

공학석사 학위논문

EMFG의 마크 흐름  
추이분석에 관한 연구

지도교수 여 정 모

이 論文을



출함

2004년 2월

부경대학교 산업대학원

전산정보학과

정 명 희

이 논문을 정명희의 공학석사  
학위논문으로 인준함

2003년 12월 13일

주 심 공학박사 박 승 섭 (인) 

위 원 이학박사 박 만 곤 (인) 

위 원 공학박사 여 정 모 (인) 

## <차 례>

표 차례	iii
그림 차례	iv
Abstract	v
1. 서론	1
2. 관련연구	3
2.1 EMFG	3
2.1.1 EMFG의 정의	3
2.1.2 EMFG의 성질	5
2.2. 추이적 행렬	8
2.2.1. 방향그래프	8
2.2.2. 추이적 행렬의 정의	9
3. EMFG의 마크 흐름 추이분석	13
3.1 EMFG의 입력-행렬과 출력-행렬	13
3.1.1. EMFG의 입력-행렬	13
3.1.2. EMFG의 출력-행렬	15
3.2 EMFG의 추이행렬	16
3.2.1. EMFG의 추이행렬	16

3.2.2. EMFG의 라벨화된 추이행렬 .....	20
3.2.3. EMFG의 라벨화된 분배추이행렬 .....	24
3.3 EMFG의 현-점화가능벡터 .....	26
3.3.1. 연산자 $\diamond$ 의 정의 .....	26
3.3.2. 현-점화가능벡터 .....	28
3.4 EMFG의 다음마크상태벡터 .....	30
4. EMFG의 추이분석 알고리즘 .....	32
4.1 EMFG의 마크흐름 추이분석 알고리즘 .....	32
4.2 EMFG의 마크흐름 추이분석 적용 예 .....	33
5. 결론 .....	39
참고문헌 .....	40

## <표 차례>

표 1. $a_{ij}$ 와 $b_{ij}$ 및 $x_{ij}$ 의 관계 .....	18
표 2. 라벨화된 추이행렬과 EMFG의 관계 .....	22
표 3. 연산자 $\diamond$ 의 진리표 .....	27
표 4. 마크흐름 결과표 .....	37

## <그림 차례>

그림 1 EMFG의 예 .....	4
그림 2 트랜지션의 점화조건 .....	6
그림 3 트랜지션의 점화동작 .....	7
그림 4 방향그래프의 인접행렬 .....	9
그림 5-(a). 페트리넷 .....	10
그림 5-(b). 방향그래프로 변환 .....	10
그림 5-(c). 플레이스 추이적 행렬 .....	11
그림 6. 공유 자원을 가진 시스템을 모델링한 EMFG .....	34
그림 7. 그림 6의 타임차트 .....	35

# A Study on Transitive Analysis of EMFG's Mark Flowing

## Abstract

EMFG(Extended Mark Flow Graph) is a useful tool to conceptual design or detailed design discrete System. It is fairly important work because is connected directly with improvement of performance of system to be that model system and analyzes mark removal.

In this paper, I propose technique that confirm and analyzes change of state between each boxes of EMFG using Labeled Distribution transitive matrix. First, I introduce EMFG's input-matrix, output-matrix, Labeled Distribution transitive matrix using by the transitive matrix derived from directed graph theory. Second, mark flow and firing enabling Transition arc obtained using by EMFG's Labeled Distribution transitive matrix. Labeled Distribution transitive matrix is if do not watch designed picture, input box can be moved Mark by output box through some transition and can know some arc was linked.

It is expected that used usefully at Automatic system development because design and analysis of system are eased by analyzing easily change of state of system designing by EMFG.

# I. 서론

EMFG(Extended Mark Flow Graph)는 Petri Net에서 파생된 그래프이론이다. 이산제어 시스템을 설계하여 구현하거나 분석하는데 적합하도록 구성이 되어 있어 동기 및 비동기 시스템의 설계 및 구현이 가능하고 시스템의 동시성이나 병렬성을 잘 표현할 수 있다. 또한 시스템의 동작을 개념적이며 상세히 설계할 수 있어 설계자의 생각을 그대로 표현할 수 있으며 구성요소를 일대일로 변환하면 직접적인 회로를 얻을 수 있어 시스템의 구현을 쉽게 한다[5-12].

그러나 방대한 시스템 설계에 있어서는 각 박스들의 상태변화를 관찰하기가 어려워지고 이것은 시스템의 성능분석에도 크게 영향을 미치므로 박스들의 마크변화를 정확하게 해석할 수 있는 방법이 필요하게 되었다. 기존에 부울함수식과 벡터를 이용하여 동작해석하는 방법과 접속행렬과 점화조건행렬을 이용하여 수학적으로 해석한 알고리즘이 있다[11-13][19].

본 논문에서는 일반아크(arc) 뿐만 아니라 조건아크, 역아크(입력/출력역아크)등 여러 가지 기능을 가진 아크와 박스(box), 트랜지션(transition)간의 관계를 표현하는 라벨화된 분배추이행렬(Labeled Distribution transitive matrix)을 이용하여 EMFG의 각 박스들의 마크변화를 분석하고자 한다. 초기마크와 라벨화된 분배추이행렬을 이용하여 분석함으로써 EMFG의 마크 이동 즉 마크벡터의 변화를 정확하고 쉽게 판단할 수 있으며 라벨화된 분배추이행렬만 가지고

도 점화하는 트랜지션과 연결된 입력/출력아크의 종류와 마크이동을 쉽게 분석 할 수 있다.

## II. 관련연구

본 장에서는 EMFG의 정의 및 동작과 방향그래프 이론중 추이행렬에 대해 알아 본다.

### 2.1 EMFG

EMFG(Extended Mark Flow Graph)는 동기나 비동기의 이산제어 시스템을 설계하여 구현하거나 분석하는데 강력한 도구이다.

#### 2.1.1 EMFG의 정의

EMFG는 다음의 (식 1)과 같은 5개의 순서쌍으로 정의할 수 있다.

$$G = \{B, T, I, O, M\} \quad (\text{식 1})$$

여기에서,

$B = \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_m\}$  : 박스(box)의 유한 집합 ( $m \geq 0$ )

$T = \{t_1, t_2, t_3, \dots, t_n\}$  : 트랜지션(transition)의 유한 집합  
( $n \geq 0$ )

$I(t_k \in T \rightarrow I(t_k) \in P)$  : 트랜지션에 대한 입력함수

$O(t_k \in T \rightarrow O(t_k) \in P)$  : 트랜지션에 대한 출력함수

$M = \{0, 1\}$  : 각 박스의 마크 상태

$$P \cap T = \emptyset$$

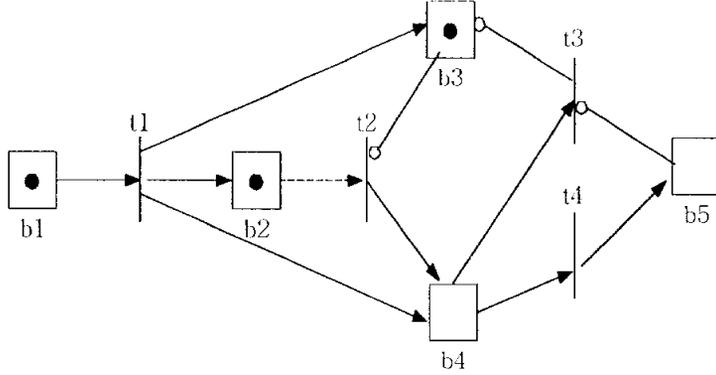


그림 1. EMFG의 예

박스는 상태(개념적인 상태, 제어 상태, 신호 상태 등)를 나타내며, 상태의 만족 여부는 박스 내에 마크를 두어 표시한다. 즉 박스의 상태가 만족되면 마크를 두고, 만족되지 않으면 마크를 두지 않는다.

아크는 박스와 트랜지션 사이에서 트랜지션의 점화조건을 결정하는 것으로 일반아크, 역아크, 조건아크로 구분된다. 박스에서 트랜지션으로 연결되면 입력아크, 트랜지션에서 박스로 연결되면 출력아크라 하고, 입력아크는 점화조건을, 출력아크는 점화된후의 박스의 마크 상태를 결정한다. 일반아크는 일반적인 화살표로 표시하며, 조건아크는 점선 화살표로, 역아크는 둥근 머리 화살표로 표현하다.

