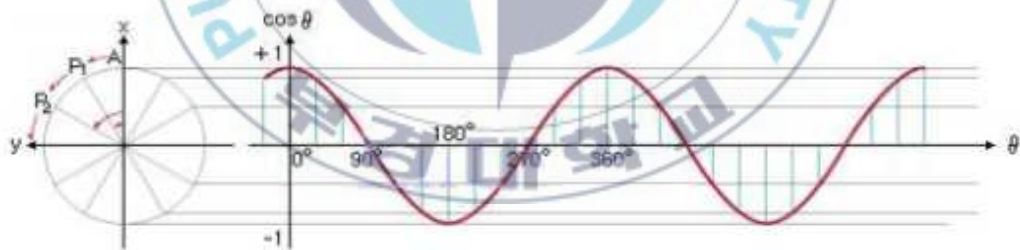
저자	초판 발행연도	출판사	
계승혁 외 3인	2009	성지출판	[1]
김서령 외 6인	2009	(주)천재교육	[8]
김수환 외 9인	2009	(주)교학사	[10]
김해경 외 5인	2009	더텍스트	[13]
신광균 외 4인	2009	(주)지학사	[17]
양승갑 외 8인	2009	(주)금성출판사	[21]
우정호 외 9인	2009	두산동아	[22]
윤재한 외 7인	2009	더텍스트	[23]
이강섭 외 3인	2009	도서출판 지학사	[24]
이만근 외 3인	2009	(주)고려출판	[25]
이재학 외 6인	2009	(주)금성출판사	[26]
최봉대 외 5인	2009	(주)중앙교육진흥연구소	[27]
최용준 외 4인	2009	천재문화	[28]
허 민 외 6인	2009	(주)중앙교육진흥연구소	[30]
황선욱 외 2인	2009	좋은책 신사고	[31]

<표 III-5> 분석 대상 수학 교과서 15종의 저자 및 출판사명

특히, 삼각함수 단원에서 일반각, 호도법, 삼각함수, 삼각함수의 그래프, 삼각방정식과 삼각부등식 내용을 분석하였다.

가. 일반각

‘동경’을 이용하여 일반각을 설명할 때 주의 할 점은 시초선이 항상 수평방향이여야 할 필요가 없다. 그러나 교과서에서는 학생들이 항상 시초선을 수평방향으로만 시작하여 일반각을 표시하도록 하고 있다. 그러다 보니, 학생들은 일반각을 그림으로 나타낼 때, 직교 좌표축을 이용하여 표현하는 오류를 범할 우려가 있다. 또한 코사인 함수의 그래프를 그리는 과정을 이해하는 데에 어려움이 있다. 교과서에서는 사인, 탄젠트 함수는 시초선이 수평방향인데 코사인 함수만 수직방향으로 하여 그리고 있다.



<그림 III-1> 코사인 함수의 그래프

이것은 단순히 함숫값이 높기로 나타나도록 시초선을 90° 돌려서 코사인 그래프를 좀 더 편리하게 그리는 것에 불과하다. 따라서 교사들은 학생들이 이러한 오류를 범하지 않고 일반에 대한 올바른 이해와 넓은 사고를 위하여 주의하여 지도할 필요가 있다.

영역	내용	출판사	영역	내용	출판사
의사소통	○○방향으로 n번 회전 하였을 때, 회전한 각(360° 이상인 각)의 크기 말하기	[10] [22] [23] [25]	수학적 사고와 추론 능력	동경의 위치 나타내어 보기(선 탐구 후 개념) 각이 음수가 되려면?	[26]
	n번 회전 하였을 때, 어느 방향으로 몇 도 회전 하였는지 말하기	[8] [30] [31]		구한 값의 공통점 찾기	[13]
	각을 나타내는 방법 (개념 정의해보기)	방향과 각의 크기를 함께 나타내는 방법 말하기	문제 해결 능력	육각형 내각의 합은 원주를 몇 바퀴 회전 하는 것과 같은가?	[24]
		회전한 각의 크기를 나타내는 방법 말하기		일반각 설명을 위한 각을 일반화 시키는 원리 발견하는 문제(빈칸 채우기)	[30]
		방향이 다른 각의 크기를 나타내는 방법 말하기		<실생활 도입>	15종
				문 <실생활 활용>	[25]
				제 일반각 나타내기	[27]
				해 <문항 만들기>	
			결 호의 실제 구하는 문제 만들어 보기	[28]	

<표 III-6> 일반각 교과서 분석

15종 교과서 모두 회전에 관한 우리 주변 상황의 예를 이용하여 도입 문제를 소개하고 있다. 여기에서 우리 주변 상황의 예를 이용하여 학생들이 일반각 개념에 대한 생각을 할 수 있는 문제에 대하여 의사소통 능력, 수학적 사고의 추론 능력, 문제 해결 능력 3가지를 강조하고 있다.

① [28] 외 10종 교과서에서는 의사소통 능력을 위해 문제 상황을 수학적 인 말이나 글로 표현하는 문제를 소개하고 있다. 이 중 [23] 외 6종 교과서 는 문제 상황에서 ‘방향과 각의 크기’에 대한 조건을 제시하고 각의 크기와 방향을 말이나 글로 표현하도록 하는 문제를 제시하고 있다. 예를 들어, [25]에서는 LP레코드 판의 그림을 제시하며, 점O를 중심으로 시곗바늘이 도는 방향으로 회전하며, 원모양의 레코드 판의 원주위의 한 점 X가 주어진 상태에서 X지점이 반바퀴를 회전하여 맞은 편에 도달하였을때, LP레코 드가 회전한 각의 크기를 묻는 문제, 그리고 X지점이 세 바퀴 반을 회전하여 맞은 편에 도달하였을 때 회전한 각의 크기를 묻는 문제를 제시하였다.

[21] 외 4종 교과서에서는 <그림 II-2>와 같이 각을 나타내는 개념에 대하여 직접 정의 해 볼 수 있는 기회를 제공하여 학생 스스로가 기존의 각 의 개념에서 ‘일반각’으로 확장하여 사고 할 수 있다. 예를 들어 [23]에서는 현재 9시를 가리키고 있는 이 시계의 긴 바늘을 가장 적게 회전시켜서 시 각을 나타내려고 할 때, 긴 바늘을 어느 방향으로 몇 도 만큼 회전시켜야 하는지 말하여 보는 문제, 긴 바늘을 회전시키는 방향과 각도를 함께 나타 내는 방법을 생각하여보는 문제를 제시하였다.

[27]에서는 “이 각의 크기를 $360^{\circ} + 90^{\circ}$ 라고 한다면”와 같이 힌트를 제시 하며 각의 크기를 표현 하는 방법을 생각해보도록 하는 문제를 제시하였 다. 이는 일반각의 개념에 대한 안내된 방법으로 제시한 반면 [13]에서는 일반각의 개념을 알기 전에 일반각의 개념에 대한 안내된 방법으로 각의 크기를 생각하는 것이 아니라 학생 스스로가 여러 가지 방향으로 각의 개념을 생각해 보고 다양한 아이디어로 표현하여 볼 수 있는 문제를 제공하고 있다.

② [25] 외 1종 교과서에서는 발전된 문제해결 능력을 위하여 학습한 개념을 이용하여 실생활에 활용한 문제를 제시 하였다. 여러 가지 현상에서

문제 상황을 탐색하고 수학적 지식과 사고 방법을 토대로 해결 방법을 적절히 활용하여 문제를 해결 할 수 있다. 또한 [28]에서는 ‘문항 만들기’문제를 제시하여 교육과정에서 문제 해결 능력을 위해 제시한 방법 중 하나인 수학적 창의력 향상의 위한 자료로 활용할 수 있다.

(1) 분석 결과

우리 주변 현상에서 회전에 관한 예를 통하여 각의 크기 개념을 확장할 수 있는 소재들을 소개하고 있다. 그 소재들을 이용하여 각의 크기 개념을 확장¹⁾할 수 있는 문제들을 의사소통 능력, 수학적 추론 능력, 문제 해결 능력을 강조하며 제시하였다. 그러나 일반각의 정의에 근접하여 안내된 문제를 제시한 교과서와 학생들이 자유롭게 일반각의 정의를 생각해 보고 각의 개념을 직접 확장 해 볼 수 있는 문제를 제시한 교과서로 분류 할 수 있었다. 수학적 창의력 향상을 위해서는 후자의 경우가 교수 학습 자료로 적합하다. 학생 스스로 각의 크기 개념의 필요성을 인식하고 정의해보며 개념을 확장하여 사고할 수 있는 문제를 제시하여야 한다. 그리고 문제 해결 능력을 향상하기위한 방법 중 하나로 ‘문항 만들기’ 문제는 교육과정에서도 제시하고 있으며, 수학적 창의력 향상을 위한 문제이다.

각에 대한 동경을 그릴 때 시초선을 한 가지 방향으로 그리는 것이 아닌 여러 가지 방향으로 그려 볼 수 있도록 하는 문제를 제시하여 수학적 사고 능력을 확장 할 수 있어야 한다.

1) 각의 크기 개념을 $0^\circ < \theta < 360^\circ$ 에서 회전방향과 360° 이상의 각을 고려한 일반각으로 확장한 것

나. 호도법

‘호도법’을 학습하기 위하여 각의 크기와 측도 개념에 대하여 이해하고 있어야 한다. 초등학교 3학년, 4학년 때 처음 배운 각의 크기 단위인 도(°)를 사용하여 각의 크기를 표현한 것에 익숙해져 있기 때문에 각의 단위를 도(°)에서 라디안으로 바꿔 사용하는 이유와 필요성에 대한 이해가 필요하다. 또한, 60분법의 각이 어떻게 정의 되었는지 확인 후, 호도법을 이해하여야 한다. [1]와 [26]에서는 간단한 설명을 제시하고 호도법을 도입하고 있는데 나머지 교과서에서는 간단한 설명 없이 바로 ‘지금까지는 육십진법을 사용하였다.’는 한 문장만 제시하고 바로 호도법을 설명하고 있다. 따라서 사용하던 각의 크기 단위인 육십분법이 무엇인지 알고 학생 스스로가 각의 크기와 측도 개념을 다양한 방법으로 확장할 수 있는 기회를 제공할 필요가 있다.

