工學碩士 學位論文

H_{∞}제어기를 이용한 유연한 로봇팔의 선단위치 제어에 관한 연구

2002年 2月

釜 慶 大 學 校 大 學 院

制 御 計 測 工 學 科

辛 奉 哲

工學碩士 學位論文

H_∞제어기를 이용한 유연한 로봇팔의 선단위치 제어에 관한 연구

指導教授 李 炯 基

이 論文을 工學碩士 學位論文으로 提出함

2002年 2月

釜 慶 大 學 校 大 學 院

制 御 計 測 工 學 科

辛 奉 哲

辛奉哲의 工學碩士 學位論文을 認准함

2001年 12月 26日

主 審	工學博士	崔 然 旭	(印)
委 員	工學博士	李 炯 基	(印)
委 員	工學博士	安 永 珠	(印)

목　　차

The Position Control of Flexible Robot Manipulator using H_∞ control method.

Bong-Chul Shin

Department of Control & Instrumentation Engineering, Graduate School
Pukyong National University

Abstract

Recently a robot manipulator has been widely used for various industrial fields such as manufacturing, transportation, and construction. As a result of this, we can greatly reduce production cost and improve quality of product, and moreover obtain high accuracy. Various studies are now under way to obtain faster, cheaper and more accurate robot manipulators.

There are two types of manipulators, stiff and flexible. Although the stiff manipulator is generally used in industrial area, it has some obvious disadvantages :it needs large space due to its size and weight, its motion speed is very slow and it consumes a lot of energy.

To cope with these difficulties, the flexible manipulator was introduced. However, it is very difficult to control a manipulator manufactured light and flexible material because its flexibility and mass cause unnecessary vibration.

Therefore it is necessary to suppress the vibration in order to obtain precise position or tracking control. Many researchers have presented algorithms to get better results in case of using flexible manipulators.

In this paper, a robust controller for a flexible manipulator carrying an unknown payload at its free end is designed and confirmed its validity through experiment. Since obtaining good performance for flexible manipulators allows producing lighter robots, which operate at higher speed, we try to design a controller capable of ensuring satisfactory performance, in terms of hinge position regulation and

vibration damping, besides, obviously asymptotic stability, for the whole family of plants that are obtained by varying the payload.

This paper adopted the H_∞ and μ-synthesis design methodology to construct a robust controller for flexible link. The fundamental design steps are suggested as follows :

Step 1 (Description of Modeling Uncertainties) : Through mathematical analysis and experiments, we can confirm that there are differences between the nominal and real model. We, here, obtain a mathematical model and its uncertainty region.

Step 2 (Feedback Controller) : We adopt the H_∞ theory to design a feedback controller K(s) by using given the model uncertainty, which is responsible for disturbance attenuation and performance of the closed loop.

Step 3 (Experiments) : The experimental system consists of the flexible link with its supporting pedestal and the control system. The obtained controller is tested with different weights of payload : significant values of the payload are from 20 % to 80 % of the weight of the link.

I 서 론

최근 로봇은 가공, 운반, 용접, 조립, 포장, 검사 및 산업현장의 자동화 부분에 널리 사용되어 제품 생산의 원가 절감, 품질, 생산성 및 정밀도의 향상에 크게 기여하고 있다. 특히 인간의 작업영역을 벗어난 원자력에 관련된 위험지역이나 해양, 항공, 우주, 여러 분야의 극한 환경 등에서 강체 로봇이 많이 응용되고 있다. 그러므로 로봇 운동의 고속화, 선단위치 제어의 정밀화, 구동에너지의 절감 등을 위한 다양한 연구가 진행되고 있다. 가장 많이 사용되고 있는 강체 로봇은 크기와 무게로 인하여 넓은 공간을 필요로 하고 동작속도가 느리고 구동장치가 크고 그리고 운동에너지가 많이 소모되는 등의 단점을 가지고 있다.

이러한 강체 로봇이 가지는 단점을 보완하기 위해 로봇의 무게를 가볍게 함으로서 유연성 및 에너지의 효율성 그리고 안정성 등을 개선시키는 유연한 로봇팔에 관한 연구가 필요하게 되었다. 그러나 가벼운 재질로 제작된 유연한 로봇팔은 그 자체의 질량과 탄성으로 인하여 원하지 않는 진동이 발생한다. 따라서 정밀한 위치 제어나 궤적 제어를 실현하기 위해서는 진동이 발생하지 않도록 제어해야 한다는 문제점을 가지고 있다. 이와 같이 경량화된 유연한 로봇팔을 속응성 있게 제어하기 위하여 동역학을 기초로 한 시스템의 모델링과 진동을 효율적으로 제어하기 위한 제어 알고리즘이 필요하게 된다[1].

일반적으로 탄성을 고려하는 방법으로는 가정된 모드(assumed mode)법과 유한 요소법(finite element method)이 많이 사용된다. 이들 방법은 연속적인 시스템을 유한 차원을 가지는 이산화된 시스템으로 해석한다. 탄성물체에 발생하는 진동은 자유진동(free vibration)과 강제진동(forced vibration)으로 구분되며, 자유진동은 외력이 없는 경우에 시스템의 자체에 내재하는 힘에 의하여 발생한다. 자유진동인 경우에 시스템은 하나 또는 그 이상의 고유진동수(natural frequency)를 가지고 진동하며, 이 고유진동수는 질량과 강성의 분포에 의하여 결정되는 동적 시스템의 고유한 특성으로 주어진다. 강제진동은 외력의 작용 때문에 발생하는 진동으로 외력이 주기적인 경우에는 시스템이 여진과 동일한 주파수를 가지고 진동을 하게 되고, 외력 주파수가 시스템의 고유진동수 중의 어느 하나와 일치하는 경우에 공진이 발생한다. 이러한 경우에는 진폭이 매우

커져서 위험 상태에 도달하게 된다.

고유진동수의 해석은 진동학의 연구에서 매우 중요한 분야이므로 유연한 로봇팔의 위치, 진동 및 힘의 제어시 고도의 정확성과 안정성을 필요로 하는 제어방법과 알고리즘이 요구된다.

일반적으로 다변수 비선형 시스템인 유연한 로봇팔의 해석에 적합한 가정된 모드 방법과 Euler-Lagrange 운동방정식을 이용하여 고정-자유단 구조를 갖는 유연한 로봇팔의 상태공간 모델을 구하고[2], 이 상태공간 모델을 기초로 하여 유연한 로봇팔에 가해지는 토크를 입력으로 하고 선단 변형을 출력으로 하는 전달함수를 유도하였다.

본 논문에서는 궤환제어법에서 유연한 로봇팔의 비선형 특성을 제어할 수 있도록 H_∞ 제어기를 적용한 제어시스템을 구현하였다. 그리고 실험을 통해 로봇팔 끝단에 부하(payload)를 부착한 상태에서도 잘 수행함을 고찰하였다. 제어계의 구성은 제어대상이 되는 유연한 로봇팔의 상태공간 모델과 토크를 입력으로 하여 선단 변형을 출력으로 하는 전달함수를 유도하고 제어시스템을 제어할 수 있는 H_∞ 제어시스템을 제안하였다. 또한 제어시스템을 컴퓨터 시뮬레이션 및 실험을 통하여 그 유효성과 제어성능을 고찰하였다.

제2장에서는 유연한 로봇팔의 상태공간 모델링에 대하여 기술하였으며, 이 논문에 필요한 이론인 H_∞ 제어 이론에 관한 내용을 3장에 나타내었다.

제4장은 유연한 로봇팔의 위치제어시스템의 구성에 대하여 나타내었으며, 제5장에서는 구성된 제어시스템을 시뮬레이션한 결과를 나타내었다. 제6장에서는 실험결과 및 고찰을 기술하였다.

Ⅱ 유연한 로봇팔의 상태공간 모델링

이 장에서는 유연한 로봇팔의 비선형 동적 모델을 표현하였다. 시스템 구성을 먼저 나타내었고, 가정된-모드 방법을 이용하여 유연한 로봇팔에 발생하는 탄성변형(Elastic deflection)식을 구하며, 운동방정식은 Euler-Lagrange 방정식을 이용하여 유도하였다.

2.1 유연한 로봇팔의 구조

균일한 알루미늄 빔을 이용하여 고정-자유단 구조를 갖는 유연한 로봇팔의 구조를 그림2.1에 나타내었다.

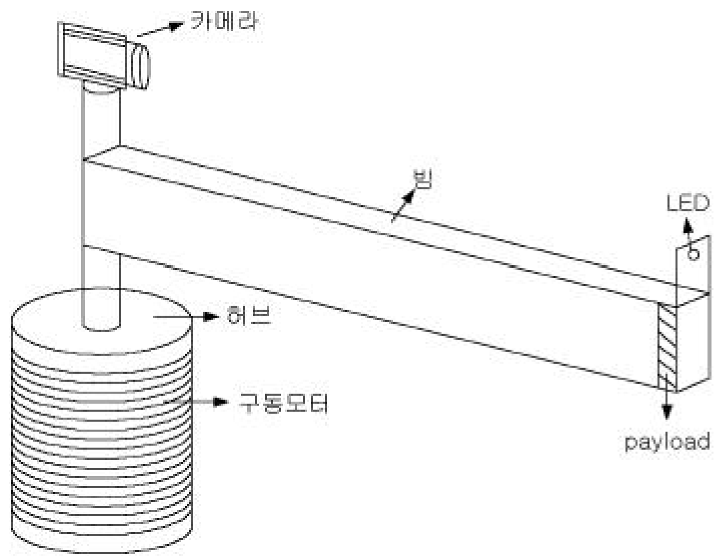


Fig. 2.1 A flexible robot manipulator with the clamped-free part.

그림2.1에서 허브는 모터에 부착되어 회전하며 가늘고 긴 유연한 로봇팔이 직접 연결되어 있다. 유연한 로봇팔은 일정한 단면적과 물리적인 성질을 가진다. 허브에 고정된 유연한 로봇팔은 높이가 두께보다 훨씬 크고 균일한 Bernoulli-Euler 빔이다. 유연한 로봇팔의 진동은 수평방향으로만 진동하는 것

으로 가정할 수 있으며 빔의 모든 변형은 적은 것으로 가정한다. 또한 유연한 로봇팔의 전단변형(Shear deformation)과 회전관성(Rotary inertia) 영향에서 적은 값들은 무시하기로 한다. 여기서 언급하는 유연한 로봇팔은 연속적으로 분포된 질량과 탄성을 갖는 것으로서 이러한 물체의 자유진동은 주 모드(principal mode)들의 합으로 주어진다. 주 진동모드에서는 물체의 모든 질점(particle)은 각 평형 점을 기준으로 주파수 방정식의 특정 근에 해당하는 주파수로 단순한 조화운동을 한다. 운동이 시작될 때의 탄성곡선이 어느 하나의 주 모드와 완전히 일치하게 되면, 그 주 모드만이 나타나게 된다. 그러나 인가 또는 제거되는 힘에 의한 탄성곡선은 어떤 주 모드와 일치되기는 어려우므로 본 연구에서는 빔의 단면 특성이 일정한 탄성체의 정규모드(normal mode) 진동에 관한 비교적 간단한 시스템을 고찰하였다.

2.2 유연한 로봇팔의 좌표

그림2.1에서 시스템의 운동방정식을 유도하기 위하여 고정-자유단 즉 유연한 로봇팔의 한쪽 끝은 모터에 고정시키고 다른 한쪽 끝은 자유로운 상태로 구성한 그림 2.2의 유연한 로봇팔의 좌표로 고찰해 보자.

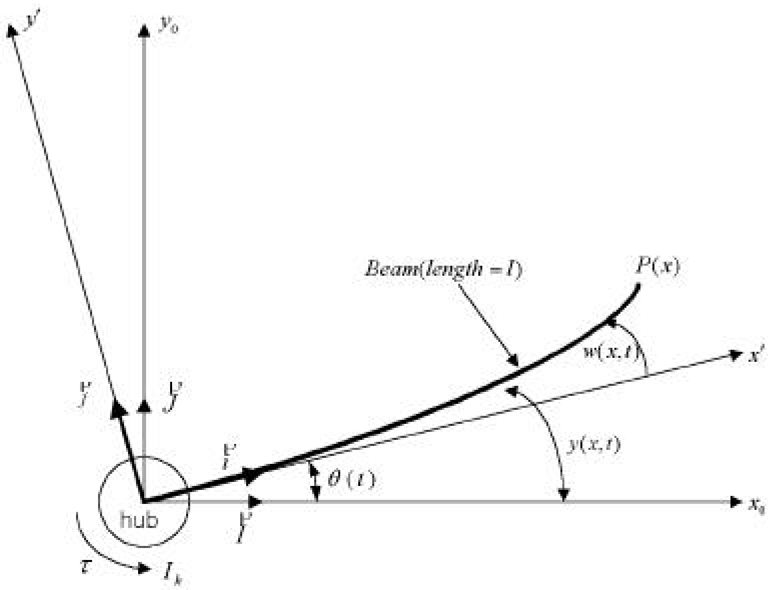


Fig. 2.2 The coordinate of a flexible robot manipulator.

