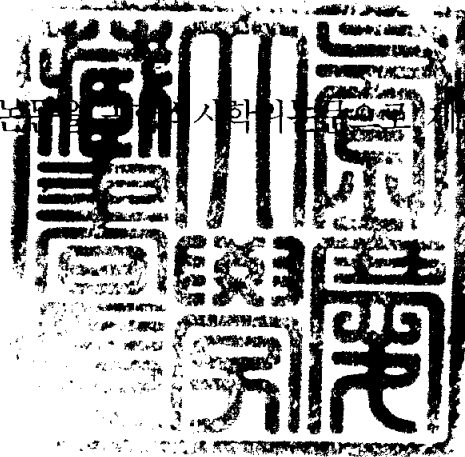


공학석사 학위논문

# Heat Pipe 성능 특성 예측에 관한 연구

지도교수 한 규 일

이 논문을 공학석사학위논문으로 제출함



2004년 2월

부경대학교 산업대학원

선박기관학과

곽기홍

이 논문을 광기홍의 공학석사  
학위논문으로 인준함

2003년 12월 15일

주 심 공학박사 김 시 영



위 원 공학박사 고 대 권



위 원 공학박사 한 규 일



# 목 차

|                                            |    |
|--------------------------------------------|----|
| Abstract .....                             | ii |
| 기호 해석 .....                                | iv |
| 1. 서 론 .....                               | 1  |
| 1.1 연구의 배경 및 목적 .....                      | 1  |
| 1.2 Heat Pipe의 원리 .....                    | 3  |
| 2. 이론해석 .....                              | 9  |
| 2.1 이론해석에 사용된 Navier-Stokes Equation ..... | 9  |
| 2.2 압력밸런스에 의한 동작원리 .....                   | 13 |
| 2.3 표면인장력 및 표면에너지 .....                    | 15 |
| 2.4 액상의 압력차 .....                          | 30 |
| 2.5 증기상의 압력차 .....                         | 32 |
| 2.6 비압축성 유체에서 증기상 압력강하 .....               | 34 |
| 2.7 비등지점의 온도해석 .....                       | 37 |
| 3. 히트파이프의 수치해석 .....                       | 39 |
| 3.1 지배방정식 및 수치해석의 순서 .....                 | 39 |
| 3.2 히트파이프의 물성식 계산 .....                    | 42 |
| 3.3 계산에 의한 프로그래밍 .....                     | 44 |
| 4. 결과 및 고찰 .....                           | 46 |
| 4.1 유효길이에 대한 압력강하 .....                    | 46 |
| 4.2 유효길이에 대한 에너지 전달율의 변화 .....             | 46 |
| 4.3 유효길이에 대한 온도의 변화 .....                  | 50 |
| 4.4 유효길이에 관한 질량유량의 변화 .....                | 50 |
| 5. 결론 .....                                | 53 |
| 참고 문헌 .....                                | 54 |
| 부 록 .....                                  | 57 |

# **A Study on the Prediction of Heat Pipe Performance**

**Ki-Hong Kwak**

*Department of Naval, Architecture and Marine Engineering*

*Graduate School,*

**Pukyong National University**

## **Abstract**

The heat pipe is a device which has a very high thermal conductance. The idea of the heat pipe was first suggested by R.S. Gaugler in 1942. It was not, until its independent invention by G.M. Grover in the early 1960's that the remarkable properties of the heat pipe became appreciated and serious development work took place.

The heat pipe is similar in some respects to the thermosyphon and it is helpful to describe the operation of the latter before discussing the heat pipe. A small quantity of water is placed in a tube from which the air is then evacuated and the tube sealed. The lower end of the tube is heated causing the liquid to vaporise and the vapour to move to the cold end of the tube where it is condensed. The condensated vapour is returned to the hot end by gravity. Since the latent heat of evaporation is large, considerable quantities of heat can be transported with a very small temperature difference from end to end.

This research is studied of heat pipe's property and basic calculation by computer. We study in this reserch with CFD Method and analyze the property of heat pipe. Now Compuational method is used to analyze the heat transfer performance. Many experimental method is applied to analyze physical properity and the application in industry. Computational method can be reduced the cost of making experimental apparatus. Finally this study is aimung at studying the heat pipe's working principle and calculation of basic equation for the fundemental heat transfer performance of heat pipe.

## 기 호 해 석

|                    |                                               |
|--------------------|-----------------------------------------------|
| $A_c$              | 원의 면적                                         |
| $A_w$              | 위크 절단부의 면적                                    |
| $C_p$              | 증기의 특별한 열압력 상수                                |
| $C_v$              | 증기의 특별한 열체적 상수                                |
| $D$                | <i>Blake - Kozeny equation</i> 의 구 밀도         |
| $H$                | <i>Ramsey - Shields - Eotvosequation</i> 의 상수 |
| $J$                | 열의 일당량                                        |
| $K$                | 위크 허용도                                        |
| $L$                | 증기의 증발잠열 엔탈피                                  |
| $M$                | 분자 무게                                         |
| $M$                | 마하수                                           |
| $M$                | 도해의 표시                                        |
| $N$                | 그루브형상의 수                                      |
| $N_u$              | Nusselt 수                                     |
| $P_r$              | Prandtl 수                                     |
| $P$                | 압력                                            |
| $\Delta P$         | 압력차이                                          |
| $\Delta P_{c\max}$ | 최대모세수두                                        |
| $\Delta P_l$       | 액체의 압력강하                                      |
| $\Delta P_v$       | 증기의 압력강하                                      |
| $\Delta P_g$       | 중력에 의한 압력강하                                   |
| $P_{vs}$           | 증기압력의 낙차                                      |

|              |                                         |
|--------------|-----------------------------------------|
| $P_{va}$     | 동작영역에서 증기압력                             |
| $Q$          | 열량                                      |
| $R$          | 액체곡률 표면의 반경                             |
| $R_g$        | 가스상수                                    |
| $R_o$        | 가스상수 $= (8.3 \times 10^3 J/Kkgmol)$     |
| $R_e$        | Reynolds 수                              |
| $R_r$        | 곡률 반지름의 Reynolds 수                      |
| $R_{eb}$     | 거품 Reynolds 수                           |
| $R_s$        | 열전달 저항                                  |
| $T$          | 절대온도                                    |
| $T_c$        | 임계온도                                    |
| $T_v$        | 증기온도                                    |
| $\Delta T_s$ | 과열된 온도차                                 |
| $T_s$        | 과열 온도                                   |
| $T_w$        | 표면온도                                    |
| $V$          | 체적                                      |
| $V_c$        | 전도체적                                    |
| $V_R$        | 가스체적                                    |
| $W_e$        | 위버 수                                    |
| $a$          | 폼 두께                                    |
| $a$          | 튜브 반지름                                  |
| $b$          | <i>Hagen — Poiseuille equation</i> 의 상수 |
| $c$          | 음속                                      |
| $d_a$        | 주반지름                                    |

|           |                                                   |
|-----------|---------------------------------------------------|
| $d_w$     | 위크의 구조 반지름                                        |
| $f$       | 힘                                                 |
| $g$       | 중력가속도                                             |
| $g_c$     | <i>Rohsenhow</i> 의 상관성                            |
| $h$       | 모세높이, 열전달 상수                                      |
| $k$       | 방정식의 상수                                           |
| $k$       | <i>Boltzmanns</i> 상수 = $1.38 \times 10^{-23} J/K$ |
| $k_w$     | 위크 열전도                                            |
| $l$       | 히트파이프의 정의 길이                                      |
| $l_{eff}$ | 히트파이프의 유효흐름 길이                                    |
| $m$       | 질량                                                |
| $m_g$     | 비전도 가스의 질량                                        |
| $\dot{m}$ | 분자질량                                              |
| $n$       | 단위체적당 분자수                                         |
| $g$       | 열용량                                               |
| $r$       | 반지름                                               |
| $r$       | 반지름 좌표                                            |
| $r_e$     | 증발부의 반지름                                          |
| $r_c$     | 전도부의 반지름                                          |
| $r_H$     | 유압반지름                                             |
| $r_v$     | 증기공간의 반지름                                         |
| $r_w$     | 위크 반지름                                            |
| $u$       | 곡률속도                                              |
| $v$       | 축속도                                               |

|               |                                         |
|---------------|-----------------------------------------|
| $x$           | 좌표계                                     |
| $y$           | 좌표계                                     |
| $z$           | 좌표계                                     |
| $\beta$       | $(1 + k_s/k_l)/(1 - k_s/k_l)$ 의 정의      |
| $\delta$      | <i>Hsu Formula - thermal</i> 에서의 두께의 상수 |
| $\epsilon$    | 마찰공극                                    |
| $\theta$      | 접촉각                                     |
| $\phi$        | 히트파이프의 기울기                              |
| $\phi_c$      | 마찰 aspect 비율                            |
| $\lambda$     | 액체, 증기 매개물체 일차원 특성                      |
| $\mu$         | 점성도                                     |
| $\mu_l$       | 액체의 동점성도                                |
| $\mu_v$       | 증기의 동점성도                                |
| $\gamma$      | 특별한 열량의 비율                              |
| $\psi$        | VCHP의 하사식과 상사식                          |
| $\rho$        | 밀도                                      |
| $\rho_l$      | 액체밀도                                    |
| $\rho_v$      | 증기밀도                                    |
| $\sigma$      | 표면에너지에 사용되는 인장력                         |
| $\sigma_{SL}$ | 금속액체의 표면에너지                             |
| $\sigma_{LV}$ | 액체증기의 표면에너지                             |
| $\sigma_{SV}$ | 고체증기의 표면에너지                             |
| $\tau$        | 시간상수                                    |

# 1. 서 론

## 1.1 연구의 배경 및 목적

Heat Pipe는 매우 고효율의 열전도체이며, 이는 최초로 Gaugler, R.S. (1)에 의해 1942년 제시되었다. 그러나 1960년대에 Grover, G.M.(2, 3)에 의해 좀더 진실된 특성평가와 체계적인 이론이 정립되었다. 히트파이프의 개념에 대한 관심은 우주공학 및 많은 산업분야에 응용되어왔다. 히트파이프에 대한 이론적인 이해는 Cotter, T.P.(4)에 의해 지대한 이론적 이해가 이루어졌으며, 그 이후 히트파이프의 이론에 대한 연구는 1970년 Chisholm, D.(5)과 1972년 McKechnie, J.(6)에 의하여 이루어졌는데, 이는 위크 구조의 히트파이프와 중력적용식 써모사이폰에 대한 연구였다. 이 연구를 통해 히트파이프와 써모사이폰의 두드러진 만한 발전이 이루어졌다.

Stephan, P.과 Brandt, C. (7)는 높은 성능을 갖는 전기열기구의 광범위한 열제어에 적용되는 히트파이프가 연구되었다. 여기서 이들은 기존의 위크구조를 개선하여 발전된 모세구조의 위크에 의해서 압력강하, 효율적인 비등 그리고 열전도의 효율성을 연구하여 고효율의 개선된 모세구조를 갖는 히트파이프를 연구하였다. 그리고 Sugumar, D.(8)은 마이크로 히트파이프의 특성화된 온도에서 최대효율적인 열용량의 전달을 연구하였으며 이에서 그는 삼각형 마이크로히트파이프의 열용량의 전달에 관한 연구를 하였다. 그리고 Murthy, J.Y. (9)는 수치해석적인 방법에 의해서

비교적 큰 열용량의 성능을 갖는 히트파이프의 성능특성을 연구하였다. 그는 컴퓨터적인 방법에 의해서 히트파이프의 특성 즉, 작동유체의 상변화 수반시 속도, 압력, 온도에 관한 연구를 하였으며, 증발부와 응축부에서 질량유량의 비율에 의해서 압력 및 열시스템의 온도에 관한 컴퓨터에 의한 자료를 얻었다. Yi, J.와 Quinones, P.D. (10)는 Notebook PC의 냉각 히트파이프시스템에 대하여 연구하였으며 이의 열전도현상을 시뮬레이션 하였다. 여기서 그는 실험에 의하지 않고 Nobell Notebook의 CPU장치의 냉각히트파이프의 성능을 연구하여 급속한 냉각성능을 가지는 CPU냉각용 히트파이프를 개발하였으며, 또한 이에 CFD에 의한 수치해석 및 시뮬레이션으로 실험에 의하지 않고 그 공학적인 해석치를 얻는 데 기여하였다.

