

공학석사 학위논문

RCGA를 이용한 자기부상계의 최적 PID제어기 설계



2004年 2月

부 경 대 학 교 대 학 원

제어기계공학과

김 종 대

김종대의 공학석사 학위논문을 인준함

2003年 12月 26日

주 심 공학박사 문 덕 홍



위 원 공학박사 장 지 성



위 원 공학박사 양 주 호



목 차

Abstract	iii
기호설명	v
 제 1 장 서 론	 1
 제 2 장 자기부상계의 수학적 모델링	 3
2.1 전자기적 고찰	3
2.2 자기부상계의 모델링	6
 제 3 장 실수코딩 유전알고리즘	 9
3.1 유전알고리즘의 기본 개념	9
3.2 단순유전알고리즘	10
3.2.1 초기 개체집단의 생성	10
3.2.2 적합도의 평가	10
3.2.3 기본 유전 연산자	11
3.3 실수코딩 유전알고리즘	14
3.3.1 초기집단생성	14
3.3.2 적합도 스케일링	16
3.3.3 재생산	16
3.3.4 교배	17
3.3.5 돌연변이	19
3.3.6 엘리트 전략	21
 제 4 장 평가함수 선정 및 최적 PID제어기 설계	 23
4.1 제어계 구성	23
4.2 파라미터 동조법	24
4.2.1 Ziegler-Nichols 동조법	24

4.2.2 계전기 자동동조법	29
4.2.3 Cohen-Coon 동조법	31
4.2.4 GA에 의한 PID 동조법의 특징	32
4.3 평가함수 선정 및 제어기 설계	34
 제 5 장 응답 시뮬레이션	 35
 제 6 장 결 론	 39
 참고문헌	 40

A Design of Optimal PID Controller to a Magnetic Levitation System Using RCGA

Jong-Dae Kim

*Department of Control and Mechanical Engineering, The Graduate School.
Pukyong National University*

Abstract

Scientists have made efforts to levitate an object by magnet long time ago, and magnetic levitation got attention since Habermann, which is specialized in magnetic bearing, was established in 1976. The studies about this field are carried out actively in French, America and Japan.

The applications of the magnetic levitation system include main shaft of high speed machinery, magnetic levitation train, and the pump of the artificial heart. And this magnetic levitation system is being applied to high-tech industry such as aerial space industry and bio-industry continuously.

The important thing in the magnetic levitation system is the system is not stable originally. Therefor the key point is to make the unstable system a stable one.

There are several methods in the parameter tuning of PID controller, such as Ziegler-Nichols method, Cohen-Coon method and relay auto-tuning method, that doesn't need to know any mathematical knowledge for controlled system. But, these kind of method has weak point that it is only used in the case that controlled system should meet special conditions and it is worked on open loop system that has disadvantage at noise. The optimization methods in order to conquer these disadvantages are the steepest descent method, newton method and so on. But, these method have also disadvantage, when object function have many parameter to be optimized. These optimization methods base on numerical analysis can't work well due to increasing calculation time and going to local solution.

But, genetic algorithm which imitate nature phenomena is free on these disadvantage that normal numerical analytic optimal method have. And this genetic algorithm doesn't need predetermined knowledge and require other information except object function, it is introduced in many field such as system identification and control, machinery study, neural network and signal process

successfully.

In this paper, author tried to find the mathematical model for the one side magnetic levitation system installed electric magnet on the top and to propose a method to get the proper PID parameters using the RCGA that is free on disadvantage that other PID parameter tuning methods have. And author also conformed that the designed magnetic levitation system have a good performance through the response simulation.

기호 설명

A_o	: 출력진폭
A_r	: 계전기 진폭
B	: 자속밀도 [Wb/m ²]
b_n	: 불평등 정도를 나타내는 매개변수
d	: 난수(random)
E	: 평형점에서의 전압 [V]
e	: 전자석 코일의 공급전압 [V]
e'	: 오차신호전압 [V]
$e(t)$	: 기준입력과 출력과의 오차 [V]
$F(x)$	: 원시 적합도
f_d	: 외력(외란) [N]
f_m	: 흡인력 [N]
$f(x)$	: 원시 적합도(목적함수)
$f'(x)$	: 변환된 적합도
$G(s)$	: 자기부상시스템의 개루프 전달함수
g	: 중력가속도 [m/s ²]
I	: 평형점에서의 전류 [A]
i, j	: 개체에 대한 변수
i_c	: 코일에 흐르는 전류 [A]
J	: 평가함수
K	: 계인
K_c	: 임계이득
K_{dc}	: 직류이득(DC gain)
K_p	: 비례계인
$K(s)$	: 제어기
K_u	: 한계이득

k	: 세대수 [세대]
k_f	: 전자석의 힘상수
L	: 코일 내의 인덕턴스 [H]
L_0	: 누설자속에 따른 인덕턴스 [H]
L_t	: 시간지연 [sec]
l	: 염색체의 길이
l_m	: 전자로의 길이 [m]
m	: 부상축의 질량 [kg]
N	: 개체집단의 크기
n	: 코일의 감은 횟수 [회]
P_c	: 교배확률(crossover rate)
P_{cr}	: 임계주기 [sec]
$P(i)$	: i 세대의 개체집단
$\overline{P}(i)$	: 교배급원
$\widehat{P}(i)$	: 임시집단
P_m	: 돌연변이확률(mutation rate)
Q	: 속도기전력 [Hm]
R	: 전자석 코일의 저항 [Ω]
r	: 기준입력전압 [V]
S	: 전자로의 단면적 [m^2]
s	: BCGA에서의 염색체
T	: 알고리즘이 실행되는 최대 세대수 [세대]
T_c	: 시정수
T_d	: 미분시간
T_i	: 적분시간
T_u	: 한계주기 [sec]
t_f	: 최종시간 [sec]
v	: 속도 [m/s^2]

X	: 변위 [m]
X_0	: $\frac{l}{2\mu_s}$ [m]
X_1	: $X + X_0$ [m]
x	: RCGA에서의 염색체
x_d	: 부상체의 간극(gap) [m]
x_d'	: 미소변위 [m]
$x^{(L)}$	: 영역의 하한값
$x^{(U)}$	: 영역의 상한값
z_1, z_2	: 추가되는 영점
γ	: $F(\mathbf{x}) \geq 0$ 의 관계를 만족시키는 상수
η_i	: 재생산 계수
θ	: 시간지연 [sec]
λ	: 곱인수(multiplier)
μ_0	: 진공투자율 [H/m]
μ_s	: 비투자율
τ	: 상승시간 [sec]
τ_r	: 0 또는 1을 발생하는 난수
Φ	: 자속 [Wb]
ϕ_m	: 설계자가 미리 정해주는 위상여유 [rad]

제 1 장 서 론

자석의 힘으로 물체를 부상시키기 위한 노력은 오래 전부터 여러 과학자들에 의하여 시도되어 왔으며, 실제 자기부상이 세계의 주목을 끌게 된 것은 1976년 프랑스에서 Habermann이 자기베어링 전문회사를 설립한 이후부터이다. 이 분야에 대한 연구는 현재 프랑스를 중심으로 한 스위스, 미국, 일본, 독일 등에서 활발하게 수행되고 있다.⁷⁾

자기부상시스템은 기계적인 접촉에 의해 발생하는 마찰, 열, 소음 등을 거의 없앨 수 있다는 장점으로 인하여 응용 분야가 일반 산업용에서부터 우주항공 산업에 이르기까지 점차적으로 광범위해지고, 이에 관한 연구도 활발히 진행되고 있다. 한 예로 고속회전기, 각종 특수펌프, 인공심장 등의 자기베어링이나 자기부상 열차를 들 수 있다.

하지만, 이러한 자기부상시스템에 있어서 가장 큰 문제점이 시스템 자체가 본질적으로 불안정하기 때문에 이를 안정화하는 제어기 설계가 필요 요구된다.^{8)~14)}

자기부상시스템의 안정화를 위한 제어시스템의 설계에는 현재 여러 기법이 사용되어지고 있으나, 본 연구에서는 산업현장에서 지속적으로 널리 이용되고, 강인성, 설비 구조의 단순성, 응용성 등의 많은 장점과 상대적으로 우수한 제어성능을 제공할 뿐만 아니라 높은 신뢰성을 갖고 있는 것으로 널리 알려져 있는 PID(proportional-integral-derivative)제어기를 이용하여 제어시스템을 설계하고자 한다.

PID제어기를 설계하기 위해서는 제어기의 각 파라미터를 적절히 선정해야 한다. 현재까지 제안된 PID제어기의 파라미터 동조법에는 Ziegler-Nichols 동조법, Cohen-Coon 동조법 등이 있으며, 이러한 동조법은 특별한 수치 모델링을 거치지 않고도 PID 파라미터들을 선정할 수 있는 장점이 있다. 하지만, 이러한 동조법은 시스템이 안정한 경우에 한해 사용 가능하며, 개루프 상태의 플랜트의 응답을 통해 PID 파라미터 동조를 행하므로 응답 도중의 외란이나 잡음에 취약하다. 이러한 PID제어기의 파라미터 동조법은 제어대상의 특성이 어떠한 조건을 만족하는 경우에 한해 사용 가능하다는 단점을 가지고 있다. 본 연구에서는 이러한 제약조건에서

자유로울 수 있는 유전알고리즘(genetic algorithm)을 도입하여 최적의 PID제어기를 구할 수 있는 방법에 대해 연구하고자 한다.^{1)~4), 14)}

최적화의 방법 중 자연 현상을 모방한 알고리즘에는 유전알고리즘, 모의진화(simulated evolution), 진화전략(evolutionary strategies) 등이 있다. 이들은 탐색공간에 대한 제약성과 사전지식이 없고, 목적함수 외에 보조정보를 요구하지 않는 장점 때문에 제어 및 시스템의 식별, 함수의 최적화, 기계학습, 신경회로망의 학습, 신호처리 등의 많은 분야에서 성공적으로 이용되고 있다.

유전알고리즘은 자연선택과 유전학에 기초한 최적화 기법으로 모의진화를 통해 최적의 해를 확률적으로 구하는 방법이다. 이러한 유전알고리즘은 전통적으로 이진코딩 염색체에서 동작해 왔으며, 아직도 많은 유전알고리즘에서는 이진코딩을 채용하고 있다. 그러나, 이진코딩 유전알고리즘으로써 정밀도를 향상시키고자 할 때는 염색체 길이의 증가, 해밍절벽(hamming cliff)과 같은 단점이 발생하기 때문에 근래에는 이진코딩 유전알고리즘 대신에 최적화 문제 해결에 적합한 실수코딩 유전알고리즘(real coded genetic algorithm : RCGA)을 널리 이용하고 있다.^{4), 15)~17)}

본 연구에서는 상부에 전자석이 편측에 배치되어 있는 편측자기부상시스템을 수학적으로 모델링하고, RCGA를 도입하여 주어진 평가함수를 최적적으로 하는 PID 파라미터를 구하는 방법을 제시하고자 하며, 설계된 최적 자기부상시스템에 대해 응답시뮬레이션을 통하여 설계된 제어시스템의 타당성을 검토한다.

제 2 장 자기부상계의 수학적 모델링

본 연구에서 제어대상으로 한 자기부상시스템은 Fig. 2.1과 같이 편측 자기부상시스템이다.

편측 자기부상시스템은 상부에만 전자석이 있는 것으로서 본 연구에서는 이를 수학적으로 모델링하였다.

