



공 학 석 사 학 위 논 문

연결부를 개선한 장지간 주형의

수치해석적 거동 평가



부경대학교 대학원

토목공학과

하 상 봉

공 학 석 사 학 위 논 문

연결부를 개선한 장지간 주형의

수치해석적 거동 평가

지도교수 이환우

이 논문을 석사학위논문으로 제출함.

2020년 8월

부경대학교 대학원

토목공학과

하 상 봉

하상봉의 공학석사 학위논문을 인준함.

2020년 8월 28일



1. 서론
1.1 연구배경 및 목표
1.2 연구동향
1.3 연구의 범위 및 내용4
2. 장지간 주형 연결부5
2.1 일반형 연결부
2.2 개선형 연결부
X X X X X X X X X X X X X X X X X X X
3. 연결부 수치해석 이론9
3.1 마찰 접촉부 해석 방법9
3.1.1 접촉면의 정의9
3.1.2 마찰 접촉부 접촉력
3.2 비선형 방정식 해법
4. 연결부 해석방법15
4.1 연결부 재료모델
4.2 연결부 해석모델
4.3 연결부 해석검증 I
4.3.1 검증모델 실험결과
4.3.2 수치해석검증

연결부 해석검증 Ⅱ	4.4 연결부
1 검증모델 실험결과	4.4.1 검증
2 수치해석검증	4.4.2 수치
연결부 해석검증 Ⅲ	4.5 연결부
1 검증모델 실험결과	4.5.1 검증
2 수치해석검증	4.5.2 수치

5.	개선형	9 연결부	부 평가		
5.1	연결부	수치해석	모델	UNAL	
5.1	.1 해석	방법			
5.1	.2 하중	조건			
5.2	연결부	수치해석	결과 …		
5.3	개선형	연결부의	안전성	평가	
6.	결론 ·		Z	대액	

<표 목차>

く丑	4.1>	콘크리트 특성값	5
<표	4.2>	검증 I 실험체의 재료특성	9
<표	4.3>	검증Ⅱ 실험체의 재료특성	3
<표	4.4>	검증Ⅲ 실험체의 재료특성	6
<표	5.1>	해석모델의 재료특성	2
<표	5.2>	개선형 연결부의 효과	7

<그림 목차>

[그림 1-	1] 중앙말뚝 사용 시 주형 시공방법
[그림 1-	2] 장지간 주형 적용사례
[그림 1-	3] 연구 흐름도
[그림 2-	1] 장지간 주형 시공 방법6
[그림 2-	2] 고장력 볼트 연결부의 간섭
[그림 2-	3] 일반형 연결부7
[그림 2-	4] 개선형 연결부8
[그림 3-	1] 접점 조건 설정9
[그림 3-	·2] 초기 접촉 조건 설정
[그림 3-	·3] Penalty-Method의 복원력 계산방법
[그림 3-	4] Newton-rapson Method 해석방법
[그림 3-	5] Modified Newton-rapson Method 해석방법
[그림 4-	1] 강재의 응력-변형률 곡선
[그림 4-	·2] Surface-to-Surface 모델 적용면

[그림 4-3] 볼트하중 및 경계조건
[그림 4-4] 검증 I 실험체 상세(DD-2)
[그림 4-5] 검증 I 하중-변위 그래프(DD-2)
[그림 4-6] 검증 I 모델링 형상(DD-2)
[그림 4-7] 검증 I 수치해석 결과(DD-2)
[그림 4-8] 검증Ⅱ 실험체 상세(A10D18-2)
[그림 4-9] 검증Ⅱ 하중-변위 그래프(A10D18)
[그림 4-10] 검증Ⅱ 모델링 형상(A10D18-2)
[그림 4-11] 검증Ⅱ 수치해석 결과(A10D18-2)
[그림 4-12] 검증Ⅲ 실험체 상세(SC2)
[그림 4-13] 검증Ⅲ 하중-변위 그래프(SC2) ·································27
[그림 4-14] 검증Ⅲ 모델링 형상(SC2)
[그림 4-15] 검증Ⅲ 수치해석 결과(SC2)
[그림 5-1] 연결부 수치해석 모델 형상
[그림 5-2] 일반형 연결부 상세
[그림 5-3] 개선형 연결부 상세
[그림 5-4] 연결부의 모델링 형상
[그림 5-5] 표준차량하중 재하도(KL-510) ~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
[그림 5-6] 영향선 해석결과
[그림 5-7] 연결부 중안 단면 형상
[그림 5-8] 압축응력 분포 비교
[그림 5-9] 인장응력 분포 비교
[그림 5-10] 개선형 연결부 비선형 거동

Evaluating the behavior of long-span beams with improved connection

Sang-Bong, Ha

Department of Civil Engineering, The Graduate School, Pukyong National University

Abstract

Due to recent technological developments and industrialization, the span of structures is becoming increasingly grand. Therefore, there are more applications of steel structures with smaller self-weight and superior cross-section performance than concrete structures. Unlike a one-piece structure using concrete, a steel structure is a prefabricated structure in which members and members are connected, so the connection method greatly affects the behavior of the structure. When applying underground tunnels or urban railroads by applying the open tunnel construction method, the mold beams can be shortened by various connection methods. In general, spot welding is applied to the compression section and high tension bolt joints are applied to the tension section.

The residual stress and deformation of the welded joint acts as an initial defect of the structure, which has a sensitive effect on compressive strength. Improved connection was developed that improves safety by compensating for structural defects that may occur in the field-joined joints of compression zones of long-span beam and improving cross-section performance.

In this study, a commercial program based on finite element analysis

(ABAQUS) was used to evaluate the behavior of the improved connection. In order to verify the suitability for numerical analysis of the improved connection, the experimental results and numerical analysis of previous studies were compared. In addition, the effect and safety of improving the cross-section performance of the long-span beam with improved connections were confirmed.

핵심용어 : 고장력 볼트, 유한요소, 미끄러짐, 장지간 주형, 주형연결부, 경계비선형 KEYWORDS : High Tension Bolted, Finite Element, Sliding, Boundary nonlinear, Long-term mold beam, connection



1. 서 론

1.1 연구배경 및 목표

최근 기술의 발전과 산업화로 인해 구조물의 경간이 점점 더 장대화되 고 있다. 따라서 콘크리트 구조물에 비해 자중이 작고 단면성능이 우수한 강구조물의 적용사례가 많아지고 있다. 강구조물은 콘크리트를 사용한 일 체식 구조와 달리 부재와 부재를 연결한 조립식 구조이므로 연결 방법이 구조물의 거동에 큰 영향을 미친다. 강구조물 연결부에는 고장력 볼트 이 음과 용접 이음을 적용할 수 있다. 시공성과 품질관리가 간편한 고장력 볼트 이음은 교량, 굴착가시설 등 다양한 구조물의 시공에서 가장 넓게 이용되고 있는 방식이다.