영역	내용	출판사	영역	내용	출판사
의사소통	각의 양적 성질로서 호도법	[28]	문제해결	<실생활 활용> 여러 가지 현상에서 문제 상황을 탐색하고 수학적 지식과 사고 방법을 토대로 해결방법을 적절히 활용하여 문제 해결하기	[8][13] [21] [22][25] [27]
추론 & 의사소통	각의 측도로서 호도법 (호의 길이와 중심각의 비)	빈칸, 표 채우고 비교하기			
		구체적 조작 활동과 탐구 활동			
		추론하기			

<표 III-7> 호도법 교과서 분석

15종 교과서에서는 주로 반지름의 길이가 다른 원을 이용하여 부채꼴의 중심각의 크기와 호의 길이의 관계를 이용한 문제를 소개하고 있다. ‘호도법’ 개념을 도입하기 위하여 의사소통 능력, 수학적 사고와 추론 능력, 문제 해결 능력 3가지 능력을 강조하고 있다.

① [28]에서는 각의 크기를 나타내는 방법에 대하여 생각해 볼 수 있도록 만화형식으로 자료를 제시하여 도입하고 있다.

② [27]의 3종 교과서에서는 표, 빈칸 채우기 방법을 이용하여 의사소통 능력 향상을 위한 문제를 제시하였다.

③ [24]의 4종 교과서에서는 구체적 조작활동과 탐구 활동을 통하여 학생들이 직접 실험을 하여 결론을 얻고, 각의 크기와 측도 개념을 확장하여 생각해 볼 수 있는 기회를 제공하였다. 예를 들어 [13]에서는 주어진 두 원의 반지름의 길이를 실로 재어 그 길이 만큼 각각의 원의 호의 길이가 되도록 원 위에 표시하여 부채꼴을 얻는다. 그리고 그 부채꼴의 중심각의 크기를 가각 재어 보고 비교해보는 문제, 그리고 호의 길이와 반지름의 길이가 2배가 되었을 때, 그 중심각의 크기의 변화에 대하여 직접 실험을 통하여 알아보도록 하는 문제를 제시하였다.

그리고 주로 반지름의 크기가 다른 두 원에서 부채꼴의 중심각과 호의 길이의 관계를 묻는 문제를 제시하였다.

④ [22]의 1종 교과서에서는 수학적 사고와 수학적 추론 능력을 향상할 수 있는 방향으로 문제를 제시하였다.

⑤ 문제 해결력을 향상하기 위하여 [13]의 5종 교과서에서는 실생활 활용 문제를 제시하였다. 여러 가지 현상에서 문제 상황을 탐색하고 수학적 지식과 사고 방법을 토대로 해결 방법을 적절히 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

(1) 분석 결과

주로 반지름이 서로 다른 원을 이용하여 실험 해 보거나 그림을 보고 각의 단위를 생각해 볼 문제로 제시하고 있다. 실험을 통하여 생각해 보는 문제로 제시한 것은 직접 시행해 보면서 수학적 개념을 이해 할 수 있으므로 수학적 창의력 향상에 도움이 된다. 그러나 호도법 학습의 도입을 위해 실험 방법을 제시하거나 그림을 이용하여 문제를 제시한 교과서들은 라디안 단위의 정의에 근접하여 그 개념을 유도하는 문제들이다. 즉, 각의 측정 단위 중의 하나인 ‘호도법’으로 이해하는 측면은 배제 한 채, 호도법이 무엇인지에 대한 이해만 돕는 문제인 것이다. 또한 도($^{\circ}$)단위를 사용한 육십분법에 대한 설명이 미비하므로 수학사적으로 각의 측정 단위의 다양성에 대하여 생각해 보도록 하고, 직접 각의 단위를 만들어 보도록 하면서 어떻게 각의 단위를 사용하는 것이 유용한지 학습할 필요가 있다. 수학적 창의력 향상을 위한 교수·학습 방법 중 하나로서 직접 그 시대의 수학자가 수학을 탐구하듯이 수학적 개념을 학습할 수 있는 소재를 활용해야 한다.

다. 삼각함수

이 단원에서는 중학교 3학년 과정에서 배운 ‘삼각비’단원에서 기하학적, 해석학적 측면으로의 확장을 하여 여러 가지 주변현상을 삼각함수로 표현할 수 있고, 이를 활용하여 삼각함수의 유용성에 대한 이해를 도울 수 있어야 한다.

영역	내용	출판사	영역	내용	출판사
의사소통	삼각형의 닮음과 삼각비를 이용한 삼각함수 도입	[1][8] [10][13] [17][21] [24][25] [27][30]	의사소통	삼각함수의 부호 결정(표 완성하기)	[22]
	삼각비와 함수관계를 이용한 삼각함수 도입	[26]	문제해결	<실생활 활용>	[25][22] [21][23]
추론	수학사를 이용한 삼각함수 도입	[22]			

<표 III-8> 삼각함수 교과서 분석

15종 교과서에서는 주로 삼각비의 값을 구할 수 있는 그림을 제시하거나 수학사적으로 삼각 함수의 도입에 접근하여 의사소통 능력, 수학적 추론 능력, 문제 해결 능력 3가지 능력을 강조하고 있다.

① [25] 외 10종 교과서에서는 삼각형의 닮음과 삼각비를 이용하여 삼각 함수를 도입하였다. 15종 교과서 중 11종 교과서가 삼각함수 도입에서 삼각형의 닮음과 삼각비를 이용하고 있는 것이다. 두 삼각형의 닮음을 이용하여 삼각비를 구하고 그 값을 비교하는 문항들로 제시하고 있으며 주로 수학적 지식을 이용하여 말이나 글로 표현하는 의사소통 능력 향상을 위한 문제 방식으로 제시하였다.

② [26]에서는 삼각비와 함수 관계를 이용하여 삼각함수의 도입 문제를 제시하였으며, 각에 따라 변화하는 삼각비의 값을 함수의 대응관계 측면으로 접근할 수 있도록 문제를 제시하였다. 여기에서 ‘반지름이 달라졌을 때 삼각비의 변화’에 대한 삼각함수의 특징에 대해서는 생각해 볼 수 없으므로 직접 구하여 보는 활동을 통하여 삼각함수의 개념에 대한 이해를 다양하게 접근 할 필요가 있다.

③ [22]에서는 수학사를 이용하여 삼각함수를 도입하였다. 수학적 창의력을 향상하기 위한 방법 중의 하나는 수학의 개념이 발달하기 이전의 시대로 돌아가서 스스로 그 시절의 사람이나 학자가 되어서 생각해 보는 것이다. 그러면 새로운 수학적 지식에 대한 이해를 유연하게 할 수 있다. 따라서 [22]에서 삼각함수의 도입은 고대의 천문학자가 되어서 생각해 보고 스스로 개념을 형성해 볼 수 있는 기회를 제공하고 있는 것이다.

④ 삼각 함수의 도입 이후 삼각함수의 부호에 대한 이해를 돕기 위하여 14종 교과서에서는 결과적인 설명으로 제시되어 있다. 그러나 [22] 교과서에서는 표를 직접 완성하여 스스로 삼각함수 부호의 특징을 발견할 수 있도록 하였다.

⑤ [25] 외 3종 교과서에서는 문제 해결 능력을 향상하기 위하여 실생활 활용 문제를 제시하였다. 여러 가지 상황에서 문제 상황을 탐색하고 수학적 지식과 사고 방법을 토대로 해결 방법을 적절히 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

(1) 분석 결과

삼각함수의 도입 자료는 주로 삼각형의 닮음과 삼각비를 이용한 삼각함수의 의미로서 접근하고 삼각비와 반지름의 길이와의 관계로 연결하여 문제를 제시하였다. 이것은 반지름의 길이가 다른 경우에 삼각형의 닮음을 이용하여 각각의 삼각비를 구하여 그 값을 비교하여 보고 공통점을 찾을 때 수학적 추론 능력을 이끌어 낼 수는 있지만, 이것을 각의 확장 개념을 포함하고 함수로서의 개념으로 이끌어 내기에는 부족하다. 따라서 삼각비와 각의 확장 개념, 함수, 반지름의 길이와 삼각비의 관계를 이용하여 삼각함수의 개념, 원리, 법칙을 스스로 발견 해 낼 수 있도록 지도 하여야 할 것이다. 또한 수학사적으로 접근하여 학생들의 흥미를 이끌 수 있는 자료

를 활용할 수도 있다.

라. 삼각함수의 그래프

삼각함수의 가장 큰 특징 중의 하나는 주기성을 가진 함수이다. 주기 함수의 특징은 그래프를 이용하면 확연히 드러난다. 삼각함수의 그래프는 부드러운 물결 모양으로 우리 주변 여러 가지 상황에서 곡선의 아름다움과 관계지어 생각할 수 있다. 또한, 주기현상을 수학적으로 표현하여 더 넓은 분야로 확장하여 이용할 수 있으므로, 학생들이 수학의 실용성과 심미성을 이해 할 수 있다.

영역	내용	출판사	영역	내용	출판사
의사소통	sine, cosine, tangent 함수의 그래프	순서쌍 구하고, 좌표평면에 점찍고 부드러운 곡선으로 연결하여 그래프 그리기 [13][21] [23][24] [28][30]	문제 해결	실생활 활용	[1][8] [22][25] [31]
			문제 해결	생각 키우기	[13]
		삼각함수 식 구하고 그래프 그리기 [17][27]	문제 해결	범위가 달라졌을 때, 두 그래프의 교점의 개수 구하기	[28]
		그래프를 보고 그래프 그리는 방법 생각해보기 [26]	공학도구 이용	컴퓨터 프로그램 (GSP, Equation Grapher, C.a.g, 스프레드시트), 그래픽 계산기, 공학용 계산기	[25][27] [10][17] [8][31] [1][21] [13] [24][28]

	그림자의 위치를 이용하여 그래프 그리기 (실험 활동 포함)	[1][21]			
	삼각형의 닮음 이용하여 $\tan$ 값 구하여 그래프 그리기	[13][27]		이용	[30]
추론	그래프의 성질	[26]			

<표 III-9> 삼각함수의 그래프 교과서 분석

15종 교과서 모두 우리 주변 상황의 예를 이용하여 문제를 제시하며 ‘삼각함수의 그래프’를 도입하고 있다. 우리 주변 상황의 예를 이용하여 학생들이 삼각함수의 그래프에 대하여 생각을 열 수 있는 문제를 제시하기 위해 수학적 의사소통 능력, 수학적 사고와 추론 능력, 문제 해결 능력 3가지 능력을 강조하고 있다.

① [28]의 5종 교과서에서는 함수의 값에 해당하는 순서쌍을 구하고, 좌표평면에 표현하여 부드러운 곡선으로 연결하여 그래프를 직접 그려보도록 하고 있다. 순서쌍을 구할 때, 표를 채워 완성하거나 직접 구하고 그래프에 표현하도록 하여 의사소통 능력을 신장 시킬 수 있다.