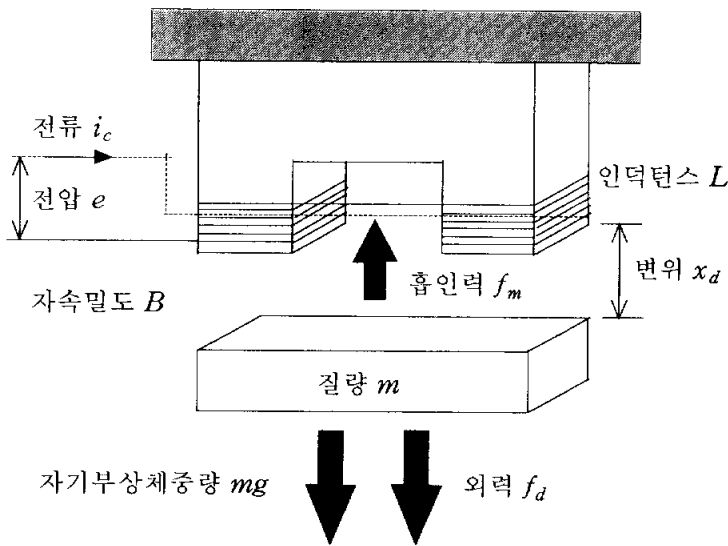


Fig. 2.1 structure of magnetic levitation system

부상측의 질량을 m 이라고 하고, 외력을 f_d 라 한다. 전자석은 코일을 n 회 감고, 전류 i_c 를 흐르게 한다. 이 때의 전자석에는 자기포화(magnetic saturation)나 히스테리시스(hysteresis)가 없다고 가정한다.^{11)~12)}

2.1 전자기적 고찰

철심의 비투자율을 μ_s , 진공의 투자율을 μ_0 , 전자로의 단면적을 S , 전자로의 길이를 l_m , 간극(gap)을 x_d , 권수를 n 이라고 할 때, 자속 Φ 는 식 (2.1)과 같다.

$$\Phi = \frac{n i_c}{\frac{l_m}{\mu_0 \mu_s S} + \frac{2x_d}{\mu_0 S}} = \frac{\mu_0 S n i_c}{\frac{l_m}{\mu_s} + 2x_d} \quad (2.1)$$

자속밀도 $B = \frac{\Phi}{S}$ 이므로, 식 (2.1)에 의해 식 (2.2)처럼 나타낸다.

$$B = \frac{\mu_0 n i_c}{\frac{l_m}{\mu_s} + 2x_d} \quad (2.2)$$

흡인력 f_m 은 자속밀도의 제곱과 단면적의 곱에 비례하므로, 식 (2.2)에 의해 식 (2.3)과 같이 된다.

$$f_m = \frac{B^2}{2\mu_0} \cdot 2S = \frac{n^2 \mu_0 S i_c^2}{\left\{ \left(\frac{l_m}{\mu_s} \right) + 2x_d \right\}^2} \quad (2.3)$$

코일 내의 인덕턴스(inductance) L 은 자체의 누설자속이 존재한다. 이러한 누설자속 또한 전류에 비례하므로, 전체 인덕턴스는 식 (2.4)와 같이 표현된다.

$$L = \frac{n^2 \mu_0 S}{\frac{l_m}{\mu_s} + 2x_d} + L_0 \quad (2.4)$$

식 (2.3)과 식 (2.4)로부터 흡인력 f_m 과 인덕턴스 L 의 값을 계산하기 위해서는 위의 두 식에 포함되어 있는 각 파라미터 값들을 알아야 한다. 그러나, 여러 가지 물리적인 제약조건으로 이 두 식을 직접 이용하기는 어렵다. 따라서, 위의 두 식을 식 (2.6) 및 식 (2.7)과 같이 바꾸어 쓰고, 실험적인 방법에 의해 간극(gap)과 전류에 따른 힘과 간극에 따른 인덕턴스의 값을 측정하여, 위 식의 파라미터 k_f , X_0 , Q , L_0 의 값을 결정한다.

$$f_m = k_f \left(\frac{i_c}{x_d + X_0} \right)^2 \quad (2.6)$$

$$L = \frac{Q}{x_d + X_0} + L_0 \quad (2.7)$$

여기서,

$$k_f = \frac{n^2 \mu_0 S}{4}$$

$$X_0 = \frac{l_m}{2\mu_s}$$

$$Q = \frac{n^2 \mu_0 S}{2}$$

이다.

2.2 자기부상계의 모델링

Fig. 2.1의 구조에 있어서 부상체의 운동방정식은 식 (2.8)로 표현된다.

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 x_d}{dt^2} &= mg - f_m + f_d \\ &= mg - k_f \left(\frac{i_c}{x_d + X_0} \right)^2 + f_d \end{aligned} \quad (2.8)$$

그리고, 전자식 코일에 흐르는 전류에 관한 전기회로의 방정식은 식 (2.9)와 같다.

$$\begin{aligned} e &= \frac{d}{dt}(Li_c) + Ri_c \\ &= -\frac{Q}{(x_d + X_0)^2} i_c v + L \frac{di_c}{dt} + Ri_c \end{aligned} \quad (2.9)$$

식 (2.8)과 식 (2.9)는 비선형방정식이다. 이 비선형방정식에 대해서는 선형제어이론을 적용할 수 없다. 따라서 선형제어이론을 적용하기 위하여 이 두 식들을 다음과 같이 선형화를 해야 한다.

먼저, 평형점 부근에서 다음과 같은 미소변화를 고려한다.

$$x_d = X + x_d' \quad (2.10)$$

$$i_c = I + i_c' \quad (2.11)$$

$$e = E + e' \quad (2.12)$$

여기서, X , I , E 는 평형점에서의 간극(gap), 전류 및 전압을 표시한다. 식 (2.10) 및 식 (2.11)을 식 (2.8)에 대입한 후, 여기서 식 (2.13)을 만족하는 평형점 부근에서 Talyer급수 전개하여 제 1항까지만 취하면, 식 (2.14)와 같은 선형방정식이 얻어진다.

$$mg = k_f \left(\frac{I}{X + X_0} \right)^2 \quad (2.13)$$

$$m \frac{dx_d'^2}{dt^2} = 2k_f \left(\frac{I}{X_1} \right)^2 \left(\frac{x_d'}{X_1} - \frac{i_c'}{I} \right) + f_d \quad (2.14)$$

(단, $X_1 = X + X_0$ 이다.)

그리고, 식 (2.9)에 식 (2.11) 및 식 (2.12)를 대입하고, 평형점($E = RI$)에서 회로방정식을 다시 쓰면, 식 (2.9)는 식 (2.15)와 같이 된다. 이 때 $x_d' \ll X_0$, $i_c' \ll I$ 라고 가정하였다.

$$e' = -\frac{QI}{X_1^2} v + L \frac{di_c'}{dt} + Ri_c' \quad (2.15)$$

Fig. 2.2는 식 (2.14) 및 식 (2.15)를 라플라스 변환하여 블록선도로 나타낸 것이다. 여기서 우측에 있는 x_d' 로부터의 루프가 플러스 피드백(positive feedback)이 되어 있다. 자기부상시스템이 본래 불안정하다는 것은 여기에 기인하고 있다는 것을 알 수 있다. v 로부터의 루프도 플러스 피드백이다. 왼쪽 아래의 루프는 마이너스 피드백(negative feedback)인데, 코일 전압의 변화에 대해서 코일 전류가 누출되어 변화하는 것을 나타내고 있다.

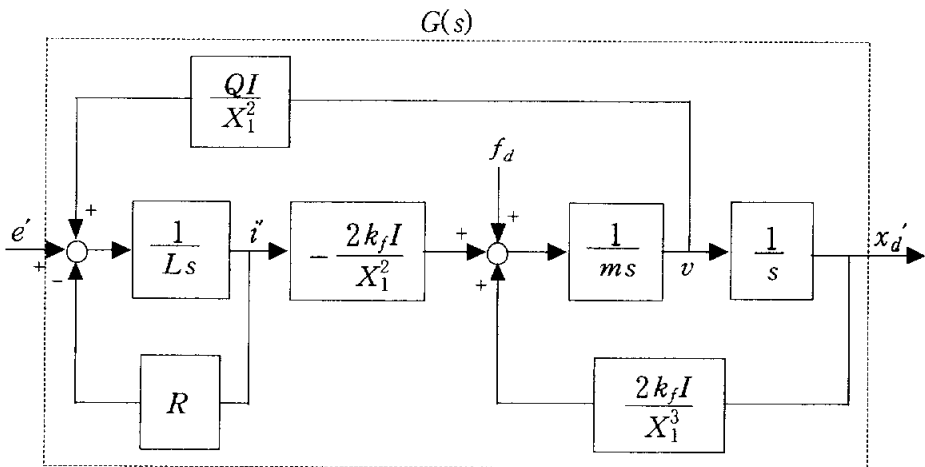


Fig. 2.2 Block diagram of magnetic levitation system

그리고, 식 (2.14) 및 식 (2.15)를 상태방정식으로 나타내면 식 (2.16)과 같이 된다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_d' \\ v \\ i_c' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{2k_f l_m^2}{mX_1^3} & 0 & -\frac{2k_f l_m}{mX_1^2} \\ 0 & \frac{QI}{LX_1^2} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d' \\ v \\ i_c' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} e' + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \\ 0 \end{bmatrix} f_d \quad (2.16)$$

식 (2.16)을 전달함수로 나타내면, 식 (2.17)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{x_d'}{e'} &= \frac{-2k_f l_m^2 X_1^2}{X_1^4 L m s^3 + X_1^4 R m s^2 + 2k_f l_m^2 (-X_1 L + Q)s - 2k_f R l_m^2 X_1} \\ &= \frac{b}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \end{aligned} \quad (2.17)$$

여기서,

$$b = \frac{-2k_f l_m^2}{X_1^2 L m}$$

$$a_2 = \frac{R}{L}$$

$$a_1 = \frac{2k_f l_m^2 (-X_1 L + Q)}{X_1^4 L m}$$

$$a_0 = \frac{-2k_f R l_m^2}{X_1^3 L m}$$

이다.^{8)~12)}

제 3 장 유전알고리즘

3.1 유전알고리즘의 기본 개념

유전알고리즘(genetic algorithm : GA)은 자연진화(natural evolution)의 원리를 흉내내어 복잡한 형태의 함수에 대해 탐색영역 내의 최적해를 구하기 위해 임의의 해집단을 사용하고, 모의진화(simulated evolution)를 일으켜 해집합을 점진적으로 개선해 나가는 적응알고리즘의 한 형태로 1975년 Holland에 의해 개발된 것으로 알려져 있다.

유전알고리즘의 기본 구조는 Fig. 3.1과 같다. 그리고, 유전알고리즘의 유전탐색 프로세서는 초기 개체집단 생성(초기화), 적합도 평가, 유전 연산자(재생산, 교배, 돌연변이) 등이 있다.

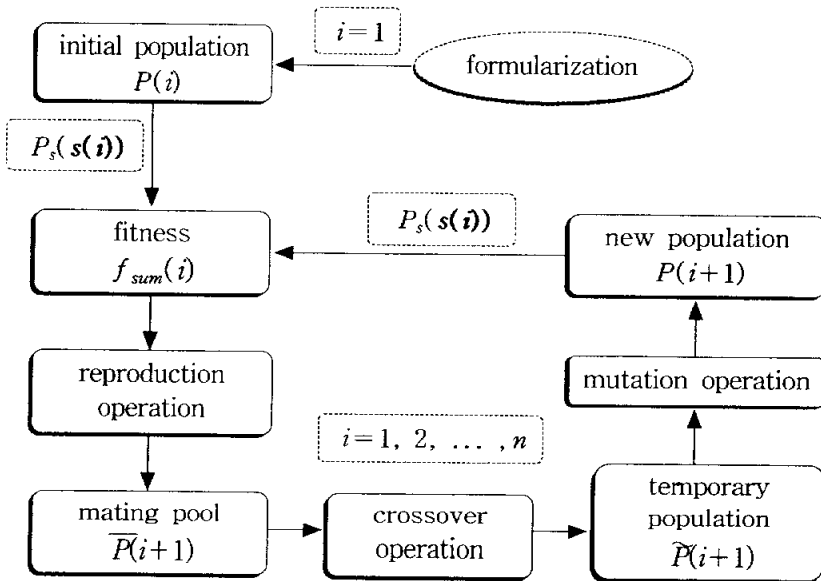


Fig. 3.1 Flowchart of genetic algorithm

3.2 단순유전알고리즘

실수코딩 유전알고리즘(real coded genetic algorithm)에 알아보기에 앞서 우선적으로 유전알고리즘의 가장 기본이 되는 단순유전알고리즘(simple genetic algorithm)에 대해 간략하게 살펴보도록 한다.