개착식 터널 공법을 적용하여 지하차도나 도시철도 등을 시공할 경우 차량 통행을 위해 데크-플레이트(복공판)를 사용한다. 일반적으로 [그림 1-1]과 같이 데크-플레이트는 중간말뚝에 거치된 주형에 의해 지지된다.



[그림 1-1] 중앙말뚝 사용 시 주형 시공방법

도로 폭이 좁은 도심지에서는 중간말뚝으로 인해 지하공간의 확보가 어 럽다. 시공성의 향상을 위하여 [그림 1-2]에 나타난 바와 같이 지하공간 을 확보할 수 있도록 임시말뚝으로 주형을 지지하고 연결하는 방식을 적 용한다.



주형은 다양한 연결 방법에 의해 장지간화 될 수 있지만 고장력 볼트만 을 사용하여 연결하는 경우 연결부에서 데크-플레이트와 종종 간섭이 발 생한다. 데크-플레이트의 설치 공간확보를 위하여 일반적으로 압축부에는 현장 용접을 적용하고 인장부에는 고장력 볼트 이음을 적용하고 있다.

용접 이음부의 잔류응력과 변형은 구조물의 초기결함으로 작용하여 압 축강도에 민감한 영향을 준다(Seo, 2000). 본 연구에서는 장지간 주형의 압축부 현장 용접 이음부에서 발생할 수 있는 구조적 결함을 보완하고 단면성능을 높여서 안전성을 향상시킨 개선형 연결부를 개발하였다.

본 연구에서는 개선형 연결부의 거동 평가를 위해 유한요소해석 기반의 상용프로그램(ABAQUS)을 이용하였다. 우선적으로 개선형 연결부 수치해 석에 대한 적합성 여부를 검증하기 위하여 선행연구의 실험결과 및 수치 해석을 비교하였다. 그리고 개선형 연결부를 적용한 장지간 주형의 단면 성능 개선 효과 및 안전성을 확인하였다.

1.2 연구동향

개발된 개선형 연결부에 작용하는 탄소성거동과 콘크리트 및 강재의 합 성 거동 규명에 적용할 수 있는 많은 선행연구들이 있다. 국내 및 국외에 서 실험과 수치해석을 이용한 연구가 활발히 진행중이다. Kim 등(2002)은 결함이 있는 고장력 볼트 이음부의 내부 응력분포에 대하여 연구하였다. Ham 등(2012)은 유한요소 해석프로그램을 이용하여 고장력 볼트 이음을 수치해석적으로 검증하였으며 검증된 모델을 플레이트-거더에 적용하여 고장력 볼트 이음의 강도에 따른 볼트 재료 특성의 영향에 대하여 연구 하였다. Može 등(2011)은 고장력 볼트로 연결된 강재의 인장실험을 통하 여 연결부가 강도와 연성에 미치는 효과에 대하여 실험과 해석적으로 평 가하였다. Kim 등(1996)은 원형의 콘크리트 충전 강관(CFT: Concrete-Filled Steel Tube) 단주의 압축실험을 통하여 합성 거동에 의 한 강관 단주의 내력을 연구하였다. Kwon 등(2015)은 원형의 CFT기둥의 재료 간 부착거동에 대한 수치해석 방법을 연구하였다. Vinavagam 등 (2008)은 CFT강관의 압축실험을 통해 다양한 하중 상황에 대한 합성 거 HOL 동을 확인하였다.

고장력 볼트 연결부를 가진 장지간 주형의 전체적 거동과 현장 시공시 발생 가능한 결함에 대한 연구가 부족한 것으로 조사되었다. 따라서 본 논문의 결과를 토대로 장지간 주형의 거동과 안정성의 평가에 활용이 가 능할 것으로 판단된다.

- 3 -

1.3 연구의 범위 및 내용

본 연구에서는 개선형 연결부의 거동 평가를 위해 유한요소 기반의 상 용프로그램(ABAQUS)을 이용하여 개선형 연결부의 거동을 평가하였다. 우선적으로 개선형 연결부 수치해석에 대한 적합성 여부를 검증하기 위 하여 선행연구의 실험결과 및 수치해석을 비교하였다. 개선형 연결부를 적용한 장지간 주형의 응력분포를 수치해석적으로 검토하여 단면성능 개 선 효과 및 안전성을 확인하였다. [그림 1-3]은 개선형 연결부의 안전성 평가를 위한 연구의 전체적인 개요를 나타내고 있다.



·해석결과 비교검토

Ŷ

·개선형 연결부의 효과 및 성능 확인

[그림 1-3] 연구 개요도

2. 장지간 주형 연결부

2.1 일반형 연결부

최근 지하구조물의 활용이 증대되고 도심지 내 공사 특성상 교통처리에 대한 문제가 나타난다(Lee, 2013). 굴착공사 시 우회 도로의 확보가 필요 하지만 교통량이 많은 시가지에서는 어려운 경우가 있다. 따라서 공사 중 차량통행을 원활히 하기 위하여 일부 구간의 차량 통행을 허용하는 방식 을 적용한다. 일반적으로 중앙말뚝을 설치하고 데크-플레이트를 지지하는 주형을 1/2구간씩 순차적으로 시공한다. 시공 중인 1/2구간의 반대편에 차량통행을 허용한다.

굴착 폭이 좁은 경우에는 중앙말뚝으로 인하여 지하공간이 협소해질 수 있다. 지하공간을 굴착하기 위하여 건설기계의 운용 및 자재의 운반 등을 원활히 할 수 있는 공간의 확보가 필요하다. 지하공간의 협소로 인하여 시공이 원활히 진행되기 어려운 경우가 있어 시공성이 저하된다. 지하공 간의 확보를 위하여 중앙말뚝을 사용하지 않고 장지간의 주형을 이용하 는 방법을 적용할 수 있다. [그림 2-1(a)]와 같이 임시기초를 설치하여 주 형과 데크-플레이트를 시공한다. 이후 [그림 2-1(b)]와 같이 2차 굴착하여 주형과 데크-플레이트를 시공하고 주형의 중앙을 연결하여 임시기초를 제거한다. 이러한 공법은 중간말뚝을 설치하지 않고 주형을 설치하므로 시공성을 향상시켜 공사기간을 단축시킬 수 있다.



