



저작자표시-비영리-동일조건변경허락 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.
- 이차적 저작물을 작성할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



동일조건변경허락. 귀하가 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공했을 경우에는, 이 저작물과 동일한 이용허락조건하에서만 배포할 수 있습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

교 육 학 석 사 학 위 논 문

2009 개정 교육과정에 따른
수학적 창의력 향상을 위한
교사의 발문 및 수업지도안 연구



2013년 8월

부경대학교 교육대학원

수 학 교 육 전 공

김 민 정

교 육 학 석 사 학 위 논 문

2009 개정 교육과정에 따른
수학적 창의력 향상을 위한
교사의 발문 및 수업지도안 연구

지도교수 심 효 섭

이 논문을 교육학석사 학위논문으로 제출함.



2013년 8월

부경대학교 교육대학원

수 학 교 육 전 공

김 민 정

김민정의 교육학석사 학위논문을 인준함.

2013년 8월 23일



주 심 이학박사 송 현 중 (인)

위 원 이학박사 정 진 문 (인)

위 원 이학박사 심 효 섭 (인)

목 차

표 목차

ABSTRACT

I. 서론

1. 연구의 필요성 및 목적	1
2. 연구내용	3
3. 연구의 제한점	4
4. 연구의 기대효과	5

II. 이론적 배경

1. 창의성과 창의력	6
2. 수학적 창의력의 정의	9
3. 수학적 창의력의 요소	10
4. 2009 개정 교육과정의 중학교 수학교육목표와 수학적 창의력	13
5. 수학적 창의력 향상 교육의 목표	17
6. 교사의 발문의 중요성	21

III. 수학적 창의력 향상을 위한 연구

1. 수학적 창의력 향상을 위한 수업요소	24
2. 수학적 창의력 향상을 위한 교사의 발문	32
3. 영역별 수업지도안 연구	78

IV. 결론 및 제언

1. 연구요약 및 결론 89
2. 연구의 제한점 및 제언 91

참고문헌



표 목 차

<표 II-1> 2009 개정 교육 과정의 중학교 수학 교육목표	13
<표 II-2> 2009 개정 교육 과정의 중학교 수학 교수·학습 방법	14
<표 IV-1> 수업진행에 따른 발문	34
<표 IV-2> 전시학습 상기 발문	34
<표 IV-3> 수업 목표 제시 및 동기부여 발문	37
<표 IV-4> 교과서 내용 설명 발문	39
<표 IV-5> 계산 문제 해결을 위한 발문	42
<표 IV-6> 응용 문제 해결을 위한 발문	44
<표 IV-7> 증명 문제 해결을 위한 발문	46
<표 IV-8> 추론 문제 해결을 위한 발문	49
<표 IV-9> 과정 문제 해결을 위한 발문	51
<표 IV-10> 개방 문제 해결을 위한 발문	53
<표 IV-11> 실생활 문제 해결을 위한 발문	56
<표 IV-12> 퍼즐 문제 해결을 위한 발문	58
<표 IV-13> 내용정리 및 확인을 위한 발문	61
<표 IV-14> 차시 예고를 위한 발문	64
<표 IV-15> 수학적 사고 기능의 계발을 위한 발문	66
<표 IV-16> 독창적 문제 해결력 신장을 위한 발문	68
<표 IV-17> 메타 인지적 기능 신장을 위한 발문	71
<표 IV-18> 정의적 조정기능 신장을 위한 발문	75
<표 V-1> 중학교 1학년 ‘문자와 식’ 영역 지도를 위한 발문	78
<표 V-2> 중학교 1학년 ‘화물과 통계’ 영역 지도를 위한 발문	83

A Study on Teacher's Questions and Teaching Guide for Development of
Mathematical Creativity Based on 2009 Revised Curriculum

Min Jeong Kim

Graduate School of Education
Pukyong National University

Abstract

In our modern society, the whole world is becoming one because scientific development is rapidly changing everything. Not only quantitative, but also qualitative changes are happening one right after another. One of the abilities used to survive in this fast-changing time is "creativity".

In these times, the importance of creative development in schools to improve students' creative abilities reached a peak.

In the 2009 revised curriculum, an item about "mathematical creativity" was added and the importance of mathematical creativity is once again at the forefront.

This study recognizes the importance of "mathematical creativity" and the search for effective data regarding creative improvement in the view of teachers.

The questions of teachers regarding improvement of mathematical creativity are presented with examples, and a teaching guide of the main teachers' questions, which can be used in a real classroom environment, is presented as well.

The researchers looked into the classroom's lesson plans, having questions posed by the teachers and answered by the students, which are

based on the 7th grade textbook with the 2009 revised curriculum. The researchers adopted a teaching method in which the learner is able to reach conclusions by themselves to nurture their own creativity.

Following this plan for improving mathematical creativity exhibited in this study, we can explore the following potential benefits:

First, by applying the theories to a real class using questions from teachers to prompt students and improve mathematical creativity, the students' learning style can be improved.

Second, teaching and learning materials developed for improving mathematical creativity based on the 2009 revised curriculum provide direction, and we will be able to take advantage of the resources of this study.

Third, the researchers can use the conclusions of this study for further research in the future.

In the teaching and learning materials for improving mathematical creativity, we should provide a variety of mathematical experiences which help students' problem solving skills using their various ideas and to generate mathematical knowledge by expanding the scope of students' thinking.

I 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

첨단기술의 발달과 빠르게 변하는 현대사회 속에서 교육에 대한 필요성은 점점 더 절실하게 요구되기 시작하였다. 과학기술의 발달과 전 세계가 하나가 되어가고 있는 요즘, 급변하는 시대에 누가 빨리 적응하는가, 그리고 그 인재를 어떻게 육성해야 할 것인가? 이러한 인재를 어떤 능력을 갖추었고, 또 어떻게 교육되어야 할 것인가? 현대사회에서 고민 중 큰 비중을 차지하고 있는 질문들이다. 미래사회에는 지식만으로는 더 이상 적응하기가 어렵다. 우리가 살고 있는 오늘은 모든 것이 매우 빠르게 변하는 시대이다. 양적으로만이 아니라, 질적으로도 엄청난 변화들이 꼬리를 물고 급속히 진행되고 있다. 이런 급변의 시대·사회에서 살아남기 위한 능력 중 하나로 관심 받고 있는 것이 ‘창의성’이다. 인간이 가진 능력 가운데 아직 제대로 개발되지 않고 있는 ‘창의성’을 발견하여 육성해야 하겠다는 의식과 각오가 새로워지고, 그 대책이 활발히 강구되고 있는 것이 바로 오늘의 학교 교육의 현실이다.

2000년도부터 제 7차 교육과정의 목표를 “21세기의 세계화·정보화 시대를 주도 할 자율적이고 창의적인 한국인 육성”으로 설정하고, 교육과정을 개정하였으며, 교육인적자원부에서는 2003학년도부터 우리나라에서 국가경쟁력을 위해 영재교육을 실시한다고 발표하였다. 선진국으로 가는 험난한 길의 맨 선두에서 헤쳐 나갈 우수한 인재인 ‘영재’가 많이 배출되기를 바라

고 있다. 이러한 영재가 되는 핵심 능력은 창조력(성)이다. 현 2013년부터 중학교 1학년을 시작으로 단계적으로 2009 개정 교육과정이 시행되고 있으며, 본 교육과정의 수학과 교수·학습 방법으로 ‘수학적 창의력’에 관한 항목이 새롭게 추가되었으며, 수학적 창의력의 중요성이 또 한번 확실히 되었다.

이러한 교육적 동향과 시대정신에 따라 학생의 창의성 향상을 위하여 가정에서의 학부모와 교실에서의 교사의 협력이 필요하며 그와 더불어 학생들이 하루 중 가장 오래 생활하는 학교에서의 이루어지는 창의력 계발의 중요성은 최고조에 이르렀다. 학생들의 창의성이 학교 교육과정을 통해서 이루어지는 것이 가장 바람직하다고 볼 때 교육과정운영이나 교과 수업시간에 교사들이 손쉽게 적용할 수 있는 구체적 기법이나 원리에 대한 탐색이 무엇보다 필요하다고 생각한다.

본 연구는 ‘수학적 창의력’의 중요성을 인지하고, 수학적 창의력의 요인을 기반으로 교사의 입장에서 창의력 향상에 효과적인 학습 자료를 모색하였다. 교사의 역할을 바탕으로 수학적 창의력 향상을 위한 교사의 발문법과 그에 따른 예시를 제시하고, 실제 수업에 활용 할 수 있는 교사의 발문 중심의 수업지도안을 제안하였다.

2. 연구내용

창의성을 연구하고, 이를 수학에 접목한 것이 ‘수학적 창의력’이다. 연구자들이 ‘수학적 창의력’을 연구하는 궁극적인 목적은 창의성의 계발이다.

연구 내용 구체적으로 서술하면 다음과 같다.

첫째, 수학적 창의력 향상을 위한 수업요소에는 어떠한 것이 있는가?

둘째, 수학적 창의력 향상을 위한 교사의 발문법과 수업에서의 적용은 어떠한가?

셋째, 2009 개정 교육과정 중학교 1학년 수학의 각 영역별 교사발문중심의 수업지도안은 어떠한가?

3. 연구의 제한점

본 연구에서는 2009 개정 교육과정에 입각한 수학적 창의력 향상을 위한 교사의 발문법과 이에 입각한 교수-학습개발과 지도방안을 연구하였으나 세 가지의 제한점이 있다.

첫째, 본 연구는 2009 개정 교육과정의 중학교 1학년의 몇몇 단원에 제한되어 있으므로, 다른 학년이나 다른 단원에 대한 수학적 창의력 향상을 위한 학습 자료와 지도방안을 연구 해 볼 필요가 있다.

둘째, 본 연구는 2009 개정 교육과정의 중학교 1학년 수학에 대한 수학적 창의력을 위한 학습 자료 및 지도방안을 연구하는 것으로 결론을 맺어 직접 수업을 통해 그 효과에 대해서 검증해 보지 못하였으므로 본 연구자가 개발한 교수-학습 자료와 지도방안이 학생들의 수학적 창의력 향상에 얼마나 도움을 줄 수 있는지 실험 연구가 필요하다.

4. 연구의 기대효과

본 연구를 통해 제시된 수학적 창의력 향상을 위한 지도방안을 통해 아래와 같은 기대효과를 가져볼 수 있다.

첫째, 수학적 창의력을 향상시키기 위한 교사의 발문을 이용하여, 실제 수업에 적용함으로써, 학습자들의 향상된 학습효과를 가져올 수 있다.

둘째, 2009 개정 교육과정에 입각한 ‘수학적 창의력’ 향상을 위한 교수-학습 자료를 개발할 때, 방향을 제시할 수 있고, 본 연구 자료를 활용할 수 있을 것이다.



Ⅱ 이론적 배경

1. 창의성과 창의력

대부분의 사람들은 창의성과 창의력을 비슷하거나, 동의어 정도로 생각한다. 여러 문헌고찰을 통해 일상적인 범주에서의 창의성과 창의력은 같은 개념으로 사용하여도 무방하지만, 교육학측면에서 본다면 다르게 구분할 필요가 있다.

가. 창의성

창의성에 대해 연구해 보았다면 창의성이 명확하게 정의되어 있지 않음을 알 수 있을 것이다. 창의성은 오래 전부터 연구되어왔으며, 많은 연구결과가 있음에도 불구하고, ‘일반적으로 명백하고 분명하며 널리 받아들일 수 있는 창의성의 정의는 없다’는 점은 많은 사람들이 알고 있다. (Keating, 1980) 창의성의 정의는 새로운 연구가 진행될 때 마다 생겨나며, 기존에 존재했던 일반적으로 제시되고 있는 창의성의 의미는 다음과 같다.

- 독창적으로 사고하고 독창적으로 행동하는 과정이다. (Torrance, 1972)
- 인간 모두가 갖고 있는 보편적 능력이며 특성으로 일상생활에서 당면하는 제반 사태나 문제거리를 개인 나름의 새롭고 특유한 방법으로 해결해 나가는 것이다. (Osborn, 1993)

- 지능이 아니며 이미 알고 있거나 인지된 요소들의 새로운 결합으로, 이 결합이 특정한 목적에 적합하고 동시에 유용성이 있는 것이다. (Mednick, higgins & kirshenbaum, 1975)
- 창의성은 기존의 것과 같지 않은 독창적인 것을 만들어 내는 힘, 둘 이상의 기존 정보를 결합하여 독창적인 정보를 만들어 내는 힘이다. (박영태, 2000)

창의성(creative personality)을 단어의 조합으로 보다면 창의적인 성향을 일컫는 것에 가깝다. ‘personality’에서 보이듯 개인적인 성향이나, 성격을 지칭하는 것이다. 즉, 여러 학자들이 제시하고 있는 창의성의 정의를 종합해보면, 창의성은 어느 한 측면만 보는 것이 아니라 여러 가지 측면을 함께 고려해서 아래와 같이 새로운 정의를 내릴 수 있다.¹⁾

창의성이란 ‘이미 습득했던 기존의 지식들을 개인이 독창적으로 사고하여, 새롭고 독창적인 지식을 만들어 내려는 행동 과정’을 일컫는다.

나. 창의력

창의력(creative ability)은 창의적인 능력만을 지칭하는 것처럼 보인다. 그러나 creativity에는 성격적인 측면과 더불어 능력적인 측면까지 포함하는 것이다.²⁾ ‘이미 습득했던 기존의 지식들을 개인의 독창적으로 사고하여, 새롭고 독창적인 지식을 만들어 내려는 행동 과정’인 창의성에 독창적인 결과물인 산출물을 생성해 낼 수 있는 과정까지 포함한 것이라고 설명할

1) 이동원 (창의성 교육의 실천적 접근 20:2010)

2) 이동원 (창의성 교육의 실천적 접근 21:2010)

수 있다. 또한 창의력은 개인의 인지능력으로 보아야 하며, 창의성을 기반으로 하여 창의력이 발휘 될 수 있는 것이다.

즉, 창의력이란 ‘이미 습득했던 기존의 지식들을 개인이 독창적으로 사고하고, 새롭고 독창적인 지식을 만들어 내려는 행동 과정의 결과로 가치 있는 산출물을 생성해 낼 수 있는 능력’ 인 것이다.



2. 수학적 창의력의 정의

수학적 창의력이란, 기존의 창의력을 수학이라는 학문에 적용한 것으로 생각할 수 있다.

산출물 측면에서 수학적 창의성 개념은 수학적 문제를 위한 독창적이거나 비범하고 적용 가능한 해법을 찾아내는 능력으로 (Spraker,1960), Jensen(1973)은 수학적 상황이 제시되었을 때, 적용 가능한 다양한 문제를 제기하는 능력으로 보았다.

수학적 창의력을 전문 수학자 입장에서 바라보는 관점도 있다. Huckstep (2002)은 수학을 만드는 수학자처럼 수학적 개념을 학습해야 한다고 강조하였다. 이같이 수학적 창의력을 전문 수학자의 지식 생성과 동등한 것으로 본 것이다.

수학적 창의력은 고정되고 정형화된 정신 태세를 벗어날 수 있는 유연한 사고 능력이 기본이 되고, 수학적 문제 해결력과 수학적 창의성이 상호 작용하여 나타나는 가장 고차적인 수학적 사고 능력이다.

즉, ‘수학적 창의력’이란 창의적인 문제 해결 과정을 통해 수학 문제를 해결하는 능력으로서 이미 알고 있는 지식, 개념, 원리, 문제 해결 방법을 새롭게 관련지어 수학 문제를 해결하거나, 자신이 새롭게 지식, 개념, 원리, 문제해결 방법을 창안하여 수학 문제를 해결하는 능력이다.

수학적 창의력은 고정되고 정형화된 정신 태세를 벗어날 수 있는 유연한 사고 능력이 기본이 된다. 수학적 창의력은 수학적 문제 해결력과 수학적 창의성이 상호 작용하여 나타나며, 가장 고차적인 수학적 사고 능력이다.³⁾

3) 이수영 (수학적 창의력 신장을 위한 교수·학습 자료 개발을 위한 연구 13:2012)

3. 수학적 창의력의 요소

창의적인 사람은 서로 특유하지만 연관된 여섯 가지의 요소들을 지니고 있다고 가정하는데 그것은 지능, 지식, 사고양식, 성격, 동기, 그리고 환경 요소이다.⁴⁾

이 여섯 가지 요소들을 수학에 접목시켜 볼 수가 있다.

가. 수학적 지능(지적능력)

지능 즉 지적능력은 창의성에 핵심인 세 가지 역할을 하는데, 이것은 종합력, 분석력, 실천력이다. (김영채, 1999) 수학에서의 종합력은 기존의 수학적 정보나 이론들을 습득하여 새로운 관점에서 보고하고 표현할 수 있는 능력이며, 분석력은 비판적 사고의 기능으로 수학적 아이디어를 탐색하는 능력이다. 그리고 실천력은 수학적 아이디어를 표현하고, 문제를 적용하여 해결함으로서 가치있는 산출물을 표현하는 힘이다.

나. 수학적 지식

창의성은 적당한 양의 지식을 기반으로 발전하고 생성된다. 많은 양의 지식이 아니더라도, 창의적인 학습자는 기존의 지식을 바탕으로 새로운 산출물을 생산해 낼 수 있을 것이다. 다만, 고도의 수학적 창의력을 필요로 한다면, 높은 수준과 많은 양의 수학적 지식들이 필요할 것이다.

4) 이동원 (창의성 교육의 실천적 접근 26:2010)

다. 사고양식

사고양식(thinking style)은 우리가 생각하거나 사고하는 스타일 혹은 방식을 의미한다. 어떤 사람은 전체적으로 사고하는 스타일을 좋아하는가 하면, 다른 사람은 부분적인 요소로 나누어 사고하기를 선호할 수 있다. 또한, 즉흥적으로 사고하는 방식이 있는가 하면, 신중하고 분석적적으로 사고하는 방식도 있을 수 있는데 창의성에서는 이러한 개인의 사고스타일이 하나의 요소로 작용한다고 본다.

라. 성격

창의적인 활동을 위해서는 적절한 성격요소가 갖추어져야 한다고 본다. 주어진 과제가 모호하거나 불확실하여 난관에 부딪칠 때 그것을 극복할 수 있는 인내심, 현재보다 더 향상되고 더 성장하고 발전하려는 의지력, 그리고 자기 확신과 자기 신념과 같은 자신감 등이 개인의 창의성에 영향을 미치는 성격적 요소에 해당한다.

마. 동기

호기심과 같이 새로운 것을 발견하고, 알아내기 위해서 탐구하려는 특성이 있어야 하며, 타인보다 우수해지고, 인정받고 싶어하는 성취동기와 같은 특성들이 창의성 발휘에 영향을 미치는 중요한 요소가 된다.

바. 환경

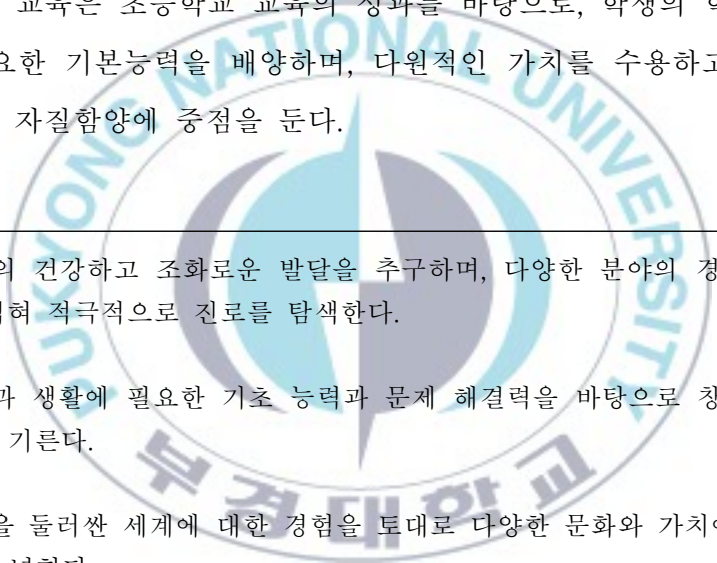
창의성은 환경적 맥락을 벗어나서는 나타날 수 없다고 본다. 여기서 환경적 맥락은 창의적 아이디어를 촉발하는 환경과 촉발된 아이디어를 지속하게 하는 환경, 그리고 그 아이디어를 제대로 평가해 주는 환경이 중요하다고 본다.



4. 2009 개정 교육과정의 중학교 수학교육목표와 수학적 창의력

2009 개정 교육과정은 2009년 12월 23일에 교육과학기술부 고시 제 2009-41 호로 고시된 교육과정으로, 학교 자율성과 창의성을 강화하는 방향으로 개정되었다.

중학교의 교육은 초등학교 교육의 성과를 바탕으로, 학생의 학습과 일상 생활에 필요한 기본능력을 배양하며, 다원적인 가치를 수용하고 존중하는 민주시민의 자질함양에 중점을 둔다.

- 
- (가) 심신의 건강하고 조화로운 발달을 추구하며, 다양한 분야의 경험과 지식을 익혀 적극적으로 진로를 탐색한다.
 - (나) 학습과 생활에 필요한 기초 능력과 문제 해결력을 바탕으로 창의적 사고력을 기른다.
 - (다) 자신을 둘러싼 세계에 대한 경험을 토대로 다양한 문화와 가치에 대한 이해를 넓힌다.
 - (라) 다양한 소통능력을 기르고 민주 시민으로서의 자질과 태도를 갖춘다.

<표 II-1> 2009 개정 교육 과정의 중학교 수학 교육목표

이와 같이 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서의 수학적 창의력은 수학적 과제를 해결하는 과정에서 다양하고 독창적인 해결방법을 산출하거나 새로운 관점에서 과제를 탐구하고 지식을 구성하는 능력을 의미한다. 여기서 수학적 과제는 학생들의 수학적 능력계발을 위한 내용적

배경을 제공하는 것으로서, 예를 들어 학생들이 참여하게 되는 프로젝트, 질문, 문제, 활동 등을 망라한 것이다. 수학적 창의성을 계발하기 위해서는 학생들이 정형화된 틀이나 형식에 얽매이지 않고 자신의 수학적 아이디어를 자유롭게 표현할 수 있는 분위기를 조성해 주어야 한다. 한편, 2009 개정 교육과정에서의 수학적 창의력은 학교 수준에서의 수학적 창의력을 의미하기 때문에 학습자가 수학적 추론과 통찰을 활용하여 기존의 지식과 경험을 유의미한 방법으로 분석·연결·통합하는 과정에서 창의성이 발현된다고 본다. 또한, 학교 수학을 통해서 수학적 창의성을 계발할 때에는 창의적인 사고와 관련되는 일련의 과정을 수학적으로 의사소통하고 표현하는 능력도 신장시켜야 할 것으로 본다.

다음은 2009 개정 교육과정 총론에 새롭게 고시된 수학과 교수·학습방법이다.

사. 수학적 창의력을 신장시키기 위하여 교수·학습에서 다음 사항에 유의한다.

- (1) 수학적 창의력의 신장이 이루어지도록 수학적 문제 해결력, 추론 능력, 의사소통능력을 강조한다.
- (2) 다양한 아이디어를 산출할 수 있는 수학적 과제를 통해 학생들의 확산적 사고를 촉진시킨다.
- (3) 하나의 수학 문제를 여러 가지 방법으로 해결 한 후 그 해결 방법을 비교해 보고, 더 높은 차원으로 확장해서 사고할 수 있게 한다.
- (4) 수학 개념이나 용어의 정의를 직접적으로 제시하기보다 학생 스스로 개념과 용어의 필요성을 인식하고 정의해 보게 한다.