3.2.1 초기 개체집단의 생성

실제 모의진화를 일으키기 위해 탐색공간 내의 점들 중 임의의 점들을 선택하는 것을 말한다. 모의진화를 위한 집단은 자연계와는 달리 세대와는 관계없이 일정한 집단 크기와 고정된 염색체 길이를 가지는 것을 가정하고 있으며, 이러한 초기 개체집단을 선택하는 것에는 두 가지 방법이 존재한다.

첫째, 단순한 난수의 발생을 통해 주어진 탐색공간 내의 임의의 점을 선택하는 무작위 초기화(random initialization)법이다. 모의진화를 위한 시스템의 사전지식이 없을 경우에 사용되어지는 방법이다.

둘째, 실제 시스템에 대한 실험이나 경험에 의해 특정한 점들을 선택하는 유도된 초기화(directed initialization)법이다. 해에 대한 사전지식이 있을 경우에는 이 방법이 보다 바람직하다.

3.2.2 적합도의 평가

자연계에서 생물들이 끊임없는 생존경쟁을 통해 적응해 가는 것을 모방하기 위하여 재생산 연산자에서는 적합도(fitness)라는 개념을 도입했다. 생물이 환경에 대하여 적합한 정도가 클 경우 생존확률(survival probability)이 더 큰 것과 같이 유전알고리즘에서도 적합도가 더 큰 개체에게 더 높은 선택확률(selection probability)을 부여한다. 이러한 적합도 함수는 다음과 같이 두 가지 형태로 표현 가능하다.

가) 항상 양의 값을 가질 수 있도록 사상

적합도 함수는 반드시 최대화 문제 형태로 기술되어야만 하며, 이 값들은 음의 값이 되어서는 안 된다. 따라서, 적합도 함수가 어떠한 구간 내에 음의 값을 가질 경우 양의 영역으로 사상하여야만 한다.

$$f(s) = F(x) - \gamma \quad (3.1)$$

여기서, γ 는 항상 $F(x) \geq 0$ 의 관계를 만족시키는 상수이며, 경험에 의해 충분히 작은 값으로 선택한다.

만약, 시스템의 최적화가 최소화 문제로 기술 될 경우에는 다음과 같은 방법을 통하여 최대화 문제로 변환시켜야 한다.

$$f(s) = -F(x) - \gamma \quad (3.2)$$

나) 적절한 상수를 더한 다음 그 역을 취하는 방법

적합도 함수의 기울기 자체가 너무 평이하여 염색체 선택압(selection pressure)을 저하시킬 경우에 사용하는 방법으로 적당한 상수를 더하여 그 값을 양의 영역으로 사상한 후, 그 역을 취한다.

이 경우 해당 적합도 함수는 보다 급변하는 기울기를 가지게 된다.

$$f(s) = \frac{1}{F(x) + \gamma} \quad (3.3)$$

3.2.3 기본 유전 연산자

유전알고리즘의 핵심은 자연의 진화원리를 알고리즘의 형태로 흉내내는 유전 연산자(genetic operator)이다. 유전 연산자에는 보다 적합한 개체가 선택되도록 하는 재생산, 염색체의 교환이 일어나는 교배, 염색체 내부의 인자를 변동시키는 돌연변이가 있다.

3.2.3.1 재생산(reproduction)

자연환경 내에서는 적자생존이라는 법칙 아래 열성 유전자의 경우 도태의 길을 걷게 된다. 이러한 자연현상을 흉내낸 유전 연산자를 재생산 연산자(reproduction operator)라고 부른다.

이 재생산 연산자는 개체의 적합도를 기반으로 교배를 위한 우성 유전자들을 선택한다. 여기서 중요한 점은 이러한 우성 유전자를 선택하기 위해 선택확률만을 조절한다는 것이다. 따라서, 선택확률이 낮지만 선택될 수도, 선택확률이 높지만 선택되지 않을 수도 있다.

이러한 재생산 연산자는 룰렛휠 선택(roulette wheel selection), 순위에

기초한 선택(ranking-based selection), 토너먼트 선택(tournament selection) 등을 통하여 구현될 수 있으나, 본 연구에서는 가장 많이 사용되고 있는 룰렛휠 선택을 사용한다.

3.2.3.2 교배(crossover)

자연계의 유성생식을 통하여 자손을 생산하는 성적 재생산을 알고리즘 형태로 흉내낸 것이 인위계에서의 교배이다. 이러한 교배는 탐색공간 상의 가능한 새로운 점을 찾기 위해 교배급원으로부터 부모 염색체 상을 임의로 선택하고, 교배점 이후의 비트들을 서로 교환 결합함으로써 자손을 생성한다. 유전자를 절단하는 교배점은 염색체 내에서 임의로 선택한다. 이때 교배된 자손의 수가 부모 집단의 크기와 같을 때까지 반복된다.

교배점 이후의 비트들을 서로 교환 결합함으로써 자손을 생성하는 유전 연산자이다.

교배 방법으로는 일점교배(one-point crossover), 다점교배(multi-point crossover), 순환교배(cycle crossover), 균등교배(uniform crossover) 등이 있다.

다음의 Fig. 3.2와 Fig. 3.3은 일점교배(one-point crossover)와 이점교배(two-point crossover)의 예를 보여주고 있다.

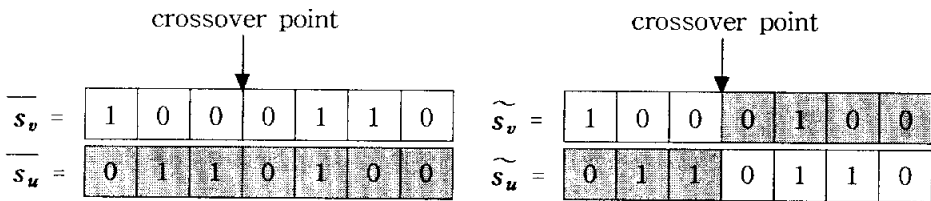


Fig. 3.2 One-point crossover

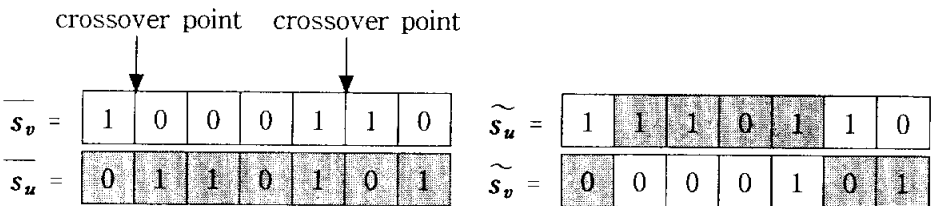


Fig. 3.3 Two-point crossover

3.3 실수코딩 유전알고리즘

유전알고리즘을 다룰 때 제일 먼저 접하게 되는 문제 중의 하나가 염색체의 코딩이다.

이진코딩(binary encoding)은 이론적 분석이 용이하여 특정 유전자들의 성장과 쇠퇴를 예측할 수 있는 메커니즘(machanism)을 제공할 뿐만 아니라, 코딩 정보의 비트당 최대의 스키마(schema) 수를 제공하는 특징이 있다.

그러나, 이진코딩을 채용할 경우 정밀도를 높이거나 해에 대한 사전지식의 결여로 탐색구간을 확대하게 되면 염색체 길이가 길어진다. 긴 염색체는 매우 큰 탐색공간을 만들어 유전알고리즘이 해를 찾는데 많은 시간을 요구하거나, 경우에 따라서는 실패하는 원인을 제공한다.

따라서, 연속 탐색공간을 가지는 최적화 문제에 대해서는 이진코딩보다는 실수코딩(real encoding)이 보다 자연스러우며, 컴퓨터의 성능에 따라 정밀도 또한 증가하게 된다.

이진코딩의 이러한 문제들은 근본적으로 염색체 표현에 좀 더 해공간에 접근시켜 문제와 관련된 지식을 포함시키는 연산자 설계를 용이하게 하고, 제약조건을 다루기 위한 도구를 설계하는 것이 쉽도록 함으로써 해결할 수 있다. 이 대표적인 표현법이 실수코딩이다.

3.3.1 초기 집단 생성

개체군의 초기화는 정의영역 내의 점들을 무작위로 취하는 방법과 일부는 정의영역 내에서 구하고, 나머지는 경계상의 점들을 무작위로 취하는 방법이 있다.

본 연구에서는 무작위로 취하는 방법을 선택하였으며, k 세대의 집단을 식 (3.6)과 같이 정의하였다.

$$P(k) = [s_1(k) \ s_2(k) \ \cdots \ s_i(k) \ \cdots \ s_N(k)] \quad (3.6)$$

여기서, $s_i(k) = \{x_{i1}(k) \ x_{i2}(k) \ \cdots \ x_{ij}(k) \ \cdots \ x_{in}(k)\}$ 는 i 번째 염색체, $x_{ij}(k)$ 는 i 번째 염색체의 j 번째 요소이고, N 은 집단의 크기를 나타낸다.

i 번째 염색체의 j 번째 요소 $x_{ij}(k)$ 는 정의영역 $[x_j^{(U)}, x_j^{(L)}]$ 내에서 임의로 발생하는 실수 값으로 초기화된다.

이 때 식 (3.7)을 이용한다.

$$x_{j(initial)} = (x_j^{(U)} + x_j^{(L)}) \times random + x_j^{(L)} \quad (3.7)$$

Fig. 3.5는 초기 개체집단의 생성에 대한 순서도를 보여 주고 있고, 다음과 같은 단계를 거친다.

step1 초기화

(탐색영역 내의 초기 집단을 생성하고, 알고리즘을 구동하는데 필요한 파라미터들을 초기화한다)

step2 목적함수의 적합도를 판별한다.

step3 적합도 값을 기준으로 유전 연산을 행하여 다음 세대의 개체집단을 만들어 낸다.

step4 세대를 나타내는 변수 i 의 값을 $i+1$ 로 설정한다.

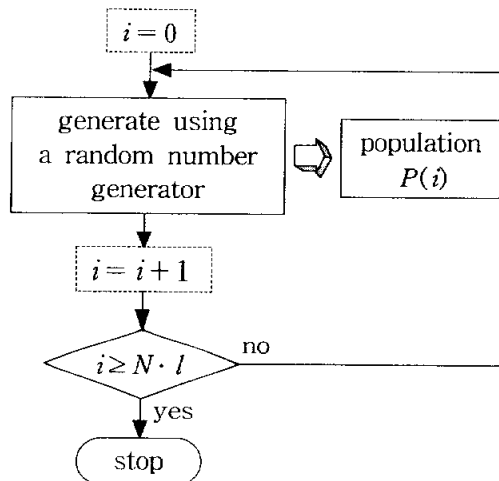


Fig. 3.5 Flowchart of initial population

3.3.2 적합도 스케일링(fitness scaling)

초기 세대의 모집단에 초우량 개체, 즉 상대적인 적합도가 가장 큰 개체가 출현하면 재생산 과정에서 이 개체가 여러 번 복제되고, 궁극적으로 집단을 지배하게 되어 지역 최적점에 수렴하는 문제가 발생할 수 있다. 그리고 후기 세대에서는 일반적으로 개체들이 최적점 주위로 군집되며, 이 때 적합도의 분별력이 낮아지므로 최적 개체를 선택하기 어려울 수 있다.