[그림 2-2] 고장력 볼트 연결부의 간섭

주형은 다양한 연결방법을 통하여 장지간화 될 수 있다. 연결부에 고장 력 볼트만을 적용하여 연결부를 시공하는 경우에 [그림 2-2]와 같이 상부 플랜지 연결부에 볼트 및 보강플레이트의 돌출로 데크-플레이트와의 간섭 이 발생될 수 있다. 이는 데크-플레이트의 시공성을 저하시키는 원인이 될 수 있다. 경우에 따라서는 시공 시 간섭의 최소화를 위하여 특수제작 된 데크-플레이트가 사용되기도 한다.

주형 연결부에서 데크-플레이트의 시공성 향상과 간섭의 최소화를 위해 일반적으로 [그림 2-3]과 같이 상부 플랜지에 용접 이음을 적용하고 하부 플랜지와 복부에는 고장력 볼트 이음을 병용하는 일반형 연결부가 적용 된다. 일반형 연결부는 데크플레이트의 시공성을 향상시키고 데크-플레이 트에서 전달되는 상부하중을 주형에 균일하게 전달할 수 있다.



용접 이음부는 1차 설치된 주형의 차량 진동 및 상부 플랜지의 단차로 인하여 시공성이 저하된다. 또한 용접 이음부에 나타날 수 있는 잔류응력 의 영향 및 초기변형에 의하여 강도적 불균질부를 갖게 되는 경우가 있 어 응력전달의 신뢰도가 저하된다(An, 2003). 일반형 연결부가 적용된 장 지간 주형은 사용하중 상태에서 구조적으로 안전하나 용접 이음부의 강 도가 설계 시 요구되는 강도를 충분히 발휘할 수 없는 경우도 나타날 수 있다.

2.2 개선형 연결부

개선형 연결부는 일반형 연결부에서 발생되는 결함을 억제하여 연결부 의 신뢰도를 향상시키기 위하여 개발되었다. [그림 2-4]는 개선형 연결부 의 개념도이다. 개선형 연결부는 일반형 연결부의 상부 플랜지 하부에 무 수축 콘크리트를 타설한 것으로 콘크리트의 길이는 지간의 1/5을 적용한 다. 개선형 연결부에서 압축강도가 크고 피로하중에 대한 저항성이 큰 콘 크리트의 특성을 활용하여 연결부에 작용하는 압축응력을 저감시킨다. 콘 크리트가 압축응력을 분담하므로 압축부의 시공 불량에 따른 응력전달의 불확실성을 감소시킬 수 있다. 또한 차량하중 및 주변 시설에서부터 발생 하는 피로하중을 분담하여 용접이음의 피로파괴 발생 가능성을 저하시킬 수 있다.



[그림 2-4] 개선형 연결부

3. 연결부 수치해석 이론

3.1 마찰 접촉부 해석 방법

3.1.1 접촉면의 정의

유한요소 해석에 있어 물체의 거동에 따라 경계영역과 경계조건이 변하 는 문제는 거동의 비선형성을 유발한다. 접촉면에서 발생되는 접촉 하중 의 변화 및 마찰의 해석은 경계비선형에 포함된다. 경계비선형 문제를 해 결하기 위하여 접촉면의 성질과 기계적 접촉 특성을 정의하고 최초 접촉 상태를 부여하여 접촉면을 정의한다. 접촉면은 마스터 표면(master Surface)과 슬레이브 표면(slave Surface)으로 정의되며 [그림 3-1]과 같 이 슬레이브 표면의 노드(node)가 마스터 표면의 투영 지점과 상호작용하 도록 접점 조건을 설정한다.



[그림 3-1] 접점 조건 설정

해석에서 표면특성이 부여된 접촉면은 마스터 표면(master surface)과 슬레이브 표면(slave surface)으로 정의되며 슬레이브 표면의 절점(node) 은 마스터 표면으로 침투하지 않도록 제한된다. 이러한 특성을 적용하여 접촉면의 특성에 따라 마스터 표면과 슬레이브 표면을 규정해야 한다.

접촉면에 존재하는 요소의 초기 침투를 제거하기 위해 표면의 위치를 [그림 3-2]와 같이 초기 침투된 노드를 가장 가까운 자유 표면으로 이동 시킨다. 접촉면의 초기 침투를 제거하여 최초 접촉상태를 정의하고 표면 특성은 강성도, 마찰계수 접촉영역 감지 계수 등에 기초하여 규정된다 (Lee, 2003).



[그림 3-2] 초기 접촉 조건 설정

3.1.2 마찰 접촉부 접촉력

상용프로그램에서는 마찰 접촉부의 접촉력을 산정하기 위하여 다양한 방법을 사용하고 있다. 접촉력을 산정하는 대표적인 방법으로 Penalty-Method를 적용하고 있다. Penalty-Method는 둘 이상의 물체가 침투하는 경우 비침투 상태로 복원시키기 위한 복원력을 계산하는 방법 으로서 표면강성계수(k)와 침투깊이($\delta(x)$)의 상호관계에 의하여 결정된다.



[그림 3-3]과 같이 임의의 물체 A에 속하고 물체 B를 관통하는 노드 \vec{x} 가 주어질 때 관통 깊이는 B의 표면에서 가장 가까운 노드까지의 거리가 된다. 침투 깊이 $\vec{\delta(x)}$ 에 따라 Penalty-Method에 적용되는 에너지 식은 식 (3.1)과 같다(Tang *et al.*, 2012).

 $E(\vec{x}) = \frac{1}{2}k\delta(\vec{x})^2$ (3.1)

이때 k는 요소의 표면강성계수이며 복원력은 식 (3.2)와 같이 Penalty 에너지의 기울기로 계산될 수 있다. 복원력은 침투 방향과 반대로 작용하

- 11 -

므로 $E(\vec{x})$ 는 음수를 가진다.

침투 깊이가 정의되면 침투 깊이의 경사도는 침투된 물체의 표면에서 가장 가까운 지점에서 단위 표면 법선 [→] (3.3)과 같이 침투 깊이와 표면 강성 계수를 이용하여 계산한다.

 $\vec{F}(\vec{x}) = k\delta(\vec{x})\vec{n}$ (3.3)

산정된 복원력을 적용하여 마찰 접촉면에서 유한요소 해석이 가능해지 며 경계 비선형 문제를 해결할 수 있다.

