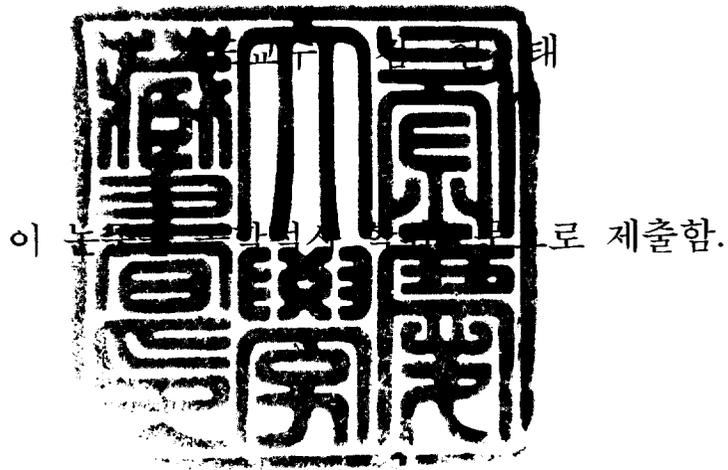


공학석사 학위논문

SWAN을 이용한 파랑-바람 공존장에서의
파랑 특성에 관한 연구



2006년 2월

부경대학교 대학원

해양공학과

정재훈

정재훈의 공학석사 학위논문을 인준함

2005년 12월 21일

주 심 공학박사 윤 길 수



위 원 공학박사 류 청 로



위 원 공학박사 김 헌 태



목 차

List of Figures	iii
List of Tables	v
List of Symbols	vi
Abstract	vii
1. 서론	1
1.1 연구배경 및 목적	1
1.2 연구내용 및 범위	3
2. 파랑변형 계산모델	5
2.1 파랑변형계산의 기존 연구	5
2.2 파랑변형 계산모델 개요	7
3. 기본 이론	16
3.1 작용보존방정식	16
3.2 약상호작용 이론	28
3.3 에너지의 유입, 전달 및 소산	31
4. 계산모델의 검증	37
4.1 모델의 검증	37
5. 계산모델의 실험적 적용	63

5.1 계산개요	63
5.2 계산방법 및 내용	63
5.3 계산결과	69
6. 요약 및 결론	77
참고문헌	79

List of Figures

- Fig. 3.1. Wave fields and external fields in a non-rotating stratified ocean of finite depth(Hasselmann, 1967).
- Fig. 4.1. Numerical simulation domain and Check line of Case 1~2 & Case 4.
- Fig. 4.2. Numerical simulation domain and Check line of Case 3.
- Fig. 4.3. Wave vector and wave contour for Case 1.
- Fig. 4.4. Wave height along the Pt.1 line.
- Fig. 4.5. Wave height along the Pt.2 line.
- Fig. 4.6. Wave height along the Pt.3 line.
- Fig. 4.7. Wave vector and wave contour for Case 2.
- Fig. 4.8. Wave height along the Pt.1 line.
- Fig. 4.9. Wave height along the Pt.2 line.
- Fig. 4.10. Wave height along the Pt.3 line.
- Fig. 4.11. Wave vector and wave contour for Case 3-1.
- Fig. 4.12. Wave height along the Pt.1 line.
- Fig. 4.13. Wave height along the Pt.2 line.
- Fig. 4.14. Wave height along the Pt.3 line.
- Fig. 4.15. Wave vector and wave contour for Case 3-2.
- Fig. 4.16. Wave height along the Pt.1 line.
- Fig. 4.17. Wave height along the Pt.2 line.
- Fig. 4.18. Wave height along the Pt.3 line.
- Fig. 4.19. Wave vector and wave contour for Case 4-1.
- Fig. 4.20. Wave height along the Pt.1 line.

- Fig. 4.21. Wave height along the Pt.2 line.
- Fig. 4.22. Wave height along the Pt.3 line.
- Fig. 4.23. Wave vector and wave contour for Case 4-2.
- Fig. 4.24. Wave height along the Pt.1 line.
- Fig. 4.25. Wave height along the Pt.2 line.
- Fig. 4.26. Wave height along the Pt.3 line.
- Fig. 4.27. Model configuration for uniform mild slope.
- Fig. 4.28. Wave heights by the numerical and the theory for uniform mild slope.
- Fig. 5.1. Location of grid point in a main shore.
- Fig. 5.2. Location of grid point by computational Typhoon model.
- Fig. 5.3. Computational grid system & Sea bottom topography.
- Fig. 5.4. Check point of calculated value and observed value.
- Fig. 5.5. Numerical results by Typhoon MAEMI(NTC, Without wind).
- Fig. 5.6. Numerical results by Typhoon MAEMI(SWAN, Without wind).
- Fig. 5.7. Numerical results by Typhoon MAEMI(SWAN, With wind).
- Fig. 5.8. Numerical results by new design wave(SWAN, Without wind).
- Fig. 5.9. Numerical results by new design wave(SWAN, Without wind).
- Fig. 5.10. Numerical results by new design wave(SWAN, With wind).
- Fig. 5.11. Numerical results by new design wave(SWAN, With wind).

List of Tables

- Table 1.1. Terms of energy balance equation
- Table 3.1. Source terms for action balance equation
- Table 3.2. Frequencies below which micro-scale wave breaking is unimportant
- Table 4.1. Conditions of numerical simulation for Case 1 & Case 2
- Table 4.2. Conditions of numerical simulation for Case 3 & Case 4
- Table 5.1. Previous design wave condition in a deep sea
- Table 5.2. New design wave condition in a deep sea
- Table 5.3. Wave and wind condition for Typhoon MAEMI
- Table 5.4. Condition to verify the model in the field
- Table 5.5. Wave height of irregular wave calculated value and observed value (Typhoon MAEMI)
- Table 5.6. Wave height of irregular wave calculated value and observed value (Using new design wave)

List of Symbols

C	Covariance function
C_D	Drag coefficient
E	Energy dissipation function
F	Variance spectrum
N	Wave energy density
S_{in}	Wind input source function
S_{nl}	Energy transfer due to nonlinear wave-wave interaction
S_{ds}	Energy dissipation function
$S_{ds,w}$	Dissipation of wave energy(whitecapping)
$S_{ds,b}$	Dissipation of wave energy(bottom friction)
$S_{ds,br}$	Dissipation of wave energy(wave-breaking)
U_*	Friction velocity of air
U_{10}	Wind speed of 10m height on the sea surface
T	Kinetic energy
T_p	Peak period
f	Frequency
θ	Wave direction
f_p	Peak frequency
γ	Peak enhancement parameter
δ	Symbol for variation
ϵ	Perturbation parameter
η	Water surface elevation
ψ	Surface potential
∇	horizontal gradient operator
∇_k	gradient operator in wave number space

A study on the characteristics of wave propagation in the wave-wind field

Jae-Hoon Jeong

*Department of Ocean Engineering, Graduate School,
Pukyong National University*

ABSTRACT

Irregular wave propagation is frequently encountered when computations of wave spectra are performed by means of the third-generation wind wave model SWAN (Simulating Wave Nearshore). Numerical accuracy concerning to wind effects is another key issue. The present paper proposes various verification in according to experiment that improve the accuracy properties of SWAN in the prediction of stationary wave conditions in the nearshore zone.

Moreover, while the wind is traveling, characteristics of its wind fields are continuously changed, especially, when the wind comes into shallow water, such as the variation of growth and generation of wave energy. However, there have not been many studies related to Wind(as typhoon) effects in shallow water.

In this paper, the wind effect and topographical effect in shallow

water are being considered and condition of wave energy to design a ocean structure discussed. that is, in according to application of real-life waters compared to irregular wave calculated values with observed values to the conditions of wave and wind. These are performed by the SWAN model in order to estimate the growth and generation of wave energy in the wave and wind field.

제 1 장 서 론

1.1 연구배경 및 목적

해양에서의 파랑은 인간의 경제·산업활동에 가장 큰 영향을 미치는 자연 현상이다. 파랑 정보에 대한 수요는 크게 두 가지로 분류될 수 있는데, 하나는 방파제 등 연안구조물의 설계를 위한 이상상태시의 파랑제원과 연안과정, 항만정온에 필요한 장기연속파랑자료(wave climate:波候)이며 다른 하나는 선박 운항, 어로, 대규모 연안 공사의 작업일정관리, 해양레저 등의 인간의 경제 사회활동에 필요한 매일의 파랑 정보이다. 전자의 설계파 및 파후 자료는 파랑의 후산(hindcasting)를 통하여 얻어지며 후자의 경우는 파랑의 현황(nowcasting) 및 예보(forecasting)에 의하여 얻어진다.

바람이 불어서 파랑이 생기고 성장·발달한다는 사실은 예로부터 경험적으로 잘 알려진 것이지만 그 현상의 상세한 역학과정에 대해서는 아직도 우리의 이해가 미치지 못하는 부분이 많다. 특히 파랑이라고 하는 자연 현상은 매우 복잡한 비보존계로서 파랑상호간 에너지 수송을 나타내는 약비선형성과 쇄파로 대표되는 강비선형성을 모두 포함하고 있기 때문에 수학적인 취급이 매우 어렵다. 특히, 쇄파에 의한 에너지 손실은 수면에 강한 난류와 기포의 발생을 수반하기 때문에 파랑 현상을 미시적·결정론적으로 기술하는 것은 불가능하다. 그러므로, 실제의 파랑예보에서는 불규칙한 파랑장을 기술할 수 있는 통계량을 계산한다. 불규칙한 현상을 통계적으로 기술하는 방법으로서 공학에서 가장 폭 넓게 사용되는 통계량은 에너지 스펙트럼이다. 파랑 분야에서도 에너지 스펙트럼의 구조에 대한 역학적인 이해가 연구의 주요 내용 중의 하나이다. 따라서, 파랑예보모델에서도 에너지 스펙트럼의 시·공간적인 변화를 지배하는 에너지 평형방정식을 해석하여 파랑장의 대표통계량인 스펙트럼을 계산한다.

심해 파랑의 시·공간적 변화를 지배하는 에너지 평형방정식의 구성요소는 에너지의 방사전파(radiative transfer)와 에너지의 원천이다. 심해의 경우 에너지의 원천은 대기-파랑 상호작용, 비선형 상호작용에 의한 성분파간의 에너지 전달 및 백파에 의한 에너지소산으로 이루어진다. Table 1.1에 에너지 평형방정식의 각 항에 대한 물리적 이해의 정도와 수치적 난이도를 요약하였다. 방사항은 물리적으로 잘 설명이 되며 또한 수치적으로도 쉽게 해석할 수 있으나 정원살수효과(garden sprinkler effect) 때문에 수치해석시 주의하여야 한다(The SWAMP group, 1985). 대기-파랑 상호작용과 강비선형 현상인 백파는 아직도 수학적으로 완전히 해석되지 않기 때문에 실험 결과에 근거하여 준선형화된 식을 사용한다. 비선형 상호작용에 의한 에너지 수송의 물리적 구조는 밝혀졌으나 수치계산이 상당히 어려워 현재 대부분의 파랑 모델에서는 이를 무시하거나 매우 단순화시키고 있다.

Table 1.1. Terms of energy balance equation

Items	Physically	Numerically	Remarks
Radiation	least ambiguous	easy but somewhat difficult in practice	garden sprinkler effect
Wind-input energy	rather ambiguous	easy	
Nonlinear energy transfer	less ambiguous	very cumbersome for stability and precision	
Whitecapping	most ambiguous	easy	

본 논문에서 사용되어진 SWAN 모델은 외해역에서 연안역으로 전파되면서 천수변형, 굴절변형, 쇄파변형 등 파랑변형의 제반현상을 재현할 수 있도록 한 불규칙파 스펙트럼 모델로서 바람효과를 고려할 수 있다는 장점이 있다.

따라서 본 연구의 목적은 대기-파랑 상호작용과 비선형효과가 고려된 에너지 스펙트럼(SWAN) 모델에 대한 수치실험을 수행하므로서 바람을 고려할 수 없는 기존 모델(Karlsson 모델)에 대한 실험결과 및 해석해와의 비교·분석을 통해 모델의 검증을 실시한 후 바람을 고려하였을 경우에 대한 파랑변형 특성을 살펴보므로서 예측성과 보편성이 한층 제고된 해양파랑 수치모델을 수립하고자 한다. 또한 한반도 근해 실험역에 적용하여 실제 관측자료와 바람효과의 고려 여부에 따른 실험결과를 분석한 후 본 모델의 적용성을 논의하고자 한다.

1.2 연구내용 및 범위

본 모델에 대한 수치해석결과와 기존 모델에 대한 수치해석결과를 비교·분석한 후 바람인자를 고려한 파랑-바람 공존장에서의 파랑변형 특성을 논의하고 한반도 근해의 실험역을 대상으로 파랑예보 및 후산에 대한 적용성과 타당성을 제고하고자 하였다. 특히, 파랑의 발달·성장에 있어서 해저지형 또는 바람조건 등에 의한 파랑변형 특성을 세부적으로 검토하였으며 또한 적용된 본 연구에 사용된 모델을 실제의 해역에 적용하므로서 모델의 범용성에 대해서도 검토하였다.

주요 연구내용은 다음과 같다.

- 1) 기존 에너지평형방정식에 기초한 불규칙파 모델(NTC)과 본 연구에서 사

용된 불규칙파 스펙트럼 모델(SWAN)의 수치시뮬레이션을 통하여 SWAN 모델의 파랑변형 특성을 논하였고 바람인자에 대한 효과를 함께 검토하여 모델의 적용성을 고찰하였다.

- 2) 바람효과를 고려하여 실패역인 부산 신항을 대상으로 수치시뮬레이션을 수행하므로써 해양파랑 예측 및 항만 구조물 설계시 파랑-바람 공존장에서의 파랑조건 및 바람효과에 대한 적용성 및 타당성을 논하고자 하였다.

상기 연구내용에 대하여 파랑변형계산의 기존연구와 본 논문에서 다루어진 파랑변형 계산모델의 개요를 정리하여 제 2장에 요약하였으며 모델에 적용된 기본방정식에 대하여 함께 기술하였다. 제 3장에서는 본 논문에서 사용된 파랑 모델(SWAN)의 기본방정식인 작용보존 방정식의 기본이론과 약상호작용 이론을 사용하여 파랑 수치모델에서 가장 중요한 항인 원천항을 함께 해석한 내용을 기술하였다.

제 4장에서는 에너지스펙트럼(SWAN) 모델에 대한 기본 검증을 실시하고 모델의 검증을 통한 기존 수치모델 및 해석해와 비교·평가함으로써 모델의 유효성과 타당성을 논의한 후 제 5장에서 실제 해역에 적용하여 SWAN 모델에 의한 바람효과에 관한 계산결과를 비교한 후 모델의 범용성을 검토하였다. 끝으로 제 6장에서는 본 연구로부터 얻어진 결론과 향후 연구과제에 대하여 언급하였다.

제 2 장 파랑변형 계산모델

2.1 파랑변형계산의 기존 연구

파랑스펙트럼 계산의 원리는 이미 1960년대 초에 알려졌다. 그러나, 1960년대와 1970년대에 개발된 모델들은 스펙트럼을 구하는 데 있어서 에너지 평형 방정식의 모든 항을 고려하지 않았다. 즉, 당시에는 계산되는 스펙트럼이 경험으로부터 예상되는 결과에 따르도록 스펙트럼의 형상에 대한 특별한 가정이 모델에 도입되었다. 왜냐하면, 그 당시에는 파랑성장에 있어서 파랑성분간 비선형 상호작용의 역할에 대한 이해가 부족하였으며 또한, 계산기의 계산능력이 비선형 상호작용을 처리하기에는 매우 부족하였기 때문이었다.

1960년대와 1970년대에 개발된 소위 제1세대 모델들은 스펙트럼의 성분인 포화상태(universal saturation level)에 도달하면 그 성분의 파랑은 갑자기 성장을 멈춘다고 가정하였다. 대부분의 모델에서 포화스펙트럼은 고주파 영역에서 f^{-5} (f : 주파수)의 형태를 취하며 방향분포는 경험적으로 결정된 식을 사용하였다(The SWAMP Group, 1985). 그러나, 오늘날에는 스펙트럼의 고주파 영역(통상 침두주파수의 1.5배와 3.0배 사이를 의미한다)이 백파(whitecapping)와 바람입력의 영향을 받으며 더욱이 비선형 상호작용의 영향으로 인하여 스펙트럼의 저주파 영역에 의해서도 좌우되는 것으로 인식되고 있다. 또한, 물리적인 관점에서 볼 때 제 1세대 모델은 비선형 상호작용을 고려하지 않는 대신에 바람입력을 과대평가하고 있다.

대규모 파랑성장 실험(Hasselmann et al., 1973) 및 바람입력의 직접관측 실험(Snyder et al., 1981) 이후에 비선형 상호작용과 바람입력의 상대적 중요성이 인식되기 시작하였으며 제 2세대 모델이 탄생하였다. 그러나 HYP A 모델 등 제 2세대 모델에서 비선형 상호작용을 직접 계산하지 않고 파라미터화된

형식으로 처리하기 때문에 제 1세대 모델에서와 같이 스펙트럼의 형상을 미리 규정해 주어야 한다(The SWAMP Group, 1985). 여기에는 풍파의 스펙트럼 형태를 지배방정식의 정식화 단계에서 규정하는 방법(parametrical or hybrid model)과 스펙트럼의 계산 과정에서 제약조건으로 규정하는 방법(discrete model)이 있다. 전자와 후자의 대표적인 모델은 각각 독일의 HYPA(HYbrid PARametrical) 모델과 영국의 BMO(British Meteorological Office) 모델을 들 수 있다. 이러한 모델에서는 풍파(wind seas)와 너울(swell)의 구분 및 처리에 근본적인 문제점이 있으며 특히 태풍과 같이 풍장(wind field)이 빠르게 변하는 경우에 적용이 어렵다고 지적되고 있다(Komen et al., 1994).

제 1세대 모델과 제 2세대 모델의 단점들은 The SWAMP Group(Sea Wave Modeling Project), 1985)의 상호비교연구를 통하여 지적되었으며 아울러 스펙트럼 형상에 대한 아무런 가정이 없이 에너지평형방정식을 직접 적분하여 파랑스펙트럼을 구하는 모델이 시급히 개발되어야 한다는 것이 강조되었다. 그 결과로서 스펙트럼의 형태에 대한 사전 가정이 없는 모델을 개발하기 위하여 파랑 관련 각 분야의 전문가 71명으로 WAMDI Group(WAVE Model Development and Implementation Group)이 조직되었다(Komen *et al.*, 1994). 이러한 노력으로 1988년에 최초의 제 3세대 모델인 WAM 모델이 발표되어(The WAMDI Group, 1988) 현재 구미각국을 비롯한 세계 여러 나라에서 사용되고 있다. 국내에서는 해양연구소에서 1984년에 제 1세대 파랑 모델인 DSA-5 모델을 도입하여 한반도 주변 해역을 대상으로 실용화시켰으며, 그 이후 제 2세대 모델인 HYPA 모델을 도입하여 심해파랑 추산에 활용하여 왔다.

이러한 심해 파랑 모델들은 수심의 영향을 고려치 않아 천수, 굴절, 해저마찰 등의 천해 효과가 무시되기 때문에 서해나 남해와 같은 천해역에서는 오차를 보일 수 있어서, 서해 및 남해와 같이 수심이 낮은 해역에서도 적용이 가능한 파랑 모델인 HYPAS 모델을 도입하여 수립하였다.

최근에는 파랑간의 상호작용을 모수화(parameterization)하지 않고 직접 계산하는 제 3세대 모델인 WAM 모델과 Wave WatchIII 모델이 개발되었으며, 해양연구소에서는 이러한 모델을 이상 파랑시에 적용한 결과를 관측치와 비교, 검토하여 실용성을 입증하였다. 본 논문에서 다루고자 하는 SWAN 모델은 WAM과 Wave Watch III 모델과 같은 맥락에서 개발되어진 최신의 스펙트럼모델로서 아직 국내에서는 관련 연구사례가 미흡하고 세부적으로 정리된 양질의 자료가 부족한 실정이다.