② [17] 외 1종 교과서에서는 ①과 비슷하지만 문제 상황에 맞게 삼각함수의 식을 구하여, 그래프를 그려보는 문제를 제시 하였다. 삼각함수의 식을 직접 구하여 보면서 문제 해결 능력을 향상시킬 수 있다.

③ [26]에서는 이미 그려진 삼각함수의 그래프를 보고 어떻게 그릴 수 있는지 생각하여 말하는 문제를 제시하였다.

④ [21]의 1종 교과서에서는 그림자와 관련된 실생활 문제를 활용하여 그림자의 위치를 이용하여 그래프 그리기 문제를 제시하였다. 그림자의 위치가 어떻게 변하는지 관찰하여 그래프를 그려보고 삼각함수와의 관계를 이해할 수 있다.

특히, 탄젠트 함수의 그래프를 도입할 때 사용한 교과서 [21]에서는 직접 각도기와 레이저 포인터를 이용하여 실험하여 보고, 탄젠트 함수와의 관계를 생각하여 그래프를 그리는 아이디어를 이끌어 낼 수 있는 문제이다.

⑤ [26]에서는 삼각함수의 그래프 성질을 스스로 찾아내어 볼 수 있는 기회를 제공하기 위해 아래와 같이 추론하기 문제로 제시하였다.

$y = \sin\theta$ 그래프를 관찰하고 사인함수에 대하여 다음을 알아보자.

- (1) 정의역은 어떤 집합인가?
- (2) 치역은 어떤 집합인가?
- (3) 이 그래프는 원점에 대하여 대칭인가? 즉, $\sin(-\theta) = -\sin\theta$ 인가?
- (4) θ 에서의 함숫값과 $\theta + 2\pi$ 에서의 함숫값은 같은가?

그러나 이 외의 4종 교과서에서는 그래프의 성질을 결론적인 내용으로 제시하고 있다.

⑥ 삼각함수의 그래프를 그려본 후, 그 그래프의 성질을 학습한 학생들의 문제 해결능력 향상을 위해 [1] 외 5종 교과서에서는 실생활 활용 문제를 제시하였다. 다음 단계에서 배울 삼각방정식과 삼각부등식에 대하여 미리 생각을 열어 볼 수 있는 문제로 활용할 수 있다.

⑦ [27] 외 11종 교과서에서는 공학 도구를 이용하여 삼각함수의 그래프를 그릴 수 있는 방법과 함께 직접 시행 해 볼 수 있는 문제를 제시하였다. 공학 도구를 이용하여 삼각함수의 그래프를 그려보는 것은 직접 그래프를 그리는 것보다 기존의 함수를 자유롭게 조작하여 다양한 그래프의 모

양을 확인할 수 있다. 쉽게 그래프의 성질을 파악할 수 있다.

그리고 삼각함수의 값을 구할 때, 삼각 함수 표를 이용하여 구할 수도 있지만, 공학용 계산기를 이용하면 편리하게 삼각함수의 값을 계산할 수 있는 계산방법의 다양성을 인식 시킬 수 있다. 교과서에서 제시된 공학 도구들은 GSP, Equation Grapher, C.a.g, 스프레드 시트 등 그래프를 그리기 위한 컴퓨터 프로그램이 많이 소개되어 있다. 또한 그래픽 계산기를 이용하여서도 그래프를 그릴 수 있다.

교과서에서 공학 도구를 이용하여 간단하게 확인하여 볼 수 있는 기본 문제들을 제시한 자료와 조금 변형된 문제를 제시한 자료로 분류 할 수 있다. 공학 도구를 활용하여 실생활과 접목 하거나 식을 자유롭게 변형하여 다양한 아이디어를 이끌어 낼 수 있다. 따라서 수학적 창의력 향상을 위해서는 교수·학습 상황에서 좀 더 기발한 아이디어가 나올 수 있도록 그래프 그리기를 시행하여 그 그래프의 성질들을 유추해 낼 수 있는 기회를 제공하여야 할 것이다.

(1) 분석 결과

함수의 그래프를 그릴 때 함수의 값을 구하여 순서쌍을 이용하여 그래프를 그리는 방법과 실제 물체를 이용하여 삼각함수의 값을 좌표평면에 옮겨 그래프를 그리는 방법을 제시하면서 삼각함수의 그래프를 그릴 수 있도록 하였다. 그래프를 그린 후 삼각함수 그래프의 성질을 이해하도록 하기 위하여 대부분의 교과서는 정리된 설명으로 제시하고 있어서 학생들의 단순 지식을 요하는 것으로서 사고의 확장은 돕지 못한다. 따라서 삼각함수의 그래프를 그리면서 그 특징을 찾아낼 수 있도록 하여야 할 필요가 있다. 그리고, 삼각함수의 성질을 이용하여 실생활에 활용한 문제를 다양하게 제시하고 있으며 특히, 공학 도구를 이용하여 그릴 수 있다는 것을 보여주

고 있다. 그러나 기본 개념을 묻는 함수의 그래프에 대한 문제를 제시하고 있는 것은 학생들의 사고의 확장을 기대하기 힘들다. 더 다양하게 변형하여 그려보고 눈으로 확인할 수 있는 기회를 제공한 문제를 제시하여 지도할 필요가 있다. 그러면 삼각함수의 그래프를 이용하여 다양한 아이디어를 이끌어 낼 수 있을 것이다. 더 나아가 공학 도구를 이용한 삼각함수의 그래프 학습으로 실생활의 예를 함께 활용하면서 발전된 문제를 다룰 수 있다.

마. 삼각방정식과 삼각부등식

실제 문제 해결 능력과 많은 연관이 있는 내용으로서 우리 주변 여러 가지 상황을 조작하여 문제를 해결 해 볼 수 있다.

영역		내용	출판사	영역		내용	출판사
문제 해결 & 의사소통	그래프 제시 후	주변 여러 가지 상황에서 삼각방정식과 삼각부등식을 이용하여 해결할 수 있는 문제 도입	[1][10] [13][23] [24][27] [30]	문제 해결	실생활 활용	[8][10][17] [21][25][27]	
		두 그래프를 보고, 삼각방정식 삼각부등식문제 도입	[28]				
	그래프 제시 하	주변 여러 가지 상황에서 삼각방정식과 삼각부등식을 이용하여 해결할 수 있는 문제 도입	[8][17] [21][22] [31]		방정식, 부등식의 해 구하기	[13][22][23] [28]	
		문제 상황에 맞는	[25][26]		문항 만들기	[1][28]	

	지 않 음	관계식 만들고, 문제 해결하기				
--	-------------	---------------------	--	--	--	--

<표 III-10> 삼각방정식 · 부등식 교과서 분석

15종 교과서 모두 우리 주변 상황의 예를 이용하여 문제를 제시하며 삼각방정식과 삼각부등식을 도입하고 있다. 우리 주변 상황의 예를 이용하여 학생들이 삼각방정식과 삼각부등식의 해를 구하기 위하여 생각을 열 수 있는 문제를 제시하기 위해 의사소통 능력, 수학적 사고 추론 능력, 문제해결 능력 3가지를 강조하고 있다.

15종 교과서에서는 삼각방정식과 삼각부등식의 문제를 해결하기 위한 방법으로 그래프 이용, 삼각함수의 정의(단위원) 이용의 2가지가 제시되어 있다. 그래프와 단위원을 이용하여 문제를 해결하는 방법을 모두 제시한 교과서는 [25] 외 11종이고, 그래프를 이용한 방법만 제시한 교과서는 [28] 외 2종이다.

그래프만 제시한 교과서[3]은 ‘생각해 보기’문제로 해 구하는 방법을 찾는 문항을 추가로 제시하였다. [31]에서는 또 다른 방법으로 삼각함수표를 이용하여 해를 구하여 보도록 문제를 제시하였다.

삼각방정식과 삼각부등식의 문제를 해결하는 방법을 설명하기 전에 도입부에서는 그래프를 제시한 교과서와 그래프를 제시하지 않은 교과서로 분류된다.

[27]외 7종에서는 그래프를 제시하여 도입하고 있다. 그래프와 문제를 함께 제시한 경우, 앞서 학습한 삼각함수의 그래프에 이어서 도입하기에 좋은 소재이다. 그러나 그래프를 보고 그래프를 이용하여 문제를 해결하는 방향이 강조되므로 삼각방정식 · 부등식 문제 해결을 위한 다른 방법도 함께 생각해 볼 수 있도록 해야 한다. 하지만, 그래프와 삼각방정식, 삼각부등식 관련 문제만 주어지고 더 생각해 볼 수 있는 문제는 주어져 있지 않

았다. 따라서 교수·학습 시 학생들이 스스로 문제를 해결하는 방법을 찾을 수 있도록 발문을 하여야 할 필요가 있다.

[17] 외 6종에서는 그래프를 제시하지 않고 도입하고 있다. 실생활 활용 문제로 삼각 방정식과 삼각 부등식의 문제를 해결할 수 있는 문제를 제시하여 학생들이 해결 방법을 시행착오를 거쳐서 다양하게 생각해 볼 수 있다. 그 후에 문제를 해결하는 방법을 학습하게 되면서 스스로 문제해결 방법을 발견하고 수정, 보완할 수 있는 기회를 제공한다. 이 중에서 [26]외 1종에서는 문제 상황에 맞는 관계식을 직접 만들어 문제를 해결 할 수 있도록 하였다.

삼각방정식과 삼각부등식을 해결하는 방법을 학습 한 후에 문제해결 능력을 향상하기 위하여 [25] 외 5종에서는 실생활 활용문제를 제시하였다.

[28]외 3종에서는 방정식, 부등식의 해 구하는 기본 문제 형태에서 응용된 문제를 제시하였으며, [28]외 1종에서는 교과 과정에서 문제해결 능력 신장을 위해 제시한 방법 중 하나인 ‘문항 만들기’ 문제를 제시하였다.

(1) 분석 결과

교과서에서는 삼각방정식과 삼각부등식의 해 구하는 방법으로 삼각함수의 그래프 이용, 삼각함수(단위원)이용 2가지가 주로 제시되어 있었다. 그 방법을 학습한 후, 문제해결 방법의 다양성을 이해하기 위하여 또 다른 방법은 없는지 스스로 발견할 수 있도록 하는 방법도 필요하다. 예를 들어 삼각 함수 표나 공학용 계산기를 이용하여서 문제를 해결하는 방법도 있다.