<표 II-2> 2009 개정 교육 과정의 중학교 수학 교수·학습 방법

일반적으로 창의력은 독창적인 아이디어나 산출물을 개발하려는 의도와 함께 개인적 취향 영역에서 개인의 능력을 종합적으로 적용·발휘해 가는 것으로 정의될 수 있다. 그러나 학교 수학에서의 수학적 창의성 교육이라는 특화된 분야에서의 창의성이나 창의력에 대한 체계적인 논의를 위해서는 보다 수학적인 특성을 반영하고 수학적 요소로써 구성된 조작적인 정의와 규명의 과정이 필요하다.

여기서 수학적 창의력을 논할 때는 학교 수학이라는 특수성과 창의성의 상대적 속성을 감안하여 학문으로서의 입장보다는 교수·학습이란 실질적인 입장에서 생각해 볼 필요가 있다. 즉, 수학적 창의력을 수학적 과제나 문제를 해결하는 과정에서 다양하고 독창적인 해결 방법을 산출하거나 새로운 관점에서 과제를 탐구하고 지식을 구성하는 능력으로 보는 것이 합리적이라고 생각한다. 실제로 학교 수학에서 학생들이 해야 할 것은 새로운 수학적 개념이나 원리, 문제해결방법들을 구성해 내는 것이 아니라, 이미 수학자에 의하여 발견, 발명된 수학적 개념이나 원리, 구조 등을 재인식, 재발견, 재발명하는 것이다.

이와 같이 학교 수학에서의 수학적 창의력에 대하여 교수·학습과 같은 실질적인 접근을 하기 위해서는 수학적 창의력을 문제해결이란 문맥에서 다룰 필요가 있다. 실제로 많은 연구자들이 문제 해결이란 상황에서 수학적 창의력을 논하고 있다. 대체로 학습자가 새로운 수학적 과제나 문제에 접했을 때 스스로 문제해결을 위한 직접적인 아이디어를 구상해 내거나 문제 해결 과정에 필요한 관련 개념이나 원리를 자신이 소지하고 있는 지식에서 찾아내어 이들을 연결하고, 조직하여 나름대로 새로운 산출물을 구성해 냈다면 이는 그 학습자 개인에게 있어서는 창의적인 활동을 전개한 것으로 볼 수 있다. 학교 수학의 입장에서 수학적 창의력이란 다수의 학습자

에게 해당되는 일반적인 속성으로서가 아니라 다분히 학습자의 개별적인
특성으로 보는 것이 바람직하다고 본다.⁵⁾



5) 강옥기 외 8인 (교사용 지도서 중학교 수학 1 40:2013)

5. 수학적 창의력 향상 교육의 목표

다음 내용은 두산동아(주)의 2009 개정 교육과정의 교사용 지도서 중학교 수학1 (강육기 외 8인)을 인용 하여 수학적 창의력 향상 교육의 목표를 정리한 것이다.

가. 수학적 사고 기능의 계발

학생 개인의 창의력이 그 역할을 제대로 수행하기 위해서는 창의성을 발휘할 수 있는 학생 개인의 사고 기반이 마련되어 있어야 한다. 창의성이란 단순히 무에서 유를 창조하는 것을 의미하는 것이 아니며, 학교 수학에서 창의성 개념을 논할 때는 더욱 그러하다. 창의적인 사고력은 우선 주어진 수학적 문제와 관련된 영역의 내용에 대한 학습을 통하여 기억된 관련지식으로부터 새로운 지식을 구성해 내고, 이것을 바탕으로 하여 직관이나 귀납적 사고를 통해서 참신성을 가지는 인지적 산출물을 생성해내며, 이 산출물의 확실성을 확보하기 위해 논리적·연역적 사고를 통해 산출물을 정교하게 재생산하는 과정이라고 설명한다.

나. 독창적 문제 해결력 신장

학습자가 소지하고 있는 독창적인 문제 해결력은 창의적 산출물을 생성하는데 직접적으로 작용하는 기본적 요소가 된다. 즉, 학습자가 창의적 산출물을 생성하는 과정에 유의미한 문제해결활동이 얼마나 포함되어 있는가의 관점이 창의적인 수행능력의 평가관점이 될 수 있으므로 수학에서의 독

창적인 문제해결력은 수학적 창의력을 발현하는데 있어서 중요한 능력이 된다. 독창적인 문제해결력이란 문제 해결과정에 있어서 수학적 가설을 수립하는 능력, 주어진 수학적 상황이 포함하고 있는 수학적 규칙성을 찾아내는 능력, 수학적 문제 상황의 해결책을 구안하기 위하여 틀에 박힌 사고 방식으로부터 탈피할 수 있는 능력, 주어진 수학적 상황에 대한 가능한 해를 이끌어내기 위해 필요한 아이디어와 불필요한 아이디어를 구분하고 평가할 수 있는 능력, 주어진 수학적 문제상황의 해결에서 누락된 정보를 인식하고 그 누락된 정보를 찾기 위해 자문자답을 할 수 있는 능력, 특수한 상황의 문제에서 얻어진 결과를 일반화 할 수 있는 능력, 일반화된 수학적 성질을 특수한 상황에 적용할 수 있는 능력 등을 포함한다.

다. 메타 인지적 기능신장

학습자 개인에게 있어서 창의적인 아이디어나 산출물이 만들어지기까지는 사고의 갈등이나 좌절 등과 같이 인지적으로나 정의적으로 인내하고 극복해내는 과정이 필요하다. 이는 앞서 거론한 풍부한 수학적 지식이나 높은 수준의 사고능력, 뛰어난 문제 해결력을 갖추고 있다 하더라도, 현재 부딪힌 난관을 극복하기 위해서나 최종의 창의적인 아이디어나 산출물에 이르기 위해서는 자신의 인지적 활동을 바람직한 방향으로 효율적으로 이끌고 유도하기 위한 메타 인지적인 기능의 작용이 절대적으로 필요하다. 성공적인 문제 해결을 위해서는 주어진 문제나 과제를 해결하는 전 과정에 걸쳐서 작용하는 자신의 인지적 능력과 이를 수행하는 능력을 문제의 상황에 적합하게 선택하고 결합하고 활용해야 하며, 이를 위해서는 자신의 문제해결능력을 한 단계 높은 수준의 관점에서 지속적으로 모니터링하고 판단하

고 평가하는 등의 메타 인지적 기능의 역할이 중요하다.

수학 학습 시 작용하는 학습자의 메타 인지적 활동은 학습자 자신의 학습활동이나 사고 과정에 작용하는 2차적인 정신 활동으로서 무의식적으로 진행되는 자기주도적 인지 활동이라 할 수 있다. 특히, 메타 인지적 활동을 구성하는 인지적 전략들은 학습자의 독창성이 개입되기 용이한 전략들이기 때문에 수학 학습자의 창의력을 조장하는 요소로서 메타 인지적 기능을 고려해 볼 필요가 있다.

창의적 생산력을 구성하는 메타 인지적 능력의 요소로는 다음과 같은 것들을 추출해 볼 수 있다. 주어진 문제 상황의 불분명함에 대한 인내력, 학습의 동기화나 동기, 문제 해결을 이끄는 힘과 지속성, 문제 해결에 대한 집중력, 수학적 활동에 있어서 정신 과정의 유연성, 수학적 추론에서 사고의 방향을 자유자재로 전환하는 사고의 유연성, 사고 과정을 신속하고 자유롭게 재구성하는 능력 등으로 정리해 볼 수 있다. 이와 같이 학습자가 수학 문제나 과제를 해결하면서 자신의 문제해결 과정을 의식적으로 보다 나은 방향으로 나아갈 수 있게 조정하거나, 최적의 절차와 최선의 해결책을 얻기 위해 자신의 해결과정을 평가하고, 자신의 문제 해결 활동이 진행되고 있는 동안에 그것을 자동적으로 인지하여 효과적으로 관리할 수 있는 능력의 수준이나 정도는 분명 해당 학습자의 창의적 산출물의 양과 질의 척도가 된다.

라. 정의적 조정기능 신장

학습자 자신의 문제해결과정이 어려움에 봉착하였을 때는 쉽게 좌절하거나 포기하지 않고 인내심을 갖고 기존의 해법을 정리하거나 새로운 해법을 모색하는 등의 정의적인 노력이 필요함을 알 수 있다. 즉, 학습자를 성공적

인 문제 해결 학습자로 이끄는 원동력은 자신의 문제 해결 활동에 대한 자신감, 주어진 과제나 문제의 해결에 집중하는 의지력, 주어진 문제나 과제를 성공적으로 해결하고자 하는 적극적인 의욕, 문제 해결과 관련하여 갖고 있는 긍정적인 신념이나 확신 등이다. 이러한 정의적인 요소는 인지적인 능력에 못지않은 영향력을 발휘한다. 더불어 이와 같은 정의적 능력은 창의적 능력이 발현 될 수 있는 여건을 확보해 주게 되어 단순히 문제의 성공적인 해결만이 아니라 문제 해결에서 창의적 능력을 발휘하게 하는 작용을 한다.



6. 교사의 발문의 중요성

가. 발문의 개념

수업시간의 67%가 교사와 학생의 상호 작용에 의하여 이루어지며, 수업의 질은 발문의 질에 의하여 결정된다고 한다.⁶⁾ 발문이란, 학습자가 사고하고 추론하고 상상하고 스스로 문제해결에 도달할 수 있도록 교사가 미리 대답을 준비해 두고 학생으로부터 그것을 이끌어 내려고 하는 의도적인 문제제기를 말한다.

교사의 발문은 수업에서 핵심적 위치를 차지하고 있기에 다른 수업 기술보다도 중요하다. 교사가 학생들의 학습활동을 조성해 나가기 위해서 던지는 문제제기를 가리키는 것으로, 이는 주로 수업에서 사용되고 있다.

발문이란 꼭 그들의 힘으로 학습해야 할 것임에도 불구하고 아직 그것을 알아차리지 못하고 있거나, 생각하고자 하는 의욕이나 필요를 느끼지 못하는 그런 상태에 있는 학습자로 하여금 묻는 주체가 되어 미지에 도전하도록 마음을 일으키는 구실을 하는 그런 물음이므로 발문을 ‘학습자들의 사고활동을 유발시켜 주기 위한 문제 제기’라고 정의할 수 있는 것이다.⁷⁾

즉, 발문은 교사가 학습자에게 묻는 물음이나 그것을 알기위해 학습자에게 묻는 게 아니라 더 나아가 학습자가 의식하고 있지 않았던 것에 대하여 문제의식을 갖게 한다던가, 사고 활동을 유발시킨다든가, 표현활동을 추구하는데 그 본질이 있고 주로 교수-학습에서 사용되는 용어이다. 따라서 발문은 가장 강력한 학습도구로 학생들의 특정 사고활동을 자극하며, 교사가

6) 김향숙 (수학과 창의성계발을 위한 발문의 실제 1:2006)

7) 박병학 (발문법원론 32:1986)

높은 수준의 발문을 하면 학생도 높은 수준의 사고력이 개발 될 수 있다는 점에서 발문에 관해 연구할 필요성이 크며 이런 가정 하에 많은 연구가 수행되고 있다.

나. 발문의 목적

학생들의 학습 내용의 이해정도를 확인하기 위해 자주 쓰이나 발문의 주된 목적은 학생들의 사고력신장에 있다. 발문의 목적을 구체적으로 살펴보면 다음과 같은데 발문은 어느 하나의 목표를 달성하기 위하여 사용되는 것이 아니라 발문을 통하여 여러 목적이 동시에 달성될 수 있음을 뜻한다.⁸⁾

(1) 발문은 학생과의 의사소통을 촉진시킨다.

교사가 발문을 하면 학생들은 응답을 하게 되고 그 응답에 따라 교사의 칭찬, 설명, 또는 부가 발문이 제기되므로 발문을 통하여 교사와 학생 간에는 언어 상호작용이 활발히 일어난다.

(2) 발문은 주제의 내용에 주의를 집중시킨다.

교사가 발문을 할 때에는 모든 내용을 다 포함하는 것이 아니라 그 내용 중 핵심 내용을 발문하게 된다. 핵심 내용에 대한 발문을 하게 되면, 학생들은 그 내용이 중요하다고 생각하며, 주의를 집중하게 된다.

8) 신옥연 (수학적 문제해결력 지도를 위한 교사의 단계적 발문에 관한 연구 37:2004)

(3) 발문은 학생들의 지식, 이해 정도를 평가하는데 사용된다.

교사들은 가끔 학생들이 이미 배운 내용을 제대로 이해하고 있는지를 판단하기 위하여 발문을 제기한다. 발문에 대하여 응답이 옳을 경우에는 다음 학습 과제로 넘어가지만 응답이 불충분하거나 틀렸을 경우에는 보충 설명을 통하여 올바른 응답을 가르쳐 주어야 한다. 즉, 발문은 수업 목표를 기준으로 목표 달성도를 파악하는 형성평가의 목적으로 쓰인다.

(4) 발문은 특정유형의 사고와 인지 활동을 자극하기 위하여 사용된다.

발문은 학생들의 사고력이나 문제해결력 신장과 관계가 깊다. 대체로 발문은 인지적으로 낮은 수준의 지식·이해나 인지적으로 높은 수준 즉, 고등 정신 기능을 지도하기 위해서 사용되는데, 특히 발문은 높은 수준의 정신 기능을 길러주는데 더 큰 의의가 있다.

(5) 발문은 학생들의 사회적 행동을 통제하기 위하여 사용된다.

발문은 종종 바람직한 행동을 권장하거나 바람직하지 못한 행동을 제한하기 위해서 사용된다. 특히 학생들의 대인관계에 관한 발문은 학생들의 사회적 행동을 지도하기 위한 것이다.

(6) 발문은 학생들의 학습동기를 유발하기 위해서 사용된다.

학습의 효과는 학생들이 학습에 적극적으로 참여했을 때 증진된다. 발문은 학생들의 학습 참여를 촉진시켜 준다. 단 발문을 할 때는 한 개인 학생을 지적하기보다는 여러 학생을 대상으로 하는 것이 좋다.

Ⅲ. 수학적 창의력 향상을 위한 수업연구

1. 수학적 창의력 향상을 위한 수업요소

교육에서 교사의 역할은 매우 중요하다. 교육이란 인간을 대상으로 한 인간형성의 과정이라고 할 수 있다. 더욱이 창의력 향상을 위한 교육에서는 교사의 개발 방향과 의도에 따라 학습자들의 발달 방향에 영향을 줄 수 있다. 학습자들의 수학적 창의력 발달에 가장 큰 영향을 미치는 때가 학교에서의 교육활동이 이루어질 때라고 한다면 가장 큰 영향을 주는 사람은 교사임에 틀림 없다. 수학적 창의력 향상을 위한 교사의 역할은 다음과 같다. 윤민봉의 창의적인 환경조성과 제임스 갤러거의 여러 수업요소를 분석하여 정리하였다.⁹⁾

가. 교실 환경 조성

교사는 학습자가 자율적인 분위기와 개방적인 교육환경을 조성해주어야 한다. 자율적인 분위기라고 해서 교실분위기를 체계 없이 아무렇게나 방치한다는 것은 아니다. 학습자가 자유롭고 창의적인 사고를 할 수 있도록 사고의 억압을 강요하지 않고, 물리적, 심리적인 안정과 여러 방면으로 생각할 수 있는 기회를 제공해야 한다는 것이다.

9) 윤민봉 (창조력 증진의 이론과 전략 377:2005)

여러 가지의 수학적 교구를 배치하여 학습자들이 스스로없이 만져보고 그 과정에서 새로운 것을 창조해 내고, 알아 갈수 있도록 해주어야 한다.

즉, 교사는 수학적 아이디어가 잘 흘러나올 수 있는 환경을 제공해준다. 조직적이고 획일적인 분위기를 벗어나 개방적이고 민주적인 분위기를 조성하고, 유지한다. 때로는 우습게 들리는 타인의 생각도 존중하고 격려와 칭찬을 습관화한다. 가급적 새로운 환경을 직접 체험 할 수 있는 기회를 마련해보고, 문제를 회피하지 말아야한다.

창의적인 교육환경조성을 위한 정서적 조건은 물리적 조건보다 중요하다, 창의적인 교육환경 조성의 하나로 창의적 수업 분위기를 소개하면 다음과 같다.

첫째, 아이디어가 잘 흘러나올 수 있는 심리상태를 만든다. 집단이 모여 아이디어를 내놓을 수 있는 기회를 자주 갖고, 대상자체에 몰입할 수 있는 분위기를 조성한다.

둘째, 아이디어가 잘 흘러나오도록 자극을 가해야 한다. 모든 사물을 새로운 각도에서 보는 연습을 하고, 연상의 동기를 만들며, 가능한 많은 질문을 던져보라. 전혀 관련이 없다고 생각되었던 것까지도 억지로 연결지어보면 좋은 생각이 떠오를 수도 있다.

셋째, 아이디어가 잘 흘러나올 수 있는 환경을 제공해준다. 조직적이고 획일적인 분위기를 벗어나 개방적이고 민주적인 분위기를 조성하고, 유지한다. 때로는 우습게 들리는 타인의 생각도 존중하고 격려와 칭찬을 습관화한다. 가급적 새로운 환경을 직접 체험 할 수 있는 기회를 마련해보고, 문제를 회피하지 말아야한다.

나. 교사의 역할

수학적 창의력을 기르기 위한 지도에 있어 교사는 학생과 더불어 또 다른 주체이다. 교육의 장에 있어 교사의 역할은 거론할 필요도 없이 중요한 것임에도 문제해결 교수 학습에 있어서 교사의 역할에 관한 연구는 많지 않다.¹⁰⁾ 다음은 창의력 발달을 위한 교사의 역할에 대하여 제임스 갤러거 (James Gallagher)의 제안을 참고로 한 교사의 역할이다.

(1) 다양한 수업방법 전개

획일적이고 단순한 수업방법은 학생들이 다양한 사고를 할 수 있는 기회를 제한하고, 정형화 된 수업에 익숙해져 수학학습에 흥미를 잃게 되는 결과를 초래한다.

(2) 적절한 감독 하에서 학습자가 더 많은 개별 활동을 하도록 허용

학습자에게 충분한 시간을 제공하여 문제 상황에 대하여 여러 가지 방면으로 생각하고, 자신의 아이디어를 수정하고 보완할 수 있어야 한다. 이미 문제 상황에 대한 답을 알고 있는 교사의 피드백 보다 자신의 아이디어에 대한 오류를 발견하고, 수정해 나가는 것이 수학적 창의력을 향상시키는 과정이라고 할 수 있다.

(3) 교사는 계속적인 연수를 통해 담당 교과와 교수 방법 능력을 지속적으로 배양

시대가 변하고, 사회적 요구에 맞추기 위해서는 교사도 끊임 없는 발

10) 정승연 (수학적 사고력 신장을 위한 지도방안 19:2008)

전과 연구가 필요하다. 여러 연수들을 통하여 학습자와 교사를 위한 교수방법을 연구하고, 교과 내용뿐만 아니라 틈틈이 개발되어 나오는 여러 교수방법을 습득하여 학생들의 수학적 창의력 향상에 힘써야 할 것이다.

(4) 교사는 학습자의 독특한 아이디어나 반응 지지 강화

학습자들의 아이디어가 실현 불가능할지라도 교사는 학습자의 말을 주의 깊게 들어주어야 하며, 아이디어에 대해 충분히 의견을 교환하여야 한다. 교사의 따뜻하고 우호적인 반응은 학습자의 학습 의욕을 고취시키며, 학습에 대한 흥미와 관심이 유발된다. 교사의 지지는 학습자가 탐구적 사고를 할 수 있는 자유와 안정감을 제공한다.

(5) 교사-학생, 학생-학생 간 상호존중하고 수용하는 분위기 조성

학습자들이 서로 돕고 나누며, 개별적으로 또는 집단적으로 학습할 수 있도록 한다. 서로의 생각을 자신있게 제시하고, 상대방의 생각을 경청함으로써 학습자간의 수학적 의사소통이 활발해지며, 이러한 활동을 통해 자신의 아이디어에 대해 고찰하는 계기가 된다.

(6) 문제 상황을 생성해 주어야 한다.

창조의 과정이 아무런 심리적·물리적 저항 없이 이루어지는 경우는 거의 없다. 전기의 예를 들어 보자, 전기가 전열이 되려면 저항이 일어나야 한다. 저항이 높을수록 큰 에너지가 생긴다. 어떤 창조의 성과도 반드시 어떤 문제 상황 속에 있어야만 창의성이 클 가능성이 높아진다. 문제의식이 없는 사람에게는 창조가 일어날 수 없다.

창의적 인물을 연구해보면 그들 중 대부분은 곤란한 역경의 벽을 뛰어넘은 사람들이고, 그 결과 창조의 기쁨을 맛 본 사람들이다. 역경과 장애

를 극복했을 때의 기쁨이 자신감을 갖게 해주고, 다음 단계의 창의적 활동에 동기를 부여한다.

(7) 관찰하는 습관을 기르도록 해주어야 한다.

우리 주변에는 새로운 것을 발견하거나 새로운 것을 만들어 낼 수 있는 기회가 무수히 많다. 새로운 것, 신기한 것, 이상한 것을 눈여겨볼 때 거기서 뭔가를 발견할 수가 있다. 때로는 학습자들이 어른들이보지 못한 것, 놓치기 쉬운 것을 보며느낀다. 연령이 낮은 학습자들일수록 성인들이 미처 보지 못했거나 다르게 보던 것을 자기의 시각으로 보기 때문에 성인의 상상력을 넘어서는 아이디어를 제기하는 때도 없지 않다. 이런 특성들이 창의적으로 이끌어주는 동력이 될 수 있다.



다. 학습자의 태도

우리가 일상에서 창의성이 있다고 하는 사람은 대개 아이디어가 뛰어난 사람, 기발한 유머가 있는 사람, 생각이 별다른 사람, 뭔가 자주 만들어 내는 사람 등이다. 윤완은 창의적 성향을 자발성, 독자성, 집착성, 모험심으로 열거하였고, 황인각은 자발성, 독자성, 집착성, 정직성, 호기심으로 열거하였다. 김재섭은 창의적인 성향을 언어적, 논리수학적, 공간적, 신체운동적, 사회성, 개인적 영역으로 열거하였다. 여러 연구자들의 창의적 인간의 특성을 참고하여 수학적 창의력을 향상시키기 위한 학습자의 태도를 다음과 같이 정리하였다.¹¹⁾

(1) 동기를 가지는 태도

유기체를 내부로부터 움직여 행동의 실행 또는 목표를 추구하는 것을 동기라고 하며, 이런 상태로 이끄는 것을 ‘동기유발’이라고 한다. 아메빌은 과제동기, 즉 창의적 동기는 가장 범위가 넓고 변화가능성이 크며, 창의성교육이 성공하기 위해서는 바로 이 동기를 변화시키기 위한 노력이 중요하다고 하였다.