2.2 파랑변형계산 모델 개요

2.2.1 Karlsson 모델(NTC)

가. 기본방정식

본 논문에서 불규칙파를 재현하는 SWAN 모델에 대한 비교·평가를 위해 일반적으로 흔히 사용되고 있는 Karlsson 모델(NTC)에 대해 기술하고자 한다. 심해에서 천해역으로 전파하는 파랑은 주로 굴절, 천수, 쇄파변형을 겪게 되므로 급회 이와 같은 파랑장의 해석에 일반적으로 적용되고 있으며 그 신뢰성을 인정받고 있는 에너지평형방정식(Karlsson eq.)에 기초한 다방향 불규칙파 변형 모델을 적용하기도 한다. 한편, 다방향 불규칙파의 천해전파를 모의하는 Karlsson(1969)의 에너지평형방정식의 기본형은 다음과 같이 표현할 수가 있다.

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \nabla \cdot (S\vec{V}) - Q = 0 \quad (2.1)$$

$$\text{여기서, } \nabla = \left\{ \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial f}, \frac{\partial}{\partial \theta} \right\}$$

$$\vec{V} = \begin{Bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_f \\ V_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_g \cos \theta \\ C_g \sin \theta \\ \frac{\partial f}{\partial t} \\ \frac{C_g}{C} \left(\frac{\partial C}{\partial x} \sin \theta - \frac{\partial C}{\partial y} \cos \theta \right) \end{Bmatrix}$$

$$C_g = \frac{C}{2} \left\{ 1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right\}$$

여기서, $S(= S(f, \theta))$ 는 파랑스펙트럼 에너지밀도, Q 는 외부에너지 출입, \vec{V} 는 성분 에너지 전파속도 vector, C_g 는 군속도, C 는 파속, k 는 파수, h 는 수심, f 는 주파수, θ 는 방향을 나타낸다. 상기 식을 i) 파의 상태는 변하지 않음 ($\partial S / \partial t = 0$), ii) 성분파의 주기는 변하지 않음 ($\partial f / \partial t = 0$), iii) 외부에너지의 출입은 없음 ($Q = 0$)에 따라서 다음과 같이 유도되며, 본 계산모델의 지배방정식이 된다.

$$\frac{\partial}{\partial x}(S V_x) + \frac{\partial}{\partial y}(S V_y) + \frac{\partial}{\partial \theta}(S V_\theta) = 0 \quad (2.2)$$

위 식은 유한차분법을 사용하여 풀 수 있으며, 입사경계에서는 입사파랑의 파향(평균파향), 파고(유의파고) 및 주기(유의파 주기)에 대응되는 방향스펙트럼을 바탕으로 성분파 에너지를 분할·입력한다.

$$S(f, \theta) = S(f) G(f; \theta) \quad (2.3)$$

여기서, $S(f) = 0.25 H_{1/3}^2 T_{1/3} (T_{1/3} f)^{-5} \exp[-1.03 (T_{1/3} f)^{-4}]$

$$G(f; \theta) = G_0 \cos^{2s} \left(\frac{\theta}{2} \right)$$

$$G_0 = \frac{1}{\pi} 2^{2s-1} \frac{\Gamma^2(s+1)}{\Gamma(2s+1)}$$

$$S = \begin{cases} S_{\max} \cdot (f/f_p)^5 & : f \leq f_p \\ S_{\max} \cdot (f/f_p)^{-2.5} & : f \geq f_p \end{cases}$$

$$f_p = 1/(1.05T_{1/3})$$

S_{\max} : 방향집중도 변수 (파랑특성에 따라 적절하게 선택)

측면경계에서는 경계 내외의 방향스펙트럼을 동일하게 주며, 육지측에서는 파에너지가 육지에 완전 흡수되는 것으로 가정하고, 수치해는 계산영역내 각 격자점에서 성분파의 에너지밀도 $S(f, \theta)$ 로 산출되어 이의 주파수-방향별 적분량으로부터 파랑제원(평균파향 및 유의파고)을 산출한다. 파랑이 해안으로 접근함에 따라 발생하는 쇄파는 상기 방법에 의하여 각 격자점에서 계산된 파고가 다음과 같이 표현되어지는 Goda(1975)의 쇄파한계식에서 계산된 값보다 크지 않는 것으로 제안한다.

$$H_b/L_0 = A [1 - \exp[-1.5\pi(h_b/L_0)(1 + K(\tan\beta)^s)]] \quad (2.4)$$

- 여기서, H_b : 쇄파파고
 L_0 : 심해파장
 A : 0.12 ~ 0.18
 K : 15
 s : 4/3
 h_0 : 쇄파수심
 $\tan\beta$: 해저경사

2.2.2 SWAN 모델

가. 지배방정식의 정식화

불규칙파에 대한 작용밀도 변화율은 스펙트럼 작용보존방정식으로 나타나며, 작용보존방정식은 파와 해류의 상호작용을 잉여응력(radiation stress)을 통해 식 (2.5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} N(\sigma, \theta) + \frac{\partial}{\partial x} c_x N(\sigma, \theta) + \frac{\partial}{\partial y} c_y N(\sigma, \theta) \\ + \frac{\partial}{\partial \sigma} c_\sigma N(\sigma, \theta) + \frac{\partial}{\partial \theta} c_\theta N(\sigma, \theta) = \frac{S(\sigma, \theta)}{\sigma} \end{aligned} \quad (2.5)$$

여기서, $N(\sigma, \theta)$: 작용밀도 스펙트럼 $\left(= \frac{E(\sigma, \theta)}{\sigma} \right)$
 $E(\sigma, \theta)$: 에너지밀도 스펙트럼
 c : 에너지전파속도
 σ : 각주파수
 θ : 파향
 t : 시간
 x, y : 공간좌표
 S : 원천함수

이 식의 왼쪽 첫 번째 항은 시간에 대한 작용밀도의 변화율, 두 번째, 세 번째 항은 지형공간에서의 영향, 네 번째 항은 수심과 해류에 따라 변화하는 상대주파수의 영향, 다섯 번째 항은 해류 및 수심에 의해서 일어나는 굴절에 의한 방향공간에서의 영향을 표현하고 있다.

$S(\sigma, \theta)$ 항은 에너지원천항으로 식 (2.6)과 같이 각각 다른 원천항들이 합으로 아래와 같은 식으로 표현한다.

$$S(\sigma, \theta) = S_{in} + S_{ds}(\sigma, \theta) + S_{n1}(\sigma, \theta) \quad (2.6)$$

여기서, S_{in} : 바람에 의해 유입되는 에너지

- S_{ds} : 백파, 파와 저면의 상호작용,
 천수화 과정에 따른 에너지소산
 S_{nl} : 비선형 상호작용에 의한 에너지 이동

나. 바람에 의해 유입되는 에너지

공명기구(Phillips, 1957)와 feed-back 기구(Miles, 1957)의 합으로 아래와 같은 식으로 표현된다.

$$S_{in}(\sigma, \theta) = A + BE(\sigma, \theta) \quad (2.7)$$

- 여기서, A : 공명기구의 선형적인 성장계수
 B : 주기함수 형태의 성장계수

Phillips는 공명기구의 선형적인 성장계수 A 를 다음과 같이 정의했다.

$$A = \frac{1.5 \times 10^{-3}}{g^2 2\pi} [U_* \max(0, \cos(\theta - \theta_w))]^4 H \quad (2.8)$$

- 여기서, g : 중력가속도
 U_* : 마찰속도
 θ : 파향
 θ_w : 풍향
 H : 필터

Miles는 지수함수형태의 성장계수를 다음과 같이 정의하였다.

$$B = \beta \frac{\sigma_a}{\sigma_w} \left(\frac{U_*}{c} \right)^2 \max[0, \cos(\theta - \theta_w)]^2 \sigma \quad (2.9)$$

여기서, σ_a : 공기의 밀도
 σ_w : 물의 밀도
 c : 파속
 σ : 상대주파수

다. 파랑에너지의 소산

파랑에너지소산에 관한 식은 세 가지 다른 과정의 합으로 식 (2.10)과 같이 나타낸다.

$$S_{ds}(\sigma, \theta) = S_{ds,w}(\sigma, \theta) + S_{ds,b}(\sigma, \theta) + S_{ds,tr}(\sigma, \theta) \quad (2.10)$$

여기서, $S_{ds,w}(\sigma, \theta)$: 백파에 의한 에너지소산
 $S_{ds,b}(\sigma, \theta)$: 저면마찰에 의한 에너지소산
 $S_{ds,tr}(\sigma, \theta)$: 수심한계로 발생하는 쇄파에 의한 에너지소산

백파에 의한 에너지소산은 식 (2.11)과 같이 정의(Hasselmann, 1974)하였다.

$$S_{ds,w}(\sigma, \theta) = -\Gamma \bar{\sigma} \frac{k}{k} E(\sigma, \theta) \quad (2.11)$$

여기서, $\bar{\sigma}$: 평균주파수
 \bar{k} : 평균주파수
 Γ : 경사종족계수 (Steepness dependent coefficient)

저면마찰에 의한 에너지소산은 식 (2.12)와 같이 정의한다.

$$S_{ds,b}(\sigma, \theta) = -C_{\text{bottom}} \frac{\sigma^2}{g^2 \sinh^2(kd)} E(\sigma, \theta) \quad (2.12)$$

여기서, C_{bottom} : 저면마찰계수

수심한계로 발생하는 쇄파의 의한 에너지소산은 식 (2.13)과 같이 표현된다.

$$S_{ds,br}(\sigma, \theta) = -\frac{D_{ta}}{E_{ta}} E(\sigma, \theta) \quad (2.13)$$

여기서, D_{ta} : 쇄파로 인한 불규칙파 에너지소산비

라. 비선형상호 작용에 의한 에너지이동

3차 상호작용은 LTA(Lumped Triad Approximation)를 사용하여서 각각의 스펙트럼에 대해 식 (2.14)와 같은 식으로 사용된다.

$$S_{n\beta}(\sigma, \theta) = S_{n\beta}^-(\sigma, \theta) + S_{n\beta}^+(\sigma, \theta) \quad (2.14)$$

$$\text{여기서, } S_{n\beta}^-(\sigma, \theta) = -2S_{n\beta}^+(2\sigma, \theta)$$

$$S_{n\beta}^+(\sigma, \theta) = \max\left[0, \alpha_{EB} 2\pi c c_{gj}^2 |\sin(\beta)| \times E^2(\sigma/2, \theta) - E(\sigma/2, \theta)E(\sigma, \theta)\right]$$

α_{EB} : 조정비례계수

$$\beta = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \tanh\left(\frac{0.2}{U_r}\right)$$

$$U_r = \frac{g}{8\sqrt{2}\pi^2} H_s \frac{\overline{T^2}}{d^2}$$

$$\overline{T} = 2\pi\sqrt{\sigma}$$

상호작용계수(interaction coefficient) J 는 아래와 같다(Madsen과 Sorensen, 1993).

$$J = \frac{k_{\sigma/2}^2 (gh + 2c_{\sigma/2}^2)}{k_{\sigma} h \left(gh + \frac{2}{15} gh^3 - \frac{2}{5} \sigma^2 h^2 \right)} \quad (2.15)$$

수정된 DIA(Discrete Interaction Approximation)로 나타낸 4차 상호작용의 원천항 $S_{n/A}(\sigma, \theta)$ 는 아래와 같이 나타낸다.

$$S_{n/A}(\sigma, \theta) = S_{n/A}^*(\sigma, \theta) = S_{n/A}^{**} \quad (2.16)$$

여기서, $S_{n/A}^*$: 첫 번째 4차 상호작용

$S_{n/A}^{**}$: 두 번째 4차 상호작용

첫 번째 4차 상호작용은 아래와 같이 정의한다.

$$S_{n/A}^*(\sigma, \theta) = 2\delta S_{n/A}(\alpha_1\sigma, \theta) - \delta S_{n/A}(\alpha_2\sigma, \theta) - \delta S_{n/A}(\alpha_3\sigma, \theta) \quad (2.17)$$

여기서, $\alpha_1 = 1$

$\alpha_2 = (1 + \lambda)$

$\alpha_3 = (1 - \lambda)$

$\lambda = 0.25$

위 식의 α 의 아래첨자 $i=1, 2, 3$ 에서 각각의 분포는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta S_{n/A}(\alpha_i\sigma, \theta) &= C_{n/A} (2\pi)^2 g^{-4} \left(\frac{\sigma}{2\pi} \right)^{11} \\ &\times \left[E^2(\alpha_i\sigma, \theta) \left\{ \frac{E(\alpha_i\sigma^+, \theta)}{(1+\lambda)^4} + \frac{E(\alpha_i\sigma^-, \theta)}{(1-\lambda)^4} \right\} - 2 \frac{E(\alpha_i\sigma, \theta)E(\alpha_i\sigma^+, \theta)E(\alpha_i\sigma^-, \theta)}{(1-\lambda^2)^4} \right] \end{aligned} \quad (2.18)$$

여기서, $C_{n/A} = 3 \times 10^7$

마. 계산방법

본 논문에서 사용된 파랑 모델에서 작용보존방정식은 유한차분법으로 해석하며, 독립변수 시간은 모델의 안정성을 확보하기 위해서 평형방정식으로부터 제거된다. 지형공간에서 4개의 90°간격의 구역에서 일차 상향법과 Four sweep 법과 같은 전진법으로 해석하고 스펙트럼공간에서 여러 변수들을 상향차분법과 중앙차분법을 같이 사용하여 음해법으로 수치해석하게 된다. 원천항에 대한 수치해석법은 양해법과 음해법을 같이 사용하며 양해법은 스펙트럼에서 원천항의 양의 부분에 사용되었고, 음해법은 4차 상호작용을 제외한 음의 원천항을 해석하는데 사용되었으며, 4차 상호작용은 계산의 효율성을 고려하여 양해법으로 계산하였다. Nesting기법을 사용하여서 상세역과 같은 높은 정밀도를 요구하는 지역에도 적용가능하다.

제 3 장 기본 이론

3.1 작용보존방정식

임의의 시각에 대한 해상상태(sea state)를 알고 있는 경우 잠시 후의 해상상태를 계산하는 물리법칙은 상호 작용하는 약비선형(weakly nonlinear) 파랑의 시간 발달을 기술하는 작용 평형방정식(action balance equation)이다. 파랑 작용(wave action) 또는 작용은 파랑의 에너지를 고유 각주파수(intrinsic angular frequency)로 나눈 값으로 정의되며 고전역학에서는 adiabatic invariant로 부른다. 초기치로서 해수면 변위만 알고 있는 경우에는 파랑의 진행방향에 대한 정보가 없으므로 해상상태를 예측할 수 없다. 따라서, 해수면 변위 $\eta(x, 0)$ 외에 다른 정보[예를 들면 $\eta_t(x, 0)$]가 초기조건으로 주어져야만 미래의 해상상태를 계산할 수 있다. 그러나, 현실적으로 바다에서 이러한 초기조건을 얻는 것은 불가능하다. 그러므로, 파랑의 예측에서는 미래의 해수면 변위를 결정론적으로 구하지 않고 불규칙한 파랑장을 대표하는 통계량을 계산하는 것이 편리하다. 특히, 해수면 변위의 확률분포가 Gaussian 분포를 따르고 파랑장이 통계적으로 정상(stationary)이며 균질(homogeneous)인 과정이라고 가정하면 파랑장의 모든 통계적 특성은 제2차 모멘트로서 기술할 수 있다. 실제로 불규칙한 파랑장의 해수면 변위는 근사적으로 Gaussian 분포를 따르기 때문에 공분산 함수를 사용하여 파랑장의 특성을 표현할 수 있다. 또한 공분산 함수의 Fourier 변환은 스펙트럼으로 정의되며 이는 주어진 파수 또는 주파수 성분에 대한 파랑에너지의 분포를 나타낸다.

3.3.1 유체동역학 방정식

유체의 운동에 대한 Newton의 법칙은 Navier-Stokes 방정식이다(Yih,

1969). 대기-해양 시스템은 밀도가 서로 다른 공기와 물로 구성되어 있기 때문에 2층 유체(two-layer fluid)에 관한 Navier-Stokes 방정식을 풀어서 해양 파랑의 거동을 해석하여야 한다. 그러나, 공기의 밀도는 물에 비하여 충분히 작으므로 해양 파랑은 표면파(surface wave)로 간주할 수 있으며 중력장에서의 1층유체(one-layer fluid)에 대한 Navier-Stokes 방정식을 해석하여 해양 파랑을 기술할 수 있다. 또한, 지구의 자전주기는 파랑의 주기보다 훨씬 길기 때문에 Coriolis 힘은 무시된다. 파장이 약 1m 이상인 경우에는 점성과 표면장력을 무시할 수 있으므로 파랑에 의한 물의 유동은 1층 유체에 관한 Euler 방정식으로 해석할 수 있다. 그리고, 물이 비압축성이라고 가정하면 유동장의 발산은 영이다. 따라서, 파랑운동을 기술하는 유체동역학 방정식은 다음과 같은 연속방정식과 Euler 방정식으로 귀착된다.

$$\nu_{i,i} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \nu_i}{\partial t} + \nu_j \nu_{i,j} = -\frac{1}{\rho} p_{,i} - g \delta_{3i}, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (3.2)$$

여기서, ν_i , p , ρ , t , g 는 각각 속도, 압력, 물의 밀도, 시간 및 중력가속도를 의미하며 δ_{ij} 는 Kronecker 기호이다. 그리고 “ $,i$ ”는 공간좌표(x_i)에 대한 미분을 나타낸다. 파랑에 의한 물의 유동이 비회전이라고 가정하면 다음과 같이 정의되는 속도포텐셜 $\phi(x,t)$ 가 존재한다.

$$\nu_i = \phi_{,i} \quad (3.3)$$

여기서는 해석의 간편성을 위하여 수심이 h 로 일정하며 수평방향으로 무한한 해역을 대상으로 한다. 자유수면은 유선을 형성하므로 초기에 자유수면을 구성하는 물입자는 항상 자유수면상에 존재해야 하는 조건으로부터 운동학적 자유수면 경계조건이 도입되며 자유수면에서 압력이 연속이어야 한다는 조건으로부터 동역학적 자유수면 경계조건이 구해진다. 저면에서는 저면을 통한 유체의 flux가 영이라는 조건이 부가된다. 식(3.3)을 식(3.1)에 대입하면 다음과

같은 Laplace 방정식을 얻는다.

$$\nabla^2 \phi + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0, \quad -h \leq z \leq \eta(x,t) \quad (3.4)$$

여기서, z 는 연직좌표로서 정지수면에서 영이며 연직상향을 양의 방향으로 취한다. $\eta(x,t)$ 는 자유수면의 연직변위를 의미하며 ∇ 은 수평기울기 연산자로 다음과 같다.

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x_1} i + \frac{\partial}{\partial x_2} j \quad (3.5)$$

여기서 i 와 j 는 각각 수평방향 공간좌표 x_1, x_2 방향의 단위벡터이다. 자유수면 경계조건은

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \sqrt{1 + |\nabla \eta|^2} \frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{\partial \phi}{\partial z} - \nabla \phi \cdot \nabla \eta \quad \text{at } z = \eta \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[|\nabla \phi|^2 + \left| \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|^2 \right] + g\eta = 0 \quad \text{at } z = \eta \quad (3.7)$$

이며 저면 경계조건은

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = -h \quad (3.8)$$

로 된다. 운동학적 자유수면 경계조건[식(3.6)]에서 $\partial \phi / \partial n$ 은 법선 방향으로의 포텐셜 변화율을 나타낸다. 동역학적 자유수면 경계조건[식(3.7)]은 식(3.3)을 식(3.2)에 대입하고 적분한 다음 자유수면에서의 압력을 영으로 취하여 구해지며 이것은 Bernoulli 방정식이다.

파랑운동으로 인하여 유동하는 수립자는 포텐셜에너지와 운동에너지를 갖게 되며 임의의 점에서 총에너지밀도는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$H = \frac{1}{2} \rho g \eta^2 + \frac{1}{2} \rho \int_{-h}^{\eta} \left[|\nabla \phi|^2 + \left| \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|^2 \right] dz \quad (3.9)$$

일반적으로 역학에서 H 는 Hamiltonian으로 불리며 Green의 정리와 운동학

적 자유수면 경계조건을 적용하면 Hamiltonian은 다음과 같다.

$$H = \frac{1}{2} \rho g \eta^2 + \frac{1}{2} \rho \psi \eta_t \quad (3.10)$$

$$\Psi(x, t) = \phi(x, \eta, t) \quad (3.11)$$

$$E = \frac{1}{A} \int \int H dx_1 dx_2 \quad (3.12)$$

여기서, Ψ 는 수표면에서의 속도포텐셜이며 A 는 표면적, E 는 단위표면적당 평균 파랑에너지이다. Laplace 방정식의 해는 경계조건에 의하여 유일하게 결정되므로(Wylie, 1975) 파랑 해석의 문제는 결국 η 와 ψ 를 구하는 것으로 귀착된다. 이는 수면파(water wave) 문제가 궁극적으로 식(3.6)과 식(3.7)의 자유수면 경계조건을 푸는 문제로 됨을 의미한다. 즉 식(3.6)과 식(3.7)은 파랑의 시간에 대한 발달방정식(evolution equation)으로 간주할 수 있다.

