



공 학 석 사 학 위 논 문

라플라스 영역 음향파 완전파형역산 에서 매개변수화의 전처리 효과



부경대학교 대학원

에너지자원공학과

박 병 경

공 학 석 사 학 위 논 문

라플라스 영역 음향파 완전파형역산 에서 매개변수화의 전처리 효과

지도교수 하 완 수

이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함

2020년 8월

부경대학교 대학원

에너지자원공학과

박 병 경

박병경의 공학석사 학위논문을 인준함

2020년 8월



목 차

List of Figures	• ii
List of Tables	v
Abstract ·····	· vi
초록	· vii

1. 서 론
2. 매개변수를 사용한 라플라스 영역 파동 방정식
3. 라플라스 영역 완전파형역산
4. 전처리 효과
5. 수치 예제 ~~~~~ 10
5.1 Pluto 모델10
5.2 SEG/EAGE 암염 돔 모델17
5.2.1 경사 하강법을 사용한 역산
5.2.2 1-BFGS 방법을 사용한 역산 ······28
6. 결론 ~~~~~ 36
TH OL W
참고 문헌

List of Figures

Fig. 5.1 (a) Pluto velocity model and (b) initial velocity model which its velocity varies linearly from 1.5 km/s to 4.5 km/s12 First gradient directions of the inversion using (a) velocity, Fig. 5.2 (b) bulk modulus, (c) logarithmic velocity, (d) slowness, and (e) sloth parameterization methods. ------13 Fig. 5.3 Inversion results shown in the velocities from the inversions using the (a) velocity, (b) bulk modulus, (c) logarithmic velocity, (d) slowness, and (e) sloth parameterization methods. The results obtained after 300 iterations except the bulk modulus parameterization method. The result from the bulk modulus is obtained after 170 iterations due to an early stopping. ------14 Fig. 5.4 (a) Profiles of the parameters extracted 16 km from the left side of the inversion results and (b) profiles converted to Error convergence histories. ------16 Fig. 5.5 Fig. 5.6 (a) SEG/EAGE salt dome velocity model and (b) initial velocity model which its velocity varies linearly from 1.5 km/s to 3.0 km/s ------20 Fig. 5.7 First gradient directions of the inversion starting from linearly varying model using (a) velocity, (b) bulk modulus, logarithmic velocity, (d) slowness, and (e) (c)sloth parameterization methods. -----21

Fig. 5.8	Inversion results shown in the velocities from the inversions		
	using the (a) velocity, (b) bulk modulus, (c) logarithmic		
	velocity, (d) slowness, and (e) sloth parameterization		
	methods. The results obtained after 500 iterations		
Fig. 5.9	(a) Profiles of the parameters extracted 8 km from the left		
	side of the inversion results and (b) profiles converted to		
	velocities. 23		
Fig. 5.10	Error convergence histories24		
Fig. 5.11	First gradient directions of the inversion starting from		
	constant model using (a) velocity, (b) bulk modulus, (c)		
	logarithmic velocity, (d) slowness, and (e) sloth		
	parameterization methods26		
Fig. 5.12	Inversion results shown in the velocities from the inversions		
	with a constant velocity model using the (a) velocity, (b)		
	bulk modulus, (c) logarithmic velocity, (d) slowness, and (e)		
	sloth parameterization methods. The results obtained after		
	500 iterations		
Fig. 5.13	Profiles of the parameters converted to velocities extracted 8		
	km from the left side of the inversion results27		
Fig. 5.14	Error convergence histories27		
Fig. 5.15	Inversion results shown in the velocities from the inversions		
	using the (a) velocity, (b) bulk modulus, (c) logarithmic		
	velocity, (d) slowness, and (e) sloth parameterization		
	methods. The results obtained after 300 iterations		
Fig. 5.16	Profiles of the parameters converted to velocities extracted 8		
	km from the left side of the inversion results		

List of Tables

Table 4.1 Preconditioners in terms of powers of the velocity. $\cdots 9$



Abstract

In this study, I examined the preconditioning effects of model parameterization method for single-parameter acoustic full waveform inversions in the Laplace domain. I used the bulk modulus, logarithmic velocity, slowness, and sloth instead of the P-wave velocity which is generally used in Laplace domain full waveform inversions. According to the chain rule, the extra term works as a kind of preconditioners to the gradient directions and affect the inversion results. I compared five different parameterization method including the P-wave velocity. I used steepest descent method and l-BFGS method for the inversions. I also compared the inversion results obtained using an initial velocity model which varies linearly with those obtained using a constant initial velocity model. The logarithmic velocity, slowness, and sloth parameterizaton method showed better inversion results compared to those of the bulk modulus and P-wave velocity. I tested the Pluto model and the SEG/EAGE salt model using different parameters for numerical examples.