여기에서 다루는 히트파이프는 냉각시스템에 적용되는 히트파이프의 특성을 다루었으며, 본 연구에서는 히트파이프의 이론적인 물성치 및 전열성능에 대하여 의한 이론적인 특성해석과 그리고 이에 의해서 나타나는 그 특성을 실험적이고 공학적인 바탕을 이루는 기초해를 얻는 데 주안점을 두어서 그 이론적인 특성을 적용하는 데 있다. 본 연구에서의 이론해석이나 컴퓨터를 사용한 수치해석 등은 이의 히트파이프의 이론적인 해석을 하는 방법에 주안점을 두어서 이론방정식의 적용과 기초적인 계산 결과에 의하여 히트파이프의 성능예측에 초점을 맞추었다. 그리하여 공학적인 이론식과 컴퓨터를 사용하여 얻어지는 물성치의 계산 및 기초적인 성능특성을 나타내는데 목표를 두고 있다.

## 1.2 Heat Pipe의 원리

히트파이프는 몇몇 관점에서는 씨모사이폰과 그 특성이 유사하며 그리고 이는 히트파이프의 특성을 서술하는데 매우 도움이 된다. 작은 양의 물이 진공 상태에서 봉인되어져 있고, 튜브의 밑 부분은 열에 의해서 액체가 증기로 되는 증발이 일어나며 이 증기는 전도부분의 냉각부위로 열의 이동을 일으킨다. 냉각부위에서 응축된 열은 중력에 의해서 증발이 일어나는 부위로 순환된다. 증발부의 잠열은 상당히 커서, 작은 온도차이로 튜브의 끝에서 끝으로 상당한 양의 열을 이동시킨다. 그리하여 튜브의 구조는 매우 높은 온도차이를 끝에서 끝까지 나타내는 것으로 다시 말해 매우 높은 열전도를 끝에서 끝까지 일으킨다. 씨모사이폰에는 여러해 동안 다양한 작동유체가 사용되어 왔으며, 기초 씨모사이폰의 기본은 중력에 의하여 작동유체의 순환되는 구조를 가짐으로 열의 증발부는 반드시 가장 낮은 곳에 위치하게 된다. 히트파이프의 기초구조는 씨모사이폰과 예를 들자면 얇은 천을 겹겹이 쌓은 wick구조에서 예를 들자면 차이가 나는데 이는 내부표면에 고정되어 있으며 모세압력에 의하여 응축부에서 증발부로 순환된다. 히트파이프에서는 증발부 위치는 제한되어 있지 않고 이는 열원의 기원으로 사용되어진다. 물론 히트파이프의 증발부가 낮은 위치에 있다면 중력에 의하여 모세압력은 더해진다.

히트파이프란 용어는 예를 들자면 구심력과 삼투압 그리고 전기유압에 의해 다른 방법에 의해 열의 순환이 수행되어지는 매우 높은 열의 전도체로 씨모사이폰과 달리 사용되어진다.

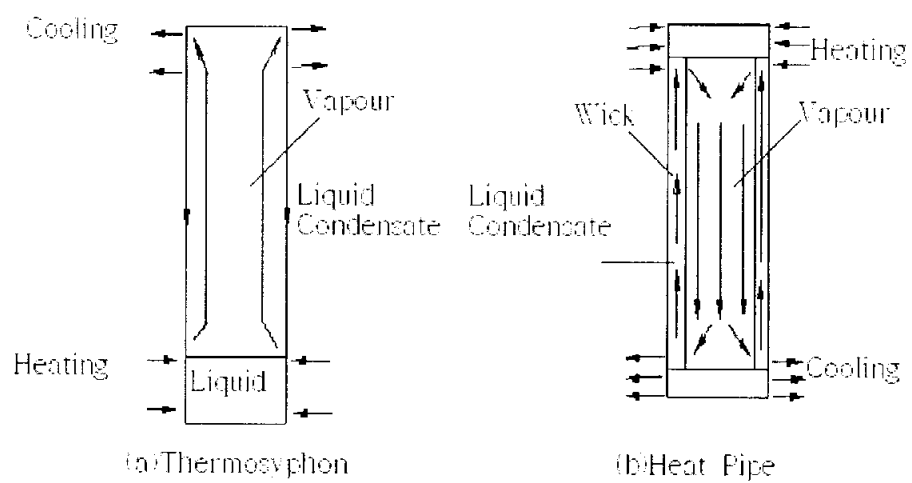


Fig. 1 The heat pipe and thermosyphon

히트파이프의 주요 부분은 Fig.1에서 보여진다. 길이 방향에서(Fig.1(a)에서 보여 주다시피) 히트파이프는 증발부와 전도부로 구성된다. 히트파이프의 기하학적인 형상에서 증발부와 응축부 사이에 단열부도 포함되어 있다. Fig.1(b)에서 히트파이프의 가로단면은 container의 벽과 워크구조와 증기부로 구성되어 있다. 히트파이프의 열운동 수행은 종종 열전도의 평행으로 불리어진다.

물을 작동유체로 150℃에서 동작하는 동관의 열전도를 보다 몇백배에 빠른 관모양의 히트파이프는 Fig.1에서 그려져 있다. 히트파이프의 마력 조정은 축방향으로  $10\text{--}20\text{kW}/\text{cm}^2$ 의 열유속을 수행하는 1500℃에서 작동하는 리튬을 사용하여 더 고효율의 히트파이프로 될 수가 있다. 작동유체와 container재질의 적당한 선택은 히트파이프의 작동이 4K에서 2300K를 초과하는 범위에서 작동할 수 있게 만들어져 있다. 히트파이프의 많은 응용에서 실린더형의 기하를 갖는 히트파이프는 적당한 경우가 많았으나 그 외에 기하학적인 형태는 많은 요구 사양을 갖는다. 매우 높은 열전도가 히트파이프를 통해 일어난다는 것은 이미 언급하였다. 하지만 단순히 이점만이 히트파이프의 특성은 아니다.

히트파이프의 특성은 아래와 같다.

(i) 매우 높은 효율의 열전도

(ii) 높고 낮은 범위에서 열전도품에서 작동하는 능력

(iii) 낮은 열임피던스에서 단열표면. 히트파이프의 전도표면은 동일한 도에서 작동하는 경향이 있다. 만약 지역적인 열부하가 작용되면 히트파이프는 이 지점에서 더 많은 증기의 전도가 발생되는데, 이는 히트파이프가 원래 레벨의 온도를 유지하는 성향을 가지기도 한

다.

(iv) 다양한 열임피던스 또는 VCIIP.

가스로 버퍼되어진 히트파이프로 알려진 히트파이프의 형태에서, 광범위한 부동의 열입력 범위에서 거의 대부분 열근원온도를 유지한다. 그렇지만 부동의 압력범위에서 수행되어지는 히트파이프의 작동은 온도입력의 다양화에 따라 동시에 다양한 전도영역을 갖는다. 이러한 다양한 전도영역의 히트파이프 작동의 방법은 'gas buffering'이라 한다. 히트파이프의 열축적부는 히트파이프의 열축적부 보다도 많은 열축적부와 연결되어 있다.

열축적부는 불활성의 가스로 히트파이프의 작동유체의 셋팅된 압력에 관계되어 압력에 의해 배열되어 차있다. 정상적인 히트파이프의 작동에서 증기는 불활성 가스를 열축적부로 되돌아 오게 펌프작동하며 그리고 가스증기 매개체는 어떤 지점에서 열전도표면을 따라 위치한다. 히트파이프의 처음 유동은 정상상태의 유동으로 가정한다. 지금 열입력을 작은 양의 증가에 의해 증가시킨다. 포화 증기압력은 증가하고 이는 증기압력에 의한 것이다. 증기압력은 매우 신속히 온도의 작은 범위에서 증가를 가져오는데 이는 예를 들자면 증기압력은 800℃의 소둑에서 특히 두드러진다. 증기압력의 작은 증가는 불활성가스의 순환을 일으키며 그리고 더 많은 열전도 표면에 노출되게 한다. 열축적부의 체적은 히트파이프의 체적에 비교하여 많은 부분을 차지함으로, 압력의 작은 변화는 가스매개체의 중요한 운동을 발생시킨다. Gas buffering는 열유속(heat flux)의 작은 변화에 제한되어 있지 않고 상당한 열유속을 수용한다. 증기히트파이프는 다른 형태의 히트파이프와 마찬가지로 온도를 조

정하는 단순한 'gas buffered heat pipe'이다. 정상적인 온도강하는 증발부와 전도부벽의 표면을 통과함으로써 일어난다. 순환루프의 사용 또한 이 히트파이프에 더해졌다.

(v) 열스위치와 열다이오드

전에 고안된 형태의 히트파이프는 한 방향으로 열을 전달하였지만 지금은 스위치처럼 ON, OFF시킬 수 있다.

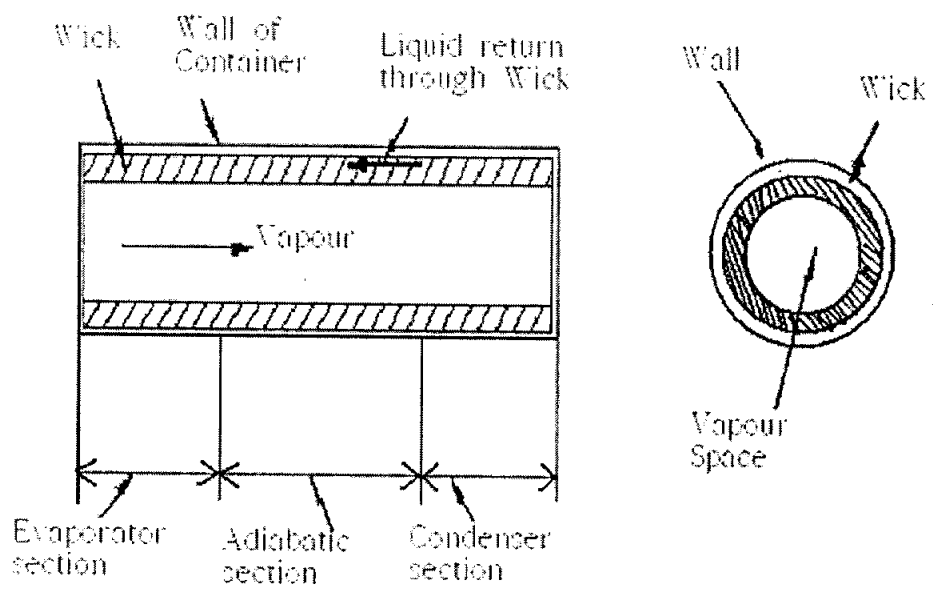


Fig. 2 The main region of heat pipe

## 2. 이론해석

### 2.1. 이론해석에 사용된 Navier-Stokes Equation

점성흐름과 비점성흐름의 제안된 방정식의 모션은 아래와 같이 쓰여 질 수 있다.

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = - \text{grad} P + \mu \nabla^2 v + \frac{\mu}{3} \text{grad div} v + \rho F \quad (2.1.1)$$

그리고  $\frac{D}{Dt}$ 는 아래와 같은 직사각형의 좌표로 대체되어 쓰여진다.

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_x \frac{\partial}{\partial x} + v_y \frac{\partial}{\partial y} + v_z \frac{\partial}{\partial z}$$

$- \text{grad} P$ 는 압력에 기인하는 힘을 대표한다.

$\mu \nabla^2 v + \frac{\mu}{3} \text{grad div} v$ 는 점성의 영향과  $\rho F$ 본체의 힘이다.