바어(Baer)는 일을 하는데 동기부여가 될 만한 충분한 내적동기가 없는 학습자는 외적동기가 필요하며, 독창적 과제가 아닐지라도 어떤 일을 행하여 필요로 하는 것을 얻고자 할 때 외적동기가 필요하다고 하였다. 창의력 향상을 위해서는 이러한 동기요인을 살펴보고, 학생들이 주어진 문제에 동기유발이 될 수 있는 환경과 문제를 자신의 것으로 여길 수 있도록 분위기를 조성해 주는 것이 무엇보다도 중요하다.

11) 정승연 (수학적 사고력 신장을 위한 지도방안 21:2008)

(2) 스스로 문제를 파악하려는 태도

수학의 특징은 ‘판단의 자주성’이 포함된다. 그러므로 수학은 자주적인 판단 능력이나 스스로 학습하려는 의욕과 태도의 육성에 크게 기여하는 교과이며 스스로 자신의 문제나 행동을 명확히 하는 태도를 육성하기 좋은 교과이다. 그러므로 주어지는 사실을 아무런 의문없이 그대로 받아들이는 태도 보다 ‘왜 그럴까’ 등의 의문을 가짐으로써 문제를 발견하고, 자신의 행동에 대한 목적을 분명히 하게 된다.

또한 교사가 제시한 과제나 교과서의 문제를 자신의 힘으로 해결하려는 의욕이 일어날 때 비로소 그 문제를 의식하게 되며, 문제를 발견하게 된다.

(3) 문제를 끝까지 풀려는 태도

문제를 해결하기 위해 가능한 한 다양한 방면의 지식과 방법을 수집하고 문제가 해결 될 때까지 끈질기게 물고 늘어지는 성향이며, 문제에 대한 열정을 갖고 해결하는 태도이다.

(4) 관련지어 생각하려는 태도

주어진 문제나 과제를 해결하고, 이를 통하여 보다 포괄적이고 보다 나은 법칙이나 방법을 찾아보고, 고차의 개념을 창안하려는 꾸준한 노력을 기울이도록 해야 한다. 언제나 발전되어 가는 것 또는 자기 나름의 능력대로 발전시킬 수 있는 것이라는 생각과 태도를 가져야 한다. 기존의 지식과 앞으로 배울 지식에서 가급적 많은 것을 처리하려는 생각은 인간으로서 당연한 일이다. 따라서 수학을 비롯한 여러 분야와 관련지어 생각하고, 적용하려는 태도의 중요성을 알 수 있다.

(5) 예상을 수립하는 태도

해결에 착수하기 전에 해결방법이나 해결 결과를 생각하려는 태도이다. 목적에 부합하는 조리있는 행동에서 비롯되는 현상으로 수학을 논리적이고, 구성적으로 보는 안목이라고 할 수 있다. 목적을 명확히 안다는 것은 구하려는 것이 무엇인가를 분명히 파악하는 것이기도 하다. 그러므로 이를 바탕으로 생각해 나가려는 태도, 즉 유효한 사전 학습을 통해 문제 해결의 결과를 예상하며 접근하는 태도가 필요하다.



2. 수학적 창의력을 위한 교사의 발문 연구

발문이란, 학습자가 사고하고 추론하고 상상하고 스스로 문제해결에 도달할 수 있도록 교사가 미리 대답을 준비해 두고 학생으로부터 그것을 이끌어 내려고 하는 의도적인 문제제기를 말한다.¹²⁾

발문은 교사가 학생들의 학습정도를 확인할 수 있는 방법일 뿐만 아니라, 학습자의 사고활동을 자극하여 학습내용을 깊이 있게 이해할 수 있도록 하며 사고력 및 성적 향상을 위해서도 도움이 된다.

수업이나 아이디어 개발과정을 효율적으로 이끌어 나가기 위해 실시하는 것이 발문이다.

학교에서 교사와 학습자간에 이루어지는 발문을 크게 나누어 수업진행에 따른 발문, 수학적 창의력 향상 교육 목표에 따른 발문으로 나눌 수 있다.

가. 수업 진행에 따른 발문

수업 진행 발문은 한 단계가 끝나고 다음 단계로 나아감을 부드럽게 연결하기 위해 사용된다. 또 그 단계의 목표나 과업을 확인하기 위해서도 사용된다.

수업 진행 상황에 따라 도입, 전개, 정리 단계로 구분 할 수 있고, 수업 도입 발문에서는 교사가 전시 학습한 내용을 상기시켜줌으로써, 이번 차시와의 연관성을 인식시켜주고, 동기부여와 수업 목표를 제시할 수 있다.

수업전개 발문에서는 크게 교과 내용설명을 위한발문과 문제해결을 위한

12) 김향숙 (수학과 창의성계발을 위한 발문의 실제 1:2006)

발문으로 나눌 수 있다. 문제 해결을 위한 발문은 문제유형에 따라 세분화할 수 있다.

Traver의 분류는 계산문제, 응용문제, 추상문제, 탐구문제, 프로젝트 문제, 증명문제로 나누었고, Charles와 Lester의 분류는 훈련문제, 간단한 적용문제, 복잡한 적용문제, 과정문제, 응용문제, 퍼즐문제로 나누었으며, Kantowski의 분류에 따르면 언어적 문제, 비정형적인 문제, 실생활문제 또는 적용 문제로 구분하였다.

본 연구자는 2009 개정 교육과정 교과서 중 두산동아 중학교 수학1 (강육기 외 8인)에 구성되어 있는 문제를 중심으로 수학기초문제를 계산문제, 응용문제, 증명문제, 추상문제, 과정문제, 개방문제, 실생활문제, 퍼즐문제로 나누어 이에 따른 문제해결 발문을 연구하였다.

마지막 단계인 수업정리단계에서는 교사가 내용정리 및 확인할 때의 발문과 다음 차시를 예고할 때의 발문으로 구분하였다.

- (1) 수업도입 발문
 - (가) 전시학습 상기 발문
 - (나) 수업 목표 제시 및 동기부여 발문
- (2) 수업전개 발문
 - (가) 교과 내용 설명을 위한 발문
 - (나) 문제 해결을 위한 발문
 - ① 계산문제
 - ② 응용문제
 - ③ 증명문제
 - ④ 추상문제
 - ⑤ 과정문제

- ⑥ 개방문제
- ⑦ 실생활문제
- ⑧ 퍼즐문제

(3) 수업정리 발문

- (가) 내용정리 및 확인 발문
- (나) 차시예고 발문

<표 IV-1> 수업진행에 따른 발문

(1) 수업도입 발문

(가) 전시학습 상기 발문

전시학습은 요약정리를 해주거나 과제와 관련하여 필요한 선행지식이 부족하다 판단할 경우 필수 선행지식을 확인 점검을 통해 학습의 준비를 갖추는 단계이다. 지난 시간에 학습한 내용을 다시 한번 떠올려주어 본 차시의 내용과의 연관성을 인식 시켜주어 중요한 부분에 대한 반복학습을 할 수 있도록 한다.

단원	1. 소인수분해	소단원	1.4 최소공배수	단계	수학1
수업	최소공배수의 성질을 이해하고, 이를 구할 수 있다.				
목표	최소공배수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.				

㉠ : 그렇다면 30과 48의 최대공약수를 구해 볼 수 있을까요?	㉡ : 30을 소인수분해하면 $2 \times 3 \times 5$ 이고, 48을 소인수분해하면 $2^4 \times 3$ 이니까, 최대공약수는 2×3 해서 6이 됩니다.
㉠ : 네, 잘 기억하고 있군요. 그렇다면 30과 48의 공약수도 구할 수 있습니까?	㉡ : 음...공약수는 최대공약수의 약수라고 했으니까... 1, 2, 3, 6 이예요.
㉠ : 그렇다면 11과 37의 최대공약수도 구해 볼 수 있습니까?	㉡ : 1이예요.
㉠ : 그럼, 11과 37을 뭐라고 하나요?	㉡ : 서로소였어요.
㉠ : 맞아요, 그럼 서로소의 정의가 무엇인지 말해 볼까요?	㉡ : 최대공약수가 1인 두 자연수를 서로소라고 합니다.
㉠ : 최대공약수에 대해서 매우 정확하게 알고 있네요. 이번 시간에는 최대공약수와 마찬가지로 방법을 이용해서 최소공배수를 구하는 방법에 대해서 공부해 보도록 하겠습니다.	㉡ : 네.
(이하 생략)	(이하 생략)

<표 IV-2>

(나) 수업 목표 제시 및 동기부여 발문

수업목표를 제시하고, 동기를 부여 하는 교사의 발문으로 학생들은 자신이 공부해야 할 방향을 알게 되고, 관심을 가지게 된다. 학습자의 내적 동기부여는 창의력 향상에 큰 영향을 주며, 내적동기가 발생하지 못할 경우에는 교사의 발문으로 인한 외적동기를 이용하여 학습의 효과를 기대해볼 수 있다.

단원	2. 정수와 유리수	소단원	2.1 정수와 유리수의 뜻	단계	수학1
수업	정수의 뜻을 이해한다.				
목표	유리수의 뜻을 이해한다.				

2.1 정수와 유리수의 뜻

학습 목표 1. 음수와 0을 이해한다.
2. 음수의 뜻을 이해한다.

지문 이해와 용돈 기입장

오준혁, 그현은 7월30기 학부. 받은 용돈과 사용 한 용돈의 차이를 하기 높은 용돈 기입장입니다. 이 용돈 기입장에 적힌 내용을 한눈에 알아볼 수 있게 정리하는 방법과 여자의 구조를 알아봅시다.

1. 용돈 기입장의 금액을 수입과 지출로 구분하려면 어떻게 해야 할까요?

하의 용돈 기입장에서 어떤 금액이 수입을 나타내고, 어떤 금액이 지출을 나타내는지 알아보려면 용돈 기입장의 내용을 읽어 보아야 합니다. 그러나 용돈 기입장에 금액을 적을 때, 오른쪽 표와 같이 수입과 지출을 함께 구분할 수 있습니다.

내역	금액
저축통에 저축	+3000 원
통장 잔액	+3000 원
주유비 지출	-2000 원
점심 식사	-500 원
편의점 구매	+3000 원

수입과 지출을 나타내는 경우뿐만 아니라, 열상과 열하, 증가와 감소, 하강과 하강 등과 같이 서로 반대되는 성질을 가지는 수를 음의 기호를 붙여서 나타낼 수 있습니다. 여기서 사용하는 기호 '부호'에 대해 알아보겠습니다.

이제 양의 부호 +가 붙은 수를 양수, 음의 부호 -가 붙은 수를 음수라고 하고, 0은 0과 양의 0, 음의 0라고 합니다.

예제 1 (1) 정수 8은 +8로 나타낼 경우, 0은 0으로 나타낼 수 있다.
(2) 어떤 300원 +300으로 나타낼 때, 100원은 -100으로 나타낼 수 있다.

1. 다른 수를 양과 음의 정수와 음의 정수를 각각 구분한다.

-3, 0, 5, 2, +6, -4, 7, $\frac{3}{4}$

정수와 마찬가지로 분자와 분모가 자연수인 분수 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}$...에 양의 부호 +를 붙인 수 $+\frac{1}{2}, +\frac{3}{4}, +\frac{2}{5}$...를 양의 유리수라고 하고, 음의 부호 -를 붙인 수 $-\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}, -\frac{2}{5}$...를 음의 유리수라고 한다. 그리고 양의 유리수, 0, 음의 유리수를 통틀어 유리수라고 한다.

한편, $+4 = \frac{4}{1}, 0 = \frac{0}{1}, -2 = \frac{-2}{1}$ 와 같이 모든 정수는 양의 유리수, 0, 음의 유리수로 나타낼 수 있으므로 유리수이다.

또, $\frac{7}{10} = 0.7, -\frac{3}{5} = -0.6$ 과 같이 정수가 아닌 유리수는 소수로 나타낼 수 있다.

예제 2 양수 5원과 어떤 양수를 곱하면 100원을 얻었다.

㉠ : 여러분들은 용돈기입장을 써 본적이 있나요? ㉠ : 그러면 용돈기입장을 계산해 본적도 있나요? ㉠ : 용돈기입장에는 무엇을 기록하지요? ㉠ : 맞아요. 돈이 받은 것을 수입이라 하고, 돈을 쓴 것을 지출이라 하지요? 그렇다면 어머니께 15000원을 받고, 과자를 구입하는데 4000원을 썼다면, 남은 돈은 얼마인가요? ㉠ : 9000원이 남은 것을 어떻게 알	㉡ : 네, 쓰고있어요. ㉡ : 네. ㉡ : 돈을 받고, 돈을 쓴 것을 적어서 얼마나 남았는지 알 수 있도록 해요. ㉡ : 9000원입니다. ㉡ : 받은 것은 15000원 이니까, 여
--	---

조? ① : 그래서 수입인 15000원은 부호를 사용하면 +15000원으로 나타낼 수 있겠네요? 그렇다면 과자를 구입하는데 사용한 4000원은 어떤 부호로 어떻게 나타내면 될까요? ① : 네, 그래서 수입과 지출은 서로 반대되는 성질을 가지고 있군요. 그럼 우리주위에서 또 반대되는 성질을 가지는 수량이 있을까요? ① : 그렇군요. 영상과 영하를 기호를 사용해서 나타낼 수 있나요? ① : 또 다른 예를 알고 있나요? ① : 잘했어요. 우리 주위에는 이렇게 반대되는 성질을 가진 수량들이 있습니다. 이번 시간에는 다양한 상황에서 + 기호와 - 기호를 사용하는 경우를 생각해보고, 수를 어떻게 분류할 수 있는지 공부해 보도록 하겠습니다. (이하 생략)	기서 과자를 구입하는데 쓴 4000원을 빼면 됩니다. ⑤ : 지출이니까 -4000원으로 나타내면 됩니다. ⑤ : 온도가 있어요. 0℃보다 높으면 영상이라고 하고, 낮으면 영하라고 합니다. ⑤ : 네, 영상은 + 기호를 사용할 수 있겠고, 영하는 - 기호를 사용해서 나타낼 수 있어요. ⑤ : 높이도 나타낼 수 있어요. 지상은 + 기호를 사용하고, 지하는 - 기호를 사용할 수 있어요. ⑤ : 네. (이하 생략)
--	--

<표 IV-3> 수업 목표 제시 및 동기부여 발문

(2) 수업전개 발문

(가) 교과 내용 설명을 위한 발문

새로운 개념을 도입 할 때, 교사와 학습자의 수학적 의사소통을 높이기 위해서는 수학적 용어와 기호를 충분히 숙지하여야 한다.

이 때, 교사의 일방적인 용어 설명 보다는 여러 가지 상황과 문제를 통해서 학습자 스스로 용어를 습득하며 교사의 발문을 통해 학생들의 답을 이끌어 낼 수 있도록 하여야 한다.

단원	5. 통계	소단원	2. 도수분포표	단계	수학1
수업	도수분포표를 이해한다.				
목표	도수분포표를 해석할 수 있다.				

5.2 도수분포표

학습 목표 • 도수분포표를 이해한다.
• 도수분포표를 해석할 수 있다.

미리알고보면 건강한 몸 만들기

마라톤은 심장과 폐를 운동하게 하고, 마라톤 예방 운동은 10km 단종 마라톤 대회에 참가한 40명의 참가자들의 마라톤 완주 기록을 나타낸 표입니다. 참가자들이 마라톤 완주 기록이 높은 순서대로 나열되어 보기에 나타내는 방법에 대하여 생각해 봅시다.

표 1 마라톤 완주 기록 (단위: 분)

참가 번호	기록	참가 번호	기록	참가 번호	기록
1	55	11	43	21	55
2	42	12	58	22	49
3	69	13	31	23	75
4	30	14	67	24	55
5	41	15	34	25	35
6	76	16	70	26	37
7	52	17	32	27	31
8	67	18	46	28	36
9	33	19	31	29	30
10	54	20	59	30	56

예제 1 완주 기록이 80분 이상 90분 미만인 참가자의 수를 생각해 볼 수 있나요?

위의 표 1에서 완주 기록이 80분 이상 90분 미만인 참가자는 참가 번호 11, 12, 13, 14, 15의 5명뿐이지만, 이를 찾기 위해서는 참가자의 기록을 하나하나 살펴봐야 한다.

이와 같이 표 1은 참가자의 마라톤 완주 기록을 찾아보기는 쉽지만 마라톤 완주 기록이 80분 이상 90분 미만인 참가자의 수나 자료의 분포 상태를 한눈에 찾아보기는 쉽지 않다.

마라톤 자료의 분포 상태를 쉽게 찾아보기 위해서는 자료를 체계에 맞게 정리할 필요가 있다.

예제 2 많은 수의 자료들을 일정한 간격으로 구분하려고 할 때, 어떻게 정리를 할 수 있나요?

오른쪽 표 2는 표 1에서 따온 완주 기록을 30분부터 90분까지 10분 간격으로 구분하고, 각 구간에 속하는 참가자의 수를 조사하여 정리한 것이다.

이와 같이 자료를 정리하면 참가자들의 마라톤 완주 기록의 분포 상태를 알아보기가 쉽다. 이를 자료를 수량으로 나타낸 것을 **변환**이라 하고, 변환을 일정한 간격으로 나눈 구간을 **계급**, 구간의 너비를 **계급의 크기**, 각 계급에 속하는 자료의 수를 그 계급의 **도수**라고 한다.

또, 주어진 자료를 몇 개의 계급으로 나누고, 각 계급에 속하는 도수를 조사하여 나타낸 표를 **도수분포표**라고 한다. 도수분포표에서 계급을 대표하는 값으로서 각 계급의 가운데 값을 그 계급의 **계급값**이라고 한다. 즉,

$$(\text{계급값}) = \frac{(\text{계급의 양 끝값의 합})}{2}$$

이다.

예제 3 표 2에서 계급은 30분 이상 40분 미만, 40분 이상 50분 미만, ..., 80분 이상 90분 미만이고, 계급의 크기는 10분이다. 50과 80의 도수는 위에서부터 차례로, 2명, 8명, ..., 8명이고, 계급값은 각각 $\frac{30+40}{2} = 35$ (분), $\frac{40+50}{2} = 45$ (분), ..., $\frac{80+90}{2} = 85$ (분)이다.

도수분포표 만들기

계급(분)	도수	계급값(분)
30 ~ 40	2	35
40 ~ 50	8	45
50 ~ 60	10	55
60 ~ 70	4	65
70 ~ 80	4	75
80 ~ 90	8	85
합계	30	

① : 이번 시간에 여러분들이 배운 내용은 도수분포표라는 것입니다. 먼저, 172p의 마라톤 완주기록을 볼	⑤ : 20명이 있어요.
---	---------------

까요? 몇 명의 참가자들이 있나요? ㉠ : 네, [표 1]에는 1번부터 40번까지 참가자들의 완주기록이 나와 있어요. 그럼 이 표를 보고 선생님의 물음에 답해봅시다. ㉠ : 기록이 60분 미만인 참가자는 몇 명인가요? ㉠ : 답이 조금씩 다르네요? 그렇다면 기록이 80분 이상 90분 미만인 참가자는 몇 명인가요? ㉠ : 여러분들은 선생님의 물음에 답을 찾기 위해 어떻게 했나요? ㉠ : 찾기 어땠어요? ㉠ : 그래요. [표 1]은 각 참가자들의 기록을 알아보긴 쉽지만 참가자의 기록 분포상태를 한눈에 알아보긴 어렵죠? 그래서 우리는 이 표를 정리해서 오른쪽 페이지의 [표 2]를 만들었습니다. 이것을 무엇이라고 할까요? ㉠ : 네, 맞아요. 그럼 도수분포표에 대해 알아보도록 합시다. [표 2]는 [표 1]과 어떤 점이 다른가요?	㉡ : 네 ㉡ : (각자 세고있다) 하나, 둘, 셋 16명이에요! ㉡ : 18명이에요! ㉡ : 17명인것 같아요. ㉡ : 4명이에요. ㉡ : 5명이에요. ㉡ : 5명이에요. ㉡ : 표를 살펴보았어요. ㉡ : 하나하나 세니까 헛갈렸어요. ㉡ : 도수분포표입니다. ㉡ : [표 2]는 [표 1]에서 기록을 30분부터 90분까지 10분 간격으로 구분했어요. ㉡ : 구분한 기록에 알맞은 사람 수를 기록했어요. ㉡ : 모두 몇 명인지 한눈에 알 수
---	--

㉠ : 모두 잘 찾아주었어요.

여러분이 말했던 것을 선생님이 정리해 보겠습니다. 40개의 서로 다른 기록들이 있지요. 이것을 도수분포표에서 는 ‘변량’이라고 합니다. 그리고 그 변량이 10분 간격으로 구분이 되어있다고 했지요?

㉠ : 이렇게 변량을 일정한 간격으로 나눈 구간을 ‘계급’이라 합니다.

㉠ : 맞아요, 30분부터 90분까지 6개의 계급으로 나눈 것이죠. 그리고 구간의 너비가 얼마인가요?

㉠ : 네, 구간의 너비를 도수분포표에서는 ‘계급의 크기’라고 합니다. 계급의 크기가 얼마죠?

㉠ : 그리고, 각 계급에 속하는 자료의 수, 즉 [표 2]에서는 사람 수를 ‘도수’ 라고 합니다. 그럼 표를보고 대답해 볼까요? 20분 이상 40분 미만의 기록을 가진 사람은 몇 명인가요?

㉠ : 15명의 도수를 가진 계급은 어떤 계급인가요?

㉠ : 그럼 60분 이상 90분 미만의 기록을 가진 참가자는 모두 몇 명인가요?

㉠ : 네, 모두들 잘 알고 있네요. 그럼 우리반 학생들을 대상으로 자료를 조사하고 도수분포표로 만들어

있어요.

㉡ : 네

㉡ : 그럼 계급이 6개인가요. 선생님?

㉡ : 30에서 40이고, 40에서 50이니까 10입니다.

㉡ : 10 이요.

㉡ : 2명입니다.

㉡ : 50분 이상 60분 미만입니다.

㉡ : 17명입니다.

㉡ : 네

보는 활동을 해 봅시다. (이하 생략)	(이하 생략)
------------------------------	---------

<표 IV-4> 교과서 내용 설명 발문

(나) 문제 해결을 위한 발문

현 수학교과서의 여러 가지 문제를 통해 학습자의 창의력을 향상시킬 수 있기 위한 문제의 유형은 다양하다. 이에 따라 각기 다른 유형의 문제를 해결을 위해서 교사의 다양한 발문이 필요하다. 간결하고 명확하며, 문제의 유형에 따른 발문을 통해 학습자의 수학적 창의력을 향상시킬 수 있다.

① 계산문제

실제로 각 단원의 심화과정을 도입하기 전에 여러 가지 연산을 통해 실제로 계산을 해 보는 문제로서 교사는 학습자들의 수학적 자신감을 향상시키고, 친밀감을 갖도록 적절한 발문을 할 수 있다.

단원	3. 문자와 식	소단원	9. 일차방정식의 활용	단계	수학1
수업	일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있다				
목표	일차방정식이 실생활에 어떻게 활용되는지 알게 한다.				

3.9 일차방정식의 활용

학습 목표 1 일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있다.



우리 한 개의 가게

자존이는 어머니와 함께 시장에 갔다가 200mL짜리 우유 4개와 100원짜리 요구르트 1개를 세로 상점으로 인출하여 4330원에 할인 판매한다는 것을 알게 되었습니다. 할인 판매를 하는 우유 1개의 가격을 구하는 방법에 대하여 생각해 봅시다.