3.2 비선형 방정식 해법

비선형 방정식은 한 번의 계산으로 해를 구할 수 없으므로 반복 계산을 수행해야 한다. 구하고자 하는 *x* 값을 사전에 추정하고 추정값을 이용하여 다음 *x* 값을 계산하는 방식을 적용하는 일련의 반복과정을 수행한다. 이러 한 반복 계산을 통하여 정해에 근사시킬 수 있다. 반복 계산에 있어 원하 는 정확도를 가지는 해를 얼마나 적은 반복 계산으로 얻을 수 있는지에 따라 계산 방법의 효율성을 판단할 수 있다. 계산의 효율성을 위해 많은 반복 계산 기법들이 제안되었으며, 가장 효과적인 방법으로 Newton-rapson Method를 적용한다. [그림 3-4]는 Newton-rapson Method의 해석방법을 나타내고 있다.



[그림 3-4] Newton-rapson Method 해석방법

초기값 U^i 에 식 (3.4)을 적용하여 원하는 정확도 내에 수렴할 때까지 계산을 반복한다.

$$U^{i+1} = U^{i} - \left(\frac{P(U^{i})}{P'(U^{i})}\right)$$
(3.4)

Newton-rapson Method는 매 반복계산 시 접선의 기울기와 절편을 계 산해야 하므로 행렬의 크기가 커지면 계산 시간상의 문제가 나타날 수 있다. 반복계산 시 나타나는 시간상의 효율을 극대화하기 위해서 [그림 3-5]의 Modified Newton-rapson Method를 적용할 수 있다. Modified Newton-rapson Method는 최초에 계산된 접선의 기울기와 절편을 그대 로 적용하는 방법으로 접선을 다시 계산하지 않으므로 소요되는 시간을 현저하게 줄일 수 있는 장점이 있다. 하지만 원하는 정확도를 가진 해를 얻기 위해서 반복 계산의 횟수는 증가하는 단점이 있다.



[그림 3-5] Modified Newton-rapson Method 해석방법

4. 연결부 해석방법

4.1 연결부 재료모델

개선형 연결부의 비선형 거동을 확인하기 위하여 강재와 콘크리트의 탄 성 및 소성 변형에 대한 응력-변형률 곡선을 도입하였다. 무수축 콘크리 트의 응력-변형률 곡선은 식 (4.1)을 사용하였다(Collins, 1990). 콘크리트 의 응력-변형률 곡선식은 압축강도 이후의 비선형 거동까지 모사할 수 있다. <표 4.1>에 나타난 압축강도 f'_e 와 변형률 ϵ'_e 를 적용하여 변형률 ϵ_{cf} 를 변수로 압축강도 f_c 를 계산할 수 있다.

 $\frac{f_c}{f_c'} = 2 \frac{\epsilon_{cf}}{\epsilon_c'} - \left(\frac{\epsilon_{cf}}{\epsilon_c'}\right)^2 \dots (4.1)$

<표 4.1> 콘크리트 특성값

f_c' (MPa)	24.1	27.6	34.5	41.4	55.2	69.0	82.7
$\begin{array}{c} \epsilon_{c}' \\ (\times 1000) \end{array}$	1.91	1.94	2.03	2.13	2.33	2.53	2.71

고장력 볼트 및 주형 등 강재의 탄소성거동을 구현하기 위하여 [그림 4-1]과 같은 단순한 형태의 응력-변형률 곡선을 적용하였다. 변형경화가 발생하는 구간은 항복 변형률의 10배로 정의하고 경화구간의 기울기를 탄성구간의 2.4%로 반영하였다(Kim *et al.*, 2008).



4.2 연결부 해석모델

해석모델은 ABAQUS의 8절점 솔리드(solid) 요소(C3D8R)를 적용하였 다. 마찰 접촉면에서 발생되는 비선형적 거동을 구현하기 위하여 Surface-to-Surface 모델을 사용하였다. Surface-to-Surface 모델은 마찰 접촉면을 해석하는 방법들 중 하나로 상대적으로 적은 접촉 요소가 필요 하여 계산 속도가 빠르다는 장점이 있다. 접촉면의 해석에 보편적으로 사 용되며 여러 선행논문에서 Surface-to-Surface 모델을 이용한 해석사례가 많으며 접촉에 의한 거동에 대하여 검증된 해석방법이다. [그림 4-2]는 해석모델의 개선형 연결부의 접촉면에 Surface-to-Surface 모델이 적용된 부분을 나타내고 있다. 모델링 시 해석조건에 맞게 마찰 접촉면의 마스터 표면과 슬레이브 표면의 설정이 필요하다. 고장력 볼트의 축력 도입은 사 용된 고장력 볼트에 해당하는 설계 볼트 축력을 적용하였다. 설계 볼트 축력이 재하되는 동안 볼트와 강재의 움직임을 제한하여 볼트홀 중앙에 볼트가 위치하도록 볼트머리를 구속한다. [그림 4-3]은 고장력 볼트에 적 용된 경계조건을 나타내고 있다. 볼트 축력의 도입 후 하중 재하 시 볼트 머리에 적용되었던 고정조건을 제거한다(Ham, 2012).



[그림 4-3] 볼트하중 및 경계조건

4.3 연결부 해석검증 I

4.3.1 검증모델 실험결과

'볼트홀을 산소 토치로 천공한 강재의 인장강도 및 지압이음강도(Y.M. Park *et. al.*, 2014)'에서 연구한 볼트 지압이음 강도 평가의 실험결과와 비 교하였다. 비교분석에 적용된 실험체는 DD-2이며 형상은 [그림 4-4]와 같다. 연결부의 편심의 작용을 최소화하기 위해 모재의 양쪽에 이음판을 설치하고 230 kN의 축력으로 고장력 볼트를 연결하였다. 모재의 두께는 15 mm이고 이음판의 두께는 10 mm로 제작되었다. 모재와 이음판은 SS400강재를 사용하였으며 고장력 볼트는 F10T-M22를 사용하였다. 실험 체에 사용된 강재와 고장력 볼트의 재료특성은 <표 4-2>와 같다. 실험은 2 mm/min의 속도로 변위 제어를 통하여 하중을 가력하였다.







[그림 4-4] 검증 I 실험체 상세(DD-2)

가조	E_s	ν	항복강도 (F_y)	인장강도 (F_u)	연신율(<i>EI</i> .)
10 0	GPa	_	MPa	MPa	%
F10T-M22	210	0.3	900	1100	20.5
SS400	210	0.3	267.8	418.1	27.0

<표 4.2> 검증 I 실험체의 재료특성

[그림 4-5]는 DD-2의 인장 실험결과이다. 실험체는 변위가 증가함에 따라 최초로 모재와 이음판 사이에서 미끄럼이 발생한다. 다음 단계로 볼 트와 모재 사이가 지압이음 상태에 도달한 후에 모재의 탄성거동을 거쳐 소성거동으로 진행한다. 모재의 지압파괴는 30 mm에서 나타났다. 실험은 173 kN에서 최초 미끄럼 발생 이후 변위 5 mm까지 2~3회의 미끄럼이 발생되었다. 이후 모재의 소성거동에 따라 하중이 증가하고 지압파괴 시 311 kN의 최대하중이 나타났다.