Keywords: <u>Parameterization</u>, <u>Full waveform inversion</u>, <u>Laplace-domain</u>, Student Number: 201855314

초 록

본 연구에서는 라플라스 영역 단일 매개변수 음향파 완전파형역산에서 매개변수화 방법의 전처리 효과를 비교하였다. 매개변수로 라플라스 영역 에서 주로 사용되는 P파 속도 대신 체적 탄성률, 로그 속도, 느리기, sloth 를 사용하였다. 매개변수화 방법을 사용했을 때 연쇄 법칙에 따라 생성된 추가 항이 그래디언트 방향에 대한 전처리기 역할을 하게 되어 역산 결과 에 영향을 미친다. 본 연구에서는 P파 속도를 포함한 5개의 매개변수화 방 법들에 대해 비교했다. 경사 하강법과 I-BFGS 방법을 사용하여 역산을 수 행하였다. 초기 속도 모델을 상수 속도 모델과 깊이에 따라 선형으로 변하 는 속도 모델을 사용한 결과를 비교했다. 로그 속도, 느리기, sloth는 체적 탄성률이나 P파 속도에 비해 더 좋은 역산 결과를 보여줬다. 수치 예제에 는 Pluto 모델과 SEG/EAGE 암염 돔 모델을 사용했다.

주요어: <u>매개변수화, 완전파형역산,</u> <u>라플라스 영역</u> 학 번: 201855314

1. 서 론

완전파형역산은 탐사로부터 얻어진 관측 자료와 모델링한 자료의 차이를 줄여가며 P파 속도, 밀도, 체적 탄성률 등과 같은 지하 모델의 매개변수 (parameter)를 계산해가는 탄성파 자료처리 과정이다(Tarantola, 1984). 완 전파형역산은 시간 영역(Tarantola, 1984; Gauthier et al., 1986; Mora, 1987), 주파수 영역(Pratt & Worthington, 1990; Pratt et al., 1998) 또는 라플라스 영역(Shin & Cha, 2008)에서 수행된다.

이 중 라플라스 영역 완전파형역산은 실제 자료의 저주파수 정보 부재와 정확하지 않은 초기 속도모델이 일으키는 국소 최젓값(local minimum) 문 제를 해결하기 위해 제시되었다(Shin & Cha, 2008; Shin & Ha, 2008). 라 플라스 영역 역산 알고리즘은 주파수 영역 역산 알고리즘과 비슷하지만, 라플라스 영역 역산에서 사용되는 감쇠 함수(damping function) 때문에 주 파수 영역 역산에서 일반적으로 사용되는 l_2 목적 함수(objective function) 대신 로그 목적 함수를 사용해야 한다(Shin & Ha, 2008).

완전파형역산은 음향(acoustic) 매질 또는 탄성(elastic) 매질에서, 이방 성(anisotropy) 또는 등방성(isotropy)에 따라 다르게 수행된다. 이방성 탄 성 매질 완전파형역산은 다양한 매개변수가 필요하고 이는 계산을 복잡하 게 만든다. 다변수 매질은 여러 매개변수의 부분집합으로 표현할 수 있다. 예를 들어, 이방성 탄성 매질은 P파 속도와 S파 속도 그리고 밀도, 라메 상수(Lamé parameter)와 밀도, P파 임피던스(impedance)와 S파 임피던스 그리고 밀도, 또는 P파 속도와 포아송 비 그리고 밀도와 같이 세 가지 매 개변수의 부분집합으로 표현할 수 있다. 매개변수화와 관련된 여러 연구는 다변수 완전파형역산에 초점이 맞춰져 있다(Plessix, R, E., & Cao, Q. 2011; Gholami et al. 2013; Kamei and Pratt, 2013; Operto et al. 2013; Prieux et al., 2013; Alkhalifah & Plessix, 2014; Kim & Min, 2014; Oh & Alkhalifah, 2016; Silva et al., 2016).

이와 달리, 등방성 음향파 매질은 밀도가 상수인지 아닌지에 따라 하나 또는 두 가지 매개변수로 표현할 수 있다. 처음에 Tarantola (1984)는 체적 탄성률과 밀도를 사용하여 지하 매질을 표현했다. 그러나 일반적으로 많은 연구에서 체적 탄성률보다 P파 속도를 더 많이 사용했다(Pratt & Worthington, 1990; Operto et al., 2004; Shin & Min, 2006; Metivier et al., 2014). P파 속도는 라플라스 영역 음향파 완전파형역산에서 가장 기본 적인 매개변수가 되었다(Shin & Cha, 2008; Shin & Ha, 2008; Ha et al., 2012). 몇몇 연구들에서 sloth(squared slowness)와 같은 매개변수를 추가 적인 설명 없이 사용했다(Sirgue and Pratt, 2004; Louboutin et al., 2017).

본 연구에서는 라플라스 영역 음향파 완전파형역산에서 매개변수화의 전 처리 효과를 테스트하고 설명했다. 밀도를 상수로 고정하고 P파 속도, 체 적 탄성률, 로그 속도, 느리기, sloth(squared slowness)를 매개변수로 사용 했다. 수치 예제에는 Pluto 모델(Stoughton et al., 2001)과 SEG/EAGE 암 염 돔 모델(Aminzadeh et al., 1994)을 사용했다. Pluto 모델 예제에서는 모 델 업데이트를 위해 1-BFGS 방법(Zhu et al., 1997; Nocedal & Wright, 2006; Lee & Ha, 2018)을 사용하였다. SEG/EAGE 암염 돔 모델 예제에서 는 경사 하강법(Steepest descent)과 1-BFGS 방법을 사용하여 결과를 비 교하였다. 또한, 초기 속도 모델이 전처리 효과에 미치는 영향을 알기 위해 상수 초기 속도 모델과 깊이에 따라 선형으로 변하는 초기 속도 모델 두 가지를 사용하여 결과를 비교했다.