Zakharov(1968)와 Miles (1977)는 수면변위 η 와 수면포텐셜 ψ 가 다음과 같은 Hamiltonian 방정식을 만족시키는 정준변수(canonical variable)임을 증명하였다. 즉,

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\delta H}{\delta \psi} \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = - \frac{\delta H}{\delta \eta} \quad (3.14)$$

여기서, $\delta H / \delta \psi$ 는 H 의 ψ 에 대한 변분(functional derivative)이고 η 는 좌표변수(generalized coordinate)이며 ψ 는 운동량변수(generalized momentum)에 대응한다. 시간에 따른 수면변위와 수면포텐셜은 식(3.13)과 식(3.14)로부터 구해지며 이는 파랑성분간의 비선형 상호작용에 의한 파랑의 발달 해석에 유용하다.

한편, Luke(1967)는 수면파를 지배하는 Laplace 방정식과 수면 및 저면 경계조건을 변분법(variational principle)으로부터 유도하였다.

$$\delta \int_t \int_x L dx dt = 0 \quad (3.15)$$

$$\text{여기서, } L = -\rho \int_{-h}^{\eta} \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 + \frac{1}{2} \left| \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|^2 + gz \right] dz \quad (3.16)$$

은 Lagrangian 또는 운동학적 포텐셜(kinetic potential)이다. ϕ 에 대한 변분 $\delta\phi$ 에 대해서 식(3.17)는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} -\delta \int_t \int_x \frac{L}{\rho} dx dt &= \int_t \int_x \left[\int_{-h}^{\eta} (\delta\phi_t + \nabla \phi \cdot \nabla \delta\phi) dz \right] dx dt = 0 \quad (3.17) \\ &- \int_t \int_x \left[\int_{-h}^{\eta} \left(\nabla^2 \phi + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) \delta\phi dz \right] dx dt \\ &- \int_t \int_x \left[\left(\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \phi \cdot \nabla \eta - \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \delta\phi \right]_{z=\eta} dx dt \\ &- \int_t \int_x \left[\left(\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \phi \cdot \nabla h + \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \delta\phi \right]_{z=\eta} dx dt \end{aligned}$$

여기서 Leibniz 공식이 사용되었다. 위 식의 우변의 제1항은 (x,t)공간에서 적분 영역의 경계에서의 값이므로 영이 된다(경계에서 $\delta\phi=0$ 이다). 한편 경계 내부에서는 임의이므로 위 식이 성립하려면 우변의 두 번째, 세 번째 및 네 번째 항의 괄호 속의 값이 영이 되어야 한다. 이로부터 Laplace 방정식과 운동학적 자유수면 경계조건 및 저면 경계조건이 구해진다. 한편 $\delta\eta$ 에 대하여 식(3.15)는 다음과 같다.

$$\delta \int_t \int_x L dx dt = \int_t \int_x \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 + gz \right]_{z=\eta} \delta\eta dx dt = 0 \quad (3.18)$$

적분영역 내에서 $\delta\eta$ 는 임의이므로 위 식으로부터 동역학적 자유수면 경계조건을 얻는다.

3.3.2 작용보존방정식

파랑의 에너지를 고유 각주파수로 나눈 것 즉, E/σ 를 파랑작용(wave action) 또는 간단히 작용(action)이라고 부른다. 통상 파랑 해석에서는 E에 포함된 ρg 인자를 제거한 분산스펙트럼 F 를 사용하므로 ρg 인자를 제거한 작용 밀도를 N 으로 나타내면 다음과 같다. 앞으로 단순히 작용 또는 작용밀도라 함은 ρg 인자를 제거한 것을 의미한다.

$$N(k, x, t) = \frac{F(k, x, t)}{\sigma} \quad (3.19)$$

조화진동계(harmonic oscillator)에서 보존되는 물리량은 에너지가 아니라 작용인 것으로 알려져 있다(Komen et al., 1994). 예를 들면, 길이가 서서히 변하는 단진자(simple pendulum) 운동의 경우에 에너지보존은 성립되지 않으나 작용은 보존된다. 또한, Whitham(1974)은 단순한 수면파의 진행에서 흐름과 같은 외부파라미터에 의하여 에너지와 주파수는 변하지만 작용은 보존됨을 설명하였다.

비균질 매질에서의 작용보존방정식은 Bretherton and Garret (1969)에 의하여 처음으로 유도되었다. 한편, Mei(1983)는 유체 유동의 지배방정식의 WKB 전개에서 해의 존재조건(solvability condition; Nayfeh, 1981)이 작용보존법칙으로 귀착됨을 증명하였으며 Willebrand(1989)는 작용보존방정식을 사용하여 비선형 파랑을 해석하였다. 여기서는 단순파에 대해서 유도한 Whitham(1974)의 작용보존방정식을 불규칙한 수면파로 확장한다.

제 1차 order에서 불규칙한 수면파의 수면변위와 속도포텐셜을 아래와 같이 정의한다(Whitham, 1974).

$$\eta(x, t) = a + \sum_n a_n e^{is_n} + O(\epsilon^2) \quad (3.20)$$

$$\phi(x,t) = \beta \cdot x - \gamma t - \sum_n i \frac{\cosh k_n (h+z)}{\cosh k_n h} b_n e^{i s_n} + O(\epsilon^2) \quad (3.21)$$

여기서, s_n 은 파형경사, $s_n = k_n \cdot x - \omega_n t$ 로 위상함수, a_n 은 파랑기인 수면변동이고, β 는 외부의 흐름(\mathbf{U})과 파랑기인 흐름을 포함하며, γ 는 평균류에 관계되는 양으로서 평균류의 포텐셜을

$$\varphi(x,t) = \beta \cdot x - \gamma t \quad (3.22)$$

로 쓰면 식(3.22)을 얻으며 a_n , γ 및 파랑기인 흐름은 파형경사에 대해서 제2차 order 즉, $O(\epsilon^2)$ 의 양이다.

$$\beta = \nabla \varphi, \quad \gamma = -\frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad \frac{\partial \beta}{\partial t} + \nabla \gamma = 0 \quad (3.23)$$

또한, a_n , b_n , β , γ , k_n 그리고 ω_n 은 모두 공간과 시간에 대해서 천천히 변한다고 생각한다. 수면변위와 포텐셜은 실수의 값을 취하여야 하기 때문에 윗식에서 n 값 범위는 음의 값으로 확장되며, $s_{-n} = -s_n$, $a_{-n} = a_n^*$, $b_{-n} = b_n^*$, $k_{-n} = -k_n$, $\omega_{-n} = -\omega_n$ 이다. 파랑운동과 관련된 동역학방정식을 구하기 위하여 식(3.20)과 식(3.21)을 식(3.16)의 Lagrangian에 대입한 다음 식(3.15)의 변분공식을 적용한다. $n(x,t)$ 와 $\phi(x,t)$ 는 식(3.15) 좌변의 정체점(stationary point)에서 결정되므로 결국 식(3.15)로부터 a_n , b_n , φ , s_n 에 대한 Euler-Lagrange 방정식(Wylie, 1975)을 얻는다. Euler-Lagrange 방정식은 두 가지 종류의 변화규모(scale) 즉, 시간과 공간좌표에서 빠른 변화(fast varying)와 느린 변화(slowing varying)를 하는 변수를 포함하고 있으므로 느린 변화를 갖는 변수의 시간발전방정식을 얻기 위하여 먼저 빠른 변화를 갖는 변수에 대해서 평균을 취한다. 이와 같은 방법을 평균변분법(average variational principle)이라고 한다(Whitham, 1974). 파랑 문제에서 빠른 변화를 갖는 변수는 위상함수 s_n 이며 Euler-Lagrange 방정식을 구한 후 평균하는 것과 먼저 Lagrangian을 s_n 에

대하여 평균한 후 Euler-Lagrange 방정식을 적용하는 것은 동일하기 때문에 여기서 먼저 평균 Lagrangian을 구한다. 즉,

$$\Lambda(a, \beta, \gamma, a_n, b_n, k_n, \omega_n) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} L ds_n \quad (3.24)$$

여기서, Λ 는 평균 Lagrangian이라고 부르며 실제의 계산에서는 다음 공식이 유용하게 사용된다.

$$\overline{e^{is_n}} = 0, \quad \overline{e^{i(s_m + s_n)}} = \delta_{m, -n}, \quad \overline{e^{i(s_l + s_m + s_n)}} = 0 \quad (3.25)$$

여기서 over bar(—)는 한 주기 또는 한 파장에 대한 평균을 의미한다. 위 식으로부터 평균 Lagrangian의 계산에서 홀수차항은 모두 평균과정에서 제거됨을 알 수 있다. 식(3.24)의 자세한 계산과정은 부록 A에 수록하였으며 최종 결과는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Lambda = & \rho\gamma(h+a) - \frac{1}{2}\rho g a^2 - \frac{1}{2}\rho(h+a)\beta^2 + \frac{1}{2}\rho g h^2 \\ & + \rho \sum_{n>0} (a_n^* b_n + a_n b_n^*)(\omega_n - k_n \cdot \beta)(1 + k_n a \tanh k_n h) \\ & - \rho \sum_{n>0} [b_n^* b_n \{k_n \tanh k_n h + k_n^2 a(1 + \tanh^2 k_n h)\} + g a_n^* a_n] + O(\epsilon^4) \end{aligned} \quad (3.26)$$

천천히 변하는 임의의 함수 ζ 에 대한 Euler-Lagrange 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \zeta} = \frac{\partial \Lambda_\zeta}{\partial t} + \frac{\partial \Lambda_\zeta}{\partial x_j} \quad (3.27)$$

먼저 $\zeta = b_n$ 인 경우에 Euler-Lagrange 방정식은 $\Lambda_{b_n} = 0$ 으로 되며 이로부터

$$b_n = \frac{\omega_n - k_n \cdot \beta}{k_n \tanh k_n h} a_n + O(\epsilon^2) \quad (3.28)$$

를 얻으며 $\zeta = a_n$ 인 경우에는 다음과 같은 분산관계식을 얻는다.

$$(\omega_n - k_n \cdot \beta)^2 = g k_n \tanh k_n h \{1 + O(\epsilon^2)\} \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{E_n}{\sigma_n} \right) + \nabla \cdot \left[\frac{E_n}{\sigma_n} (U + c_g) \right] = 0 \quad (3.36)$$

또한, $\rho g N_n = E_n / \sigma_n$, 식(3.27)로부터 $\nabla_{k_n} \Omega_n = U + c_g$ 이므로 위 식은

$$\frac{\partial N_n}{\partial t} + \nabla \cdot [N_n (U + c_g)] = \frac{\partial N_n}{\partial t} + \nabla \cdot [N_n \nabla_{k_n} \Omega_n] = 0 \quad (3.37)$$

로 된다. 식(3.36)와 식(3.37)의 미분방정식은 보존형(conservative form)이다. 따라서, 파랑운동에서 보존되는 물리량은 에너지가 아니라 작용임을 알 수 있다. 파랑운동이 있는 경우에는 초과운동량속(excess momentum flux)에 의하여 잉여응력(radiation stress)이 생기며 이것이 평균류의 기울기에 대하여 일을 하기 때문에 에너지는 보존되지 않는다. 한편, 식(3.37)은 여러 개의 파랑이 중첩되어있는 경우 각 성분파랑에 대해서 개별적으로 작용이 보존됨을 설명하고 있다. 식(3.37)을 연속적인 파수 공간으로 확장하기 위하여 연속적인 작용밀도를 다음과 같이 정의한다(Willebrand, 1989).

$$N(k, x, t) dk \cong \sum_n^{dk} N_n(x, t) \quad (3.38)$$

여기서, 우변의 합은 고정된 파수 k 부근에서 dk 범위내에 존재하는 모든 $k_n(x, t)$ 에 대해서 행한다. 그리고, N 과 N_n 은 각각 작용밀도와 작용을 의미함에 유의한다. 각각의 파수를 구별하기 위하여 하첨자 n 대신 초기 파수를 사용할 수 있다. 즉,

$$p_n = k_n(x, 0) \quad (3.39)$$

p 는 x 에 무관하게 선택할 수 있으므로 식(3.38)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$N(k_n, x, t) dk = N(k_n, x, t) J(p_n, x, t) dp \quad (3.40)$$

여기서, $J = \partial k_n / \partial p_n$ 는 Jacobian이다. 위 식의 우변은 파수성분 k_n 에 해당하는 파랑의 작용을 초기파수공간 p 에서 표시한 것으로서 식(3.37)의 작용보존 방정식을 만족시킨다. 따라서, dp 는 상수이므로

그리고, $\zeta = a$ 인 경우에는 평균류 포텐셜 ϕ 에 대하여 다음 식과 같은 Bernoulli 방정식을 얻으며 파랑운동에 의한 제2차 보정항이 나타난다.

$$\gamma = \frac{1}{2}\beta^2 + ga + \sum_{n>0} \frac{k_n}{\sinh 2k_n h} 2ga_n a_n^* \quad (3.30)$$

$\zeta = \varphi$ 인 경우에는 다음과 같은 평균수위변동에 대한 식이 된다.

$$\frac{\partial(h+a)}{\partial t} + \nabla \cdot \left[\beta(h+a) + \sum_{n>0} \frac{k_n}{\sigma_n} 2ga_n a_n^* \right] = 0 \quad (3.31)$$

또한, 식(3.30)을 식(3.23)에 대입하면 평균류에 대한 식을 얻는다.

$$\frac{\partial\beta}{\partial t} + \nabla \cdot \left[\frac{\beta^2}{2} + ga + \sum_{n>0} \frac{k_n}{\sinh 2k_n h} 2ga_n a_n^* \right] = 0 \quad (3.32)$$

제1차 order의 파랑 즉, 선형파가 주어진 경우에는 식(3.31)와 식(3.32)으로부터 파랑 기인 평균수위와 흐름을 계산할 수 있으며 또한 Longuet-Higgins and Stewart(1961)는 질량보존과 운동량보존 방정식으로부터 이들 식을 유도하였다.

이제부터는 $\beta = U$ 로 표기한다. $\zeta = s_n$ 인 경우에 대한 Euler-Lagrange 방정식은 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial\Lambda}{\partial\omega_n} \right] - \nabla \cdot [\nabla_{k_n} \Lambda] = 0 \quad (3.33)$$

이 식은 작용보존방정식으로 알려져 있다. 식(3.26)로부터

$$\frac{\partial\Lambda}{\partial\omega_n} = \frac{2\rho g a_n a_n^*}{\sqrt{gk_n \tanh k_n h}} [1 + O(\epsilon^2)] \approx \frac{E_n}{\sigma_n} \quad (3.34)$$

$$\nabla_{k_n} \Lambda = -[U + c_g] \frac{E_n}{\sigma_n} [1 + O(\epsilon^2)] \approx -[U + c_g] \frac{E_n}{\sigma_n} \quad (3.35)$$

이다. 여기서, $c_g = \nabla_{k_n} \sigma_n$ 는 흐름에 대하여 상대적인 군속도이다. 위 식들을 식(3.33)에 대입하면 작용보존방정식을 얻는다.

파군의 시간발전방정식

$$\frac{dX}{dt} = \nabla_k \Omega, \quad \frac{dK}{dt} = -\nabla \Omega \quad (3.49)$$

으로부터 파수 k 와 위치 x 는 Hamilton의 방정식을 만족시키는 정준변수이므로 파군은 $k-x$ 위상공간에서 유동하는 입자로 생각할 수 있다. 입자들의 유동에서 입자의 생성원과 소멸원이 없다면 입자의 총 개수는 보존될 것이다. 따라서, 파군을 입자의 관점에서 본다면 작용은 입자의 개수와 관련시킬 수 있다. 즉, 작용보존은 입자의 개수 보존을 의미한다. Liouville의 정리(Symon, 1971)에 의하여 위상공간에서 입자는 비압축성 유체처럼 거동하므로

$$\frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{k}}{\partial k} = 0 \quad (3.50)$$

이 되며 이 식은 연속방정식에 해당한다. 여기서 dot는 시간에 대한 미분을 의미한다. 식(3.49)를 사용하여 위 식을 Hamiltonian Ω 로 나타내면

$$\nabla \cdot [\nabla_k \Omega] - \nabla_k \cdot [\nabla \Omega] = 0 \quad (3.51)$$

으로 된다. 위 식을 이용하여 작용보존방정식 식(3.48)을 보존형으로 나타내면 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \nabla \cdot [(\nabla_k \Omega)M] - \nabla_k \cdot [(\nabla \Omega)M] = 0 \quad (3.52)$$

외부와의 상호작용 및 내부 상호작용에 의하여 파량은 에너지를 흡수 또는 소산시키므로 이를 고려한 작용보존방정식은 다음 식

$$\frac{\partial}{\partial t} F(k, x, t) = \sum_i S_i(k; f, u) \quad (3.53)$$

$$S : \text{원천함수}, \quad F = \{F_1, F_2, F_3, \dots\}$$

과 식(3.52)로부터 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \nabla \cdot [(\nabla_k \Omega)M] - \nabla_k \cdot [(\nabla \Omega)M] = \sum_l S_l(F; u) \quad (3.54)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}[N(k_n, x, t)J(p_n, x, t)] + \nabla \cdot [(\nabla_{k_n} \Omega_n)N(k_n, x, t)J(p_n, x, t)] = 0 \quad (3.41)$$

이며, 또한 eikonal에 관한 식

$$k(x, t) = \nabla s(x, t), \quad \omega(x, t) = -\frac{\partial}{\partial t}s(x, t) \quad (3.42)$$

와 파수보존방정식 식

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \nabla \omega = 0 \quad (3.43)$$

으로부터

$$\frac{\partial}{\partial t}J(p_n, x, t) + \nabla \cdot [(\nabla_{k_n} \Omega)J(p_n, x, t)] = 0 \quad (3.44)$$

을 얻는다. 그러므로, 식(3.41)과 식(3.44)로부터 다음 식을 구할 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial t}N(k_n, x, t) + [\nabla_{k_n} \Omega_n] \cdot \nabla [N(k_n, x, t)] = 0 \quad (3.45)$$

위 식은 초기에 파수 p_n 을 갖는 파랑성분을 따라가면서 성립한다. 파수 k_n 을 고정시키면 작용밀도의 파수에 대한 기울기항이 위 식에 추가되어야 하므로 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\left(\frac{\partial N}{\partial t} \right)_{k_n} + \nabla_{k_n} \Omega_n \cdot (\nabla N)_{k_n} + \left(\frac{dk_n}{dt} \cdot \nabla_{k_n} N \right)_{k_n} = 0 \quad (3.46)$$

한편, 파수와 위치로 구성되는 4차원의 위상공간(phase space)에서 파수 k 와 위치 x 는 서로 독립변수로 취급되므로 파수보존방정식 식(3.43)으로부터

$$\frac{dk_n}{dt} = \frac{\partial k_n}{\partial t} + \nabla_{k_n} \Omega \cdot \nabla_{k_n} = -\nabla_{k_n} \Omega \quad (3.47)$$

이다. 식(3.47)을 식(3.46)에 대입하고 첨자 k_n 을 제거하면 다음 식과 같은 위상공간에서의 작용보존방정식을 얻는다.