트랜지션은 박스(들)의 상태가 조합되어 박스 자신의 상태가 변화하거나 다른 박스(들)의 상태를 변화시키는 곳, 즉 전이가 일어나는 곳이다. 그리고 트랜지션에서 전이가 일어나는 과정을 트랜지션

이 점화(fire)한다고 한다.

그림 1에서  $b_1$ 에서  $b_5$ 는 박스이며,  $t_1$ 에서  $t_4$ 는 트랜지션이다.  $b_1$ 에서  $t_1$ 로 연결된 아크는 일반아크이며,  $b_2$ 에서  $t_2$ 로 연결된 아크는 조건아크,  $b_3$ 에서  $t_2$ 로 연결된 아크는 역아크이다. 그리고 박스  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ 에는 마크가 있고 나머지 박스에는 마크가 없으며 EMFG는 시스템의 안정성을 확보하기 위한 안전(safe)한 그래프이므로 상태를 나타내는 박스의 마크 수는 0이나 1로 나타낸다.

### 2.1.2 EMFG의 성질

EMFG에서 트랜지션의 점화가능 조건과 점화가 이루어진후의 박스의 마크상태를 알아본다.

#### (1) 트랜지션의 점화조건

EMFG에서 트랜지션의 점화는 트랜지션의 모든 입력 박스(들)의 마크 상태와 아크의 종류에 의해 결정된다. 또한 어떤 트랜지션에 입력되는 박스와 아크가 여러개이면 모두 조건에 부합되어야 점화가 가능하다. 이때 상태를 표현하는 박스는 자신에게 연결된 트랜지션(들)의 점화 가능 유무에 따라 마크의 상태가 변화한다.

다음의 그림은 트랜지션이 점화가능한 기본상태이다.

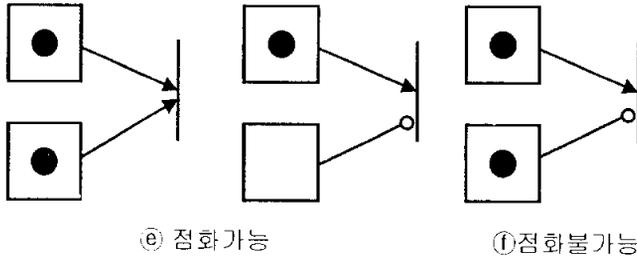
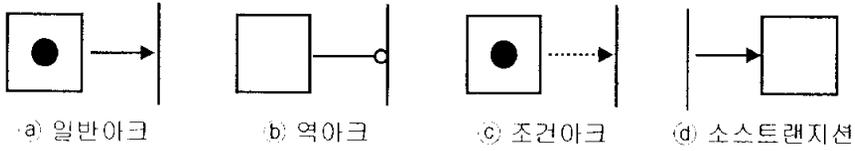


그림 2. 트랜지션의 점화조건

이 점화조건들은 연결된 아크의 종류에 따라 달라진다. 즉 그림 2(a)와 같이 일반아크로 연결된 입력 박스에는 마크가 있어야 조건에 부합되고, 그림 2(b)와 같이 역아크로 연결된 입력 박스에는 마크가 없어야 조건에 부합되고 그림 2(c)와 같이 조건아크로 연결된 입력 박스에는 마크가 있어야 조건에 부합된다. 그리고 그림 2(d)와 같은 소스 트랜지션(source transition)은 입력 박스가 없는 트랜지션으로 점화조건을 부합시킬 어떤 입력 박스도 없으므로 항상 점화조건이 만족되어 있다. 또한 그림 1(e)과 (f)의 예처럼 트랜지션의 모든 입력 박스(들)의 마크상태와 아크의 종류가 모두 조건에 부합되어야 점화가 가능해진다.

## (2) 트랜지션의 점화동작

트랜지션이 점화하는 경우, 트랜지션에 연결된 박스의 마크상태

는 연결된 아크의 종류에 따라 다르게 변화한다.

다음은 트랜지션 점화후의 각 박스들의 마크상태이다.

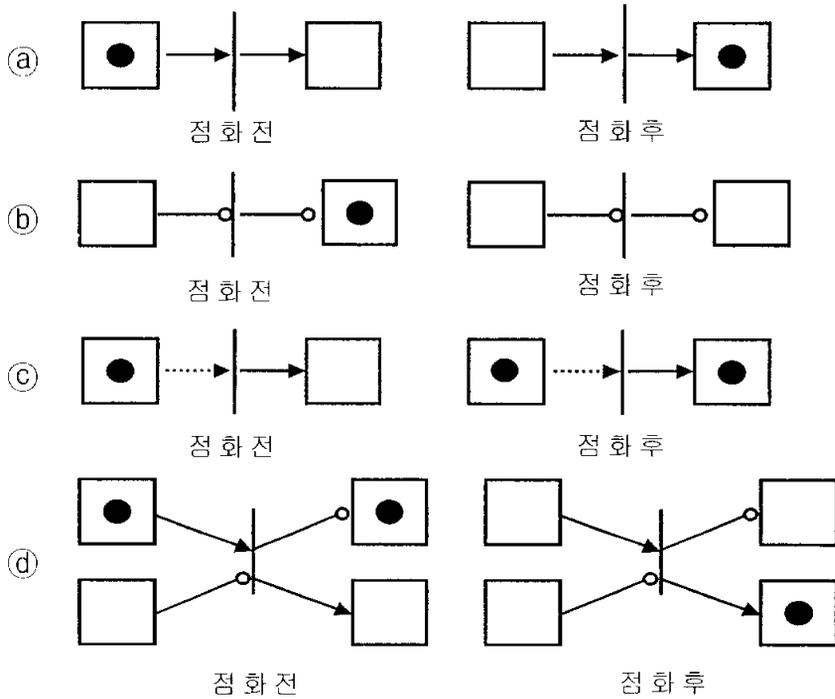


그림 3. 트랜지션의 점화동작

즉, 그림 3과 같이 트랜지션이 점화한후 트랜지션을 기준으로 일반/역아크로 연결된 입력 박스의 마크는 그대로 소멸/보존되고, 트랜지션에서 일반/역아크로 연결된 출력 박스에는 마크가 없/있으면 생성/소멸되고, 마크가 있/없으면 그대로 유지된다. 그리고 그림 3 (c)처럼 조건아크로 연결될때에는 점화후에도 입력박스의 마크는 그대로 유지된다.

## 2.2 추이적 행렬(Transitive Matrix)

추이적 행렬이란 모든 플레이스와 트랜지션과의 관계를 나타내는 행렬이다.[4][17]

### 2.2.1 방향그래프(Directed Graph)

#### (1) 방향그래프의 정의

그래프  $G$ 는 다음의 (식 2)와 같은 2개의 순서쌍으로 정의할 수 있다.

$$G = (V, E) \quad (\text{식 2})$$

여기에서,

$V$  : 공백이 아닌 노드 또는 정점(vertex)의 유한집합

$E$  : 상이한 두 정점을 잇는 간선(edge)의 유한집합

$E$ 가 방향성 간선이라면 그래프  $G$ 를 방향그래프라고 한다.

#### (2) 방향그래프의 인접행렬(adjacency matrix)

$n \geq 1$  개의 정점을 가지는 그래프  $G = (V, E)$  에 대해

크기가  $n \times n$  인 2 차원 배열  $a[n, n]$  은 (식 3)과 같다.

$$a[i, j] = \begin{cases} 1, & (i, j) \in E(G) \\ 0, & (i, j) \notin E(G) \end{cases} \quad (\text{식 3})$$

항목이 간선으로 연결되어 있으면 1, 아니면 0으로 표시하여 서로 연결이 되어 있는 것을 표시할 수 있다. 그림 4는 방향그래프를

인접행렬로 표시한 것이다.