만약 중력과 히트파이프 본체의 힘이  $\rho g$ 를 나타낸다면, 그리고 이 식이 만약 일반적인 경우라면 비압축성흐름에서 2.1.1식은 아래와 같이 줄여 저서 쓰여질 수 있다.

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = - \text{grad} P + \mu \nabla^2 v + \rho F \quad (2.1.2)$$

2.1.2식은 Navier-Stokes 방정식이다.

만약  $\mu = 0$ 이면 Euler 방정식은 아래와 같이 줄여 쓸 수 있다.

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = - \text{grad} P + \rho g \quad (2.1.3)$$

Navier-Stokes방정식은 아래와 같이 직교좌표와 실린더의 좌표에서 아래와 같이 구성요소가 주어진다.

### 2.1.1 Navier-Stokes방정식

직교좌표 (x, y, z)

$$\begin{aligned} \rho \left[ \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right] = & - \frac{\partial P}{\partial x} \\ & + \mu \left[ \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] + \rho g_x \end{aligned} \quad (2.1.4a)$$

$$\begin{aligned} \rho \left[ \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right] = & - \frac{\partial P}{\partial y} \\ & + \mu \left[ \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right] + \rho g_y \end{aligned} \quad (2.1.4b)$$

$$\begin{aligned} \rho \left[ \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] = & - \frac{\partial P}{\partial z} \\ & + \mu \left[ \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] + \rho g \end{aligned} \quad (2.1.4c)$$

원통좌표 (r,  $\theta$ , z)

$$\begin{aligned} \rho \left[ \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right] = & - \frac{\partial P}{\partial r} \\ & + \mu \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right] + \rho g_r \end{aligned} \quad (2.1.5a)$$

$$\begin{aligned}
& \left[ \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right] = - \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} \\
& + \mu \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_\theta) \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \right] + \rho g_\theta
\end{aligned}
\tag{2.1.5b}$$

$$\begin{aligned}
z - \rho \left[ \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] &= - \frac{\partial P}{\partial z} \\
+ \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{r \partial v_z}{\partial z} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] &+ \rho g_z
\end{aligned}
\tag{2.1.5c}$$

이 방정식 해법은 만만찮은 수학적인 문제이다.

이 방정식의 해법은 일반적으로 정상유동의 흐름으로 가정된다면

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0 \text{ 으로}$$

단순화될 수가 있다.

대개의 히트파이프는

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = 0 = v_\theta \text{로}$$

될 때에는 원통형의 형상으로 다루어진다.

$v_\theta$  구성요소는 히트파이프의 회전에서 다루어진다.

### 2.1.2 연속성의 방정식

유체에서 연속성의 방정식은 아래와 같다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -(\nabla \rho \cdot v) \quad (2.1.6)$$

이 방정식은 아래와 같이 대체되어 나타낼 수가 있다.

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho(\nabla \cdot v) \quad (2.1.7)$$

비압축성 유체에서는 아래와 같다.

$$\nabla \cdot v = 0 \quad (2.1.8)$$

이 방정식은 사각좌표에서는 아래와 같이 쓰여질 수가 있다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) = 0 \quad (2.1.9)$$

그리고 원통형좌표에서는 아래와 같이 쓰여질 수가 있다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho v_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) = 0 \quad (2.1.10)$$

## 2.2 압력밸런스에 의한 동작원리

히트파이프가 동작하기 위해서는 반드시 최대모세압력  $(\Delta P_c)_{\max}$ 는 히트파이프에서 전체압력강하보다 크야 한다.

이 압력강하는 세 부분으로 구성되어 있다.

(a) 압력강하  $\Delta P_l$ 은 응축부에서 증발부로 순환하는 액체의 압력강하 성분이다.

(b) 압력강하  $\Delta P_v$ 은 증발부에서 응축부까지의 증기의 흐름을 구성하는 압력강하 성분이다.

(c) 중력에 의한 압력강하  $\Delta P_g$ 는 0 또는 양, 음을 이루는 압력강하 성분이다.

$$(\Delta P_c)_{\max} \Rightarrow \Delta P_l + \Delta P_v + \Delta P_g \quad (2.2.1)$$

표면인장력과 모세현상의 영향은 간단하게 요약되어지고 모세압력의 표현식은 간단하게 얻어진다. 작동초기에서 어떤 특정한 높은 온도에서 액체금속파이프에서 증기속도는 음속의 값에 이르기도 한다. 어떤 특정한 경우에 압축의 효과는 반드시 고려되어야 한다. 음속의 조건의 셋팅은 히트파이프의 열용량을 최대한 전달 가능하게 만들었다. 다른 경우의 셋팅에서 낮은 온도와 점성력 그리고 온도제한의 고려는 충분하지 않는 모세압력에 의해 증발부가 타서 못쓰게 되기도 한다.

히트파이프의 동적인 작동은 작동유체와 워크의 재질에 기인하기도 하며 이에 의해 만든 다른 형태의 히트파이프에서 다른 동작형태를 유도하기도 한다. 종종 압력손실이나 중력에 의한 압력수두는 히트파이프의 최대 열전달량을 결정하는 작동유체에 의해 무시되기도 하는데 이는 M의

상에 결정되어 지는 형태가 연결되어져 있다.

$$M = \frac{\rho_l \sigma_l L}{\mu_l} \quad (2.2.2)$$

:  $\rho_l$ 은 액상의 작동유체의 밀도

$\sigma_l$ 은 표면인장력

$L$ 은 잠열의 증발 엔탈피

$\mu_l$ 은 액상의 작동유체의 점성력

히트파이프는 매우 높은 열전도체이다. : 그렇지만 온도강하는 일어나며, 이는 증발부에서 응축부와 축방향으로 신속히 일어난다.

온도차이는 또한 수식에 의해서 측정될 수가 있다.

## 2.3 표면인장력 및 표면에너지

### a) 표면인장력의 적용

액상의 분자는 그분자 주위를 두르고 있는 다른 분자와 부착되어 있다. 그리고 이는 모든 방향으로 똑같은 식으로 형태를 띄며 어떤 결과적인 힘도 받지 않는 상태이다. 표면 가까이에서 액상의 분자의 경우에는 액체의 표면장력의 힘이 결과적인 어떤 임의의 힘과 균형을 더 이상 이루고 있지 않다. 이런 영향에 의해서 액체는 진공에서 자유강하에서 아주 좁은 지역에서 구상의 형태를 띠고 있다. 표면의 액상의 이러한 자연스러운 경향에 의해 장력 아래에서 뒤틀린 박막형태를 하고 있다. 이러한 박막의 액상형태를 띠는 경향의 증가로 표면에서 액상의 동작은 액상의 형태를 필요로 한다. 이러한 표면장력과 관련된 에너지는 자유표면에너지로 알려져 있으며, 그리고 표면에서의 자유표면장력은  $\sigma_l$ 로 표현한다. 예를 들자면 아래 동해에서 흡수필름은 철사로 지지되어 있고, 그리고 면적은 한쪽 방향으로 움직인  $dx$ 에 의해서 증가하며 작동  $f dx$ 는 표면에서 에너지  $2\sigma_l dx$ 를 증가시킨다.

그런고로  $T$ 는 두방향의 길이당 힘  $2Tl dx = 2\sigma_l dx$  또는  $T = \sigma_l$ 이다. 이러한 길이 방향당 힘은 표면장력으로 알려져 있다. 면적단위당 표면의 에너지는 어떤 임의의 점도의 단위와 수학적으로 동일하다 할 수 있다. 증발잠열  $L$ 은 액상의 분자 사이에 관계해서 측정되어지며, 우리는 표면장력  $\sigma_l$ 은 증발잠열  $L$ 과 관련되어 있는 것으로 기대할 수가 있다. 다음과 같은 경우에 이러한 현상은 발견되어 진다.

금속은 자유표면을 가지고 있으며 이는 똑같은 재질의 용해체에서도 비

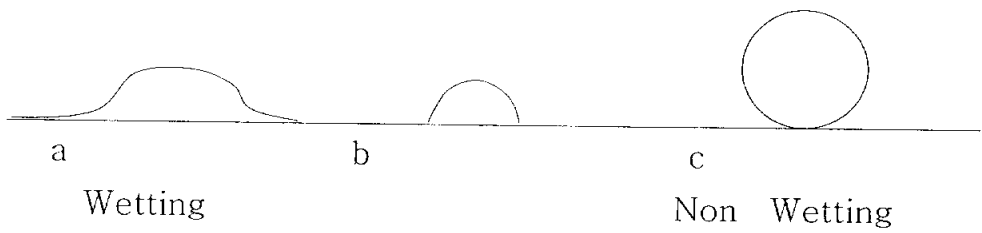
슷한 결과값을 가진다. 액상이 이웃하는 고상의 분자표면과 접촉해 있을 때 고상은 액상의 다른 분자로부터 관련된 고상분자에 의해 임의의 힘을 경험한다. 이러한 고,액상의 힘이 이 끌어지는 힘인지 반발에 의한 힘인지에 따라서 액상 및 고상의 표면은 곡선을 윗방향으로 또한 아랫방향으로 아래그림에서 그린다. 이런 가장 잘알려진 반발에 의한 또한 이 끌어지는 힘의 예는 수은과 물에서 찾을 수가 있다. 힘이 이 끌어지는 때는 액상은 젖은 고상이라 한다. 액상의 표면에 의한 접촉각은  $\theta$ 로 알려져 있다.

젖은 접촉각  $\theta$ 는 0에서  $\frac{\pi}{2}$ 사이이며 젖지않은 액상의  $\theta$ 는  $\theta > \frac{\pi}{2}$ 이다.

젖은 조건은 전체표면에너지 발생 시킨다. 그리고 이에 아래와 같은 식으로 표현된다.

$$\sigma_{sl} + \sigma_{lv} < \sigma_{sv} \quad (2.3.1)$$

표현인자  $s, l, v$ 는 금속상, 액상 그리고 증기상에서 비교적으로 표현되며 이는 아래의 그림과 같다.



$$\begin{array}{lll}
 \sigma_{SL} + \sigma_{LV} < \sigma_{SV} & \sigma_{SL} + \sigma_{LV} = \sigma_{SV} & \sigma_{SL} + \sigma_{LV} > \sigma_{SV} \\
 \theta = 0 & 0 < \theta < \pi & \theta = \pi
 \end{array}$$

Fig. 3 Wetting and non-wetting contact

습윤이 일어나지 않으면 아래의 식과 같다.

$$\sigma_{sl} + \sigma_{lw} > \sigma_{sv} \quad (2.3.2)$$

적당한 부분적인 습윤에서 아래식

$$\sigma_{sl} + \sigma_{lw} = \sigma_{sv} \quad (2.3.3)$$

는 위 그림과 같다.

(b) 곡선표면을 가로지르는 압력차이

오목한 표면에서 압력인 표면인장의 결론적인 한 경우는 볼록한 부분의 표면인장의 압력의 경우보다 작다. 이러한 표면의 압력  $\Delta P$ 는 표면인장  $\sigma_l$ 과 관련되어 있고 그리고 표면의 곡선반지름  $R$ 과 관련되어 있다.

이는 아래 그림과 같다. 이 관계는 아래의 그림에서 얻어 진다.

만약 반구의 표면인장력이 작용하고 있다면 원표면 주위는  $2\pi R\sigma_l$ 에 의해서 주워지며 이는 표면을 가로 지르는 압력의 작동  $\Delta P \times \pi R^2$ 과 균형을 이룬다.

$$\Delta P = \frac{2\sigma_l}{R} \quad (2.3.4)$$

만약에 표면이 두 반경과 곡률  $R_1, R_2$ 를 가진다면 압력식은 아래와 같다.

$$\Delta P = \sigma_l \left[ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right] \quad (2.3.5)$$

이런 압력차에 기인해 만약 수직 튜브라면, 그리고 반지름  $r$ 이라면 그리고 튜브의 재질이 액상이고 젖어 있다면 액체는 아래 그림과 같은 표면을 갖는 높이  $h$ 의 높이를 가진다.