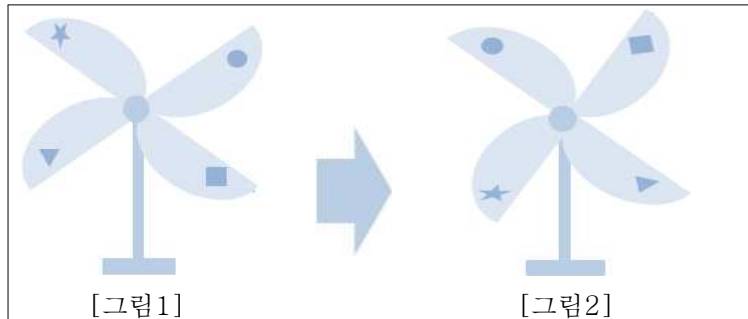
삼각방정식과 삼각부등식의 도입에서는 그래프를 먼저 제시한 문제와 그래프를 제시하지 않은 문제로 분류할 수 있는데 전자의 경우, 선행된 삼각함수의 그래프와 연결하여 생각해 볼 수 있어서 학생들이 흥미롭게 여겨

질 수도 있다. 따라서 그래프를 이용하여 문제를 해결하고 생각을 연 후에 다른 방법을 생각해 보도록 하는 방법을 더 추가한다면 독창적인 방법이 나올 가능성이 있어서 수학적 창의력 신장에 도움이 될 것이다. 그리고 후자의 경우, 처음에는 어렵게 느껴질 수도 있지만 문제를 해결하기 위해 여러 가지 방법을 시행착오를 거쳐 시행해 보면서 그 해결 과정의 다양한 방법이 나올 수도 있다. 따라서 문제 해결의 방법을 서로 공유하여 학습하도록 하는 것 또한 독창적인 방법이 나올 가능성이 있어 수학적 창의력 신장에 도움이 될 것이다.

3. 삼각함수 단원의 수학적 창의력을 위한 교수·학습 자료 개발

가. 일반각

단원 학습 자료 A >> 풍차가 회전한 양은?	
탐구 주제 : 풍차와 일반각	관련단원 : 일반각
※ 다음 그림과 같이 철수는 크기는 같고, 서로 다른 모양이 그려진 날개 4개로 이루어진 미니 풍차를 만들었다. 만든 풍차가 처음에 그림1과 같았는데 철수가 바람을 불어 그림2와 같이 변화였다. 그림을 보고 다음 물음에 답하여라.	



1. 풍차가 회전한 양을 어떻게 표현할 수 있을까?
 2. 풍차가 회전한 양을 각으로 표현하여 보아라. (3가지 이상으로 표현하기)
 3. 표현한 각들의 공통점을 찾아보아라.
 4. 다른 친구들과 의견을 나누어 보자.
- ☞ 회전한 양을 각으로 표현하는 방법에 대하여 생각하여 보자.
- ☞ 회전 횟수와 회전 방향을 생각하여 각의 크기를 잰다면 각의 범위는 어떻게 될지 생각하여 보고, 설명 해 보아라.

<표Ⅲ-11> 교수·학습 자료A

(1) 자료A 활용 분석

일반각 내용을 도입할 때 수학적 창의력 향상을 위한 교수 · 학습 자료이다. 정해진 일반각의 개념에 대한 안내된 문제가 아닌 학생 스스로가 각의 개념을 생각해보도록 하는 문제를 제시하였다. 서로 다른 모양이 표시된 날개 4개가 달린 미니 풍차를 각 모듬에 두고, 학생들이 실제로 돌려보면서 문제를 해결해 볼 수 있도록 하면, 수학적 아이디어를 창조하기 위해 요구되는 다양한 창의성을 보다 수월하게 이끌어 낼 수 있다. 일반각은 각의 크기 범위를 확장하는 데에 의미가 있는 내용으로서 학생들 스스로 발

견하도록 할 수 있다. 즉, 위와 같이 1,2번 문항들은 풍차가 회전한 각을 표현하는 방법을 찾아보면서 다양한 아이디어를 이끌어 낼 수 있다. 풍차를 돌려 회전한 양을 각으로 표현하여 볼 때, 어디를 기준으로 어느 방향으로 얼마만큼으로 회전하였는지 학생들 개개인 마다 생각하는 방향이 다를 것이다. 3번 문항을 해결할 때엔 확장된 사고 즉, 발견한 내용을 일반화할 수 있는 한 과정으로서 사고를 정리할 수 있는 문제이다. 4번 문항을 통하여 모둠 친구들과 비교하여 보고, 반 친구들과 의견을 나누어 보면서 자신이 생각한 것과 친구들이 생각한 것을 비교하여 보고 더 일반적인 공통점을 찾고 각의 크기의 범위를 확장하여 생각할 수 있다. 이렇게 스스로 일반각의 개념을 발견하도록 하는 활동을 통하여 기존의 각의 크기 개념과 각의 크기를 확장한 개념을 유연하게 결합하여 이해할 수 있도록 수업을 이끌어 나가야 할 것이다. 다음으로 다음과 같이 두 문제를 추가로 제시하면,

- ☞ 회전한 양을 각으로 표현하는 방법에 대하여 생각하여 보자.
 - ☞ 회전 횟수와 회전 방향을 생각하여 각의 크기를 잴다면 각의 범위는 어떻게 될지 생각해 보고 설명 해 보아라.

학생들의 생각을 종합·정리하고 일반각의 개념을 설명할 수 있다. 초등학교 3학년 때부터 사용한 도($^{\circ}$)의 범위가 0° 에서 90° 사이 이었던 고정되고 정형화된 수학적 지식에서 벗어나 확장된 각의 크기를 유연하게 사고할 수 있다.

더 나아가 일반각의 개념을 설명하고 확인 문제를 해결할 때 특히, 동경으로 나타낼 때에 범할 수 있는 오류인 시초선의 방향이 정형화 된 방향이 아닌 스스로 여러 가지 방향으로 생각할 수 있는 경향이 클 것이다. 만약 그렇지 못한다면,

문제. 다음 각을 그림으로 나타내고, 각의 동경이 나타내는 일반각을 구하여라. (단, 각을 그림으로 그릴 때, 2가지 이상으로 표현하기)

- (1) 60° (2) -60° (3) 300° (4) -765°

와 같이 문제를 제시하여 생각할 수 있는 기회를 제시하면 좋을 것이다.

나. 호도법

단원 학습 자료 B >> 고대 바벨로니아 시대의 사람이 되어보자.	
탐구 주제 : 각의 크기의 단위	관련단원 : 호도법
※ 길이를 측정하는 단위로는 m, mm, cm 등이 있고, 무게를 측정하는 단위로는 g, kg, t 등이 있다. 그 외에 부피를 측정하는 단위, 온도를 측정하는 단위 등, 무엇을 어떻게 측정하느냐에 따라 그 단위를 다르게 사용하고 있다. 각의 크기 또한 사용하는 단위가 다양하다. 각의 크기 단위를 직접 만들어 보면서 생각하여 보자. 각의 크기를 나타내는 육십분법을 고대 이집트와 메소포타미아 지역에서 사용하던 것으로 원의 둘레를 360등분하여 얻는 한 호의 중심각의 크기를 1도라고 정하고 있다. 1) 왜 원의 둘레를 360등분 하였을까? 그러면 1도는 1직각을 몇 등분 한 각인가? 2) 1도와 같이 1직각을 100등분하여 얻은 한 호의 중심각의 크기를 무엇이라 하면 좋을까? 각의 크기 단위를 직접 만들어 보자. 3) 1도와 같이 1직각을 1600등분하여 얻는 한 호의 중심각의 크기를 무엇이라 하면 좋을까? 각의 크기 단위를 직접 만들어 보자. 4) 1),2),3)에서 그 각의 단위들을 이용하여 1직각의 크기를 설명하고, 정의	

한 각의 단위를 비교하여 보아라.

☞ 3)에서 직접 정의 해 본 각의 크기를 1밀(mill)이라 정의하고 있다. 1밀(mill)은 실제로 1m길이의 막대 두 개를 나란히 놓고, 한쪽 끝을 고정시킨 후, 다른 쪽 끝을 1mm만큼 벌렸을 때 생기는 두 막대 사이의 각이다. 즉, 1밀(mill)의 반지름과 현의 길이의 비는 약 1000:1이다. 반지름과 현의 길이의 비가 1:1일 때, 각의 크기를 구하여 보자.

<표Ⅲ-12> 교수·학습 자료B

(1) 자료B 활용 분석

호도법을 도입하기 전에 육십분법을 비롯하여 각의 단위에 대한 이해를 도입하는 학습 자료이다. 실제 육십 분법에 대한 설은 2가지로 수학자들이 추측하고 있지만, 학생들은 고대 바빌로니아 시대의 사람들이 어떤 관점에서 각의 크기 단위를 발견했는지 생각해 볼 수 있는 문제이다. 만약, 학생들이 생각하는 데에 어려움을 느낀다면 수업 시작하기 전에 ‘바빌로니아 시대의 사람에 대하여 미리 조사하여 보기’라는 과제를 내어주거나, 수업 시간에 바빌로니아 시대에 대한 간단한 이야기를 하거나 실제 수학자들이 추측하고 있는 육십분법에 대한 설 2가지 중의 하나를 이야기 하면서 학생들도 문제를 해결하기 위하여 생각해 볼 수 있도록 도울 수 있다. 그리고 이 육십분법을 이용하여 초등학교에서 배운 1직각을 기준으로 몇 도인지 생각해 보고 단계별로 100등분할 때, 1600등분 할 때도 각의 크기를 생각해 보며 추론적 사고를 통해 각의 단위에 대한 이해를 도울 수 있다. 다음으로 실제 수학에서 각의 단위로 그레이드(grade), 밀(mill)이라 정의하여 사용하고 있음을 설명하면 육십분법의 단위인 도($^{\circ}$)만 사용하던 고정화된 수학적 지식에서 확장된 각의 크기 단위로 이해할 수 있다.

추가로 제시된 문제는 각의 단위 중 밀(mill)의 크기를 1m길이의 막대 두

개를 이용하여 생각할 수 있다. 끈을 이용하여 직접 보여주기 활동을 하면 더욱 효과적인 교수 · 학습이 될 것이다. 학생들이 스스로 머리 속에 현상을 그리며 각의 크기를 직접 확인해 볼 수 있기 때문이다. 이 문제는 반지름과 호의 길이 비로도 각의 크기 단위를 생각할 수 있도록 한다. 그러면 각의 크기 단위를 생각하는 관점이 등분하는 것만이 아닌 반지름과 호의 길이의 비를 비교 하여 생각할 수 있다는 것을 스스로 발견할 수 있는 기회가 된다. 그리고 이를 이용하여 다음 단계인 호도법의 개념을 유연하게 생각해 낼 수 있다.