[그림 4-5] 검증 I 하중-변위 그래프(DD-2)

4.3.2 수치해석 검증

4.1절에서 제안된 재료 모델과 4.2절의 해석모델을 적용하여 마찰 접촉 부 해석 및 볼트 축력을 도입하였다. 마찰 접촉부의 마찰계수는 비교논문 에서 제시한 0.38을 적용하였다. [그림 4-6]은 수치해석 모델의 모델링 형 상이다.



[그림 4-7]에서 점선은 실험결과를 나타내며 실선은 수치해석 결과를 나타낸다. 실험에서 미끄럼이 다수 발생하는 거동형태는 강재의 표면 상 태와 연결 특성 등에 영향을 받는 것으로 판단된다. 본 연구의 수치해석 은 실제의 연결 특성을 정확히 반영할 수 없어 175 kN에서 미끄럼이 1회 만 발생하였다. 이때 본 연구와 미끄럼 실험 하중의 차이는 약 1% 정도 이다. 비교 논문에 수록된 수치해석 결과도 174 kN으로서 본 연구의 결 과와 거의 일치하는 것으로 나타났다.

본 연구의 수치해석 결과는 모재의 지압파괴가 일어난 30 mm에서 최 대하중이 339 kN으로 실험결과와는 약 8%의 오차이다. 비교 논문의 수치 해석 결과는 최대하중이 316 kN으로 다소 차이가 나타났다. 비교 논문에 서 적용한 강재의 응력-변형률 곡선은 재료실험을 통해 얻어져 본 연구 에서 적용한 재료 모델과의 차이로 인한 것으로 판단된다. 검증 예제 실 험의 최초 미끄럼 하중과 볼트 연결부의 마찰 접촉면 거동을 비교적 적 절하게 모사할 수 있었다. 따라서 본 연구에 제안된 재료와 해석 모델은 고장력 볼트 연결부 해석에 적합한 것으로 판단된다.



4.4 연결부 해석검증 Ⅱ

4.4.1 검증모델 실험결과

'고력볼트 체결력 저하에 따른 마찰이음부의 구조거동(J.U. Park et. al., 2015)'에서 연구한 마찰이음부의 거동에 관한 실험결과와 비교하였다. 실 험체는 '고력볼트 마찰접합부 미끄럼 시험방법(일본건축학회, 2003)'을 기 준으로 제작되었다. 비교분석에 적용된 실험체는 A10D18-2이며 세부치수 은 [그림 4-8]과 같다. 실험체는 SM490강재와 F10T-M16을 이용하여 제 작 되었으며 모재에 고장력 볼트를 2개씩 연결하였다. 실험체에 사용된 강재와 고장력 볼트의 재료특성은 <표 4-3>과 같다. 실험은 미끄러짐이 발생 시까지 0.01 mm/sec의 속도로 가력하였고 미끄러짐 발생 후 0.02 mm /sec의 속도로 가력하여 볼트가 파단 될 때까지 실험을 진행하였다.





[그림 4-8] 검증Ⅱ 실험체 상세(A10D18-2)

가조	E_s	ν	항복강도 (F_y)	인장강도 (F_u)	연신율(<i>EI</i> .)
~0 O	GPa	_	MPa	MPa	%
F10T-M16	210	0.3	900	1100	20.5
SM490	210	0.3	342.1	519.7	26.4

<표 4.3> 검증Ⅱ 실험체의 재료특성

[그림 4-9]는 실험체(A10D18-2)의 하중-변위 그래프를 나타내었다. 고 장력 볼트의 마찰 접촉상태에서는 하중과 변위가 비례한다. 이후 하중이 증가함에 따라 미끄럼이 발생되었으며 최초 미끄럼은 250 kN에서 발생하 였다. 미끄러짐과 함께 급격한 하중 저하로 톱날과 같은 형상을 나타내며 최초 미끄럼 이후 4~5회의 미끄럼이 발생한 것으로 나타났다. 실험체는 지압이음 상태에 도달하고 볼트가 파단되는 전단파괴가 나타났으며 볼트 의 전단파괴 시 최대하중으로 541 kN이 발생하였다.



[그림 4-9] 검증Ⅱ 하중-변위 그래프(A10D18)

4.4.2 수치해석 검증

수치해석 시 시험편은 좌우가 대칭되는 형상이므로 [그림 4-10]과 같이 대칭 경계조건을 적용하여 1/2부분에 대하여 모델링하였다. 접촉면의 마 찰계수는 비교논문에서 제시한 0.5를 적용하였으며 볼트 하중으로 실험과 동일한 116 kN의 축력을 적용하여 수치해석하였다.



[그림 4-11]은 비교논문의 실험결과와 본 연구의 수치해석 결과를 함께 나타내고 있다. 비교논문의 수치해석 결과는 실험의 거동형태를 거의 유 사하게 모사하였다. 미끄럼 하중과 최대하중의 차이가 1% 미만으로 나타 났다. 반면, 본 연구의 수치해석 결과와 실험의 미끄럼 하중은 19 kN의 차이가 나는 것으로 확인되었다. 차이는 해석모델에 적용한 마찰계수가 실험을 통해 측정된 마찰계수가 아닌 강구조 설계기준(KBC-09, 2009)에 서 제시한 마찰계수를 적용한 것이 원인으로 판단된다. 최대하중은 변위 30 mm때 작용하는 하중을 비교하였으며 실험결과와 17 kN의 차이이로 3.1%의 오차가 나타났다.



본 논문의 수치해석은 미끄럼 하중 발생 이후 최대하중까지의 거동에서 실험과 차이점이 나타났다. 실험에서 볼트의 전단변형으로 인한 비선형 거 동 이후 볼트파단이 발생하는 형태로 실험체가 파괴되었다. 반면 수치해석 결과에서는 모재가 항복하는 지압파괴 형태로 파괴모드가 나타났다. 실험의 볼트 파단을 구현하기 위해서는 ABAQUS에서 강재의 연성 거동을 정의해 야 한다. 본 연구에서는 개선형 연결부의 파괴모트를 확인하고자 하는 것이 아닌 안정성의 개선정도를 확인하고자 하므로 미끄럼하중과 최대하중의 구 현이 중요하다. 실험결과와 수치해석 결과의 미끄럼 하중과 최대하중이 거 의 일치하였으므로 해석방법을 개선형 연결부 해석에 적용하기 타당한 것으 로 판단된다.