SALE



- ① 마지막 x 결정하기
- ② 일차방정식으로 나타내기
- ③ 일차방정식 풀기
- ④ 확인하기

예제 1 200mL짜리 우유 1개의 가격은 얼마인가?
200mL짜리 우유 1개의 가격이 얼마인지 다음과 같은 순서로 알아보자.
① 200mL짜리 우유 1개의 가격을 x 원이라고 하자.
② 문제의 조건에 따라
(우유 9개의 가격)+(요구르트 1개의 가격)=(세로 상점의 가격)
이므로 세로 상점의 가격은 다음과 같이 방정식으로 나타낼 수 있다.
 $9x + 100 = 4330$
③ @에서 방정식을 풀면
 $9x = 4330 - 100$
 $9x = 4230$
 $x = 470$
즉, 200mL짜리 우유 1개의 가격은 470원이다.
④ 200mL짜리 우유 9개의 가격은 $9 \times 470 = 4230$ (원), 요구르트 1개의 가격은 100원이므로 우유 9개와 요구르트 1개의 가격은 4330원이다. 따라서 @에서 구한 해가 문제의 뜻에 맞는다.

이와 같이 일차방정식을 활용하여 실생활의 문제를 해결할 때에는 문제 상황에서 무엇을 미지수로 놓을지 결정하고, 등식의 관계가 있는 수량을 찾아 일차방정식으로 나타낸다.

일반적으로 일차방정식을 활용하여 문제를 해결할 때에는 다음과 같은 순서로 한다.

일차방정식의 활용하여 문제를 해결하는 순서

1. 문제의 뜻을 파악하고, 무엇을 미지수로 놓을지 결정한다.
2. 등식 관계가 있는 수량을 찾아 일차방정식으로 나타낸다.
3. 일차방정식을 풀기
4. 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

예제 1 연속하는 두 자연수의 합이 17일 때, 두 자연수를 구하여라.

풀이 1 연속하는 두 자연수 중 작은 수를 x 라고 하면 큰 수는 $x+1$ 이다.
두 수의 합이 17이므로
 $x + (x+1) = 17$
이다. 이 방정식을 풀면
 $2x + 1 = 17$
 $2x = 17 - 1$
 $2x = 16$
 $x = 8$
따라서 연속하는 두 자연수는 8, 9이다.
확인
연속하는 두 자연수가 8, 9이면 두 자연수의 합이 $8+9=17$ 이므로 문제의 뜻에 맞는다.

① 8, 9

예제 2 형의 나이는 동생의 나이보다 8살이 많고 형과 동생의 나이의 합은 28살이다. 동생의 나이를 구하여라.



① : 예제 1 번의 문제를 봅시다.

연속하는 두 자연수의 합이 17일 때, 두 자연수를 구하여라.

일차방정식을 풀 때 가장 먼저 해야 하는 것은 무엇이었나요?

① : 네, 맞아요. 그럼 이 문제에서는 무엇을 미지수 x 라고 두는 것이 좋을까요?

① : 그 다음단계는 어떻게 되나요?

① : 그러면 식으로 나타낼 수 있습니까?

① : 방정식을 푼다는 말을 들어 본 적이 있나요?

① : 맞아요. 그러면 식을 정리해

⑤ : 무엇을 미지수로 놓을지 결정해야 합니다.

⑤ : 글로 되어있는 문제를 식으로 나타내야 해요.

⑤ : 연속하는 수중에서 작은 것을 x 로 놓습니다.

⑤ : 연속하는 자연수이므로, 하나는 x 로 나타내고, 나머지는 $x+1$ 로 둘 수 있습니다.

⑤ : 네, $x + (x+1) = 17$ 로 둘 수 있습니다.

⑤ : 답을 구하라는 말인 것 같아요.

⑤ : $2x + 1 = 17$ 이 됩니다.

볼 수 있겠네요. 한번 말해 볼까요?	
㉠ : 다음은 무엇을 해야 합니까?	㉡ : 1을 양변에 빼줍니다.
㉠ : 그러면 어떻게 됩니까?	㉡ : $2x = 16$ 이 됩니다.
㉠ : 양변에 0이 아닌 같은 수를 나누어도 등식은 성립합니까?	㉡ : 네. 양변에 2를 나눌 수 있습니다.
㉠ : x 는 얼마입니까?	㉡ : $x = 8$ 이 됩니다.
㉠ : 그럼 문제에서 구하고자하는 답은 어떻게 구하나요?	㉡ : $x, x+1$ 에 8을 대입하면 답은 8과 9입니다.
㉠ : 네, 잘 풀어주었습니다. 등식의 성질을 이용하면 해를 구할 수 있나요?	㉡ : 네.
㉠ : 자, 이제 비슷한 유형의 다른 문제를 각자 풀어보는 시간을 가지도록 합시다.	㉡ : 네.
(이하 생략)	(이하 생략)

<표 IV-5> 계산 문제 해결을 위한 발문

② 응용문제

추상적인 내용을 실생활 문제 장면에 응용하거나 물리·화학·인구문제·공업 등에 활용하는 문제로써 계산문제를 통해 계산을 적용하는 정도의 문제이다.

단원	1. 소인수분해	소단원	3, 최대공약수	단계	수학1
수업	최대공약수의 성질을 이해하고, 이를 구할 수 있다.				

목표 최대공약수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

1.3 최대공약수

학습 목표 ① 최대공약수의 정의를 이해하고, 이를 구할 수 있다.
② 최대공약수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.



세로 상자를 몇 개 만들 수 있을까?

연이네 학집에서는 매일 저녁 일정한 시간이 되면 학교 한가운데서 다시 포장하여 판매를 합니다. 각 세로 상자는 목의 개수를 각각 길게 하고, 한가운데 개수도 각각 길게 합니다. 세로 상자를 만드는 방법에 대하여 생각해 봅시다.

① 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

목은 15개이므로 목을 같은 개수로 남은 세로 상자는 15의 약수인 1, 2, 3, 5, 15를 만들 수 있다. 또, 한과는 24개이므로 한과를 같은 개수로 남은 세로 상자는 24의 약수인 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24개를 만들 수 있다.

이때 목과 한과를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들려면 세로 상자는 15와 24의 공약수인 1, 2, 3, 6개를 만들 수 있고, 최대로 만들 수 있는 세로 상자의 개수는 15와 24의 최대공약수인 3이다. 여기서 15와 24의 공약수 1, 2, 3, 6은 최대공약수인 3의 배수임을 알 수 있다.

일반적으로 두 개 이상의 자연수의 공약수는 그 수들의 최대공약수의 약수이다.

한편, 두 자연수 8과 18의 최대공약수는 2이다. 이와 같이 최대공약수가 1인 두 자연수를 서로소라고 한다.

8의 약수 1, 2, 4, 8
18의 약수 1, 3, 6, 18

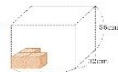
- 1 다음 수 중에서 8과 서로소인 수를 모두 찾아라.
(1) 6 (2) 2 (3) 18 (4) 16

예제 2 어느 공학소에서 남학생 60명과 여학생 45명을 몇 개의 모둠으로 나누어 체험 학습을 하려고 한다. 각 모둠에 속하는 남학생과 여학생의 구성 인원이 각각 같도록 할 때, 최대 몇 개의 모둠을 만들 수 있는지를 구하여라.

남학생 60명
여학생 45명
모둠 15개

풀이 1과 모둠이 속하는 남학생과 여학생의 구성 인원이 각각 같도록 하려면 남학생 60명과 여학생 45명의 공약수만큼 모둠을 만들어야 한다. 이때 최대로 만들 수 있는 모둠의 수는 60과 45의 최대공약수이고, 60과 45를 각각 소인수분해하면 소인수가 같다. 따라서 최대공약수는 $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 30$ 이므로 최대 15개의 모둠을 만들 수 있다.

4 같은 크기의 정육면체 모양의 블록을 빈공간에 쌓아서 가로와 길이가 64cm, 세로의 길이가 32cm, 높이가 56cm인 직육면체가 되도록 하려고 한다. 가능한 한 큰 블록을 사용하여 쌓으려고 할 때, 블록의 한 모서리의 길이를 구하여라.



① 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

② 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

③ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

④ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

⑤ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

⑥ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

⑦ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

⑧ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

⑨ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

⑩ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

⑪ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

⑫ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

⑬ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

⑭ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

⑮ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

⑯ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

⑰ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

⑱ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

⑲ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

⑳ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㉑ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㉒ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㉓ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㉔ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㉕ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㉖ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㉗ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㉘ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㉙ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㉚ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㉛ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㉜ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㉝ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㉞ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㉟ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㊱ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㊲ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㊳ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㊴ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㊵ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㊶ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㊷ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㊸ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㊹ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㊺ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㊻ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㊼ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㊽ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㊾ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㊿ 15개의 한과 24개를 각각 똑같이 나누어 세로 상자로 만들 때, 세로 상자는 최대 몇 개까지 만들 수 있나요?

㉠ : $64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ $32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$ 이군요. 최대공약수는 어떻게 구하면 되나요? ㉠ : 네, 아주 잘했어요. 작은 블록의 한 모서리의 길이는 얼마가 되어야 하나요? ㉠ : 이제 최대공약수를 구할 수 있으니 실생활에서 필요한 때에 잘 활용할 수 있겠습니까? ㉠ : 다음 문제도 역시 실생활에 응용할 수 있는 문제네요. 조별로 문제를 읽고 함께 해결해 봅시다. (이하 생략)	다. ㉡ : 56은 $2 \times 2 \times 2 \times 7$ 입니다. ㉡ : 최대공약수는 공통인 소인수들의 곱입니다. $2 \times 2 \times 2$ 이므로 8이 됩니다. ㉡ : 8 cm입니다. ㉡ : 네. (이하 생략)
---	--

<표 IV-6> 응용 문제 해결을 위한 발문

③ 증명문제

공리, 정의, 증명된 정리, 약속된 논리 등을 이용하여 타당성을 유도하는 문제로 기존의 공식이 나타나게 된 배경과 힘께 흥미를 유발시켜 정리와 증명이 함께 내재될 수 있도록 유의한다.

단원	7. 평면도형의 성질	소단원	5. 원과 부채꼴	단계	수학1
수업	호, 현 부채꼴, 중심각, 활꼴, 할선의 뜻을 안다.				
목표	부채꼴의 중심각의 크기와 호의 길이, 넓이 사이의 관계를 이해한다.				

원과 부채꼴

핵심 키워드 • 초, 현, 부형권, 증임권, 할양, 양전의 뜻을 안다.
• 부형권이 증임권과 크기만 호의 같아, 넘어 사이의 관계를 이해한다.

생각 펼치기 갈매기, 빛으로 날다.
최근 소비자의 구매 기준

최근 소위 디지털 구제에 따른 저출생 가능성이
중요하게 간주되고 있음에도 불구하고 디지털은 고
급 인력을 필요로 함으로 수도권에 국한되고 있음
다. 어느 도시에서든 애초 도시의 브랜드가 다
다양성을 위해 중점 사업들에 대해서도
다양한 품목을 골고 있음이다.

오히려 어느 도시 품목 디자인 품목에서
수많은 품목과 브랜드를 개발하고 있는 것과
현대를 고려해서 디자인한 것임이다. 이 디자인
에 새롭고 특별한 대안을 생각해 봅시다.



❶ 위의 보도블록 디자인 작품에는 어떤 모양의 도형들이 있나요?

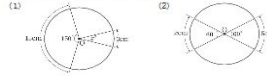
이런 작품 속에는 여러 가지 철학이 있고, 철학의 범주가 훨씬 넓은 경우도 있다. 이 중에서 원시 문화, 고대 문화가 결정적인 한 걸음으로부터 엄청난 한 걸음 더 이른 문화로 이어져진 도형이 있고, 오히려 퇴화한다. 이때 철학은 이 철학의 중심이고, 중심이 오히려 이 철학에 있어 철학의 중심을 이루는 선을 원 O의 반지름이라고 한다.

한편, 오른쪽 그림과 같이 철학 O 위에 두 점 A, B를 잡으면 철학은 두 부분으로 나누어지는데 이 두 부분은 자라 호라고 한다. 양 끝점이 A, B인 호를 호 AB라 하고 이것을 기호로

$\overline{AB}$ 은 보통 직선 AB 의
 점을 나타내고, 큰 꺾은
 선을 나타낼 때 $\overleftrightarrow{AB}$ 이라
 하며 한 점 O 를 지나
 $\overleftrightarrow{AC}$ 의 길이 나타낸다.

두 점 한 위의 두 점 A, B 를 이은 선분을 **선분**이라 하고 양 끝
 점 A, B 인 점을 **선분 AB 의 두 끝**이라 한다. 그리고 한 점 위의 두 점 C, D
 를 지나는 직선 CD 을 **직선 CD 의 한 점**이라고 한다.

2 다음 그림에서 α 의 값을 구하여라.



3 오른쪽 그림에서 $\angle AOB = 80^\circ$, $\angle COD = 120^\circ$
이고 부채꼴 COD의 넓이는 20cm^2 일 때, 다음을 구
하여라.

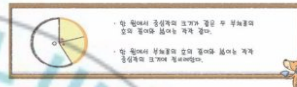
- (1) 부채꼴 AOB의 넓이
- (2) 원 O의 넓이

• 생김새 다지는 의사소통

- 한 원에서 한의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는 이유를 오른쪽 그림을 예로 들어 설명하여 보자.



수확 필짓기



① : 문제를 봅시다. 모두 함께 한 번 읽어 볼까요?

㉔ : 이 문제를 풀기 전에 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 어떤 관계가 있었나요?

① : 네, 잘 이해하고 있는데요. 그럼 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하나요?

⑦ : 왜 정비레하지 않을까요?

① : 왜 그런지 문제를 통해서 알아봅시다. 어떻게 설명할 수 있을까요?

⑦ : 그것을 식으로 나타내면 어떻

⑤ : (소리 내어 함께 읽는다)

• 생각을 다지는 의사소통

● 한 원에서 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는 이유를 오른쪽 그림을 예로 들어 설명하여 보자.



⑤ : 중심각이 커지면, 부채꼴의 넓이도 커집니다.

⑤ : 중심각이 2배가 되면, 넓이도 두 배가 됩니다.

⑤ : 정비례입니다.

⑤ : 아니예요.

⑤ : 그건..(책을 살펴본다.) 책에 그렇게 나와있습니다.

⑤ : 각이 두 배라고 해서 현의길이도 두 배가 되지 않는다는 것을 보이면 됩니다.

⑤ : 각이 같은 두 부채꼴은 현의 길이

게 되나요? ㉠ : 아주 잘 해주었어요. 그 다음단계는 어떻게 되나요? ㉠ : 그래요, $\angle AOC$의 현은 무엇입니까? ㉠ : 그렇다면 현이 정비례하려면 $\overline{AB} + \overline{BC}$ 와 $\overline{AC}$ 를 비교했을 때 어때야하나요? ㉠ : 여러분들이 비교해볼 수 있을까요? ㉠ : 그러면 어떤 결과가 나왔는지 설명 할 수 있습니까? ㉠ : 네, 따라서 한 원에서 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다는 것을 알아보았습니다. 모두들 오늘 공부한 내용을 잘 익히주세요. 여러분 수고하셨습니다. (이하 생략)	도 같다는 것을 나타내면 $\angle AOB = \angle BOC$ 이므로, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 로 나타낼 수 있습니다. ㉡ : 각이 두 배일때, 현도 두 배라는 것을 말해야 합니다. ㉡ : $\overline{AC}$ 입니다. ㉡ : 길이가 같으면 중심각의 크기에 정비례한다고 할 수 있습니다. ㉡ : $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} < \overline{AB} + \overline{BC}$ 이므로, $\overline{AC} < 2\overline{AB}$ 가 되겠어요. ㉡ : 각은 두 배가 되어도 현은 두 배보다 작기 때문에 정비례하지 않습니다. ㉡ : 수고 하셨습니다. 선생님. (이하 생략)
--	--

<표 IV-7> 증명 문제 해결을 위한 발문

④ 추론문제

실생활에 응용은 적으나 논리적 추론 능력이나 수학 사고를 길러주는데 용이하며, 교과서에 제일 많이 나오는 문제로 학습자에게 가장 익숙한 문제 유형이다. 교사는 추론하는 과정을 직접적으로 제시하지 않고, 학습자 스스로 할 수 있도록 유의하여야 한다.

단원	8. 입체도형의 성질	소단원	2. 회전체	단계	수학1
수업	회전체의 뜻을 안다.				
목표	회전체의 성질을 이해한다.				

8.2 회전체

학습 목표 1. 회전체가 무엇인지
2. 회전체의 성질을 이해한다.

회전체

실생활 속에서 회전체를 찾아볼 수 있다.

회전체는 어떤 모양인가?

(그림 1)은 원기둥, (그림 2)는 원뿔, (그림 3)은 원뿔을 한 변을 축으로 하여 1회전 시켜서 생기는 입체도형으로 각각 원기둥, 원뿔, 두 원뿔이다.

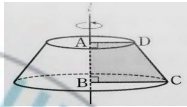
이와 같이 한 변을 축으로 하여 평면도형을 1회전 시켜서 생기는 입체도형을 회전체라고 한다.

이제 축으로 사용한 도형을 회전축, 회전하면서 얻은 면을 선분을 그 회전축의 모선이라고 한다. 한편, 구에서 반직의 중심과 반지름을 각각 구의 중심과 반지름이라고 한다.

스스로 해결하기

- 다른 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.
(1) 한 변을 축으로 하여 평면도형을 1회전 시켜서 생기는 입체도형을 □라고 한다.
(2) 직각을 그 변에서 평행한 평면으로 자를 때 생기는 두 입체도형 중에서 직각이 아닌 쪽의 입체도형을 □라고 한다.
- 다른 보기에서 회전체를 모두 골라라.
□ 원기둥 □ 원뿔 □ 정팔면체 □ 정사각형 □ 정육면체 □ 정사각뿔 □ 정삼각뿔 □ 정사각형
- 오른쪽 그림과 같은 평면도형을 한 변을 축으로 하여 1회전 시켜서 생기는 입체도형을 그린다.
- 오른쪽 그림과 같은 평면도형을 한 변을 축으로 하여 1회전 시켜서 생기는 입체도형을 그린다.
- 오른쪽 그림과 같은 평면도형을 한 변을 축으로 하여 1회전 시켜서 생기는 입체도형을 그린다.

㉠ : 문제를 이해 할 수 있겠나요? ㉠ : 문제를 다시 한번 읽어볼까요? ㉠ : 어떤 입체도형을 만들려고 하나요? ㉠ : 그렇죠, 그렇다면 원뿔대는 어떤 입체도형인지 말해볼 수 있나요? ㉠ : 원뿔대를 잘 이해하고 있군요. 문제에 제시된 도형을 회전체로 만든다면 몇 개의 입체도형이 만들어지나요? ㉠ : 각 변을 회전축으로 하여 1회	㉡ : (문제를 보며 자신없는 듯) 네.. ㉡ : (큰 소리로 읽고 각자 생각해 보는 시간을 가진다) ㉡ : 원뿔대입니다. ㉡ : 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 생기는 도 입체도형 중에 원뿔이 아닌 다른 쪽을 원뿔대라고 합니다. ㉡ : 변이 4개니까, 4개의 입체도형이 만들어 질것 같습니다. ㉡ : (머릿속으로 도형을 1회전 시
---	--

전 하면 어떤 입체도형이 생기는지 각자 한번 생각해 볼까요? ㉠ : 왜 그렇게 생각하나요? ㉠ : 변AB를 회전축으로 하면 어느 변이 평행하게 되나요? ㉠ : 그렇다면 원뿔대가 만들어 지 나요? 한번 그려볼까요? ㉠ : 그래요, 이처럼 원뿔대가 만들 어지려면, 어떤 평면도형을 1회전 하여야 할까요? ㉠ : 네, 맞아요. 모두 이해가 되나 요? 다른 평면도형을 1회전하여 어 떤 입체도형을 만들 수 있는지 생 각해 봅시다. (이하 생략)	키며 고민한다.) 변 AB입니다. ㉡ : 원뿔대는 윗변과 아랫변이 평 행해야 하니까 그림에서 변AB를 회전축으로 삼으면 될 것 같아요. ㉡ : 변AD가 속한 면과, 변BC가 속한 면이 평행합니다. ㉡ : 네, 이러한 원뿔대가 만들어 집니다.  ㉡ : 사다리꼴이요. ㉡ : 이웃한 두 내각만이 직각인 사 다리꼴입니다. ㉡ : (각자 생각하며 고민해본다) (이하 생략)
---	--

<표 IV-8> 추론 문제 해결을 위한 발문

㉡ 과정문제

순서적 사고과정이 중시되며 체계적인 사고에 도움을 주는 문제
로 서술형 문제가 포함되며, 학습자 대부분 일정한 순서 없이 직
관적으로 문제를 해결해 내는 경우가 많다. 교사는 발문을 통하여
학습자의 문제 해결과정을 바르게 유도하며, 체계적으로 지식이
정리될 수 있도록 해야 한다.

단원	4. 함수와 그래프	소단원	6. 단원 마무리	단계	수학1
수업	다양한 상황을 통해 함수의 개념을 이해하게 한다.				
목표	함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있게 한다.				

단원 마무리 4 함수와 그래프

01 다음 보기에서 함수인 것을 모두 골라라.

가. 기동자를 타고 시속 4km로 2시간 동안 달린 거리 $s(t)$

나. 자연수 s 를 5로 나눈 나머지를 나타내는 p

다. 자연수 s 의 제곱 y

라. 한 달에 1000원 부채의 금액과 s 원 부채 s 표의 차액 y

04 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.

가. $y = x^2$ 의 그래프가 y -축에 있다.

나. $y = x^2$ 의 그래프가 y -축에 있다.

다. 점 $(0, 3)$ 은 $y = x^2$ 의 그래프에 있다.

라. 점 $(3, -2)$ 은 $y = x^2$ 의 그래프에 있다.

마. $y = x^2$ 의 그래프가 y -축에 있다.

02 함수 $f(x) = -\frac{3}{2}x$ 에 대하여 $f(-3)$ 의 값을 구하여라.

05 $a < b < 0$ 라 할 때, a 와 b 의 곱의 부호를 구하여라.

03 오른쪽 그래프에 점 A(1, 0), B(0, -3), C(4, 2), D(-8, 3), E(-3, -4), F(2, -2)를 각각 나타내어라.

06 오른쪽 그래프에 점 A(1, 0), B(0, -3), C(4, 2), D(-8, 3), E(-3, -4), F(2, -2)를 각각 나타내어라.

07 다음 보기에서 함수 $y = x^2 - 5x$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 골라라.

가. y -축을 지난다.

나. $y = x^2 - 5x$ 의 그래프가 y -축에 있다.

다. 점 $(5, 0)$ 은 $y = x^2 - 5x$ 의 그래프에 있다.

라. 점 $(-2, -10)$ 은 $y = x^2 - 5x$ 의 그래프에 있다.

08 함수 $y = x^2 - 5x$ 의 그래프가 y -축에 점 $(3, -2)$, $(-8, 3)$ 을 지날 때, b 의 값을 구하여라.

09 오른쪽 그래프에 점 A(1, 0), B(0, -3), C(4, 2), D(-8, 3), E(-3, -4), F(2, -2)를 각각 나타내어라.

10 다음 보기에서 함수 $y = -\frac{3}{2}x$ 의 그래프 위에 있는 점을 모두 골라라.