단원 학습 자료 C >> 호도법은 무엇인가?	
탐구 주제 : 반지름의 길이와 호의 길이가 1:1 일 때 중심각의 크기 구하기	관련 단원 : 호도법
[준비물] 실, 각도기, 자 ※ 다음 과정을 따라 문제를 해결하여 보아라. step 1. 서로 다른 두 길이의 실을 이용하여 아래 그림과 같이 반지름의 길이가 다른 두 원을 그리자. step 2. 그 실을 이용하여 각각의 원에 반지름의 길이와 같은 호를 표시하고, 그 호의 중심각의 크기를 재어 보자. step 3. 호의 길이가 반지름의 길이의 2배 일때의 중심각의 크기를 구하고, 호의 길이가 반지름의 길이와 같을 때와 호의 길이가 반지름의 길이의 2배 일때의 중심각의 크기를 비교하여 보자. 그 이유는?	

- ☞ 반지름과 호의 길이의 비가 1:1일 때, 각의 크기는 원의 중심각의 크기의 몇 배인가?
- ☞ 반지름과 호의 길이의 비가 1:1일 때의 각의 크기를 한 단위로 정의하여 1° 와 비교하여 보아라.

<표Ⅲ-13> 교수·학습 자료C

(2) 자료C 활용 분석

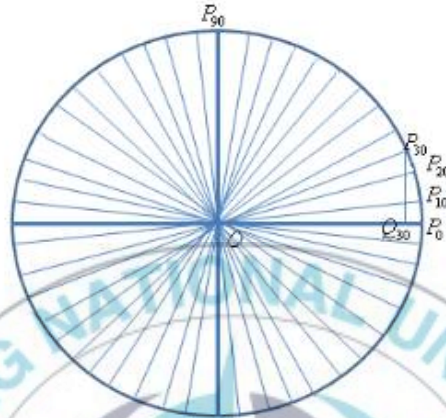
호도법의 정의된 개념을 이해하기 위하여 활동할 수 있는 자료이다. 2007년 개정 교육과정에 따른 교과서에서 볼 수 있는 문제를 인용하여 수학적 창의력 향상을 위한 유형으로 변형하였다. 교과서에 있는 문제와 다른 점은 반지름의 길이를 제시하지 않았다는 점이다. 반지름의 길이를 자유롭게 정하여 원을 그린 후, 문제를 해결하였을 때 자신이 추론한 결과와 다른 친구들과 결론을 비교하여 조금 더 정당화 할 수 있는 방향의 폭이 넓어지기 때문이다. 그리고 자료에서 제시된 것과 같이 도($^\circ$)와 라디안의 관계를 스스로 발견할 수 있도록 생각을 열어 주기 위하여 추론할 수 있는 문제를 제시할 수 있다.

다. 삼각함수

단원 학습 자료 D >> 삼각함수란?		
탐구 주제 : 삼각비와 함수와의 관계, 삼각함수 표		관련단원 : 삼각함수
※ 활동 과제 (4인 1조) [준비물] 각도기, 자, 공학용 계산기 등 다음과 같은 활동으로 삼각함수의 값을 구하여 보자.		

① 적당한 반지름으로 원점O를 중심으로 다음과 같이 xy-좌표평면에 원을 그립니다.

② 각도기로 10° 간격으로 그 원을 분할 합니다.



③ 양의 x축과 원이 만나는 점을 P_0 라 할 때, 점 P_0 를 시작으로 하여 시계반대 방향으로 ②의 분할 선과 반원의 교점을 $P_0, P_{10}, P_{20}, \dots, P_{360}$ 이라고 합니다.

④ 점 P_{30} 에서 x축에 수선을 내리고 그 수선의 발은 Q_{30} 이라 합니다.

⑤ OP_{30} (빗변), $P_{30}Q_{30}$ (세로), OQ_{30} (가로)의 길이를 자로 재어 점 P_{30} 의 좌표(x, y)를 구합니다.

⑥ $\frac{x}{OP_{30}}, \frac{y}{OP_{30}}, \frac{y}{x}, \left(\frac{x}{OP_{30}}\right)^2 + \left(\frac{y}{OP_{30}}\right)^2$ 을 계산하여 표를 채웁니다.

⑦ 이상의 것을 원 둘레 위의 모든 점 P_0 에서부터 P_{360} 까지에 대하여 해 봅니다.

	OP_θ	$P_\theta Q_\theta$	OQ_{30}	(x, y)	$\frac{x}{OP_\theta}$	$\frac{y}{OP_\theta}$	$\frac{y}{x}$	$\left(\frac{x}{OP_\theta}\right)^2 + \left(\frac{y}{OP_\theta}\right)^2$
0°								
10°								
20°								
30°								
40°								

50 °								
60 °								
70 °								
80 °								
90 °								
100 °								
110 °								
120 °								
130 °								
140 °								
150 °								
160 °								
170 °								
180 °								
190 °								
200 °								
210 °								
220 °								
230 °								
240 °								
250 °								
260 °								
270 °								
280 °								
290 °								
300 °								
310 °								
320 °								
330 °								
340 °								
350 °								
360 °								

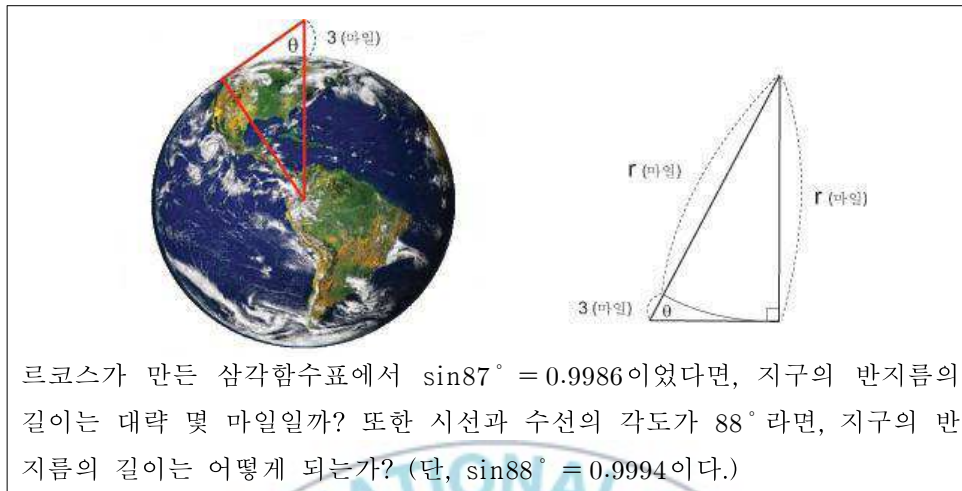
<표Ⅲ-14> 교수·학습 자료D [29]

(1) 자료D 활용 분석

[29]에서의 자료를 인용하였다. 삼각함수를 학습할 때 학생들이 직접 해 볼 수 있는 활동이다. 이것은 삼각함수의 유용성을 발견하기 힘든 자료이지만, 삼각비와 함수와의 관계를 발견하고 깊이있게 이해할 수 있는 자료이다. 직접 원을 10° 간격씩 분할하여 각각의 길이를 재고, 그에 해당하는 각을 재어 길이의 비를 비교하여 보면서 자연스레 점의 좌표와 길이의 비의 관계를 발견할 수 있고 각에 대한 좌표를 하나씩 대응시켜 얻는 함수와의 관계를 이할 수 있으며, 다른 친구들과 결론을 비교해 보면서 차이점과 공통점을 추출해 낼 수 있다. 더 나아가 추가 질문을 통하여 일반각에 대하여 생각해 볼 수 있도록하여 삼각함수 개념을 직접 일반화 해 보는 과정을 해 볼 수 있다. 그리고 표 채우기 작업을 할 때, 공학 도구를 사용하여 편리하게 계산할 수 있어서, 학생들이 계산하는 활동에서 시간을 빼앗기지 않고, 삼각함수의 개념과 원리를 발견할 수 있는 시간을 더 유용하게 활용할 수 있는 활동으로 발전할 수 있다.

마지막에 자신이 만든 표와 삼각함수표를 비교하면서 삼각함수표의 유용함을 한 번 더 이해 할 수 있다. 표를 완성하는 것은 시간이 많이 걸리는 작업이므로 4인 1조가 되어 역할 분담을 하여 각자 값을 구한 후 하나의 표로 완성하여 함께 특징을 찾아보도록 하여 수학적 사고력 향상에 도움을 줄 수 있다.

단원 학습 자료 E >> 히파르코스가 구한 지구의 반지름의 길이	
탐구 주제 : 지구의 반지름의 길이	관련 단원 : 삼각함수
※ 히파르코스는 그림과 같이 3마일 높이의 산에 올라 수평선을 바라보고, 자신의 시선과 서 있는 곳에서의 수선과의 각도가 87° 가 됨을 알았다. 히파	



<표Ⅲ-15> 교수·학습 자료E

(2) 자료E 활용 분석

삼각함수를 배우고 나서 문제를 제시할 수 있다. 문제를 해결하여 보면서 실생활의 유용함과, 삼각함수가 어떻게 쓰이게 되었는지 이해할 수 있다. 또는 삼각함수의 도입으로 문제를 제시할 수 있다. 도입으로 자료를 활용할 때에는 문제에서 삼각함수의 값 $\sin 87^\circ = 0.9986$ 을 제시하지 않고, 다음과 같이 문제를 수정하여 제시할 수 있다.

히파르코스는 그림과 같이 3마일 높이의 산에 올라 수평선을 바라보고, 자신의 시선과 서 있는 곳에서의 수선과의 각도가 87° 가 됨을 알았다. 지구의 반지름의 길이는 대략 몇 마일일까? 또한 시선과 수선의 각도가 88° 라면, 지구의 반지름의 길이는 어떻게 되는가?

왜냐하면, 아직 삼각함수에 대하여 학습하지 않았기 때문에 학생들의 추론 능력을 통하여, 문제를 해결할 수 있도록 할 수 있고, 문제를 완성도 있게 해결하지는 못하지만, 역사속의 인물인 히파르코스가 되어서, 지구의 반지름을 구하기 위하여 생각 해 볼 수 있는 시간을 주면서, 학생들이 뒤에

삼각함수를 학습하였을 때, 그 의미가 더 깊게 다가 올 것이다. 또한, 이번 시간에 학습할 내용에 대한 궁금증과 흥미를 유발할 수 있기 때문이다.