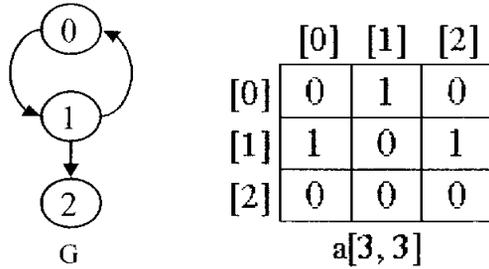


그림 4. 방향그래프의 인접행렬

### 2.2.2 추이적 행렬의 정의

추이적 행렬이란 플레이스와 트랜지션간의 점화와 관련된 연관관계를 표시하여 마킹흐름을 파악할 수 있는 행렬이다. 입력행렬과 출력행렬을 이용하여 플레이스/트랜지션 행렬식을 정의 할 수 있다

#### (1) 페트리넷의 정의

PN의 구조는 (식 3) 같이 나타낼 수 있다.[1-4]

$$C = (P, T, B^-, B^+) \quad (\text{식 4})$$

$P$  : 플레이스의 유한집합     $T$ : 트랜지션의 유한집합

$B^-$  입력 행렬     $B^+$  : 출력행렬

#### (2) 페트리넷을 방향그래프로 전환

정점의 집합  $V$ 를 플레이스의 집합  $P$ 로 간선의 집합  $E = Bag(T)$ 로 변환하여 플레이스 추이행렬이라 하고, 페트리넷의 구조를 방향그래프로 바꾸어 표현하면 그림 5-㉑와 같다. [4]

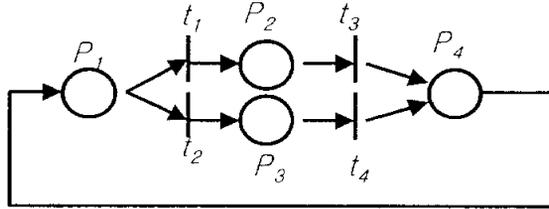


그림 5-㉑. 페트리넷

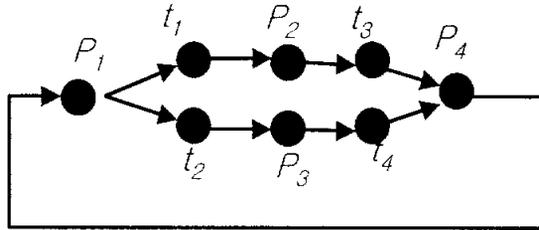


그림 5-㉒. 방향그래프로 변환

위의 그림을 다시 플레이스 추이적 행렬로 바꾸면 그림 5-㉓와 같다.

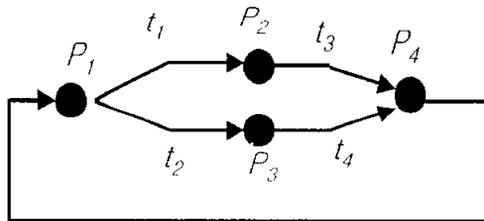


그림 5-㉓. 플레이스 추이적 행렬

### (3) 패트리넷의 추이적 행렬

PN에서 인접행렬(Adjacent matrix)  $A$ 와 추이적 행렬(Transitive matrix)  $S$ 와의 관계는 다음과 같다. [4][17]

인접 행렬(Adjacent matrix)  $A$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & (B^+)^T \\ B^- & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{식 5})$$

추이적 행렬(Transitive matrix)  $S$

$$S = AA = \begin{bmatrix} (B^+)^T B^- & 0 \\ 0 & B^- (B^+)^T \end{bmatrix} \quad (\text{식 6})$$

플레이스 추이적행렬(Place transitive matrix)

$$B_P = B^- (B^+)^T \quad (\text{식 7})$$

트랜지션 추이적행렬(Transition transitive matrix)

$$B_T = (B^+)^T B^- \quad (\text{식 8})$$

즉 플레이스 추이적 행렬은 입력 플레이스에서 트랜지션을 통해 출력 플레이스로 토큰이 이동하는 것을 나타낸 것이다.

$L_{BP}$ 를 라벨화된 플레이스 추이적 행렬(Labeled place transitive matrix)라 하고[4][17]

$$L_{BP} = B^- \text{diag}(t_1, t_2, \dots, t_n) (B^+)^T \quad (\text{식 9})$$

여기서  $t_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ )은 다음과 같다.

$|t_j| = 1$  이면  $t_j$ 는 점화한다.

$|t_j| = 0$  이면  $t_j$ 는 점화하지 않는다.

$L_{BP}$  요소는 하나 혹은 그 이상의 트랜지션들을 통해 한 플레이스

에서 다른 플레이스로의 마킹의 흐름을 나타낸다. 즉 하나이상의 플레이스로에서 플레이스로의 직접적 관계성을 표시하고 있다.

가중적 플레이스 추이적 행렬(Weighted Place Transitive Matrix)을  $L_{BP}^*$ 라 표시하고 트랜지션  $t_k$ 가  $L_{BP}$ 의 같은열에  $s$ 번 나타난다면  $t_k$   $s$ 로 표시한다.

가중적 플레이스 기반 추이적 행렬  $L_{BP}^*$ 은 트랜지션 점화순서는 알 수 없지만 행방향의 플레이스와 열방향의 플레이스로 마킹의 흐름을 알 수 있다.

### III. EMFG의 마크 흐름 추이분석

본 장에서는 추이행렬을 이용하여 EMFG의 마크 흐름을 살펴본다.

#### 3.1 EMFG의 입력-행렬과 출력-행렬

EMFG는 박스, 트랜지션, 아크들로 구성된 마크를 갖는 방향성 선도로 정의된다. EMFG의 동작, 즉 박스의 마크 변화를 분석하기 위하여 트랜지션들에 대한 박스들의 접속상태를 행렬로 표현한다.

##### 3.1.1 EMFG의 입력-행렬

트랜지션에 대한 입력박스들의 입력 아크 연결 상태를 표현한다.

정의 1. EMFG에서 트랜지션에 대한 입력박스(들)의 아크 연결 상태를 표현한 행렬을 EMFG의 입력-행렬  $T_I$ 라 하고, (식 10)과 같이 표현한다.

$$T_I = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & a_{ij} & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (\text{식 10})$$

여기서  $n$ 은 트랜지션의 수,  $m$ 은 박스의 수이며, 원소  $a_{ij}$ 는 박스  $b_i$ 에서 트랜지션  $t_j$ 에 연결된 아크 상태를 나타내고 연결된 아크가

일반아크 및 조건아크이면 1, 역아크이면  $x$ , 연결되지 않으면 0으로 한다.■

EMFG의  $T_l$ 에서 박스에서 트랜지션으로 연결된 아크상태는 트랜지션의 점화조건을 형성한다. 즉 박스에서 트랜지션으로 연결된 아크의 종류가 일반아크 및 조건아크이면 입력박스에 마크가 존재해야 점화조건을 만족하므로  $T_l$ 의 원소를 1로, 역아크이면 입력박스에 마크가 없어야 점화조건을 만족하나 역아크와 일반아크가 다른 트랜지션을 통하여 동일한 출력박스에 연결됨을 설명하기 위해 역아크로 연결되었다는 상태만 나타내는  $x$ 로, 연결이 없으면 트랜지션의 점화에 영향을 주지 않으므로 0으로 표시한다.

그림 1에서 입력-행렬  $T_l$ 를 구하면 (식 11)와 같다.

$$T_l = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & x & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{식 11})$$

### 3.1.2 EMFG의 출력-행렬

트랜지션에 대한 출력박스들의 출력 아크 연결 상태를 표현한다.

정의 2. EMFG에서 트랜지션에 대한 출력 박스(들)의 아크 연결 상태를 표현한 행렬을 EMFG의 출력-행렬  $T_o$ 라 하고, (식 12)와 같이 표현한다.

$$T_o = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & b_{ij} & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{bmatrix} \quad (\text{식 12})$$

여기서  $n$ 은 트랜지션의 수,  $m$ 은 박스의 수이며, 원소  $b_{ij}$ 는 트랜지션  $t_j$ 에서 박스  $b_i$ 로 연결된 아크 상태를 나타내고 연결된 아크가 일반아크 및 조건아크이면 1, 역아크이면  $y$ , 연결되어 있지 않으면 0으로 한다.■

EMFG의  $T_o$ 에서 트랜지션에서 박스로 연결된 아크상태는 트랜지션이 점화한 후의 마크변화 즉 마크의 생성/소멸을 나타낸다. 즉 트랜지션에서 박스로 연결된 아크의 종류가 일반아크 및 조건아크이면 출력박스에 마크가 생성되므로  $T_o$ 의 원소를 1로, 역아크이면 출력박스에 마크가 없어지나 출력박스에 연결되는 아크가 일반아크와 역아크가 동시에 연결될때에는 EMFG의 성질에 의해 마크가 생성되므로 역아크로 연결되었다는 상태만 나타내는  $y$ 로, 연결이 없으면 출력박스가 변화되지 않으므로 0으로 표시한다.