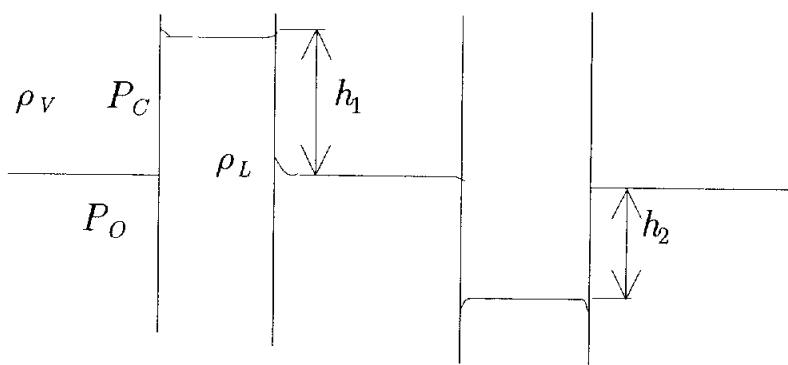


Fig. 4 Capillary rise in the tube

그리고 압력식은 아래와 같은 균형을 갖는다.

$$\sigma_l gh = \frac{2\sigma_l}{r} \cos\theta \quad (2.3.6)$$

$\sigma_l$  : 액체밀도

$\theta$  : 접촉각

이 식은 모세작용, 모세현상으로 알려져 있으며 히트파이프 작동의 기본 이론 이다.

(c) 곡률액상의 표면에서 증기압력의 변화

우리는 위의 그림에서 증기압력은 증기의 높이  $h$ 의 무게와 동등한 량에 의해 오목한 곡률에서 증기의 압력이 평편한 대에서 보다 덜 하다는 것을 알 수가 있다. 이러한 압력차이는 아래 식과 같다.

$$P_c - P_o = g\rho_v h \quad (2.3.7)$$

가정에서  $\rho_v$  는 매우 정밀한 값이다.

그리고 작금 식은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} (\rho_l - \rho_v)gh &= \frac{2\sigma_l}{r} \\ \therefore P_c - P_o &= \frac{2\sigma_l}{r} \times \frac{\rho_v}{\rho_l - \rho_v} \end{aligned} \quad (2.3.8)$$

이러한 압력의 차이  $P_c - P_o$  전체 모세압력수두  $\frac{2\sigma_l}{r}$ 의 비교에서 작은 량이며 이는 히트파이프의 디자인에서 무시되어 진다.

(d) 표면인장의 측정

액체표면인장의 측정에서는 많은 수의 방법이 있다. 우리의 지금 목적에서, 우리는  $\sigma_l \cos \theta$ 에 측정방법에 관심을 가지고 있다. 이 가장 간단한 측정방법은 튜브의 높이  $h$ 에 기인하며 위 은 아래와 같이 주어진다.

$$\sigma_l \cos \theta = \frac{\rho_l g h r}{2} \quad (2.3.9)$$

특별히 히트파이프에서 반지름  $r$ 을 아는 것은 필수적이며, 이는 천공반지름을 말한다. 이는 어떤 방법에서 측정되어지며 이는 소결된 천공구조와 몇몇 가스의 층에 의해 구성되어져 있는 위크에 의해서 알 수가 있다.

최대의 수두의 측정에서 의해 위크에서 유체의 복합에 의한 최대모세압력의 수두에 의한 정보를 아는 것에서 가능하다. 다른 측정의 단순 방법은  $\sigma_l$ 에 의한 방법이며 이는 가끔 사용되어지기도 하며 최대증기거품 압력의 측정에 의한 방법이다. 압력은 궁극적으로 거품이 파괴되어 압력이 떨어질 때 까지 정된다. 거품의 반지름이 튜브의 최대압력  $P_{\max}$ 의 지점에 이르러 때, 이 지점에서  $P_{\max}$ 는

$$P_{\max} = \rho_l g h + \frac{2\sigma_l}{r} \quad \text{이다.}$$

이 방법은 액체금속의 측정에서 사용되어 진다.

두 액상의 표면인장은 비교되어 질 수 있는 압력강하의 양 만큼 수직튜브에서 측정되어 진다.

$$\frac{m_1 \rho_{l1}}{m_2 \rho_{l2}} = \frac{\sigma_{l1}}{\sigma_{l2}} \quad (2.3.10)$$

(e) 표면인장의 온도차이

표면인장은 온도의 증가에 따라 감소한다. 이 영향은 *Eötvös*에 의해서 연구되어 졌으며, 훗날 *Ramsay*와 *Shields*에 의해 적정화되어 아래 방정식과 같이 주어진다.

$$\sigma_l \left[ \frac{M}{\rho_l} \right]^{\frac{2}{3}} = H(T_c - 6 - T) \quad (2.3.11)$$

$M$  : 분자무게

$T_c$  : 임계온도  $K$

$T$  : 온도  $K$

$H$  : 방정식의 상수

*Eötvös*—*Ramsay*—*Sheilds*의 방정식(11)은 실험에 의해 관찰되어 지는 금속액체와 그리고 소금이 용해물에 동의하지 않는다.

*Bohdanski* and *Schins*의 방정식(11)으로 아래와 같이 주어진다.

$$\frac{\sigma_l}{\sigma_{lo}} = 1 - \frac{T}{T_c} - 0.40 \left\{ 1 - \frac{T}{T_c} \right\} \frac{T}{T_c} \quad (2.3.12)$$

그리고 위식은 만약 10%의 임계온도를 갖는 다면 정확한 결과와 일치한다.

(f) 모세압력  $\Delta P_c$ .

액상의 매개체의 압력강하 방정식은 아래와 같다.

$$\Delta P = \frac{2\sigma_l}{R} \quad (2.3.13)$$

그리고  $R \cos \theta = r$  이다.

$r$ 은 효율적인 위크의 천공반지름이며 그리고  $\theta$ 는 점촉각이다.

그런고로 증발부의 모세수두는 아래와 같다.

$$\Delta P'_e = 2\sigma_l \frac{\cos\theta_e}{r_e} \quad (2.3.14)$$

그리고 이와 유사하게 증발부에서는 아래와 같이 주어진다.

$$\Delta P'_c = 2\sigma_l \frac{\cos\theta_c}{r_c} \quad (2.3.15)$$

그런고로 결과적인 모세수두의 압력차는

$$\Delta P_c = 2\sigma_l \left( \frac{\cos\theta_e}{r_e} - \frac{\cos\theta_c}{r_c} \right) \quad (2.3.16)$$

이에서  $\cos\theta_e = 1$  and  $\cos\theta_c = 0$  일 때 최대값은

$$(\Delta P_c)_{\max} = \frac{2\sigma_l}{r_e} \quad (2.3.17)$$

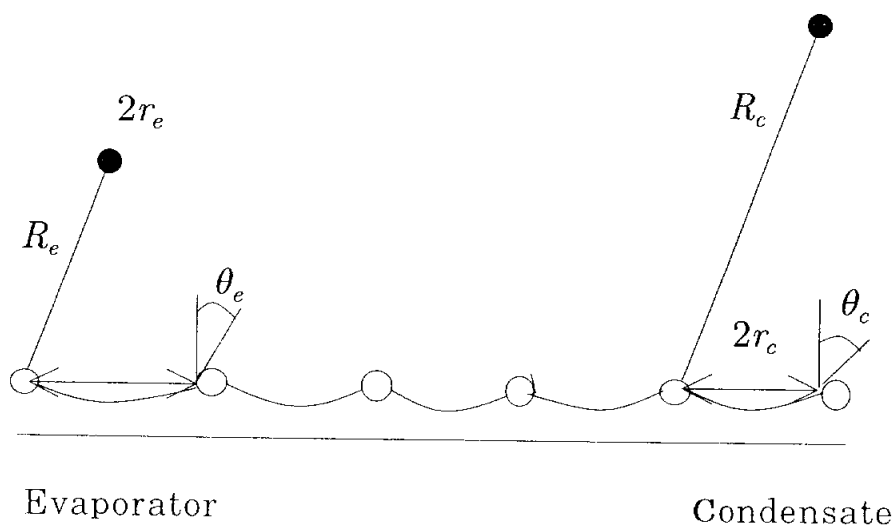


Fig. 5 Wick and pore parameters in evaporator and condenser

(g) 마찰력에 의한 압력차

i) 층류흐름에서 Hagen-Poiseuille 방정식

정상흐름의 층류유동에서 비압축성유체의 점성상수는  $\mu$ , 그리고 튜브의 원형부분의 반지름은  $a$ 이면 Hagen-Poiseuille 방정식은 아래와 같이 서술된다. 방정식은 흐름의 속도  $v_r$ , 반지름  $r$ , 그리고 길이당  $l$  압력차  $P_2 - P_1$ 에 연관되어 있다.

$$v_r = \frac{a^2}{4\mu} \left[ 1 - \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right] \frac{P_2 - P_1}{l} \quad (2.3.18)$$

포물선에서 속도변수의 최대값은

$$v_m = \frac{a^2}{4\mu} \frac{P_2 - P_1}{l} \quad (2.3.19)$$

0의 값을 갖는 튜브의 축에서 평균속도는 다음과 같이 주어진다.

$$v = \frac{a^2}{4\mu} \frac{P_2 - P_1}{l} \quad (2.3.20)$$

이며 이 식을 다시 정리하면 아래와 같다.

$$\frac{P_2 - P_1}{l} = \frac{8\mu v}{a^2} \quad (2.3.21)$$

한 차원의 취급에서 평균속도  $v$ 로 정의한다면, 시간당 유체의 검사 체적은 다음 아래와 같다.

$$S = \pi a^2 v = \frac{\pi a^4}{8\mu} \frac{P_2 - P_1}{l} \quad (2.3.22)$$

그리고  $\rho$ 과 유체밀도이며  $\dot{m}$ 이 유량이면 다음의 식과 같다.

$$m = \rho S = \rho \frac{\pi a^4}{8\mu} \frac{P_2 - P_1}{l} \quad (2.3.23)$$

ii) Axial Reynolds Number,  $Re$

유체의 속도가 증가하면 유체는 층류에서 난류로 변화하며 이때  $Re$ 는 다음과 같다.

$$Re = \frac{\rho v d}{\mu}$$

이에서 파이프의 지름  $d = 2a$ 이다.

그리고  $Re$ 는 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$Re = \frac{\rho v^2}{\mu \frac{v}{d}}$$

이는 유체의 점성에 의한 동작에서 관성의 비율에 대한 측정을 보여준다.  $Re > 2100$ 인 지점에서 유체의 흐름은 층류에서 난류로 변화하며 그리고 속도의 속성은 포물선의 형태의 변화를 아래 그림과 같은 변화를 가지고 온다. 운동에 의한 수두와 유체의 에너지를 파이프의 길이  $l$ 당 점성마찰력의 손실에너지와 비교하는 것은 고유적이다.

운동에너지를  $\Delta P_{KE} = \frac{\rho v^2}{2}$  그리고 점성은  $\Delta P_F$ 로 정의한다면 아래의 식이 주어진다.

$$\begin{aligned}\Delta P_F &= \frac{8\mu vl}{a^2} \\ \frac{\Delta P_{KE}}{\Delta P_F} &= \frac{\rho va^2}{16\mu l} \\ &= \frac{Re \cdot a}{32l}\end{aligned}$$

다시 말하여 가정에서 유체의 흐름이 층류이면, 운동에너지  $\Delta P_{KE}$ 는 길이  $l = \frac{Re \cdot a}{32}$  당 점성에 의한 에너지  $\Delta P_F$ 와 동일하다.

iii) 난류흐름에서 Fanning 방정식(12)

난류흐름에서 압력강화는 일반적으로 Fanning 방정식의 평균속도와 관련되어 있다.

$$\frac{P_2 - P_1}{l} = \frac{4}{d} f \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (2.3.24)$$

$f$ 는 Fanning 요소이다.