가. $(4, -6)$

나. $(3, -2)$

다. $(-1, -12)$

라. $(-5, 2)$

11 오른쪽 그래프에 점 A(1, 0), B(0, -3), C(4, 2), D(-8, 3), E(-3, -4), F(2, -2)를 각각 나타내어라.

12 오른쪽 그래프에 점 A(1, 0), B(0, -3), C(4, 2), D(-8, 3), E(-3, -4), F(2, -2)를 각각 나타내어라.

13 오른쪽 그래프에 점 A(1, 0), B(0, -3), C(4, 2), D(-8, 3), E(-3, -4), F(2, -2)를 각각 나타내어라.

① : 여러분, 문제를 읽어 보았나요?

① : 문제 9에서 구하고자 하는 것은 무엇입니까?

단계별 지도사항
① 점 A, B의 좌표 구하기
② $\triangle AOB$ 의 높이와 밑면 구하기
③ $\triangle AOB$ 의 넓이 구하기

① : 가장 먼저 해야 할 것은 무엇 일까요?

① : A좌표를 구할 수 있습니까?

⑤ : 네.

⑤ : 색칠한 부분의 넓이를 구하는 것입니다.

09 오른쪽 그래프에 점 A(1, 0), B(0, -3), C(4, 2), D(-8, 3), E(-3, -4), F(2, -2)를 각각 나타내어라.

오른쪽 그래프에 점 A(1, 0), B(0, -3), C(4, 2), D(-8, 3), E(-3, -4), F(2, -2)를 각각 나타내어라.

와 $y = \frac{4}{3}x$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 삼각형 AOB의 넓이를 구하여라. (단, 풀이 과정을 자세히 써라.)

⑤ : A좌표와 B좌표를 구해야 합니다.

⑤ : $y = \frac{4}{3}x$ 식에 x 에 3을 대입하면 됩니다.

㉠ : B좌표는 어떻게 구하나요?	㉡ : A처럼 $y = \frac{1}{3}x$ 그래프에 x 에 3을 대입하면 됩니다.
㉠ : 각자 A좌표와 B좌표를 구해보까요?	㉡ : (각자 열심히 답을 구한다.) A는 (3,4) 이고, B는 (3,1)입니다.
㉠ : 잘했습니다. 점을 구한 다음은 무엇을 해야 하나요?	㉡ : 삼각형의 넓이를 구해야 합니다.
㉠ : 넓이는 어떻게 구할 수 있나요?	㉡ : 밑면의 길이와 높이를 알아야 합니다.
㉠ : 밑면의 길이와 높이가 문제에 제시되어 있나요?	㉡ : 아니요, 구해야 됩니다.
㉠ : 밑면의 길이와 높이를 구할 수 있습니까?	㉡ : 네, 밑면은 A와 B의 y 좌표를 빼면 됩니다.
㉠ : 그러면 삼각형의 넓이를 구할 수 있겠군요.	㉡ : 밑면의 길이 AB는 $4-1 = 3$ 이고, 높이는 3입니다.
㉠ : 네, 잘했습니다. 이와 비슷한 다른 문제에 활용할 수 있겠습니까?	㉡ : 네, $\frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2}$ 입니다.
㉠ : 그럼, 각 조별로 비슷한 문제를 내고, 다른 조와 바꾸어 풀어보는 시간을 가지도록 합시다. 각 조별로 의논하여 문제를 만들어 볼까요?	㉡ : 네, 비슷한 문제면 풀이도 같으니까 풀 수 있을 것입니다.
㉠ : 네, 좋은 생각입니다.	㉡ : 식이 3개여도 되나요 선생님?
(이하 생략)	(이하 생략)

<표 IV-9> 과정 문제 해결을 위한 발문

⑥ 개방문제

풀이방법이 다양한 문제로 해는 정해져 있으나 학습자에 따라 풀이 방법이 다양한 문제이다. 교사는 학습자에게 여러 가지 방법의 문제풀이가 존재할 수 있음을 인식 시키고, 자유로운 사고를 할 수 있는 기회를 제공한다.

단원	3. 문자와 식	소단원	8. 일차방정식의 풀이	단계	수학1
수업	일차방정식의 뜻을 이해한다.				
목표	일차방정식을 풀 수 있다.				

3.8 일차방정식의 풀이

학습 목표 1. 일차방정식의 뜻을 이해한다.
2. 일차방정식을 풀 수 있다.

배경 **수업은 내가 오빠사**

삼촌이는 어머님의 생일에 생일 축하 메시지를 보내려고 합니다. 생일 축하 메시지를 보내는 것과 같은 일을 하려고 하는데, 생일 축하 메시지가 300원인 것을 2번 보내려고 하는데, 생일 축하 메시지가 400원인 것을 1번 보내려고 하는데, 생일 축하 메시지를 보내는 방법이 2가지 있습니다.



이제 **미역의 무게를 구하려고 할 때, x의 값을 어떻게 구할 수 있을까?**

미역과 그릇의 무게를 합한 것은 $(x+300)$ 원이라고 하고, 미역과 그릇의 무게를 합한 것은 $(x+400)$ 원이라고 하면, 다음을 풀 수 있다.

$$x+300=400$$

이 방정식의 양변에서 300을 빼면

$$x+300-300=400-300$$

이고, 좌변을 정리하면

$$x=400-300$$

이다. 이제 우변의 -300 은 좌변에 있던 $+300$ 을 부호를 바꾸어 우변으로 옮긴 것과 같다.

이와 같이 등식의 성질을 이용하여 등식의 어느 한 변에 있는 항을 부호를 바꾸어 다른 변으로 옮기는 것을 **이항**이라고 한다.

정답 방정식 $4x=x+5$ 에서 우변의 x 를 좌변으로 이항하면 $4x-x=5$ 가 된다.

$$3x=5$$

양변에서 3 을 곱하면

$$3x \times 3 = 5 \times 3$$

정리하면

$$9x=15$$

정답 $x=15/9=5/3$

정답 방정식 $\frac{1}{2}x=\frac{1}{3}x+1$ 을 풀 때, 양변에 6을 곱하면

$$3x=2x+6$$

양변에서 $2x$ 를 빼면

$$3x-2x=2x+6-2x$$

정리하면

$$x=6$$

정답 $x=6$

정답 방정식 $\frac{1}{4}x=\frac{1}{5}x+2$ 을 풀 때, 양변에 20을 곱하면

$$5x=4x+40$$

양변에서 $4x$ 를 빼면

$$5x-4x=4x+40-4x$$

정리하면

$$x=40$$

정답 $x=40$

① : 지금까지 여러 가지 형태의 일차방정식을 풀어보았는데, 어떠한 문제가 주어지더라도 풀 수 있겠습니까?

⑤ : 네, 계수가 소수나 분수인 경우는 풀 수 있을 것 같습니다.

● 일차방정식 $\frac{3}{2} + \frac{x}{6} = \frac{11}{6}x + \frac{7}{2}$ 을 푸는 다양한 방법에 대해 발표하여 보자.

㉠ : 그렇다면 생각을 다지는 의사소통 문제를 보도록 합시다. 어떤 문제인가요?

㉠ : 문제의 일차방정식은 계수가 어떠한 형태인가요?

㉠ : 계수에 분수가 있으면 어떻게 풀었나요?

㉠ : 이 식은 어떻게 고칠 수 있습니까?

㉠ : 그 다음은 어떻게 풀 수 있나요?

㉠ : 해는 얼마가 되나요?

㉠ : 오늘 배운 내용을 잘 이해하고 있네요. 또 다른 방법으로 이 방정식을 풀 수 있을까요?

㉠ : 왜 이항하면 된다고 생각하나요?

㉠ : 그렇다면 어떤 항을 이항할 수 있을까요?

㉠ : 다음단계는 어떻게 풀 수 있나요?

㉡ : 일차방정식을 여러 가지 방법으로 푸는 문제입니다.

㉡ : 계수가 분수입니다.

㉡ : 양변에 분모의 최소공배수를 곱해서 계수를 정수로 고칩니다.

㉡ : 양변에 분모의 최소공배수 6을 곱하면 $9 + x = 11x + 21$ 입니다.

㉡ : $11x$ 와 9를 이항하면 $x - 11x = 21 - 9$ 이고, 양변을 정리하면 $-10x = 12$ 입니다.

㉡ : 양변을 -10 으로 나누면 $x = -\frac{6}{5}$ 가 됩니다.

㉡ : 먼저 이항해서 풀 수 있습니다.

㉡ : x 계수의 분모가 같고, 상수항의 분모도 같기 때문입니다.

㉡ : $\frac{11}{6}x$ 와 $\frac{3}{2}$ 를 이항 할 수 있습니다.

㉡ : $\frac{x}{6} - \frac{11}{6}x = \frac{7}{2} - \frac{3}{2}$ 이 되고,

① : 해는 얼마 인가요? ① : 앞서 구했던 방법과 해가 같은지 확인 해 볼까요? ① : 잘 해결해 주었습니다. 처음과 두 번째 문제 풀이 방법은 어떻게 다른가요? ① : 여러분은 어떤 방법이 편리한가요? ① : 네, 그렇군요. 이와 같이 등식의 성질을 잘 이용하면 어떤 방법을 사용하더라도 정확한 해를 구할 수 있습니다. 또 다른 문제를 함께 풀어 봅시다. (이하 생략)	양변을 정리하면 $-\frac{10}{6}x = 2$ 이고, 정리하면 $-\frac{5}{3}x = 2$ 입니다. ⑤ : 양변에 $-\frac{3}{5}$를 곱하면 $x = -\frac{6}{5}$ 가 됩니다. ⑤ : 네, 같습니다. ⑤ : 첫 번째 방법은 최소공배수를 곱해서 x의 계수를 정수로 만들었습니다. ⑤ : 두 번째 방법은 이항하여 동류항끼리 계산을 한 뒤 양변을 정리하였습니다. ⑤ : 첫 번째 방법이요. ⑤ : 두 번째 방법이 더 편합니다. ⑤ : 네. (이하 생략)
---	---

<표 IV-10> 개방 문제 해결을 위한 발문

⑦ 실생활문제

문제의 조건을 최적으로 만족시키는 독창적 판단을 요구하는 실생활과 관련된 문제로서 학습자들이 문제를 이해하는 데는 어려움이 없으나, 실제 문제 해결과정에서 어려움을 겪을 수 있는 문제

유형이다. 실생활과 수업 내용과의 연관성을 인식시키고, 실생활에서 일어나는 일을 수학적으로 표현하는 과정을 통해 수학에 흥미를 가질 수 있도록 지도 해야 한다.

단원	6. 기본도형과 삼각형의 작도	소단원	5. 평행선의 성질	단계	수학1					
수업	동위각과 엇각의 뜻을 안다.									
목표	평행선에서 동위각과 엇각의 성질을 이해한다.									
6.5 평행선의 성질 학습 목표 1. 동위각과 엇각의 뜻을 안다. 2. 평행선에서 동위각과 엇각의 성질을 이해한다. 예제 학교 주변의 건물들의 위치 서쪽은 정북을 기준으로 하고 동쪽에 있는 건물들의 위치를 설명해 주려고 합니다. 건물들의 위치가 오른쪽 그림과 같을 때, A 사거리와 B 사거리를 기준으로 한 위치를 설명해 주려고 하는 건물들의 위치를 설명해 볼 수 있는 방법을 생각해 봅시다. 1 A 사거리와 B 사거리를 기준으로 건물들의 위치는 어떻게 설명할 수 있나? 문구장은 A 사거리를 기준으로 북서쪽에 있고, 서점은 B 사거리를 기준으로 북서쪽에 있고, 소망사는 B 사거리를 기준으로 남동쪽에 있다고 설명할 수 있다. 비행사 문구장과 서점은 두 사거리를 기준으로 서로 같은 위치에 있다고 말할 수 있으며, 문구장과 소망사는 두 사거리를 기준으로 서로 엇갈린 위치에 있다고 말할 수 있다. 오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m이 다른 한 직선 n과 만날 때 생기는 8개의 각 중에서 $\angle 1$과 $\angle 5$, $\angle 2$와 $\angle 6$, $\angle 3$와 $\angle 7$, $\angle 4$와 $\angle 8$를 동위각이라고 한다. 또, $\angle 1$과 $\angle 8$, $\angle 2$와 $\angle 7$, $\angle 3$와 $\angle 6$, $\angle 4$와 $\angle 5$를 엇각이라고 한다. 2 오른쪽 그림에서 $l \parallel m$일 때, $\angle 1$과 $\angle 5$의 크기를 구하여라. 3 오른쪽 그림에서 평행한 두 직선을 만나 가로로 나타내어라. 4 다음 그림에서 $l \parallel m$일 때, $\angle 1$과 $\angle 2$의 크기를 구하여라. 5 오른쪽 그림과 같이 점이 A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z, AA, AB, AC, AD, AE, AF, AG, AH, AI, AJ, AK, AL, AM, AN, AO, AP, AQ, AR, AS, AT, AU, AV, AW, AX, AY, AZ, BA, BB, BC, BD, BE, BF, BG, BH, BI, BJ, BK, BL, BM, BN, BO, BP, BQ, BR, BS, BT, BU, BV, BW, BX, BY, BZ, CA, CB, CC, CD, CE, CF, CG, CH, CI, CJ, CK, CL, CM, CN, CO, CP, CQ, CR, CS, CT, CU, CV, CW, CX, CY, CZ, DA, DB, DC, DD, DE, DF, DG, DH, DI, DJ, DK, DL, DM, DN, DO, DP, DQ, DR, DS, DT, DU, DV, DW, DX, DY, DZ, EA, EB, EC, ED, EE, EF, EG, EH, EI, EJ, EK, EL, EM, EN, EO, EP, EQ, ER, ES, ET, EU, EV, EW, EX, EY, EZ, FA, FB, FC, FD, FE, FF, FG, FH, FI, FJ, FK, FL, FM, FN, FO, FP, FQ, FR, FS, FT, FU, FV, FW, FX, FY, FZ, GA, GB, GC, GD, GE, GF, GG, GH, GI, GJ, GK, GL, GM, GN, GO, GP, GQ, GR, GS, GT, GU, GV, GW, GX, GY, GZ, HA, HB, HC, HD, HE, HF, HG, HH, HI, HJ, HK, HL, HM, HN, HO, HP, HQ, HR, HS, HT, HU, HV, HW, HX, HY, HZ, IA, IB, IC, ID, IE, IF, IG, IH, II, IJ, IK, IL, IM, IN, IO, IP, IQ, IR, IS, IT, IU, IV, IW, IX, IY, IZ, JA, JB, JC, JD, JE, JF, JG, JH, JI, JJ, JK, JL, JM, JN, JO, JP, JQ, JR, JS, JT, JU, JV, JW, JX, JY, JZ, KA, KB, KC, KD, KE, KF, KG, KH, KI, KJ, KK, KL, KM, KN, KO, KP, KQ, KR, KS, KT, KU, KV, KW, KX, KY, KZ, LA, LB, LC, LD, LE, LF, LG, LH, LI, LJ, LK, LL, LM, LN, LO, LP, LQ, LR, LS, LT, LU, LV, LW, LX, LY, LZ, MA, MB, MC, MD, ME, MF, MG, MH, MI, MJ, MK, ML, MM, MN, MO, MP, MQ, MR, MS, MT, MU, MV, MW, MX, MY, MZ, NA, NB, NC, ND, NE, NF, NG, NH, NI, NJ, NK, NL, NM, NN, NO, NP, NQ, NR, NS, NT, NU, NV, NW, NX, NY, NZ, OA, OB, OC, OD, OE, OF, OG, OH, OI, OJ, OK, OL, OM, ON, OO, OP, OQ, OR, OS, OT, OU, OV, OW, OX, OY, OZ, PA, PB, PC, PD, PE, PF, PG, PH, PI, PJ, PK, PL, PM, PN, PO, PP, PQ, PR, PS, PT, PU, PV, PW, PX, PY, PZ, QA, QB, QC, QD, QE, QF, QG, QH, QI, QJ, QK, QL, QM, QN, QO, QP, QQ, QR, QS, QT, QU, QV, QW, QX, QY, QZ, RA, RB, RC, RD, RE, RF, RG, RH, RI, RJ, RK, RL, RM, RN, RO, RP, RQ, RR, RS, RT, RU, RV, RW, RX, RY, RZ, SA, SB, SC, SD, SE, SF, SG, SH, SI, SJ, SK, SL, SM, SN, SO, SP, SQ, SR, SS, ST, SU, SV, SW, SX, SY, SZ, TA, TB, TC, TD, TE, TF, TG, TH, TI, TJ, TK, TL, TM, TN, TO, TP, TQ, TR, TS, TT, TU, TV, TW, TX, TY, TZ, UA, UB, UC, UD, UE, UF, UG, UH, UI, UJ, UK, UL, UM, UN, UO, UP, UQ, UR, US, UT, UU, UV, UW, UX, UY, UZ, VA, VB, VC, VD, VE, VF, VG, VH, VI, VJ, VK, VL, VM, VN, VO, VP, VQ, VR, VS, VT, VU, VW, VX, VY, VZ, WA, WB, WC, WD, WE, WF, WG, WH, WI, WJ, WK, WL, WM, WN, WO, WP, WQ, WR, WS, WT, WU, WV, WW, WX, WY, WZ, XA, XB, XC, XD, XE, XF, XG, XH, XI, XJ, XK, XL, XM, XN, XO, XP, XQ, XR, XS, XT, XU, XV, XW, XX, XY, XZ, YA, YB, YC, YD, YE, YF, YG, YH, YI, YJ, YK, YL, YM, YN, YO, YP, YQ, YR, YS, YT, YU, YV, YW, YX, YY, YZ, ZA, ZB, ZC, ZD, ZE, ZF, ZG, ZH, ZI, ZJ, ZK, ZL, ZM, ZN, ZO, ZP, ZQ, ZR, ZS, ZT, ZU, ZV, ZW, ZX, ZY, ZZ.										
① : 이처럼 동위각과 엇각은 각 건물의 위치를 효과적으로 설명할 때와 같이 우리생활에 다양하게 쓰이고 있습니다. 다음으로 우리 생활에서 생각 할 수 있는 문제를 한번 봅시다. 다함께 문제를 읽어 볼까요? ① : 무엇을 구하는 문제인가요? 6. 생각을 다지는 문제 오른쪽 그림에서 도로를 직선이라고 할 때, A 사거리에서 백화점과 같은 위치에 있는 건물을 동위각을 이용하여 찾아라. ⑤ : (다함께 큰소리로 문제를 읽는다) ⑤ : 백화점과 같은 위치에 있는 건물을 찾는 것입니다.										

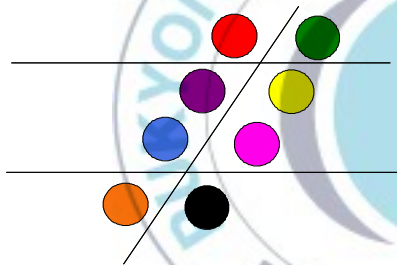
㉠ : 그럼, 그림을 보고 백화점이 어디에 있다고 말 할 수 있나요?

㉠ : 문제에서 이용하려는 것은 무엇입니까?

㉠ : 동위각이 무엇인지 설명할 수 있나요?

㉠ : 그렇다면 이 문제를 어떻게 생각하면 좀 더 정확하게 풀 수 있을까요?

㉠ : 그림 이러한 그림과 같아지나요? 각 원의 위치는 어떤 건물과 같은지 이야기 해볼까요?



㉠ : 네. 맞았어요. 여러분이 알아보기 쉽도록 선생님이 잘 그렸나 보군요. 이제, 여러분이 알고 있는 동위각의 정의를 통해 백화점과 같은 위치에 있는 건물을 알아보고 설명해볼 수 있을까요?

㉠ : 네, 잘했어요. 그럼 도서관과 잇각의 위치에 있는 건물은 무엇인지 말할 수 있을까요?

㉡ : 오른쪽 맨 위쪽 블록에 있습니다.

㉡ : 동위각을 이용하여야 합니다.

㉡ : 같은 위치에 있는 각을 동위각이라고 합니다.

㉡ : 그림에서 도로를 직선으로 생각하여 나타내면 건물의 위치를 한 눈에 볼 수 있을 것 같습니다.

㉡ : 네, 빨간색 원은 서점이고, 보라색 원은 도서관입니다.

㉡ : 문구점은 하늘색이고, 경찰서는 주황색으로 나타나 있습니다.

㉡ : 학교는 검정색이고 병원은 분홍색이고, 노란색은 소방서이고, 초록색은 백화점입니다.

㉡ : 네, 병원입니다.

백화점은 초록색인데, 초록은 빨강, 보라, 노랑, 초록이 모여 있는 교점에서 오른쪽 위에 위치하고 있습니다.

㉡ : 아래의 교점에서 오른쪽 위에 위치하고 있는 것은 분홍색이고, 분홍색은 병원이기 때문입니다.

㉡ : 네, 도서관은 병원과 잇각의 위치에 있습니다.

㉠ : 그렇다면 경찰서와 같은 위치에 있는 건물은 무엇입니까?	㉡ : 경찰서는 주황색이고, 이와 동위각에 있는 것은 보라색입니다. 보라색은 도서관입니다.
㉠ : 마지막으로 소방서와 엿각의 위치에 있는 것은 무엇입니까?	㉡ : 노랑색은 하늘색과 엿각의 위치에 있으므로 문구점과 엿각의 위치에 있습니다.
㉠ : 여러분들이 동위각과 엿각에 대해 정확하게 이해하고 있군요. 모두들 잘했습니다. 그렇다면 일상생활에서 어떤 때에 동위각과 엿각을 이용할 수 있을까요?	㉡ : 음... 문제처럼 여러 블록이 있는 도로에서 건물의 위치를 설명하려면 동위각과 엿각의 관계를 이용해서 설명하는 것이 편할 것 같습니다.
㉠ : 네, 그 외에도 일상생활에서 자주 쓰이고 있습니다. 조별로 어떤 예가 있는지 한번 생각해보고 발표하는 시간을 가지도록 합시다.	㉡ : 예.
(이하 생략)	(이하 생략)

<표 IV-11> 실생활 문제 해결을 위한 발문

⑧ 퍼즐문제

사고의 유연성이 증시되며, 교육적 게임 등이 이 문제의 유형에 포함되며, 학생들의 수업참여를 유도하는데 적절한 문제유형이다. 학습자들은 문제를 푸는 것보다 놀이에 참여하는 듯한 분위기를 느끼게 되어 성취 수준이 낮은 학생으로 하여금 문제해결과 퍼즐을 풀며 수학적 흥미를 높일 수 있다. 수업내용과 퍼즐을 푸는 과정을 적절히 연결하는 교사의 발문이 수학적 창의력 향상

에 효과적이다.

단원	2. 정수와 유리수	소단원	6. 유리수의 뺄셈	단계	수학1
수업	덧셈과 뺄셈이 섞여 있는 식을 풀 수 있다.				
목표	유리수의 혼합계산을 이용하여 퍼즐문제를 해결 할 수 있다.				

1 스스로 해결하기

다음 ☐ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

(1) 유리수의 곱셈은 ☐ 하는 수의 ☐ 배가 된다.

(2) 분수가 된다는 것은 ☐ 배 부호가 생략된 것이므로 ☐ 배 부호를 붙여서 계산한다.

2 다음을 계산하여라.

(1) $(+4) - (+4)$ (2) $(-\frac{3}{4}) - (-\frac{5}{12})$

(3) $(+12) - (-5)$ (4) $(-\frac{2}{5}) - (-\frac{3}{8})$

3 다음을 계산하여라.