2. 매개변수를 사용한 라플라스 영역 파동 방정식

라플라스 영역 음향파 파동 방정식은 다음과 같다(Shin & Cha, 2008).

$$\frac{s^2}{v^2}u(s) = \nabla^2 u(s) + f(s)$$
 (1)

v는 P파 속도, s는 양의 감쇠 상수(positive damping constant), ∇ ²은 라플라시안 연산자(Laplacian operator), u는 압력장(pressure wavefield), 그리고 f는 송신원(sources)이다. 식 (1)을 체적 탄성률(bulk modulus)에 대해 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{\rho}{K}s^2u(s) = \nabla^{-2}u(s) + f(s) \tag{2}$$

ho는 밀도이고 체적 탄성률 $K=
ho v^2$ 이다. 본 연구에서는 밀도를 $1.0 g/cm^3$ 으로 고정하여 사용하였다.

로그 속도와 느리기를 사용한 파동 방정식은 각각 다음과 같다.

$$\frac{s^2}{e^{2w}}u(s) = \nabla^{-2}u(s) + f(s)$$
(3)

$$\eta^{2} s^{2} u(s) = \nabla^{-2} u(s) + f(s)$$
(4)

 $w = \log v$ 이고, 느리기 $\eta = \frac{1}{v}$ 이다.

sloth를 사용한 파동 방정식은 다음과 같다.

$$\sigma s^2 u(s) = \nabla^2 u(s) + f(s) \tag{5}$$

sloth $\sigma = \frac{1}{v^2}$ 이다. 위의 식들에서 압력장은 매개변수화(parameterization)와 관계없이 같은 것을 알 수 있다. 위에서 언급된 파동 방정식들은 유한차분 법(finite difference method)을 통해 이산화할 수 있고, 이를 행렬 방정식 으로 표현하면 다음과 같다.

$$Su = f \tag{6}$$

여기서 S는 임피던스 행렬(impedance matrix)이다.



3. 라플라스 영역 완전파형역산

라플라스 영역 완전파형역산에서 하나의 감쇠 상수에 대한 로그 목적 함 수(logarithmic objective function)는 다음과 같다(Shin & Cha, 2008).

$$E(s) = \frac{1}{2} \sum_{i}^{N_{src}} \sum_{j}^{N_{rcc}} \left(\ln \frac{u_{ij}(s)}{d_{ij}(s)} \right)^2$$
(7)

여기서 N_{src} 는 송신원(sources) 개수, N_{rcv} 는 수신원(receivers) 개수, u_{ij} 는 i번째 송신원과 j번째 수신원에서 모델링된 파동장(wavefield), 그리고 d_{ij} 는 관측된 파동장이다. k번째 모델 매개변수 p_k 에 대한 그래디언트 방향 (gradient direction)은 adjoint state 방법을 사용해서 계산할 수 있다.

$$\frac{\partial E}{\partial p_k} = \sum_{i}^{N_{src}} (\tilde{\mathbf{f}}_{ik})^T (\mathbf{S}^{-1})^T \mathbf{r}_i$$
(8)

잔차(residual)는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{r}_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{u_{ij}} ln \frac{u_{ij}}{d_{ij}}, & j = 1, \dots, N_{rcv} \\ 0, & j > N_{rcv} \end{cases}$$
(9)

식 (6)을 k번째 모델 매개변수에 대해 미분하여 가상 송신원(virtual source)을 얻을 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{f}}_{ik} = -\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial p_k} \mathbf{u}_i \tag{10}$$

속도, 체적 탄성률, 로그 속도, 느리기, sloth 매개변수를 사용한 가상 송신 원 벡터의 *k*번째 성분은 각각 다음과 같다.

$$\tilde{f}_{ik,k}(v) = \frac{2s^2}{v_k^3} u_{ik},$$
(11)

$$\tilde{f}_{ik,k}(K) = \frac{\rho s^2}{K_k^2} u_{ik},$$
(12)

$$\tilde{f}_{ik,k}(w) = \frac{2s^2}{e^{2w}} u_{ik},$$
(13)

$$\tilde{f}_{ik,k}(\eta) = -2\eta_k s^2 u_{ik},\tag{14}$$

$$\tilde{f}_{ik,k}(\sigma) = -s^2 u_{ik},\tag{15}$$

11 10

전진(forward) 파동장과 후진(backpropagated) 파동장은 매개변수화에 관 계없이 같으므로, 그래디언트 방향은 가상 송신원 항에 대해서만 변화된다 (식 (8)).