그림 2.2에서 $\theta(t)$ 는 모터의 회전각, τ 는 입력토크, $w(x,t)$ 는 거리 x 에서 탄성변형, $y(x,t)$ 는 제어시스템의 출력으로서 유연한 로봇팔의 끝단에 대한 선단위치이다.

시스템의 운동을 표현하기 위해 $\vec{I}$ 와 $\vec{J}$ 는 고정된 좌표계 x_0축과 y_0축방향의 단위벡터이며 $\vec{i}$ 와 $\vec{j}$ 는 회전 좌표계 x'축과 y'축 방향의 단위벡터이며, $P(x)$는 x 지점에서의 위치벡터이다. 그리고 I_h 는 액추에이터와 로봇팔의 고정부를 합한 허브의 관성모멘트이다.

그림 2.2에서 모터가 x_0 축에서 x' 축으로 $\theta(t)$ 각도로 회전할 경우 유연한 로봇팔은 빔의 진동 즉 $w(x,t)$ 의 탄성변형이 발생하게 된다. 이러한 경우 x 지점에의 탄성변형 $w(x,t)$ 는 식(2.1)과 같이 정의되는 가정된-모드방법을 이용하여 표현할 수 있다.

$$w(x,t) = \sum_{i=1}^{n} \phi_i(x)\, q_i(t) \tag{2.1}$$

$q_i(t)$ 는 로봇팔의 진동성분중 시간에 대한 변화율로서 $q_0(t)$는 $\theta(t)$이다. 가정된 모드법은 임의의 함수를 이미 알고 있는 n 개의 공간좌표의 함수인 가정된 모드형상과 미지의 n 개의 시간함수인 일반화좌표의 선형적인 조합으로 근사하게 나타내는 방법이다. n 의 수가 커질수록 원래 함수를 더 정확하게 나타낼 수 있다. 여기에서는 탄성변형을 가정된 모드법으로 표현하여 자유도가 무한인 연속계를 n 자유도의 이산화된 계로 나타낸다. 가정된 모드법은 모드수를 조절하는 것이 가능하기 때문에 실제로 중요한 모드 몇 개만을 선택함으로서 상대적으로 작은 크기의 모델로 시스템을 나타내는 것이 가능하다. 가정된 모드 형상으로는 통상적으로 허용함수나 비교함수 또는 고유함수 등이 사용된다. 허용함수는 시스템의 기하학적 경계조건만을 만족하고 비교함수는 시스템의 기하학적 경계조건과 자연적 경계조건을 만족하며 고유함수는 시스템의 기하학적 경계조건과 자연적 경계조건 뿐만 아니라 시스템의 운동방정식도 만족한다. 식(2.1)에서 $\phi_i(x)$는 로봇팔의 i 번째 모드의 휨의 정도를 나타내는 고정-자유단 구조에서의 고유함수로서 다음식으로 정의한다.

$$\phi_i(x) = c_i\,(\sin\beta_i x - \sinh\beta_i x) - \sigma_i \cdot (\cos\beta_i x - \cosh\beta_i x) \quad (2.2)$$

$$\sigma_i = \frac{(\sin\beta_i l - \sinh\beta_i l)}{(\cos\beta_i l + \cosh\beta_i l)} \quad (2.3)$$

여기서 l 은 유연한 빔의 전체길이, β_i 는 식 (2.4)에 대한 해, c_i 는 일정한 값을 갖는 임의의 상수이다.

$$1 + \cos\beta l \cdot \cosh\beta l = 0 \quad (2.4)$$

이러한 시스템에 대한 상태공간 모델을 유도할 수 있으며, 유연한 로봇팔에 발생하는 토크를 입력으로 하고, 유연한 로봇팔의 끝단에 대한 선단위치를 출력으로 하면 유연한 로봇팔의 끝점에서 발생하는 탄성변형 $w(l, t)$ 와 강체변형(rigid body deflection) $\theta(t) \cdot l$ 의 합으로서 다음 식과 같다.

$$y(l, t) = w(l, t) + \theta(t) \cdot l \quad (2.5)$$

2.3 운동방정식의 유도

비감쇠계의 자유진동에서 에너지는 운동에너지와 위치에너지로 구분할 수 있다. 운동에너지는 속도에 의하여 질량에 저장되며, 위치에너지는 탄성변형에 의한 탄성에너지의 형태로 저장되거나 중력장 등에서 행하여진 일의 형태로 저장된다. 보존계인 경우에는 모든 에너지의 합이 일정하므로 에너지 보존법칙을 이용하여 운동에 대한 미분방정식을 유도할 수 있다.

시스템의 운동방정식을 유도하기 위해 Euler-Lagrange 방정식인 Lagrangian 이라 불리는 운동방정식(K)와 위치에너지(V)의 차이를 이용하여 나타낸다.

먼저 시스템의 운동에너지와 위치에너지를 구한다.

2.3.1 운동에너지

시스템의 운동에너지를 구하기 위하여 모터의 축으로부터 로봇팔의 거리 x 에 대한 위치벡터 $P(x)$는 그림 2.2의 좌표로부터

$$P(x) = \begin{bmatrix} \cos\theta x & - & \sin\theta w \\ \sin\theta x & + & \cos\theta w \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

으로 주어지며, $\dot{P}^t \dot{P}$**는**

$$\dot{P}^t \dot{P} = x^2 \dot{\theta}^2 + \dot{w}^2 + 2\dot{w}x\dot{\theta} + w^2 \dot{\theta}^2 \tag{2.7}$$

이다. 시스템의 운동에너지는 모터의 허브 부분, 유연한 로봇팔 부분 그리고 유연한 로봇팔의 끝 부분에 대한 질량등 세 부분으로 나타낼 수 있다.

따라서 유연한 로봇팔의 전체 운동에너지 U**는 다음 식으로 표현할 수 있다.**

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} I_h \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}\int_0^l \dot{P}^t \dot{P}\, dm \\ &= \frac{1}{2}(I_h + I_b)\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \dot{q}_i^2 + \dot{\theta}\sum_{i=1}^{n} \dot{q}_i \int_0^l \phi_i x\, dm \end{aligned} \tag{2.8}$$

여기서 I_h**는 허브 관성이고,** I_b**는 빔의 관성,** $\dot{\theta}$**는 유연한 로봇팔의 강체운동을 나타내는 각속도이며,** w**는 탄성변형,** dm **은 유연한 로봇팔의** x **지점에서의 미소 폭** dx **만큼의 무게이다.**

2.3.2 위치에너지

시스템의 위치에너지는 유연한 로봇팔의 위치에너지와 끝 지점 질량에 의한 위치에너지로 나눌 수 있다. 유연한 로봇팔의 위치에너지는 탄성변형에 의한 것과 중력에 의한 것으로 나눌 수 있다. 끝 지점 질량의 위치에너지와 중력에 의한 위치에너지는 무시한다. 그러므로 탄성변형에 의한 위치에너지는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V = \frac{1}{2}\int_0^l EI \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 dx = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \omega_i^2 q_i^2 \tag{2.9}$$

여기서 E는 유연한 로봇팔의 강성, I는 로봇팔의 단면에 대한 관성모멘트, ω_i는 고정-자유단 구조에서의 공진주파수이다.

2.3.3 운동방정식

일반적으로 시스템의 운동방정식을 유도하는 방법에는 크게 힘 및 모멘트 벡터를 이용하는 Newton 방정식과 위치 및 운동에너지를 이용하는 Euler-Lagrange 방정식으로 구분된다. Newton 방정식은 시스템의 각 개별적인 구분에 대한 운동에 주로 이용되고, Euler-Lagrange 방정식은 전체 시스템에 대한 운동에 주로 이용되므로 시스템의 운동학적 측면에서 운동에 대한 운동방정식을 유도하는데 편리하다. 본 논문에서는 유연한 로봇팔의 운동방정식을 유도하기 위하여 Euler-Lagrange 방정식을 이용한다. 유연한 로봇팔의 전체 운동에너지 U와 위치에너지를 V라 하면 Lagrangian 에너지 함수는 $L = U - V$에 식(2.8)과 식(2.9)을 대입하여 정리하면 다음 식과 같다.

$$
\begin{aligned}
L = & \frac{1}{2}(I_h + I_b)\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\dot{q}_i^2 \\
& + \dot{\theta}\sum_{i=1}^{n}\dot{q}_i\int_0^l \phi x\, dm - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\omega_i^2 q_i^2
\end{aligned}
\tag{2.10}
$$

식(2.10)에서 ω_i는 고정-자유단 구조에서 유연한 로봇팔의 공진주파수이며, q_i는 유연한 로봇팔의 진동성분중 시간에 대한 변화율로 시스템의 일반화 좌표에서 표현할 수 있고, Euler-Lagrange 방정식은 스칼라양인 운동에너지와 위치에너지를 일반화좌표로서 완전한 스칼라 법으로 적용할 수 있다. 따라서 유연한 로봇팔의 운동방정식은 다음 식을 이용하여 구할 수 있다.

$$
\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, \qquad (i = 1, 2, \cdots, n) \tag{2.11}
$$

$$
\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = \tau \tag{2.12}
$$

여기서 τ **는 유연한 로봇팔을 구동하기 위해 모터에 가해지는 입력 토크이며,** **식**(2.11)**과 식**(2.12)**을 식**(2.10)**에 대입하여 정리하면 다음과 같이 운동방정식이 유도되어진다**.

$$\ddot{\theta} = \frac{\tau + \sum_{i=1}^{n} q_i \omega_i^2 \int_0^l \phi_i x \, dm}{I_h} \tag{2.13}$$

$$\ddot{q}_i = -\frac{\tau}{I_h} \int_0^l \phi_i x \, dm - q_i \omega_i^2 \cdot \left[1 + \frac{\left(\int_0^l \phi_i x \, dm \right)^2}{I_h} \right] \tag{2.14}$$

그러므로 유연한 로봇팔의 상태공간 방정식과 출력방정식은 식(2.13)**과 식**(2.14)**을 이용하면 다음 식으로 유도할 수 있다**.

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{q}_1 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & K_1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \theta \\ \dot{q}_1 \\ q_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_2 \\ 0 \\ -K_4 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \tau \tag{2.15}$$

$$y = [\, 0 \;\; l \;\; 0 \;\; \phi \,] \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \theta \\ \dot{q}_1 \\ q_1 \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

여기서 계수 K_1, K_2, K_3, K_4, a_i **는 각각**

$$K_1 = \frac{\omega_i^2 a_i}{I_h}, \qquad K_2 = \frac{1}{I_h}$$

$$K_3 = \omega_i^2 \left[1 + \frac{a_i^2}{I_h} \right] \qquad K_4 = \frac{a_i}{I_h}$$

$$a_i = \int_0^l \phi_i x \, dm$$

이다. 이러한 모델의 공진 모드는 실험적으로 구할 수 있으며, 식(2.15)에서 시스템의 입력은 모터에 공급되는 토크에 대한 상태공간 방정식이다. 시스템의 입력을 모터에 공급되는 전압으로 표현하면 다음과 같다.

$$\tau = G_a \cdot K_t \cdot v \tag{2.17}$$

여기서 G_a 는 서보 증폭기의 이득, K_t 는 모터의 토크 상수, v 는 모터에 공급되는 전압이다. 따라서 식(2.17)을 식(2.15)에 대입하면 유연한 로봇팔의 상태공간 방정식과 출력방정식은 다음 식으로 주어진다.