(1) $(+4) - (+7) = (-3)$

(2) $(-\frac{2}{3}) - (-\frac{5}{6}) = (+\frac{1}{6})$ (-2)

(3) $2.4 - 3.2 = 2$

4 다음을 어느 날 지역별 최저 기온과 최고 기온을 조사하여 나타낸 표이다. 이 날 일교차가 가장 큰 도시를 말하여라.

도시	최저 기온(℃)	최고 기온(℃)
서울	-2.5	12.3
부산	-1.2	9
대구	-2.3	8
광주	-1.8	7.4

5 다음 조건을 모두 만족하는 세 수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

(가) a 는 3보다 -1만큼 작은 수

(나) b 는 -2보다 $\frac{2}{3}$ 만큼 작은 수

(다) c 는 $\frac{5}{6}$ 보다 $-\frac{1}{3}$ 만큼 큰 수

6 다음 ☐ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$(-\frac{2}{3}) - (-4) - \square = +7$

퍼즐 풀고! 유리수의 덧셈과 뺄셈 풀고!

● 다음은 풀을 넣은 과자를 만드는 과정을 나타낸 것이다. 아래 문제를 읽고, 계산 결과 작은 수부터 차례대로 나열하여 풀을 넣은 과자를 만드는 순서를 알아보자.

재료: 식용유 18g, 설탕 3g, 꿀 9g, 계란 5개, 당면 1개

1

180℃로 예열한 오븐에서 10분 정도 굽는다.

$(-5.3) + (-4.4) + (-\frac{1}{2})$

2

노릇해지면 풀을 넣고 잘 섞는다.

$(-3) - (-1.2)$

3

반죽을 5mm 정도로 잘라낸다.

$(+\frac{3}{4}) + (-\frac{2}{3})$

4

계란을 넣고 잘 섞는다.

$(-1.2) + (-1.5) + (-0.8)$

5

반죽을 풀은 후 당면을 넣고 잘 섞는다.

$-9.7, -3.5$

6

반죽을 원하는 모양으로 만든다.

$(-\frac{1}{6}) + (-\frac{1}{3}) + (-\frac{1}{6})$

① : 퍼즐을 풀면서 문제를 해결하는 시간을 가져 보도록 하겠습니다. 혹시, 과자를 만들어 본 적이 있나요?

① : 그렇군요, 오늘 우리는 퍼즐을 통해서 과자를 만드는 순서를 알아보도록 하겠습니다.

① : 오늘 배운 유리수의 덧셈과 뺄셈을 풀어서 계산 결과가 작은 수부터 차례대로 나열해보면 됩니다.

⑤ : 아니요, 없습니다.

⑤ : 네, 만들어 본 적 있어요.

⑤ : 선생님, 어떤 퍼즐 인가요?

⑤ : 여기, 1번부터 6번까지 모두 계산하면 되나요?

㉠ : 네, 뒤죽박죽 섞여있는 순서를 계산을 통해 차례대로 나열해봅시다. 1번부터 해결해볼까요? 어떻게 계산하면 좋을까요?

㉠ : 네, 소수와 분수가 섞여있는 혼합계산은 어떻게 계산하면 될까요?

㉠ : 각자 2번부터 6번까지 계산해 볼 수 있습니까?

㉠ : 2번답은 얼마입니까?

㉠ : 3번답은 얼마입니까?

㉠ : 4번부터 6번까지의 계산결과를 말해 볼 수 있습니까?

㉠ : 1번부터 나열해 봅시다.

$+\frac{19}{10}$, -10 , $+\frac{1}{12}$, -1 , -10.9 , $+1$ 이 맞나요?

㉠ : 번호로 나열해 볼까요?

㉠ : 네, 모두 잘 풀어 주었네요, 그럼 과자를 만드는 순서를 볼까요? 제일 처음 무얼 하나요?

㉠ : 2단계부터 6단계까지 나열해 함께 읽어 볼까요?

㉡ : 괄호를 풀고, 부호를 정리해서 계산해야 합니다. 그러면,

$-5.3+8-\frac{4}{5}$ 가 됩니다.

㉡ : 분수를 만들어서 통분합니다.

$-\frac{53}{10}+\frac{80}{10}-\frac{8}{10}$ 이고

$\frac{-53+80-8}{10}$ 을 계산하면 $+\frac{19}{10}$

이 됩니다.

㉡ : 네, (각자 문제를 푼다.)

㉡ : -10 입니다

㉡ : $+\frac{1}{12}$ 입니다.

㉡ : 4번은 -1 이고, 5번은 -10.9 , 6번은 $+1$ 입니다.

㉡ : -10.9 , -10 , -1 , $+\frac{1}{12}$, $+1$, $+\frac{19}{10}$ 순으로 배열할 수 있습니다.

㉡ : $5-2-4-3-6-1$ 입니다.

㉡ : 버터를 풀은 후 설탕을 넣고 잘 섞습니다.

㉡ : 노른자와 꿀을 넣고 잘 섞습니다. 박력분을 넣고 잘 섞습니다.

반죽을 5mm 정도로 밀어 줍니다.

반죽을 원하는 모양으로 만듭니다.

180°C 로 예열된 오븐에서 10 분정도 굽습니다.

㉠ : 네, 우리가 계산하여 결과를 나열한 순서대로 하면 맛있는 꿀을 넣은 과자가 만들어집니다. 어렵지 않지요? ㉠ : 네, 여러분들이 유리수의 덧셈과 뺄셈을 퍼즐을 잘 풀어주어서 과자를 만드는 방법까지 알게 되었네요. 친구들과 맛있는 과자도 만들어 보세요. (이하 생략)	㉡ : 네, 집에서 해먹을 수 있을 것 같아요. ㉡ : 생각보다 간단한 것 같아요. ㉡ : 네, 선생님 (이하 생략)
---	---

<표 IV-12> 퍼즐 문제 해결을 위한 발문

(3) 수업정리 발문

수업정리 단계의 발문은 크게 학습 내용을 정리하기 위한 발문과 다음 차시 수업을 예고하기 위한 발문이 있다.

(가) 내용정리 및 확인 발문

수업시간동안 학습한 내용을 교사의 효과적인 발문을 통하여 정리하고, 내면화 할 수 있어야 한다. 교사의 적절한 발문은 학습자의 수업 성취도를 높이며, 다음 차시 수업을 원활하게 진행하는데 효과적이다.

단원	3. 문자와 식	소단원	6. 등식과 방정식	단계	수학1
수업	등식의 뜻을 이해한다.				
목표	다양한 상황을 이용하여 방정식과 그 해의 의미를 이해한다.				

등식과 방정식

학습 목표 • 음악의 뜻을 이해한다.
• 다양한 감정을 이용하여 발절식과 그 해의 의미를 이해한다.

수학 체험 활동

서바이벌 반 학생들은 수학 시험전
에서 몇 개의 모둠으로 나누어 말
구 활동을 하려고 합니다. 한 모
듬에 6명이 속하도록 하면 4명이 받
는다고 할 때, 모듬의 수를 이용하
여 서바이벌 반 학생 수를 나타내
는 방위에 대하여 다음을 봅시다.



④ 시현이래 반 학생 수가 34명일 때, 시현이래 반 학생 수를 10명으로 줄여 이윤이래 반으로 나눌 수 있나요?
6명씩 나눌 때 반의 수를 6이라고 할 때, 10명씩 나눌 때 4명이 남았으므로 시현이래 반 학생 수는

이것은 $(6x+4)$ 명이다.

이고, $(6x+4)$ 명과 34명은 서현이네 반 학생 수이므로

$$6x + 4 = 34$$

로 나뉘어진다. 이

예를 들어 $2+3=5$ 가 두식이이고, $3>1$ 은 두식이 아니다.

반대 3. 음악에서 음표의 왼쪽 부분을 직선, 오른쪽 부분을 두번이라고 하며, 1. 음표의 오른쪽이 두번이라고 한다.

문제가 없었어라고 한다.

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

1 다음 중에서 틀린 것을 모두 골라라

- (2) $x \neq 1$
(3) $x = 1$

- (2) $4 - 1 = 3$
(4) $x - 2 < 8$

[illegible]

예 3 등식 $2(x+1) = 2x+2$ 는 모든 x 의 값에 대하여 항상 참이 되므로 x 에 관한 항등식이다.

4 다음 음식 중에서 합름식을 모두 골라라

- $$\begin{array}{ll} (1) x-3=0 & (2) 3x-2x=x \\ (3) 3x+2=8 & (4) x+1=1+x \end{array}$$

• **병작품 다지는** **의사소통**

● 다음 대화를 읽고, 문식 $2x+4 = 2(x+2)$ 가 발절식인지 아닌지에 대해 이야기하여 보자.



머릿속
수학 필집



⑦ : 네, 잘 이해하고 있습니다. 그렇

⑤ : x를 말하는 것입니다.

다면 미지수는 x를 말하는 것일까요? 그렇지 않다면 다른 문자도 사용할 수 있을까요? ㉠ : 많은 학생들이 처음엔 헷갈릴 수 있는 부분입니다. ‘미지수’는 방정식을 구성하고 있는 문자이므로 다른 문자도 가능하지요. 예를 들어 방정식 $4y + 7 = 15$에서의 미지수는 무엇인가요? 그렇다면 방정식 $36 - 6a = 18$에서의 미지수는 무엇인가요? ㉠ : 그렇습니다. 이제 ‘미지수’에 대해서 확실히 알겠나요? ㉠ : ‘해’와 ‘근’은 같은 말인가요? ㉠ : 이 용어를 설명해 볼까요? ㉠ : 그렇다면 ‘방정식을 푼다’는 말은 무슨 말인가요? ㉠ : 그렇다면 ‘방정식 $4y + 7 = 15$을 풀어라’는 어떻게 해야 하나요? ㉠ : 네, 잘 알고 있는 것 같습니다. 이러한 수학 용어를 잘 이해하고 있어야, 문제를 이해할 수 있습니다. 이번시간에 배운 용어들을 다시 한 번 확인하기 위해서 형성평가를 실시하도록 하겠습니다. (이하 생략)	㉡ : 다른 문자도 가능합니다. ㉡ : y 입니다. ㉡ : a 입니다. ㉡ : 네. 잘 알겠습니다. ㉡ : 네, 같은 말입니다. ㉡ : 방정식을 참이 되게 만드는 미지수의 값을 해 라고 합니다. ㉡ : 방정식을 참이 되게 하는 해를 구하는 것입니다. ㉡ : 방정식을 만족하는 y를 구하면 됩니다. 근은 2입니다. ㉡ : 네. (이하 생략)
---	--

<표 IV-13> 내용정리 및 확인을 위한 발문

(나) 차시예고 발문

수업 정리 단계에서 다음차시를 예고하는 교사의 발문을 통해 학습자들은 수업한 내용과 연결시켜 사고해 봄으로써 다음차시의 학습내용을 인지할 수 있다.

단원	7. 평면도형의 성질	소단원	2. 삼각형의 내각과 외각	단계	수학1
수업 목표	삼각형의 내각의 크기의 합을 이해한다. 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 이해한다.				

7.2 삼각형의 내각과 외각

학습 목표 ▶ 교과서의 정리와 명제 사이의 관계를 이해한다.

자기 탐사기

정육각 프로그램을 이용하여 삼각형의 각의 크기를 조사해 보자.



같은 오븐에 그림과 같이 컴퓨터 프로그램을 이용하여 삼각형 ABC를 만들고, 변 BC를 정 방향으로 연장하여 점 C 위에 돌출점을 만들었다. 이때 만들어진 각들의 크기를 재어 보고, 그들 사이의 관계에 대하여 생각해보시오.

예제 1 $\angle A = \angle B = \angle C$, $\angle ACD$ 사이에는 어떤 관계가 있는가요?

정육각 프로그램을 이용하여 위의 그림과 같이 삼각형 ABC를 만들었을 때 만들어진 각의 크기가 $\angle A = 66^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 75^\circ$ 이면

$$\angle A + \angle B + \angle C = 66^\circ + 40^\circ + 75^\circ = 180^\circ$$

$$\angle ACD + \angle BCA = \angle ACD + 75^\circ = 180^\circ$$

이다.

따라서,

$$\angle ACD = 104^\circ = \angle A + \angle B$$

임을 확인할 수 있다.

다각형에서 이웃하는 두 변으로 이루어진 내부의 각을 그 다각형의 **내각**이라고 한다. 또, 한 내각의 꼭짓점에서 한 변과 그 변에 이웃한 변의 연장선으로 이루어진 각을 그 내각의 **외각**이라고 한다.



2 같은 그림에서 $\angle C$ 의 크기를 구하려고.

(1) 

(2) 

예제 2 **정리 1** (삼각형의 내각의 크기의 합)

▶ 다각형에서 한 내각에 대한 외각은 2개이지만 하나만 생각한다. 오른쪽 그림을 예로 들어 그 이유를 써 보자.



수학 집합기

삼각형의 내각의 크기

삼각형의 외각

① : 오늘 우리가 공부한 내용은 무엇이었나요?

① : 삼각형의 내각의 크기의 합은 얼마 인가요?

① : 어떻게 알수 있었나요?

① : 또 다른 방법으로 설명할 수 있

⑤ : 삼각형의 내각의 크기의 합입니다.

⑤ : 외각에 대해서 배웠습니다.

⑤ : 180°입니다.

⑤ : 삼각형의 꼭짓점을 모아보면 180°가 됩니다.

⑤ : 평행선의 성질을 이용해서 구

습니까? ㉠ : 조금 더 정확히 설명할 수 있을까요? ㉠ : 잘 이해하고 있네요. 오늘은 삼각형의 내각에 대해 알아보았어요. 다음시간에는 삼각형 이외의 다각형의 내각의 크기의 합에 대해 공부해 볼 것입니다. 다른 다각형들의 내각의 크기의 합은 어떻게 구하는지 궁금하지 않나요? ㉠ : 여러분이 이렇게 관심이 있는 줄을 몰랐는데, 정말 뿌듯하군요. 여러분이 이야기한 내용을 내일 배우게 될 것 같네요. 오늘 모두들 수고하셨습니다. 내일 이 시간에 봅시다. (이하 생략)	할 수 있습니다. ㉡ : 평행선에서 엿각의 크기는 서로 같으니까 엿각 두 개와 한 꼭지각의 크기는 180도가 됩니다. ㉡ : 궁금해요. ㉡ : 알 것 같습니다. ㉡ : 삼각형으로 나누어 보면 될 것 같습니다. ㉡ : 네, 선생님 수고하셨습니다. (이하 생략)
--	---

<표 IV-14> 차시 예고를 위한 발문

가. 수학적 창의력 향상 교육의 목표에 따른 발문

(1) 수학적 사고 기능의 계발을 위한 발문

단원	7. 평면도형의 성질	소단원	3. 다각형의 내각의 크기의 합	단계	수학1
수업	다각형의 내각의 크기를 구할 수 있다.				
목표	다각형의 내각의 합을 구할 수 있다.				

7.3 다각형의 내각의 크기의 합

학습 목표 | 다각형의 내각의 크기의 합을 구할 수 있다.

생각하기 평면도형을 만들면 어떤 모양이 나올까요?

우리는 생활 속에서 정삼각형 모양의 우산, 정사각형 모양의 탁자, 정오각형 모양의 펜촉, 정육각형 모양의 육각형 펜촉, 정팔각형 모양의 육각형 펜촉 등을 볼 수 있습니다. 그리고 같은 정다각형을 만들 수 있습니다. 그 정다각형의 한 내각의 크기를 알아야 하며, 한 내각의 크기를 알면 그 다각형의 내각의 크기의 합을 알아낼 수 있습니다. 다각형의 내각의 크기의 합을 구하는 방법에 대해 알아보겠습니다.

예제 삼각형의 내각의 크기의 합을 어떻게 구할 수 있을까요?

오른쪽 그림과 같이 삼각형의 한 꼭짓점에서 3개의 대각선을 그으면 삼각형을 4개의 삼각형으로 나눌 수 있습니다. 이때 각 삼각형의 내각의 크기의 합은 180° 이므로 삼각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times 4 = 720^\circ$ 일 수 있습니다. 이와 같은 방법을 사용하면 여러 가지 다각형의 내각의 크기의 합을 구할 수 있습니다.

일반적으로 n 각형은 한 꼭짓점에서 그은 대각선에 의해 $(n-2)$ 개의 삼각형으로 나눌 수 있으므로 n 각형의 내각의 크기의 합은 다음과 같다.

다각형의 내각의 크기의 합

n 각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (n-2)$ 이다.

1. 다음 다각형의 내각의 크기의 합을 구하여라.

(1) 삼각형 (2) 사각형
(3) 정다각형 (4) 정십사각형

한편, 정다각형의 내각의 크기는 모두 같으므로 정 n 각형의 한 내각의 크기는 다음과 같다.

(정 n 각형의 한 내각의 크기) = $\frac{180^\circ \times (n-2)}{n}$

예제 정십사각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (14-2) = 180^\circ \times 12 = 2160^\circ$ 이므로 정십사각형의 한 내각의 크기는 $\frac{2160^\circ}{14} = 154.3^\circ$ 이다.

2. 다음 정다각형의 한 내각의 크기를 구하여라.

(1) 정오각형 (2) 정구각형
(3) 정십사각형 (4) 정십오각형

정다각형의 내각의 크기의 합

$180^\circ \times (7-2) = 900^\circ$ 이므로 정칠각형의 한 내각의 크기는 $\frac{900^\circ}{7} = 128.6^\circ$ 이다.

㉠ : 지난시간에 배웠던 것을 기억하고 있나요?

㉠ : 맞아요. 삼각형의 내각의 크기의 합을 여러 가지 방법을 통해서 구해보는 시간을 가졌습니다. 결과는 어떻게 나왔나요?

㉠ : 네, 잘 알고 있네요. 오늘 우리가 함께 공부할 내용은 무엇인가요?

㉡ : 삼각형의 내각의 크기의 합에 대해 공부했습니다.

㉡ : 삼각형의 내각의 크기의 합은 180° 라는 것을 알았습니다.

㉡ : 다각형의 내각의 크기의 합입니다.

① : 먼저, 다각형이 무엇인지 알아야 할 것 같지요? 다각형에는 어떤 것이 있나요?	⑤ : 사각형, 오각형, 육각형 등등등 이 있습니다.
① : 그렇다면 다각형의 내각의 크기의 합은 사각형의 내각의 크기의 합을 구하는 것과 같나요?	⑤ : 네, 맞아요.
① : 어떻게 구할 수 있을까요?	⑤ : 잘 모르겠어요.
① : 그렇다면 삼각형의 내각의 합은 어떻게 구할 수 있었나요?	⑤ : 삼각형은 잘라서 붙여보고 평행선의 성질을 이용했어요.
① : 이미 알고 있는 삼각형을 이용해서 생각해 볼까요?	⑤ : 아, 사각형은 삼각형 2개로 나눌 수 있으니까, 180×2 해서 360° 가 나와요.
① : 그렇다면 오각형은 어떻게 구할 수 있을까요?	⑤ : 또 삼각형으로 나누면 되요.
① : 그렇죠, 각자 가지고 있는 오각형의 색종이를 삼각형으로 나누어 볼까요? 단, 삼각형으로 나눌 때, 꼭짓점끼리 연결하여 나누어야 합니다.	⑤ : 나누었어요. 삼각형이 3개가 나왔어요. 540° 인 가봐요.
① : 왜 540° 라고 생각합니까?	⑤ : 왜냐하면 삼각형의 내각의 합은 180° 이고 삼각형 3개가 나왔으니까, 곱하면 540° 입니다.
① : 그 다음은 앞에 놓인 육각형의 내각의 크기의 합을 구해볼까요?	⑤ : 선생님 4개가 나와요. ⑤ : 선생님, 저는 삼각형 2개와 사각형 1개가 나왔어요.
① : 사각형을 삼각형으로 한번 더 나누어 볼까요?	⑤ : 아, 삼각형 4개가 나왔어요.
① : 네, 잘했습니다. 그럼 마지막으로..	⑤ : 720° 입니다.
백이십각형의 내각의 크기의 합을 구	⑤ : 네?? 백이십각형을 그리기도 힘들어요 선생님....

해 볼까요? ㉠ : 물론, 앞의 방법들과 동일한 방법을 사용하여 구할 수 있을 것입니다. 그렇지만 시간이 너무 오래 걸리겠지요? ㉠ : 그래서, 다각형의 내각의 합을 구하는 식을 만들어 보려고 합니다. 다들 규칙은 알았으니 식을 만들어 볼까요? ㉠ : 사각형의 삼각형이 2개가 만들어지고, 오각형은 삼각형이 3개, 육각형은 삼각형이 4개입니다. 다각형과 삼각형의 개수 사이에 관계가 보이나요? ㉠ : 다각형의 각이 많더라도 식을 이용하면 쉽게 내각의 합을 알 수 있을까요? ㉠ : 오늘의 조별과제이니, 모둠별로 다각형의 내각의 합을 구하는 식을 만들어 보도록 하겠습니다. (이하 생략)	㉡ : 똑같은 방법으로 구하면 되나요? ㉡ : 네, 다른 방법이 있을 것 같아요. ㉡ : 네. ㉡ : 네!! 다각형의 각보다 삼각형이 2개씩 작아요. ㉡ : 아... 알것 같아요 선생님. ㉡ : 네. n각형에서 삼각형 개수가 $n-2$이니까, 여기에 180°만 곱해주면 되겠어요. ㉡ : 네, 쉬워요. (이하 생략)
--	--

<표 IV-15> 수학적 사고 기능의 계발을 위한 발문 위한 발문

(2) 독창적 문제 해결력 신장을 위한 발문

단원	8. 입체도형의 성질	소단원	7. 구의 겹넓이와 부피	단계	수학1
수업	구의 겹넓이를 구할 수 있다				

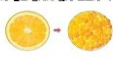
목표
구의 부피를 구할 수 있다.

8.7 구의 겹넓이와 부피

학습 목표 1. 구의 겹넓이를 구할 수 있다.
 2. 구의 부피를 구할 수 있다.

오랜저 '겹넓이' 쉽게 재보기

정육면체 2개, 오렌지 1개의 겹넓이를 알아내기 위하여 오렌지를 반으로 잘라 오렌지와 겹넓이 면의 크기가 같은 통을 여러 개 그려봅시다. 그 뒤에 오렌지 겹넓이를 잘라 잘라 겹넓이가 얼마로 되는지 재보겠습니다.



위의 실험을 이용하여 오렌지 1개의 겹넓이로 몇 개의 통을 만들 수 도는지 생각해 봅시다.

1 오렌지와의 겹넓이와 잘린 면의 넓이 사이에는 어떤 관계가 있나?
 두 모양의 오렌지 1개의 겹넓이를 잘라 잘라 잘린 면의 크기가 같은 통 위에 모두 올려놓기 위해서는 원 4개가 필요함을 알 수 있다. 이것으로부터 오렌지의 겹넓이는 구의 한 모양인 원의 넓이의 4배가 될 수 있다.
 일반적으로 반지름의 길이가 r인 구의 겹넓이는 반지름의 길이가 r인 원의 넓이의 4배임이 밝혀져 있다.
 따라서 반지름의 길이가 r인 구의 겹넓이 S는 다음과 같다.

$$S = 4 \times (\text{반지름의 길이가 } r \text{인 원의 넓이}) = 4\pi r^2$$
 위의 내용을 정리하면 다음과 같다.