$f$ 는 *Reynold's number*와 관련되며 이는 난류지역에서 *Blasius* 방정식(12)에 의해서 아래와 같이 주어진다.

$$f = \frac{0.0791}{Re^{\frac{1}{4}}}, \quad 2100 < Re < 10^5 \quad (2.3.25)$$

우리는  $Re < 2100$ ,  $f = \frac{16}{Re}$  한다면 *Fanning* 방정식(12)은 아래와 같은 품으로 *Hagen - Poiseuille* 방정식(13)의 품으로 감소됨을 알 수가 있다.

iv) *Navier - Stokes* 방정식(12)

단순한 한 차원의 취급에서 일반적으로 적당한 액상의 환경은 묘사되어진다. 그러면 증발부에서 응축부까지의 반지름 속도요소에 의한 증기상의 더욱 복잡한 상은 고려되어 져야 한다. 그리고 어떤 임의의 동작이 이루어질 때 속도속서의 대략치는 증발부와 단열부지역에서 구해진다. 그러나 이것은 응축부에서 매우 상당한 만큼 벗어나 이탈한다. 완벽한 수치해석의 수행에서 전체적인 운동방정식을 푸는 것은 매우 필요로 한다. 이것은 작은 검사표면에서 다음의 단어식으로 표현된다.

Mass of element  $\times$  acceleration = Sum of forces acting on the element = Pressure force + viscous force + gravitational force + other body force

이 방정식은 *Navier — Stokes* 방정식으로 알려져 있다.

*Navier — Stokes* 방정식은 연속방정식과 관련되어 풀어진다. 만약 유체의 유동이 비압축성이면 방정식에서의 상은 또한 요구되어진다. 연속방정식은 아래와 같이 표현되어진다.

Rate of mass entering the element = Rate of mass leaving the element = Rate of mass accumulation

방정식의 형태는 유체압력의 밀도와 관련되어 있다. 우리는 증기를 완전가스로 취급할 경우 아래 식과 같다.

$$\rho = \frac{P}{RT} \quad (2.3.26)$$

$P$  : 압력

$R$  : 재질의 가스상수 =  $\frac{R_o}{M}$

$T$  : 절대온도

## 2.4 액상의 압력차

액상의 흐름은 대부분 난류이다. 액상의 흐름은 일반적으로 직선적이 아니고 원형단면을 가로지르지도 않으며 그리고 이러한 차이를 고려하는 *Hagen — Poiseuille* 방정식과도 종종 연결되어 있지 않다. 증발부와 응축부에서 유체의 유효흐름에서 변하며 이 유체의 유효흐름은 기하학적 길이를 사용하여 구한다. 만약 당위 길이당 물질량이 고정적인 상수량이면 전체 유량은 증가하거나 또한 감소하는 변화를 일으키며 이는 수학적 인 값을 가진다. 우리는 그러므로 증발부의 길이  $l_e$ , 응축부의 길이  $l_c$ 는  $\frac{l_e}{2}, \frac{l_c}{2}$ 에 의해 대체될 수가 있다. 그리고 유체흐름의 유효길이는 다음과 같이 서술된다.

$$l_{eff} = l_a + \frac{l_e + l_c}{2} \quad (2.4.1)$$

(a) 균질의 위크구조에서 액상의 압력차  $\Delta P_l$

만약  $\epsilon$ 이 위크의 마찰공간이면 유체의 전체흐름에서 단면부를 절단하여 본 면에서 마찰은 아래와 같다.

$$\pi(r_w^2 - r_v^2)\epsilon \quad (2.4.2)$$

만약  $r_c$ 가 *Hagen — poiseuille* 방정식에 의해서 주어진 유효천공반지름이면 아래와 같은 식이 주어 진다.

$$\dot{m} = \frac{\pi(r_w^2 - r_v^2)\epsilon r_c^2 \rho_l}{8\mu_l} \frac{\Delta P_l}{l_{eff}} \quad (2.4.3)$$

그리고 여기에서 열흐름량

$$Q = \dot{m}L \quad (2.4.4)$$

$L$ 은 증발잠열 엔탈피이며 증발식은 아래와 같이 정리된다.

$$\Delta P_l = \frac{8\mu_l Q l_{eff}}{\pi(r_w^2 - r_v^2)\epsilon r_c^2 \rho_l L} \quad (2.4.5)$$

고로 이는 다음 아래와 같이 다시 쓰여진다.

$$\Delta P_l = \frac{b\mu_l Q l_{eff}}{\pi(r_w^2 - r_v^2)\epsilon r_c^2 \rho_l L} \quad (2.4.6)$$

여기서  $b$ 는 차원상수이며 10에서 20 사이의 값을 갖는다. 이러한 관계식의 이론적인 식은 취급에서 3가지 상수  $b, \epsilon$  그리고  $r_c$  가진다. 그리고 더욱더 유효한 위크구조의 이러한 형태에서  $\Delta P_l$ 의 계산식을 다시 가지며 이를 *Darcy's Law*의 식이라 하며 이는 아래와 같다.

$$\Delta P_l = \frac{\mu_l l_{eff} \dot{m}}{\rho_l K A} \quad (2.4.7)$$

$K$  : 위크 허용도

$A$  : 위크의 단면면적

## 2.5 증기상의 압력의 차이

증기의 상에 전체 압력의 차이는 증발부의 압력강화  $\Delta P_{ve}$ , 단열부의 압력강화  $\Delta P_{va}$ , 그리고 응축부의 압력강화  $\Delta P_{vc}$ 로 볼 수가 있다.

증기압력강화의 계산문제는 증발부와 응축부의 유체의 축흐름 방향으로의 증발과 응축에 기인한다. 축 Reynolds Number를 아래와 같이 정의하는 것은 편리하며 그리고 이것은 위크의 반지름  $r = r_v$ 일 때 축의 속도성분  $v$ 에 기인한다. 관습상 증기상의 반지름  $r_v$ 는 관례적으로 Reynolds Number를 정의 할 때는 증기상의 지름보다 더 많이 쓰인다.  $R_r$ 은 증기부에서는 양이고 응축부에서는 음이다. 대개의 히트파이프에서  $R_r$ 은 0.1에서 100까지의 범위를 갖는다.  $R_r$ 은 작동유체의 축방향의 주입 및 제거, 단위시간당  $\frac{dm}{dz}$ 에 따른다. 즉  $R_r$  아래와 같이 나타내어 질 수가 있다.

$$R_r = \frac{R_e}{4} \frac{r_v}{z} \quad (2.5.1)$$

$z$ 의 거리가 증발부에서 응축부까지의 거리일 때는 그리고 유체의 흐름이 층류일 때는 압력강화는 길이  $l$ 당 점성력에 따르며 그 식은 아래와 같다.

$$l = \frac{R_e a}{32} = \frac{R_e r_v}{32} \quad (2.5.2)$$

이며 아래와 같이 만약 대체되어 쓰여지면

$$R_e = \frac{4R_r l}{r_v} \quad (2.5.3)$$

증발부와 응축부에서 우리는 조건이 아래와 같이 감축되어 지는 것을 알 수가 있다.

$$R_r = 8$$

## 2.6 비압축성 유체에서 증기상 압력강하 이론

비압축성유체의 가정에서 전체적으로 무엇보다도 다루어야 할 가정은 속도의 가정과 압력의 복구에 대한 가정이다. 그리고 이것은 넓게 정의되어 져야한다. 많은 연수자가 이에 관하여 발표하였다. 가장 처음으로 히트파이프의 이론에 대한 취급은 Cotter에 의해서이다. Cotter는 증류의 비압축성유체의 원통덕트에 천공벽에 의한 정해진 흡입과 압축에서 결과는 Yuan and Finklestien에 의해서 얻어졌다고 말했다.

$$\frac{dP_v}{dz} = \frac{8\mu_v \dot{m}}{\pi \rho_v r_v^4} \left[ 1 + \frac{3}{4} R_r - \frac{11}{270} R_r^2 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \right] \quad (2.6.1)$$

이는 그리고 아래와 같이 대체되어 진다.

$$\Delta P_{ve} = - \frac{4\mu_v l_e Q}{\pi \rho_v r_v^2 L} \quad (2.6.2)$$

단,  $R_{re} \gg 1$ 이면, 천공된 병렬의 평판벽에 유체의 주입과 분출에서 압력구배는 계산되어 진다.

$$\Delta P_{ve} = \frac{\dot{m}}{8\rho_v r_v^4} \quad (2.6.3)$$

이 식을 다시 정리하면

$$\Delta P_{ve} = - \frac{(\rho_v \pi r_v^2 v)^2}{8\rho_v r_v^4} = - \frac{\pi^2}{8} \rho_v v^2 \quad (2.6.4)$$

$$\Delta P_{ve} = -\rho_v v^2 \quad (2.6.5)$$

응축부에서 *Cotter*는 다른 속도의 속성을 사용하여 압력강하의 값을 계산하였다.

$$\Delta P_{vc} = + \frac{4}{\pi^2} \frac{\dot{m}^2}{8\rho_v r_v^4} \quad (2.6.6)$$

단열부에서 *Cotter*는 전체 유체흐름에서 압력강하를 다음과 같이 봤다.

$$\Delta P_v = - \frac{8\mu_v \dot{m} l}{\pi \rho_v r_v^4} \quad (2.6.7)$$

그리고 *Cotter*의 전체 표현식은 아래와 같다.

$$\Delta P_v = - \left(1 - \frac{4}{\pi^2}\right) \frac{\dot{m}}{8\rho_v r_v^4} - \frac{8\mu_v \dot{m} l_a}{\pi \rho_v r_v^4} \quad (2.6.8)$$

*Busse*는 또한 일차원의 경우에 *Hagen - Poiseuille* 속도속성(13)과 그리고 이의 이용한 길이가 긴 히트파이프에 대한 *Navier - Stokes* 방정식(12)의 해를 얻을 수가 있었다.

*Busse*의 결과식은 아래와 같다.

$$\Delta P_{ve} = - \frac{8\mu_v \dot{m}}{\pi \rho_v r_v^4} \frac{l_e}{2} \left[1 + R_{re} \left(\frac{7}{9} - \frac{8A}{27} + \frac{23A^2}{405}\right)\right] \quad (2.6.9)$$

$$\Delta P_{vc} = - \frac{8\mu_v \dot{m}}{\pi \rho_v r_v^4} \frac{l_c}{2} \left[1 - R_{rc} \left(\frac{7}{9} - \frac{8a}{27} + \frac{23a^2}{405}\right)\right] \quad (2.6.10)$$

$$\Delta P_{vc} = - \frac{8\mu_v \dot{m} l_a}{\pi \rho_v r_v^4} \left[1 + \frac{R_e r_v}{8l_a} \left(\frac{8}{27} (A - a) - \frac{23}{405} (A - a)^2\right)\right] \quad (2.6.11)$$

우리는 층류흐름에서 점성력은 압력구배의 상승에 기인한다는 것을 인식 할 수가 있다.

관성력의 효과는 여전히 남아 우리는  $\Delta P_{ve}$ 의 식을 아래와 같이 고려 할 수가 있다.

i.e.

$$-\frac{8\mu_v \dot{m}}{\pi \rho_v r_v^4} \frac{l_e}{2} \frac{2}{2\pi\mu_v} \frac{\dot{m}}{l_e} \left[ \frac{7}{9} - \frac{8A}{27} + \frac{23A^2}{405} \right] \quad (2.6.12)$$

이에서 요소

$$\frac{7}{9} - \frac{8A}{27} + \frac{23A^2}{405} \quad (2.6.13)$$

는  $R_r = 0$ 의 지점에서 0.78에서  $R_r = \infty$ 의 지점에서 0.61의 범위를 가지면 이 표현식은 그리 다르지 않은 동일한 식으로 다시 쓰일 수가 있으며, 그리고 전체의 증기압력식은 아래와 같이 쓰여진다.

$$\begin{aligned} \Delta P_v &= \Delta P_{ve} + \Delta P_{vc} + \Delta P_{va} \\ &= -\frac{8\mu_v \dot{m}}{\rho_v r_v^4} \left[ l_a + \frac{l_e + l_c}{2} \right] \end{aligned} \quad (2.6.14)$$

## 2.7 비등지점의 온도해석

반지름  $R$ 을 갖는 곡률표면으로 압력강하 식은 아래와 같다.

$$\Delta P = \frac{2\sigma_l}{R} \quad (2.7.1)$$

거품 형태의 Nucleation의 중심은 제한된 처음 셋팅 반지름을 갖는다. 게다가 액상은 반드시 압력차  $\Delta P$ 를 제공하기 위해서는 과열되어야 한다. 과열되는 열량은  $\Delta T_s$ 를 요구하며  $\Delta P$ 는 *Clausius - Clapeyron* (14) 방정식과 연관되어 있으며 이 방정식은 아래와 같다.

$$\frac{dP}{dT} = \frac{L}{T(V_v - V_l)} \quad (2.7.2)$$

여기서  $V_v$ 는 증기의 단위체적이며,  $V_l$ 은 액체의 단위체적이다.