그림 1에서 출력-행렬  $T_o$ 를 구하면 (식 13)과 같다.

$$T_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & y & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{식 13})$$

## 3.2 EMFG의 추이행렬

추이행렬이란 박스와 트랜지션간의 점화와 관련된 연관관계를 표시하여 마크흐름을 파악할 수 있는 행렬이다[4][17].

### 3.2.1 EMFG의 추이행렬

EMFG의 추이행렬(Transitive Matrix)은 일반아크, 조건아크, 역아크를 사용하여 각 박스들의 상태를 분석할 수 있다

정의 3. EMFG에서 박스간의 마크흐름을 표현한 행렬을 EMFG의 추이행렬  $T_B$ 라 하고 (식 14)와 같이 표현한다.

$$T_B = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & x_{ij} & \dots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix} \quad (\text{식 14})$$

여기서  $m$ 은 박스의 수이고, 원소  $x_{ij}$ 는 박스  $b_i$ 에서 박스  $b_j$ 로의 마크변화를 나타내고 1인 경우는 입력/출력 일반아크를 통한 마크 이동을,  $x$ 인 경우는 입력역아크에서 출력일반아크를 통한 마크 이동을,  $y$ 인 경우는 입력일반아크에서 출력역아크를 통한 마크 이동을,  $xy$ 는 입력역아크에서 출력역아크로의 마크 이동을 의미한다. 단  $b_i$ 에서  $b_j$ 로 마크가 이동되는 경로가 다수 있을때는 각 경로의 경우를 OR 연산한다.■

정리1) EMFG에서 입력-행렬을  $T_I$ , 출력-행렬을  $T_O$ 라 할 때, 추이행렬  $T_B$ 는 (식 15)와 같다.

$$T_B = T_I(T_O)^t \quad (\text{식 15})$$

(증명)  $T_I$ 의 원소를  $a_{ih}$ (박스  $b_i$ 에서 트랜지션  $t_h$ 로 연결된 아크상태),  $T_O$ 의 전치행렬의 원소를  $b_{hj}$ (트랜지션  $t_h$ 에서 박스  $b_j$ 로 연결된 아크상태)라 할 때,  $T_B$ 의 원소  $x_{ij}$ 는  $\sum_k a_{ik}b_{kj}$ 가 된다. 이는  $T_I$ 의 원소값(0,1, $x$ )과  $T_O$ 의 원소값(0,1, $y$ )의 조합으로서 표 1과 같으므로 (식 15)는 타당하다.■

표 1.  $a_{ih}$  와  $b_{hj}$  및  $x_{ij}$  의 관계

항목	$a_{ih}$	$b_{hj}$	$x_{ij}$	EMFG ( $t_h$ :트랜지션, $b_i:t_h$ 의 입력박스, $b_j:t_h$ 의 출력박스)
Ⓐ	0	0,1,y	0	
Ⓑ	0,1,x	0	0	
Ⓒ	1	1	1	
Ⓓ	x	1	x	
Ⓔ	1	y	y	
Ⓕ	x	y	xy	

표 1의 항목 ①는 박스  $b_i$ 에서 트랜지션  $t_h$ 로 연결되는 아크가 존재하지 않으므로 박스  $b_j$ 에 어떤 트랜지션이 연결되어 있더라도 마크의 이동은 없다. 즉 트랜지션이 점화되지 않으므로 박스  $b_i$ 에서  $b_j$ 로의 마크이동이 없음을 의미한다. 항목 ②는 트랜지션  $t_h$ 에서 박스  $b_j$ 로 연결되는 아크가 존재하지 않으므로 박스  $b_i$ 에 어떤 트랜지션이 연결되어 있더라도 마크의 이동은 없다. 즉 트랜지션의 점화 조건이 만족하여 점화하더라도 박스  $b_j$ 로의 아크가 존재하지 않으므로 박스  $b_j$ 로의 마크이동이 없음을 의미한다. 항목 ③는 입력일반/조건아크에서 출력일반아크로 연결되어 있는 상태이며, 이 때 점화 조건이 만족하여 트랜지션이 점화하면 박스  $b_i$ 에서 박스  $b_j$ 로 마크

가 이동함을 나타낸다. 항목 (d), 항목 (c), 항목 (f)도 박스  $b_i$ 에서 박스  $b_j$ 로 연결된 아크종류를 알 수 있으며, 또한 트랜지션이 점화할 때 마크의 이동도 알 수 있다.

그림 1에서 EMFG의 추이행렬  $T_B$ 를 구하면 (식 16)와 같다.

$$T_B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & x & 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & y & 0 & 1 \\ 0 & 0 & xy & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{식 16})$$

예를 들어  $T_B$ 의 원소 중  $x_{13}$ 의 값은  $y$ 이고, 점화조건 만족시 트랜지션을 기준으로 입력되는 박스  $b_1$ 에서는 일반아크로, 출력되는 박스  $b_3$ 으로는 역아크로 연결되어 마크의 이동이 있음을 의미한다.

추이행렬은 박스사이의 마크 이동은 표현할 수 있으나, 점화하는 트랜지션명과 순서는 알 수 없다.

### 3.2.2 EMFG의 라벨화된 추이행렬

입력-행렬과 출력-행렬을 이용하여 어떤 트랜지션이 점화하여 박스간에 마크가 이동하는지를 알 수 있다.

정의 4. EMFG에서 임의의 트랜지션이 점화하여 박스간의 마크 이동을 보여주는 행렬을 EMFG의 라벨화된 추이행렬(Labeled transitive matrix)  $T_{BL}$ 이라 하고, (식 17)과 같이 표현한다.

$$T_{BL} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1m} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2m} \\ \cdots & \cdots & y_{ij} & \cdots \\ y_{m1} & y_{m2} & \cdots & y_{mm} \end{bmatrix} \quad (\text{식 17})$$

여기서  $m$ 은 박스의 수이며, 입력 박스  $b_i$ 에서 아크  $a_{ik}$ 로 트랜지션  $t_k$ 에 연결되고  $t_k$ 에서 아크  $a_{kj}$ 로 출력 박스  $b_j$ 에 연결되어 있을 때, 원소  $y_{ij}$ 는  $b_i$ 에서  $t_k$ 를 통하여  $b_j$ 로 마크가 이동됨을 나타내고,  $a_{ik}$ 와  $a_{kj}$ 가 일반아크이면  $t_k$ ,  $a_{ik}$ 가 역아크이고  $a_{kj}$ 가 일반아크이면  $xt_k$ ,  $a_{ik}$ 가 일반아크이고  $a_{kj}$ 가 역아크이면  $yt_k$ ,  $a_{ik}$ 와  $a_{kj}$ 가 역아크이면  $xyt_k$ 로 한다. 단 박스  $b_i$ 에서 박스  $b_j$ 로 마크가 이동되는 경로가 다수 있을 때는 각 경로의 경우를 OR 연산한다. ■

라벨화된 추이행렬은 박스간에 마크가 이동될 때 점화되는 트랜지션명과 아크 연결상태를 보여준다.