구의 겹넓이
 반지름의 길이가 r인 구의 겹넓이 S는 $S = 4\pi r^2$

1 반지름의 길이가 2cm인 구의 부피 V는 $V = \frac{4}{3} \times \pi \times 2^3 = \frac{32}{3}\pi$ (cm³)이다.

2 다음 일차도형의 부피를 구하여라.

(1)



(2)



3 다음 대칭을 읽고, 반구와 겹넓이와 부피를 구하는 방법이 옳은지 이야기하여 보자.

반구의 구름에서 두
개의 반구로 재구성하면
구의 겹넓이와 부피가
구의 2배가 된다.



그렇다면, 반구의 겹넓이와 부피는
구의 겹넓이에서 $\frac{1}{2}$ 배가 된다.

① : 이렇게 구의 겹넓이와 부피를 구하는 방법에 대해 공부해 보았어요. 어땠나요?

① : 맞아요. 어떠한 크기의 구가 있더라도, 구의 반지름만 주어진다면 부피를 구할 수 있었습시다. 그렇죠? 그렇다면, 문제 17번에 다음 도형을 봅시다. 어떠한 입체도형입니까?

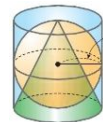
① : 구하고자 하는 것은 무엇인가요?

① : 여러분은 구할 수 있나요?

⑤ : 어렵지 않았습시다.

⑤ : 반지름만 알면 구할 수 있습시다.

⑤ : 원기둥안에 원뿔과 구가 들어있어요. 구의 반지름과 원기둥과 원뿔의 밑면의 반지름이 5cm입니다.



⑤ : 원기둥과 구와 원뿔의 부피의 비를 구하는 문제입니다.

⑤ : 반지름이 5cm 이니까 구할 수 있습시다.

㉠ : 그렇다면 원기둥의 부피는 얼마 인가요?

㉠ : 구의 부피는 얼마인지 구할 수 있습니까?

㉠ : 네, 잘했어요. 마지막으로 원뿔의 부피는 얼마입니까?

㉠ : 그렇다면 세 입체도형의 비는 얼마인지 간단한 자연수의 비로 나타낼 수 있습니까?

㉠ : 네, 모두들 잘 풀어주었습니다. 그렇다면, 반지름이 r 인 세 입체도형의 부피의 비도 각자 나타내어 볼 수 있습니까?

㉠ : 비로 나타내어 볼까요?

㉠ : 조금 전 반지름이 5인 입체도형의 비와 비교해보면 어떠한가요?

㉠ : 이 결과로 무엇을 알 수 있나요?

㉡ : 밑면이 $5 \times 5 \times \pi = 25\pi$ 이고, 높이는 구의 지름과 같아서 10 이되어, 부피는 250π 입니다.

㉡ : $\frac{4}{3}\pi \times 5^3 = \frac{500}{3}\pi$ 입니다.

㉡ : $\frac{250}{3}\pi$ 입니다.

㉡ : 원기둥 : 구 : 원뿔 = 3 : 2 : 1 입니다.

㉡ : 원기둥은 $\pi r^2 \cdot 2r = 2\pi r^3$ 입니다.

㉡ : 구는 $\frac{4}{3}\pi r^3$ 입니다.

㉡ : 원뿔은 $\frac{1}{3}\pi r^2 \cdot 2r = \frac{2}{3}\pi r^3$ 입니다.

㉡ : $2\pi r^3 : \frac{4}{3}\pi r^3 : \frac{2}{3}\pi r^3$ 이고, 양변을 $3\pi r^3$ 으로 나누면 6 : 4 : 2 이고, 2로 나누면 3 : 2 : 1 이 됩니다.

㉡ : 똑같습니다.

㉡ : 반지름이 같은 세 입체도형 원기둥, 구, 원뿔의 부피의 비는 3 : 2 : 1 로 항상 일정 하다는 것을 알 수 있습니다.

㉠ : 네, 그렇습니다. 이해가 잘 되었나요? ㉠ : 좋은질문이에요. 원기둥과 원뿔은 높이가 있지요? 그림에서 높이가 얼마인가요? ㉠ : 네, 아주 잘 이해하였습니다. 이번엔 다른 문제를 풀어보도록 하겠습니다. (이하 생략)	㉡ : 선생님, 원기둥은 높이가 있는데, 그 높이와는 상관없는 건가요? ㉡ : 구의 지름과 같으니까, $2r$ 입니다. ㉡ : 아, 알겠어요. 그림과 같이 구의 지름과 원기둥의 높이가 같아서 원기둥에 꼭 맞게 들어있는 구와 원뿔일 때, 항상 3:2:1 이 되는 거예요. ㉡ : 네, 선생님. (이하 생략)
---	--

<표 IV-16> 독창적 문제 해결력 신장을 위한 발문

(3) 메타 인지적 기능 신장을 위한 발문

단원	5. 통계	소단원	6. 단원 마무리	단계	수학1
수업	도수분포표를 이해하고 해석할 수 있다.				
목표	히스토그램을 해석할 수 있다.				

단원 마무리
5 문제

[01~03] 다음은 민선이네 반 학생 20명의 지능 지수 검사 결과를 조사하여 나타낸 것이다. 풀이에 답하여라.

112	100	100	140	118
122	111	106	106	116
100	111	121	91	117
102	115	87	152	95

01 백, 십의 자리와 수를 돌기로 하고, 십의 자리와 수를 일로로 하는 돌기와 일 그들을 그려라.

02 학생들의 지능 지수가 가장 많이 분포되어 있는 돌기를 구하여라.

03 지능 지수가 높은 쪽에서 8번째인 학생의 지능 지수를 구하여라.

04 계급의 크기가 10인 도수분포표에서 계급값이 55인 계급에 속하는 변량을 구하고, 이 계급의 범위의 넓이를 구하여라.

[05~07] 오른쪽은 어느 1년 동안 본 영희의 수능 점수 기록이다. 풀이에 답하여라.

연도	1	2	3	4	5
점수	85	90	88	92	95

05 A. 5와 같을 각각 구하여라.

06 1년 동안 본 영희의 수능 점수가 15분위로 같은 학생의 속하는 계급과 계급값을 구하여라.

07 1년 동안 본 영희의 수능 점수를 구하여라.

08 오른쪽은 어느 중학교 1학년 학생들의 일일 단거리 기록을 조사하여 나타낸 도수분포표이다. 풀이에 답하여라.

일일 단거리 기록	1	2	3	4	5
점수	85	90	88	92	95

단원 마무리
5 문제

[15~18] 오른쪽은 어느 중학교 학생 100명의 100m 달리기 기록을 조사하여 상대도수의 분포를 그려본 것이다. 풀이에 답하여라.

15 기록이 17초 이상 18초 미만인 학생 수를 구하여라.

16 100m 달리기 기록의 평균을 구하여라.

17 오른쪽은 A 반과 B 반 학생들의 여름 방학 동안 읽은 책의 수에 대한 상대도수의 분포를 그려본 것이다. 풀이에 답하여라.

18 다음은 학제네 반 학생들의 통학 시간을 조사하여 나타낸 히스토그램으로, 밑줄이 들어간 부분이 옳다. 계급값이 27.5분인 계급의 도수는 통학 시간이 20분 이상인 도수의 $\frac{1}{3}$ 이라고 할 때, 이 계급의 상대도수를 구하여라.

19 A. B 두 집단에 대하여 전체 도수의 비가 2:5이고 어떤 계급의 도수의 비가 5:2일 때, 그 계급의 상대도수의 비를 구하여라. (단, 가장 간단한 정수의 비로 나타내라.)

① : 다음 문제는 18번 문제입니다. 문제를 읽고 자신이 이해한 대로 설명해 볼 수 있습니까?

① : 구하고자 하는 것을 분명히 알 수 있어야 합니다. 우리가 궁극적으로 구하고자 하는 것이 무엇인가요?

① : 맞아요. 특정한 계급의 상대도수를 구하는 문제이군요. 그렇다면 각자 이 문제를 풀어 보는 시간을 가져보도록 합시다.

① : 히스토그램을 잘 보고 찢어진 부분을 잘 유추하여 보세요.

① : 네, 조금씩 문제를 이해해 나

⑤ : 문제가 너무 어려운 것 같습니다.

⑤ : 이해가 잘 안됩니다. 선생님

⑤ : 계급값이 27.5분인 계급의 상대도수를 구하는 문제입니다.

⑤ : 선생님, 이 다음에 어떻게 해야합니까?

⑤ : 어떤 것을 먼저 풀어야 합니까?

⑤ : 어려워요 선생님.

⑤ : 도수를 구하면 됩니다.

⑤ : 계급값이 27.5인 계급부터 찾아야 합니다.

⑤ : 그다음은....

가고 있는데요. 집중해서 한번 풀어보도록 하세요.	⑤ : 뭐지?? 아.. 복잡해..
① : 문제가 많이 어려운가요?	⑤ : 풀었습니다!!
① : 제일 먼저 해결 해야 하는 부분은 무엇입니까?	⑤ : 네, 헛갈려요.
	⑤ : 알 것 같기도 합니다.
	⑤ : 계급값이 27.5인 계급부터 찾아야 합니다.
	⑤ : 25분 이상 30분 미만인 계급입니다.
① : 그다음 문제는 무엇인가요?	⑤ : 25분 이상 30분 미만인 계급의 도수는 20분 이상인 도수의 $\frac{1}{3}$ 입니다.
	⑤ : x 로 잡아요.
① : 무엇을 x 로 두었나요?	⑤ : 25분 이상 30분 미만인 계급의 도수를 x 로 두고 식을 세우면.
	$x = \frac{1}{3}(6+x+3+1)$ 이고, 양변을 정리하여 계산하면, $x=5$ 입니다.
① : 네, 잘 해가고 있어요. 그렇다면, 찢어진 부분의 도수를 알았네요. 그 다음은 무엇을 해야하나요?	⑤ : 상대도수를 구해야합니다.
① : 상대도수는 어떻게 구하나요?	⑤ : 전체 25명이고. 25분 이상 30분 미만인 계급의 도수는 5명이므로 $\frac{5}{25} = 0.2$ 입니다.
	⑤ : 복잡해요..
① : 네, 처음에는 어렵다고 생각했지만, 문제를 찬찬히 들여다보니 길	⑤ : 네, 그런데 시간이 너무 오래 걸리는 문제 같아요.

이 보이지요? ㉠ : 처음에는 모두가 그렇게 느낀 답니다. 어렵다고 포기하지 말고, 문제를 찬찬히 읽어보면서, 우리가 배웠던 내용을 생각해보면 충분히 풀 수 있겠지요? ㉠ : 그럼 다음 도전문제도 한번 도 전해볼까요? 할 수 있다는 생각을 가지고 문제를 각자 풀어봅시다. (이하 생략)	㉡ : 네, 도전문제여서 특히 더 어 려웠던 것 같아요. ㉡ : 선생님, 별 5개 문제였어요. ㉡ : 네, 선생님. (이하 생략)
---	--

<표 IV-17> 메타 인지적 기능 신장을 위한 발문



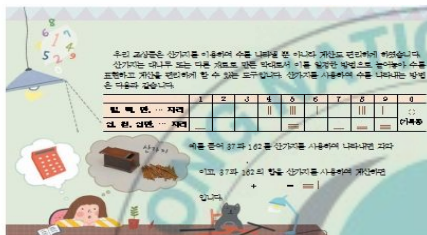
(4) 정의적 조정기능 신장을 위한 발문

단원	2. 정수와 유리수	소단원	10. 창의력 광광! 인성 쑥쑥!	단계	수학1
수업	사칙연산을 이용하여 수를 표현할 수 있다.				
목표	다양한 방법으로 24를 표현하도록하여 식의 계산 순서를 알게 한다.				

2.0

수학 Story

우리 조상들의 휴대용 계산기



우리 조상들은 '산기'를 이용하여 수를 나타낼 뿐 아니라 계산도 간단하게 하였답니다. 산기라는 것으로는 다른 계로 만든 '산기'에서 사용된 '산기'로 만들어진 '산기'를 표현하고 계산을 간단하게 할 수 있는 도구입니다. 산기를 사용하여 수를 나타내는 방법은 다음과 같습니다.

산기	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
산기	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

예를 들어 37과 102를 산기로 나타내면 37과 102를 산기에서 사용하는 방법입니다.

37과 102의 합을 산기에서 나타내면

37 + 102 = 139

1. 주어진 산기에서 주어진 수를 나타내라.

(1) 3 (2) $\frac{2}{5}$ (3) 6 (4) 0.5

2. 주어진 산기에서 주어진 수를 나타내라.

(1) 28 (2) 15 (3) 0.5 (4) 0.45

(5) $\frac{1}{2}$ (6) $\frac{1}{3}$ (7) $\frac{2}{5}$ (8) $\frac{3}{4}$

창의력 광광! 인성 쑥쑥!

사칙연산을 이용한 수의 다양한 표현

1. 주어진 0까지의 숫자와 사칙연산을 이용하여 24를 만드는 방법을 생각해 보자.

예를 들어 2개의 숫자를 이용하여 24를 만드는 방법으로는

$8 \times 3 = 24$, $4 \times 6 = 24$

가 있고, 3개의 숫자를 이용하여 24를 만드는 방법으로는

$8 + 8 + 8 = 24$, $6 + 6 + 6 = 24$

$8 \times 3 = (1 + 2) \times 3 = (4 - 1) \times 3 = (5 - 2) \times 3 = (7 - 4) \times 3 = (9 - 6) \times 3$

$= (10 - 7) \times 3 = (11 - 8) \times 3 = 1 \times 3 \times 8 = 3 \times (7 + 1) = 3 \times (6 + 2)$

$= 3 \times (5 + 9) = 3 \times (4 + 4) = 3 \times (9 - 1) = 3 \times (2 \times 4)$

등이 있다.

2. 주어진 3개의 숫자를 이용하여 24를 만드는 방법을 생각해 보자.

예를 들어 3, 5, 8을 이용하여 24를 만드는 방법은

$3 \times 5 \times 8 = 120$, $120 \div 5 = 24$

3. 주어진 4개의 숫자와 사칙연산을 이용하여 24를 만드는 방법을 생각해 보자.

예를 들어 3, 5, 8, 2를 이용하여 24를 만드는 방법은

$3 \times 5 \times 8 \div 2 = 60$, $60 \div 2.5 = 24$

① : 이번 시간에는 사칙연산을 이 창의력 광광! 인성 쑥쑥! 을 풀어볼 차례예요. 모두들 준비 되었나요?

① : 어떤 문제든 찬찬히 풀어보면 어렵지 않게 풀 수 있어요. 지금까지 배웠던 내용을 바탕으로 제목을 읽어볼까요?

① : 이번 주 창의력문제는 어떤 내용인가요?

① : 네, 맞아요. 잘 이해하고 있네요.

① : 그럼 문제 2번의 첫 번째 문제

⑤ : 네.

⑤ : 어려운 부분이에요.

⑤ : 사칙연산을 이용한 수의 다양한 표현입니다.

⑤ : 주어진 숫자를 사칙연산을 이용해서 24를 만드는 것입니다.

⑤ : 이번 문제는 재미있을 것 같아요.

⑤ : 쉬운 것 같아요.

⑤ : 네, 너무 쉬워요.

부터 볼까요? 네 개의 4와 사칙연산과 괄호를 이용하여 24를 만들어 볼 수 있을까요?

① : 잘했습니다. 이외에도 여러 가지 방법이 있을 수 있습니다. 그 다음은 네 개의 6으로 24를 만들어 볼까요?

① : 네, 맞아요. 그럼 중급의 첫 번째 문제는 어떻게 풀 수 있을까요?

① : 잘 풀었어요. 그다음 숫자는 6 5 7 8입니다. 어떻게 하면 24가 나올 수 있을지 생각해 봅시다.

① : 제일 앞의 6으로 24를 만들려면 어떻게 해야 할까요?

① : 힌트가 되었나요?

① : 네, 남은 8문제는 조별로 함께 토의해서 풀어 봅시다.

① : 어렵고 복잡한 문제일수록 친구들과 의논 해가며 해결해 봅시다. 여러 가지 경우를 생각하며 24를 만들어 봅시다.

① : 한꺼번에 생각하는 것보다, 부분을 나누어서 생각해 보는 방법도 있습니다. 이제 마무리 지어볼까요?

① : 7, 8, 8, 4 로는 어떻게 할 수 있나요?

① : 3, 3, 3, 7 로는 24를 만들 수 있습니까?

(중략)

⑤ : $4 \times 4 + 4 + 4 = 24$ 입니다.

⑤ : 너무 쉬워요. 선생님
 $6 + 6 + 6 + 6 = 24$ 입니다.

⑤ : 이걸 좀 생각해봐야겠어요.

⑤ : $(3 - 4 + 5) \times 6 = 24$ 입니다.

⑤ : 네, 24만 만나와요 선생님.

⑤ : 힌트주세요 선생님.

⑤ : 괄호도 들어가나요?

⑤ : 뒤에 4를 곱해야 해요.

⑤ : 아! 풀 수 있을 것 같습니다. 선생님

⑤ : 네, $6 \times (5 + 7 - 8) = 24$ 입니다.

⑤ : 고급 문제는 너무 어려운 것 같아요.

⑤ : 답이 만나와요 선생님.

⑤ : (곰곰히 생각해보고 조별로 의논해본다.)

고급문제는 어려운 것 같아요.

⑤ : 다 풀었습니다.

⑤ : 답 확인해주세요 선생님.

⑤ : $(7 - 8 \div 8) \times 4 = 24$ 입니다.

⑤ : $3 \times (3 \div 3 + 7) = 24$ 입니다.

(중략)

㉠ : 모두 풀어보니 어떤가요? ㉠ : 사칙연산을 충분히 공부했으니까 조금 더 어려운 문제라도 잘 풀 수 있을 것입니다. 그럼 다음 문제로 넘어가 보겠습니다. ㉠ : 8, 9, 5, 2 를 이용하여 40을 만들어 보는 문제네요. 조별로 함께 토의해 보세요. ㉠ : 여러 가지 방법이 있을테니 충분히 생각해 보세요. 토의가 끝난 후에는 조별로 발표해보는 시간을 가질게요. (이하 생략)	㉡ : 처음에는 어려워 보였는데, 가만히 생각해 보니 나왔어요. ㉡ : 괄호가 있으니까 조금 쉬웠어요. ㉡ : 더 어려운 문제인 것 같아요. ㉡ : 네. (조별로 토의해 본다.) ㉡ : 선생님, 아무리 생각해 도 답이 없어요. ㉡ : 선생님, 계속 생각하기 알겠어요. ㉡ : 친구들과 함께 고민하니 답이 나왔어요. (이하 생략)
---	---

<표 IV-18> 정의적 조정기능 신장을 위한 발문

3. 영역별 수업지도안 연구

2009 개정 교육과정의 중학교 1학년 수학교과 세부 영역은 수와연산, 문자와 식, 함수, 확률과 통계, 기하로 나누어지며 본 연구에서는 문자와식, 확률과 통계 영역의 영역별 특성에 따른 수업지도안을 제안하였다. 다음 지도안은 두산동아 중학교 수학1 (강육기 외 8)의 교과서의 내용을 수업내용으로 한 교사 발문 중심의 지도안이다.

가. ‘문자와 식’ 영역의 수업지도안

대단원	3. 문자와 식	소단원	3.9 일차방정식의 활용
학습목표	일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있다.	페이지	123~126
		준비물	교과서

과정 (시간)	학습 내용	교수·학습 활동 및 발문	
		교사	학생
도입 (5분)	분위기 구성	▶ 모두 자리에 앉아 수업 준비를 하도록 합시다. 필기구와 교과서를 준비하고, 주변 정리정돈을 합니다.	▶ 네. 다했습니다.
	전시 확인	▶ 네, 지난 시간에 배운 내용이 무엇이었나요? ▶ 해를 어떻게 구했나요? ▶ 그렇죠. 등식의 성질에는 어	▶ 일차방정식의 풀이에 대해서 배웠습니다. ▶ 해를 구하는 방법을 배웠습니다. ▶ 등식의 성질을 이용하여 미지수를 구하였습니다. ▶ 등식의 양변에 같은 수를 더

		떤 것이 있는지 설명할 수 있나요? ▶ 나눌 때는 특히 주의할 점이 있지요?	하거나 빼거나 곱하거나 나누어도 등식은 성립하는 것입니다. ▶ 네, 0이 아닌 수로 나누어야 합니다.
	동기 유발	▶ 잘 기억하고 있네요. ▶ 그럼 선생님이 들려주는 이야기를 잘 들어 보세요. 민수가 4000원을 가지고 문구점에 갔더니, 500원 짜리 딱지통에 딱지 5개 넣어서 4000원에 판매하고 있었습니다. 민수는 너무 갖고 싶은 마음에 그것을 사고 말았습니다. 과연 딱지는 얼마일까요? 설명해볼까요? ▶ 여러분도 같은 생각인가요? ▶ 이렇게 일상생활에서도 방정식을 사용하면 유용할 때가 있습니다. 오늘은 이러한 상황에서 사용할 수 있는 수학을 배워보도록 합시다.	▶ 네. ▶ 딱지 하나에 500원입니다. ▶ 아니예요. 딱지는 700원입니다. ▶ 딱지통이 500원이니까 4000원에서 500원을 빼면 3500원이고, 5개가 들어 있다고 했기 때문에, 5로 나누면 700원입니다. ▶ 네.
	학습 목표	▶ 오늘의 학습목표를 모두 함께 읽어 볼까요? ▶ 그렇다면 오늘 배울 내용을 함께 보도록 하겠습니다. 모두 준비되었나요?	▶ 일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있다. ▶ 네, 선생님.
전개 (30분)	생각 펼치기	▶ 생각 펼치기의 문제를 읽어 보고 각자 생각하도록 합시다. ▶ 다들 문제가 이해되나요? ▶ 문제의 조건에 따라 식을 세워 볼 수 있나요? ▶ (학생의 대답에 따라 판서한다) 네, 식을 잘 세워주었습니다.	▶ (각자 곰곰이 생각한다) (문제를 풀어본다) ▶ 네. ▶ 우유가격을 구하니까, 우유가격을 x로 두고 식을 세우면 $9x + 100 = 4330$ 입니다. ▶ 방정식을 풀어야합니다. ▶ 등식의 성질을 이용하여, 먼

		다. 그 다음은 어떻게 하나요? ▶ 방정식을 어떻게 푸는지 설명 할 수 있을까요? ▶ 각자 우유의 가격을 구할 수 있나요?	저 양변에 100을 빼고, 9를 나누어 줍니다. ▶ 네, 우유의 가격은 470원입니다.
	유의점 설명	▶ 이렇게 일차방정식을 활용해서 문제를 풀고 난 다음에 꼭 해야 할 것이 있습니다. 무엇인지 생각해볼까요? ▶ 모두 잘 알고 있네요. 확인하는 습관을 가져 실수를 줄이도록 합시다.	▶ 검산? ▶ 해가 문제에 맞는지 확인해보아야 합니다. ▶ 네.
	내용 설명	▶ 방금 풀었던 내용을 바탕으로 ‘일차방정식을 활용하여 문제를 해결하는 순서’를 살펴볼 것입니다. 다함께 읽어 볼까요? ▶ 생각 펼치기에서 우리가 문제를 풀었던 방법과 비교해 볼까요? ▶ 첫번째는 우유의 값을 미지수로 두었지요? 그다음 식을 구했고, 등식의 성질을 이용하여 해를 구했습니다. 맞나요? ▶ 네, 각자 우리가 구한 해가 문제에 적합한지 확인해보세요.	▶ 1. 문제의 뜻을 파악하고, 무엇을 미지수로 놓을지 결정한다. 2. 등식과 관계가 있는 수량을 찾아 일차방정식으로 나타낸다. 3. 일차방정식을 푼다. 4. 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다. ▶ 네, 그런데, 검산을 빠뜨린 것 같아요. ▶ 식이 성립합니다.
	예제 1	▶ 그럼 다음 문제를 보도록 하겠습니다. 문제를 읽고 어떠한 문제인지 설명 할 수 있나요? ▶ 제일 먼저 무엇을 해야 하나요? ▶ (학생들의 대답을 칠판에 적는다) 그렇다면 식을 세워볼까요? ▶ 그리고 어떻게 하면 되나요?	▶ 네. 문제가 짧아서, 연속하는 두 자연수의 합이 17일 때, 두 자연수를 구하는 문제입니다. ▶ 미지수를 정해야 합니다. 두 자연수 중에서 작은 자연수를 x라 둡니다. ▶ $x + (x + 1) = 17$이고, 간단히 하면 $2x + 1 = 17$입니다. 등식의 성질을 이용하여 해를 구합니다. 양변에 1을 빼고 2를 나누면 x는 8이 됩니다.