그러므로, 초기 세대에서는 다양한 유전자가 존재하도록 개체간의 적합도의 편차를 줄이도록 스케일링하고, 후기 세대에서는 역으로 적합도의 편차를 증가하여 최적점에 잘 수렴되도록 한다.

적합도 스케일링을 하는 방법에는 선형 스케일링(linear scaling), 시그마 절단(sigma truncation), 지수법칙 스케일링(power law scaling), 로그 스케일링(logarithmic scaling), 스케일링 윈도우(scaling window) 등이 있다.

본 연구에서는 전 세대동안 선택압(selection pressure)이 적절히 유지되도록 각 개체와 최적 개체간의 상대적인 차이를 이용하는 윈도우 스케일링 기법을 사용하였다. 스케일링 방법은 다음 식 (3.5)와 같다.

$$f'(x_j) = f(x_j) - f(x_b) \quad (3.5)$$

x_j 는 모집단의 j 번째 개체, x_b 는 모집단의 최적 개체, $f'(x)$ 는 변환된 적합도, $f(x)$ 는 원시 적합도(목적함수)이다.

3.3.3 재생산(reproduction)

재생산 연산자는 적합도를 기반으로 동작하기 때문에 교배나 돌연변이와는 달리 염색체 표현에 자유롭다. 이 때문에 이진코딩 유전알고리즘에서 사용하였던 모든 재생산 연산자를 사용할 수 있다. 실제 복호화(decoding) 과정이 없기 때문에 동일한 연산에 대해 더욱 간결하고 적은 연산이 가능하다.

Fig. 3.6은 룰렛휠에 의한 재생산의 순서도를 보여 주고 있고, 그 단계를 살펴보면 다음과 같다.

step1 개체들의 적합도의 합을 구한다.

- step2 각 개체의 선택확률을 계산한다.
- step3 선택확률의 백분율에 따라 룰렛휠의 슬롯 면적을 할당한다.
- step4 룰렛휠을 돌려 정지를 할 때 개체 하나를 선택한다.
- step5 선택된 개체를 교배급원에 복제한다.

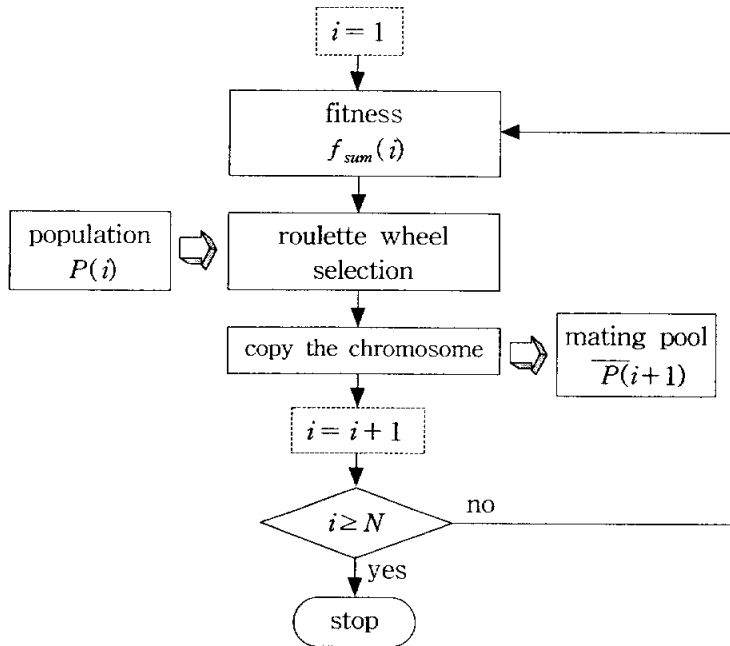


Fig. 3.6 Flowchart of reproduction operation on based roulette wheel selection

3.3.4 교배(crossover)

실수코딩의 염색체 구조는 이진코딩과 다르므로 기존의 교배 연산자를 적용하기 어려우므로 다른 형태의 연산자를 이용하여야 한다. 실수코딩에서 사용되는 교배 연산자로는 단순교배(simple crossover), 산술적교배(arithmetical crossover), 수정단순교배(modified simple crossover), 플랫교배(flat crossover), BLX- α 교배(BLX- α crossover), 확장중간교배(extended intermediate crossover), Wright의 경험적교배(Wright's heuristic crossover), 선형교배(linear crossover) 등이 있으며, 본 연구에서는 수정단순교배 연산자를 이용하였다.

Fig. 3.7은 교배 연산의 순서도를 보여주고 주고 있고, 그 단계를 살펴보면 다음과 같다.

step1 교배급원으로부터 부모 염색체 쌍을 임의로 선정한다.

step2 미리 설정된 교배확률(crossover rate) P_c 의 값과 난수 d 의 관계에 따라 교배점 이후의 염색체를 교환한다.

step2.1 $d \leq P_c$: 교배점 이후의 염색체를 서로 교환한다.

step2.2 $d \geq P_c$: 선택된 부모 염색체 쌍이 그대로 자손이 된다.

step3 생성된 자손을 돌연변이를 위해 임시집단 $\bar{P}(k+1)$ 에 복제한다.

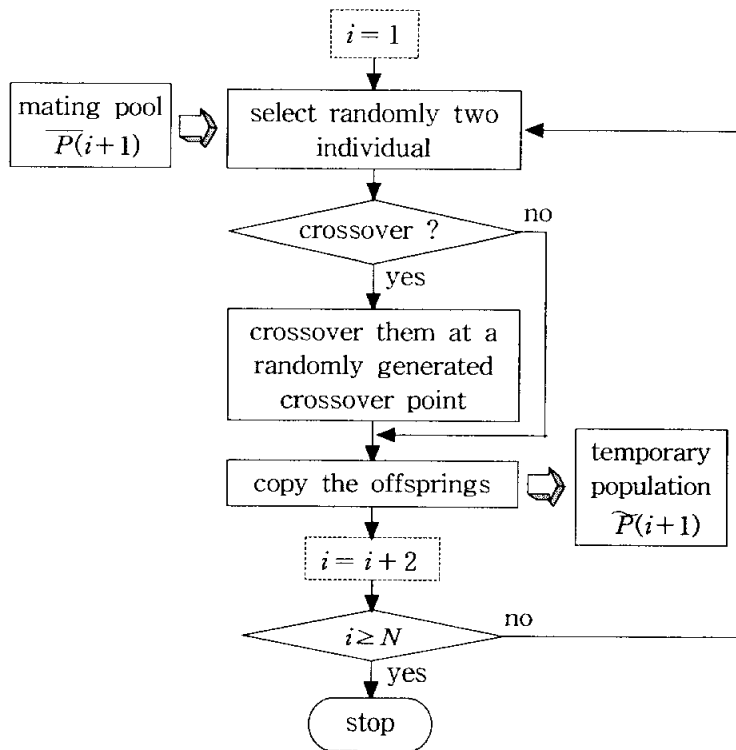


Fig. 3.7 Flowchart of crossover operation

수정단순교배는 이진코딩의 일점교배를 아주 근접하게 묘사한 연산자이다. 두 부모 염색체에 대해 임의의 교배점을 선택된 요소만 일차결합을 통해 새로운 요소를 생성하고 교배점 이후의 요소들은 서로 교환(볼록교배(convex crossover)를 시켜 구한 것)한다.

일차결합식은 다음의 식 (3.8a), (3.8b)와 같다.

$$\widetilde{x}_j^u = \lambda \overline{x}_j^v + (1-\lambda) \overline{x}_j^u \quad (3.8a)$$

$$\widetilde{x}_j^v = \lambda \overline{x}_j^u + (1-\lambda) \overline{x}_j^v \quad (\text{단, } 1 \leq j \leq n) \quad (3.8b)$$

여기서 λ 의 제약에 따라, 볼록교배(convex crossover, $0 \leq \lambda \leq 1$), 아핀교배(affine crossover, $-0.5 \leq \lambda \leq 1.5$)로 나뉜다.

Fig. 3.8은 산술적교배를, Fig. 3.9는 수정단순교배의 예를 보여주고 있다.

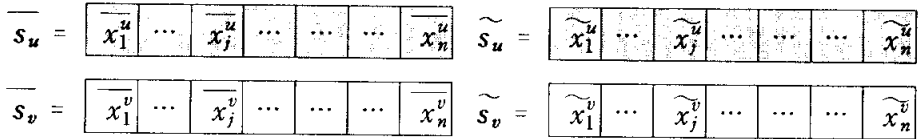


Fig. 3.8 Arithmetical crossover

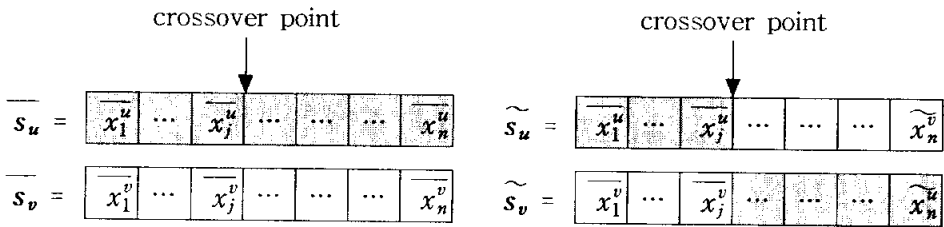


Fig. 3.9 Modified simple crossover

3.3.5 돌연변이(mutation)

교배와 마찬가지로 돌연변이도 염색체 내의 정보를 변경시켜 주는 연산자로서 그 원리는 표현법과 밀접한 관계를 가진다. 기존의 단순돌연변이와는 다른 균등돌연변이(uniform mutation), 경계돌연변이(boundary mutation), 실수크리프돌연변이(real number creep mutation), 동적돌연변이(dynamic mutation) 등을 구현하여 돌연변이 연산자로 사용한다. 이들 중에서 본 연구에 사용할 연산자는 동적돌연변이이다.

불균등돌연변이(non-uniform mutation)라고도 불리는 이 연산자는 돌연변이 확률에 의해 선택된 염색체를 세대에 따라 조절되는 탐색영역 내에서 임의로 발생된 실수로 교체함으로써 정밀도를 높이기 위하여 미세 조정이 가능하도록 한 것이다. 돌연변이가 일어나게 될 조건이 되면 다음 식 (3.9a), (3.9b)에 의해 연산이 일어난다.

$$x_j = \tilde{x}_j + \Delta(k, x_j^{(U)} - \tilde{x}_j), \quad \tau_r=0 \text{ 일 때} \quad (3.9a)$$

$$x_j = \tilde{x}_j - \Delta(k, \tilde{x}_j - x_j^{(L)}), \quad \tau_r=1 \text{ 일 때} \quad (3.9b)$$

단, $\Delta(k, y) = yd(1 - \frac{k}{T})^{b_n}$ 이고, 여기서 d 는 0에서 1까지의 실수 난수, T 는 알고리즘이 실행되는 최대 세대수, b_n 는 불평등 정도를 나타내는 매개변수로 사용자에게 의해 결정되는 값이다. 세대수 k 가 증가함에 따라 0에 가까운 수를 발생하게 된다.

이 연산자는 초기에는 전 공간을 균등한 확률로 탐색하다가 세대수가 증가하면 매우 지역적으로 탐색하는 것이 특징이다.

다음의 Fig. 3.10은 돌연변이 연산의 순서도이고, 그 단계를 살펴보면 다음과 같다.

step1 순차적으로 집단 $P(k+1)$ 내의 염색체 중에서 하나의 요소를 선택한다.

step2 돌연변이확률(mutation rate) P_m , 난수 d 의 관계에 따라 선택된 염색체의 비트를 다음과 같이 변동시킨다.

step2.1 $d \geq P_m$: 선택된 염색체의 요소를 그대로 둔다.

step2.2 $d \leq P_m$: 선택된 염색체의 요소를 다음의 단계와 같이 연산한다.

step2.2.1 난수 d 의 값이 0.5 미만일 경우는 식 (3.9a)를 이용한다.

step2.2.2 난수 d 의 값이 0.5 이상일 경우는 식 (3.9b)를 이용한다.

step3 선택된 비트를 집단 $P(k+1)$ 에 복제한다.