정리2) EMFG에서 입력-행렬을  $T_I$ , 출력-행렬을  $T_O$ 라 할 때, 라벨화된 추이행렬  $T_{BL}$ 은 (식 18)와 같다.

$$T_{BL} = T \text{diag}(t_1, t_2, \dots, t_k, \dots, t_n)(T_0)^T \quad (\text{식 } 18)$$

증명) 여기서  $n$ 은 트랜지션의 개수이며,  $T_1$ 의 원소를  $a_{ik}$ (박스  $b_i$ 에서 트랜지션  $t_k$ 로 연결된 아크상태), 트랜지션의 대각행렬원소  $t_{kk}$  ( $k=1,2,\dots,k,\dots,n$   $n$ :트랜지션의 수),  $T_0$ 의 전치행렬의 원소  $b_{kj}$ (트랜지션  $t_k$ 에서 박스  $b_j$ 로 연결된 아크상태)라 할 때,  $T_{BL}$ 의 원소  $y_{ij}$ 는

$$\sum_k a_{ik} t_{kk} b_{kj} \text{가 된다.}$$

표 2에 의해  $T_{BL}$ 의 원소가 0인 경우는 박스간 마크이동이 없고,  $t_k$ 는 입력과 출력아크가 일반아크로,  $xt_k$ 는 입력역아크와 출력일반아크로,  $yt_k$ 의 값은 입력일반아크와 출력역아크로,  $xyt_k$ 의 값은 입력역아크와 출력역아크로 연결되어  $t_k$ 가 점화하면 박스간 마크가 이동한다. 따라서 (식 18)은 타당하다.■

표 2. 라벨화된 추이행렬과 EMFG의 관계

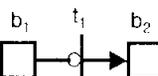
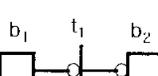
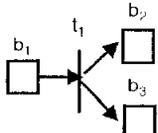
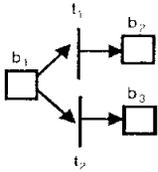
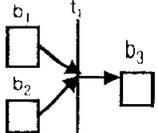
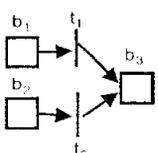
항목	EMFG 모형	$T_{BL}$ 의 형태
(a)		$T_{BL} = \begin{bmatrix} 0 & t_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
(b)		$T_{BL} = \begin{bmatrix} 0 & xt_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
(c)		$T_{BL} = \begin{bmatrix} 0 & yt_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
(d)		$T_{BL} = \begin{bmatrix} 0 & xyt_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
(e)		$T_{BL} = \begin{bmatrix} 0 & t_1 & t_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
(f)		$T_{BL} = \begin{bmatrix} 0 & t_1 & t_2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
(g)		$T_{BL} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & t_1 \\ 0 & 0 & t_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
(h)		$T_{BL} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & t_1 \\ 0 & 0 & t_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

표 2는 EMFG의 모형을 라벨화된 추이행렬  $T_{BL}$ 로 대응했을대의 관계를 보여주고 있다.  $T_{BL}[i, j] = t_k$  ( $k=1, 2, \dots, k, \dots, n$   $n$ :트랜지션의 갯수)는 박스  $b_i$ 에서 트랜지션  $t_k$ 가 점화하여 박스  $b_j$ 로 마크 이동이 있음을 나타낸다.

예를 들어 항목 ㉑는 입력/출력 일반아크로 연결되어 있으며  $t_1$ 이 점화하여 박스  $b_1$ 에서 박스  $b_2$ 로 마크이동이 있음을 나타낸다. 항목 ㉒는 박스  $b_1$ 에서 박스  $b_2$ 로 트랜지션  $t_1$ 이 점화하여 마크가 이동하나 입력아크와 출력아크가 전부 역아크로 구성이 되어 있음을 알 수 있다. 항목 ㉓의  $T_{BL}$  원소처럼 행방향으로 같은 이름의 트랜지션이 여러개가 있는 경우는 점화조건만 만족하면 연결되어진 모든 출력박스에 마크가 이동됨을 의미하고, 항목 ㉔의  $T_{BL}$  원소처럼 행방향으로 다른 이름의 트랜지션이 존재할 경우에는 각 트랜지션으로 연결되는 아크의 종류가 같으면 트랜지션이 전부 점화하고 아크의 종류가 다르면 최소한 1개는 점화한다. 항목 ㉕의  $T_{BL}$  원소처럼 열방향으로 같은 트랜지션명이 있을 경우에는 행방향의 박스들의 점화조건이 동시에 만족해야 출력박스로의 마크가 이동된다. 항목 ㉖의  $T_{BL}$  원소처럼 열방향으로 다른 트랜지션명이 있을시에는 행방향의 박스 중 하나이상의 점화조건만 만족하더라도 출력박스로 마크 이동은 가능하다.

그림 1에서 라벨화된 추이행렬,  $T_{BL}$  를 구하면 (식 19)와 같다.

$$T_{BL} = \begin{bmatrix} 0 & t_1 & t_1 & t_1 & 0 \\ 0 & t_2 & 0 & t_2 & 0 \\ 0 & xt_2 & 0 & xt_2 & 0 \\ 0 & 0 & yt_3 & 0 & t_4 \\ 0 & 0 & xyt_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{식 19})$$

(식 19)에서 첫 번째 행의 요소를 살펴보면 입력박스  $b_1$ 에서 일반/조건아크로 트랜지션  $t_1$ 이 점화하여 출력박스  $b_2, b_3, b_4$ 로 마크가 이동됨을 알 수 있다.

### 3.2.3 EMFG의 라벨화된 분배추이행렬

입력박스(들)의 조합으로 어떤 트랜지션이 점화하여 박스간에 마크가 이동하는지를 알 수 있다.

정의 5. EMFG에서 각 박스(들)에서 트랜지션들에 연결되는 아크의 조합으로 임의의 트랜지션이 점화하여 박스의 마크변화를 보여주는 행렬을 EMFG의 라벨화된 분배추이행렬(Labeled Distribution transitive matrix)  $T_{BL}^*$ 라 하며,  $T_{BL}$ 의 같은열에 임의의 트랜지션  $t_k$  ( $k=1,2,\dots,k,\dots,n$   $n$ :트랜지션의 갯수)가  $s$ 번 나타난다면 임의의 트랜지션을  $t_k \cdot s$ 로 표시한다. 단 입력박스  $b_i$ 에서 출력박스  $b_j$ 로 마크가 이동되는 경로가 다수 있을 때는 각 경로의 경우를 OR 연산한다.■

표 2에서 항목 ㉔를 제외하고는  $T_{BL} = T_{BL}^*$  이다. 항목 ㉔에서 같은열에 트랜지션  $t_1$ 이 있으므로  $T_{BL}^*$ 는 (식 20-2)과 같다.

$$T_{BL} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & t_1 \\ 0 & 0 & t_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{식 20-1}) \qquad T_{BL}^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{식 20-2})$$

(식 20-2)에서 입력박스  $b_1, b_2$ 에서 입력일반아크로 연결된 트랜지션  $t_1$ 이 점화하여 출력박스  $b_3$ 으로 출력일반아크를 통하여 마크가 이동됨을 알 수 있다.

만약 입력역아크를 나타내는  $x$ 와 출력역아크를 의미하는  $y$ 의 값이 1이라고 가정한다면, 열방향의 트랜지션의 합은 1이 되어야 점화를 할 수 있고 또한 행방향의 각 트랜지션의 합을 구하여 1이면 트랜지션  $t_k$ 에 대해 입력박스과 출력박스의 수가 같고, 1보다 크면 출력박스의 개수가, 1보다 작으면 입력박스의 개수가 많음을 알 수 있다.

그러나  $T_{BL}^*$ 는 점화되는 트랜지션의 순서와 트랜지션  $t_k$ 가 점화한 후의 마크상태는 보여주지 않는다.

그림 1에서 라벨화된 분배추이행렬,  $T_{BL}^*$ 를 구하면 (식 21)과 같다.

$$T_{BL} = \begin{bmatrix} 0 & t_1 & t_1 & t_1 & 0 \\ 0 & t_2/2 & 0 & t_2/2 & 0 \\ 0 & v_2/2 & 0 & v_2/2 & 0 \\ 0 & 0 & v_3/2 & 0 & t_4 \\ 0 & 0 & v_3/2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{식 21})$$

(식 21)에서 2,3 행의 요소를 살펴보면 입력박스  $b_2$ 에서는 일반/조건아크로, 입력박스  $b_3$ 에서는 역아크로 트랜지션  $t_1$ 에 연결되어 있고 트랜지션  $t_1$ 이 점화하여 출력일반아크로 출력박스  $b_2, b_4$ 로 마크가 이동됨을 알 수 있다.

### 3.3 EMFG의 현-점화가능벡터

EMFG에의 연산자는 일반 수식 연산과는 다르다. 입력박스상태와 아크의 종류에 따라 결과값이 달라지므로 새로운 연산자를 정의하고, 현재 마크 상태에서 점화가능한 트랜지션을 알아본다.