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\partial N}{\partial t} + \nabla_{k^i} \Omega \cdot \nabla N - \nabla \Omega \cdot \nabla_{k^i} N = 0 \quad (3.48)$$

여기서, $S' = S/\sigma$ 이며 앞으로 혼동이 되지 않는 경우에는 prime은 생략한다. 또한, 본 연구에서는 흐름은 고려하지 않으므로 지금부터 각속도는 모두 ω 로 통일하여 표기하기로 한다. 위의 식은 해상상태를 계산하는 기본방정식으로서 작용보존방정식 또는 방사전달방정식(radiative transfer equation)이라 부른다. 식(3.54)의 좌변의 제1항과 제2항은 각각 작용의 시간변화율, 작용 또는 에너지의 전파를 나타내며 제3항은 굴절 및 천수를 나타낸다. 그리고, 우변은 에너지의 원천을 의미하며 심해파의 경우에는 바람에 의한 에너지 유입(S_{in}), 비선형상호작용에 의한 에너지 전달(S_{nl}) 및 백파에 의한 에너지 소산(S_{ds})으로 구성된다.

$$S = S_{in} + S_{nl} + S_{ds} \quad (3.55)$$

앞 절에서 설명한 바와 같이 원천함수는 파랑과 파랑 또는 파랑과 환경과의 상호작용으로 생각할 수 있다. 원천함수를 세부적으로 고찰하기에 앞서 약상호작용이론에 대하여 설명하고 이를 이용하여 제 3.3절에서 원천항을 다루기로 한다.

3.2 약상호작용 이론

작용보존방정식을 해석하기 위해서는 원천항에 대한 충분한 이해가 필요하다. 일반적으로 원천항은 파랑과 파랑 또는 파랑과 환경과의 상호작용에 의하여 발생한다. Phillips(1957)와 Miles(1957, 1959a, 1959b)는 파랑과 대기의 상호작용에 의한 에너지 전달에 관하여 논의하였으며 Hasselmann(1962, 1963a, 1963b)은 파랑과 파랑의 상호작용에 의한 성분파간 비선형 에너지 전달에 관하여 연구하였다. Hasselmann(1966)은 약상호작용이론을 도입하여 해양파랑의 성장과 감쇠와 관련된 여러 가지 물리적 과정을 설명하였다. 약상호작용이론에서는 파동장(wave field)과 외부장(external field)의 통계적 특성이 시간에 대

하여 천천히 변한다고 생각한다. Fig. 3.1은 해양파랑과 상호 작용하는 요소들을 도식적으로 나타낸 것이다. 파동계(wave system)에는 수면파, 내부파 및 지진파가 포함되며 외부장으로는 대기경계층에서의 평균류와 난류, 해류와 조류 등의 흐름, 저면의 불균일(bottom irregularity) 등을 생각할 수 있다. 심해의 수면파에서는 대기와 파랑 및 파랑과 파랑간의 상호작용이 파랑스펙트럼의 성장 과정에서 중요한 역할을 한다. 일반적으로 상호작용 이론의 초점은 상호작용에 의한 에너지의 전달이며 이를 위해서는 연계계수(coupling coefficient)라고 불리는 상호작용계수를 계산하여야 한다. 연계계수의 형태는 각각의 상호작용 과정에 대해서 유일하게 결정된다. 내부상호작용(internal interaction)인 파랑과 파랑간의 상호작용에 대한 연계계수는 이론적인 형태가 명확하지만 대기와 파랑간의 상호작용과 같은 외부상호작용(external interaction)에 대한 연계계수는 실험과 관측에 의한 반경험적공식으로 계산된다.

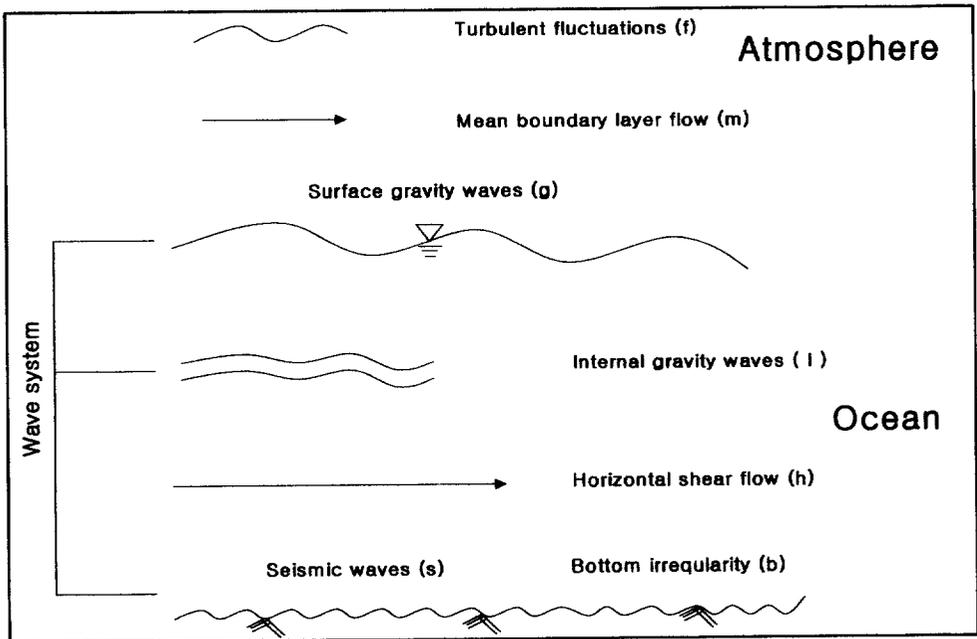


Fig. 3.1 Wave fields and external fields in a non-rotating stratified ocean of finite depth(Hasselmann, 1967).

한다. 한편, 파랑장의 통계적 특성(수면변위의 2차 모멘트 등)이 공간에 대해서 균질하며 또한 모든 상호작용의 특성도 공간적으로 균질하다고 가정한다.

3.3 에너지의 유입, 전달 및 소산

전절에서 유도한 작용 보존방정식의 해석을 위해서는 원천항에 대한 정량적인 파악이 선행되어야 한다. 통상적인 경험으로부터 해양의 파랑은 바람으로부터 에너지를 얻어 발달한다는 사실을 알고 있다. 또한, 파랑이 어떤 한계 이상으로 발달하면 백파가 생겨서 에너지가 소산되며, 천해에서는 수심에 의한 쇄파와 저면 마찰 등도 파랑에너지 소산의 원인이 된다. 바람으로부터의 에너지 유입, 백파, 쇄파, 저면마찰 등은 파랑과 외부와의 상호작용에 의한 결과로 생각할 수 있다. 또한, 파랑관측의 경험으로부터 바람에 의한 파랑 발생 시 초기에는 단주기 성분이 지배적이지만 시간이 흐를수록 파랑의 주성분이 장주기 방향으로 이동한다는 것을 알고 있다. 즉, 잔잔한 수면에 바람이 불 때 초기에는 파장이 짧은 잔물결이 일어나지만 태풍 통과시에 관측되는 주기는 15초 전후의 장주기이다. 이것은 단주기 성분으로부터 장주기성분으로의 에너지 전달이 있음을 암시하며 이는 파랑과 파랑간의 상호작용의 결과로서 해석될 수 있다.

그러므로, 작용보존방정식에 나타나는 원천항은 앞절에서 설명한 약상호작용 이론으로 취급할 수 있다. 그러나, 원천항을 정량화하기 위해서는 각 상호작용 과정에 대한 상호작용 연계계수의 형태를 알아야 한다. 이 절에서는 작용보존방정식의 원천항에 대해서 고찰한다. 파랑 모델에서 고려할 수 있는 원천항을 Table 3.1에 요약하였으며 심해와 천해에서 고려할 수 있는 원천항을 망라하였다. 본 연구의 모델에서는 바람에 의한 에너지 유입과 백파에 의한 에너지 소산 그리고 파랑간 비선형 상호작용에 의한 에너지 전달을 고려한다.

약상호작용 이론은 작은 섭동파라미터를 사용하여 체계적으로 선형화될 수 있는 비선형 편미분방정식으로 기술되는 물리적 과정을 해석하는 방법의 일종이다. 그러나 어떤 경우에는 선형화로 인하여 관심있는 물리현상이 미분방정식으로부터 제거되어 선형해에 관한 섭동으로 해석되지 않는 문제도 있다. 수면에서 일어나는 중력파의 경우 섭동파라미터로서 파형경사가 사용된다. 그러나 파고가 커져 파형경사가 작지 않게 되면 파형경사를 사용한 섭동 해석의 의미가 없어진다. 파형경사를 사용한 섭동 해석이 Stokes 파랑 이론이며 이는 Ursell 파라미터, $U_r = AL^2/h^3$ (A :진폭, L :파장, h :수심)가 작은 경우에 성립한다(Dean and Dalrymple, 1984). 선형화로 인하여 해석할 수 없는 것의 대표적인 예가 솔리톤(soliton)이다. 솔리톤은 분산과 비선형성이 동등하게 중요한 경우, 다시 말해서 $Ur = O(1)$ 에서 수학적으로 존재한다. 심해의 경우에 Ursell 파라미터는 매우 작기 때문에(Dean and Dalrymple, 1984) Hasselmann(1967)의 약상호작용 이론은 풍파의 발생, 감쇠 및 상호작용을 이해하는데 유익하다. 여기서는 Hasselmann(1966)의 약상호작용 이론을 간략히 설명하고 다음에서는 작용보존방정식의 원천항을 약상호작용의 관점에서 고찰한다.

3.2.1 약상호작용계의 운동방정식

파랑장과 외부장으로 구성되는 약상호작용계에 대하여 파랑장은 상첨자, 외부장은 상첨자 μ 로 표기한다. 그리고 여기서는 파랑장에 영향을 미치는 상호작용만을 고려하기 때문에 다음과 같은 두 가지 경우를 생각할 수 있다.

- 1) 파랑과 파랑간의 상호작용(wave-wave or internal interaction)
- 2) 파랑과 외부와의 상호작용(external interaction)

위의 경우를 제외한 다른 상호작용은 파랑장에 영향을 주지 않으므로 무시

Table 3.1. Source terms for action balance equation

Term	Notation	Description[original paper]	In this study
Wind input	S_{in}	The constant energy transfer to the wave field through turbulent atmospheric pressure fluctuation [Phillips(1957)]	Used but replaced by seed spectrum
		The transfer of energy to the wave field due to an instability in the coupling between the wave field and mean boundary layer flow [Miles (1957)]	Used
		The energy transfer due to nonlinear wave-atmospheric interaction[Has selmann(1967)]	Not used
Wave-wave interaction	S_{nl}	The energy transfer among various components of the spectrum due to nonlinear wave-wave interactions [Hasselmann(1962)]	Used
Whitecapping	S_{ds}	Dissipation of wave energy due to whitecapping [Hasselmann(1974)]	Used
Dissipation due to bottom effects	-	Bottom friction[Hasselmann and Collins(1968)]	Not used
		Bottom scattering[Long(1973)]	Not used
		Percolation [Putnam(1949)]	Not used
		Wave- bottom interactions [Hsiao and Shemdin(1980)]	Not used

Longuet- Higgins (1962), Benny(1962), Hass elmann(1962, 1963a, 1963b), Ball (1964), Bretherton(1964), Zakharov(1968) 등의 연구로부터 파랑과 파랑 간의 비선형 상호작용에 의한 에너지 전달 이론이 정립되었다. 특히, Hasselmann은 불규칙하고 균질한 파랑장의 비선형 에너지 전달을 해석하여 정량화하였으며 Zakharov는 Hamiltonian 운동방정식을 사용하여 중력파의 비선형 해석을 시도하였다.

수심이 충분히 깊은 경우에는 Ursell 파라메타가 매우 작기 때문에 일반적으로 파형경사를 섭동파라메터로 취하여 비선형 해석을 수행한다. 그러나, 수심이 얇아지면 파랑장의 비선형성과 분산이 같은 정도로 중요해지기 때문에 Ursell 파라메터는 $O(1)$ 의 값을 가지며 섭동 파라메터로서 파형경사는 부적절하게 된다. 일반적으로 비선형해는 선형해에 대한 작은 섭동으로 해석되므로 공명 현상이 일어나지 않는다면 비선형항은 매우 작아 실용적으로는 무시할 수 있다.

3.3.3 에너지 소산 (S_{ds})

해양파의 물리기구 가운데서 가장 이해가 어려운 것이 에너지 소산기구이다. 먼저 물은 완전유체가 아니므로 분자점성에 의한 에너지 소산을 생각할 수 있다. 물의 분자점성에 의한 에너지 소산은 주기의 4승에 반비례하고 파랑 에너지에 비례하며 또한, 파형경사의 제곱에 비례한다(해양연구소, 1981). 따라서, 너울과 같이 파형경사가 작고 주기가 긴 파랑은 분자점성으로 인하여 진행 도중에 거의 소멸되지 않고 파형경사가 큰 단주기의 파랑은 분자 점성에 의해 쉽게 소멸된다. 그러므로, 고주파에 해당하는 표면장력파의 영역에서는 분자점성이 중요한 역할을 하지만 통상의 해양파의 지배적인 주파수 영역에서는 거의 문제가 되지 않는다.

3.3.1 바람으로부터의 에너지 유입(S_{in})

바람에 의한 파랑의 발생은 불안정 문제의 하나이다. 물리계에서 발생한 초기의 작은 교란이 시간이 지남에 따라 감쇠하여 없어지면 그 물리계는 안정이라 하고 작은 교란이 시간이 흐름에 따라 커지면 불안정이라고 한다. 파랑이란 어떤 원인으로 수면에서 발생한 작은 교란이 시간이 흐름에 따라 커지는 현상으로 생각할 수 있다. 공기와 물처럼 밀도가 다른 2층 유체 계면(interface)의 불안정에 관한 최초의 연구는 Helmholtz에 의하여 이루어졌다(Lamb, 1932). 그 이후 Kelvin은 Helmholtz의 이론에 표면장력을 추가하여 안정해석을 하였다.

그러나, 이 두 이론에 의한 파랑 발생의 예측은 관측치와 많은 차이가 있기 때문에 실제에 적용할 수 없다(Horikawa, 1978). Eckart(1953)는 대기의 압력변동성분이 파랑 발생에 중요한 역할을 할 것이라고 제안하였으며, 이러한 생각은 Phillips (1957)와 Miles(1957)에 의하여 획기적으로 발전되었다.

3.3.2 비선형 상호작용에 의한 에너지 전달 (S_{nl})

수면에서 발생한 중력파가 바람의 영향으로 성장함에 따라 파랑의 경사가 급해지므로 자유수면 경계조건에서 비선형항의 역할이 중요해진다. 그 결과 파랑의 형상은 왜곡되어 파봉은 뾰족해지고 파곡은 평평해지는 경향을 보인다(Dean and Dalrymple, 1984). 그러므로, 파랑이 성장하여 비선형항이 충분히 중요해지면 Miles (1957)에 의한 선형 이론만으로는 파랑 스펙트럼의 발달을 설명할 수 없다.

전절에서 약상호작용에 관한 이론의 전개에서 보는 바와 같이 비선형 역학을 해석하는 데 가장 많이 사용되는 수학적 방법은 섭동법이다. 섭동법을 사용한 수면파의 비선형 해석은 Phillips(1960)에 의하여 이루어졌으며 그 후

수면상에 바람이 불면 Phillips의 공명기구와 Miles의 전단불안정 기구에 의하여 파랑이 발달한다. 바람이 계속 불면 파봉도 점진적으로 첨예해지며 결국은 수면의 넓은 영역에서 단속적으로(intermittently) 파봉이 깨지는 (breaking) 현상이 발생한다. 심해파의 경우 Stokes파의 극한형에서는 파봉에서의 두 접선의 각이 120 를 이루며 Michell에 의하면 심해에서 한계파형경사는 0.142이다(Whitham, 1974). 그러나 일반적인 쇄파의 불안정 조건에 관해서는 아직도 명확하게 규명되지 않고 있다.

심해에서의 파랑에너지 소산은 대부분 이러한 쇄파 현상에 의하여 일어나는 것으로 생각된다. 쇄파 현상에 의한 에너지 소산은 짧은 시간 및 짧은 거리 규모에서 일어나는 강비선형 현상으로 분류되기 때문에 수학적인 취급이 매우 어렵다. 심해에서 쇄파에 의한 에너지 소산은 다음과 같은 세 가지 과정으로 이루어진다(Phillips, 1977).

- 1) 대규모 중력 쇄파(large scale gravitational breaking)
- 2) 표층편류(surface drift)에 의한 미소규모 쇄파(micro-scale breaking)
- 3) 기생 표면장력파의 형성(formation of parasitic capillaries)

Table 3.2. Frequencies below which micro-scale wave breaking is unimportant

U_{10} (m/sec)	$C_D \times 10^3$	U_* (m/sec)	Cut-off frequency(Hz)	Remark
10	1.45	0.381	1.64	
20	2.10	0.917	0.68	
30	2.75	1.573	0.40	
40	3.40	2.332	0.27	
50	4.05	3.354	0.19	

에너지 소산이 시사하는 바는 바람이 지속적으로 불더라도 어떠한 임계조건에 도달하면 상대적으로 빨리 에너지가 추출(extraction)되기 때문에 파랑의 성장에는 상한이 존재할 수 있다는 것이다. 그러므로 위에서 언급한 세 가지 에너지 소산 기구 중에서 어느 하나라도 효과를 발휘하게 되면 적어도 몇몇 파랑성분에서는 바람과 비선형 상호작용에 의한 에너지 획득과 유효한 에너지 소산 기구에 의한 에너지 손실이 균형을 이루게 되는 포화 상태에 도달하게 된다. 스펙트럼의 관점에서 생각하면 에너지 소산기구에 의하여 스펙트럼의 어떤 주파수 영역에서는 에너지의 상한이 존재한다. 이러한 영역을 포화영역 또는 평형영역이라고 부르며 풍파에서는 첨두주파수 f_p 보다 큰 영역에서 발생한다(Phillips 1977). 포화영역의 상한 스펙트럼을 포화 스펙트럼(saturation spectrum)이라고 한다.

지금까지 심해파에서 발생할 수 있는 에너지 소산 기구에 대해서 설명하였다. 풍파 영역에서는 대규모 중력쇄파인 백파와 미소규모 쇄파에 의하여 에너지가 소산된다. 그러나, Table 3.2에서 보는 바와 같이 통상적인 해상상태에서 미소규모 쇄파는 상당히 높은 주파수 성분에서 효과가 나타나기 때문에 심해파의 에너지 소산의 지배적인 기구는 백파라고 생각할 수 있다. 그러므로, 에너지소산을 정량적으로 취급하기 위해서는 백파 현상에 대한 충분한 이해가 필요하나 아직까지 백파에 대한 정량적인 계측 자료는 매우 빈약한 형편이며 이론 또한 만족할 만한 수준은 아니다.

바람에 의한 에너지 입력은 상당한 이론적인 배경(공명 이론과 전단불안정 이론)이 있지만 백파에 의한 에너지 소산에 관해서는 아직까지 이론적 뒷받침이 빈약한 상태이다. 그러므로, 백파에 의한 에너지 소산에 관한 정량적인 식도 대부분 경험에 근거하고 있다. 본 연구에서는 약상호작용을 도입하여 백파 해석에 대한 이론적 접근을 시도한 Hasselmann(1974)의 방법과 최근의 제 3세대 파랑 모델에 채용되고 있는 경험식을 적용한다.

제 4 장 계산모델의 검증

본 연구에서 사용된 계산모델은 불규칙파를 재현하는 에너지스펙트럼 모델 (SWAN)로서 본 모델의 적용성을 검토하기 위하여 일정수심 및 협수로상에서 파랑변형 특성에 대한 기본 검증을 수행하고 바람효과에 따른 민감도실험을 수행하였다. 즉 해저지형과 바람효과에 따른 파랑특성을 계산결과를 통하여 고찰하고자 하였다. 또한, 에너지감쇠효과에 대한 모델의 검증을 실시하기 위해 본 모델의 계산결과와 미소진폭파 이론에 의한 이론해와 비교·분석하므로써 저면 마찰에 따른 효과와 쇄파변형에 따른 파고변화를 정량적으로 고찰하고자 하였다.

4.1 모델의 검증

우선 Case별 실험을 통해 본 모델의 굴절변형 및 회절변형에 대한 일반적인 파랑변형 특성이 어느정도 잘 재현되는지를 파악하고, 본 모델의 파랑-바람 공존장에서의 파랑장에 미치는 바람효과의 정도를 평가하기 위해 크게 수심형상에 따라 일정수심과 협수로상으로 구분하여 실험을 수행하였다. 일정수심의 경우 바람인자의 고려여부에 따른 평가와 고려시 풍속별·풍향별 파고변화를 비교·분석하여 파랑-바람 공존장에서의 바람인자가 미치는 정도를 평가하였다. 또한 협수로상에서는 풍속과 풍향에 따른 파랑전파 양상과 정도를 함께 분석하였다.