4. 전처리 효과

연쇄 법칙을 사용하여 각 매개변수의 그래디언트 방향을 속도에 대해 표 현하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial E}{\partial K_k} = \frac{\partial v_k}{\partial K_k} \frac{\partial E}{\partial v_k} = \frac{1}{2v_k \rho} \frac{\partial E}{\partial v_k},\tag{16}$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_k} = \frac{\partial v_k}{\partial w_k} \frac{\partial E}{\partial v_k} = v_k \frac{\partial E}{\partial v_k},\tag{17}$$

$$\frac{\partial E}{\partial \eta_k} = \frac{\partial v_k}{\partial \eta_k} \frac{\partial E}{\partial v_k} = -v_k^2 \frac{\partial E}{\partial v_k},\tag{18}$$

$$\frac{\partial E}{\partial \sigma_k} = \frac{\partial v_k}{\partial \sigma_k} \frac{\partial E}{\partial v_k} = -\frac{v_k^3}{2} \frac{\partial E}{\partial v_k}$$
(19)

속도가 증가할수록 느리기와 sloth는 감소하기 때문에, 느리기와 sloth 때 개변수화 방법의 그래디언트 방향은 속도를 사용한 방법과 반대 방향이다. 연쇄 법칙에 따라 생성된 추가 항은 속도의 그래디언트 방향에 대한 전처 리 역할을 한다(Dagnino et al., 2014). 밀도가 상수일 때, 체적 탄성률을 사용한 방법은 속도의 역수를 전처리기(preconditioners)로 사용하게 된다. 로그 속도, 느리기, sloth를 사용한 방법은 각각 속도, 속도의 제곱, 속도의 세제곱을 전처리기로 사용하게 된다. 전처리 항을 속도의 지수 항에 대해 표현할 수 있다(표 (1)). 지수 항에 대해 표현할 때 전처리 항의 계수 (constant)는 무시하였다. 완전파형역산에서 잘 사용되지 않는 로그 속도는 표 1을 완성하기 위해 추가했다.

일반적으로 심부 지역의 속도가 천부 지역보다 높아서, 체적 탄성률을 사용한 방법의 그래디언트는 천부 지역을 강조하게 된다. 반면에, 로그 속

- 7 -

도, 느리기, sloth를 사용한 방법은 심부 지역을 강조하게 된다. 실질적으로 심부 지역 파동장의 진폭이 작으므로, 전처리기는 심부 지역을 강조할 필 요가 있다. 그러므로 로그 속도, 느리기, sloth를 사용한 방법이 체적 탄성 률을 사용한 방법보다 더 나은 역산 결과를 보여주게 된다. 체적 탄성률을 사용한 식 (16)에서 속도의 역수는 천부 지역의 작은 속도 변화를 오히려 더 과장하게 된다.



Parameters	Powers of the velocity	
Bulk modulus	-1	
Velocity	0	
Logarithmic velocity	1	
Slowness	2	
Sloth	3	

Table 4.1. Preconditioners in terms of powers of the velocity.



5. 수치 예제

5.1 Pluto 모델

먼저 Pluto 모델(Stoughton et al., 2001; Fig. 5.1a)을 사용하여 역산을 테스트했다. 관측자료는 라플라스 영역에서 304.8 m 간격으로 103개의 샷 (shots)을 사용하여 생성했다. 격자 간격은 15.24 m이고, 수신기는 15.24 m 간격으로 지표면에 위치시켰다. 감쇠 계수는 $2s^{-1}$ 부터 $12s^{-1}$ 까지 $2s^{-1}$ 간 격으로 6개를 사용하였다. Pluto 모델 예제에서 모델 매개변수의 업데이트 를 위해 1-BFGS 방법(Zhu et al., 1997; Nocedal & Wright, 2006; Lee & Ha, 2018)을 사용하였다. 헤시안(Hessian) 행렬의 역행렬은 그래디언트와 모델 매개변수를 사용하여 근사시켰다. 모든 매개변수화 방법에서 같은 step length를 사용할 수 없으므로 strong Wolfe line 탑색 방법(Nocedal & Wright, 2006)을 사용하여 step length를 결정했다.

Fig. 5.1b는 1.5 km/s부터 4.5 km/s까지 깊이에 따라 선형으로 증가하는 초기 속도 모델이다. 매개변수화 방법을 사용할 때, 초기 속도 모델은 해당 하는 매개변수에 대해 변환하여 사용하였다. Fig. 5.2는 각 매개변수화 방 법들의 첫 번째 그래디언트 방향을 보여준다. 속도와 체적 탄성률을 사용 한 방법에서는 천부 지역만 업데이트하고 로그 속도, 느리기, sloth 방법은 심부 지역도 함께 업데이트하는 것을 확인할 수 있다. Fig. 5.3은 역산 결 과를 보여준다. 각각 다른 매개변수를 사용한 결과를 속도로 변환하였다. 체적 탄성률을 제외한 나머지 방법은 300번째 계산 반복 후 역산을 종료했 다. Fig. 5.3b는 체적 탄성률을 사용한 방법의 역산 결과이다. 170번째 계 산 반복 후 역산이 조기 종료되었다. 다섯 가지의 매개변수화 방법 모두 세 개의 암염 돔 형태를 잘 찾아낸 것을 확인할 수 있다. 하지만 체적 탄 성률을 사용한 방법에서는 천부 지역에서 아티팩트(artefacts)가 나타나는 것을 확인할 수 있다. Fig. 5.4a는 모델 좌측으로부터 16 km 지점에서의 프로파일(profile)이고, Fig. 5.4b는 Fig. 5.4a를 속도에 대해 변환한 프로파 일이다. 속도와 체적 탄성률을 사용한 방법에서 천부 지역의 속도가 크게 진동(oscillation)하는 것을 확인할 수 있다. 체적 탄성률을 사용한 방법은 나쁜 전처리 효과 때문에 매질 속도가 느린 지역에서 아티팩트가 생기는 것을 확인할 수 있다. 반면에 로그 속도, 느리기, sloth를 사용한 방법에서 는 천부 지역의 속도가 상대적으로 완만히 변화하는 것을 확인할 수 있다. 다섯 가지 방법 모두 심부 지역의 속도 변화가 크지 않은 것은 초기 속도 모델과 실제 모델의 배경 속도가 비슷하기 때문이다. Fig. 5.5는 오차 결과 를 보여준다. 느리기를 사용한 방법이 가장 좋은 역산 결과를 보여줬고 체 적 탄성률을 사용한 방법의 결과의 오차가 가장 컸다.