#### 3.3.1 연산자 $\blacklozenge$ 의 정의

정의 6. EMFG에서 연산자  $\blacklozenge$ 는 (표 3)을 만족하는 연산자이다.

표 3 연산자  $\diamond$ 의 진리표

m	$\ell$	m $\diamond$ $\ell$
0	0	0
0	1	0
0	$x$	1
0	$y$	0
0	$xy$	1
1	0	0
1	1	1
1	$x$	0
1	$y$	1
1	$xy$	0

EMFG에서 연산자  $\diamond$ 는 박스의 마크 여부를 나타내는 마크벡터  $m$ 과 입력박스에서 출력박스로 마크이동을 명시한 라벨화된 분배추 이행렬의 값  $\ell$ 이 있을 때 EMFG의 성질에 의한 점화조건에 의하여 입력역아크인 경우는 박스에 마크가 없어야, 입력일반/조건아크인 경우는 박스에 마크가 있어야 점화조건이 만족한다.

정의 7. EMFG에서 행벡터  $M$ 과 열벡터  $L$ 이 (식 22), (식 23)로 표현될 때  $\diamond$ 는 (식 24)과 같이 정의한다.

$$M = [m_1 \quad m_2 \quad \dots \quad m_m] \quad (\text{식 22})$$

$$L = [l_1 \quad l_2 \quad \dots \quad l_m]^T \quad (\text{식 23})$$

$$M \diamond L = \sum m_i \diamond l_i \quad (\text{식 24})$$

연산결과가 1인 경우는 각 트랜지션에 입력되는 아크와 박스의 마크상태가 점화조건에 합당한 경우이므로 값이 1이 되고 그렇지 않으면 0 이다. ■

연산자  $\diamond$ 는 박스의 마크상태와 라벨화된 분배추이행렬값으로 구한 결과가  $t_k$ 가 되지 않으면 점화할 수 없음을 나타낸다. 즉 트랜지션에 입력되는 박스가 여러개일 경우, 각 박스간의 점화조건이 모두 만족해야 점화가 가능하다. 점화조건이 모두 만족한다는 것은 트랜지션의 값이  $t_k$ 가 1일 경우이며 1이 아니면 입력박스 중 하나라도 점화조건에 만족하지 않은 경우이다.

### 3.3.2 현-점화가능벡터

정의 8. EMFG에서 점화 가능한 트랜지션들을 나타낸 행벡터  $M_R(k+1)$ 를 현-점화가능벡터라고 한다.■

박스들의 초기상태를 보여주는 마크벡터를  $M_0$ ,  $M_0$  상태에서 어떤 트랜지션  $t_k$ 가 점화한 후의 마크상태를 보여주는 마크벡터를  $M_1$ , 트랜지션이  $k$ 번 점화한 후의 마크벡터를  $M(k)$ ,  $k+1$ 번 점화한 후의 마크벡터를  $M(k+1)$ 라 한다. 이 때 현재 마크상태를 보여주는 마크벡터를  $M(k)$ , 다음 마크벡터를  $M(k+1)$ 라 할 때  $M_R(k+1)$ 은  $M(k)$ 에서  $M(k+1)$ 로 마크상태가 바뀌는 트랜지션들을 나타내는 벡터이다.  $M_R(k+1)$ 벡터의 각 원소는 0이거나 트랜지션명으로

구성된다.

정의 9. EMFG에서 함수  $T(M)$ 는 행벡터의 요소를 분리하는 함수이고 함수  $t(x)$ 는 각 요소를 정수화시키는 함수이다.■

행벡터  $M = [ m_1 \ m_2 \ \dots \ m_m ]$  에서 ( $m$ 은 박스의 수)

$$\text{함수 } T(M) = T[ m_1 \ m_2 \ \dots \ m_m ] = [ t(m_1) \ t(m_2) \ \dots \ t(m_m) ] \quad (\text{식 } 25)$$

$$\text{함수 } t(x) = t(at_i + bt_j) = [ t(at_i) \pm t(bt_j) ] \quad (\text{식 } 26)$$

여기에서,  $a=1$ 이면  $t(at_i) = t_i$  이고

$a < 1$ 이면  $t(at_i) = 0$  이다.

정리3) EMFG에서 현재마크상태벡터를  $M(k)$ , 라벨화된 분배추이 행렬을  $T_{BL}^*$ 라 할 때, 현-점화가능벡터  $M_R(k+1)$ 는 (식 27)과 같다.

$$[M_R(k+1)]^T = T[M(k)^T \diamond T_{BL}^*] \quad (\text{식 } 27)$$

증명)  $T_{BL}^*$ 에서 열방향으로 나타난 트랜지션들의 행방향의 박스 조합은 트랜지션의 점화가능조건을 나타낸다. 이 조건이 현재의 박스

상태와 맞으면 점화하게 되므로 (식 27)은 타당하다. 또한  $M_R(k+1)$ 의 값은 트랜지션  $t_k$ 의 값이 1이 되지 않으면 박스중의 하나라도 상태가 만족되지 않으므로 트랜지션이 점화하지 않는다.

■

$M_R(k+1)$ 는 현재상태에서 점화하는 트랜지션명을 알 수 있다. 점화가능한 트랜지션명을 알면 마크의 흐름과 다음마크상태벡터를 알 수 있다.

### 3.4 EMFG의 다음마크상태벡터

정의 10. EMFG에서 어떤 트랜지션이 점화가능상태일때 현재마크 상태벡터  $M(k)$ , 입력행벡터  $M_i$ 와 출력행벡터  $M_o$ 로 다음마크상태 벡터  $M(k+1)$  다음과 같다.

(a)  $m$ 개의 박스가 있을 때 입력행벡터  $M_i$ 의 각 원소값은 일반/조건아크이면 -1, 역아크이거나 연결이 없으면 0이다

(b)  $m$ 개의 박스가 있을 때 출력행벡터  $M_o$ 의 각 원소값은 일반/조건아크이면 1, 역아크이면 -1, 아크가 없으면 0이다

(c)  $m$ 개의 박스가 있을 때  $M(k+1)$ 는 트랜지션이 점화한 후의 마크상태로서 1이면 박스에 마크가 있음을, 0이면 박스에 마크가 존재하지 않는다. ■

입력행벡터  $M_i$ 는 입력일반아크이면 마크가 소멸되므로 -1로, 입력역아크이거나 연결이 없으면 마크의 변동이 없으므로 0으로 표기한다. 또한 출력벡터  $M_o$ 는 출력아크가 일반아크이면 마크가 생성하므로 1로, 출력역아크이면 마크가 빠져나가므로 -1로, 아크가 없으면 0으로 표기한다.

정리 4) 현재마크상태벡터를  $M(k)$ , 입력벡터를  $M_i$ , 출력벡터를  $M_o$ 라 할 때 다음마크상태벡터  $M(k+1)$ 는 (식 28)과 같다.

$$[M(k+1)]^T = M_i^T + M_o^T + [M(k)]^T \quad (\text{식 28})$$

증명) 현재 점화가능한 트랜지션에 대한 입력행벡터, 출력행벡터는 마크의 상태변화를 보여주고, 여기에 현재의 마크상태벡터를 더하면 박스의 마크변화를 알 수 있다. 따라서 (식 28)은 타당하다. ■

EMFG에서는 박스에는 항상 마크의 개수가 1로 safe하게 설계되었으므로  $M(k+1)^T$ 의 벡터값 중에서 1이상인 것은 1로 표기하고 나머지는 0이다

## IV. EMFG의 추이분석 알고리즘

이산시스템에서 시스템의 동작한다는 것은 마크의 이동이 있다는 뜻이다. 본 장에서는 라벨화된 분배추이행렬을 이용하여 EMFG의 마크 흐름을 분석하고 적용된 예를 본다.

### 4.1 EMFG의 마크흐름 추이분석 알고리즘

마크흐름 알고리즘은 아래와 같다.

단계1 : EMFG의 동작에 필요한 초기 값을 구한다.