4.5 연결부 해석검증 Ⅲ

4.5.1 검증모델 실험결과

'중심축 하중을 받는 콘크리트 충전 장재 기둥의 해석(S.H. Yeom, 2001)'에서 실시한 합성구조의 실험결과와 비교하였다. 실험체의 세부 치 수는 [그림 4-12]와 같이 정사각형 강관 내에 콘크리트를 충진시킨 형태 이다. 콘크리트의 압축강도는 27.4 MPa이며 실험체에 사용된 강관과 콘 크리트의 재료특성은 <표 4.4>와 같다.



[그림 4-12] 검증Ⅲ 실험체 상세(SC2)

<표 4.4> 검증Ⅲ 실험체의 재료특성

		강재		콘크리트		
모델	E_s	ν	연신율(<i>EI</i> .)	E_c	ν	압축강도 (f_c)
	GPa		%	GPa		MPa
SC2	197	0.27	26.6	27.9	0.165	27.4

[그림 4-13]은 실험체의 압축시험 결과를 나타내고 있으며 실험은 변형 률 0.01까지 진행하였다. 기울기가 감소하는 0.001까지 콘크리트와 강관이 접촉된 상태로 함께 선형적인 거동하였다. 이후 재료의 푸아송비의 차이 로 인하여 기울기가 감소한 것으로 판단된다. 실험의 최대하중은 1845 kN으로 나타났으며 이때의 변형률은 0.0039이다. 최대하중 이후 실험체는 강재와 콘크리트의 합성 거동에 의하여 완만한 스트레인 소프트닝이 나 타났으며 변형률 0.01에서 하중은 1531 kN이 확인되었다.



4.5.2 수치해석 검증

실험체의 수치해석은 4.1절의 재료모델과 4.2절의 해석모델을 적용하였 다. 콘크리트와 강관의 마찰계수는 Baltay 등(1990)의 연구결과에 따라 0.47을 적용하였다. 비교논문에 실험방법이 상세히 수록되어 있지 않아 수 치해석에서 하중은 변위제어를 이용하였으며 콘크리트와 강재의 상면에 하중을 재하하였다. [그림 4-14]는 수치해석 모델 형상을 나타내었다.



[그림 4-15]에서 점선은 실험결과를 나타내며 실선은 수치해석 결과를 나타낸다. 비교 논문의 수치해석 결과는 최대하중이 1904 kN이었고 본 연구의 수치해석 결과는 2117 kN으로 다소 크게 나타났다. 이는 본 연구 와 비교 논문에서 적용한 해석모델 요소와 초기조건의 차이에서 비롯된 것으로 판단된다. 비교 논문에서는 강관을 쉘 요소로 사용하고 콘크리트 는 솔리드 요소를 사용하였으며 접촉면은 갭 요소를 적용하였다. 또한 초 기조건으로 강관의 좌굴모드를 설정하기 위하여 초기 처짐과 초기 응력 을 본 연구와 달리 부여하였다.

비교 논문과 본 연구의 수치해석에서도 스트레인 소프트닝을 적절하게 모사하고 있으며 변형률 0.01에서 각각 1697 kN, 1587 kN을 확인하였다. 본 연구의 수치해석 결과는 비교 논문의 수치해석 결과와 약 6% 차이가 나타났으며 실험결과와 약 3% 차이로 유사한 것으로 나타났다.



[그림 4-15] 검증Ⅲ 수치해석 결과(SC2)

실험체는 강관과 콘크리트의 합성작용으로 인해 콘크리트 기둥과 비교하 여 연성이 증가하는 효과가 나타난다. 본 연구에서 적용한 콘크리트 특성값 에 의하여 공시체 최대 압축강도에서의 변형률 & 은 0.00193이다(Collins, 1990). CFT 기둥 실험체의 최대하중 변형률 ϵ' 은 0.0039로 연성 증가효과를 확인할 수 있다. 본 연구의 수치해석 결과는 0.004로 실험결과의 ϵ' 과 거의 일치하는 것으로 합성효과도 적절하게 구현할 수 있는 것을 확인하였다.

5. 개선형 연결부 평가

5.1 연결부 수치해석 모델

개선형 연결부의 평가를 위하여 일반형 연결부와 개선형 연결부를 장지 간 주형에 적용하고 수치해석 결과를 비교하였다. 수치해석 모델은 2차로 도로 폭의 굴착을 가정한다. 장지간 주형은 굴착공사 시 데크-플레이트를 지지하며 길이 5 m의 H-형강(900×300×16×28) 2개가 연결된 총 지간 10 m의 단순보 형식 주형이다. 연결부는 최대 휨 응력이 발생하는 위험 단 면에 대하여 분석하기 위해 [그림 5-1]과 같이 주형의 중앙부에 설치되는 것으로 가정하였다.



[그림 5-1] 연결부 수치해석 모델 형상

[그림 5-2]는 일반형 연결부의 상세도이다. 인장응력이 발생하는 복부와 하부 플랜지에 단면 보강을 위하여 보강플레이트를 덧대어 고장력 볼트 를 연결하였다. 압축응력이 작용하는 상부 플랜지는 현장 용접을 통해 연 결된다. [그림 5-3]은 개선형 연결부의 상세도이다. 하부 플랜지의 고장력 볼트 배치는 일반형 주형과 같다. 상부 플랜지에 L-형강(120×120×8)이 설 치되어 있으며 내부에 무수축 콘크리트를 타설한다.



[그림 5-3] 개선형 연결부 상세

수치해석 모델의 주형과 보강플레이트의 강종은 SS400을 사용하였고 고장력 볼트는 M22-F10T를 사용하였다. 개선형 연결부의 상부 플랜지에 설치된 L-형강(120×120×8)의 내부는 압축강도 60 MPa의 무수축 콘크리 트를 적용한다. <표 5.1>은 해석모델에 사용된 강재의 재료특성을 나타내 고 있다.