Fig. 5.1. (a) Pluto velocity model (Stoughton et al., 2001) and (b) initial velocity model which its velocity varies linearly from 1.5 km/s to 4.5 km/s.

47

11 10



Fig. 5.2. First gradient directions of the inversion using (a) velocity, (b) bulk modulus, (c) logarithmic velocity, (d) slowness, and (e) sloth parameterization methods.



Fig. 5.3. Inversion results shown in the velocities from the inversions using the (a) velocity, (b) bulk modulus, (c) logarithmic velocity, (d) slowness, and (e) sloth parameterization methods. The results obtained after 300 iterations except the bulk modulus parameterization method. The result from the bulk modulus method is obtained after 170 iterations due to an early stopping.



Fig. 5.4. (a) Profiles of the parameters extracted 16 km from the left side of the inversion results and (b) profiles converted to velocities.

HOI



Fig. 5.5. Error convergence histories.



5.2 SEG/EAGE 암염 돔 모델

SEG/EAGE 암염 돔(salt dome) 모델(Aminzadeh et al., 1994; Fig. 5.6a) 을 이용한 역산을 수행하였다. 관측자료는 시간 영역에서 160 m 간격으로 96개의 샷을 이용하여 생성했다. 격자 간격은 20 m로 설정하였고, 시간에 대한 2차, 공간에 대한 8차 유한차분식을 사용하였다. 시간 영역에서 탄성 파 기록(seismogram)을 생성한 후, 감쇠 계수를 2s⁻¹부터 12s⁻¹까지 2s⁻¹ 간격으로 6개를 사용하여 라플라스 영역 탄성파 기록으로 변환하였다. Fig 5.6b는 1.5 km/s부터 3.0 km/s까지 깊이에 따라 선형으로 속도가 증가하는 초기 속도 모델이다. SEG/EAGE 암염 돔 예제에서는 경사 하강법 (steepest descent)과 1-BFGS 방법을 이용하였다. 또한, 초기 속도 모델을 깊이에 따라 선형으로 속도가 증가하는 모델과 상수 모델 두 가지를 사용 하여 결과를 비교하였다. 상수 모델은 속도를 3.0 km/s로 사용하였다.

5.2.1 경사 하강법을 사용한 역산

먼저 깊이에 따라 선형으로 속도가 변하는 초기 속도 모델(Fig. 5.6b)을 사용하여 경사 하강법으로 역산을 수행하였다. Fig. 5.7은 첫 번째 역산 반 복에서 그래디언트 방향이다. Pluto 모델 예제에서와 마찬가지로 느리기와 sloth를 사용한 방법이 심부 지역도 업데이트하는 것을 확인할 수 있다. Fig. 5.8은 500번째 반복 후 역산 결과이다. 역산 결과는 비교를 위해 속도 에 대해 변환하였다. 모든 매개변수화 방법들이 높은 속도의 암염 돔의 위 치를 찾아낸 것을 확인할 수 있다. 느리기와 sloth를 사용한 방법이 다른 방법들보다 좀 더 정확하게 암염 돔의 형태를 찾아냈다. 모든 결과에서 좌 측 하단 부분의 암염 돔 부분을 일부 찾아내지 못했는데. 이는 1차 미분만 사용하여 근사하는 경사 하강법을 사용했기 때문이다. 헤시안을 근사하여 역산을 수행하면 좀 더 정확히 암염 돔 형태를 찾아낼 수 있다. Fig. 5.9a 는 모델 좌측으로부터 8 km 지점의 매개변수 프로파일이고, Fig. 5.9b는 Fig. 5.9a를 속도에 대해 변환한 프로파일이다. 체적 탄성률을 사용한 방법 에서 천부 지역 속도의 큰 진동을 확인할 수 있다. 반면에 로그 속도, 느리 기, sloth 방법에서는 실제 속도 모델과 비슷한 부드러운 속도 변화를 확인 할 수 있다. Fig. 5.10은 오차 기록이다. Pluto 모델 예제에서처럼 체적 탄 성률을 사용한 방법이 가장 좋지 않은 결과를 보였다. 속도의 지수(power) 가 증가할수록 오차가 작은 값으로 수렴하는 것을 알 수 있다(Table. 1.).