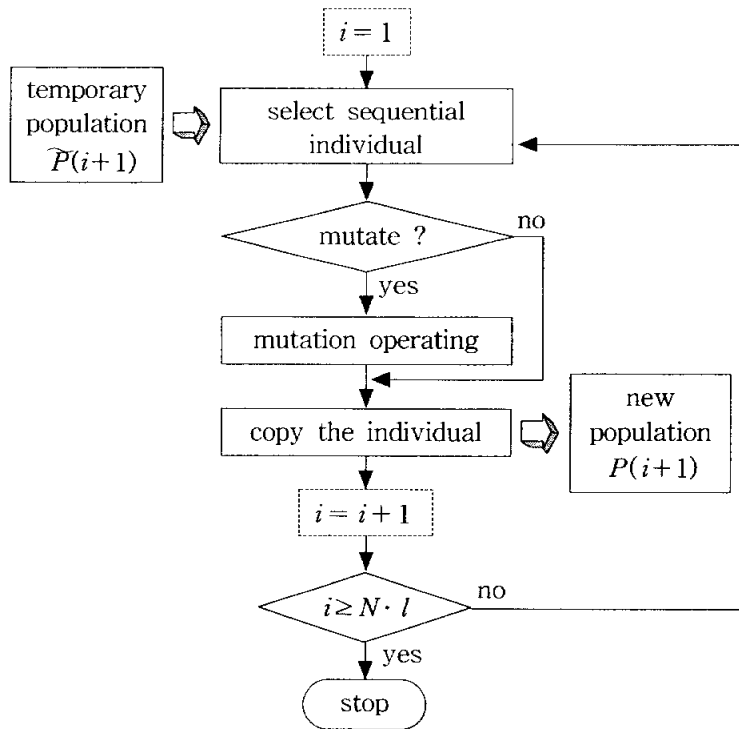


Fig. 3.10 Flowchart of mutation operation

3.2.6 엘리트 전략(elitist strategy)

모의진화 과정에서 새 유전 연산자의 확률적 속성 때문에 한 세대의 최적 개체가 다음 세대에서 살아남지 못하고 소멸되는 경우가 발생 될 수 있다. 이러한 최적 개체의 소멸은 좋은 특성을 가지는 유전자를 잃게 되어 탐색이 침체되게 만든다. 엘리트 전략은 집단 내에서의 가장 강한 개체가 다음 개체로 변경되고 잃고 전달되는 것을 보장하기 위해 고안된 것이다.

엘리트 전략의 흐름은 이전 세대의 최적 개체를 저장하고 있다가 일련의 진화가 수행된 후 현 세대에서 최적 개체가 소멸된 것으로 판별되면, 저장된 최적 개체를 현 세대에서 가장 약한 개체 혹은 임의의 개체와 교환하게 된다.

현재의 최적 적합도가 이전까지의 최적 적합도보다 나을 경우, 현재의 최적 적합도는 이전까지의 최적 적합도가 저장되어 있던 메모리에 저장된다.

만약, 현재의 최적 적합도가 이전까지의 최적 적합도보다 못할 경우, 현재의 개체집단 중 가장 나쁜 개체가 저장된 장소에 이전까지의 최적 개체를 대체한다.

엘리트 전략을 추가한 유전알고리즘의 순서도는 Fig. 3.11과 같으며, 다음과 같은 단계를 거친다. ^{4)~7), 16)~17)}

- step1 초기 세대의 모의진화가 끝난 후, 최적 개체를 저장한다.
- step2 다음 세대의 모의진화가 끝난 후, 현 세대의 최적 개체와 이전 세대의 최적 개체를 비교한다.
 - step2.1 현 세대의 최적 개체가 이전 세대의 최적 개체보다 적합도 값이 클 경우, 이전 세대의 최적 개체를 현 세대의 최적 개체로 변경한다.
 - step2.2 현 세대의 최적 개체가 이전 세대의 최적 개체보다 적합도 값이 작을 경우, 이전 세대의 최적 개체를 현 세대의 가장 약한 세대 혹은 임의의 개체와 교환한다.
- step3 다음 세대의 모의진화를 실시한다.

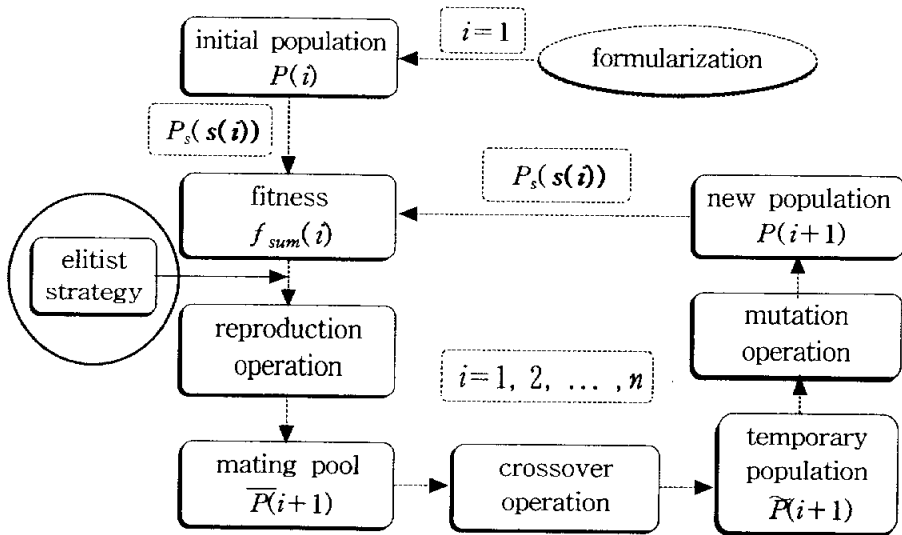


Fig. 3.11 Flowchart genetic algorithm with elitism

제 4 장 평가함수 선정 및 최적 PID제어기 설계

4.1 제어계 구성

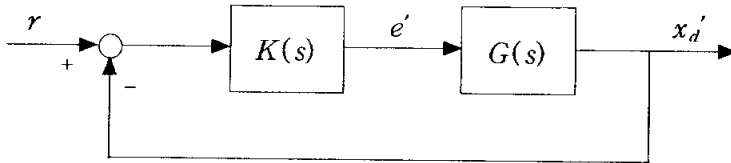


Fig. 4.1 Block diagram of control system for magnetic levitation

Fig. 4.1은 자기부상시스템에 대한 피드백 블록선도이다.

제 3장에서와 같이 수학적으로 모델링된 자기부상시스템에 대해 제어기를 설계하고, 설계된 제어시스템을 시뮬레이션하기 위하여 본 연구에서는 자기부상시스템의 파라미터 값을 원용하였는데, 그 값들은 table 4.1과 같다.

주어진 값들을 식 (2.17)에 대입하여 나타내면, 전달함수는 식 (4.1)과 같다.^{11)~12)}

Table 4.1 Parameter of the magnetic levitation system

parameter	nominal value
$Q[Hm]$	13.1812×10^{-4}
$k_f[Hm]$	6.5906×10^{-4}
$L[H]$	0.1097
$R[\Omega]$	31.1
$X_1[m]$	0.01
$m[kg]$	0.01058
$I[A]$	0.125

$$G(s) = \frac{-1419.60}{s^3 + 283.50s^2 + 392.38s - 551880} \quad (4.1)$$

4.2 파라미터 동조법

PID제어기의 파라미터를 자동적으로 조정하는 것을 자동동조(auto-tuning)라고 한다. 대표적인 방법으로는 Ziegler-Nichols 동조법, relay 자동 동조법, cohen-coon 동조법 등이 있으며, 이 방법들은 제어대상 시스템의 모델을 사용하지 않고 간단한 동조과정을 거쳐 PID 파라미터를 결정한다. 여기서는 제시된 동조법들에 대하여 간략히 살펴본 후 제어기 설계를 하도록 한다.

4.2.1 Ziegler-Nichols 동조법

Ziegler-Nichols 동조법은 1942년에 J. G. Ziegler와 N. B. Nichols가 제안한 것으로 제어대상 플랜트가 나타내는 과도응답의 형태로부터 PID제어기의 파라미터들을 정하는 방법이다. 실제의 제어대상 시스템에서 간단한 몇 가지의 사전실험을 하고, 이 실험결과로부터 PID 파라미터를 간단한 공식에 의해 결정할 수 있다는 장점을 가진다.

일반적으로 Ziegler-Nichols 동조법을 이용하여 보다 좋은 성능을 얻기 위해서는 대략 설계 파라미터들을 선정한 후 수동적으로 적당히 미세 조정하여 만족스러운 제어시스템을 설계한다.

식 (4.2)는 Ziegler-Nichols 동조법에 적용할 PID제어기의 전달함수를 나타낸 것이다.

$$K(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (4.2)$$

여기서, K_p : 비례계수, T_i : 적분시간(integral time), T_d : 미분시간(derivative time)이다.

이 파라미터 동조법에는 두 가지가 있는데, 이 동조법들은 모두 많은 경험과 실험에 의해 얻어진 방법들로서 스텝응답에서 최대 오버슈트(overshot)가 약 25% 정도로 나타나는 대체로 무난한 성능을 보인다. 그렇지만 최적의 성능을 보장하는 방법은 아니므로 설계 뒤에는 반드시 성능 검증과 필요에 따라 파라미터 조정작업을 추가로 수행해야 한다.

4.2.1.1 Ziegler-Nichols 스텝응답법

첫 번째 방법으로는 스텝응답법을 들 수 있다. 이는 대상 플랜트에 단위 스텝 입력 후에 그 출력응답을 구하고, 이 단위스텝 응답곡선으로부터 어떤 특성 파라미터를 구하여 이 파라미터로부터 PID 파라미터를 선정한다.

하지만, 이 방법은 적용범위가 대상 플랜트에 적분기가 포함되어 있지 않고, 주 극점이 복소근이 아닌 안정한 시스템에만 적용할 수 있기 때문에 본 시스템에 적용할 수 없다.

이 조건이 만족되는 시스템에서의 스텝응답 곡선의 형태는 일반적으로 Fig. 4.2와 같은 S자 형태가 된다. 만일 계단응답이 S자형이 아닌 경우에는 이 방법을 사용할 수 없다. S자 형태의 응답곡선의 특성은 Fig. 4.2에서 볼 수 있듯이, 지연시간(delay time) L_t , 시정수(time constant) T_c , 직류이득(DC gain) K_{dc} 의 세 가지 파라미터로써 나타낼 수 있다. 여기서 지연시간과 시정수는 S자 형태의 응답곡선의 변곡점에서 접선을 그은 다음, 그 접선이 시간축과 만나는 점과 직선 $y(t) = K_{dc}$ 와 만나는 점으로부터 각각 결정할 수 있다. 이 과정을 Fig. 4.2에 나타내었다.