라. 삼각함수의 그래프

단원 학습 자료 F >> 실생활에서 삼각함수의 그래프 모양 찾기	
탐구 주제 : 소리와 삼각함수의 그래프	관련단원 : 삼각함수의 그래프
※ 소리와 사인함수의 관계 ※ 사인함수와 소리 사이의 관계를 이해하기 위하여 소리의 진폭과 진동수에 관련된 두 함수를 그려보자. 즉, 임의의 상수 a, b에 대하여 $y = a \sin x$ 함수와 $y = \sin bx$ 함수를 그려보자. 1. a값 변화주기 a값을 바꾸며 소리를 들어본다. 그리고 그 특징을 이야기하여 보아라. 예를 들어, $\sin\left(1000 \times 2^{\frac{1}{12}}\right) \sin\left(1000 \times 2^{\frac{1}{12}}\right)$와 $8 \sin\left(1000 \times 2^{\frac{1}{12}}\right) \sin\left(1000 \times 2^{\frac{1}{12}}\right)$ 2. b값 변화주기 b값을 바꾸며 소리를 들어본다. 그리고 그 특징을 이야기하여 보아라. 예를 들어, $\sin 400\pi$와 $\sin 800\pi$	

<표Ⅲ-16> 교수·학습 자료F [20]

단원 학습 자료 G >> 삼각함수의 그래프 응용	
탐구 주제 : 삼각함수 그래프의 변화	관련단원 : 삼각함수의 그래프
※ 컴퓨터 프로그램 이용하여 다음의 그래프를 그리고, 특징을 찾아보아라. 1. a의 값을 자유롭게 변형하여 $y = a \sin x$의 그래프를 그려라. 그 그래프의 변화를 관찰하고 특징을 써라. 2. a, b의 값을 자유롭게 변형하여 $y = a \sin bx$의 그래프를 그려라. 그 그래프의 변화를 관찰하고 특징을 써라. 3. a, b, c의 값을 자유롭게 변형하여 $y = a \sin bx + c$의 그래프를 그려라. 그 그래프의 변화를 관찰하고 특징을 써라.	

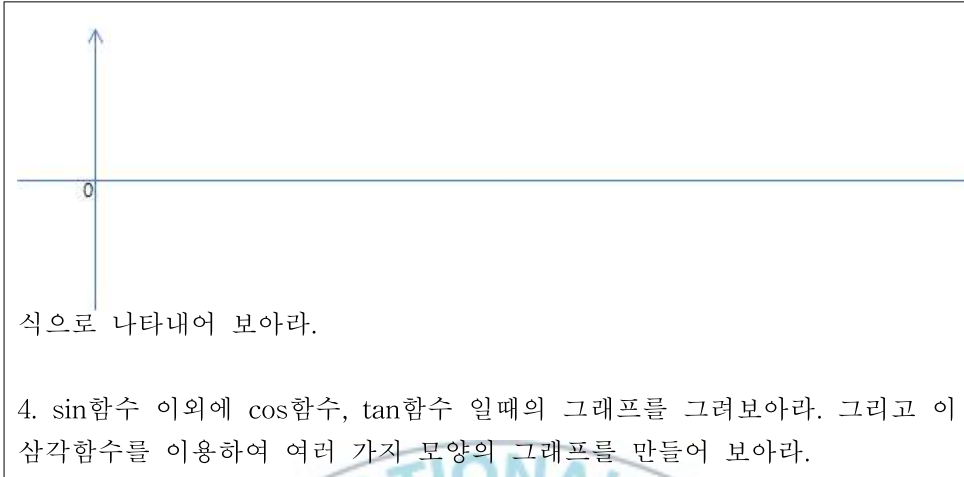
<표Ⅲ-17> 교수·학습 자료G [14]

(1) 자료F,G 활용 분석

[20]에서 제시된 자료를 활용하였다. 삼각함수의 그래프를 처음에는 $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$ 를 기본으로 그려보고, 그래프의 성질을 파악한 뒤 $y = a \sin bx + c$, $y = a \cos bx + c$, $y = a \tan bx + c$ 와 같이 그래프의 대칭이동, 확대/축소를 이용하여 그래프의 성질을 파악할 수 있다. 이것 또한 직접 그려보고 그래프를 비교하여 학습 할 수 있지만 컴퓨터 프로그램을 이용하여 확인하면 더욱 쉽고 빠르게 그래프의 성질을 파악할 수 있다. 따라서 기본적으로 a, b, c 의 값을 변형하여 그래프의 성질을 발견하고 그 성질을 정리하는 문제를 제시하였다. a, b, c 의 값을 제시하지 않고, 스스로 a, b, c 의 값을 정하여 식을 변형하여 그래프를 관찰하면서 또 다른 그래프를 만

들 수 있는 가능성을 열어 두기 위해서이다. 더 나아가 [14]에서는 이 성질을 소리의 세기와 관련한 문제를 제시하였는데 이를 실생활의 예로 접목시켜 생각 해 볼 수 있어서 기존의 사고의 범위를 실생활과 연관하여 확장할 수 있다.

단원 학습 자료H >> 실생활에서 삼각함수의 그래프 모양 찾기	
탐구 주제 : 선율과 삼각함수	관련단원 : 삼각함수의 그래프
※ 선율과 삼각함수 우리는 물결 모양의 선을 보면 자연의 아름다움과 수학의 아름다움을 매치할 수 있다. 이는 음악에서도 찾을 수가 있다. 음계적으로 선율의 흐름이 물결 모양을 이루는 것을 간혹 볼 수 있다. 소리의 주파수와는 다른 느낌이다. 작곡자가 물결의 움직임을 의식적으로 모방하려 할 때, 파동 모양의 선을 사용하는 것은 명백하다. 다음은 오펜바흐의 [호프만의 이야기] 중 뱃노래 악보의 일부분이다.  1. 낮은음자리표의 선율을 그래프로 간략히 그려보아라. 2. 위의 그래프를 함수식으로 만들어보아라. 3. 이상의 다른 분야에서 삼각함수 그래프 모양을 찾고, 그래프로 옮겨 함수	



<표Ⅲ-18> 교수·학습 자료H [11]

(2) 자료H 활용 분석

주로 삼각함수의 그래프의 예로 소리의 주파수 모양이 사인파임을 이용하는 것을 많이 볼 수 있는데 [11]에서는 실생활에서 무심코 지나간 것들에서 수학을 접목시켜 생각할 수 있고, 보이는 그대로 수학의 아름다움을 느낄 수도 있는 문제를 제시하였다. 정형화된 사고의 방향에서 다른 방향으로 사고할 수 있는 길을 열어줄 수 있다. 학생들이 직접 악보에서 삼각함수 그래프 모양을 찾아서 이를 수학적으로 표현해 보면서 다른 실생활 예들을 도입하여 찾아볼 수 있는 과제를 더 제시할 수 있다. 그러면 수학적 지식을 말이나 글로 자유롭게 표현하는 의사소통 능력에서 다른 아이디어를 도출할 수 있는 유창성을 발휘할 수 있다.

단원 학습 자료I >> 실생활에서 삼각함수의 그래프 모양 찾기

탐구 주제 : 육십분법과 라디안에서 삼각함수의 그래프

관련단원 : 삼각함수의 그래프

※ 확인 문제 ※

1. 우리가 그래프를 그릴 때 사용한 단위는 무엇이었나요?
2. 정의역이 육십분법으로 나타내어질 때, $\sin$ 함수를 그려보고, 정의역이 호도법으로 나타낸 $\sin$ 그래프와 비교하여 보아라. (컴퓨터 프로그램 이용)

<표Ⅲ-19> 교수·학습 자료I

(3) 자료I 활용 분석

삼각함수의 그래프 그리기 학습 후 제시 할 수 있는 문제이다. 호도법을 사용하는 이유 중의 하나는 각의 크기를 실수로 대응시켜 삼각함수의 그래프 모양의 아름다움을 확연히 확인할 수 있다는 것이다. 학생들은 앞에서 학습한 호도법이 유용하다는 것을 한 번 더 이해 할 수 있다. 삼각함수의 그래프를 그리는 동안 무의식적으로 사용한 정의역이 실수범위에서 라디안 단위를 사용하였다는 것을 발견하게 된다면 호도법의 유용함을 자연스레 이해할 수 있을 것이다. 그리고 창의성은 개념에 대한 이해를 깊고 유연하게 받아들였을 때, 발휘할 수 있는 능력이므로 호도법의 장점 중의 하나를 단순 기계적인 사용으로만 이끌 수는 없기에 위와 같은 문제를 제시하였다.

마. 삼각 방정식 · 부등식

단원 학습 자료J >> 삼각방정식과 삼각부등식 활용	
탐구 주제 : 조석관측에서의 삼각방정 · 부등식	관련단원 : 삼각방정 · 부등식
※ 조석관측 ※	

바닷가에 가보면 바닷물이 끊임없이 움직이고 있는 것을 볼 수 있다. 바닷물은 점차 올라가기도 하고 내려가기도 한다. 해수면의 움직임은 주로 달의 인력으로 인해 일어나는데 이를 조석이라 하고 그 높이를 측정하는 것을 조석 관측이라 한다.

바닷물이 밀려 들어와서 해수면이 가장 높아졌을 때를 만조(밀물)이라고 하고, 바닷물이 밀려나가 해수면이 가장 낮아 졌을 때를 간조(썰물)이라 한다. 이러한 해수면의 높이는 삼각함수로 나타낼 수 있다.

오른쪽과 같이 날씨 기사를 보면 기온뿐만 아니라 풍속, 파고, 해가 뜨고 지는 시간, 만조와 간조 시간 등도 함께 알 수 있다.

▶ 다음 자료를 바탕으로 이 날의 해수면의 높이를 삼각함수의 일반형

$y = a \cos b(x - \theta) + c$ 로 나타내어 보자.

- 만조 시간은 04시 34분과 17시 03분이고 간조시간은 10시 38분과 23시 07분이므로 주기는 12시간 29분이다.
- 바닷물의 깊이는 만조 때는 7.91m, 간조때는 0.62m이었다.
- x축을 기본 수준면으로 설정하면, 기본 수준면의 높이는 평균 해수면 아래 4.64m이다.

2. 위에서 구한 식을 이용하여 다음 물음에 답하여라.