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{q}_1 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & K_1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \theta \\ \dot{q}_1 \\ q_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_2' \\ 0 \\ -K_4' \\ 0 \end{bmatrix} \cdot v \tag{2.18}$$

$$y = [0 \;\; l \;\; 0 \;\; \phi] \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \theta \\ \dot{q}_1 \\ q_1 \end{bmatrix} \tag{2.19}$$

여기서 계수 K_1, K'_2, K_3, K'_4, a_i 는 각각 다음과 같다.

$$K_1 = \frac{\omega_i^2 a_i}{I_h}, \qquad K_2' = G_a \frac{K_t}{I_h}$$

$$K_3 = \omega_i^2 \left[1 + \frac{a_i^2}{I_h} \right] \qquad K_4' = -\frac{G_a K_t}{I_h} \cdot a_i$$

$$a_i = \int_0^l \phi_i x \, dm$$

이다.

Ⅲ H_∞ 제어 이론

1970년에 LQG방법들의 단점들이 점점 더 확연해지자, 고전제어의 개념들과 관심사들이 다시 주의를 끌기 시작했다. 일반적으로는 어떤 조건에서 돌발적인 외란, 또 다른 환경조건에서 드리프트(drift)성의 외란이 인가되는 등, 다양한 외란이 동일의 제어시스템에 가해지는 것이 보통일 것이다. 그렇다면 고정된 크기의 외란 아래서만 최적성을 보증하는 LQG는 비현실적이 아닌가 하는 비판이 1980년대 초반에 제기되어 H_∞ 제어라는 새로운 방법이 출연했다. 이것은 G. Zames에 의하여 처음으로 정형화 되었다. 결론적으로 강인한 제어 시스템을 설계하기 위한 주파수 영역의 최적화 방법이었다.

3.1 주파수영역에서의 정형

LQG의 설계사상이 입력의 크기와 과도응답 성능 사이의 타협을 중시한 것이며 LQG의 한계를 극복하기 위해서는 주파수영역을 분리하여 각 영역에서 감도함수(또는 상보감도함수)의 이득 특성이 바람직한 모양을 가질 수 있도록 제어기를 설계하는 주파수정형(frequency shaping)의 방법이 도입되었다.

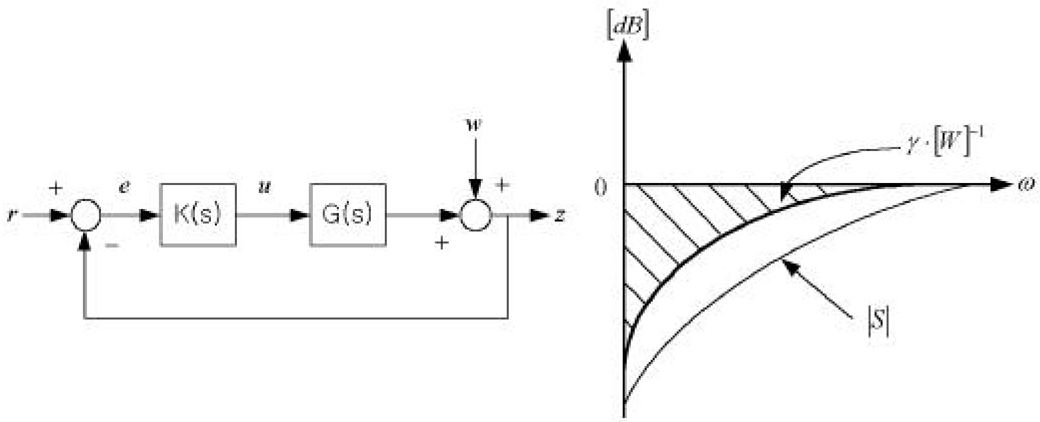


Fig. 3.1 (a) Reference tracking system (b) demand for $|S|$.

그림3.1 (a)로 주어진 폐루프시스템을 생각해 보자. 외란 $w(s)$ 와 오차제어량 $z(s)$ 사이의 전달함수 $S(s)$ 는 다음식으로 주어진다.

$$z(s) = S(s)w(s), \quad S(s) = \frac{1}{(1 + L(s))}, \quad L(s) = K(s)G(s) \qquad (3.1)$$

여기서 $S(s)$ 는 감도함수이며 기준입력 $r(s)$ 로부터 오차 $e(s)$ 까지의 전달함수로도 된다. 즉

$$e(s) = S(s)\, r(s) \qquad (3.2)$$

이다. 식(3.1)을 주파수영역에서 해석해 보자. 이는 외란 w 나 기준신호 r 이 가지는 주파수특성과 관계없이 정상상태에서 신호 z 나 e 의 크기(즉 $|e(j\omega)|$ 또는 $|z(j\omega)|$)는 주파수 ω 에서 $|S(j\omega)|$ 배로 된다는 것을 나타내고 있다.

따라서 $|S(j\omega)|$ 의 크기를 직접 조절할 수 있다면 입력신호의 대역적인 성질에 의존하지 않은 시스템의 특성을 보증할 수 있다. 이것이 주파수 정형의 기초가 된다.

ω 나 r 의 주파수특성을 고려해서 $S(s)$ 가 임의의 $W(s)$ 와 γ 에 대해서

$$|S(j\omega)| < \frac{\gamma}{|W(j\omega)|}, \ \forall \omega \qquad (3.3)$$

을 만족시키고자 하는 요구가 있다고 하면(그림3.1(b) 참조) 이를 위해서는

$$\max_{\omega} |\Phi(j\omega)| < \gamma, \quad \Phi(s) := W(s)\, S(s) \qquad (3.4)$$

를 만족하는 제어기 $K(s)$ 가 존재하지 않으면 안 된다. 식(3.4)의 좌변은 함수 Φ 의 H_∞ norm 으로 불려지며 $\|\Phi\|_\infty$ 로 표현된다. 다시 말하면

$$\| \Phi \|_{\infty} = \max_{\omega} | \Phi(j\omega) | \tag{3.5}$$

으로 정의된다. H_{∞} norm 은 안정한 전달함수에 대해서 정의되며 proper한 함수에 대해서만 유한한 값을 가진다.

$$\| \Phi \|_{\infty} = \max_{\text{입력}} \frac{\text{출력}\, power}{\text{입력}\, power}$$

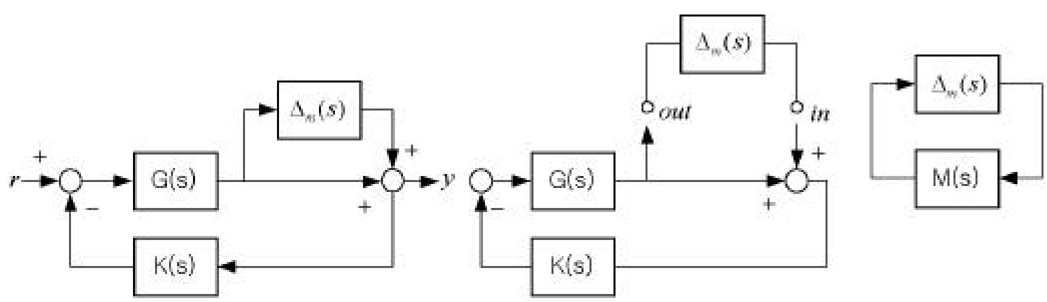
가 성립하고 $\| \Phi \|_{\infty}$ 는 전달함수 $\Phi(s)$ 의 일반화된 의미에서의 이득이라고 생각되어진다. $\Phi(s)$ 가 행렬인 경우에는 H_{∞} norm 을 다음과 같이 정의 한다.

$$\| \Phi \|_{\infty} = \max_{\omega} \sigma(\Phi(j\omega)), \qquad \sigma\text{; 최대특이값} \tag{3.6}$$

주파수응답의 정형에서 중요한 것은 안정성과 실현가능성이다. H_{∞} 제어의 목적은 어떤 전달함수의 ∞- norm 을 최소화하는 것이다.

3.2 로버스트 안정성

스몰게인정리(small gain theorem)를 이용하면 로버스트 안정성 문제를 해결할 수 있다. 먼저 피드백 제어시스템의 블록을 그림3.4와 같이 변환할 수 있다.



(a) (b) (c)

Fig. 3.4 (a) Feedback system including multiplicative uncertainty (b) division of block diagram (c) division of two-block.

그림3.4 (a)로 주어지는 피드백 시스템을 그림3.4(b)와 같이 불확실성의 블록과 나머지 부분으로 분할하며 전달함수는

$$M(s) = \frac{-K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)} \tag{3.7}$$

만약 식(3.7)으로 주어지는 전달함수와 불확실성의 함수 $\varDelta_m$이 안정하다면 스몰게인정리에 의해 아래 식(3.8)이 만족되면 그림3.4(a)시스템은 로버스터 안정으로 됨을 알 수 있다.

$$|\varDelta_m| < \frac{1}{|KG(1+KG)^{-1}|} \tag{3.8}$$

$$|\varDelta_m| < \frac{1}{|T|} \quad \text{또는} \quad |\varDelta_m| < |1 + (KG)^{-1}| \tag{3.9}$$

여기서 불확실한 영역의 크기가 아래와 같이 제한되어 있다고 가정한다.

$$|\varDelta_m| < \gamma \tag{3.10}$$

이 때 폐루프시스템이 아래 식(3.11)이 만족한다면 로버스트 안정하다.

$$|T| < \frac{1}{\gamma} \quad \text{또는} \quad |\gamma T| < 1 \tag{3.11}$$

3.3 H_∞ 제어의 표준문제

상태공간 행렬 {A B C D}로 표현되는 시스템의 전달함수는 식(3.12)로 주어진다.

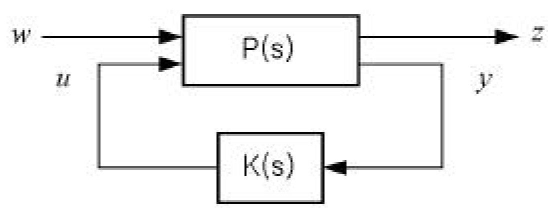
$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \tag{3.12}$$

H_∞ 제어 문제의 해는 일반적으로 리카치방정식을 풀이함으로서 해를 구할

수 있다.

$$A^{T}X + XA - XRX + Q = 0 \qquad (3.13)$$

그림3.5에서 일반적인 제어시스템의 Two-Port를 도입했다. 블록선도는 일반화플랜트 $P(s)$ 와 제어기 $K(s)$ 을 포함하고 여기서 일반화플랜트(generalied plant)란 제어의 대상인 플랜트에 가중함수들을 추가시킨 시스템을 의미한다. 제어입력 u 는 플랜트를 구동하는 제어기의 입력, 외부입력 w 는 모든 외부신호의 집합, 관측출력 y 는 제어기의 입력으로 사용되는 신호, 제어량 z 는 제어되어야 할 신호 즉 실제로 제어를 하고자 하는 신호를 의미한다.



±×림3.5 Two-port structure for H_{∞} control.

윗 그림을 식으로 표현하면

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = P(s)\begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix}$$

$$u(s) = K(s)\,y(s) \qquad (3.14)$$

이고 제어량 z 와 외부입력 w 를 연결하는 폐루프시스템의 전달함수는 다음과 같이 구할 수 있다. 즉 식(3.14)에서 출력 y 와 입력 w 사이의 전달함수는

$$y = (I - P_{22}K)^{-1}P_{21}w \qquad (3.15)$$

이고 제어입력은 식(3.15)을 이용하면

$$u = Ky = K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}w \tag{3.16}$$

이다. 마지막으로 이 식을 z 와 w 사이의 식에 대입하고 정리하면

$$z = \Phi w, \qquad \Phi = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21} \tag{3.17}$$

여기서 H_∞ 제어의 목적은 폐루프시스템이 내부안정이며 동시에 $\| \Phi \|_\infty < \gamma$ 을 만족하는 제어기 $K(s)$ 를 구하는 것이 H_∞ 제어 이론이다.

Ⅳ 제어시스템의 구성

이 장에서 유연한 로봇팔에 발생하는 진동을 제어하기 위하여 PD제어기를 이용한 위치제어시스템와 H_∞ 제어기를 이용한 위치제어시스템을 구성하였다. 위치제어시스템의 전달함수를 각각 유도하였다.

4.1 유연한 로봇팔의 전달함수

유연한 로봇팔의 전달함수를 고찰하기 위하여 2장에서 유도한 상태공간 모델의 상태공간 방정식과 출력 방정식 즉 식(2.18)와 식(2.19)의 각 상태변수에 라플라스변환을 취하여 유연한 로봇팔의 구성도를 나타내면 그림4.1과 같다.