일반적으로  $V_v \ll V_l$ 이다.

그런고로

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dT} &= \frac{L}{TV_v} \\ \therefore \Delta T &= \frac{2\sigma_l TV_v}{Lr} = \frac{2\sigma_l T}{\rho_v Lr} \end{aligned} \quad (2.7.3)$$

다시 위 식은 아래와 같이 쓰여진다.

$$\begin{aligned}
\triangle T &= \frac{12.8\sigma_l T_s}{J\rho_v L\delta} \\
&= \frac{3.06\sigma_l T_s}{\rho_v L\delta}
\end{aligned} \tag{2.7.4}$$

여기서,  $\delta = 2.5 \times 10^{-3} cm$  이다.

### 3. 히트파이프의 수치해석

#### 3.1 지배방정식 및 수치해석 순서

##### 1) 지배방정식

Navier-Stokes 방정식.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v_y) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) = 0 \quad (3.1.1)$$

Euler 방정식

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho \phi_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho \phi_y) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho \phi_z) = 0 \quad (3.1.2)$$

Hagen-Poiseuille 방정식

$$u = \frac{1}{4u} \left[ -\frac{d}{dx} (p + \rho g z) \right] (R^2 - r^2) \quad (3.1.3)$$

##### 2) 유한차분법에 의한 편미분방정식의 해

타원형 편미분방정식의 대표적인 예로 2차원 정상열전도 비점성유체 가정. 그러면 전형적편미분방정식의 해로 아래와 같은 수식유형으로 규정 할 수있다.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (3.1.4)$$

3.1.4식에 아래식을 대입하여 차분한다.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Big|_{i,j,k} = \frac{1}{h_x^2} (u_{i+1,j,k} - 2u_{i,j,k} + u_{i-1,j,k}) + O(h_x^2) \quad (3.1.5)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Big|_{i,j,k} = \frac{1}{h_y^2} (u_{i+1,j,k} - 2u_{i,j,k} + u_{i-1,j,k}) + O(h_y^2) \quad (3.1.6)$$

그러면 3.1.4식은 아래와 같이 변형된다.

$$\frac{1}{h_x^2} (u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}) + \frac{1}{h_y^2} (u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}) = 0 \quad (3.1.7)$$

$$\Rightarrow 2\left(\frac{1}{h_x^2} + \frac{1}{h_y^2}\right)u_{i,j} - \frac{1}{h_x^2} (u_{i+1,j} + u_{i-1,j}) - \frac{1}{h_y^2} (u_{i,j+1} + u_{i,j-1}) = 0$$

$$\therefore u_{i,j} = \frac{\frac{1}{h_x^2} (u_{i+1,j} + u_{i-1,j}) + \frac{1}{h_y^2} (u_{i,j+1} + u_{i,j-1})}{2(h_x^2 + h_y^2)} \quad (3.1.8)$$

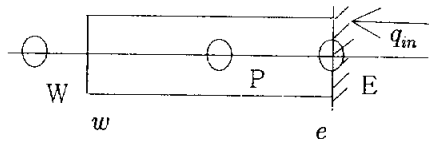
만약  $h_x = h_y$  라면 3.1.8식은 다음과 같다.

$$4u_{i,j} - (u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1}) = 0$$

$$\therefore u_{i,j} = \frac{(u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1})}{4} \quad (3.1.9)$$

3.1.8, 3.1.9식을 소거법(elimination method)으로 풀으면 오차가 많이 생기므로 반복법(iteration method)으로 푼다.

### 3)경계조건



경계조건은 증발부의 작동유체가 비등에 필요한 열에너지의 입력에 의

하여 비등에 필요한 열에너지의 입력이 들어오는 형태이다.

$$\int \nabla \cdot (-I \nabla \phi) dV = \int s dV \quad (3.1.10)$$

$$\rightarrow \sum_i [a_i(\phi_p - \phi_i) - s_i] = S_C - S_P \phi_P \quad (3.1.11)$$

우선 위의 열경계 도해에서  $i = E$ ,  $W$ 에서  $i = E$ 지점인 경우에는 그대로  $-q_{in}$  을 쓰서 정리하면 아래식과 같이 된다.

$$(a_w + S_P)\phi_P = a_w\phi_w + S_C + s_w + q_{in} \quad (3.1.12)$$

### 3) 수치해석순서

편미분방정식의 수치해법은 상미분방정식과 비슷하며 그 순서는 다음과 같다.

- a) 미지함수  $u(x, y)$ 가 정의된 영역을 분할한다.
- b) 편미분방정식에서 차분식, 초기 및 경계조건을 적용하여 연립대수방정식으로 변환한다.
- c) a), b)에서 구한 대수방정식을 푼다.

### 3.2 히트파이프의 물성식 계산

100℃ 2 Layers의 250 mesh 워크구조 수평기울기 30° 유효길이 30cm의 천공지름 1cm의 재질을 갖는다. 히트파이프에서 최대열전달은 주어진 증기온도가 얻어질 수 있을 때에는 아래와 같다.

$$Q_{\max} = \dot{m}_{\max} L$$

주어진 표준압력균형방정식은 아래와 같다.

$$\Delta P_c = \Delta P_v + \Delta P_l + \Delta P_g$$

우리는 주어진 대략치의 계산의 목적에서 증기에 의한 압력강하  $\Delta P_v$  는 무시하면 위 식은 아래와 같이 대체된다.

$$\frac{2\sigma_l \cos\theta}{r_c} = \frac{\mu_l}{\rho_l L} \times \frac{Q l_{eff}}{A_w K} + \rho_l g \sin\phi$$

$$\dot{m} = \frac{\rho_l K A_w}{\mu_l l_{eff}} \left( \frac{2\sigma_l}{r_c} \cos\theta - \rho_l g l_{eff} \sin\phi \right)$$

$$\sigma_l = \frac{r_c}{2} \left( \left( \frac{\mu_l}{\rho_l} \right) \cdot \frac{\dot{m} l_{eff}}{A_w K} + \rho_l g l_{eff} \sin\phi \right)$$

$$\Delta T = \frac{3.06 \sigma_l T_s}{\rho_v L \delta} \quad \text{in S.I units}$$

$$A_w = 0.018 \times \pi \times 1$$

$$= 0.057 \text{ cm}^2$$

$$L = 2.258 \times 10^6 J/kg$$

$$\rho_l = 958 \, kg/m^3$$

$$\mu_l = 0.283 \, mNs/m^2$$

$$\sigma_l = 58.85 \, mN/m$$

$$K = 0.302 \times 10^{-10} m^2$$

$$T_s = 100^\circ C$$

$$\theta = 0^\circ$$

$$\phi = 30^\circ$$

$$\delta = 2.5 \times 10^{-3} cm$$

### 3.3 계산에 의한 프로그래밍

```
%% title matlab program about heat-pipe property simulation

function y=heat(x)

%
format long e

x=0.001:0.001:0.3;

m1=((958.*0.302e-10.*0.057e-4)./(0.283.*x));
m2=((2.*58.85e-3)./(0.2e-4)-958.*9.80665.*x.*0.5);
m=m1.*m2;
q=2.258e+06*m;
p=(0.283/958)*((m.*x)./(0.302e-10*0.057e-4))+958*9.806
65.*x.*0.5;
g=(0.00002/2).*(((0.283/958).*(m.*x))./(0.302e-10*0.057e-
4)+958.*9.80665.*x*0.5);
dt=((3.06.*g.*373)./(0.6*2.258e+6.*2.5e-5));
t=100+dt;
%% 히트파이프.mat의 결과값과 정밀도에서 차이가 있음


$$\frac{|P_{i-1}-P_i|}{|P_{i-1}|} \leq \text{Er 오차 범위를 갖는다.}$$


>>
```

$$Er=(1.963056108243743e-002-1.971688652905373e-002)/1.963056108243743e-002$$

Er =

$$-0.00439750276387$$

그러므로 위 수치해석은 0.439750276387%의 정밀도의 신뢰성을 갖는다.

## 4. 결과 및 고찰

### 4.1 유효길이에 대한 압력강하

우리는 Fig.6는 유효길이에 대한 압력강하를 나타내고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 유효흐름에 의한 압력의 차이는 증발부에서 단열부로 갈수록 낮아지고 있는 것을 알 수가 있다. Fig. 6에서는 증발의 인장력에 의한 압력이 전체의 중력 및 액상, 증기상의 압력차보다 크거나 적어도 균형을 이루어야만 적어도 증발, 응축의 순환을 통한 열에너지의 전달이 작동유체에 의하여 이루어진다는 것을 알 수 있다.

또한 증발부에서 증기에 열원을 가하였을 때는 적어도 아음속 이상의 속도를 동반한 증기의 발열 및 상변화를 수반하는 유체의 흐름과 또한 이 압력식을 만족시켜야만 작동유체의 순환을 통한 열에너지 전달이 가능하다는 것을 알 수 있다.

### 4.2 유효길이에 대한 에너지 전달율의 변화

우리는 Fig. 7은 유효길이에 대한 에너지전달율의 변화를 나타내고 있다. Fig.7에서 보는 바와 같이 컴퓨터를 이용한 히트파이프의 열 해석을 통하여 증발부에서 흡수한 열에너지는 급속히 냉각 응축되어 단열부에서는 거의 변화가 없고 응축부에서는 증발부에서 흡수하는