식 (16)부터 식 (19)의 추가 항이 속도의 함수이기 때문에, 만약 상수 속 도 모델과 같은 비교적 덜 정확한 속도 모델을 사용한다면 전처리 효과가 감소하게 된다. 초기 속도 모델이 전처리 효과에 미치는 영향을 확인하기 위해 속도가 3.0 km/s인 상수 속도 모델로 역산을 추가로 수행하였다. 이 전 방법에서 초기 속도 모델만 상수 속도 모델로 수정하여 역산을 수행하 였다. Fig. 5.11은 첫 번째 그래디언트 방향이다. 첫 번째 반복에서의 전처 리 효과가 사라져 모든 방법의 그래디언트가 천부 지역만 업데이트하는 것 을 알 수 있다. 하지만 모델이 계속 업데이트되면서 다시 전처리 효과가 나타나게 되고 이전 예제와 비슷한 경향성을 보이게 된다. 하지만 선형으 로 변하는 속도 모델을 사용했을 때보다 좋지 않은 결과를 보이게 된다 (Fig. 5.12). Fig. 5.13은 매개변수를 속도에 대해 변환한 프로파일이고, Fig. 5.14는 오차 결과이다. 로그 속도, 느리기, sloth 방법이 비슷한 결과를 보 였다.





Fig. 5.6. (a) SEG/EAGE salt dome velocity model (Aminzadeh et al., 1994) and (b) initial velocity model which its velocity varies linearly from 1.5 km/s to 3.0 km/s.

AT N

11



Fig. 5.7. First gradient directions of the inversion starting from linearly varying model using (a) velocity, (b) bulk modulus, (c) logarithmic velocity, (d) slowness, and (e) sloth parameterization methods.



Fig. 5.8. Inversion results shown in the velocities from the inversions using the (a) velocity, (b) bulk modulus, (c) logarithmic velocity, (d) slowness, and (e) sloth parameterization methods. The results obtained after 500 iterations.



Fig. 5.9. (a) Profiles of the parameters extracted 8 km from the left side of the inversion results and (b) profiles converted to velocities.

CH OL)







Fig. 5.11. First gradient directions of the inversion starting from a constant model using (a) velocity, (b) bulk modulus, (c) logarithmic velocity, (d) slowness, and (e) sloth parameterization methods.



Fig. 5.12. Inversion results shown in the velocities from the inversions with a constant velocity model using the (a) velocity, (b) bulk modulus, (c) logarithmic velocity, (d) slowness, and (e) sloth parameterization methods. The results obtained after 500 iterations.



Fig. 5.13. Profiles of the parameters converted to velocities extracted 8 km from the left side of the inversion results.



Fig. 5.14. Error convergence histories.

5.2.2 1-BFGS 방법을 사용한 역산

1-BFGS 방법을 사용했을 때 초기 속도 모델에 따른 역산 결과를 확인하 기 위해 추가로 역산을 진행하였다. 먼저 Fig. 5.6b의 깊이에 따라 속도가 선형으로 증가하는 속도 모델을 사용했다. Fig. 5.15는 300번째 계산 반복 후 역산 결과이다. 모든 매개변수화 방법에서 경사 하강법을 사용했을 때 찾아내지 못한 암염 돔 좌측 하단부를 잘 찾아낸 것을 확인할 수 있다. 2 차 미분 값인 헤시안을 근사하여 사용하는 1-BFGS 방법은 1차 미분을 사 용하여 근사하는 경사 하강법보다 더욱 자세히 근사하기 때문에 더 좋은 결과를 얻을 수 있었다. 하지만 속도와 체적 탄성률을 사용한 방법에서 천 부에 강한 아티팩트가 생겼고 다른 방법들보다 암염 돔 좌측 하단부를 잘 찾지 못했다. Fig. 5.16은 모델 좌측으로부터 8 km 떨어진 지점에서의 매 개변수 프로파일을 속도로 변환한 것이다. 속도와 체적 탄성률 방법에서 천부 지역에 강한 진동을 보였다. Fig. 5.17은 오차 기록이며 로그 속도, 느 리기, sloth가 가장 좋은 결과를 보였다.

다음으로 상수 초기 속도 모델을 사용하여 역산을 수행하였다. 모델 속 도는 3.0 km/s로 설정했다. Fig. 5.18은 역산 결과이다. 체적 탄성률을 제외 한 방법들은 300번째 계산 반복 후 결과이며, 체적 탄성률은 270번 반복에 서 역산이 조기 종료됐다. 다른 예제들과 마찬가지로 체적 탄성률 방법에 서 가장 좋지 않은 결과를 보였다. 전체적으로 암염 돔 형태를 잘 찾아냈 으나 상대적으로 정확하지 못한 초기 속도 모델을 사용했기 때문에 이전 예제보다 좋지 못한 결과를 얻었다. Fig. 5.19는 모델 좌측으로부터 8 km 떨어진 지점에서의 속도 프로파일이다. Fig. 5.16과 비슷한 경향을 보이지 만 더 좋지 않은 결과를 보여준다. Fig. 5.20은 오차 기록이다. 상수 속도 모델을 사용했기 때문에 전처리 효과가 감소 되어 체적 탄성률을 제외한 나머지 방법들이 비슷한 결과를 보였다.