가조	E_s	ν	항복강도 (F_y)	인장강도 (F_u)	연신율(<i>EI</i> .)
10 0	GPa	TA2	MPa	MPa	%
M22-F10T	210	0.3	900	1100	20.5
SS400	210	0.3	267.8	418.1	27.0

<표 5.1> 해석모델의 재료특성

5.1.1 해석방법

일반형 연결부의 해석방법은 4장에서 검증된 해석방법을 적용하였다. C3D8R 요소를 사용하였으며 Surface-to-Surface 모델을 적용하여 마찰 부분을 해석하였다. 회전자유도가 없는 Solid 요소의 면과 면을 Tie로 연 결 시 접합의 효과를 발휘하므로 Tie 요소를 용접연결부에 적용하였으며 해석모델의 모델링 형상은 [그림 5-4]와 같다. 강재와 강재 사이의 마찰 계수는 교량 설계기준(MOLIT, 2016)에서 제시된 0.4를 적용하였으며, 강 재와 콘크리트 사이의 마찰계수는 0.47을 적용하였다. 볼트에 적용되는 하 중은 M22-F10T의 설계 볼트축력 203 kN(MOLIT, 2017)을 적용하여 해 석을 수행하였다.



[그림 5-4] 연결부의 모델링 형상

5.1.2 하중조건

해석모델에 적용되는 하중은 고정하중과 활하중을 재하하였다. 고정하 중으로는 주형의 자중 2.4 kN/m, 데크-플레이트의 하중은 4 kN/m, 작업 하중은 0.32 kN/m을 상부 플랜지 상면에 적용하였다. 활하중은 한계상태 설계법을 적용하여 [그림 5-5]와 같이 표준차량하중(KL-510)을 선정하였 다. 장지간 주형의 중앙부에서 최대 휨 모멘트를 유발하는 차량 하중의 재하위치를 검토하기 위하여 장지간 주형의 영향선 해석결과를 적용하였 다. MIDAS를 이용한 영향선 해석 결과 [그림 5-6]과 같이 중앙부의 최 대 휨모멘트를 유발하는 차량 하중의 위치를 결정하였다. KL-510차량의 후륜 하중 96 kN에 접지면적과 충격계수를 적용하여 0.8 MPa를 등분포 하중으로 재하하였다.



[그림 5-5] 표준차량하중 재하도(KL-510)



5.2 연결부 수치해석 결과

지간 10 m인 장지간 주형에 재하된 2차로의 표준차량하중(KL-510)은 연결부 중앙에서 최대 휨 모멘트를 발생시키는 위치에 재하되었다. 따라 서 [그림 5-7]과 같이 연결부의 중앙단면(A-A)의 상연과 하연에서 변위 와 연성재료에 적합한 폰-미제스 응력을 확인하였다. 상연은 일반형 연결 부에서 용접시공이 된 부분으로 압축응력 분포의 검토가 필요한 부분이 다. 하연은 하부 보강플레이트로 주형에서 휨 인장응력이 최대로 나타나 는 부분이다.



[그림 5-7] 연결부 중안 단면 형상

연결부 상연에서는 [그림 5-8]과 같은 응력분포가 나타났다. 개선형 연 결부의 압축응력이 감소하는 것을 확인할 수 있다. 일반형 연결부의 압축 응력은 89.70~96.44 MPa(평균 92.93 MPa)로 나타났으며 최대응력과 최소 응력의 차이가 6.73 MPa로 나타났다. 개선형 연결부의 압축응력은 69.09 ~69.68 MPa(평균 69.43 MPa)으로 나타났으며 연결부에 적용된 콘크리트 의 편차가 작게 나타났다.





중앙 단면 하연에서 일반형 연결부의 인장응력은 104.76~142.79 MPa (평균 129.78 MPa)이 발생하였으며 개선형 연결부의 인장응력은 103.80~140.52 MPa(평균 129.11 MPa)이 발생하였다. 응력분포는 [그림 5-9]와 같다. 하부플랜지의 최소인장 응력은 볼트홀 부근에서 발생되었으 며 볼트홀 부근의 응력집중으로 강재의 항복이 발생된 것으로 판단된다.



[그림 5-9] 인장응력 분포 비교

5.3 개선형 연결부의 안전성 평가

해석결과 중앙 단면 상연에 작용하는 압축응력은 <표 5.2>에 나타난 바와 같이 평균 23.50 MPa가 감소하여 25%의 압축응력 저감효과가 있는 것으로 나타났다. 인장응력은 평균 2.04 MPa가 감소하여 2%의 개선효과 가 나타났으며 평균 0.35 mm의 처짐이 감소하여 6%의 처짐이 개선되는 것을 알 수 있었다. 개선형 연결부에 설치된 무수축 콘크리트의 적용으로 단면성능이 개선되어 인장응력과 처짐이 감소하였다. 특히 압축응력의 감 AL UNIL 소효과가 크게 나타났다.

<표 5.2> 개선형 연결부의 효과

0	General	Improved	Eff.
	Connection	Connection	
Top flange	02.03 MPa 60.43 MPa	25%	
stress(Avg.)	92.95 MIPA	09.43 IVIF a	2370
Bottom flange	129.78 MPa	127.74 MPa	2%
stress(Avg.)			
Deflection	12.05 mm	11.30 mm	6%
(Avg.)			
9191			

[그림 5-10]은 개선형 연결부가 적용된 장지간 주형의 비선형 거동에 대한 그래프이다. 해석 시 복부 좌굴의 방지를 위하여 변위 제어방식을 사용하여 하중을 재하하였다. 변위 제어 시 가시설물 설계기준(MOLIT, 2018)에 따른 지간의 1/400(25 mm)의 2배인 50 mm까지 가력하여 해석하 였다. 개선형 연결부은 허용처짐 이후 하부 보강플레이트에 응력이 집중 되어 항복응력에 도달하였다. 하부 보강플레이트의 항복 이후는 하중-변 위 곡선의 기울기가 감소하는 비선형적인 거동이 잘 모사되었다. 해석에 적용된 주형은 가설구조물이지만 계수 하중에 대한 거동상태의 확인을 위하여 하중저항계수설계법(LRFD: Laod Resistance Factored Design)의 하중계수를 적용하였다(AASHTO, 2017). 계수하중 상태에서 개선형 연결 부는 탄성거동의 응력 수준이 나타나고 허용 처짐을 초과하지 않는 것으 로 나타났다.



개선형 연결부의 무수축 콘크리트가 응력을 부담하여 용접 이음부에 작 용하는 응력 수준이 감소하였다. 용접 이음부에서 나타날 수 있는 결함으 로 인한 피로 균열이 억제되어 연결부의 불확실성에 대한 개선 효과를 발휘할 수 있을 것으로 판단된다. 개선형 연결부의 효과로 연결부의 신뢰 도가 향상되고 주형의 응력과 처짐의 감소로 안전성이 개선된 것을 확인 할 수 있었다.