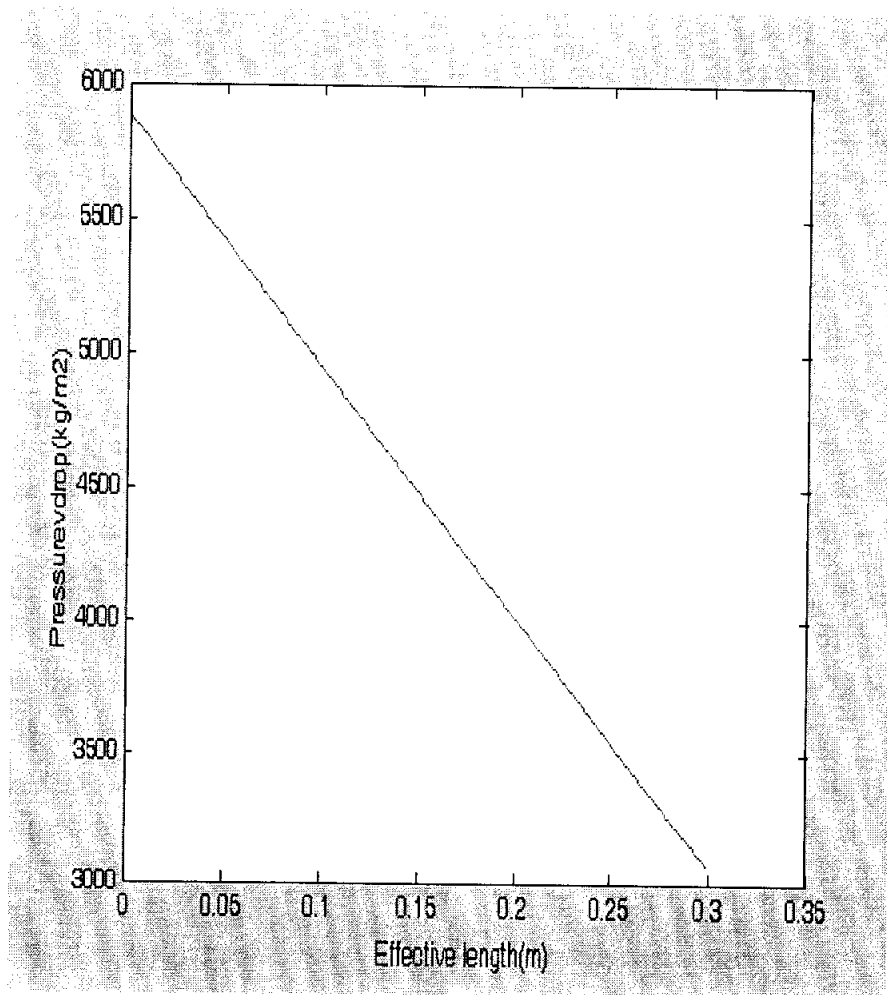


Fig. 6 Pressure drop vs. effective length

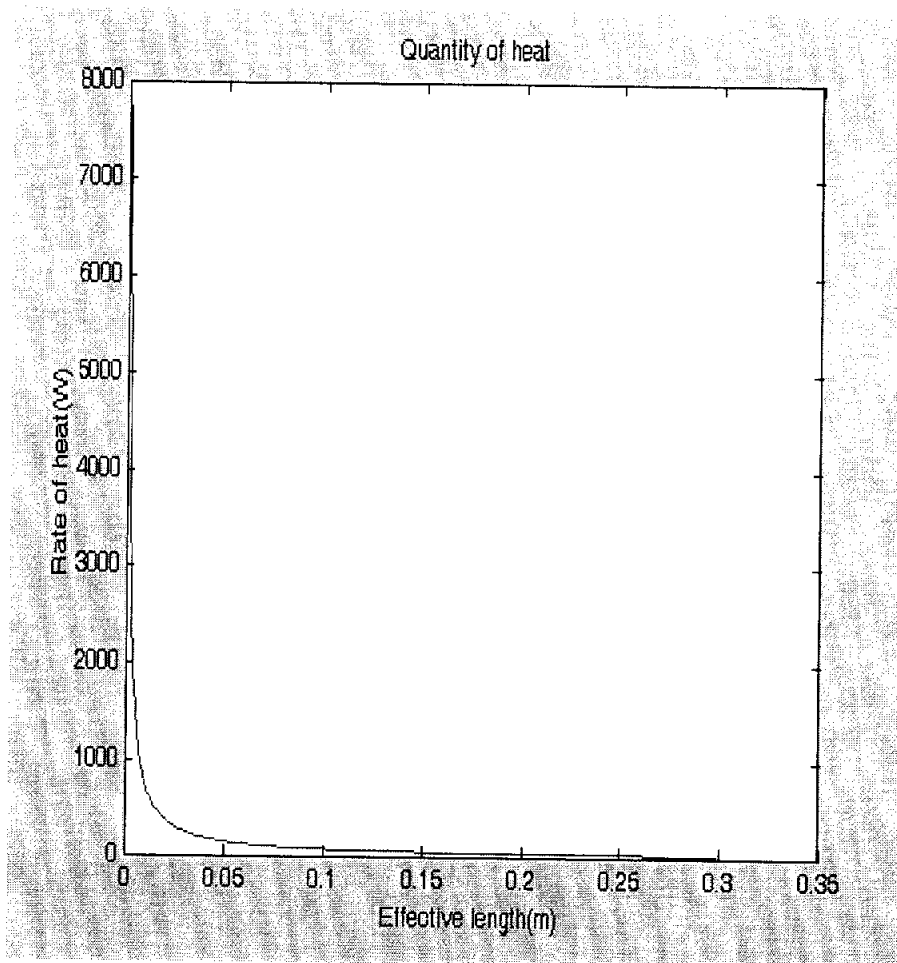


Fig. 7 Rate of heat vs. effective length

열량만큼 외부로 방출하는 것을 알 수 있다. 이는 히트파이프의 성능이 매우 높은 것을 알 수 있으며, 열에너지를 효율적으로 전달하는 히트파이프의 성능에 대한 그 특성을 수치적인 해석치로 파악할 수 있음을 알 수 있다.

여기서 또한 작동유체의 잠열에 의해서 열에너지를 전달하는 것을 알 수 있으며 열에너지의 전달은 상변화를 동반하는 증발과 응축 즉, 열의 잠열에 의한 에너지전달 이 거의 전체 열에너지전달의 대부분을 차지하는 것을 알 수 있다.

#### 4.4 유효길이에 대한 온도의 변화

온도변화는  $1-2^{\circ}\text{C}$  사이에서 변화하며 이는 과열증기에 의한 에너지 변화 및 열에너지전달보다는 작동유체의 상변화를 통하여 즉, 증발과 응축과정의 반복에서 에너지는 전달되며 증발잠열을 통한 열에너지 전달이 지대한 영향을 미친다는 것을 알 수가 있다. Fig.8에서 나타나는 것과 같이 유효흐름에 따른 온도의 차이는 히트파이프에서는 거의 일어나지 않는다.

#### 4.5 유효길이에 관한 질량유량의 변화

Fig.9에서 보는바와 같이 증발이 활발한 증발부에서는 유체흐름이 활발하나 증발부에서 응축부로 갈수록 유체의 흐름량이 줄어드는 것을 알 수 있다. 이는 증발부에서는 비등에 의한 활발한 증기의 아음속 이상의 속도를 수반하는 유량의 흐름을 알 수가 있으나 응축부에서는 응축 및 위크로의 응축된 작동유체의 흡수로 거의 유량의 흐름량은 0에 가까워지는 것을 알 수가 있다.

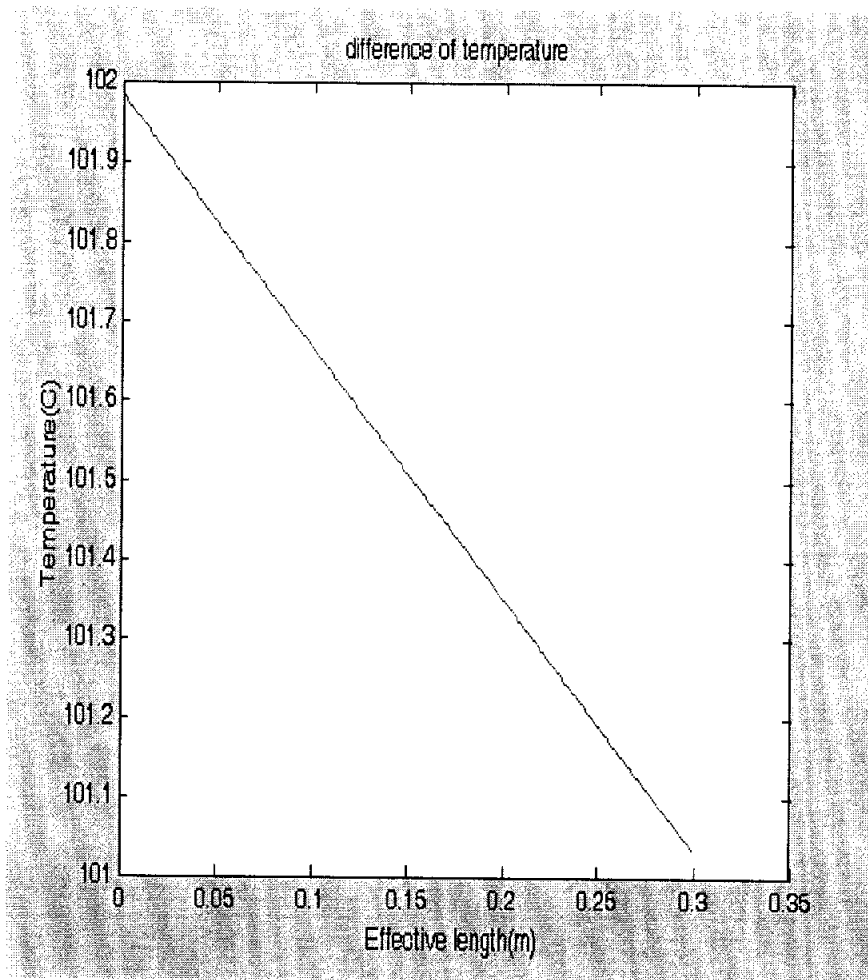


Fig.8 Tempature dropifference vs. effective length

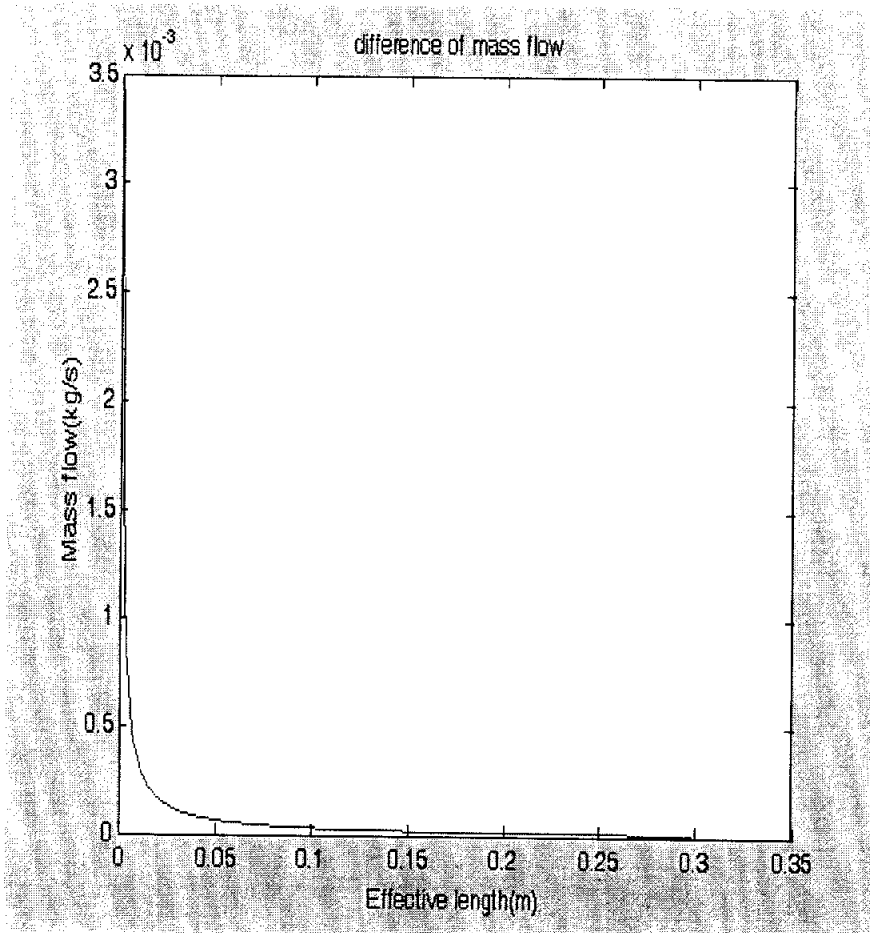


Fig9. Mass flow vs. effective length

## 5. 결 론

- 1) 유효흐름길이에 대한 압력의 변화에 의하여 작동유체의 순환이 일어나며 이에 의해 증발 및 응축 열전달이 일어나는 것을 알 수 있었다.
- 2) 작동유체의 열전달효율은 거의 모든 증발부에서 흡수한 열량을 응축부에서 방열하는 열전도를 알 수 있었으며 이는 전기열전도체의 냉각용으로 사용에서 고효율의 특성을 나타낼 수 있다는 것을 알 수 있다.
- 3) 증발부와 응축부의 온도차이는 거의 없는 것을 알 수 있어서 온도차에 의한 열에너지전달은 거의 일어나지 않는다.
- 4) 증발부에서 응축부로 갈 수록 유체의 흐름량이 줄어드는 것을 알 수 있다.