Table 4.1 ~ Table 4.2에서 Case별 실험에 대한 실험조건을 세부적으로 정리하였으며 Fig. 4.1 ~ Fig. 4.2에는 Case별 실험영역과 비교·검증하고자 하는 지점에 대한 라인을 도시하였다.

Table 4.1. Conditions of numerical simulation for Case 1 & Case 2

Model	SWAN, NTC	
Case	Case 1	Case 2
Factor	Refraction	Diffraction
Input condition	hmax = 50 m , Hi = 3.0 m , Ti = 11.0 sec , $\Theta_i = 0^\circ$	
Domain	800 m × 500 m (80 ea × 50 ea)	
Grid interval	Dx = Dy = 10 m	

Table 4.2. Conditions of numerical simulation for Case 3 & Case 4

Model	SWAN			
Case	Case 3 (일정수심)		Case 4 (협수로)	
	Case 3-1	Case 3-2	Case 4-1	Case 4-2
Factor	풍속	풍향	풍속	파향, 풍속
Input condition	hmax = 50 m , Hi = 3.0 m , Ti = 11.0 sec , $\Theta_i = 0^\circ$		hmax = 50 m , hmin = 5 m , Hi = 3.0 m , Ti = 11.0 sec	
			$\Theta_i = 0^\circ$	$\Theta_i = 30^\circ$
Wind condition	Velocity(U_{10})	Direction	Wind velocity(U_{10}) : 0 m/s, 20 m/s, 40 m/s	
	0 m/s, 20 m/s, 40 m/s	$0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$		
Domain	800 m × 500 m (80 ea × 50 ea)			
Grid interval	Dx = Dy = 10 m			

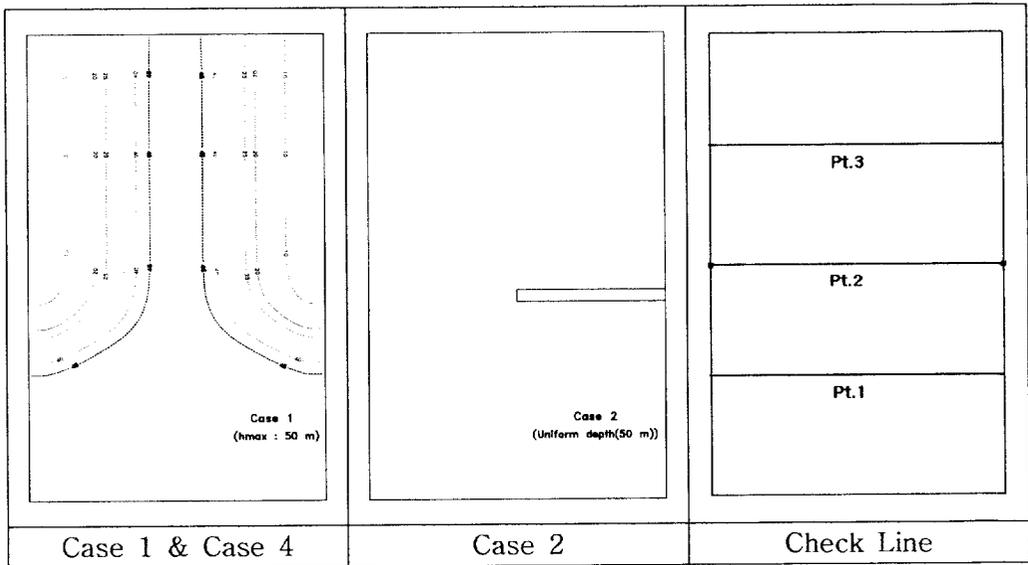


Fig. 4.1. Numerical simulation domain and Check line of Case 1~2 & Case 4.

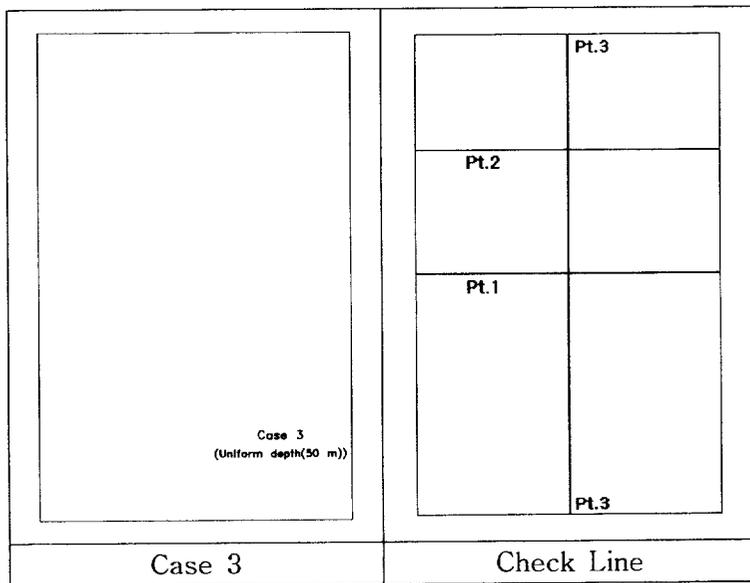


Fig. 4.2. Numerical simulation domain and Check line of Case 3.

4.1.1 굴절변형(Case 1)

굴절효과 및 파랑전파 특성을 고찰하기에 가장 적합하다고 판단되는 협수로(Fig. 4.1의 Case1 참조)를 대상으로 실험영역을 구성하였으며 본 논문에 사용된 불규칙파 모델(SWAN)과 에너지평형방정식(Karlsson, 1969)을 기본방정식으로 하며 Goda(1975)의 쇄파한계식을 적용한 불규칙파 모델인 NTC 모델의 실험결과와 함께 비교·분석하였다. Fig. 4.3은 두 모델의 실험결과에 대한 파향과 파고분포를 함께 나타낸 것이다. 수심이 낮은 급경사 영역으로 진행할수록 파고가 급격히 낮아지고 굴절현상이 두드러지게 나타나는 양상을 보이고 있으며 전반적으로 NTC 모델의 실험결과와 SWAN 모델의 실험결과와의 파고변화를 비교해 보았을 경우 SWAN 모델이 천수변형과 굴절변형에 의한 파랑에너지 감쇠효과가 비교적 낮은 것으로 나타났다.

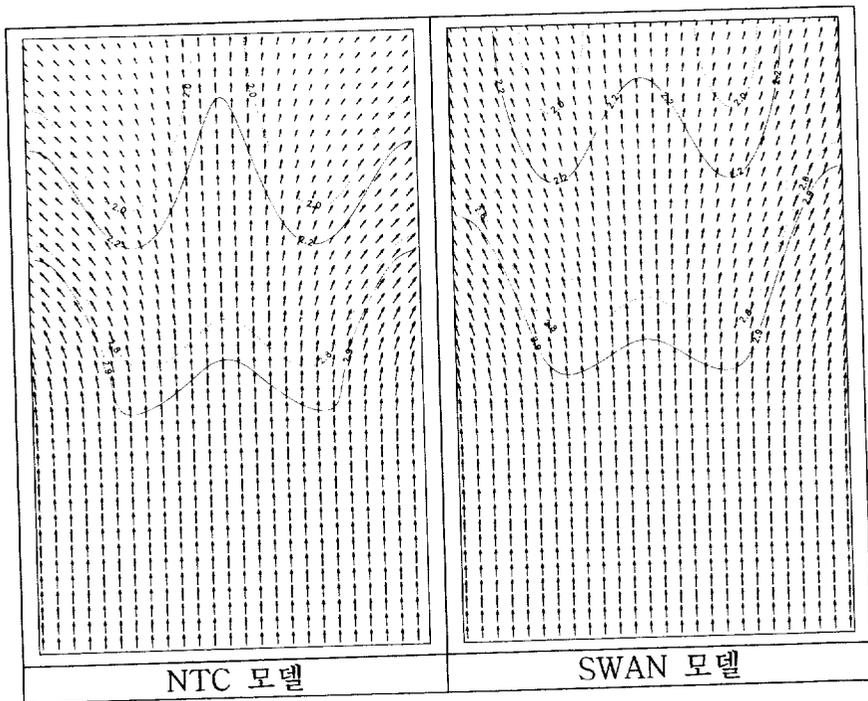


Fig. 4.3. Wave vector and wave contour for case 1.

이러한 두 모델의 실험결과가 다소 차이를 보이는 것은 계산상에 적용된 주파수 스펙트럼의 제안식을 각기 달리 사용함에 기인한 것으로 NTC 모델의 경우 Bretshneider(1968)의 제안식을 Mitsuyasu(1970)가 계수를 수정하여 제시한 식을 사용한 반면 SWAN 모델의 경우 하셀만이 제안한 JONSWAP 스펙트럼을 사용하였기 때문인 것으로 판단된다. 전자의 경우 파랑기록이 수심 약 11 m의 천해역에서 관측된 것이기 때문에 약간의 오차가 발견되지만 대략적인 형태는 표준스펙트럼의 특징을 잘 표현해 주므로 일반적으로 많이 사용하고 있으나 본 연구의 모델검증에서는 수심 50 m에 지형적인 특징과 풍파의 특성이 잘 고려된 후자의 경우를 채택하고 있다. 또한 실제 파의 스펙트럼은 표준식과는 약간의 편차를 나타내는 것이 보통이나 제안식에서 극대증진계수 γ 에 따른 풍파와 너울의 스펙트럼도 잘 근사화되는 후자의 JONSWAP 스펙트럼 모델을 적용하는 것이 더 타당할 것으로 판단된다.

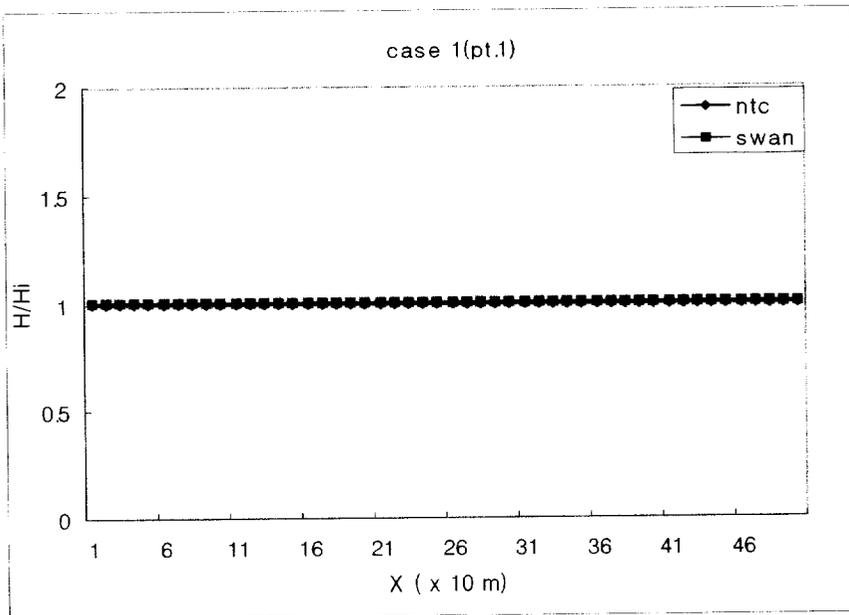


Fig. 4.4. Wave height along the Pt.1 line.

한편, Fig. 4.4 ~ Fig. 4.6에 파랑진행방향(Y방향)으로 위치에 따른 파고변화를 나타내었으며 Pt.1(Y방향으로 200 m 지점)에서 거의 차이가 없으며 Pt.2(Y방향으로 400 m 지점)에서는 최대 2 % 이내의 차이로 약간의 차이가 있으나 거의 일치하는 경향을 보이며 진행방향으로 600 m 지점에서의 파고변화는 최대 17 % 정도의 차이로서 다소 크게 나타난다. 이와 같이 파랑이 진행할수록 파고변화의 차이가 크게 나타나는 것은 앞에 언급한 바와 같이 적용된 스펙트럼 형태가 다른데 기인한 것으로 생각된다.

결론적으로 굴절현상은 두 모델 모두 유사한 양상으로 나타나나 진행할수록 NTC 모델이 굴절변형이 더 크게 나타나 파랑에너지 감소가 높게 나타나며 SWAN 모델이 NTC 모델에 비해 진행할수록 에너지 감쇠효과가 낮은 것으로 나타나지만 전반적으로 굴절변형을 잘 재현하고 있는 것으로 사료된다.

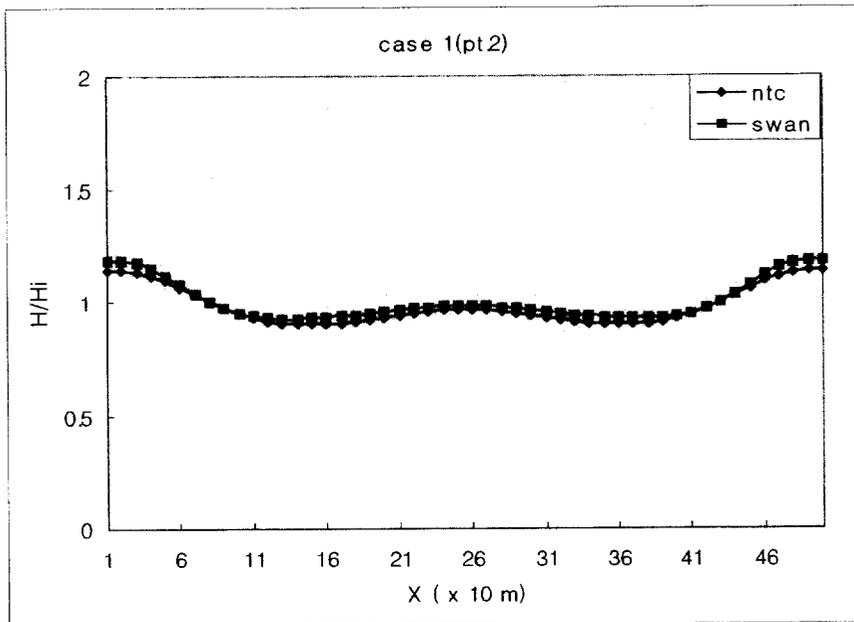


Fig. 4.5. Wave height along the Pt.2 line.

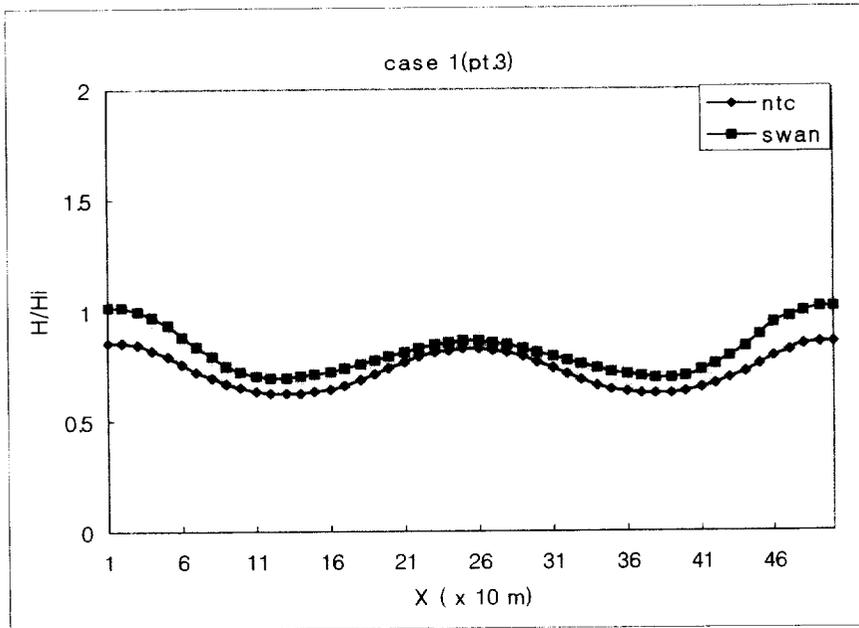


Fig. 4.6. Wave height along the Pt.3 line.

4.1.2 회절변형(Case 2)

Fig. 4.1의 Case 2와 같이 일정수심상에서 반무한방파제를 설치한 실험영역을 대상으로 본 연구에서 사용된 불규칙파 모델(SWAN)에 대한 회절효과를 고찰하고자 하였다. 본 논문에 사용된 모델의 근간이 되며 가장 일반적인 불규칙파 모델인 NTC 모델의 실험결과와 함께 비교·분석하였으며 Fig. 4.7 은 에너지 평형방정식을 도입한 NTC (Karlsson형) 모델과 본 논문에서 사용된 SWAN 모델의 실험결과에 대한 파랑벡터도와 파고분포도를 함께 나타내어 파랑변형 특성을 고찰하고자 하였다.

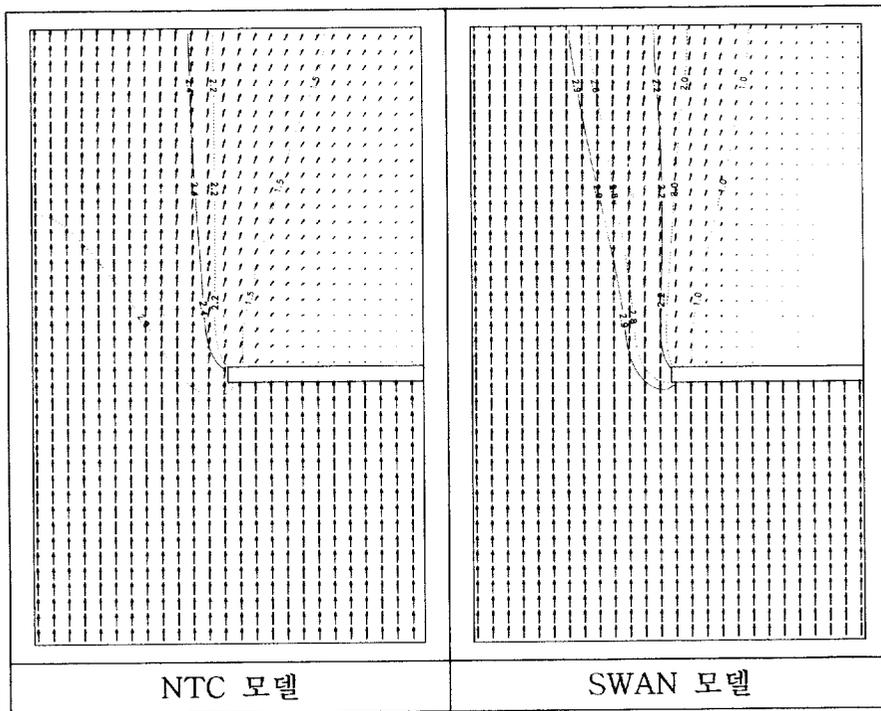


Fig. 4.7. Wave vector and wave contour for Case 2.

각 모델에 대한 비교·검토를 위해 방파제 전후에 방파제 연장선과 평행한 횡선을 설정하여 횡선 상 파고변화를 Fig. 4.8 ~ Fig. 4.10에 도시하였다. 사

용된 수치모델들은 공히 중복파가 전혀 나타나지 않았으며 SWAN의 경우 반사를 고려할 수 있으나 반사율을 고려할 경우 계산영역의 파고가 전체적으로 왜곡되는 기현상을 보여 본 수치실험에서는 반사율을 영으로 취하고 계산을 수행하였다. SWAN에서 반사율 처리는 향후 개선되어야 할 점으로 판단된다. NTC 또한 똑같은 조건에서의 비교·검증을 위해 반사율에 대한 조건없이 무반사 진행파로 계산하였다.

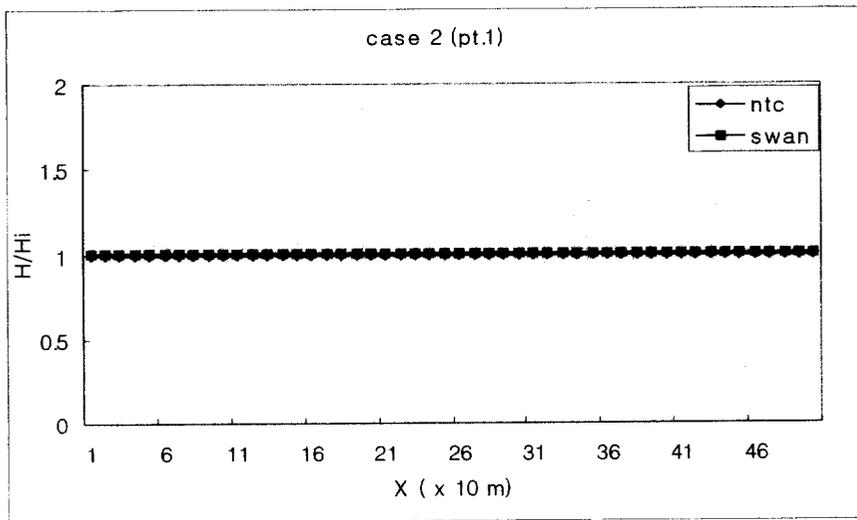


Fig. 4.8. Wave height along the Pt.1 line.