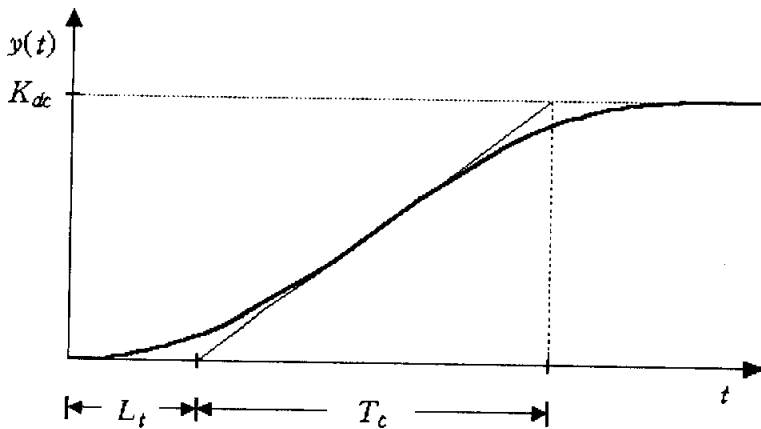


Fig. 4.2 S type response at open loop system

이와 같이 구한 특성 파라미터 L_t , T_c , K_{dc} 를 써서 플랜트의 전달함수를 다음의 식 (4.3)과 같이 시간지연을 갖는 1차 시스템으로 근사화할 수 있다.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = K_{dc} \frac{e^{-L_t s}}{T_c s + 1} \quad (4.3)$$

Table 4.2는 PID제어기를 설계하는 PID 파라미터 동조법을 요약한 것이다.

Table 4.2 Ziegler-Nichols tuning relations
(process reaction curve method)

Controller	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{T_c}{K_{dc} L_t}$	∞	0
PI	$\frac{0.9 T_c}{K_{dc} L_t}$	$\frac{L_t}{0.3}$	0
PID	$\frac{1.2 T_c}{K_{dc} L_t}$	$2 L_t$	$0.5 L_t$

이들에 의해 제시된 PID 파라미터의 K_p , T_i , T_d 값은 Table 4.2와 같이 되며, 이 Table 4.2에 따라 파라미터를 정하면 설계된 PID제어기의 전달함수는 식 (4.4)와 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 K(s) &= K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \\
 &= \frac{1.2 T_c}{K_{dc} L_t} \left(1 + \frac{1}{2 L_t s} + 0.5 L_t s \right) \\
 &= \frac{0.6 T_c}{K_{dc}} \frac{\left(\frac{s+1}{L_t} \right)^2}{s}
 \end{aligned} \quad (4.4)$$

여기서, 원점에 한 개의 극점과 $s = -\frac{1}{L_t}$ 에 이중 영점을 가지게 된다.

Table 4.2에 따라 파라미터를 정한 PID제어기를 적용하였을 때, 만일 최대 오버슈트가 크게 나오는 경우에는 L_t 값을 더 크게 하여 PID 파라미터

를 재조정하면 오버슈트를 적절히 줄일 수 있다. 그 이유는 L_i 이 커질수록 제어기의 이중 영점이 허수축에 가까워지면서 폐루프 극점을 허수축에 가까워지게 만들기 때문이다. 그러나 L_i 이 커질 경우 상승시간은 반대로 느려지게 된다.

이 방법은 시스템에 스텝입력을 넣고 출력곡선을 얻은 다음 이 곡선의 특성 파라미터로부터 PID 파라미터를 구할 수 있는 아주 간단한 동조법이지만, 1차 주 극점으로 근사화할 수 있는 안정한 플랜트에만 적용할 수 있기 때문에 적용범위가 매우 제한되는 단점이 있다.

4.2.1.2 Ziegler-Nichols 임계진동법

두 번째 방법인 임계진동법은 적용범위가 대상시스템이 원점에 극점을 갖거나 불안정한 경우에도 적용할 수 있는 방법이다.

이는 식 (4.2)의 대상 플랜트에 비례제어기만을 적용하여 비례파라미터 K_p 값을 0부터 증가시키면서 출력에 지속진동(sustained oscillation)이 나타날 때의 임계이득(critical gain) K_c 과 임계주기(critical period) P_{cr} 로부터 PID 파라미터를 조정하는 방법이다. 만약 K_p 의 값을 증가시켜도 이러한 진동을 보이지 않는 경우에는 이 방법을 사용할 수 없다는 단점을 가지고 있다.

Fig. 4.3은 임계진동을 나타내는 응답곡선을 그린 것이다.

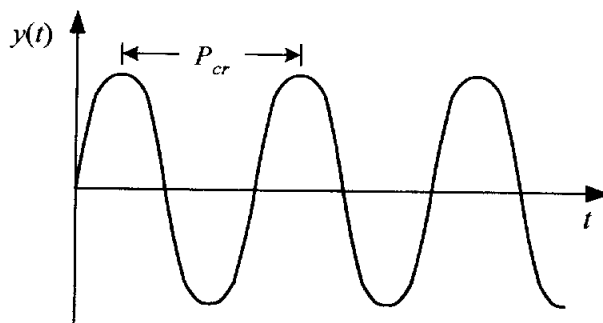


Fig. 4.3 critical oscillation at open loop system

Table 4.3은 임계이득 K_c 와 임계주기 P_{cr} 값을 이용하여 PID제어기를

설계하는 PID 파라미터 동조법을 요약한 것이다.

Table 4.3 Ziegler-Nichols controller settings based on the continuous cycling method

Controller	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_c$	∞	0
PI	$0.45K_c$	$\frac{1}{1.2} P_{cr}$	0
PID	$0.6K_c$	$0.5 P_{cr}$	$0.125 P_{cr}$

이 때의 설계된 PID제어기의 전달함수는 식 (4.5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 K(s) &= K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \\
 &= 0.6K_c \left(1 + \frac{1}{0.5P_{cr}s} + 0.125P_{cr}s \right) \\
 &= 0.075K_c P_{cr} \frac{\left(\frac{s+4}{P_{cr}} \right)^2}{s}
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

여기서, 원점에 한 개의 극점과 $s = \frac{-4}{P_{cr}}$ 에 두 개의 영점을 가지게 된다.

만일 오버슈트가 클 경우에는 임계주기 P_{cr} 값을 더 크게 하여 PID 파라미터를 조정하면, 폐루프 극점이 허수축에 가까워지면서 상승시간을 느리게 하는 대신에 오버슈트를 적절히 줄일 수 있다.

Ziegler-Nichols 동조법의 두 번째 방법은 불안정한 시스템에도 적용할 수 있어서 단위시스템응답을 이용한 첫 번째 방법보다 적용범위가 넓다. 그러나, 이 방법으로 파라미터 조정을 하려면 비례파라미터를 증가시키면서 임계진동이 나타날 때까지 출력을 계속 관찰하는 과정이 필요하기 때문에 파라미터 동조과정이 첫 번째 방법보다는 더 복잡하다.^{19)~20)}

4.2.2 계전기 자동동조법

Ziegler-Nichols 동조법은 많은 경험에 의해 얻어진 방법이지만, 주로 상승시간과 최대 오버슈트를 고려한 동조법으로서 앞서 본 바와 같이 적용대상이 상당히 한정되는 제약성을 지니고 있다. 이러한 한계를 극복하기 위한 방법의 하나로써 제시된 것이 계전기 자동동조법(relay auto-tuning)이다.

계전기 자동동조법은 1988년 Åstrom과 Hagglund가 제시하였으며, 계전기에 의해 출력을 강제로 진동시키면서 출력의 진폭과 주기를 이용하여 PID 파라미터를 조정하는 강제진동법이다.

이는 동조과정의 간단하여 동조방식의 구현이 쉬우며, 상대안정성의 척도인 위상여유를 고려하여 PID제어기의 파라미터를 조정하기 때문에 시스템의 상대안정성을 필요한 만큼 확보하고 견실성을 향상시킬 수 있다는 장점이 있다. 적용범위는 대상시스템이 안정한 경우에는 모두 적용되고 원점에 극점이 있는 경우에도 적용할 수 있어 앞서 설명한 바와 같은 Ziegler-Nichols 동조법의 한계를 보완할 수 있다. 하지만, 극점이 우반평면에 있는 불안정한 시스템에는 적용할 수 없기 때문에 본 시스템에 적용할 수 없다.

Fig. 4.4는 계전기 자동동조기의 구성을 나타낸 것이다.

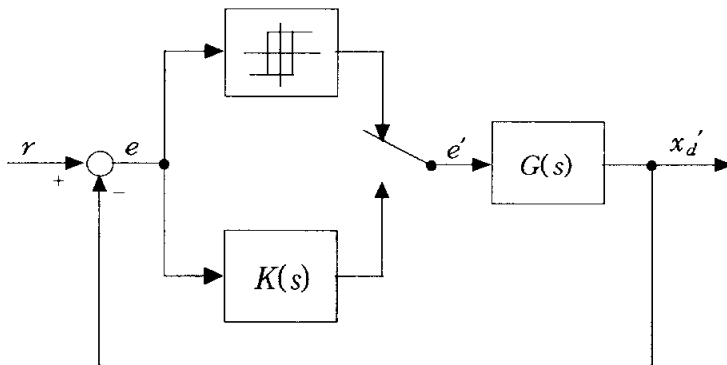


Fig. 4.4 relay auto-tuner

이 방법은 계전기 피드백(relay feedback)에 의해 출력을 강제로 진동시켜서 출력이 발진할 때의 한계주기와 계전기 진폭 A_r 과 출력진폭 A_o 로

부터 한계이득을 결정한다. 이 때의 한계주기 T_u 는 진동출력의 주기와 같게 나타내어지고, 한계이득 K_u 는 식 (4.6)과 나타내어진다.

$$K_u = \frac{4A_r}{\pi A_o} \quad (4.6)$$

이들의 값들로부터 PID제어기 파라미터는 식 (4.7)과 같이 선정할 수 있다.

$$\begin{aligned} K_p &= K_u \cos \phi_m \\ T_i &= \frac{T_u}{4\pi} (\tan \phi_m + \sqrt{1 + \tan^2 \phi_m}) \\ T_d &= \frac{T_i}{4} \end{aligned} \quad (4.7)$$

여기서, ϕ_m 은 설계자가 미리 정해주는 위상여유로서, 보통 $\frac{\pi}{6} \leq \phi_m \leq \frac{\pi}{3}$ [rad] 범위의 값을 사용한다. 이렇게 설계한 PID제어기를 적용하였을 때에 만일 최대 오버슈트가 크게 나오는 경우에는 위상여유 ϕ_m 을 증가시켜 PID 파라미터를 조정하면 오버슈트를 상당히 줄일 수 있다. 그러나 ϕ_m 이 커질수록 응답속도가 느려지므로 적절히 절충시켜야 한다.

대부분의 플랜트에 대해서 계전기 피드백은 임계진동에 가까운 주기를 갖는 진동을 나타나게 한다. 안정하거나 극점이 원점에 있는 시스템에 적용 가능하며, 특히 상대적으로 작은 시간지연을 갖고 있는 공정에서 잘 동작한다. 이 때, 계전기 피드백시스템의 구현은 컴퓨터를 사용하는 경우에는 간단한 모의실험을 통해 계전기 동조과정을 구현할 수 있다.

계전기 동작은 오차신호가 양이면 계전기 출력을 +로, 음이면 -로 제어하는 방식으로 출력을 발진시키며, 기준입력은 $r(t) = 0$ 으로 하거나 어떤 상수값을 갖도록 한다. 그리고 이 진동출력의 파라미터 값들부터 PID 파라미터가 결정되기 전까지는 PID제어기를 패루프에 연결하지 않는다. 즉, 동조방식에서는 플랜트가 계전기 피드백에 먼저 연결이 되고, 동조

방식이 끝난 후의 제어방식에서는 PID제어기가 플랜트에 연결된다.

계전기 자동동조법은 안정성과 견실성을 고려한 설계기법으로서 Ziegler-Nichols 동조법에 비해 적용범위가 넓고, 동조과정을 자동으로 수행하는 자동동조기 형태로 구현하기도 쉽다. 하지만, 대상시스템이 불안정하면 적용할 수 없으며, 안정한 경우일지라도 시간지연이 클 경우에는 원하는 위상여유를 얻을 수 있지만, 이득여유가 나빠질 가능성이 있다.²⁰⁾

4.2.3 Cohen-Coon 동조법

Cohen-Coon 동조법은 Zeigler-Nichols 동조법 중에서 두 번째 방법인 임계진동법의 한 변형으로 볼 수 있으며, 1953년 G. H. Cohen과 G. A. Coon에 의해 제시된 방법으로서, $\frac{1}{4}$ 감쇄율을 갖는 폐루프를 제공하는 설계식이다. 이 방법은 Ziegler-Nichols 동조법을 대신해서 종종 사용되어 진다.