Fig. 5.21은 이전 수치 예제들의 역산 결과 오차를 속도의 지수 항 (Table. 1)에 대해 나타낸 것이다. SEG/EAGE 암염 돔 상수 모델 예제를 제외한 모든 예제에서 로그 속도, 느리기, sloth를 사용한 방법이 속도, 체 적 탄성률을 사용한 방법보다 낮은 오차 결과를 보여줬다. 상수 속도 모델 을 사용했을 때 전처리 효과가 감소함을 확인할 수 있다(Fig. 5.21c; Fig. 5.21e). 지수가 음수일 때, 즉 체적 탄성률을 사용했을 때 나쁜 전처리 효 과 때문에 모든 방법에서 결과가 가장 좋지 않았다. 1-BFGS 방법을 사용 했을 때 오차가 경사 하강법을 사용했을 때보다 작은 것을 확인할 수 있 다.





Fig. 5.15. Inversion results shown in the velocities from the inversions using the (a) velocity, (b) bulk modulus, (c) logarithmic velocity, (d) slowness, and (e) sloth parameterization methods. The results obtained after 300 iterations.



Fig. 5.16. Profiles of the parameters converted to velocities extracted 8 km from the left side of the inversion results.



Fig. 5.17. Error convergence histories.



Fig. 5.18. Inversion results shown in the velocities from the inversions using the (a) velocity, (b) bulk modulus, (c) logarithmic velocity, (d) slowness, and (e) sloth parameterization methods. The results obtained after 300 iterations except the bulk modulus parameterization method. The result from the bulk modulus is obtained after 270 iterations due to an early stopping.



Fig. 5.19. Profiles of the parameters converted to velocities extracted 8 km from the left side of the inversion results.



Fig. 5.20. Error convergence histories.





Fig. 5.21. Final errors in terms of powers of the velocity in the preconditioner(Table. 1.). The errors are from (a) the Pluto example using 1–BFGS method, (b) and (c) the SEG/EAGE salt example using steepest descent method with a linearly varying velocity model and a constant velocity model, and (d) and (e) the SEG/EAGE salt example using 1–BFGS method with a linearly varying velocity model and a constant velocity model.

6. 결 론

본 연구에서는 라플라스 영역 단일 매개변수 음향파 완전파형역산에서 매개변수화 방법의 전처리 효과를 비교했다. 매개변수로 속도, 체적 탄성 률, 로그 속도, 느리기, sloth를 사용했다. 체적 탄성률을 사용할 때 밀도는 상수로 고정하여 사용했다. 전진 파동장과 후진 파동장은 매개변수화 방법 에 상관없이 같다. 따라서 그래디언트 방향은 오직 가상 송신원 항만이 변 화시킨다. 연쇄 법칙에 따라 표현할 수 있는 그래디언트의 추가 항이 전처 리기 역할을 하게 된다. 전처리기를 속도의 지수 항으로 표현했을 때, 전처 리기 값이 커질수록 속도가 높은 지역을 강조하게 된다. 일반적으로 천부 지역의 매질이 속도가 느리고 심부 지역이 속도가 높다. 심부로 갈수록 파 동장의 진폭이 작아지므로, 전처리기 값이 양수인 로그 속도, 느리기, sloth 를 사용하여 역산하면 해에 잘 수렴하고 작은 오차 결과를 얻을 수 있다.

수치 예제에서 전처리기 값이 음수인 체적 탄성률 방법은 나쁜 전처리 효과 때문에 모델 천부 지역에 아티팩트를 생성하는 것을 확인할 수 있다. 반면에 로그 속도, 느리기, sloth를 사용한 방법은 더 작은 오차와 좋은 결 과를 보여줬다. I-BFGS 방법과 경사 강하법을 사용한 방법 모두에서 초기 속도 모델로 상수 모델을 사용했을 때보다 깊이에 따라 선형으로 증가하는 모델을 사용했을 때 더 좋은 결과를 보였다. 그래디언트의 추가 항이 속도 의 함수이기 때문에 상대적으로 정확한 초기 속도 모델을 사용하여 역산한 결과가 좋게 나타났다.

수치 예제를 통해 라플라스 영역 음향파 완전파형역산에서 더 나은 역산 결과를 얻기 위해서는 일반적으로 사용하는 P파 속도 대신 로그 속도, 느 리기, sloth와 같은 매개변수화 방법을 사용하는 것이 바람직함을 알 수 있 다. 또한, 정확한 초기 속도 모델을 설정하는 것이 중요함을 알 수 있다.