6. 결론

본 연구에서는 장지간 주형에 주로 사용되는 일반형 연결부의 문제점을 개선하기 위한 개선형 연결부를 제안하였고 그 거동을 수치해석을 통해 확인하였다.

- 개선형 연결부의 수치해석을 위한 해석방법을 제안하였다.
 Surface-to-Surface 모델을 이용한 해석 방법 검증을 위하여 비교 논 문의 실험결과를 참고하였다.
- 2) 해석검증 I 에서 해석모델은 약 1% 차이로 미끄럼 하중을 구현하였으 며 실험체의 거동을 유사하게 모사하였다. 해석검증Ⅱ의 파괴모드가 정확히 구현되지 않았으나 미끄럼 하중과 최대하중이 유사하게 나타나 제안된 해석방법을 이용한 고장력 볼트 연결부의 해석이 적절한 것을 확인하였다.
- 3) 해석검증Ⅲ의 실험체는 합성 거동으로 스트레인 소프트닝(strain softning)과 연성이 증가하는 효과가 나타난다. 본 논문에서 제안한 해 석방법을 적용하여 CFT 강관 실험체에 작용하는 강재와 콘크리트의 합성 거동 특성을 비교적 정확하게 구현하였다.
- 4) 일반형 연결부와 개선형 연결부의 비교를 통하여 무수축 콘크리트의 응력분담 효과를 확인하였다. 용접이음에서 압축응력의 감소가 탁월하 게 나타났으며 일반형 연결부의 용접부에 나타났던 결함을 개선할 수 있을 것으로 판단된다.
- 5) 개선형 연결부의 도입으로 인장응력과 처짐이 감소되어 장지간 주형의 구조적 성능과 안전성이 향상되었다. 연결부의 신뢰도의 향상으로 장 지간 주형의 활용범위를 넓힐 수 있을 것으로 판단된다.

참고문헌

- AASHTO (2017) AASHTO LRFD Bridge Design Specifications, American Association of State Highway and Transportation Officials.
- Ana, G.C., Frans, S.K. (2007) Experimental behaviour of high strength steel end-plate connections, Journal of Constructional Steel Research 66, pp.1000–1010
- Collins, M., Mitchell, D. (1990) Prestressed Concrete Structures, Edited by Mary, L, Prentice Hall, pp.64.
- Ham, J.S., Hwang, W.S., Yang, S.D., Chung, J.S. (2012) An Analytical Study for the Strength of the High Tension Bolted Joints in Plate Girder, Journal of Korean Society of Steel Construction, 24(4), pp.469⁻⁴⁷⁸.
- Ji, L., Qiang, H., Kai, Z., Zichen, L., Min, D., Jinsan, J. (2014) Slipping coefficient study of frictional high strength bolt joint, Computer Modelling & New Technologies 18(12D), pp.133–137
- Kim, S.B., Choi, J.K., Heo, I.S. (2008) Ultimate Behavior of High–Tension Bolted Joints considering Plate Thickness and Bolt Size, Computational Structural Engineering Institute of Korea, 24(5), pp.515⁵²⁴.
- Kwon, Y.S., Kwak, H.K., Hwang, J.Y., Kim, J.K., Kim, J.M. (2015) An Improved Bond Slip Model of CFT Columns for Nonlinear Finite Element Analysis, Computational Structural Engineering Institute of Korea, 28(2), pp.213~220.
- Kang, M.U. (2015) Structural Behavior of Friction Joints due to Reducion of Clamping Force to High Strength Bolt, University of Seoul

- Lee, C.W., Shin, J.C, Bang, M.S. (2004) The Study on High Tension Bolted Splice by Elasto-Plastic Analysis with Sliding and Experimental Testing, Journal of the Korean Society of Civil Engineers A, 24(3A), pp.439⁻444.
- 10. Lee, H.W., Park, E.T., Song, Y.Y., Kim, G.Y., Park, Y.J. (2014) Design Adequacy of Foundation and Connections of Mould Neam of Busan Metropolitan Railway Sasang ~ Hadan Line 1 Construction, Pukyong National University Industry–University Cooperation Foundation, pp.104.
- MOLIT. (2016) Design criteria for bridges and other facilities, Ministry of Land, Infrastructure and Transport.
- MOLIT. (2017) Code for Design of steel structures, Ministry of Land, Infrastructure and Transport
- MOLIT. (2018) Design Criteria for Temporary Bridges and Surfaces of Roads, Ministry of Land, Infrastructure and Transport.
- Park, Y.M., Lee, K.J., Kim, D.H., Ju, H.J. (2014) Tensile Strength of Plate with Bolt Hole and Bearing Strength of Bolted Connection by Oxygen Torch Cut, Journal of Korean Society of Steel Construction, 26(6), pp.617⁻626.
- Peter, B., Atle, G. (1990) Coefficient of Friction for Steel on Concrete at High Normal Stress, Journal of Materials in Civil Engineering, 2(1), pp.46~49.
- 16. Moze, P., Darko B. (2010) High strength steel tension splices with one or two bolts, Journal of Constructional Steel Research 66, pp.1000–1010
- 17. Moze, P., Darko, B. (2011) Investigation of high strength steel connections with several bolts in double shear, Journal of Constructional Steel Research

57, pp.333-347

- Puthli, R., Fleischer, O. (2001) Investigations on bolted connections for high-strength steel members, Journal of Constructional Steel Research 57, pp.313 - 326
- Seo, S.I. (2000) A Study on the Simplified Method to Calculate the Compressive Strength of Welded Structures, Journal of Welding and Joining, 18(4), pp.87~95.
- S.-H. Ju, C-Y. Fan, G.H. Wu. (2004) Three dimensional finite elements of steel bolted connections, Engineering Structures 26, pp.403–413
- Simulia. (2020). Discretization of Contact Pair Surfaces, Accessed March 1, https://help.3ds.com/2018/english/dssimulia_established/simacaeitnrefmap/si maitn-c-contactpairform.htm?contextscope=all.
- Tang, M., Manocha, D., Otaduy, M., Tong, R. (2012), Countinuous Penalty Forces, ACM Transactions on Graphics, 31(4), Article 107(9 pages).
- Vinayagam, P., Sundararajan, R. (2008) Nonlinear Response of Concrete Filled Steel Tubular Composite Columns under Axial Loading, i-manager's Journal on Future Engineering & Technology, 4(1), pp.52⁻⁶².
- 24. Yeom, S.H. (2001) Analysis of Concrete-Filled Steel Column under Axial Loading, Inha University.