Fig. 4.5는 Cohen-Coon 동조법의 각 파라미터를 선정하는 방법을 나타내는 것으로 θ 는 시간지연, τ 는 상승시간이다.

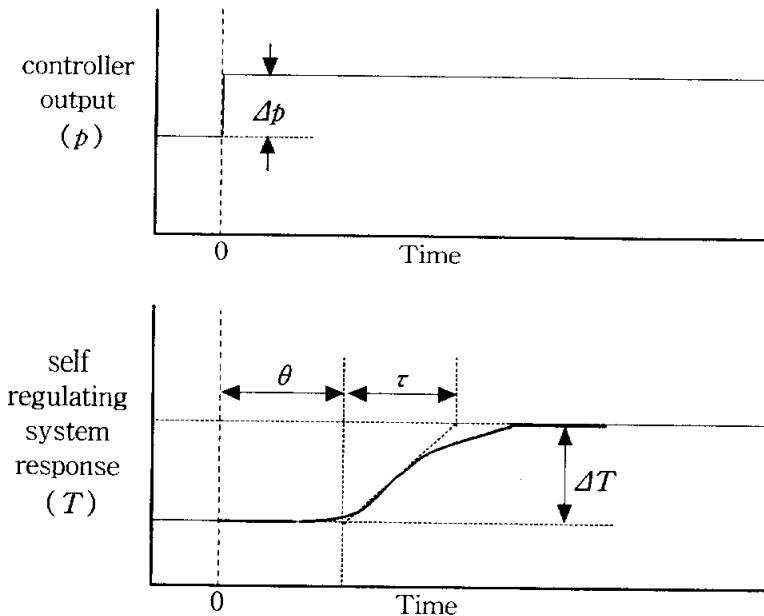


Fig. 4.5 The parameter in Cohen-Coon method

Table 4.4는 PID제어기를 설계하는 PID 파라미터 동조법을 요약한 것이다.

Table 4.4 Cohen-Coon controller design relations
(designed for $\frac{1}{4}$ decay ratio)

Controller	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{1}{K} \frac{\tau}{\theta} \left(1 + \frac{\theta}{3\tau}\right)$		
PI	$\frac{1}{K} \frac{\tau}{\theta} \left(0.9 + \frac{\theta}{12\tau}\right)$	$\frac{\theta \left[30 + 3\left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right]}{9 + 20\left(\frac{\theta}{\tau}\right)}$	
PID	$\frac{1}{K} \frac{\tau}{\theta} \left(\frac{16\tau + 30}{12\tau}\right)$	$\frac{\theta \left[32 + 6\left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right]}{13 + 8\left(\frac{\theta}{\tau}\right)}$	$\frac{4\theta}{11 + 2\left(\frac{\theta}{\tau}\right)}$

이 방법의 특징으로는 단 한번의 실험만으로 동조가 가능하고, 임계안정에서의 파라미터 관련 동정과 시행 오차 방법을 필요로 하지 않는다. 그러므로 제어기 파라미터의 계산이 쉬워진다.

반면에 실험이 개루프 상태에서 이루어지므로 만약 실험 도중 심각한 입력의 변동이 발생한다면, 입력 변화에 따른 적절한 대응을 할 수 없으며, 실험의 결과는 쉽게 외곡될 수 있다. 그리고 만약 측정장치가 노이즈를 가지거나 작은 레코드 차트를 사용하면, 그래프 곡선에서의 확실한 변곡점을 찾기가 매우 힘들어진다. 또한 제어기의 에러 계산에 민감한 경향이 있으며, 그들이 제안한 $\frac{1}{4}$ 감쇄율의 상태를 사용함으로써, 결과가 진동하는 경향이 있다.²¹⁾

4.2.4 GA에 의한 PID 동조법의 특징

앞서 살펴본 여러 방법들과는 달리 본 연구에서 사용하는 GA를 이용한 PID제어기 파라미터 동조법은 주어진 플랜트를 미분방정식으로 표현하여,

미리 정하여진 목적함수에 적합한 해를 구하는 방법이다.

본 연구에서는 PID제어기 파라미터를 실수 유전 알고리즘의 변수로서 선정하였으며, 미분방정식으로 표현된 플랜트의 출력과 주어진 입력과의 차이에서 발생하는 오차의 2승 적분을 성능 평가함수로 선정하였다.

선정된 성능 평가함수를 윈도우 스케일링을 통하여 적합도를 연산하였고, 계산된 적합도를 기준으로 실수코딩 유전알고리즘의 유전 연산을 행하였다. 이를 통해 구하여진 해집합을 PID제어기 파라미터로 사용한다.

이러한 동조법의 특징으로는 주어진 모델의 수식이 선형이든 비선형이든 구해진 미분방정식을 수치해석을 통하여 해석하기 때문에 모델링의 제약이 적다는 장점이 있다. 즉, 모델에 대한 구애가 적다는 것이다. 또한, 연구자의 경험에 의해 선정되는 평가함수를 정확하게 선정할 경우, 매우 양호한 PID제어기의 파라미터를 구할 수 있으며, 광범위한 영역의 해 구간을 적은 노력으로 탐색 가능하고, 최적의 해를 구하는 연산시간을 단축시킬 수 있는 장점이 있다.

반면에 GA를 이용한 PID제어기 파라미터 동조법은 구하고자하는 시스템의 수학적 모델링이 반드시 필요하다. 이전의 여러 동조법의 경우에는 플랜트에 대한 모델 해석이 필요하지 않으나, 본 연구에서 사용하는 동조법의 경우에는 플랜트에 대한 정확한 모델링이 반드시 필요하다. 그리고 연구자의 경험에 의해 선정되어지는 평가함수가 제대로 선정하지 못한 경우, 부적절한 해를 구하게 된다는 단점을 가지고 있다.

4.3 평가함수 선정 및 제어기 설계

집단 내에서 모의진화가 일어나는 동안 개체간의 우열을 평가하도록 하는데는 해당 평가함수가 필요하게 되는데, 이 평가함수에 따라 최적화된 개체집단을 구할 수가 있다. 본 연구에서 사용하는 평가함수는 식 (4.8)과 같다.

$$J = \int_0^{t_f} e^2(t) dt \quad (4.8)$$

여기서, $e(t)$ 는 기준입력과 출력과의 오차를, t_f 는 최종시간을 의미한다.

주어진 플랜트에 적용할 PID제어기의 형태는 PID제어기 표준식을 영점과 극점으로 변형하여 표시한 식 (4.9)와 같다.

$$K(s) = \frac{K(s + z_1)(s + z_2)}{s} \quad (4.9)$$

제 5 장 응답시뮬레이션

본 연구에서 사용된 유전알고리즘은 룰렛휠을 이용한 재생산, 수정단순 교배, 동적돌연변이 및 엘리티즘(elitism)을 포함하는 RCGA(real coded genetic algorithm)를 사용하였다.

각각의 주요 제어 파라미터로는 개체집단의 크기 $N = 20$, 재생산계수 $\eta_i = 1.7$, 교배확률 $P_c = 0.9$, 돌연변이확률 $P_m = 0.1$ 로 사용하였고, 기준 입력은 단위스텝을 사용하였다.

이 때, 각 제어기 파라미터(K_p , z_1 , z_2)의 제약범위를 Table 5.1과 같이 각각 고정하였으며, 그 때의 최적 파라미터와 평가함수의 값 또한 Table 5.1과 같다.

Table 5.1(a) Value of optimal parameter(1st)

Result(controller design, 1st)			
	Limit (controller parameter)	Value (optimal parameter)	cost function (J)
K_p	-30~0	-30.000	0.017
z_1	0~30	29.999	
z_2	0~30	29.874	

Table 5.1(b) Value of optimal parameter(2nd)

Result(controller design, 2nd)			
	Limit (controller parameter)	Value (optimal parameter)	cost function (J)
K_p	-100~0	-61.047	0.012
z_1	0~100	30.637	
z_2	0~100	30.637	

Table 5.1(c) Value of optimal parameter(3rd)

Result(controller design, 3rd)			
	Limit (controller parameter)	Value (optimal parameter)	cost function (J)
K_p	-1000~0	-467.463	0.010
z_1	0~200	19.839	
z_2	0~200	19.835	

다음의 Fig. 5.1은 앞서 실시한 RCGA 결과에 따른 목적함수와 최적 염색체를 도시한 것이다.

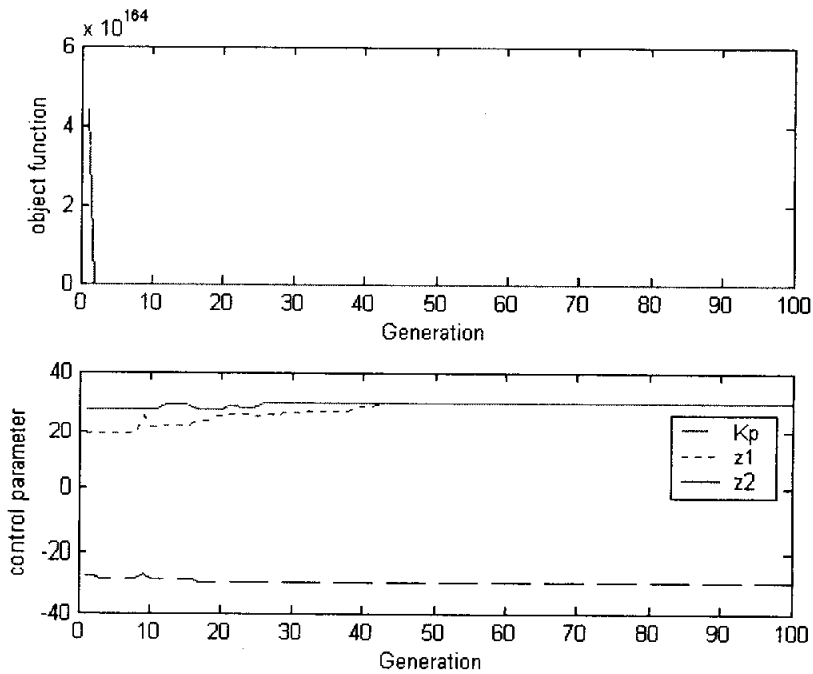


Fig. 5.1(a) Plot of object function and best chromosome(1st)

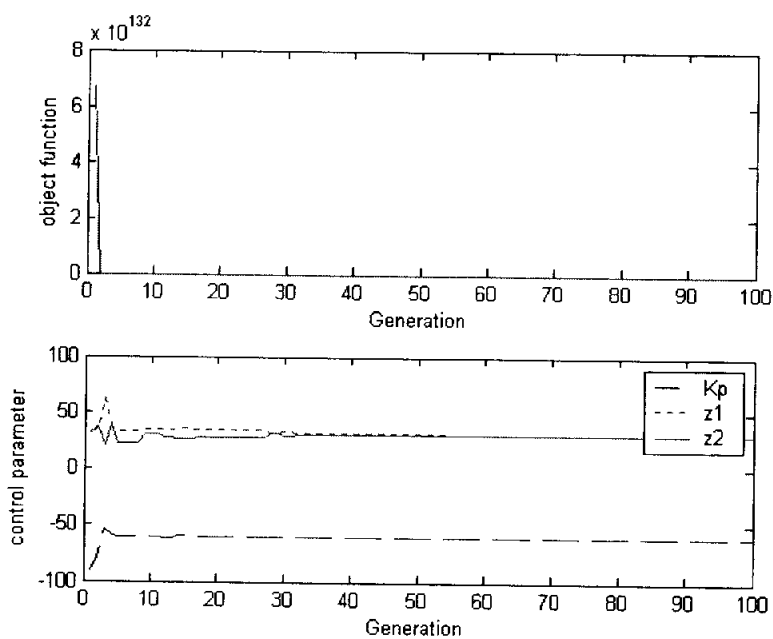


Fig. 5.1(b) Plot of object function and best chromosome(2nd)