- (a) 입력-행렬을 구한다.
- (b) 출력-행렬을 구한다.
- (c) EMFG의 추이행렬을 구한다.

$$T_B = T_I(T_O)^T$$

- (d) EMFG의 라벨화된 추이행렬을 구한다.

$$T_{BL} = T_I \text{diag}(t_1, t_2, \dots, t_k, \dots, t_n)(T_O)^T$$

단계2 : 라벨화된 분배추이행렬을 구한다.

$T_{BL}$ 의 같은열에 임의의 트랜지션  $t_k$  ( $k=1,2,\dots,k,\dots,n$   $n$ :트랜지션의 갯수)가  $s$ 번 나타난다면 임의의 트랜지션을  $t_k \cdot s$ 로 표시한다.

단계3 : 현-침화가능벡터를 구한다. 이 결과로 침화가능트랜지션

을 알 수 있으며, 라벨화된 분배추이행렬을 이용하여 마크변화를 분석한다.

$$[M_R(k+1)]^T = T[M(k)^T \diamond T_{BL}^*]$$

단계4 : 입력벡터  $M_i^T$ 와 출력벡터  $M_o^T$ 를 구하여 다음마크상태벡터  $[M(k+1)]^T = M_i^T + M_o^T + [M(k)]^T$  를 구한다.

단계5 : 단계 3과 단계 4를 반복한다. 마크의 상태가  $M(k)$ 로 나오면 더 이상의 변화가 없으므로 박스의 상태가 변하지 않음을 알 수 있다.

## 4.2 EMFG의 마크흐름 추이분석 적용 예

그림 6의 EMFG는 박스  $b_4$ 와  $b_5$ 를 공유자원이라 보고, 박스  $b_1, b_2, b_3$ 으로 구성된 프로세스  $P_1$ 과 박스  $b_6, b_7, b_8$ 로 구성된 프로세스  $P_2$ 가 서로 박스  $b_4, b_5$ 를 교대로 사용하는 동작을 모델링한 것이다.

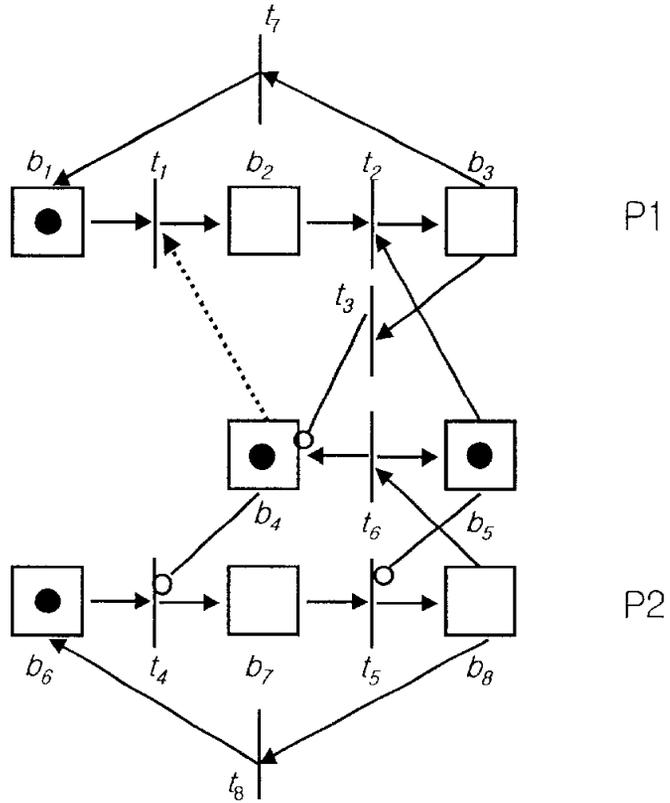


그림 6. 공유자원을 가진 시스템을 모델링한 EMFG

그림 6의 EMFG를 제안한 알고리즘으로 분석했을때 그림 7과 같은 타임차트와 같이 동작한다.

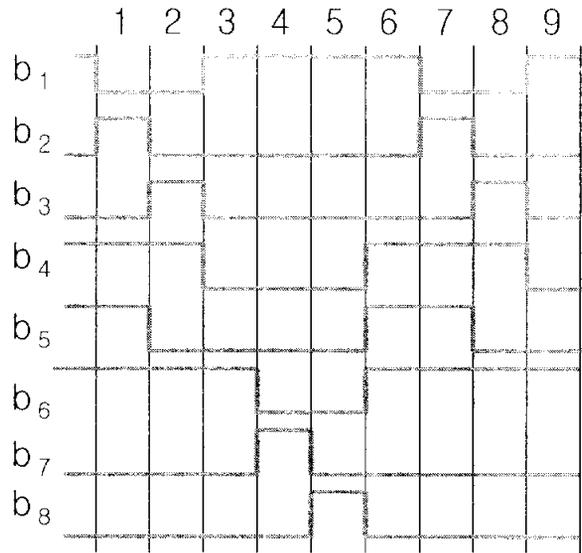


그림 7. 그림 6의 타임차트

그림 6의 마크흐름을 제안한 알고리즘으로 분석하면 다음과 같다.

단계 1

① 입력-행렬을 구한다.

$$T_I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(b) 출력-행렬을 구한다.

$$T_O = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & y & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(c) EMFG의 추이행렬을 구한다.

$$T_B = T_I(T_O)^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(d) EMFG의 라벨화된 추이행렬을 구한다.

$$T_{BL} = T_I \text{diag}(t_1, t_2, \dots, t_n)(T_O)^T = \begin{bmatrix} 0 & t_1 & 0 & t_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ t_7 & 0 & 0 & yt_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & t_1 & 0 & t_1 & 0 & 0 & xt_4 & 0 \\ 0 & 0 & t_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & xt_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t_5 \\ 0 & 0 & 0 & t_6 & t_6 & t_8 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

단계2 : 라벨화된 분배추 이행렬을 구한다.

$$T_{BL}^* = \begin{bmatrix} 0 & t_1 & 2 & 0 & t_1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t_2/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ t_7 & 0 & 0 & yt_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & t_1 & 2 & 0 & t_1/2 & 0 & 0 & xt_4/2 & 0 \\ 0 & 0 & t_2/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & xt_5/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t_4/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t_5/2 \\ 0 & 0 & 0 & t_6 & t_6 & t_8 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

단계3 : 현-점화가능벡터를 구한다.

$$\begin{aligned} M_R(k+1) &= T[0 \quad t_1/2 + t_1/2 \quad t_2/2 \quad t_1/2 + t_1/2 \quad 0 \quad 0 \quad t_1/2 \quad 0] \\ &= [0 \quad t_1 \quad 0 \quad t_1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \end{aligned}$$

따라서 트랜지션  $t_1$  이 점화함을 알 수 있다.

단계4 : 다음마크상태벡터  $[M(k+1)]^T = M_i^T + M_o^T + [M(k)]^T$  를 구한다.

$$\text{입력벡터 } M_i = [-1 \quad 0 \quad 0 \quad -1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$\text{출력벡터 } M_o = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

현재마크상태벡터  $M(k) = [1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]$

다음마크상태벡터  $M(k+1) = [0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]$

단계 5 : 단계 3과 단계 4를 반복한다.

표 4. 마크흐름 결과표

$M(k)^T$	$M_R(k+1)^T$	$M(k+1)^T$
[1 0 0 1 1 1 0 0]	$t_1$	[0 1 0 1 1 1 0 0]
[0 1 0 1 1 1 0 0]	$t_2$	[0 0 1 1 0 1 0 0]
[0 0 1 1 0 1 0 0]	$t_3, t_7$	[1 0 0 0 0 1 0 0]
[1 0 0 0 0 1 0 0]	$t_4$	[1 0 0 0 0 0 1 0]
[1 0 0 0 0 0 1 0]	$t_5$	[1 0 0 0 0 0 0 1]
[1 0 0 0 0 0 0 1]	$t_6, t_8$	[1 0 0 1 1 1 0 0]
[1 0 0 1 1 1 0 0]	$t_1$	[0 1 0 1 1 1 0 0]

표 4에서 마크상태벡터와 점화가능한 트랜지션을 알아 볼 수 있으며 EMFG를 수행시 라이브리하면서 사이클릭한 동작을 하고 있음을 알 수 있다.

## V. 결론

EMFG는 시스템을 사용자가 생각한 대로 표현할 수 있으며 동기 및 비동기 시스템을 설계하기에 알맞은 도구이다. 하지만 큰 시스템을 설계함에 있어 분석이 어려워지면 시스템 성능이나 효율적인 설계가 어려워진다.