그림4.1에서 $V(s)$ 는 전압, $W(s)$ 는 유연한 로봇팔의 탄성변형으로 $Q(s)$ 와 같으며, $\theta(s)$ 는 모터의 회전각, $Y(s)$ 는 시스템의 출력으로서 유연한 로봇팔의 선단위치이다.

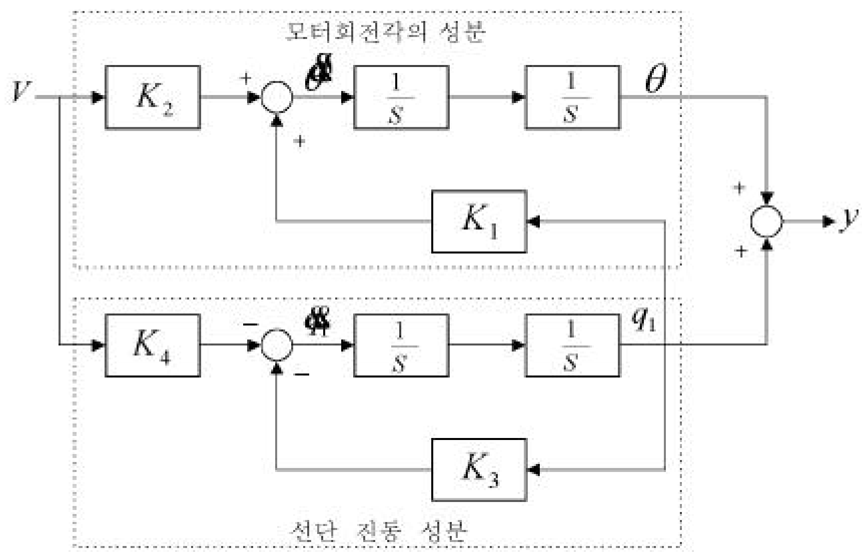


Fig. 4.1 The block diagram of flexible robot manipulator.

그림4.1에 대한 전달함수를 구하기 위하여 유연한 로봇팔에 발생하는 탄성변형 $W(s)$는 다음 식과 같다.

$$W(s) = -\frac{K_4}{s^2 + K_3} \cdot V(s) \tag{4.1}$$

모터의 회전각 $\theta(s)$ 는

$$\theta(s) = \frac{1}{s^2} [K_2 V(s) + K_1 W(s)] \tag{4.2}$$

이며 유연한 로봇팔의 선단위치 $Y(s)$ 에 대한 개루프 전달함수는 식(4.1)과 식(4.2)를 이용하면

$$\frac{Y(s)}{V(s)} = \theta(s) + W(s) = \frac{b_2 s^2 + b_0}{s^4 + a_2 s^2} \tag{4.3}$$

이고 식(4.3)에서 분모 및 분자의 계수 a_2 , b_0 , b_2 는 각각 다음과 같다.

$$a_2 = K_3$$
$$b_0 = K_3 K_2 - K_1 K_4$$
$$b_2 = K_2 - K_4$$

4.2 PD제어기를 이용한 위치제어시스템

이 절에서는 그림4.1의 제어시스템에 PD제어기를 이용하여 위치제어시스템을 구성한다. PD제어기의 전달함수는 다음 식과 같다.

$$G_{pd}(s) = K_p + K_d s \tag{4.4}$$

여기서 K_p **는** PD**제어기의 비례계수이며,** K_d **는 미분계수이다.** **그림**4.1**의 제어시스템에 제어편차** $E(s)$**를 보상하기 위하여** PD**제어기를 이용한 위치제어시스템의 구성도를 그림**4.2**에 나타내었다.**

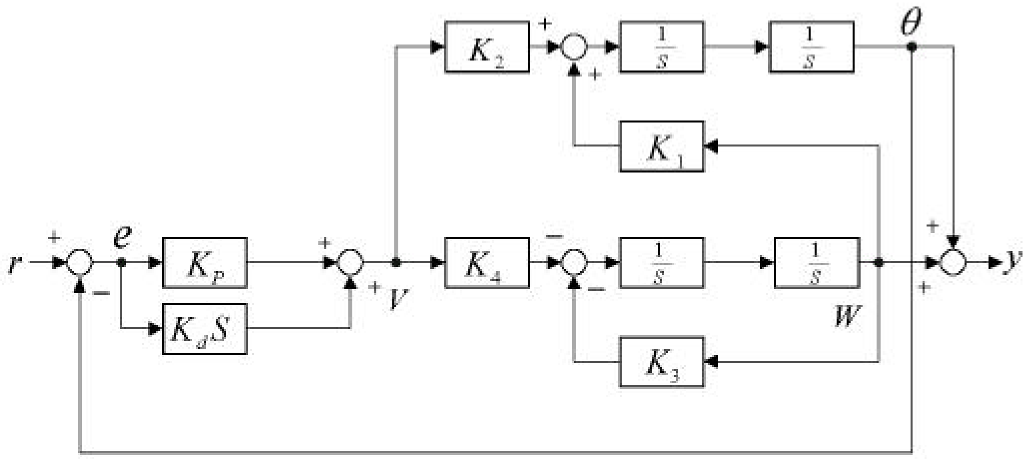


Fig. 4.2 The position control system using PD controller.

그림4.2**에 대한 전달함수를 구하기 위하여 제어편차** $E(s)$**는**

$$E(s) = R(s) - \theta(s) \tag{4.5}$$

이며 모터에 공급되는 전압 즉 조작량 $V(s)$**는 다음 식과 같다.**

$$V(s) = G_{pd}(s) \cdot E(s) \tag{4.6}$$

유연한 로봇팔에 발생하는 탄성변형 $W(s)$**는**

$$W(s) = -\frac{K_4}{s^2 + K_3} \cdot V(s) \tag{4.7}$$

이고 모터의 회전각 $\theta(s)$**는 식**(4.6)**과 식**(4.7)**을 이용하면**

$$\theta(s) = \frac{1}{s^2}\,[\,K_2\,V(s) + K_1\,W(s)\,] \tag{4.8}$$

이고 유연한 로봇팔의 선단위치 $Y(s)$에 대한 개루프 전달함수는 식(4.7)과 식(4.8)을 이용하면

$$\frac{Y(s)}{E(s)} = \theta(s) + W(s) = \frac{b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^4 + a_2 s^2} \tag{4.9}$$

식(4.9)에서 분모, 분자의 계수 a_2 , b_0 , b_1 , b_2 , b_3 는 다음과 같다.

$$a_2 = K_3$$

$$b_0 = K_p(K_3 K_2 - K_1 K_4) \qquad b_1 = K_d(K_3 K_2 - K_1 K_4)$$

$$b_2 = K_p(K_2 - K_4) \qquad b_3 = K_d(K_2 - K_4)$$

유연한 로봇팔의 선단위치 $Y(s)$에 대한 폐루프 전달함수는 식(4.9)와 Mason의 이득공식을 이용하면

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \tag{4.10}$$

이고 식(4.10)에서 분모, 분자의 계수 a_0 , a_1 , a_2 , a_3 , b_0 , b_1 , b_2 , b_3 는 다음과 같다.

$$a_0 = K_p(K_3 K_2 - K_1 K_4) \qquad b_0 = K_p(K_3 K_2 - K_1 K_4)$$

$$a_1 = K_d(K_3 K_2 - K_1 K_4) \qquad b_1 = K_d(K_3 K_2 - K_1 K_4)$$

$$a_2 = K_3 + K_p K_2 \qquad b_2 = K_p(K_2 - K_4)$$

$$a_3 = K_d K_2 \qquad b_3 = K_d(K_2 - K_4)$$

4.3 H_∞ 제어기를 이용한 위치제어시스템

H_∞ 제어기를 설계하기 위해서 플랜트의 불확실한 영역이 필요하다. 실험을 통해 플랜트에 주파수를 1 30Hz로 변화시키면서 payload를 0g, 32g, 64g를 부착한 후에 각각 플랜트의 특성응답을 그림4.3과 그림4.4와 같이 나타내었다.

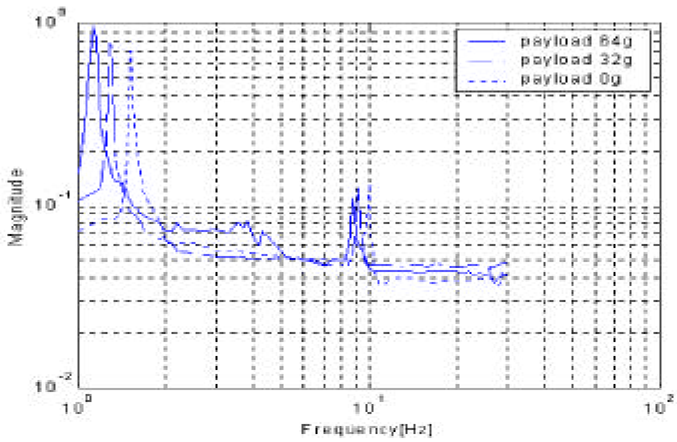


Fig. 4.3 Frequency responses of the Flexible robot manipulator.

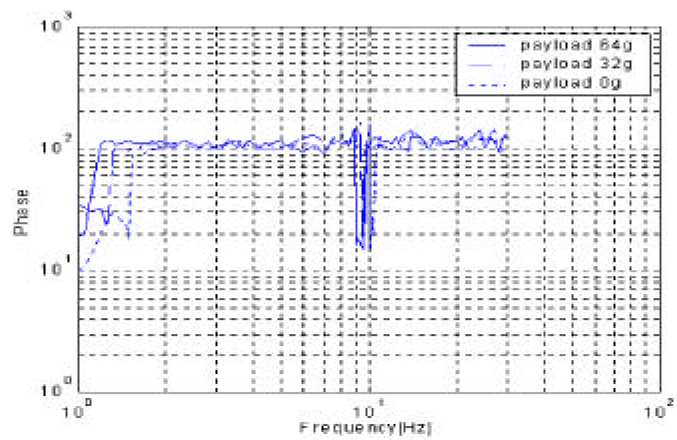


Fig. 4.4 Phase responses of the Flexible robot manipulator.

그림4.3과 그림4.4의 데이터를 Matlab을 이용하여 제어기 $K(s)$ 를 설계한다. 제어기의 블록선도는 아래와 같다.

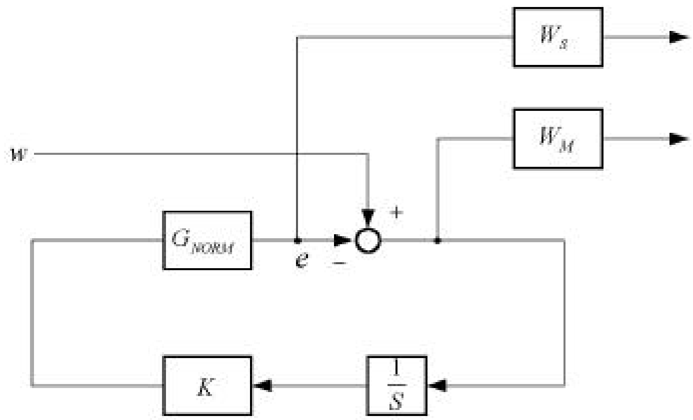


Fig. 4.5 The position control system using H_∞ controller.

그림4.5에서 가중함수는 그림4.3과 그림4.4의 특성응답을 기초로하여 구했다. 가중함수 W_M 은 플랜트가 가지는 변동의 범위를 지정하고 있다. 그리고 가중함수 W_S 는 감도최소화 문제이다.

제어계의 설계에 있어 기본적인 또 다른 하나의 문제는 제어대상의 모델링 오차나 외란이 존재에도 불구하고 제어대상의 출력이 기준입력에 잘 추종하도록 제어기를 설계하는 로버스트 서보계 구성문제이다.

이를 위해서는 내부모델의 원리에 의해 제어기 내에 적분기를 포함할 필요가 있다. 이러한 로버스트 제어기 설계법의 한 가지 방법으로서는 혼합감도 문제의 해법 중 자유 파라미터를 이용하는 방법을 사용했다. 이 방법은 보상기의 차수를 크게 증가시키지 않으면서도 간단하게 적분기를 추가할 수 있다는 장점이 있으면 아래와 같은 절차로 구한다.