## 참고 문헌

1. Gaugler, R.S., US Patent Application. Dec. 21, 1942. Published US Patent No. 2350348, pp. 150~240, 6 June 1944.
2. Grover, G.M., US Patent 3229759. Field pp. 45~100, 1963.
3. Grover, G.M., Cotter, T.P., and Erickson, G.F., "Structures of very high thermal conductance." J. App. Phys. Vol. 35, pp. 12~14, 1990.
4. Cotter, T.P., "Theory of heat pipes." Los Alamos Sci. Lab. Report No. LA-3246-MS, pp. 150~244, 1965.
5. Chisholm, D., "The heat pipe." M & B Technical Library, TL/ME/2. Pub. Mills and Boon Ltd., London, pp. 24~67, 1971.
6. Mckechnie, J., "The heat Pipe: a list of pertinent references." National Engineering Laboratory, East Kilbride. Applied Heat ST. BIB. 2~72, pp. 45~89, 1972.
7. Stephan, P. and Brandt, C., "Advance Capillary Structure of High Performance Heat Pipes", Darmstadt University of Technology, pp. 34~37, 2002.
8. Sugumar, D., "Heat Transport Limitation of Triangular Micro Heat Pipe", National Technical University College of Malysis, pp. 7~15, 2003.
9. Murthy, J.Y. "Transient Analysis of Flat Heat Pipes", Purdue University, pp. 39~46, 2003.
10. Yi, J. and Pablo, D. Q., "Numerical Simulation of a Heat Pipe Embedded Cooling System for a Notebook PC ", University of

- Pureto Rico at Mayaguez, pp. 1~77, 2003.
11. Shaw, D.J., "introduction to collid and surface chemistry.", Pub. Butterworth, 2nd, pp. 45~67, 1970.
  12. Abhat, A. and Seban, R.A., "Boiling and evaporation from heat pipe wicks with water and acetone", Pub. J. of Heat Transfer, pp. 56~67, 1974.
  13. Frank, M.W., "Fluid Mechnics", Pub. McGraw-Hill, pp. 300~310, 1990.
  14. Eckert, E.R., and Drake, R.M., "Heat and mass transfer." Pub. McGraw-Hill, pp. 14~45, 1959.
  15. Reay, D.A., "Advances in Heat Pipe Technology, Proc. IV" Int. Heat Pipe Conference, Pergamon Press, Oxford., pp. 140~154, 1981.
  16. 임종수, "Matlab's Power", 도서출판 아진, pp. 47~170. 2002. 7. 28.
  17. 류한성, 조철효, 윤석영, 정금호, "Auto CAD R14", 광문각, pp. 320~357, 1998.
  18. Dunn, P.D., and Reay, D.A.. "HEAT PIPES", Pergamon, Fourth Edition, pp. 13~75, 1993.
  19. Peterson, G.P., "An Introduction to HEAT PIPES", A Wiley-Interscience Publication, pp. 40~95, 1996.
  20. Ivanovskii, M.N., and Sorokin, V.P., "The physical principles of heat pipes", OXFORD SCIENCE PUBLICATION, pp. 115~150, 1990.
  21. John C. Tannehill, Dale A.Anderson, Richard H. Pletcher, "Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer", Talyer & Francis Pub, pp. 370~650,

2000.

22. Holman, J.P., "Heat Transfer", McGraw-Hill, pp. 1~101, 1993.
23. Chem, J., "The Surface Tension of the Alkali Metals", pp. 2173~2179, 1967.
24. 용호택, "Matlab을 이용한 수치해석 ", 두양사, pp. 326~355, 2002.
25. 명현국, "CFD 입문 ", 문운당, pp. 356~369, 2002.

## 부 록

### 반복법

#### 1) Jacobi 반복법

연립방정식의 계수행렬 A는 대각행렬(D), 상삼각행렬(U) 및 하삼각행(L)의 합이라는 점에서 착안하면 연구한 방법이다.

$$A = U + D + L \quad (1)$$

$$\therefore (U + D + L)x = b \quad (2)$$

Jacobi는 위 식을 다음과 같이 표시했다.

$$Dx^{(p)} + (L + U)x^{(p-1)} = b \quad (3)$$

(단,  $p=1, 2, 3, \dots, n$ )

(3)식을 전개하면

$$\begin{aligned} a_{11}x_1^{(p)} + a_{12}x_2^{(p-1)} + a_{13}x_3^{(p-1)} + \dots + a_{1n}x_n^{(p-1)} &= b_1 \\ a_{21}x_1^{(p-1)} + a_{22}x_2^{(p)} + a_{23}x_3^{(p-1)} + \dots + a_{2n}x_n^{(p-1)} &= b_2 \\ a_{31}x_1^{(p-1)} + a_{32}x_2^{(p-1)} + a_{33}x_3^{(p)} + \dots + a_{3n}x_n^{(p-1)} &= b_3 \\ \dots \quad \dots \quad \dots & \end{aligned}$$

$$a_{n1}x_1^{(p-1)} + a_{n2}x_2^{(p-1)} + a_{n3}x_3^{(p-1)} + \dots + a_{nn}x_n^{(p)} = b_n$$

위 식에서 p를 반복계산지수(iteration index)라하며

$x_1^{(p)}, x_2^{(p)}, \dots, x_n^{(p)}$ 를 현단계의 미지수이고, 이것은 전 단계의 미지수  $(x_1^{(p-1)}, x_2^{(p-1)}, \dots, x_n^{(p-1)})$ 으로 부터 구한다.

즉 p-1단계에서 구한  $x_i^{(p-1)}$ 를 이용하며 p단계의 미지수( $x_i^{(p)}$ )를 구한다.

$$x_i^{(p)} = \frac{1}{a_{ii}} \left\{ b_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j^{(p-1)} \right\}, \quad (\text{단 } i=1, 2, 3, \dots, n \text{이고}$$

$$a_{ij} \neq 0, i \neq j) \quad (4)$$

반복계산을 할 때에 수렴한계치(prescribed tolerance) 다음과 같이 정의한다.

$$\left( \begin{array}{l} |x^{(p)} - x^{(p-1)}| \leq \epsilon \\ \frac{|x^{(p)} - x^{(p-1)}|}{|x^{(p)}|} \leq \epsilon \end{array} \right) \quad (5)$$

여기서 수렴한계치  $\epsilon$ 는 아주 작은 수(예로서  $10^{-3}$  또는  $10^{-6}$ )이다.

## 2) Gauss-Seidel 반복법

Jacobi 반복법에서 정의한 식을 다음과 같이 수정하여 정의한 것이 Gauss-Seidel 반복법이다.

$$(D + L)x^{(p)} + Ux^{(p-1)} = b \quad (6)$$

Gauss-Seidel 반복법은 Jacobi 반복법의 개량형으로써 앞에서 구한 값  $x_1^{(p)}$  및  $x_2^{(p)}$ 를 이용하는 방법이다. 즉 위 식에서  $Lx^{(p)}$ 는 앞에서 구한 것을 현재에 계산하는 곳에 이용하여 미지의  $Dx^{(p)}$ 를 구한다는 뜻이다.

(6)식을 행렬로 표시하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} a_{11}x_1^{(p)} + a_{12}x_2^{(p-1)} + a_{13}x_3^{(p-1)} + \dots + a_{1n}x_n^{(p-1)} &= b_1 \\ a_{21}x_1^{(p)} + a_{22}x_2^{(p)} + a_{23}x_3^{(p-1)} + \dots + a_{2n}x_n^{(p-1)} &= b_2 \\ a_{31}x_1^{(p)} + a_{32}x_2^{(p)} + a_{33}x_3^{(p)} + \dots + a_{3n}x_n^{(p-1)} &= b_3 \\ \dots \quad \dots \quad \dots & \\ a_{n1}x_1^{(p)} + a_{n2}x_2^{(p)} + a_{n3}x_3^{(p)} + \dots + a_{nn}x_n^{(p)} &= b_n \end{aligned}$$

$$\therefore x^{(p)} = D^{-1} [b - (Lx^{(p)} + Ux^{(p-1)})] \quad (7)$$

이 식들을 차례대로 풀면 다음과 같은 공식을 얻을 수 있다.

$$\therefore \begin{pmatrix} x_1^{(p)} = \frac{1}{a_{11}} (b_1 - \sum_{j=2}^n a_{1j}x_j^{(p-1)}) \\ x_i^{(p)} = \frac{1}{a_{ij}} (b_i - \sum_{j=i+1}^n a_{ij}x_j^{(p-1)} - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^{(p)}) \end{pmatrix} \quad (8)$$

단,  $i=1, 2, 3, \dots, n$  이고  $a_{ij} \neq 0$  이다.

### 3)SOR 반복법

Gauss-Seidel 반복법을 다음과 같이 수정한다.

$$\therefore x^{(p)} = (1-w)x_1^{(p-1)} + wD^{-1} [b - (Lx^{(p)} + Ux^{(p-1)})] \quad (9)$$

즉, SOR(Successive Over Relaxation)법은 Gauss-Seidel 반복법 (7)식의 오른쪽에  $(1-w)x^{(p-1)}$ 을 더하고 [ ]앞에  $w$ 를 곱한 것과 같다. 여기서  $w$ 를 이완상수(relaxation parameter)라 하고  $w < 1$ 일 때를 아이완(under relaxation)상수,  $w > 1$ 일 때를 과이완(over relaxation)상수라 한다.

$i=1, 2, 3, \dots$ 이고  $a_{ij} \neq 0$ 일때 위 식을 행렬 및 벡터성분으로 표시하면 다음 식과 같다.

$$\therefore \begin{pmatrix} x_1^{(p)} = (1-w)x_1^{(p-1)} + \frac{w}{a_{11}} (b_1 - \sum_{j=2}^n a_{1j}x_j^{(p-1)}) \\ x_i^{(p)} = (1-w)x_i^{(p-1)} + \frac{w}{a_{ij}} (b_i - \sum_{j=i+1}^n a_{ij}x_j^{(p-1)} - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^{(p)}) \end{pmatrix} \quad (10)$$

## 감사의 글

어느덧 만학의 꿈을 안고 선박기관학과 산업대학원의 문을 두드린지도 많은 세월이 흘렀습니다. 그동안 논문지도해 주시느라고 조언을 아끼시지 않은 한규일 교수님, 그리고 후학에 대한 독려로 많은 배려를 하신 김시영 교수님의 자상한 배려가 우선 고마워집니다.

또한 실험실을 거쳐가신 여러 선배님들의 노고가 새삼 새롭게 다가오며 이 논문 한편을 위해 많은 우리 학문을 하신 선배님들의 땀방울을 다시금 느낍니다. 그리고 아무런 힘들어 하시는 기색도 또한 없시며 그동안의 바라지를 하신 어머니의 고마운 사랑이 또한 생각이 깊게 합니다. 찬바람이 부는 계절 겨울의 광안리 바다를 보며 또 우리학과를 방문할 후배들을 생각합니다. 더 열심히 그리고 앞으로 이것으로 끝나지 않고 더욱더 열심히 노력하여 영명하신 선배님들과 교수님들의 노력과 정성에 보답하고자 하는 주마편달을 저자신에게 스스로 하여야 함은 물론, 그리고 후배들 앞에서도 부끄러움 없는 선배가 되기를 위하여 노력하는 저 자신의 모습을 생각합니다.

노력을 통하여 얻으려 하고 땀방울과 정성이 배겨있는 우리들의 자기자신의 모습을 한번 그려보며 찬파도와 오늘도 싸움을 하고 있을 동기들 얼굴도 또한 떠오르군요, 우리 모두들 자신 앞에 결코 부끄러움과 모자람이 때로는 있어도 서로 감싸안고 노력하는 모습으로 이 논문을 쓰면서 함께한 모든 분들께 감사드립니다.