본 논문에서는 라벨화된 분배추이행렬을 도입하여 EMFG의 박스 변화상태를 분석하였다. 이 행렬을 이용하면 EMFG를 보지 않고도 각 박스간의 마크이동여부와 점화가능한 트랜지션명을 파악할 수 있다. 또한 동시 점화가능한 EMFG의 성질을 그대로 표현할 수 있어 굳이 다음마크상태가 필요 없을시에 더욱더 유용하게 사용할 수 있고, 쉽게 분석을 할 수 있다.

페트리넷에서의 추이적 행렬이 일반아크와 단일 토큰만이 각 플레이스에 저장 가능한 경우의 모델에만 적용하여 아직 일반적인 페트리넷에는 적용 못하고 있으나 EMFG의 추이행렬은 여러 가지 아크와 일반 트랜지션에 적용이 되어 기존 논문의 단점을 보강하였다. 또한 EMFG의 동작해석 알고리즘에서 마크흐름분석은 알고리즘을 모두 마친후에야 가능하지만 이 논문에서는 라벨화된 분배추이행렬을 가지고도 충분히 파악할 수 있다.

향후 라벨화된 분배추이행렬을 이용한 시간 트랜지션의 마크흐름 분석에 대한 연구를 진행할 것이다.

## [참고문헌]

- [1] Tadao Murata, "Petri Nets : Properties, Analysis and Applications", Proceedings of the IEEE, Vol. 77, No. 4, p541-580, 1989
- [2] C. S. Hwang and J. M. Lee, "Analysis of Matrix Equation Based on Petri Net for Discrete System Control", Proceedings of the 29th SICE Annual Conference International Session, p639-696, July 1990.
- [3] Rene David and Hassane Alla, "Petri Nets for Modeling of Dynamic Systems a Servery", Automatica, Vol. 30, No. 2, p175-202, 1994
- [4] Jinghong LIU, Y.Itoh, I.Miyazawa, T.Seikiguchi,, " A Research on Petri nets Properties using Transitive matrix", in proceeding IEEE SMC99,1999,pp.888-893
- [5] 여정모, "마크흐름선도의 확장", 부산대학교 대학원 석사학위 논문, 1982. 2.
- [6] 여정모, 황창선, "확장된 마크흐름선도와 시퀀셜 제어 시스템에 의 응용", 부산대학교 공과대학 연구보고 Vol. 25, p. 209 - 219, 1983. 6 .
- [7] 이재만, "확장된 세이프 Petri Net를 이용한 이산시스템의 해석과 설계에 관한 연구", 부산대학교 대학원 박사학위 논문, 1995. 2.

- [8] 여정모, “EMFG 회로의 간략화에 관한 연구”, 부산개방대학 연구보고 Vol. 29, p741 - 760 1987. 12 .
- [9] 여정모, “이산 시스템의 설계와 해석을 위한 확장된 마크흐름 선도의 재정의와 회로변환”, 멀티미디어학회 논문지 Vol. 1 No. 2, p224 - 238, 1998. 12.
- [10] 여정모, 하재목, "확장된 마크흐름선도의 재구성과 회로변환", 한국멀티미디어학회, 1998년도 춘계학술발표논문집, p. 423 - 431, 1998. 6.
- [11] 여정모, “이산제어시스템 설계를 위한 확장된 마크흐름선도의 동작해석”, 정보처리논문지 Vol. 5 No. 7, p. 1896-1907, 1998. 7.
- [12] 여정모, “확장된 마크흐름선도의 성질 및 간소화 알고리즘”, 부경대학교 논문집 Vol. 5. No. 2, p. 17-28, 1998. 12.
- [13] 김희정, 허후숙, 정안나, 여정모, “집속행렬을 이용한 EMFG의 수학적 해석”, 멀티미디어공학회, 2001년 추계학술발표논문집
- [14] 백형구, 허후숙, 정명희, 여정모, “조진 아크를 이용한 릴레이 회로의 EMFG 변환”, 멀티미디어공학회, 2001년 추계학술발표논문집, p.821-826, 2001. 11.
- [15] 백형구, 김희정, 여정모, “릴레이 회로의 EMFG 표현에 관한 연구”, 부경대학교 논문집 Vol. 6, p335-345, 2001. 12.
- [16] 백형구, “릴레이 회로의 개선된 EMFG 변환”, 부경대학교 대학원 석사학위 논문, 2002. 1.
- [17] 송유근, 이종근, “추이적 행렬을 이용한 패트리벳의 교착 상

테 확인 분석”, 한국정보과학회 2002 춘계 학술발표집 p694-696, 2002. 4.

[18] 김남혁, 정명희, 여정모, “EMFG를 이용한 최단 경로 알고리즘”, 멀티미디어공학회, 2002년 춘계학술발표논문집, p.565-569, 2002. 5.

[19] 김희정, 서경룡, 여정모 “EMFG의 개선된 동작해석 알고리즘”, 한국정보처리학회 논문지A Vol. 9. No. 3, pp371-378, 2002. 9

[20] 정명희, 김정수, 이태훈, 여정모, “추이적 행렬을 이용한 EMFG의 마크흐름 분석”, 정보처리학회, 2003년 춘계학술발표논문집, p.807-810, 2003. 5.

## 감사의 글

3년이라는 시간이 정말 너무나도 빨리 흘러 가버린 것 같습니다. 대학원을 다니면서 지식적인 면이나 내적인 면이 훨씬 더 성숙해졌음을 느낍니다. 예전에 알지 못했던 많은 것들을 배우고 그 속에서 느껴지는 새로운 경험들을 겪으며 지금 이 자리에 서게 되었습니다. 지금껏 유형무형으로 도움을 준 고마운 분들이 너무나도 많음을 알기에 이렇게 지면으로나마 감사의 글을 드리고자 합니다.

이 논문이 나오기까지 적지 않은 시간과 고생을 하면서 힘든점도 많았지만 주위의 많은 분들의 격려가 있었기에 지금의 제가 있는 것 같습니다. 먼저 석사과정동안 성실이라는 것이 어떤 것인지, 그리고 노력하는 학자의 모습이 어떤 것인지 직접 보여주시며 많은 지도와 관심을 가져주신 지도교수 여정모 교수님께 깊이 감사드립니다. 또한, 바쁘신 와중에도 귀중한 시간을 내주시어 논문에 대한 충고를 해 주신 박승섭 교수님, 박만곤 교수님께도 감사드립니다. 그 밖에도 지난 2여년간의 많은 학문의 가르침을 주신 김영봉 교수님, 김창수 교수님, 윤성대 교수님, 박지환 교수님, 이경현 교수님께도 감사의 마음 전합니다.

아울러 연구실 생활과 논문을 진행하는 동안 어려움도 마다하지 않고 항상 많은 조언과 도움을 아끼지 않으신 연구실 동료들에게

고마움을 전합니다. 어려운 부탁도 언제나 마다하지 않고 도와주었던 백형구, 이태훈, 김정수와 친구처럼 동생처럼 아껴 주고 도움을 준 허후숙, 정안나, 안정숙 그리고 이미순, 홍지연, 정은옥, 이재용, 김남혁쌤, 김희정쌤, 박동진쌤, 김종민쌤, 허선자쌤, 박희광쌤께 다시 한번 고마움을 전합니다.

항상 뒤에서 든든한 후원자가 되어준 사랑하는 우리 신랑과 예쁜 혜린이, 무언의 격려를 보내주신 시어머님, 어머님, 언니로써 누나로써 제대로 챙겨주지도 못하지만 마음속에는 항상 함께하는 동생 민정, 민주, 진성이 그리고 시누이, 제부들 모두에게 정말 감사드립니다. 늘 바쁘면서도 항상 학교생활을 잘 하게 도와준 정경숙쌤, 그리고 항상 조언을 아끼지 않았던 김필민, 박경미쌤, 신정화, 범수균에게도 감사의 마음을 전합니다.

이제, 오늘을 발판으로 한 걸음 더 나아가기 위해 언제나 최선을 다하는 내일이 되도록 열심히 노력하겠습니다.

2004년 2월

정 명 희