방파제 배후의 회절에 대해서는 Pt.1의 경우 SWAN과 NTC가 거의 일치로 보였으나 후면인 Pt.2의 경우 회절변형이 시작되는 구간으로서 회절양상은 유사하게 나타나지만 반무한방파제 후면에서 최대 10% 이내의 차이로 SWAN 모델이 NTC 모델보다 다소 낮은 파고를 나타내었다. 또한 Pt.3에서는 실험영역의 좌측에서 SWAN 모델이 높은 파고를 나타내지만 우측인 방파제 배후면으로 갈수록 NTC 모델이 더욱 높게 나타나 SWAN 모델이 회절효과가 다소 미비하지만 파랑전파의 비선형 작용을 고려하므로써 파고가 높아질 수 있기

때문에(CEM, 2001) 파랑상호작용에 따른 모델에 대한 추가검증이 향후 연구 과제로서 필요할 것으로 사료된다.

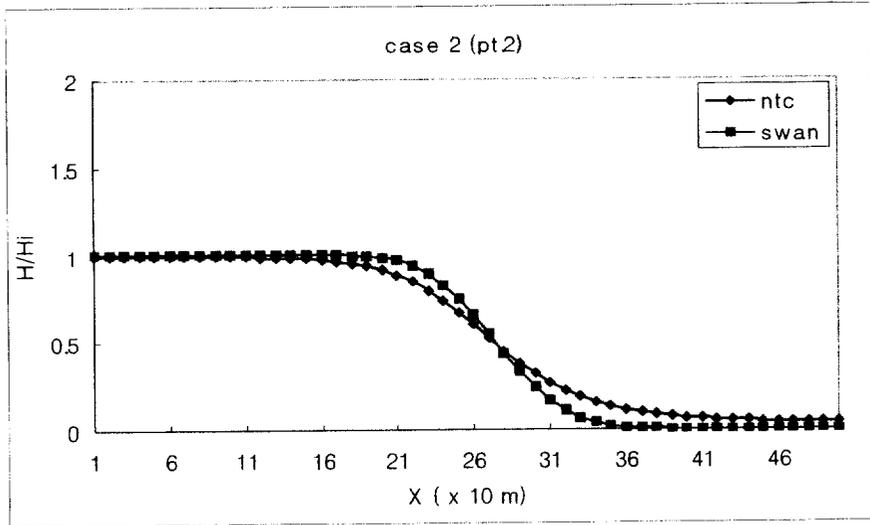


Fig. 4.9. Wave height along the Pt.2 line.

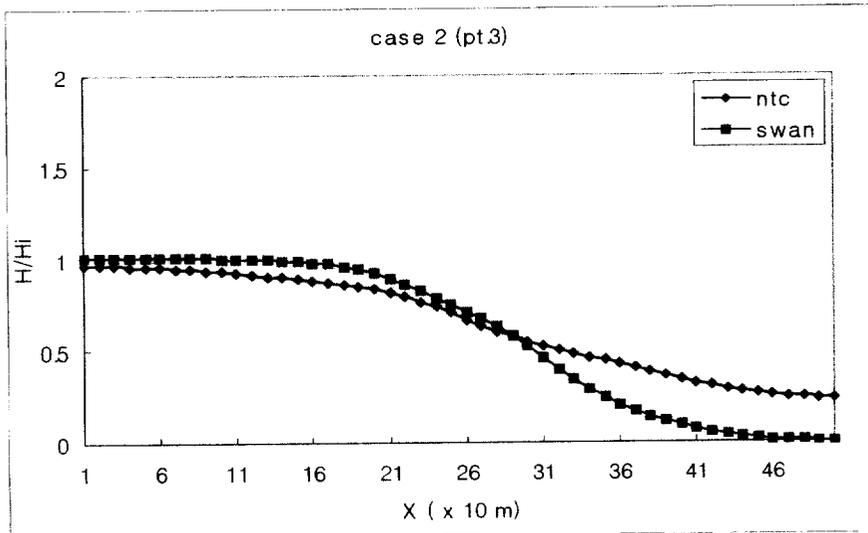


Fig. 4.10. Wave height along the Pt.3 line.

4.1.3 파랑-바람 공존장에서의 파고변화(SWAN 모델)

가. 일정수심상의 풍속에 따른 파고변화 (Case 3-1)

본 모델의 바람인자에 따른 정도를 평가하기 위해 일정수심상에서 바람이 고려되지 않았을 경우와 고려하였을 경우, 그리고 풍속에 따른 변화를 비교·검토하였다(Fig. 4.2 참조).

바람에 의한 풍파성장은 다음과 같이 공명기구(Phillips, 1957)와 feed-back 기구(Miles, 1957)의 합으로 아래와 같은 식으로 표현된다.

$$S_{in}(\sigma, \theta) = A + BE(\sigma, \theta) \quad (4.1)$$

Phillips의 공명기구의 선형적인 성장계수 A와 Miles의 지수함수형태의 성장계수 B의 합으로 정의되며 본 논문에 사용된 모델 SWAN에서는 해상 10 m 높이의 풍속(U_{10})과 수치해석상 마찰속도(U_*)의 관계식으로 식 4.2와 같이 적용되며 항력계수인 C_D 에 대한범위는 식4.3과 같이 정의된다.

$$U_*^2 = C_D U_{10}^2 \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} C_D(U_{10}) &= 1.2875 \times 10^{-3} && : U_{10} < 7.5 \text{ m/s} \\ &= (0.8 + 0.065 \text{ s/m} \times U_{10}) \times 10^{-3} && : U_{10} \geq 7.5 \text{ m/s} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Fig. 4.11은 풍속에 따른 파랑벡터도와 파고분포도를 함께 도시하였으며, 풍속 40 m/s에서 바람효과에 의해 가장 두드러진 파고변화가 일어나는 것으로 나타났다.

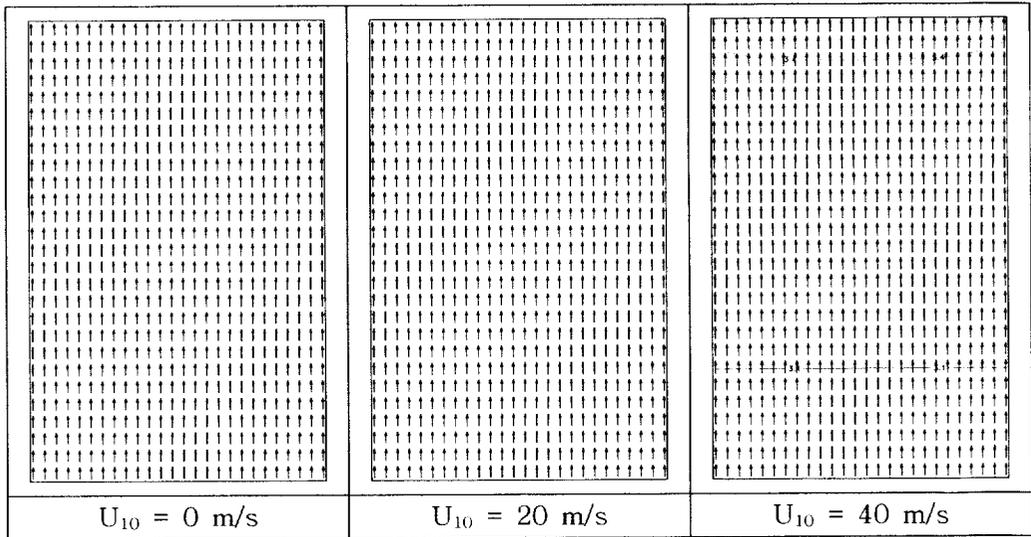


Fig. 4.11. Wave vector and wave contour for Case 3-1.

Fig. 4.12 ~Fig. 4.13에서와 같이 바람을 고려하지 않았을 경우 ($U_{10} = 0 \text{ m/s}$)와 풍속 20 m/s를 입력조건으로 하였을 경우의 결과가 거의 유사한 양상으로 나타났으나 파랑이 진행해 나가고 풍속값이 클수록 파고변화가 점진적으로 크게 나타났다. Fig. 4.14는 X방향 중간지점에 대한 Y 방향으로의 파고변화를 나타낸 것으로서 실험영역 끝단지점에서 최대 파고 차이를 나타내며 풍속 40 m/s일 경우 가장 크게 증가함을 보이고 있다. 풍속이 0 m/s 일 경우 즉 바람이 고려되지 않을 경우와 풍속 40 m/s일 경우를 비교하였을 때 입사파고에 대한 최대 15 %의 파고차이를 발생시키는 것으로 나타났다. 연안으로 파랑이 진행해 갈수록 바람의 영향을 받아 바람에 의한 파랑에너지 즉 풍파 성장과 발달이 취송거리가 넓게 진행함에 따라 더욱 파고가 증가함을 알 수 있다.

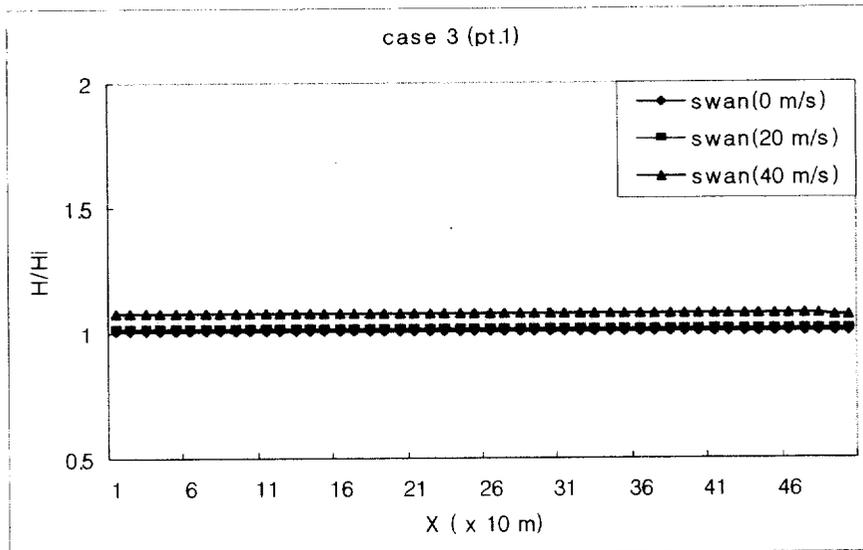


Fig. 4.12. Wave height along the Pt.1 line.

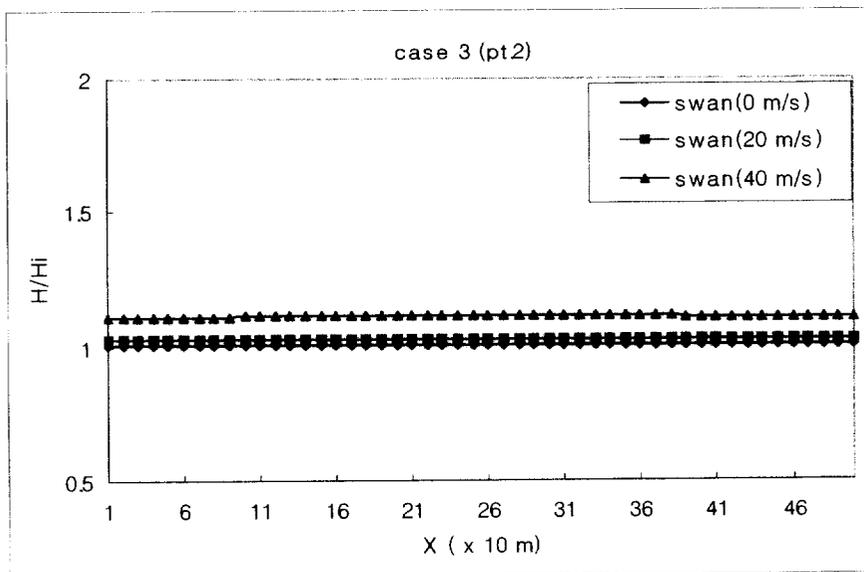


Fig. 4.13. Wave height along the Pt.2 line.

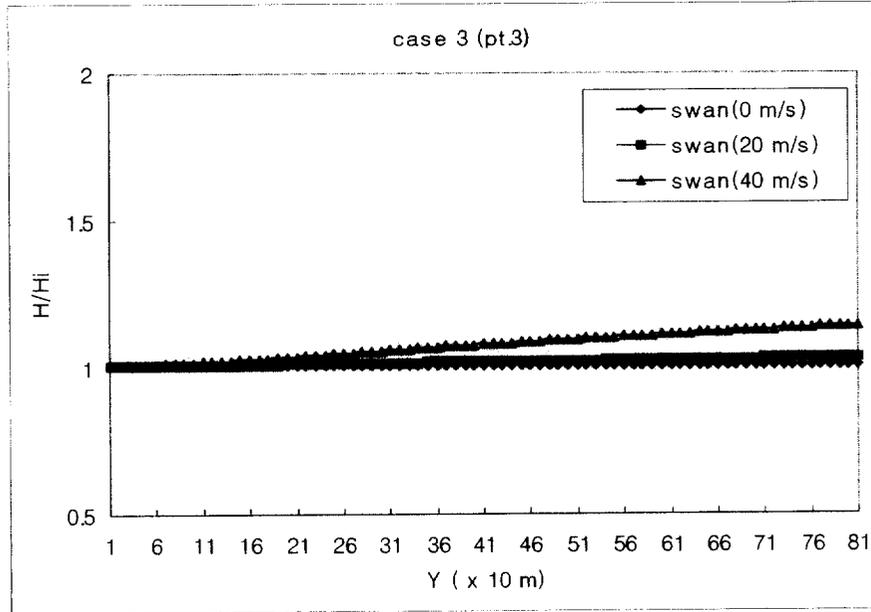


Fig. 4.14. Wave height along the Pt.3 line.

나. 일정수심상의 풍향에 따른 파고변화 (Case 3-2)

본 실험은 일정수심상에 풍속의 영향도가 가장 두드러지게 나타나는 풍속 40 m/s을 동일한 입력조건으로 하고 풍향을 입사경계로부터 수직방향 0°을 기준으로 하여 시계방향으로 30°간격씩 달리 하였을 경우 바람에 대한 본 모델의 정도를 평가하였으며 그에 대한 결과로서 Fig. 4.15에 풍향에 따른 파향과 파고분포를 함께 나타내었다(Fig. 4.2 참조).

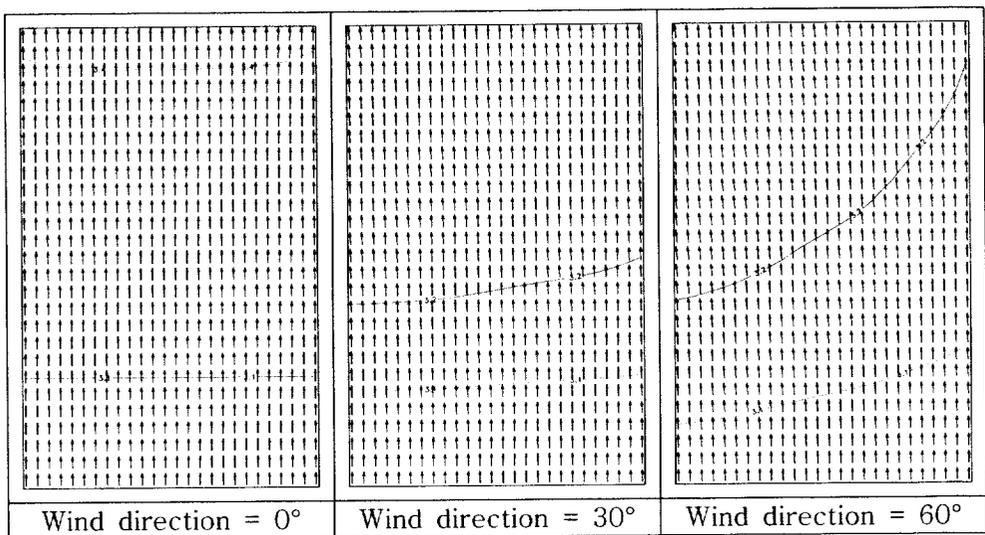


Fig. 4.15. Wave vector and wave contour for Case 3-2.

본 실험결과 풍속에 의한 파고증가와 함께 풍향각이 크면 클수록 풍향에 따른 파향의 변화가 크게 나타남을 알 수 있으며 파고변화도 확연히 변화하는 것으로 나타났다. 바람의 영향을 대칭적으로 주었을 경우 똑같은 파고변화를 보이며 이것은 본 모델이 바람에 의해 유입되는 에너지변화를 충분히 재현할 수 있는 것으로 판단된다. Fig. 4.16 ~ Fig. 4.17에 횡선상의 지점 Pt.1과 Pt.2에서의 파고변화를 나타내었는데 지점 Pt.3에서의 파고변화를 살펴보았을 때 풍향각에 따른 파고변화가 미세하지만 다소 차이가 있는 것으로 볼 수 있다.

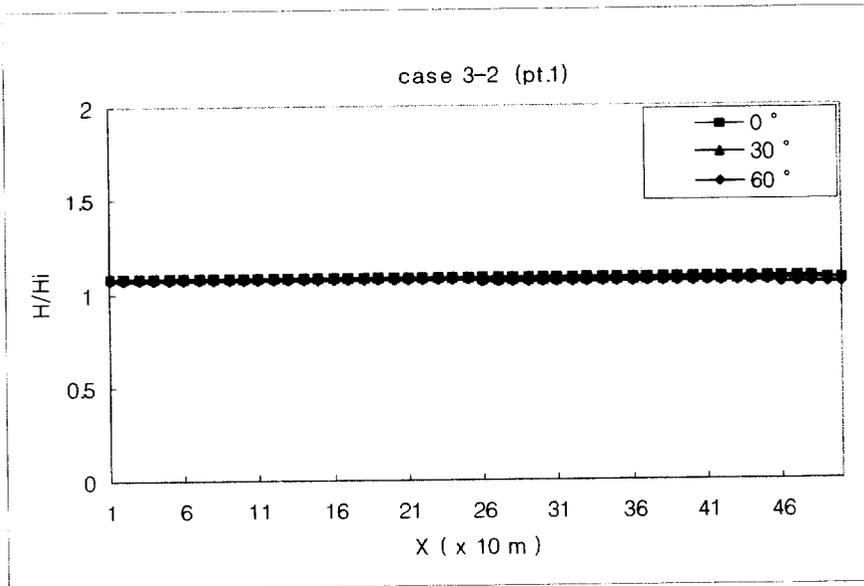


Fig. 4.16. Wave height along the Pt.1 line.

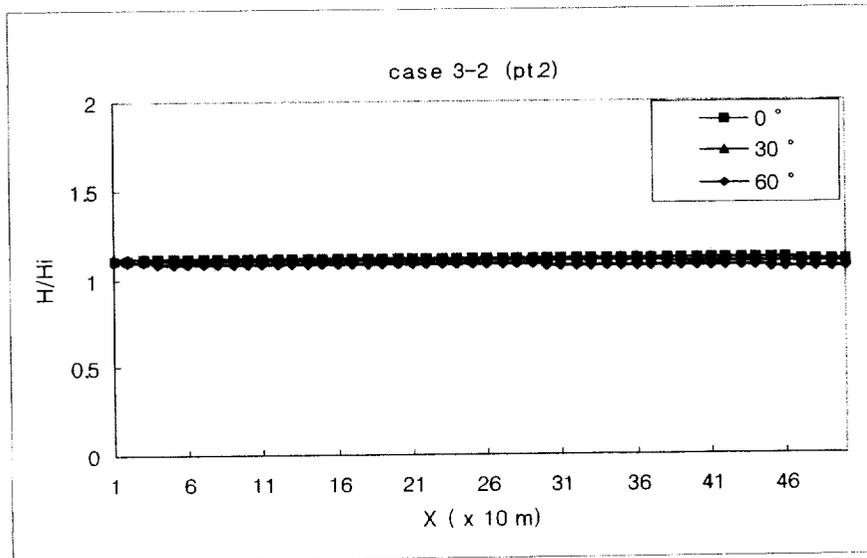


Fig. 4.17. Wave height along the Pt.2 line.