1) 새벽 1시의 해수면의 높이를 구하여라.

2) 다음 날 아침 6시의 해수면의 높이를 위의 식을 이용하여 예측하여 보아라.

<표Ⅲ-20> 교수·학습 자료J

(1) 자료J 활용 분석

[15]에서 제시된 자료를 활용하였다. 교과서에서도 주로 제시한 문제로서 실생활 활용 문제이다. 삼각방정식·부등식을 해결할 수 있는 방법을 자유롭게 선택하여 실생활 문제를 스스로 수학적 지식을 활용 하거나 생성하면서 해결 할 수 있다. 수학의 고정되고 정형화된 정신 태세를 벗어나 실생활에 활용할 수 있다.

IV. 결론

1. 결론

수학적 창의력은 수학의 문제 해결력과 수학적 창의성이 상호작용하여 나타나며 가장 고차적인 수학적 사고 능력이다. 따라서 수학적 창의력은 단편적인 지식을 습득하기 보다 수학적 지식의 개념, 원리, 법칙을 깊게 이해하며 관계를 유기적으로 결합할 수 있을 때, 수학적 지식이 살아나게 되며, 그 지식을 기반으로 수학적 창의성이 발현될 수 있다.

학교 수학에서 강조되고 있는 수학적 의사소통 능력, 수학적 추론 능력, 수학적 문제해결 능력은 수학적 창의력을 위하여 수학의 실제적 활용과 현실 상황에서의 문제 해결 과정으로 이해되어 온 것이다. 무엇보다 실생활에서 삼각함수 단원이 유용하게 활용되고 있지만 학생들이 많이 부담감을 가지고 어려워함에 있어서 그 내용의 가치와 깊이를 이해하고 있지 못하다. 또한, 교육과정에서는 단편적인 지식을 습득하여 이를 활용 하도록 하고 있어서 학생들에게 어렵게 느껴지는 내용 중의 하나로 자리 잡고 있다. 이런 영향으로 삼각함수에서 수학적 창의력을 기대해 보기는 어렵다. 따라서 단계적으로 내용을 이해할 수 있도록 하여 발전된 사고능력을 요구하여야 할 것이다.

본 연구는 2007년 개정 교육과정에 따른 교과서를 삼각함수 단원에 대하여 분석하고, 2009년 개정교육과정에서 강조하는 방향으로 개선방안을 생각해 보았다. 즉, 수학적 창의력 신장을 위하여 현재 2007년 개정 교육과정에 따른 고등학교 수학 교과서에서 삼각 함수 단원을 수학적 창의력²⁾을

위한 자료를 어떻게 제시하고 있는지 보완할 점은 무엇이 있는지에 대하여 분석해 보고, 교수·학습 자료 개발 방향을 구성하였다.

그 결과 교과서에는 의사소통 능력, 추론능력, 문제해결능력을 강조하고 있으나, 삼각함수와 관련된 개념에 대한 깊은 이해와 학생 스스로 개념을 확장할 기회를 주고 있는 자료는 부족하였다. 따라서 단계적으로 구성된 학습과제가 필요하며 교과서 내용 또한 재구성하여 기본적인 개념에서 심층적인 교수·학습 활동으로 발전 할 필요가 있다. 또한, 수학적 창의력 향상을 위한 교수·학습 자료에서는 학생들의 사고 범위를 확장하여 다양한 아이디어로 문제를 해결하거나 수학적 지식을 생성할 수 있도록 학생들의 사고력을 돕는 다양한 수학적 경험을 제공하여야 한다.

수학적 창의성은 특정한 소수의 전유물이 아니며 수학을 하는 동안 떠오르는 아이디어, 수학을 하기 위해 필요한 사고력 등이 요구되는 곳에서는 필수적인 요소이다. 따라서 수학적 창의성은 모든 학생들에게서 발현 될 수 있는 능력이며, 교사와 학생의 노력에 따라 계발이 가능한 것이다. 그러므로 교사와 학생은 수학적 창의력 신장을 위하여 교수·학습 방법을 개선 하도록 많은 노력을 하여야 한다.

2) 앞으로 미래의 교육을 위해 2009년 개정 교육과정에서 제시한 교수·학습 유의점과 이론적 배경에서 살펴본 수학적 창의력을 신장시키기 위한 교수·학습 자료의 개발에서 요구되는 준거, 학교수학에서의 수학적 창의성을 바탕으로 한 수학적 창의력을 말한다.

2. 연구의 제한점 및 제언

본 연구는 고등학교 삼각함수 단원만을 대상으로 하였다. 따라서 다른 단원에 대한 수학적 창의력 신장을 위한 교수·학습 자료 개발에 대하여 연구 해 볼 필요가 있다.

특히, 삼각함수 단원에서 기본적인 도입 개념에 해당하는 일반각, 호도법, 삼각함수, 삼각함수의 그래프, 삼각방정식·부등식을 대상으로 하여 삼각함수의 다른 내용에 대한 연구를 하지 못했기 때문에 삼각함수 단원의 다른 모든 내용을 대상으로 연구할 필요가 있다.

본 연구는 삼각함수 단원에서 수학적 창의력을 위한 교수·학습 개발 자료를 위해 2009년 개정 교육과정에서 제시한 수학적 창의력을 위한 교수·학습의 유의점에 주 초점을 두고 연구하였기 때문에 조금 더 고차원적인 수학에서의 창의성 교수·학습 자료 개발에 대한 연구가 필요하다.

본 연구는 삼각함수 단원의 수학적 창의력을 위한 교수·학습 자료를 구성하는 것으로 결론을 맺고 있기 때문에 그 효과를 예상하는 데에 한계가 있으므로 학생들의 창의력 향상에 얼마나 도움을 줄 수 있는지 실험 연구가 필요하다.

참고문헌

- [1] 계승혁 외 3인 (2009), 고등학교 수학, 성지출판(주)
- [2] 교육과학기술부 (2009), 2009년 개정 교육과정 해설 총론
- [3] 교육과학기술부 (2011), 수학과 교육과정
- [4] 교육인적자원부 (2004), 수학3-가, 대한교과서 주식회사
- [5] 교육인적자원부 (2007), 수학4-가, 천재교육
- [6] 교육인적자원부 (2007), 수학과 교육과정
- [7] 권구태 (2010), 수학적 고찰을 통한 삼각함수의 교수-지도법, 인하대학교 석사학위논문
- [8] 김서령 외 6인 (2009), 고등학교 수학, 천재교육
- [9] 김성준 외 11인 (2010), 교과교육에서 창의성의 이론과 실제, 학지사
- [10] 김수환 외 9인 (2009), 고등학교 수학, (주)교학사
- [11] 김은실 (2007), 삼각함수 단원에 대한 인식 조사 및 학습 자료의 개발, 한국교원대학교 석사학위논문.
- [12] 김진호 (2005), 수학자가 수학을 탐구하듯이 학습자도 수학을 탐구할 수 있는 방안 모색, 한국수학교육학회.
- [13] 김해경 외 5인 (2009), 고등학교 수학, 더텍스트
- [14] 김향숙, 김영미 (2004), Mathematica 모델링, 인제대학교 인제논총
- [15] 남호영, 박제남 (2002), 교실 밖 세상을 풀어버린 수학, 수학사랑
- [16] 서혜애, 조석희, 박성익 (2001), 창의성 계발교육의 실태와 전략 수립. 한국교육개발원.
- [17] 신광균 외 4인 (2009), 고등학교 수학, (주)지학사

- [18] 신명선 (2007), 생활 속 수학을 바탕으로 수학적 창의력 증진을 위한 교수-학습 개발에 관한 연구, 한양대학교 석사논문
- [19] 신현용, 이종욱, 한인기 (1999), 창의성 신장을 위한 초등학교 수학 학습 자료 개발, 수학교육학술지. 한국수학교육학회
- [20] 심현주 (2007), 교수학적 상황론에 따른 삼각함수의 지도. 서강대학교 석사학위논문
- [21] 양승갑 외 8인 (2009), 고등학교 수학, (주)금성출판사
- [22] 우정호 외 9인 (2009), 고등학교 수학, 두산동아
- [23] 윤재한 외 7인 (2009), 고등학교 수학, 더텍스트
- [24] 이강섭 외 3인 (2009), 고등학교 수학, 도서출판 지학사
- [25] 이만근 외 3인 (2009), 고등학교 수학, (주)고려출판
- [26] 이재학 외 6인 (2009), 고등학교 수학, (주)금성출판사
- [27] 최봉대 외 5인 (2009), 고등학교 수학, (주)중앙교육진흥연구소
- [28] 최용준 외 4인 (2009), 고등학교 수학, 천재문화
- [29] 쿠조 쓰네조 (2007), 수학수업Know-How2, 경문사
- [30] 허 민 외 6인 (2009), 고등학교 수학, (주)중앙교육진흥연구소
- [31] 황선욱 외 2인 (2009), 고등학교 수학, 좋은책 신사고
- [32] 황우형, 최계현, 김경미, 이명희 (2006), 수학교육과 수학적 창의성 수학교육 논문집 20(4), 한국수학교육학회
- [33] 황혜정 (1997), 창의력 신장을 돕는 수학과 학습 평가 방법 연구, 한국교육개발원

표 부록

<표 III-3> 2009년 개정 교육과정에서의 교수·학습상의 유의점

<2009년 개정 교육과정에서 교수·학습 유의점>

가. 교육과정의 성취 기준은 학생의 특성, 내용의 연계성, 지역성 및 현실성을 고려하여 지도한다.

나. 학년군별 내용의 배열 순서가 반드시 교수·학습의 순서를 의미하는 것은 아니므로 교수·학습 계획을 수립하거나 학습 자료를 개발할 때에는 내용의 특성과 난이도, 학교 여건, 학생의 수준 등을 고려하여 내용, 순서 등을 재구성 할 수 있다.

다. 교육과정에 제시된 내용을 지도한 후 학습 결손이 있는 학생에게는 보충 학습, 우수한 학생에게는 심화 학습의 기회를 추가로 제공할 수 있다.

라. 수학과 수업에서는 교육 내용과 학생의 특성을 고려하여 발견 학습, 탐구 학습, 협동 학습, 개별 학습, 설명식 교수 등 다양한 교수·학습 방법을 활용할 수 있다.

마. 수학의 개념, 원리, 법칙, 기능의 교수·학습에서는 다음 사항에 유의한다.