① H_∞ 표준문제의 해를 구한다.

$$\widehat{K}(s) = \begin{bmatrix} \widehat{K}_{11} & \widehat{K}_{12} \\ \widehat{K}_{21} & \widehat{K}_{22} \end{bmatrix} \tag{4.11}$$

H_∞ 제어문제가 해를 가지는 경우 사양을 만족시키는 모든 제어기 $K(S)$는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$K(s) = \hat{K}_{11} + \hat{K}_{12} U (I - \hat{K}_{22} U)^{-1} \hat{K}_{21} \tag{4.12}$$

② 원하는 주파수 ω_0 **에 대하여**

$$\hat{K}_{22}(j\omega_0)\hat{K}_{22}(-j\omega_0)^T > I \tag{4.13}$$

이 만족하는가를 검증한다. 만족하면 ③ 의 처리과정으로 분기하고 만족하지 않으면 ① 로 분기하여 새로운 H_∞ **표준문제의 해를 다시 구한다.**

③

$$I - \hat{K}_{22}(j\omega_0) U_0 = 0, \qquad \| U_0 \|_\infty < 1 \tag{4.14}$$

을 만족하는 U_0**(복소행렬)을 계산한다.**

④

$$U(j\omega_0) = U_0 \;, \qquad \| U_0 \|_\infty < 1 \tag{4.15}$$

을 만족하는 $U(s) \in RH_\infty$ **을 구한 후, 식**(4.12)**에 대입하여 제어기** $K(s)$ **를 구한다.**

V 시뮬레이션

이 장에서는 4장에서 구성한 유연한 로봇팔에 대한 위치제어시스템의 응답을 고찰하기 위하여 시뮬레이션을 행하였다. 그리고 PD제어기, H_∞ 제어기를 이용하여 각각 구성한 위치제어시스템의 전압, 탄성변형, 선단위치에 대한 응답특성을 비교 검토하였다. 시뮬레이션에 이용한 유연한 빔과 카메라의 매개변수의 값은 표5.1에 나타내었으며, DD모터의 매개변수의 값은 표5.2에 나타내었다.

Table 5.1 Specification of a flexible beam and camera.

Parameter	Value	Unit
카메라 감도	26	㎛
카메라 질량	0.47	㎏
화소 수	2048	pixels
렌즈 초점길이	85	㎜
렌즈 질량	0.36	㎏
빔의 길이	1.2	m
빔의 높이	25.4	㎜
빔의 두께	1.95	㎜
빔의 재질	알루미늄	

표5.1과 표5.2에 주어진 매개변수의 값을 식(2.18)에 대입하여 상태공간 방정식의 계수행렬 A와 B의 계수를 구하면 $K_1 = 250$, $K_3 = 325$, $K_2 = 103$, $K_4 = 103$ 으로 주어지며 매개변수의 유도과정은 부록A에 나타내었다.

Table 5.2 Specification of DD motor.

Parameter	Value	Unit
모터 토크 상수	0.17	Nm/A
모터 관성	0.023	$\mathrm{kg \cdot m^2}$
증폭기 이득	20	A/V
정격 출력	450	W
최대 출력 토크	60	Nm
정격 회전수	1.5	rps
엔코더 분해능	655360	p/rev

5.1 유연한 로봇팔의 진동응답

유연한 로봇팔의 진동응답을 고찰하기 위하여 식(4.1)에 기준입력을 단위계단함수를 인가하였을 경우에 유연한 로봇팔의 진동응답을 그림5.1에 나타내었다. 그림5.1에서 유연한 로봇팔의 고유진동수는 실험적으로 $\omega_i = 8.7[rad/s]$로 측정되었다.

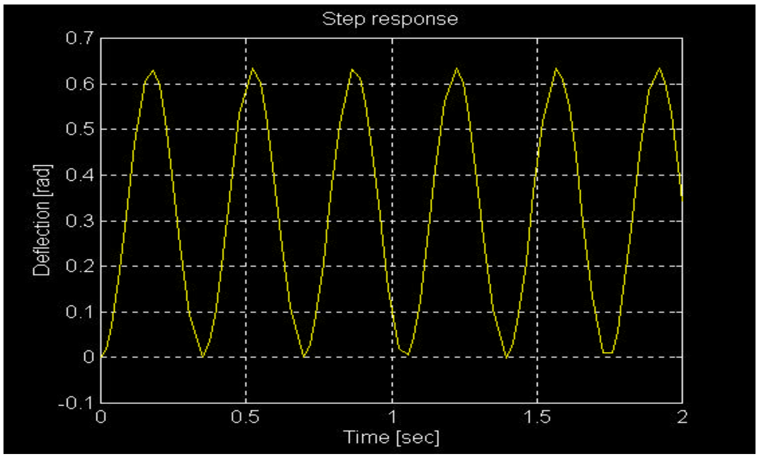


Fig. 5.1 The vibration response of flexible robot manipulator.

먼저 유연한 로봇팔의 진동특성을 고찰하기 위하여 식(4.3)의 b_2 계수가 0 이 되어 다음 식과 같이 주어진다.

$$\frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{7766.2}{s^4 + 325.4\, s^2} \tag{5.1}$$

식(5.1)에 대한 극점, 영점의 위치를 그림5.2에 나타내었다. 그림 5.2에서 4개의 극점 $p_1 = 0$, $p_2 = 0$, $p_{3,4} = 0 \pm j\,18.04$ 들이 모두 허수축 상에 위치하게 되므로 유연한 로봇팔의 진동특성은 임계 진동함을 예측할 수 있다.

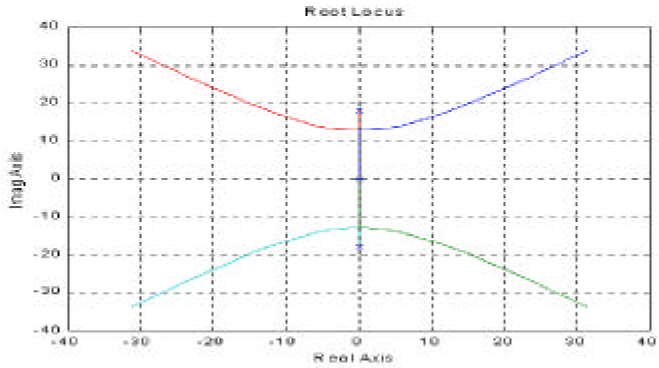


Fig. 5.2 The root locus of flexible robot manipulator.

근궤적은 개루프 전달함수의 이득 K를 0에서 ∞로 증가시킬 경우에 특성방정식의 근 즉 $1+G(s)H(s)=0$을 만족하는 s가 s평면에서 그리는 궤적이다. 근궤적은 $K=0$에서 개루프 전달함수의 극점에서 출발하여 $K=\infty$에서 영점 또는 무한원점에 이르러 끝난다. 개루프 전달함수의 이득을 $K=0$에서 $K=\infty$로 증가시킬 경우 그림5.2의 근궤적을 살펴보면 4개의 극점이 허수축으로 이동하다가 무한원점에 이르러 끝나므로 유연한 로봇팔의 개루프 제어시스템은 불안정함을 알 수 있다.

유연한 로봇팔의 진동특성은 그림5.2에서 보듯이 4개의 극점들이 허수축에 위치하기 때문에 임계진동함을 알 수 있다. 따라서 유연한 로봇팔의 진동특성은 4개의 극점들을 근궤적의 좌반평면으로 이동시킬 수 있도록 적절한 보상이 필요함을 알 수 있다.

5.2 PD제어기를 이용한 위치제어시스템의 응답

PD제어기를 이용한 위치제어시스템의 응답을 고찰하기 위하여 식(4.9)에 표5.1과 표5.2에 주어진 매개변수 값을 대입하여 그림4.2에 대한 개루프 전달함수를 구하면 다음 식과 같다.

$$\frac{Y(s)}{E(s)} = \frac{31064.8\,s + 93194.4}{s^4 + 325.4\,s^2} \tag{5.2}$$

식(5.2)에 대한 극점, 영점의 위치를 그림 5.3에 나타내었다. 그림5.3에서 4개의 극점 $p_1 = 0$, $p_2 = 0$, $p_{3,4} = -0 \pm j18.04$ 과 한 개의 영점 $z_1 = -3$ 이 존재하므로 PD제어기를 이용하여 보상을 할 경우 감쇠진동함을 예측할 수 있다.

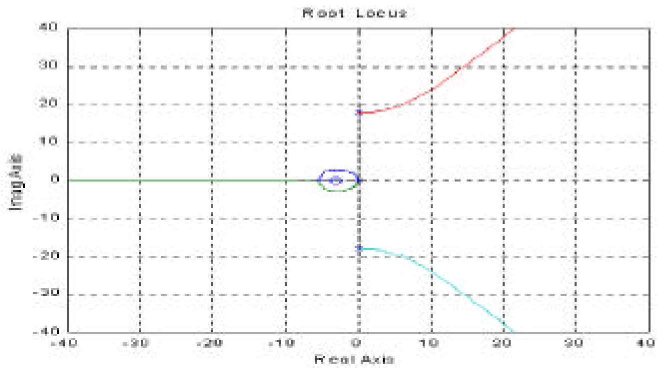


Fig. 5.3 The root locus of position control system using PD controller.

그림5.3에서 근궤적의 가지수는 4개이고, $K = 0$ 일 때 4개의 극에서 출발하여 $K = \infty$ 에 있어서 1개는 영점 $z_1 = -3$, 나머지 3개는 무한원점에 이르러 끝난다. PD제어기를 이용하는 경우에는 시스템에 영점 $z_1 = -3$ 을 추가하는 효과가 있다. 따라서 극점의 위치가 좌반평면으로 이동하므로 이 시스템은 어느 정도 안정함을 알 수 있다. 그러나 극점의 위치가 허수축 부근에 위치하기 때문에 감쇠진동을 하는 불안정한 시스템이다. 그림 4.2에 대한 폐루프 전달함수는 식(4.10)의 분자항의 계수 b_2 와 b_3 이 0이 되어 다음 식과 같이 주어진다.

폐루프 극점은 $p_1 = 3.11 \pm j0$, $p_{2,3} = 0.26 \pm j8.59$, $p_4 = 408.36 \pm j0$ 에 위치하게 된다.

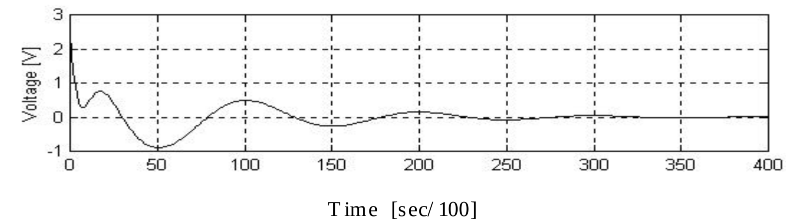
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{31064.8s + 93194.4}{s^4 + 412s^3 + 1561s^2 + 31064.8s + 93194.4} \tag{5.3}$$

PD제어기를 이용한 위치제어시스템의 응답을 고찰하기 위하여 식(5.3)에 기준입력을 4초 사이에 단위계단 함수를 인가하였을 경우에 응답특성을 그림5.4

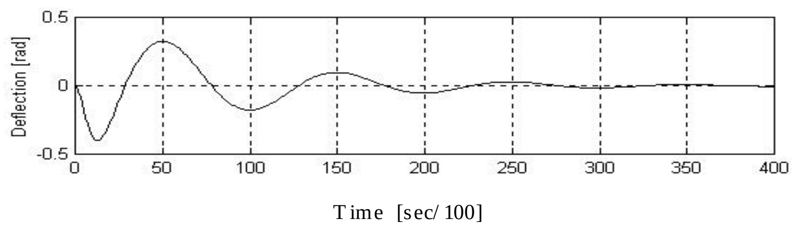
에 나타내었다. 그림 5.4에서 (a)는 전압, (b)는 탄성변형, (c)는 입력신호에 대한 시스템의 출력특성으로 선단위치이다.

PD제어기에 사용되는 비례계수 $K_P = 2.5$, 미분계수 $K_d = 0.3$ 의 값을 나타내고 있다. 계수값의 결정은 시뮬레이션의 실험값으로 선단위치, 탄성변형의 두 부분으로 나누어 평가하여 최적의 조건일 경우를 선택하였다.