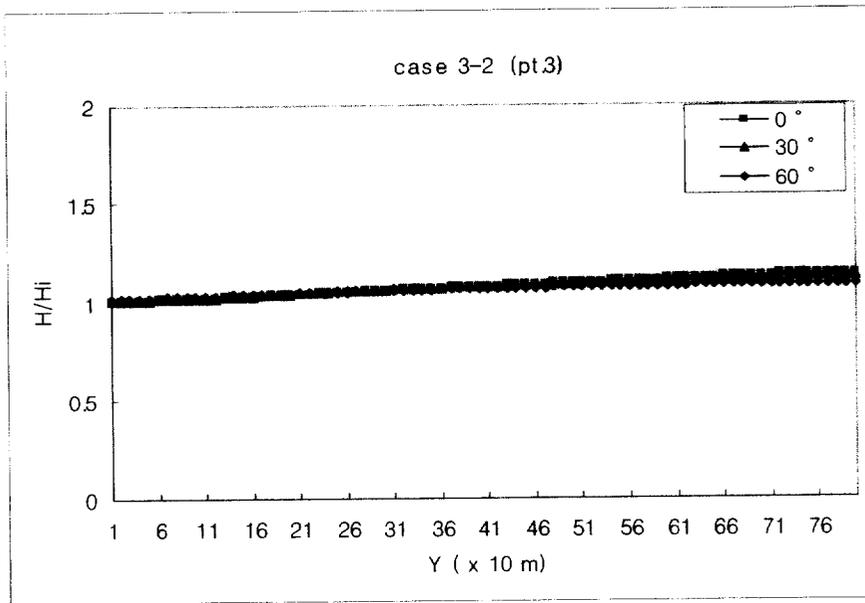


Fig. 4.18. Wave height along the Pt.3 line.

다. 협수로상의 풍속에 따른 파고변화 (Case 4-1)

본 실험은 Fig.4.1의 Case 4에서 나타낸 바와 같이 최대 수심 50 m에 최소 수심 5 m인 계곡형 해저지형으로 구성된 협수로를 대상으로 하였으며 굴절변형과 에너지감쇠효과에 대한 정도를 평가하기 위해 불규칙파랑 모델인 SWAN 모델을 이용하여 풍속별 파고변화를 산정하였다. 풍향은 입사경계로부터 수직방향과 동일한 0°로 설정하였으며 Fig. 4.19에 풍속별 파고변화를 파랑과 파고분포로서 함께 도시하였다. 파랑진행방향으로 풍속에 따른 파고변화의 차이가 풍속이 크면 클수록 완만해지는 것으로 나타났다.

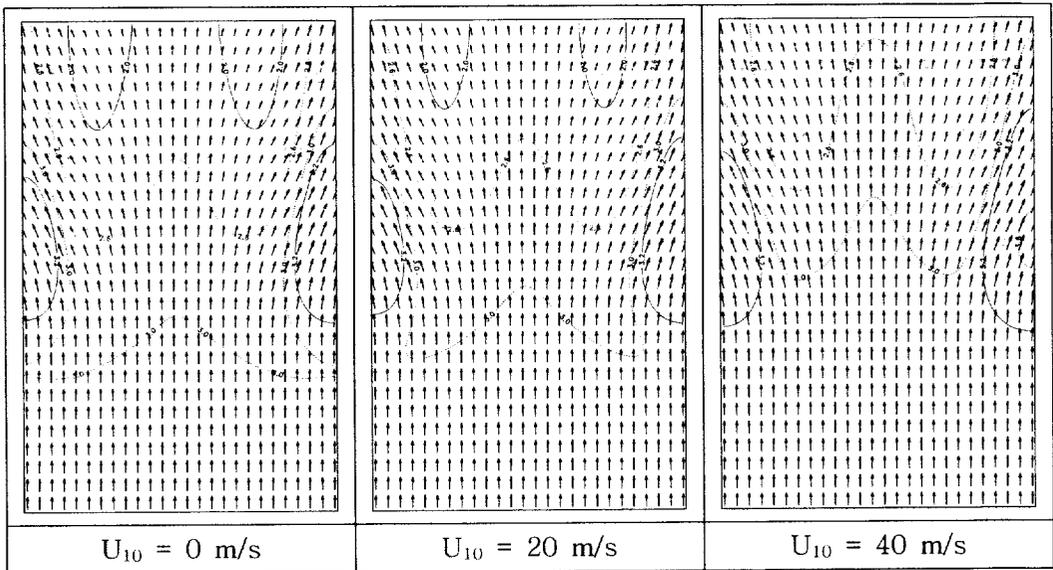


Fig. 4.19. Wave vector and wave contour for Case 4-1.

또한 바람의 영향으로 파고감쇠가 급경사일지라도 바람에 의한 유입에너지에 의해 파랑에너지의 감소가 현저히 낮아지며 풍속이 40 m/s 일 경우 입사 파고의 0.8 배까지 나타나는 것을 볼 수 있다. Fig. 4.20 ~ Fig. 4.22에서 살펴

보면 파랑이 진행해 나가면서 수로상에서는 완만한 수심변화로 인해 파고변화가 대체로 낮게 나타났다. 또한 실험영역의 좌우경계부근 급경사지점에서 쇄파에 의한 파랑에너지의 현저한 증가를 나타내고 있으며 풍속에 따른 차이가 뚜렷이 나타나고 있다. 한편, 수로부분과 급경사로 파랑이 진행하면서 수심의 영향으로 에너지증감을 보이지만 풍속의 영향도 함께 미치게 되어 풍속이 클수록 바람에 의한 에너지의 유입량이 증대되므로서 파랑에너지의 변화가 전진하는 양상으로 나타남과 동시에 파고증감을 완화시키는 것으로 나타났다.

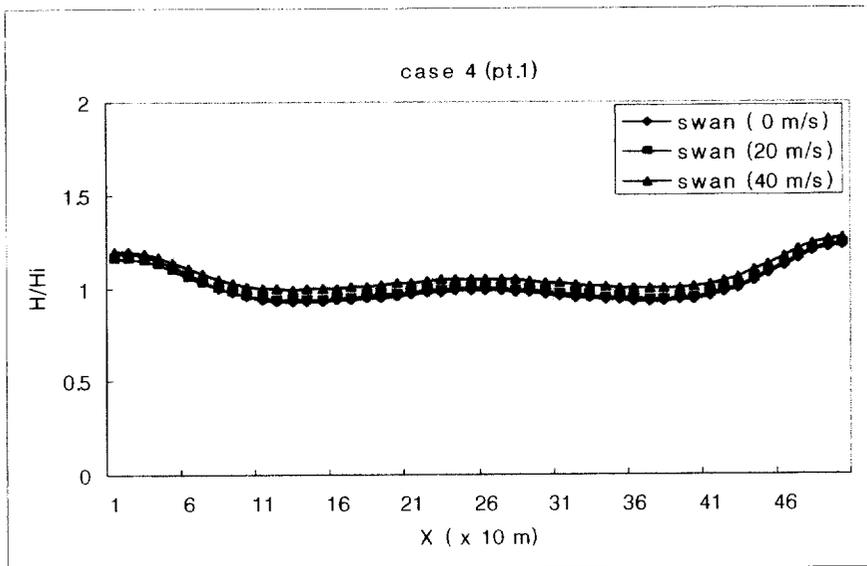


Fig. 4.20. Wave height along the Pt.1 line.

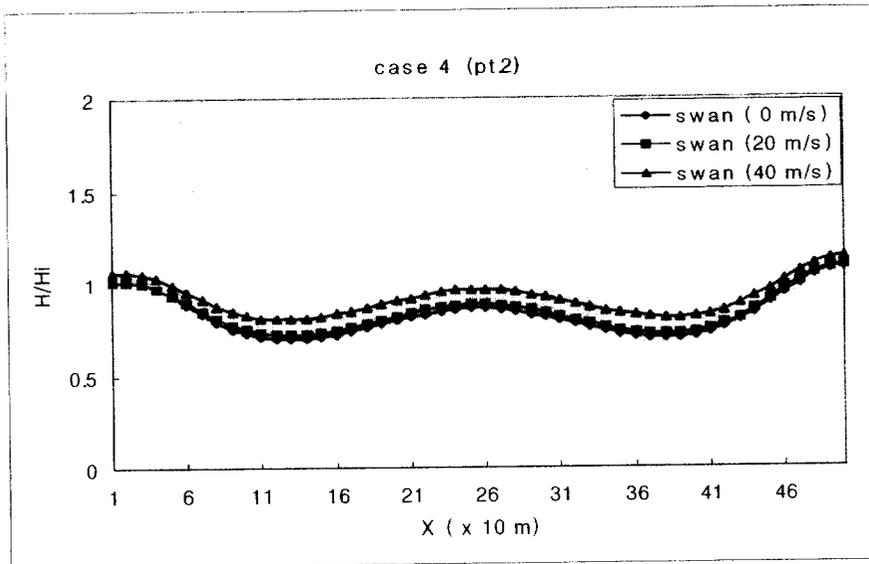


Fig. 4.21. Wave height along the Pt.2 line.

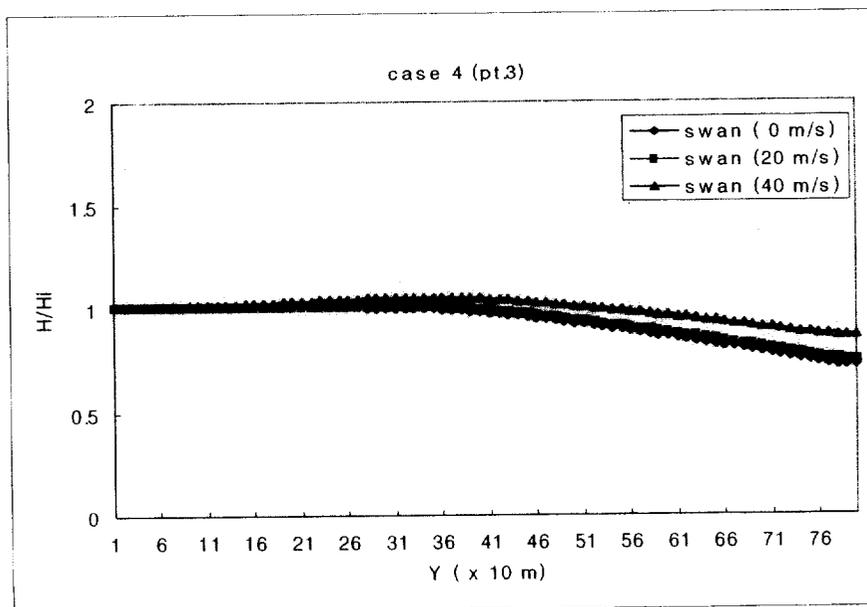


Fig. 4.22. Wave height along the Pt.3 line.

라. 협수로상의 파향(C.W. 30°)과 풍속에 따른 파고변화 (Case 4-2)

본 Case 4-2의 실험영역은 Case 4-1과 같은(Fig. 4.1의 Case 4 참조) 협수로를 구성하고 있으며, 파향을 입사경계의 수직방향인 0°을 기준으로 시계방향으로 30° 회전하여 입사하는 것으로 하였으며 풍향은 입사경계로부터 수직방향(0°)으로 설정하였다. Fig. 4.23은 본 실험에 대한 결과로서 파향과 파고분포를 함께 도시하였으며, 입사파향에 대한 수심에 따른 굴절현상과 풍속에 따른 파고변화가 현저히 잘 나타나고 있다.

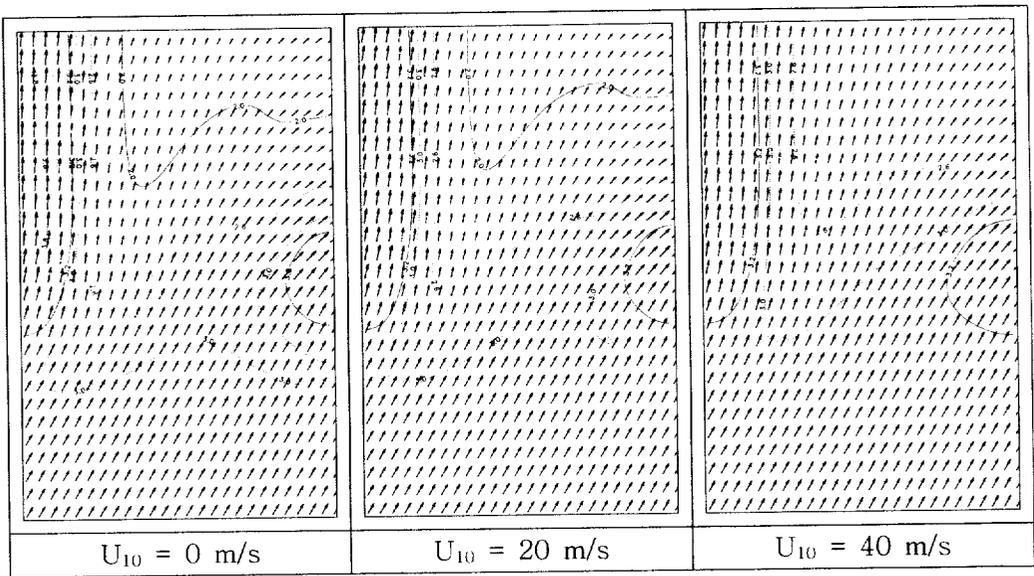


Fig. 4.23. Wave vector and wave contour for Case 4-2.

Fig. 4.24 ~ Fig. 4.26에 Y방향에 대한 횡선 상에 지점(Pt.1, Pt.2)과 X방향의 종선상에 중간지점(Pt.3)에서의 파고변화를 나타내고 있으며 Pt.1과 Pt.2 그래프를 살펴보면 좌측과 우측 급경사영역에서 굴절에 의해 파향이 낮은 수심방향으로 현저히 굴절되어 들어가며 중간 일정수심에서는 파고가 현저히 낮아지는 양상을 보이고 있다. 이것은 수심급경사의 영향에 의한 굴절현상이 지

배적인데 기인하는 것으로 판단되며 풍속에 따른 파고변화는 Case 1과 같이 전반적으로 풍속에 비례하여 파고증가를 보이고 있다.

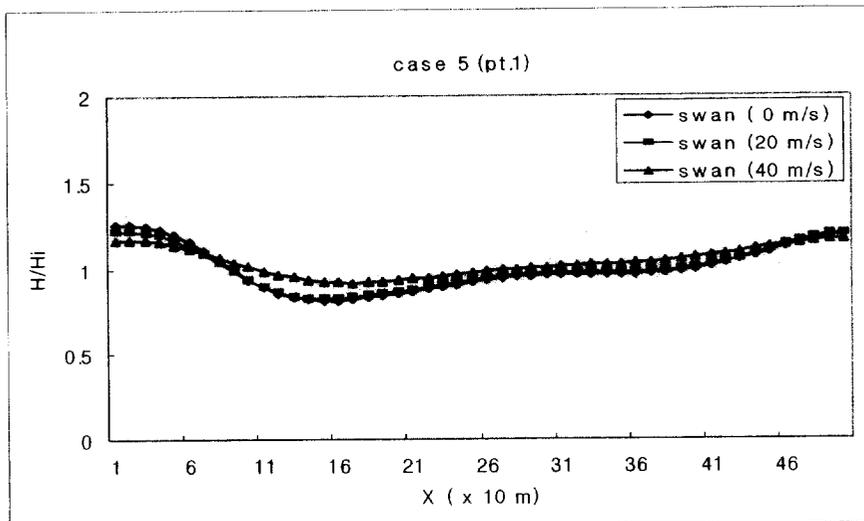


Fig. 4.24. Wave height along the Pt.1 line.

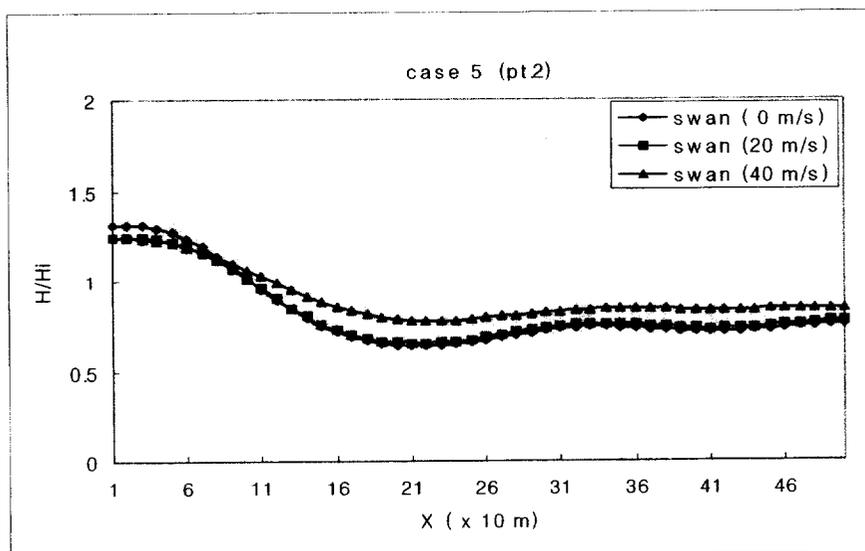


Fig. 4.25. Wave height along the Pt.2 line.

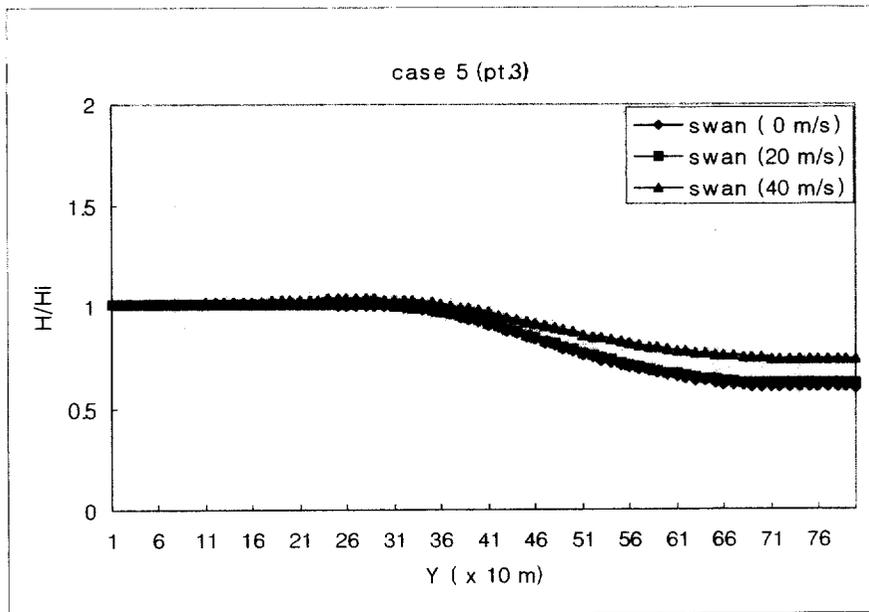


Fig. 4.26. Wave height along the Pt.3 line.

4.1.4 에너지 감쇠

저면 마찰과 쇄파에 의한 에너지 감쇠효과를 평가하기 위해 Watanabe 와 Maruyama(1986)의 방법과 같은 Fig. 4.27의 모델수조를 구성하여 실험하였으며, 미소진폭과 이론에 의한 이론해와 비교·검토하였다.

입사파랑은 심해역에서 2.0 cm 의 파고로써 주기는 1.2 sec, 60° 의 입사각으로 입사하여 일정 사면이 1/50인 해안으로 전파하게 된다. 한편, 천수 및 굴절 변형에 의해 모델수조의 입사경계영역인 수심(h) 12 cm 에서는 파고 1.53 cm, 입사각 28.3°가 된다.

미소진폭과 이론에 의한 천수계수(K_s)와 굴절계수(K_r)을 각각 식 (4.4)와 식 (4.5)로써 주어진다.

$$K_s = \sqrt{\frac{1}{2n} \frac{C_o}{C}} = \left[\left\{ 1 + \frac{2kh}{\sinh(2kh)} \right\} \tan(kh) \right]^{-1/2} \quad (4.4)$$

$$K_r = \sqrt{\frac{\cos \alpha_o}{\cos \alpha}} = \left[1 + \left\{ 1 - \left(\frac{C}{C_o} \right)^2 \right\} \tan^2 \alpha_o \right]^{-1/4} \quad (4.5)$$

여기서, C_o 는 심해파의 파속이며, α_o 는 심해파의 파향이다.