- (1) 생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상을 학습 소재로 하여 수학의 개념, 원리, 법칙을 도입한다.
- (2) 구체적 조작 활동과 탐구 활동을 통하여 학생 스스로 개념, 원리, 법칙을 발견하고 이를 정당화 하게 한다.
- (3) 문제를 해결 할 때 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙, 기능을 이용할 수 있게 한다.

바. 의미 있는 발문을 하기 위하여 교수·학습에서 다음 사항에 유의 한다.

- (1) 발문을 할 때는 학생의 인지 발달과 경험을 고려하며, 발문에 대한 학생들의 반응을 의미 있게 처리한다.
- (2) 학생의 사고를 촉진시키기 위해 가능하면 열린 형태의 발문을 통해 하나의 문제를 여러 가지 방법으로 해결하게 하고 다양한 방법을 비교하여 설명해 보게 한다.

사. 수학적 창의력을 신장시키기 위하여 교수·학습에서 다음 사항에 유의한다.

- (1) 수학적 창의력의 신장이 이루어지도록 수학적 문제 해결력, 추론 능력, 의사소통 능력을 강조한다.
- (2) 다양한 아이디어를 산출할 수 있는 수학적 과제를 통해 학생들의 확산적 사고를 촉진시킨다.
- (3) 하나의 수학 문제를 여러 가지 방법으로 해결한 후 그 해결 방법을 비교해 보고, 더 높은 차원으로 확장해서 사고할 수 있게 한다.
- (4) 수학 개념이나 용어의 정의를 직접적으로 제시하기 보다 학생 스스로 개념과 용어의 필요성을 인식하고 정의해 보게 한다.

아. 수학적 문제 해결력을 신장시키기 위하여 교수·학습에서 다음 사항에 유의한다.

- (1) 문제 해결은 전 영역에서 지속적으로 지도한다.
- (2) 학생 스스로 문제 상황을 탐색하고 수학적 지식과 사고 방법을 토대로 해결방법을 적절히 활용하여 문제를 해결하게 한다.
- (3) 문제 해결의 결과뿐만 아니라 문제 해결 방법과 과정, 문제를 만들어 보는 활동도 중시한다.
- (4) 생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상에서 파악된 문제를 해결하면서 수학적 개념, 원리, 법칙을 탐구하고, 이를 일반화 하게 한다.

자. 수학적 추론 능력을 신장시키기 위하여 교수·학습에서 다음 사항에 유의한다.

- (1) 귀납, 유추 등을 통해 학생 스스로 수학적 사실을 추측하고, 이를 정당화할 수 있게 한다.
- (2) 수학적 사실이나 명제를 분석하고, 수학적 관계를 조직하고 종합하며, 학생 자신의 사고 과정을 반성하게 한다.
- (3) 수학적 추론을 통해 합리적으로 사고하는 능력을 키우고, 일상생활에서 자신의 의견을 정당화할 때 적절한 근거에 기초하여 논지를 전개할 수 있게 한다.

차. 수학적 의사소통 능력을 신장시키기 위하여 교수·학습에서 다음 사항에 유의한다.

- (1) 수학 용어, 기호, 표, 그래프 등의 수학적 표현을 이해하고 정확히 사용하게 한다.
- (2) 수학적 아이디어를 말과 글로 설명하거나 시각적으로 표현하여 다른 사람과 효율적으로 의사소통할 수 있게 한다.
- (3) 수학적 아이디어를 표현하고 토론하며 다른 사람의 수학적 아이디어와 사고를 이해하는 과정을 통해 의사소통의 중요성을 인식하게 한다.

카. 학생들의 인성을 함양시키기 위하여 교수·학습에서 다음 사항에 유의한다.

- (1) 다른 학습자의 풀이 방법과 의견을 존중하며, 이를 통해 타인을 배려하는 성품을 기르게 한다.
- (2) 자신의 수학적 아이디어를 설득력 있게 논리적으로 표현하여 그 타당성을 입증하고 이에 기초하여 합리적으로 결론을 내리는 과정을 통해 민주 시민의 소양을 기르게 한다.
- (3) 수학 문제를 해결함에 있어 결과에 이르는 과정이 중요함을 인식하게 한다.

타. 수학에 대한 긍정적 태도를 신장시키기 위하여 교수·학습에서 다음 사항에 유의한다.

- (1) 생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상과 관련 지어 수학을 배움으로써, 수학에 대한 가치를 인식하고 수학의 필요성을 알게 한다.
- (2) 수학에 대한 흥미, 관심, 자신감을 갖도록 학습 동기와 의욕을 유발한다.

파. 수학 교수·학습 과정에서 교육기자재 및 수학 교과 교실의 활용은 다음 사항에 유의한다.

- (1) 교수·학습의 전 과정을 통하여 적절하고 다양한 교육 기자재를 활용하여 수학 학습의 효과를 높이도록 한다.
- (2) 계산 능력 배양을 목표로 하지 않는 경우의 복잡한 계산 수행, 수학의 개념 원리, 법칙의 이해, 문제 해결력 향상 등을 위하여 계산기, 컴퓨터, 교육용 소프트웨어 등의 공학적 도구와 다양한 교구를 활용한다.
- (3) 구체적인 조작과 탐구 활동을 통해 수학의 개념과 원리를 이해하고 수학 주제에 대해 모둠으로 토론함으로써 수학 학습의 효율을 높일 수 있도록 수학 교과 교실을 구축하여 활용한다.

하. 수학 학습 시 학생 스스로 학습 목표를 설정하고 학습을 수행하며 학습 결과를 스스로 평가하는 자기 주도적 학습 능력을 신장시킨다.

가. 학교에서 수준별 수업을 운영할 때에는 다음 사항에 유의한다.

- (1) 수준별 수업을 위해 집단을 편성할 때에는 학생 개인의 학습 능력과 수준, 적성과 희망 등을 감안하고, 교사 수급과 유휴 교실 등 학교 상황을 고려한다.
- (2) 수준별 수업은 내용 요소를 차별화하기보다는 내용의 깊이나 접근 방법에 차이를 두어 진행한다.

<표 III-4> 2007년 개정 교육과정에서의 교수·학습 상의 유의점

<2007년 개정 교육과정에서 교수·학습 유의점>

가. 교육과정에 제시된 내용의 배열 순서가 반드시 교수·학습의 순서를 의미하는 것은 아니므로, 교수·학습 계획을 수립하거나 학습 자료를 개발할

때에는 내용의 특성과 난이도, 학교 여건, 다른 선택 과목의 학습 상황 등을 고려하여 내용, 순서 등을 재구성할 수 있다.

나. 수업에서는 교육 내용과 학생의 특성을 고려하여 발견 학습, 탐구 학습, 협동 학습, 개별 학습, 설명식 교수 등 다양한 교수· 학습 방법을 활용할 수 있다.

다. 수업에서는 각 단원 내용의 특성과 난이도를 고려하여 학생의 수준에 알맞게 재구성하여 지도 할 수 있으나, 그 내용이 통합적으로 이해되도록 한다.

라. 수업에서 의미 있는 발문을 하기 위하여 다음 사항에 유의한다.

- (1) 발문은 학생의 인지 발달과 경험을 고려하여 선택하고, 그에 대한 반응을 의미 있게 처리한다.
- (2) 경우에 따라 열린 형태의 발문을 하여 창의적인 답이 나올 수 있게 한다.

마. 수학적 개념, 원리, 법칙의 교수· 학습에서는 다음 사항에 유의한다.

- (1) 생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상을 학습 소재로 하여 수학적 개념, 원리, 법칙을 도입한다.
- (2) 구체적인 조작 활동과 탐구 활동을 통하여 학생 스스로 개념, 원리, 법칙을 발견하게 한다.

바. 수학적 사고와 추론 능력을 발전시키기 위하여 교수· 학습에서 다음 사항에 유의한다.

- (1) 귀납, 유추 등을 통해 학생 스스로 수학적 사실을 추측하게 하고, 이를 정당화하거나 증명 해 보게 할 수 있다.
- (2) 수학적 사실이나 명제를 분석하고, 수학적 관계를 조직하고 종합하며, 학생 자신의 사고 과정을 반성하게 한다.

사. 수학적 의사소통 능력을 신장시키기 위하여 교수· 학습에서 다음 사항에 유의한다.

- (1) 수학 용어, 기호, 표, 그래프, 등의 수학적 표현을 이해하고 정확히 사용하게 한다.
- (2) 수학적 아이디어를 말과 글로 설명하고 시각적으로 표현하여 다른 사람과 효율적으로 의사소통할 수 있게 한다.
- (3) 수학을 표현하고 토론하면서 자신의 사고를 명확히 하고 반성함으로써 의사소통이 수학을 학습하고 활용하는 데 중요함을 인식하게 한다.

아. 문제 해결력을 신장시키기 위하여 교수·학습에서 다음 사항에 유의한다.

- (1) 문제 해결은 전 영역에서 지속적으로 지도한다.
- (2) 학생 스스로 문제 상황을 탐색하고 수학적 지식과 사고 방법을 토대로 문제 해결 방법을 적절히 활용하여 문제를 해결하게 한다.
- (3) 다양한 방법으로 문제를 창의적으로 해결할 수 있게 한다.
- (4) 문제해결의 결과뿐만 아니라 문제 해결 방법과 과정, 문제를 만들어 보는 활동도 중시한다.
- (5) 생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상에서 파악된 문제를 해결하면서 수학적 개념, 원리, 법칙을 탐구하고, 이를 일반화하게 한다.

자. 수학에 대한 긍정적 태도를 신장시키기 위하여 교수·학습에서 다음 사항에 유의한다.

- (1) 여러 가지 현상에서 접할 수 있는 수학을 다룸으로써, 수학에 대한 가치를 인식하고 수학의 필요성을 느낄 수 있다.
- (2) 수학에 대한 흥미, 관심, 자신감을 갖도록 학습 동기와 의욕을 유발한다.

차. 수학 교수·학습 과정에서 교육 기자재의 활용은 다음 사항에 유의한다.

- (1) 교수·학습의 전 과정을 통하여 적절하고 다양한 교육 기자재를 활용하여 수학 학습의 효과를 높인다.
- (2) 계산 능력 배양을 목표로 하지 않는 경우의 복잡한 계산 수행, 수학적 개념·원리·법칙의 이해, 문제 해결력 향상 등을 위하여 계산기, 컴퓨터, 교육용 소프트웨어 등의 공학적 도구와 다양한 교구를 확보하여 활용할 수 있다.

카. 각 학교에서는 학생 개인의 학습 능력과 수준, 적성, 희망 등을 고려하여 수준별 수업을 운영할 수 있다.