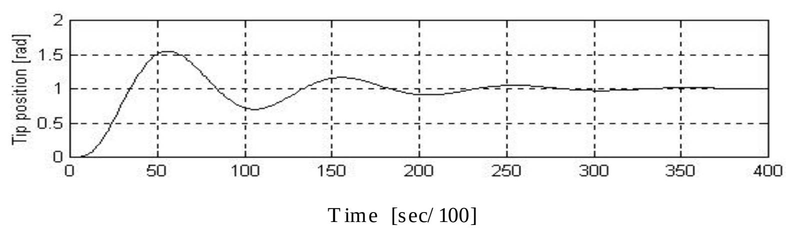
PD제어기를 이용한 위치제어시스템의 응답특성을 보면 정상상태에서 큰 오버슈터를 가지며 감쇠진동함을 그림 5.4에서 알 수 있다. 따라서 PD제어기를 이용한 위치제어시스템도 적절한 보상이 필요함을 알 수 있다.



(a) 전압



(b) 탄성변형



(c) 선단위치

Fig. 5.4 Time reponse of (a) voltage (b) deflection and (c) tip position of the position control system using PD controller.

5.3 H_∞ 제어기를 이용한 위치제어시스템의 응답

4.2장에서 실험한 데이터를 Matlab을 이용하여 제어기를 구했다.

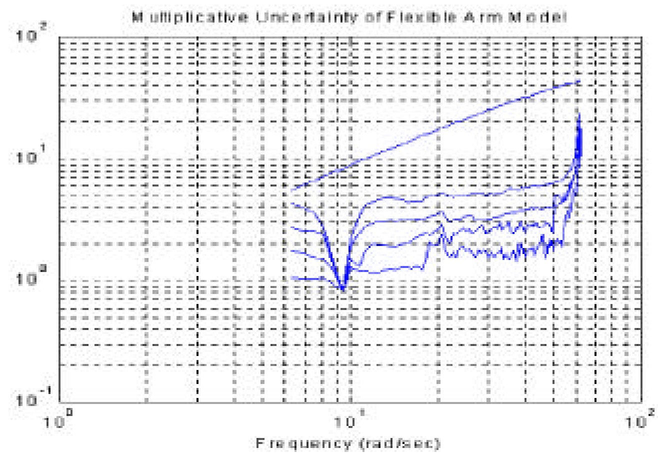


Fig 5.5 Model of uncertainty weight $W_M(s)$.

그림5.5는 실험한 데이터가 다 포함되도록 곱셈형 가중함수를 그림과 같이 설정하였다. 실제 플랜트 $\widetilde{G}(s)$

$$\widetilde{G}(s) = (1 + \Delta_m(s))\ G(s), \qquad |\Delta(j\omega)| \le |r(j\omega)| \tag{5.4}$$

이다. 이 식에서 불확실성 혹은 모델화 오차는

$$|\Delta_m(s)| = \left| \frac{\widetilde{G}(s) - G(s)}{G(s)} \right| \tag{5.5}$$

으로 주어지며 실제모델과의 오차를 백분율로 표시한 양이다. 이런 형태의 오차는 액추에이터나 센서의 동적인 특성에 의한 모델화오차를 표현하는 데 사용된다. 곱셈형 가중함수 $W_M(s)$는

$$|\Delta_m| \le |W_M| \tag{5.6}$$

이고 Matlab을 이용하여 구하면

$$W_M(s) = \frac{72.3426s^3 + 239.1144s^2 + 196.7901s + 0.1966}{s^3 + 84.077s^2 + 280.4746s + 220.7288} \tag{5.7}$$

이다. 상기방법으로 가중함수 $W_S(s)$는 다음과 같다.

$$W_S(s) = \frac{23.9063s + 135.9979}{s^3 + 2.6835s^2 + 2.8911s + 1.3943} \tag{5.8}$$

이고 또한 표준모델 전달함수는

$$G(s) = \frac{721.3s^2 + 118.9s + 1318.3}{s^4 + 160s^3 + 124s^2 + 13750s + 14} \tag{5.9}$$

이다. 그러므로 제어기 $K(s)$는 식(5.10)과 같이 구해진다.

$$K(s) = \frac{1.408e5s^7 + 3.424e7s^6 + 1.906e9s^5 + 8.28e9s^4}{s^8 + 4801s^7 + 4.04e6s^6 + 1.536e9s^5 + 3.279e9s^4}$$

$$\frac{+\ 1.582e11s^3 + 3.785e11s^2 - 5.992e9s + 7.109e8}{+\ 6.286e9s^3 + 7.144es^2 + 5.669e9s + 2.063e9} \tag{5.10}$$

식(5.10)은 실험을 위해서 차수를 Matlab을 이용하여 8차로 줄였다. 페루프시스템의 PD제어기의 스텝응답 특성을 살펴 보면 아래의 그림5.6과 같다. 그림5.6에서 보듯이 PD제어기보다 H_∞ 제어기가 개선된 제어성능을 나타내었다.

또한 그림5.7는 γ의 값을 변화할 경우 스텝응답 특성을 나타내었다. γ가 8.2 일 때 가장 좋은 특성을 나타내었다.

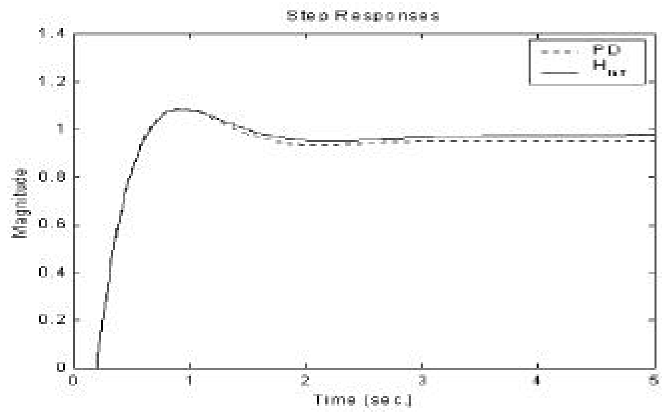


Fig. 5.6 Simulation results : Step response of the closed loop system.

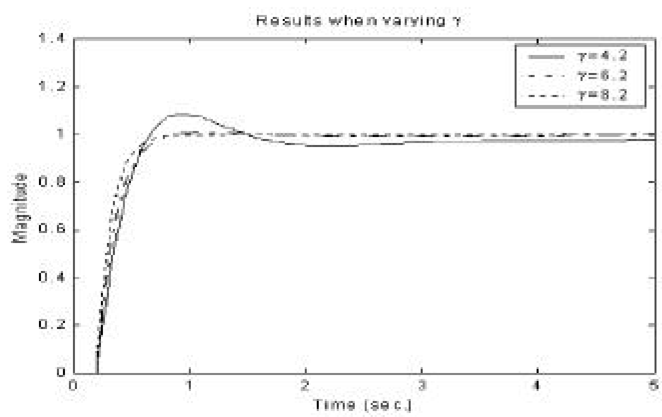


Fig. 5.7 Simulation results : Results when varying γ.

VI 실험 및 고찰

이 장에서는 4장에서 구성한 위치제어시스템에 대하여 실험을 통하여 PD제어기를 이용할 경우와 H_∞ 제어기를 이용할 경우 위치제어시스템의 응답을 각각 비교 검토하였다.

6.1 실험장치의 구성

본 연구에 사용된 전체 제어시스템의 실험장치를 그림6.1에 나타내었다. 그림6.1에서 실험장치의 구성은 IBM PC, 서보 드라이버, 인터페이스, DD모터, PSD(Position Sensor Detector)카메라, 유연한 빔, 고감도 LED를 이용하여 구성하였다.

Fig. 6.1 Experimental apparatus of total control system.

유연한 로봇팔의 선단위치를 제어하기 위한 실험장치의 구성도를 그림6.2에 나타내었다.

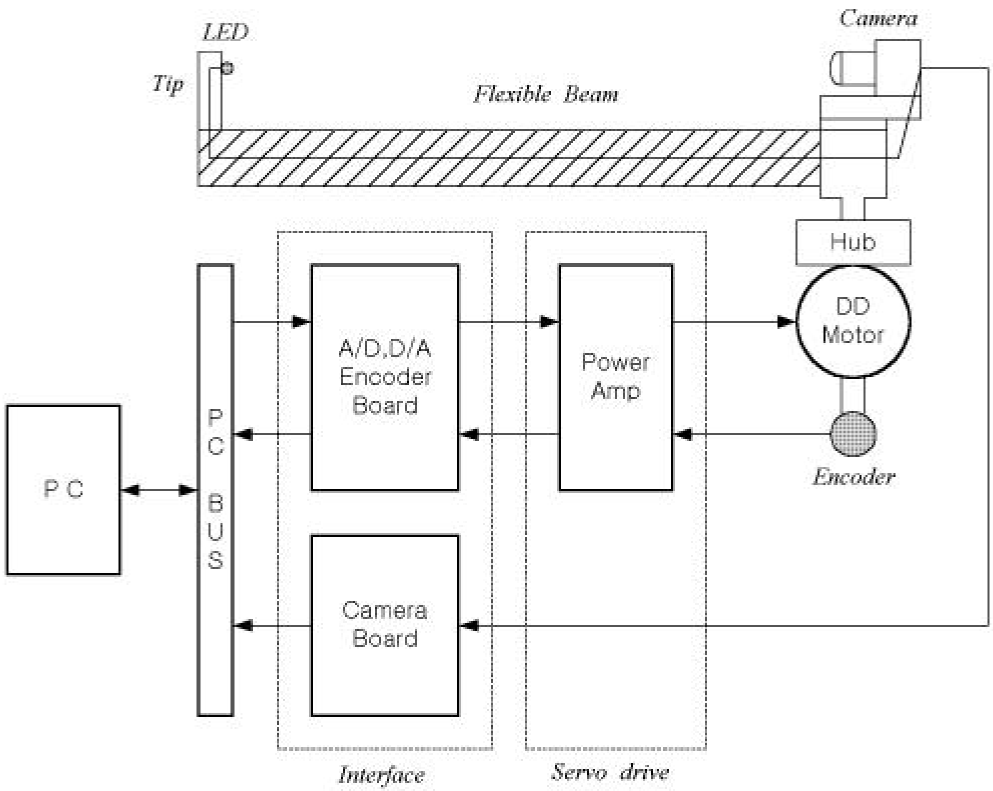


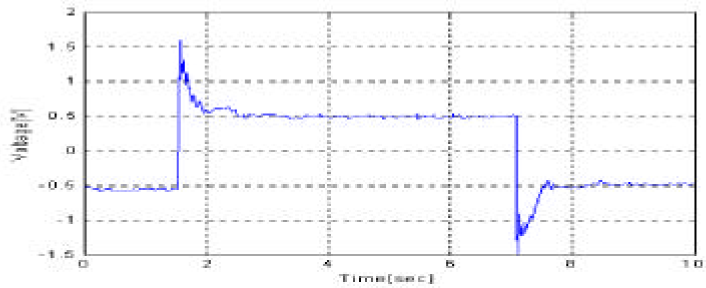
Fig. 6.2 The sketch of experimental devices.

실험장치의 동작원리는 DM 1060B형 DD모터에 부착된 엔코더에 의해서 위치를 측정하여 엔코더 보드를 통하여 컴퓨터로 입력되고, 유연한 로봇팔의 선단위치는 로봇팔의 끝 부분에 부착된 LED의 변위를 PSD 카메라로 측정하여 광검출기를 통하여 광신호를 전압신호로 변환하여 카메라 보드로 전송되어 C 언어로 작성한 프로그램에서 위치를 계산하여 컴퓨터로 입력된다. 입력된 신호 즉 카운터에서 보내어진 위치와 프로그램에 계산된 위치가 설정된 입력신호와 비교되어 제어기로 입력되며 제어기의 출력 즉 조작량은 모터에 가해지는 전압으로서 12bit D/A변환기를 통하여 서보드라이버에 있는 전력증폭기로 입력되어 DD모터를 구동하도록 되어 있다.