		▶ 문제에 만족하는 답은 얼마인가요? ▶ 잊은 것 없나요?	▶ 두자연수는 8과 9입니다. ▶ 계산해보아야 합니다. $8+9$는 17이니까 만족합니다.
	문제 1	▶ 다음 문제는 각자 풀고 설명해보는 시간을 갖도록 합시다. (학생들이 충분히 생각할 수 있는 시간을 제공한다.) ▶ 어떻게 풀었는지 설명 할 수 있습니까? ▶ 친구가 푼 것이 맞는지 여러분이 계산해 볼까요?	▶ (각자 열심히 풀어본다) ▶ 선생님 다 풀었습니다. ▶ 네. 먼저 동생의 나이를 x라고 두면 형의 나이는 $x+8$입니다. 식을 세우면 $x+(x+8)=28$이고, 좌변을 정리하여 해를 구하면 x는 10이 되므로 동생은 10살입니다. ▶ 맞습니다.
	예제 2	▶ 다음 문제를 읽고 어떤 문제인지 설명해 볼 수 있습니까? ▶ 어떻게 구하면 되나요? ▶ 어떤 식을 세울 수 있습니까? (학생들의 의견을 판서한다) ▶ 처음에는 분속 40m로 걷고, 다음 한 바퀴는 분속 80m로 걸어서 30분이 걸린 것을 식으로 나타내어 볼까요? ▶ 이 방정식을 풀면 $x=800$이 구해집니다. 문제에 맞는 해를 구해볼까요?	▶ 공원 한 바퀴의 거리를 구하는 문제입니다. ▶ 미지수 x를 공원 한 바퀴의 거리라고 두고 식을 세웁니다. ▶ 시간에 관한 식을 세워야 합니다. ▶ $\frac{x}{40} + \frac{x}{80} = 30$입니다. ▶ 공원 한 바퀴의 거리는 800m입니다.
	문제 2	▶ 모두 문제를 잘 풀어 나가고 있군요. 천천히 순서대로 풀어 나가니 어떤가요? ▶ 다음 문제는 각자 풀어 보도록 합시다. ▶ 문제에서 어떤 것을 미지수로 두면 되나요? ▶ 각자 푼 답은 얼마인가요? ▶ 계산도 해 보았나요?	▶ 그다지 어렵지 않습니다. ▶ 생각 보다 쉽습니다. ▶ 올라갈 때 걸은 거리를 x라고 두면 됩니다. ▶ 7.2km입니다. ▶ 네, 문제에 맞는 답입니다.
정리	수업	▶ 이번시간에 배운 내용은 무엇인가요?	▶ 일차방정식의 활용입니다.

및 평가 (10분)	정리	▶ 네, 실생활 문제에서 알맞은 일차방정식을 세우는 연습을 했지요? 실제로 활용할 수 있겠습니까? ▶ 실생활에서 일차방정식을 풀 때 어떤 단계가 있었나요? ▶ 모두들 오늘 수업에 열심히 참여 하였네요. 잘 이해하고 있어요.	▶ 네, 너무 복잡한 것은 힘들 것 같고, 간단한 것은 활용할 수 있겠습니다. ▶ 가장 먼저, 미지수를 놓습니다. ▶ 그런 다음 문제에 맞는 식을 세우고, 풀어야합니다. ▶ 해가 나오면 검산을 하여 문제에 맞는 답인지 확인해야 합니다.
	형성 평가	▶ 형성평가를 통하여 오늘 배운 내용을 다시 한번 점검해보도록 하겠습니다. 문제를 풀고, 거두어 주세요. ▶ 문제가 어려웠나요?	▶ (각자 문제를 풀고, 뒤에서부터 거둔다) ▶ 단계별로 생각했더니 다 풀었습니다.
	차시 예고	▶ 다음시간에는 이번 단원을 퍼즐을 통해 마무리 하는 시간을 가져보겠습니다. ▶ 여러 종류의 퍼즐이 여러분을 기다리고 있으니 다음시간에 봅시다.	▶ 어떤 퍼즐인가요? ▶ 네, 수고하셨습니다.

<표 V-1> 중학교 1학년 '문자와 식' 영역 지도를 위한 발문

나. ‘확률과 통계’ 영역의 수업지도안

대단원	5. 통계	소단원	5.1 줄기와 잎 그림
학습 목표	줄기와 잎 그림을 이해하고, 이를 해석할 수 있다.		페이지 168-170
	줄기와 잎 그림을 해석하여 자료의 전체적인 경향과 분포를 파악할 수 있게 한다.		준비물 교과서

과정 (시간)	학습 내용	교수 · 학습 활동 및 발문	
		교사	학생
도입 (5분)	분위 기 조성	▶ 반갑습니다. ▶ 오늘 날씨가 무척 화창하네요. 우리 모두 함께 공부할 준비는 되었나요?	▶ 안녕하세요. ▶ 네, 선생님
	전시 확인	▶ 지난 시간에는 무엇에 대해 공부하였나요? ▶ 네, 어떤 방법들이 있었나요?	▶ 자료를 정리하는 방법에 대해 생각해 보았습니다. ▶ 초등학교 때 배운 막대그래프가 있습니다.
	동기 유발	▶ 네, 잘 기억하고 있네요. ▶ 여러분은 하루에 인터넷을 얼마나 사용하나요? (학생들의 대답을 칠판에 적는다.) ▶ 우리반 학생들의 인터넷 사용분포를 알아보려고 하는데 여러분들은 쉽게 알 수 있나요? ▶ 그렇다면 자료를 어떻게 하면 우리가 알아 보기 쉬울까요?	▶ 1시간이요. ▶ 3시간 정도 합니다. ▶ 30분정도 합니다. ▶ 2시간이요. ▶ 너무 많아서, 한 눈에 알 수가 없습니다. ▶ 시간이 짧은 순서대로 다시 적습니다. ▶ 구간을 나눠서 생각해봅니다.

	학습 목표	▶ 네, 다들 비슷한 생각을 하고 있는데요. 이렇게 자료가 여러 개 있을 때, 이 자료들의 분포를 알아보기 위해서 어떤 방법을 사용 할 수 있는지 오늘 함께 공부해 보도록 하겠습니다.	▶ 그래도, 알아보기가 힘들니다. ▶ 줄기와 잎 그림을 그려드립니다.
전개 (30분)	생각 펼치 기	▶ 먼저 교과서 168페이지의 생각 펼치기를 함께 보도록 합시다. 문제를 읽고 발표해 보도록 합시다. ▶ 어떻게 풀 수 있을까요?	▶ 방금 했던 것과 비슷합니다. (모둠별로 의논하여 답을 작성한다.) ▶ 헛갈리기도 합니다. ▶ 인터넷 사용 시간을 시간대별로 생각해 봅니다.
	유의 점 설명	▶ 문제를 풀 때, 어떠한 점에 주의해야 하겠습니까?	▶ 자료의 수가 너무 많아 복잡할 때는 주의해야 할 것 같습니다.
	내용 설명	▶ 169페이지의 표를 보도록 합시다. 어떻게 정리하였나요? ▶ 줄기는 무엇이고, 잎은 무엇인 것 같습니까? ▶ 네, 그렇군요, 십의 자리 수는 작은 값에서부터 차례대로 세로로 나열하였습니다. 일의자리 수는 어떻게 나열되어 있습니까? ▶ 이처럼 여러 개의 자료가 섞여 있을 때, 자료를 줄기와 잎으로 구분하고, 크기 순서대로 차례대로 나열하여 나타낸	▶ 인터넷 사용 시간을 줄기와 잎으로 나누었습니다. ▶ 줄기는 십의자리 수에 해당되는 숫자입니다. ▶ 잎은 일의자리 숫자들입니다. ▶ 일의자리 수는 작은 값에서부터 차례대로 가로로 나열하였습니다. (모둠별로 토의하며, 의견을 교환한다.) (줄기와 잎 그림의 장점과 단점에 대해 정리한다.)

	그림을 줄기와 잎 그림 이라고 합니다. ▶그림 모둠별로 줄기와 잎 그림의 장단점에 대해서 토의 해보는 시간을 가지도록 하겠습니다. 토의가 끝난 후에는 결과 발표를 해보겠습니다. ▶그렇다면 줄기와 잎 그림의 장점은 무엇인지 말해 볼 수 있을까요? ▶또 다른 의견 있습니까? '앞에서 10번째 자료의 값은 얼마인가?'라는 질문에 대답할 수 있습니까? ▶줄기와 잎 그림의 단점을 설명할 수 있습니까? 네, 맞습니다. 또 어떤 것을 생각해 보았나요? ▶여러분에게 다른 자료가 주어진다면 줄기와 잎 그림으로 나타낼 수 있겠습니까?	▶다 했습니다. 선생님 ▶장점은 자료를 줄기와 잎 그림으로 나타내더라도 원래 자료를 언제든지 얻을 수 있습니다. ▶자료의 분배가 어떠한지 한 눈에 알 수 있습니다. ▶네!. 특정한 위치에 있는 자료의 값을 쉽게 구할 수 있습니다. ▶자료의 크기가 클 때에는 많은 자료의 값을 일일이 나열하기는 힘들 것 같습니다. ▶줄기의 개수를 원하는 만큼 정할 수도 없습니다. ▶네, 선생님.
예제 1	▶예제 1번을 함께 풀어보도록 합시다. 문제를 읽고 어떤 문제인지 이야기 할 수 있나요? ▶네, 문제를 이해하였네요. 줄기와 잎 그림을 그릴 수 있습니까? ▶그림 가장 많이 분포되어 있는 나이대는 어디인가요?	▶나이를 조사해서 줄기와 잎 그림을 그리는 것입니다. ▶네, 줄기는 2, 3, 4, 5, 6, 7입니다. 잎은 나열하면 됩니다. ▶60대입니다. 줄기 6 옆에 숫자가 가장 많

	▶ 왜 그렇게 생각하나요? ▶ 네, 줄기와 잎 그림을 그려 놓아서 한눈에 알아보기가 쉽지요. ▶ 나이가 적은 쪽에서 5번째인 사람의 나이를 구할 수 있습니까? ▶ 줄기와 잎 그림을 오늘 처음 공부해보았는데 어떠한가요?	습니다. ▶ 네. ▶ 네, 앞에서부터 5번째이므로 줄기3에 잎은 6입니다. 36세입니다. ▶ 쉽고 재미있습니다. ▶ 잎을 하나하나 나열하는 것이 귀찮기도 합니다.
문제 1	▶ 다음은 문제 1번입니다. 모둠별로 문제를 해결한 후에 발표해보도록 하겠습니다. ▶ 이 문제는 어떤 문제인가요? ▶ 어떻게 풀었나요? ▶ 그 다음 문제는 무엇인가요? ▶ 몇 층인지 구할 수 있습니까? ▶ 맞아요, 정말 잘 풀어 주었습니다. 통계를 자료를 나열하고, 분석하는 것입니다. 재미있었지요?	▶ 선생님 다 풀었습니다. ▶ 우리나라 건물의 층수를 조사해서 줄기와 잎 그림을 그리는 것입니다. ▶ 줄기는 1부터 7까지입니다. 그리고 나머지 잎은 그 옆에 나열하면 됩니다. ▶ 층수가 많은 쪽에서 7번째인 건물의 층수를 구하는 것입니다. ▶ 줄기는 5이고 잎은 8이므로 58층입니다. ▶ 네.
유의 점	▶ 줄기와 잎 그림을 나타낼 때, 자료에 35라는 수가 두 번이 있다면 어떻게 나타낼 수 있을까요?	▶ 한번만 나열하면 되지 않을까요? ▶ 아닙니다. ▶ 줄기는 3이고 잎은 5, 5 두

		▶ 네, 한번만 나열하게 되면 두 개의 35중에서 하나는 사라지게 되어 자료를 제대로 정리할 수 없게 됩니다. 중복된다고 한번만 나열하는 실수를 해서는 안되지요?	번 적어주어야 합니다.																	
정리 및 평가 (10분)	수업 정리	▶ 이렇게 자료를 정리하는 방법 중 하나로 줄기와 옆 그림을 이용하는 방법이 있습니다. 줄기와 옆 그림의 특징은 무엇인가요? ▶ 네, 줄기는 10개를 넘어가지 않는 것이 좋겠습니다.	▶ 자료의 전체적인 경향과 분포를 파악할 수 있습니다. ▶ 자료가 너무 많으면 불편하기도 합니다.																	
	형성 평가	▶ 오늘의 형성평가 실시하겠습니다. 오늘 배운 내용을 잘 기억하며, 문제를 풀어보도록 합시다. 1. 다음은 기호네 반 학생들의 멀리뛰기 기록을 조사하여 나타낸 표이다. 멀리뛰기 기록 (단위 : cm) <table><tr><td>103</td><td>134</td><td>135</td><td>120</td><td>132</td><td>148</td></tr><tr><td>147</td><td>146</td><td>104</td><td>141</td><td>139</td><td>130</td></tr><tr><td>123</td><td>112</td><td>116</td><td>145</td><td>125</td><td>136</td></tr></table> (1) 표를 보고 줄기와 옆 그림을 완성하십시오. (2) 멀리뛰기 기록이 가장 나쁜 학생의 기록을 구하여라. 2. 다음은 희진이네 반 학생들의 줄넘기 횟수를 조사하여 줄기와 옆 그림으로 나타낸 것이다. 옆이 가장 많은 줄기의 횟수의 합이 옆이 가장 적은 줄기의 줄넘기 횟수의 합보다 193회가 더 많을 때, ㉠에 알맞은 수를 구하여라.		103	134	135	120	132	148	147	146	104	141	139	130	123	112	116	145	125
103	134	135	120	132	148															
147	146	104	141	139	130															
123	112	116	145	125	136															

		학생들의 줄넘기 횟수 (단위 : kg)							
		줄기	잎						
		2	1	2	㉠				
		3	5	2	6	2	0	1	7 2
		4	6	7	8	6	1	5	
		5	9	5	1	3			
차시 예고		▶ 다들 형성평가는 재미있게 풀었나요?					▶ 네, 천천히 보니까 다 풀 수 있었습니다.		
		▶ 네, 여러분이 열심히 공부해서 문제가 쉽게 느껴졌나 봅니다.					▶ 통계가 재미있는 것 같습니다.		
		▶ 다음시간에는 자료를 정리하는 또 다른 방법을 알아보도록 하겠습니다.					▶ 다 맞출 수 있겠습니다.		
		▶ ‘도수분포표’를 통해 또 다른 통계를 만나 보도록 합시다.					▶ 수고하셨습니다.		
		▶ 오늘도 수고하셨습니다.							

<표 V-2> 중학교 1학년 ‘확률과 통계’ 영역 지도를 위한 발문

IV 결론 및 제언

1. 연구요약 및 결론

본 연구는 2009 개정 교육과정에 따라 새롭게 추가된 ‘수학적 창의력’ 항목을 중심으로 연구문제를 정하여, 학습자들의 수학적 창의력 향상에 미치는 요인과 학교에서 일어나는 창의력 향상 교육에서의 교사의 역할을 연구하였다. 학습자들의 수학적 창의력 향상은 교육과정을 통한 창의력 향상이 가장 큰 영향을 미치는 것으로 판단하고, 옆에서 조력자의 역할을 하는 교사의 영향도 매우 클 것으로 생각된다.

교사의 역할은 크게 두 가지로, 새롭고 창의적인 수업자료개발과 창의력을 향상시키고, 학습자 스스로 생각할 수 있는 힘을 기르는 발문이 있다.

고기를 잡아주는 것이 아니라 고기를 낚는 법을 가르쳐 주듯이, 교사도 학습자의 특성을 파악하여, 기존의 주입식 수업에서 벗어나, 여러 가지 발문을 통해 수업을 진행하여, 학습자들의 수학적 창의력을 향상 시켜야 한다.

창의적인 인재를 양성하기 위해 본 연구자는 2009 개정 교육과정이 도입된 중학교 1학년 교과서를 바탕으로 발문으로 이끌어가는 수업의 지도안을 연구하였으며, 학습자들이 스스로 결론에 도달할 수 있는 수업방식을 채택하였다. 수학적 창의력 향상을 위한 교수·학습 자료에서는 학생들의 사고범위를 확장하여 다양한 아이디어로 문제를 해결하거나 수학적 지식을 생

성할 수 있도록 학생들의 사고력을 돕는 다양한 수학적 경험을 제공하여야 한다.

수학적 창의력은 특정한 소수의 전유물이 아니며 수학을 하는 동안 떠오르는 아이디어, 수학을 하기 위해 필요한 사고력 등이 요구되는 곳에서는 필수적인 요소이다. 따라서 수학적 창의력은 모든 학생들에게서 발현 될 수 있는 능력이며, 교사와 학생의 노력에 따라 계발이 가능한 것이다.

그러므로 교사와 학생은 수학적 창의력 신장을 위하여 교수·학습 방법을 하도록 많은 노력을 하여야 한다.



2. 연구의 제한점 및 제언

본 연구에서는 2009 개정 교육과정에 입각한 수학적 창의력 향상을 위한 교사의 발문법과 이에 입각한 교수-학습개발과 지도방안을 연구하였으나 세 가지의 제한점이 있다.

첫째, 아쉽게도 아직 ‘창의성’에 대한 명확한 정의가 없고, 문제해결력 향상과 수학적 창의력 증진 정도의 상관관계가 현재도 연구 중에 있는 분야이다. 본 연구는 창의력 증진 정도를 문제해결력 향상으로만 보았으므로 주관적인 결과라고 할 수 있다.

둘째, 연구결과가 2009개정 교육과정의 중학교 1학년의 몇몇 단원에 제한되어 있으므로, 다른 학년이나 다른 단원에 대한 수학적 창의력 향상을 위한 학습 자료와 지도방안을 연구 해 볼 필요가 있다.

셋째, 본 연구는 2009개정 교육과정의 중학교 1학년 수학의 대표적인 몇몇 단원에 대한 수학적 창의력을 위한 학습 자료 및 지도방안을 연구를 구성하는 것으로 결론을 맺어 직접 수업을 통해 그 효과에 대해서 검증해 보지 못하였으므로 본 연구자가 개발한 교수-학습 자료와 지도방안이 학생들의 수학적 창의력 향상에 얼마나 도움을 줄 수 있는지 실험 연구가 필요하다.

참고문헌

- [1] 강옥기 외 8인 (2013), 교사용 지도서 중학교 수학 1, 두산동아
- [2] 교육과학기술부 (2009), 수학과 교육과정 [별책 8]
- [3] 김남희 (2011), 교사의 발문수준이 학습과제별 학업성취도에 미치는 영향, 한국교원대학교 교육대학원
- [4] 김민아 (2013), 김민아 수학교육론, GBOOKS
- [5] 김복권 (2012), C. Reigeluth의 정교화 이론을 통한 수학 창의적 문제 해결력 향상에 대한 연구, 한국교원대학교 교육대학원
- [6] 김수현 (2009), 기하 단원의 효율적인 지도방안연구, 한양대학교 교육대학원
- [7] 김정섭 외 2인 (2004), 동화를 통한 창의성 교육, 서현사
- [8] 김향숙 외 3인 (2006), 수학과 창의성계발을 위한 발문의 실제, 경문사
- [9] 김향숙 외 4인 (2006), 퍼즐을 이용한 창의성 신장, 경문사
- [10] 박병학 (1986), 발문법원론, 세광출판사
- [11] 박영태 (2007), 창의성의 별, 학지사
- [12] 박화윤 외 4인 (2001), 유아를 위한 창의적 교과교육, 동문사
- [13] 신명선 (2007), 생활 속 수학을 바탕으로 수학적 창의력 증진을 위한 교수-학습 개발에 관한 연구, 한양대학교 교육대학원
- [14] 신옥연 (2004), 수학적 문제해결력 지도를 위한 교사의 단계적 발문에 관한 연구, 명지대학교 교육대학원
- [15] 우정호 외 9인 (2009), 중학교 수학 교사용 지도서 1, 두산동아(주)
- [16] 우정호 외 9인 (2009), 중학교 수학 교사용 지도서 2, 두산동아(주)
- [17] 우정호 외 9인 (2009), 중학교 수학 교사용 지도서 3, 두산동아(주)

- [18] 윤민봉 (2005), 창조력 증진의 이론과 전략, 학문사
- [19] 이규현 (2008), 수학적 창의력 계발을 위한 교수-학습 방법, 경희대학교 교육대학원
- [20] 이대현 (2012), 수학적 창의성의 요소와 창의성 계발을 위한 수업 모델 탐색, 한국초등수학교육학회지
- [21] 이동원 (2010), 창의성 교육의 실천적 접근, 교육과학사
- [22] 이문진 (2007), 개방형 문제를 활용한 수학적 창의력 신장 방안, 숙명여자대학교 교육대학원
- [23] 이수미 (2012), 수학적 창의력 향상 방안 연구, 고려대학교 교육대학원
- [24] 이수영 (2012), 수학적 창의력 신장을 위한 교수·학습 자료 개발을 위한 연구, 부경대학교 교육대학원
- [25] 이윤경 (2004), 창의력 향상을 위한 학습지도 방법, 중앙대학교
- [26] 이정규 (2005), 창의성의 최근 연구동향과 논쟁, 한국학술정보(주)
- [27] 이주현 (2010), 수학영재의 수학적 창의력 신장을 위한 교육방법 연구, 숙명여자대학교 교육대학원
- [28] 임혜숙 (2012), 창의적 인성개발, 한국학술정보(주)
- [29] 정승연 (2008), 수학적 사고력 신장을 위한 지도방안, 한양대학교 교육대학원
- [30] 정인숙 (2010), 중학교 수학에서 창의력 신장을 위한 지도 방법 연구, 건양대학교 대학원
- [31] 최지영 (2009), 수학 문제 유형에 따른 소집단 구성원의 의사소통 패턴 분석, 광주교육대학교 교육대학원
- [32] 홍순정 외 2인 (2004), 인지와 창의성 교육, 한국방송통신대학교출판부