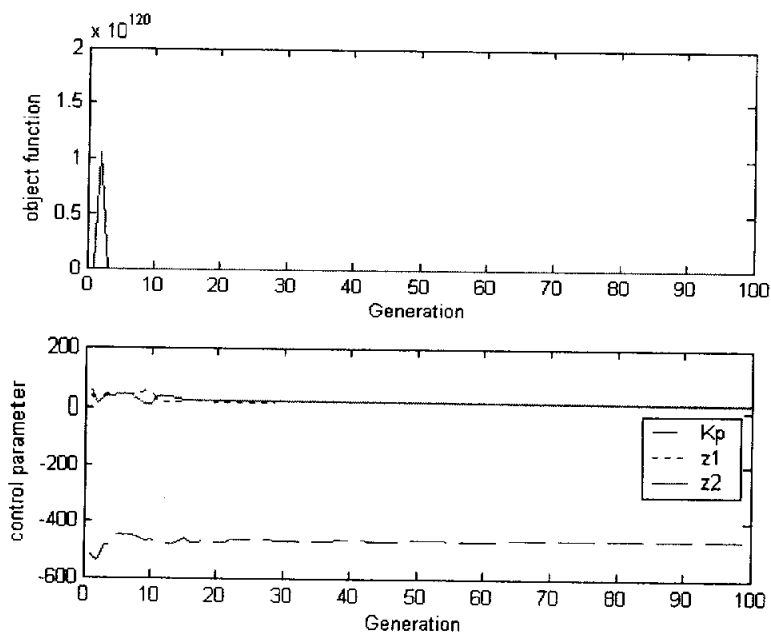


Fig. 5.1(c) Plot of object function and best chromosome(3rd)

다음 Fig. 5.2는 스텝입력에 따른 제어기 설계의 결과를 각각의 경우에 따라 최적 파라미터의 시스템 응답을 나타낸 것이다.

제어기 파라미터의 제약범위를 $K_p = -1000 \sim 0$, $z_1 = 0 \sim 200$, $z_2 = 0 \sim 200$ 으로 고정한 제어기 설계 결과는 평가함수 결과 값이 낮아 양호함을 알 수 있고, 오버슈트(overshoot)가 다소 높다는 단점이 있지만, 응답이 빠름을 알 수 있었고, $K_p = -100 \sim 0$, $z_1 = 0 \sim 100$, $z_2 = 0 \sim 100$ 으로 고정한 경우는 오버슈트(overshoot)는 낮지만, 응답이 다소 느림을 알 수 있었다.

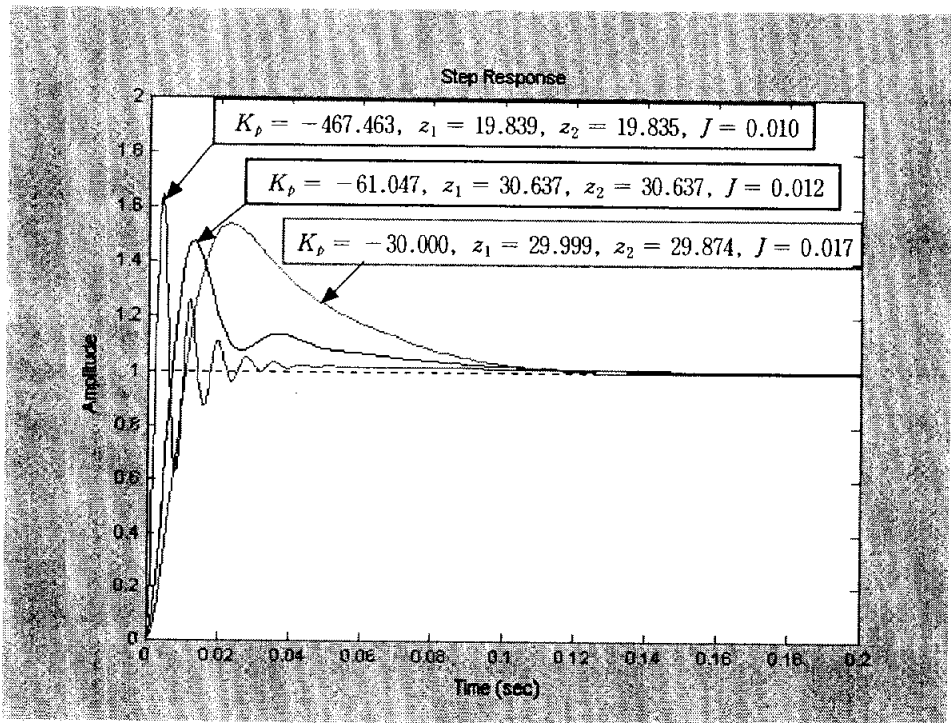


Fig. 5.2 Step response with PID controller

제 6 장 결 론

본 연구에서는 현재 많은 분야에서 활발히 응용되고 있는 자기부상시스템(편측자기부상시스템)을 수학적으로 모델링하였다. 그리고 현재 최적화 기법으로 크게 각광받고 있는 유전알고리즘에 대해 정리하였으며, 추가로 엘리트전략을 제시하였다. 엘리트전략을 포함하는 RCGA로써 주어진 평가 함수를 최적으로 하는 PID 파라미터를 구하는 방법을 제시하였으며, 이 방법에 의해 설계된 최적 자기부상시스템에 대해 응답시뮬레이션을 통하여 설계된 제어시스템 응답이 양호함을 확인하였다.

향후 GA프로그램의 구조를 보다 간단히 하고, 신경망 구조와의 연계를 통해 실제 시스템에 적용해 보도록 하는 것이 본 연구자의 과제이다.

참고 문헌

- 1) K. J. Astrom, T. Hagglund, C. C. Hang and W. K. Ho, 1993, "Automatic Tuning and Adaptation for PID Controllers-A Survey", Control Eng. Practice, Vol. 1, No. 4, pp. 699~714
- 2) Y. Mitsukura, T. Yamamoto and M. Kaneda, 1998, "A Design of PID Controllers for First-Order plus Large Time-Delay Systems Using a Genetic Algorithm", The Fifth International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, pp. 1538~1542
- 3) J. F. Whidborne, 1999, "A Genetic Algorithm Approach to Designing Finite-Precision PID Controller Structures", Proceedings of the American Control Conference, pp. 4338~4341
- 4) 진강규, 유성호, 손영득, 2003, "신경회로망과 유전알고리즘을 이용한 과감쇠 시스템용 자기 동조 PID 제어기의 설계", 한국박용기관학회지 제 27권, 제 1호, pp. 24~33
- 5) 백주현, 김동준, 기창두, 2000, "엘리트 유전알고리즘을 이용한 비전 기반 로봇의 위치제어", 한국정밀공학회 2000년도 추계학술대회 논문집, pp. 58~61
- 6) G. G. Jin, S. R. Joo, 2000, "A Study on a Real-Coded Genetic Algorithm", Journal of Control, Automation and Systems Engineering, Vol. 6, No. 4 pp. 268~275
- 7) 이동주 외 2인 공역, 2001, "자기배어링의 기초와 응용", 시그마프레스 (양현당), pp. 1~62
- 8) 심성효, 2002, "자기배어링 시스템의 모델링과 제어에 관한 연구", 부경대학교 대학원, pp. 2~10
- 9) 심성효, 김창화, 양주호, "자기배어링 시스템의 모델링 및 동정에 관한 연구", 한국동력기계공학회지 제5권 제4호, pp. 44~52, 2001
- 10) 심성효, 최명수, 김창화, 문덕홍, 양주호, 2001, "수치 해석을 통한 자기 배어링 시스템의 모델링에 관한 연구", 한국동력기계공학회지 제5권 제4호, pp. 53~60

- 11) 김창화, 1997, “센서리스 자기부상계의 강인한 위치 제어기 설계에 관한 연구”, 부경대학교 대학원, pp. 1~14
- 12) 이재원, 2002, “PID제어기에 의한 자기부상시스템의 설계에 관한 연구”, 부경대학교 교육대학원, pp.7~18
- 13) 김창화, 양주호, 1996, “인덕턴스 특성을 이용한 자기부상계의 변위 측정의 한 방법에 관한 연구”, 한국소음진동공학회지 제6권 제3호, pp. 357~362
- 14) 김창화, 정해종, 양주호, 2000, “극 배치 영역을 고려한 자기부상계의 로버스트 서보제어기 설계”, 한국동력기계공학회지 제4권 제4호, pp. 84~91
- 15) 정황훈, 양주호, 창유, 김종대, 2003, “수정 엘리티즘을 포함한 실수 코딩 유전 알고리즘에 의한 PID제어기 파라미터의 최적화”, 한국동력기계공학회 2003년도 춘계학술대회 논문집, pp. 96~101
- 16) 진강규, 2003, “유전알고리즘과 그 응용”, 교우사, pp. 149~212
- 17) 설종구, 2003, “유전알고리즘을 이용한 비틀림 축계의 직경 최적 설계”, 부경대학교 대학원, pp. 5~14
- 18) 양주호, 하주식, 1987, “PID제어기의 최적설계에 관한 연구(II)”, 한국박용기관학회지, 제11권 제3호, pp. 227~235
- 19) 김종식, 1997, “선형제어시스템 공학”, 청문각, pp. 311~353
- 20) 권옥현 외 3인, 2003, “제어시스템 공학”, 청문각, pp. 288~321
- 21) Tomas B. Co, Michigan Technological University(MTU CM416 Homepage), <http://www.chem.mtu.edu/~tbco/cm416/cm416.html>

감사의 글

본 논문이 완성되기까지 열과 성을 다하여 지도해 주시고, 학문의 길로 인도하여 주신 존경하는 양주호 교수님의 은혜에 머리 숙여 깊은 감사를 드립니다.

아울러 바쁘신 와중에도 아낌없는 지도와 조언으로 좋은 논문이 될 수 있도록 미흡한 점을 바로잡아 주신 문덕홍 교수님, 장지성 교수님께 감사를 드립니다.

또한, 학부와 석사과정 동안 많은 가르침을 주신 안수길 교수님, 김시영 교수님, 고성위 교수님, 한규일 교수님, 고대원 교수님, 김영복 교수님, 최명수 교수님께 감사를 드립니다.

항상 친절하게 많은 도움과 용기를 준 정황훈 후배님과 여러 가지 조언을 해 주신 김영완 선배님, 이기동 선배님, 따스한 커피 한 잔과 마음의 여유를 나누며 정보 교류를 함께 한 정석호, 최봉석 후배님께 감사 드립니다.

그리고, 멀리 계시지만 항상 애정 어린 관심과 격려를 아끼지 않으신 자동재어 연구실의 여러 선배님들과 어려울 때 용기와 희망을 가지게 해주신 부산해사고등학교의 여러 선생님들께 감사 드립니다.

끝으로, 지금까지 올바른 길로 이끌어 주시고, 사랑과 정성으로 학업에 전념할 수 있도록 해주신 부모님, 항상 곁에서 따스한 애정으로 격려해 주 아내와 작지만 아빠에겐 큰 힘이 되어준 사랑스러운 딸 민경이, 언제나 가까이에서 격려해 주신 장인·장모님, 누나 내외분, 동생들, 처남, 조카 봉주, 현주, 그리고 내가 아는 모든 분들과 이 작은 결실을 함께 하고자 합니다.

2004년 1월 11일 김 종대 올림