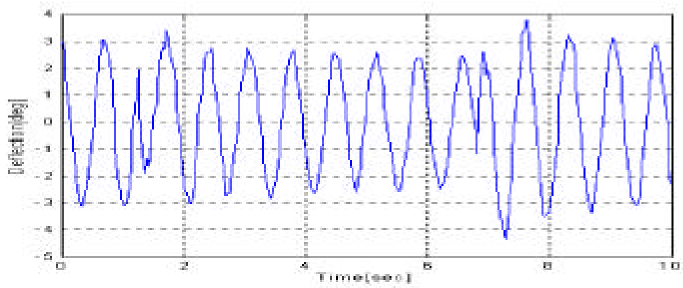
카운터는 엔코더로부터 펄스 열을 계산하여 위치신호로 변환한 후 컴퓨터에 입력시킨다. 위치검출회로는 16bit Up/Down 카운터를 이용하였으며 데이터 소거기능 및 데이터를 초기화 시킬 수 있도록 구성되어 있다. 전력증폭기는 인터페이스로부터 보내지는 지령전압에 대한 모터의 구동전압을 공급한다.

6.2 PD제어기를 이용한 위치제어시스템의 응답

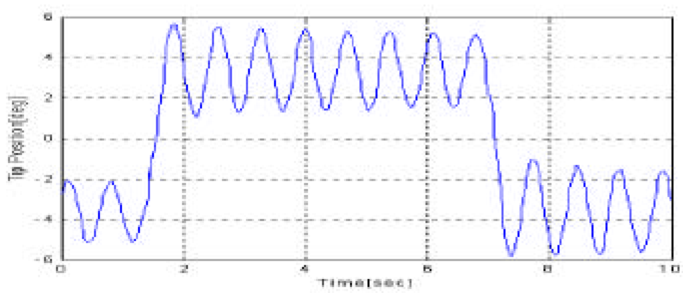
PD제어기의 비례계수 $K_p = 0.18$, 미분계수 $K_d = 0.041$로 설정하고 기준입력을 각도로 $\pm 4^{\circ}$로 변화하는 구형파를 인가하였을 경우 PD제어기를 이용한 위치제어시스템의 실험결과를 그림6.3에 나타내었다. 그림6.3에서는 (a)는 전압, (b)는 탄성변형, (c)는 기준입력에 대한 시스템의 출력응답으로서 선단위치이다. 그리고 그림6.4는 선단끝단에 32g payload를 부착했을 시 시스템의 출력응답이고 그림6.5는 선단끝단에 64g payload를 부착했을 시 시스템의 출력응답이다.



(a) 전압

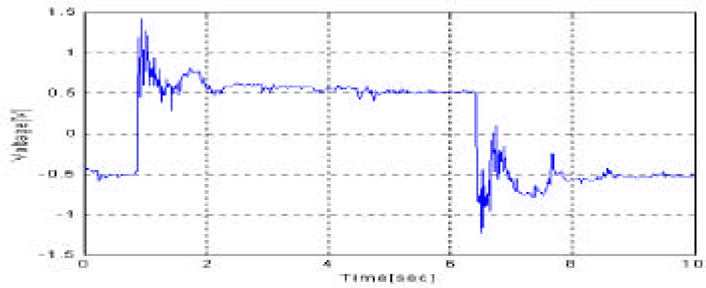


(b) 탄성변형

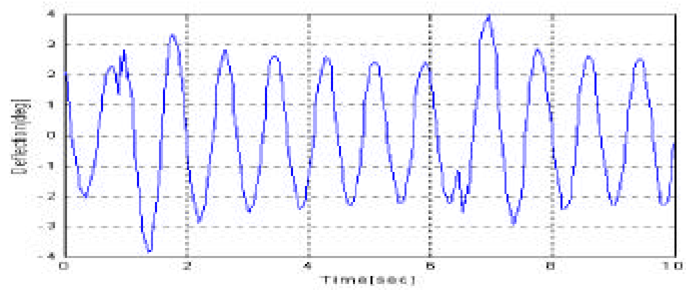


(c) 선단위치

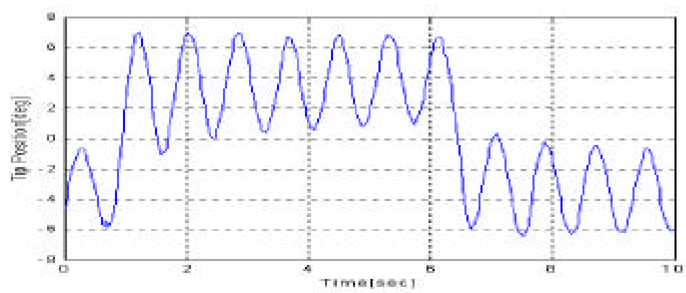
Fig. 6.3 Response system on no payload of (a) voltage (b) deflection and (c) tip position of the manipulator by PD controller.



(a) 전압

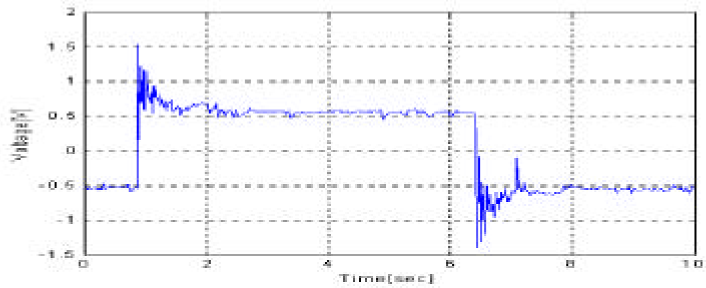


(b) 탄성변형

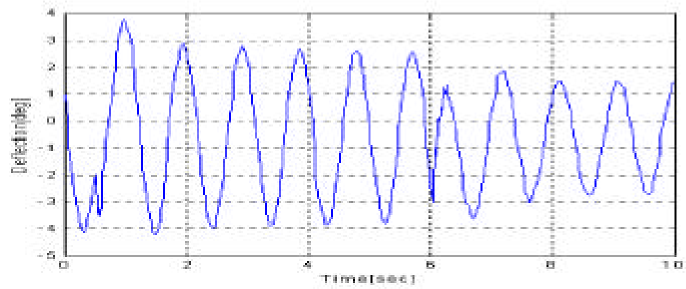


(c) 선단위치

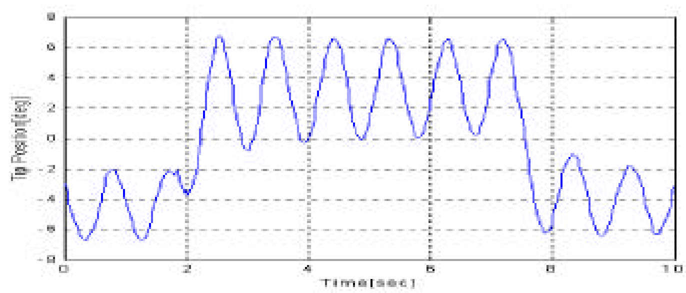
Fig. 6.4 Response system on payload 32g of (a) voltage (b) deflection and (c) tip position of the manipulator by PD controller.



(a) **전압**



(b) **탄성변형**

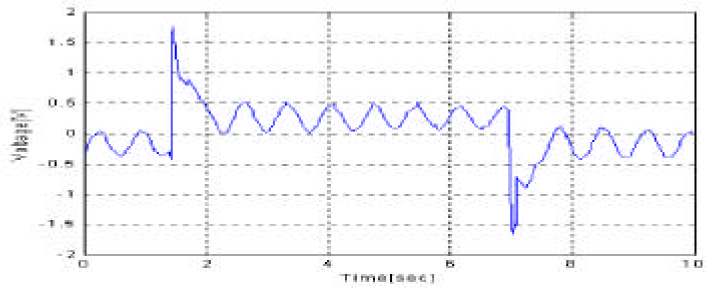


(c) **선단위치**

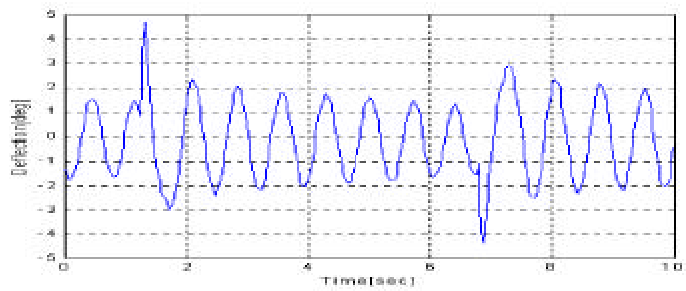
Fig. 6.5 Response system on payload 64g of (a) voltage (b) deflection and (c) tip position of the manipulator by PD controller.

6.3 H_∞ 제어기를 이용한 위치제어시스템의 응답

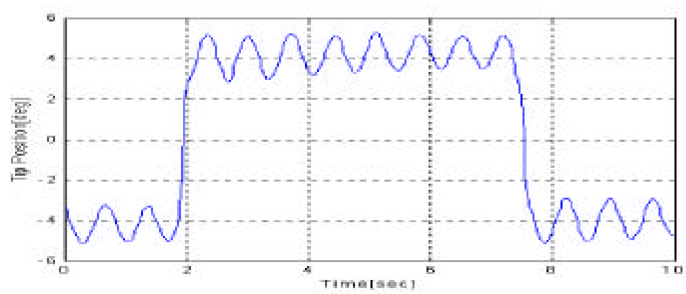
H_∞ 제어기를 설계한 후 기준입력을 각도로 $\pm 4^\circ$ 로 변화하는 구형파를 인가하였을 경우 H_∞제어기를 이용한 위치제어시스템의 실험결과를 그림6.6에 나타내었다. 그림6.6에서는 payload 을 부착하지 않을 시 (a)는 전압, (b)는 탄성변형, (c)는 기준입력에 대한 시스템의 출력응답으로서 선단위치이다. 그리고 그림6.7은 선단끝단에 32g payload을 부착했을 시 시스템의 출력응답이고 그림6.8은 선단끝단에 64g payload 을 부착했을 시 시스템의 출력응답이다.



(a) **전압**

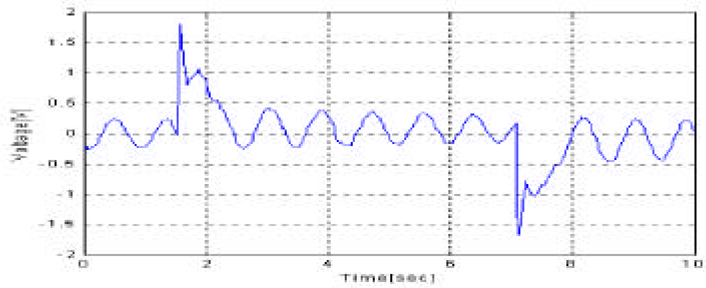


(b) **탄성변형**

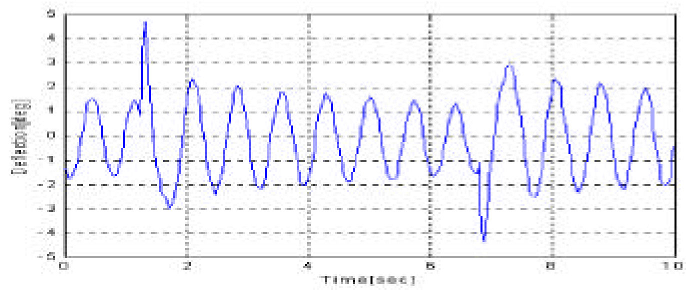


(c) **선단위치**

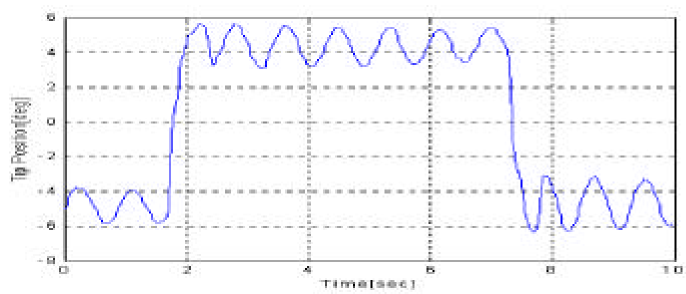
Fig. 6.6 Response system on no payload of (a) voltage (b) deflection and (c) tip position of the manipulator by H_∞controller.