- Alkhalifah, T., & Plessix, R.-É. (2014). A recipe for practical full-waveform inversion in anisotropic media: an analytical parameter resolution study. Geophysics, 79, R91–R101.
- Aminzadeh, F., Burkhard, N., Nicoletis, L., & Rocca, F. (1994). SEG/EAEG 3-D modeling project: 2nd update. Leading Edge, 13, 949-952.
- Dagnino, D., Sallarès, V., & Ranero, C.R. (2014). Scale- and parameter-adaptive model-based gradient pre-conditioner for elastic full-waveform inversion. Geophysical Journal International, 198, 1130-1142.
- Gauthier, O., Virieux, J., & Tarantola, A. (1986). Two-dimensional nonlinear inversion of seismic waveforms: Numerical results. Geophysics, 51, 1387-1403.
- Gholami, T., Brossier, R., Operto, S., Ribodetti, A., & Virieux, J. (2013). Which parameterization is suitable for acoustic vertical transverse isotropic full waveform inversion? Part 1: sensitivity and trade-off analysis. Geophysics, 78, R81–R105.
- Ha, W., Chung, W., Park, E., & Shin, C. (2012). 2–D acoustic Laplace-domain waveform inversion of marine field data. Geophysical Journal International, 190, 421–428.
- Kamei, R., & Pratt, R.G. (2013). Inversion strategies for visco-acoustic waveform inversion. Geophysical Journal International, 194, 859–884.

Kim, W.-K., & Min, D.-J. (2014). A new parametrization for

frequency-domain elastic full waveform inversion for VTI media. Journal of Applied Geophysics, 109, 88-110.

- Lee, J., & Ha, W. (2018). Laplace-domain waveform inversion using the 1-BFGS method. Geosystem Engineering, 22(4), 214–224.
- Louboutin, M., Witte, P., Lange, M., Kukreja, N., Luporini, F., Gorman, G., & Herrmann, F. (2017). Full-waveform inversion, part 1: forward modeling. Leading Edge, 36, 1033–1036.
- Métivier, L., Bretaudeau, F., Brossier, R., Operto, S., & Virieux, F. (2014). Full waveform inversion and the truncated Newton method: quantitative imaging of complex subsurface structures. Geophysical Prospecting, 62, 1353–1375.
- Mora, P. (1987). Nonlinear two-dimensional elastic inversion of multioffset seismic data. Geophysics, 52, 1211-1228.
- Nocedal, J., & Wright, S.J. (2006). Numerical Optimization (2nd edition). Springer.
- Oh, J.-W., & Alkhalifah T. (2016). Elastic orthorhombic anisotropic parameter inversion: an analysis of parameterization. Geophysics, 81, C279-C293.
- Operto, S., Ravaut, C., Improta, L., Virieux, J., Herrero, A., & Dell'Aversana, P. (2004). Quantitative imaging of complex structures from dense wide-aperture seismic data by multiscale traveltime and waveform inversions: a case study. Geophysical Prospecting, 52, 625-651.
- Operto, S., Gholami, Y., Prieux, V., Ribodetti, A., Brossier, R., Métivier, L., & Virieux, J. (2013). A guided tour of multiparameter

full-waveform inversion with multicomponent data: from theory to practice. Leading Edge, 32, 1040–1054.

- Plessix, R.-É., & Cao, Q. (2011). A parametrization study for surface seismic full waveform inversion in an acoustic vertical transversely isotropic medium. Geophysical Journal International, 185, 539–556.
- Pratt, R.G., & Worthington, M.H. (1990). Inverse theory applied to multi-source cross-hole tomography. Part 1: acoustic wave-equation method. Geophysical Prospecting, 38, 287–310.
- Pratt, R.G., Shin, C., & Hicks, G.J. (1998). Gauss-Newton and full Newton methods in frequency-space seismic waveform inversion, Geophysical Journal International, 133, 341–362.
- Prieux, V., Brossier, R., Operto, S., & Virieux, J. (2013). Multiparameter full waveform inversion of multicomponent ocean-bottom-cable data from the Valhall field. Part 1: imaging compressional wave speed, Density and attenuation. Geophysical Journal International, 194, 1640-1664.
- Shin, C., & Cha, Y. (2008). Waveform inversion in the Laplace domain. Geophysical Journal International, 173, 922–931.
- Shin, C., & Ha, W. (2008). A comparison between the behavior of objective functions for waveform inversion in the frequency and Laplace domains. Geophysics, 73, 119–133.
- Shin, C., & Min, D.-J. (2006). Waveform inversion using a logarithmic wavefield. Geophysics, 71, R31-R42.
- Silva, N., Ratcliffe, A., Vinje, V., & Conroy, G. (2016). A new parameter set for anisotropic multiparameter full-waveform inversion and

application to a North Sea data set. Geophysics, 81, U25-U38.

- Sirgue, L., & Pratt, R.G. (2004). Efficient waveform inversion and imaging: a strategy for selecting temporal frequencies. Geophysics, 69, 231–248.
- Stoughton, D., Stefani, J., & Michell, S. (2001). 2D elastic model for wavefield investigations of subsalt objectives, deep water Gulf of Mexico. SEG Expanded Abstract Technology Program, 20, 1269–1272.
- Tarantola, A. (1984). Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation. Geophysics, 49, 1259–1266.
- Zhu, C., Byrd, R.H., Lu, P., & Nocedal, J. (1997). Algorithm 778: L-BFGS-B: Fortran Subroutines for Large-scale Bound-constrained Optimization. ACM Transactions on Mathematical Software, 23, 550–560.