(a) **전압**

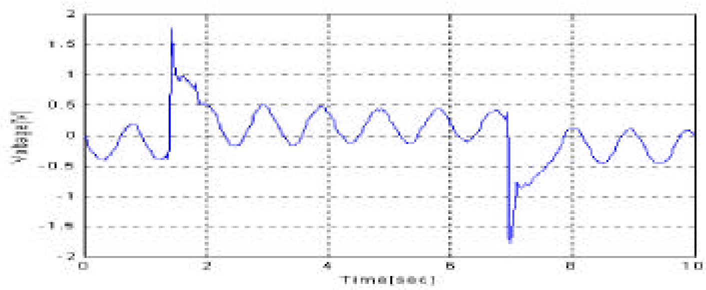


(b) **탄성변형**

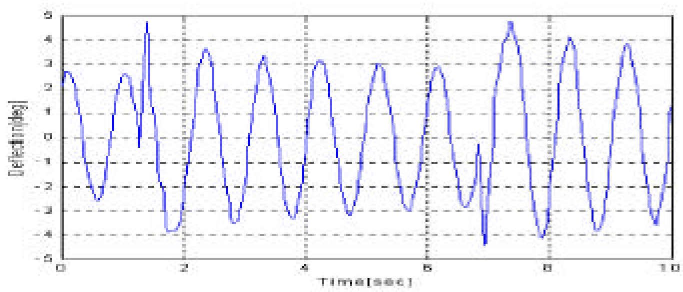


(c) **선단위치**

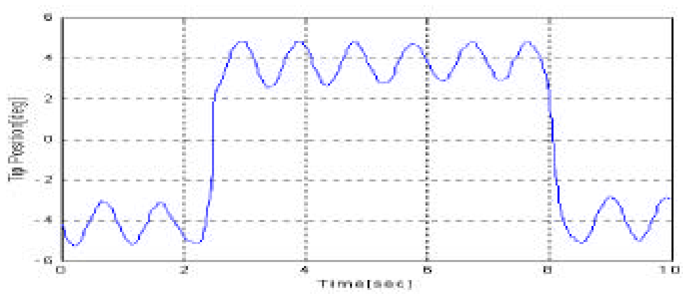
Fig. 6.7 Response system on payload 32g of (a) voltage (b) deflection and (c) tip position of the manipulator by H_{∞}controller.



(a) 전압



(b) 탄성변형



(c) 선단위치

Fig. 6.8 Response system on payload 64g of (a) voltage (b) deflection and (c) tip position of the manipulator by H_{∞}controller.

6.4 PD제어기와 H_∞ 제어기를 이용한 위치제어시스템 응답 비교

그림6.9에서 알 수 있듯이 PD제어기를 이용한 위치제어시스템은 payload가 증가할수록 진동이 커진다. 그러나 그림6.10의 H_∞ 제어기를 이용한 위치제어 시스템은 진동은 약간 존재하나 PD제어기보다 훨씬 더 빠르게 수렴하는 것을 알 수 있었고 payload가 증가함에 따라 진동이 거의 같음을 알 수 있었다.

PD제어기를 이용한 위치제어시스템의 경우 진동성분은 정상상태에서 최대 8° 로 감쇄진동을 하였다. 그러나 H_∞ 제어기를 이용한 위치제어시스템의 경우 진동성분은 최대 2° 에서 감쇄진동함을 알 수 있었다. H_∞ 제어기를 이용한 위치제어시스템은 PD제어기를 이용한 위치제어시스템보다 훨씬 더 빠르게 수렴하는 것을 알 수 있었다.

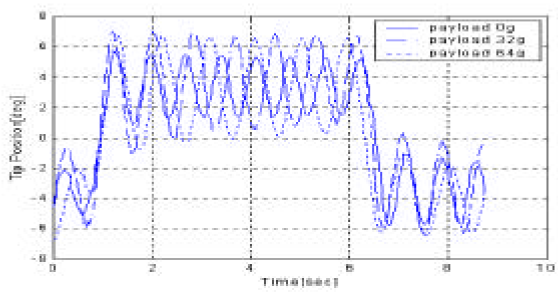


Fig. 6.9 Response position control system using PD controller.

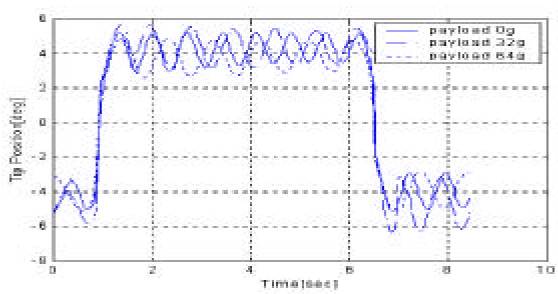


Fig. 6.10 Response position control system using H_∞ controller.

Ⅶ 결 론

비선형 시스템인 유연한 로봇팔을 제어하는 경우에 가볍고 유연한 재질로 인해 원하지 않는 저주파 진동이 발생하여 빔의 위치제어와 진동제어를 하는 경우 고도의 정확성과 안정성이 필요로 한다. 따라서 본 연구에서는 H_∞ 제어이론을 적용하여 제어대상의 모델링 과정에서 발생한 오차나 파라미터의 변동 등을 모델링 불확실성으로 간주하고 과도특성과 정상특성 등에 대해 적절히 대처할 수 있는 로버스트 제어기를 설계하였다.

본 연구에서는 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, PD제어기를 이용하여 유연한 빔의 진동성분을 제어할 수 있었으나 PD제어기에서는 선단위치의 최대 진동성분이 약 8° 에서 감쇄진동을 하였다.

둘째, H_∞ 제어기를 설계하기 위해 payload을 부착한 상태에서 주파수를 변화시켜 플랜트의 특성응답을 구하여 제어기를 설계하였다.

셋째, 설계된 H_∞ 제어기를 이용하여 실험한 결과 진동성분이 최대 약 2° 에서 감쇄진동을 하였다.

따라서 H_∞ 제어기는 PD제어기에 비교해서 부하의 변동 및 파라미터 변동에도 불구하고 강인한 특성을 나타내었다.

향후과제는 진동성분을 더욱 더 줄일 수 있도록 더 정밀한 제어기의 설계가 요구된다.

부 록

A. 로봇팔의 매개변수 계산

유연한 로봇팔의 고유주파수 f_i 는 그림 5.3과 같이 실험적으로 측정된 값으로서

$$f_i = 1.386[Hz] \tag{A.1}$$

이며 각주파수 ω_i 는 식(A.1)을 다음 식에 대입하면

$$\omega_i = 2\pi f_i = 8.708[\mathrm{rad/s}] \tag{A.2}$$

모터의 관성 I_m 과 카메라의 관성 I_c 는 각각 다음과 같다.

$$I_m = 0.023[\mathrm{kg \cdot m^2}]$$

$$I_c = \frac{1}{3}(m_c + m_s)\cdot L^2 = 0.00623[\mathrm{kg \cdot m^2}] \tag{A.3}$$

여기서 $m_c = 0.47[\mathrm{kg}]$ 는 카메라의 질량, $m_s = 0.36[\mathrm{kg}]$ 은 렌즈의 질량, 카메라와 렌즈의 길이는 $L = 0.15[\mathrm{m}]$ 이다. 모터의 축에 빔을 부착하기 위해서 설치한 허브의 관성 I_h 는 식(A.3) 에서 구한 모터의 관성 I_m 과 카메라의 관성 I_c 를 합한 값으로 주어진다.

$$I_h = I_m + I_c = 0.02923[\mathrm{kg \cdot m^2}] \tag{A.4}$$

강체 빔 자체의 관성 I_l 는

$$I_l = \frac{1}{3} m_t \cdot l^2 = 0.03293\,[\mathbf{kg \cdot m^2}] \tag{A.5}$$

유연한 로봇팔의 강체계수 K_{stiff} **는 링크의 각주파수에 전체 부하관성을 곱하면**

$$K_{stiff} = \omega_i^2 \cdot I_{load} = 7.3 \tag{A.6}$$

이며 따라서 상태공간 방정식의 계수 A_{32}, A_{42}, B_3, B_4 **는 다음과 같이 주어진다**.

$$\begin{aligned} A_{32} &= \frac{\omega_i^2\,\gamma_i}{I_h} = \frac{K_{stiff}}{I_h} = 250 \\ A_{42} &= -\omega_i^2\left(1 + \frac{\gamma_i^2}{I_h}\right) = -\frac{K_{stiff} \cdot (I_{load} + I_h)}{I_h \cdot I_{load}} = 325 \\ B_3 &= \frac{G_a K_t}{I_h} = 103 \\ B_4 &= \frac{G_a K_t}{I_h} = 103 \end{aligned} \tag{A.7}$$

여기서 서보증폭기의 이득 $G_a = 17.66$, **모터의 토크상수** $K_t = 0.17\,[\mathrm{Nm/A}]$ **이다**.

참 고 문 헌

1) D. Wang, M. Vidyasagar, "Passive Control of a Single Flexible Link." In Proc, IEEE Conf. on Robotics and Automation, IEEE Computer Society Press, Silver Spring, MD, pp.1432-1437, 1990

2) C. Trautman, D. Wang, "Non-collocated Passive Control of a Flexible Link Manipulator", Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation, pp.1107-1114, 1996.

3) R. I. Milford, S. F. Asokanthan, "Experimental On-line Frequency Domain Identification and Adaptive Control of a Flexible Slewing Beam", Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, pp58-65

4) A. Tchernychev, A. Sideris, "Constrained H_{∞} Control of an Experimental Flexible Link", Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, pp. 206-211, 1997

5) S. V. Savant, H. H. Asada, "Integrated Structure/Control Design Based On Model Validity and Robustness Margin", Proceedings of the American Control Conference, pp. 2871-2875, 1999

6) Susy Thomas, Jong-Hwan Kim, "Alleviation of Chattering in Variable Structure Control Signal for Flexible One-link Manipulator", Proc. IEEE Int. Conf on Robotics & Automation, pp. 3847-3852, 2001

7) S. Nicosia, P. Tomai, A. Tornambe, "Non-linear control and observation algorithms for a single-link flexible robot arm", INT. J. CONTROL, pp. 827-840, 1989

8) 최연욱, "현대제어이론의 기초", 청문각, 2001

9) 권세현, "복소 쌍입력 기술함수를 갖는 비선형제어기를 이용한 유연한 로봇 팔의 위치제어", 동아대학교, 박사학위논문, 1998

10) 박윤명, 박양수, 하홍곤, 이형기, 최부귀, "유연한 매니퓰레이터를 위한 기준궤적신호 제어", Proceedings of the 13^{th} KACC, pp208-211, 1998

11) 소일영, 정사철, 함운철, "가변 구조 제어 이론을 이용한 유연한 로봇 매니퓰레이터의 제어기 설계", KACC, pp579-582, 1995

12) 신춘식, 안영주, 변기식, "MARLAB과 함께한 제어시스템 해석 및 설계", 동일출판사, 1999

13) **황우현**, **안성모**, " MATLAB**을 이용한 제어시스템 설계**", **대광서림**, 1997
14) **김창화**, "**센서리스 자기 부상계의 강인한 위치제어기 설계에 관한 연구**",
부경대학교, **박사학위논문**, 1998

감사의 글

본 논문이 완성되기 까지 학문에 임하는 자세를 가르쳐 주시고, 물심 양면으로 지도와 격려를 아끼지 않으신 이형기 지도교수님께 무한한 감사를 드립니다.

특히 바쁘신 학사 일정 속에서도 본 논문을 심사하는 과정에서 부족한 점을 지적해 주시고 가르쳐 주신 최연욱 교수님, 안영주 교수님 그리고 여러 가지로 부족한 제자를 위해 지도와 격려를 해 주신 변기식 교수님, 김남호 교수님, 황용연 교수님, 김만고 교수님께 깊은 감사를 드립니다. 부족한 저에게 항상 용기와 학문의 기초를 마련해 주신 부경대학교 제어계측공학과 교수님과 경남정보대학 전자정보학부 교수님께 감사를 드립니다.

논문 자료 정리와 힘들 때 같은 자리에서 위로를 해 주신 대학원 동기들과 시스템제어연구실의 후배들에게 감사 드리며, 아울러 저를 기억해 주시고 걱정해 주신 모든 분께도 감사드립니다.

사랑과 정성으로 아들이 잘 되기를 바라시는 부모님, 어려울 때 용기와 희망을 주신 누님들, 매형들, 그리고 동생들에게 감사를 드립니다.

끝으로 본 연구 기간 동안에 항상 곁에서 많은 어려움을 참고 견뎌준 사랑하는 향에게 감사하며, 앞으로는 더욱 정진하여 남은 여생을 가족과 함께 열심히 살아갈 것을 맹세하며 이 논문을 모든 분께 받칩니다.

2002년 2월

신봉철 올림