또한, 수면변동 ζ 의 국부적인 진폭 변수인 $a(x)$ 에 대한 식은 식 (4.6)과 같이 근사화된다.

$$\begin{aligned} a &= a_o K_s K_r & : \text{outside the surf zone} \\ a &= a_B (X - X_B) / (X_s - X_B) & : \text{inside the surf zone} \end{aligned} \quad (4.6)$$

본 실험의 이론해는 규칙파에 의해 산정된 값으로 불규칙파를 산정하기 위

해선 식 (4.6)식에서 천수계수와 굴절계수에 대한 수정된 식이 필요하나 천수계수의 경우, Goda(1975)에 의하면 실제 계산상 규칙파와 스펙트럼을 고려한 불규칙파간의 오차가 2~3 % 정도로서 실제 계산상 거의 무시하여도 좋은 것으로 나타나며 굴절계수의 경우 수식이 복잡하고 이산화의 어려움이 있어 미소진폭파이론의 이론해를 활용하였다.

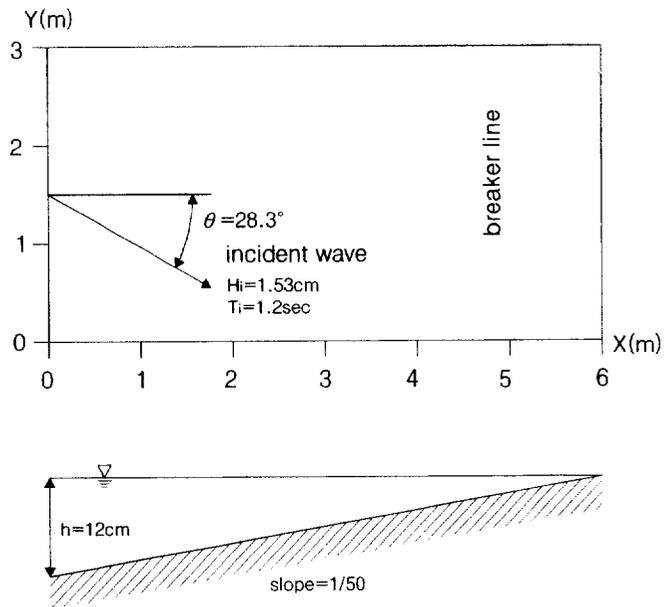


Fig.4.27. Model configuration for uniform mild slope.

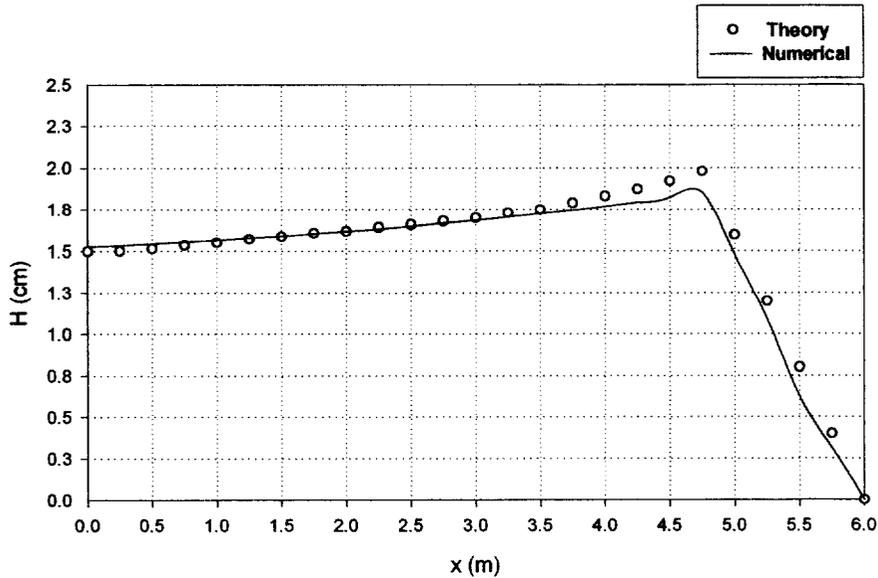


Fig. 4.28. Wave heights by the numerical and the theory for uniform mild slope.

실험격자간격은 5 cm 로 구성하였으며, 독립변수 시간은 모델의 안전성을 평형방정식으로부터 제거되며 지형공간에서 4개의 90°간격의 구역에서 일차상향법과 Four Sweep법과 같은 전진법으로 해석되며 본 모델에서는 JONSWAP 스펙트럼을 이용하여 측면과 외해측 경계조건을 만들어 실험을 수행하였다. Fig. 4.28은 마찰계수를 JONSWAP의 결과로부터 저면마찰계수 (Hasselmann et al., 1973, JONSWAP)에 대한 조건으로 0.067로 설정한 후 실험한 결과로서 이론해와 최대 5 % 의 오차로 다소 차이가 있으나 전반적으로 유사한 경향을 나타내고 있다. 또한, 쇄파지점으로부터 저면마찰에 의한 에너지 감쇠와 쇄파에 의한 에너지 감쇠가 뚜렷하게 나타나고 있음을 알 수 있다.

또한 쇄파대 내측에서 Goda의 쇄파파고보다 약간 낮은 경향을 보이거나 비교적 타당한 결과로 판단된다.

제 5 장 계산모델의 실험적 적용

5.1 계산개요

본 연구에서 사용된 에너지 스펙트럼(SWAN) 모델의 현지 적용성과 범용성을 검토하기 위하여 실제 해역을 대상으로 모델을 적용하였다. 적용해안은 수심이 잘 반영되어 있고 실관측자료를 취득하고 있어 모델의 적용성 평가에 적합할 것으로 판단되는 우리나라 남해 동쪽 해역에 속하는 부산 신항을 대상으로 하였다. 또한 태풍매미 내습시 관측된 데이터를 바탕으로 바람자료와 심해파 역추산에 의해 산출된 파랑제원 12.4 m, 15.0 sec, S25°E를 적용하여 수치실험을 수행하였다. 태풍 매미에 의한 부산 신항 근해역의 파고분포를 본 모델에 의한 실험결과와 관측값을 비교·분석하였으며 기존 불규칙파 모델(NTC 모델)도 함께 활용하여 상호 비교·검토를 한 후 해석의 신뢰성을 확보하였다. 또한 “전해역 심해설계파 추정보고서(2005년)”로부터 개정된 설계파의 제원을 취득하여 바람이 고려되지 않은 경우와 바람을 고려하였을 때의 경우로 구분하여 실험한 후 그 결과와 태풍매미 내습시 관측점에서의 관측값과 비교하므로써 실제해역에서 바람효과 여부에 따른 천해역의 파랑 예측시 본 모델의 적용성과 타당성을 논하고자 하였다.

5.2 계산방법 및 내용

5.2.1 적용된 심해설계파

기존의 심해설계파 조건으로서 부산해역에 영향을 미치는 심해설계파의 선정은 수산청(1988), 해운항만청(1988), 해양수산부(1997)의 자료를 분석하여 Table 5.1 과 같이 가장 탁월파랑을 선정하여 사용하는 것이 일반화되어 왔다.

하지만 최근 2001~2003년의 3년간에 비교적 강한 태풍이 내습하면서 설계파 산정 방법에 대한 문제점이 제기되었다. 또한, 기존 설계파는 격자간격이 54 km로 너무 크고, 주 파향에 대한 설계파고만을 산정하므로써 입사설계파에 대한 다양한 검토가 부족하며 특히 서해안의 경우 주로 인천, 군산, 목포 등 주요 항에 대한 결과만 제시하기 때문에 여러 다른 지역에 대한 천해설계파 산정시 신뢰도가 다소 떨어질 것으로 보인다. 따라서, 이런 문제점을 개선하기 위해 한국해양연구원(2005년)에서는 격자간격 18 km에 16개 전방위에 대한 설계파를 산출하였고, 비태풍시의 장기산출자료에 의한 설계파와 태풍시의 파랑산출자료에 의한 설계파를 종합적으로 재검토하여 방향별-재현기간별 설계파를 산출하므로써 천해설계파 산정에 대한 신뢰성을 얻고 있다. 따라서 본 연구에서는 기존 심해설계파를 사용하지 않고 좀더 신뢰성있고 타당하다고 판단되는 개정된 설계파랑의 제원을 적용하고자 한다.

Table 5.1. Previous design wave condition in a deep sea

출처 \ 파향	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S10° W	SSW	S
수산청 (1988)						5.2 /9.0		10.2 /14.0	10.1 /14.0
해운항만청 (1988)					5.6 /10.0	5.2 /9.0		10.2 /14.0	
해양수산부 (1997)	6.5/9.8	4.8/8.5	4.0/7.7	4.4/8.1	3.7 /7.4	4.1 /7.8		9.0 /11.6	4.9 /8.5

* 파고/주기

본 논문에서는 개정된 설계파랑제원으로부터 본 수치실험의 입사경계영역에 포함되는 53번 격자점(Fig. 5.1 참조)의 심해설계 파랑제원을 적용하여 태풍매미 내습시 부산 신항해역의 관측치와 비교해 보았으며 Table 5.2 에 개정된 심해설계파에 대한 파랑제원을 정리하여 나타내었다.

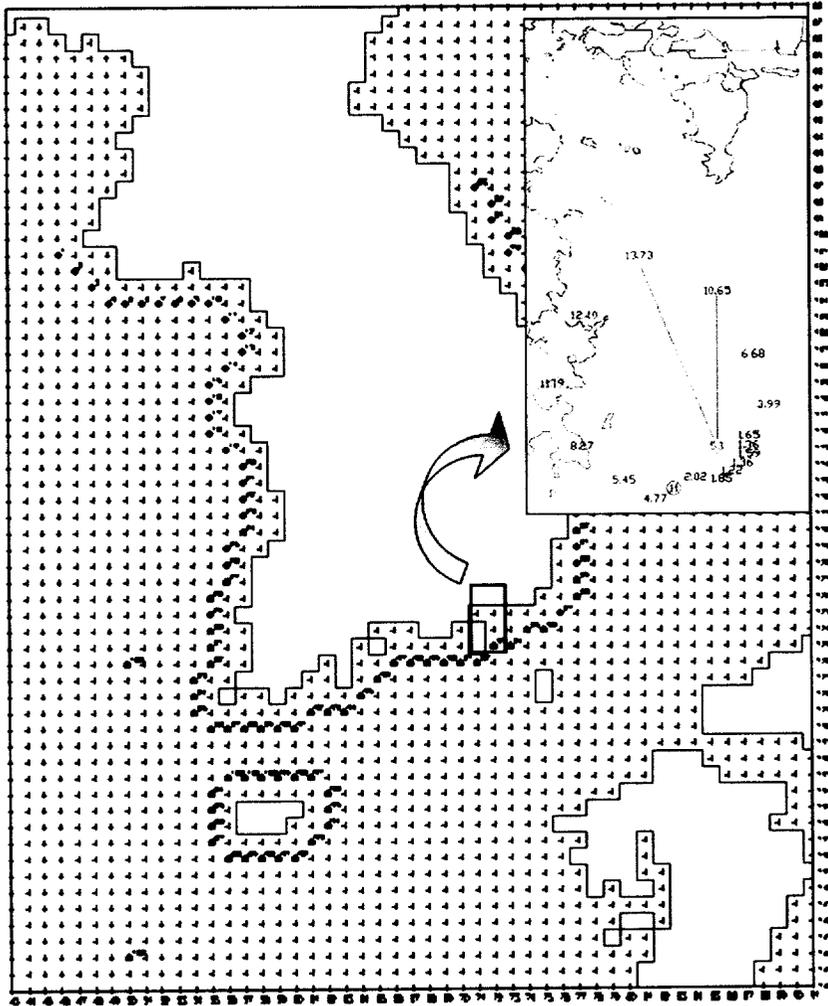


Fig. 5.1. Location of grid point in a main shore.

Table 5.2. New design wave condition in a deep sea

번호	격자	위도	경도	SSE	S	비고
53	072125	34.80	128.83	13.73 m	10.65 m	50년 재현빈도
				16.2 sec	15.3 sec	

5.2.2 태풍매미 내습시 파랑 및 바람조건 고찰

또한 태풍 매미에 의한 입사파 조건과 바람조건 선정은 태풍 매미 내습시 관측된 자료를 바탕으로 역추산한 가덕수도 전면 격자점(Fig. 5.2 참조) 중 실험영역의 외해 경계영역에 포함된 6360 지점에서 추산된 파랑조건과 바람조건을 이용하였으며 부산신항 근해의 태풍 매미에 의한 관측점과 비교·검토를 통하여 모델의 실효성을 검증하고자 하였다. 매미에 의한 입사파와 바람 제원은 Table 5.3과 같이 정리하였다.

Table 5.3. Wave and wind condition for Typhoon MAEMI

격자번호	시각(2003년)	제원	파고	주기	파향
6360	9월 12일 22시	Wave	12.4 m	14.9 sec	S25°E
		제원	풍속(m/s)		풍향
		Wind	35.6	S14°W	

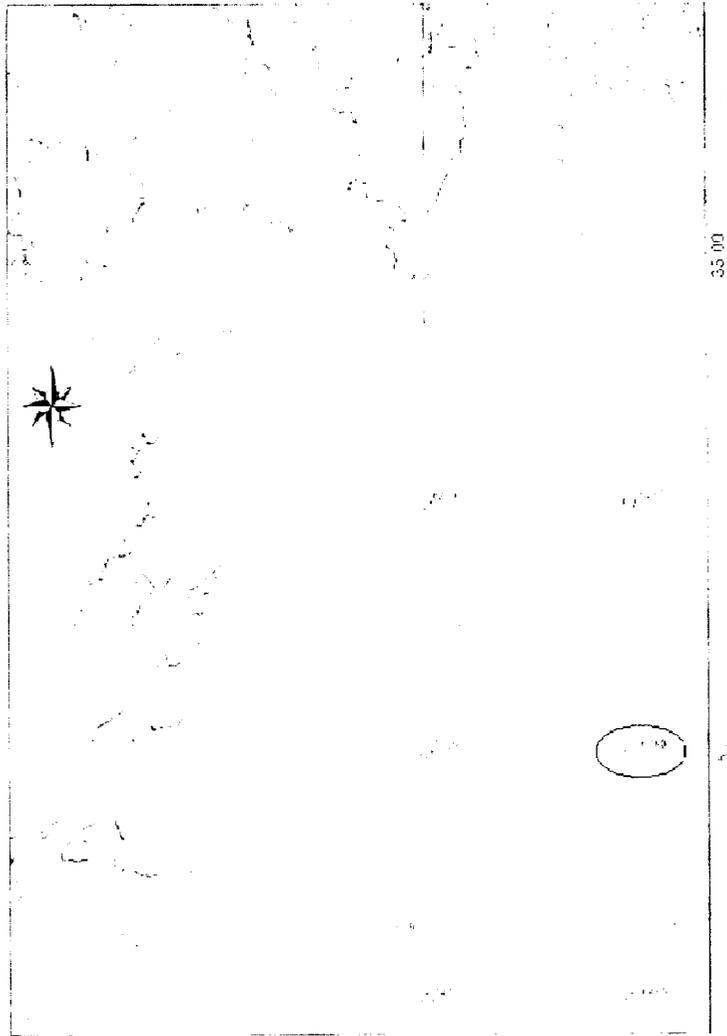


Fig. 5.2. Location of grid point by computational Typhoon model.

5.2.3 실험조건 및 영역설정

설정방향은 심해설계파와 태풍 매미에 의한 입사파의 실험영역을 동일하게 구성하였으며 수치적 오차 영향이 없도록 측면경계 영역을 고려하여 격자간격에 적정성을 유지하였다. 실험영역은 선정된 심해설계파와 태풍 매미를 모두 고려할 수 있도록 하였으며 Fig. 5.3 과 Fig. 5.4에는 각각 격자망도와 등수심 선도를 나타내었다. 본 실험의 개요는 Table 5.4에 정리하였으며 본 연구에서는 크게 바람인자를 고려하였을 경우와 바람인자를 고려하지 않았을 경우로 구분하여 실험역 적용성과 타당성에 대해 고찰하였다.

Table 5.4. Condition to verify the model in the field

Location	Busan New-Port		
Model domain	36 km × 44 km		
Grid interval	$\Delta x = \Delta y = 200 \text{ m}$ ever grid		
Number of grid	180 ea × 220 ea		
Incident wave condition	No.1 (Maemi)	No.2 (New design-wave)	
	S25°E	S	SSE
	12.4 m	10.65 m	13.73 m
	15.0 sec	15.3 sec	16.2 sec
Reference water level	Approx. H.H.W. (205 cm)		
Modeling Cases	<ul style="list-style-type: none"> · without wind · with wind 		

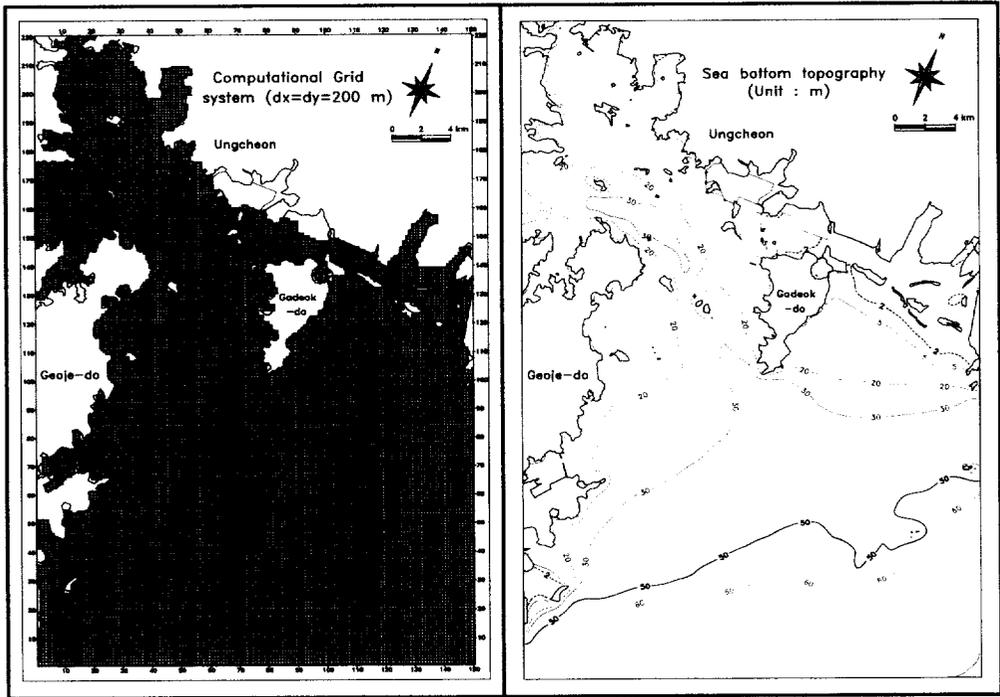


Fig. 5.3. Computational grid system & Sea bottom topography.

5.3 계산결과

5.3.1 태풍매미 내습시 추산된 심해설계파랑을 적용하였을 경우

과업 대상지를 포함한 부산 신항 인근 해역에서 현장관측치와 불규칙파모델로 수행한 결과를 비교하였다. 태풍 매미 내습시 파랑 관측치는 '부산신항 준설도 투기장 호안 태풍 "매미" 피해 분석 및 보강 대책 보고서(2003, 부산지방해양수산청 등)'와 '남동부 해안 및 항만(2003, 한국수자원학회지)'의 자료를 이용하였다. Fig. 5.4는 두 모델의 수치실험결과의 비교·검증 위치도를 나타낸 것이며, 태풍 매미 내습시의 파고관측 정점을 나타내었다. Table 5.4는 파랑실험 검증점에서의 관측치와 불규칙파 모델의 실험결과를 비교·분석하였

다. 태풍 매미 내습시 관측결과와 수치실험결과가 전반적으로 유사한 파고분포를 보이고 있으며 동방파제 전면 P4, DW에서 NTC(Karlsson) 모델보다 SWAN 모델의 파고값이 다소 높게 나타났으며 항내 관측점에선 P7을 제외한 나머지 P6과 P8에서 SWAN 모델의 파고값이 크게 나타났다. 또한 SWAN 모델의 바람조건 여부에 따른 파고값을 비교해 본 결과 바람인자를 고려하지 않았을 경우보다 고려하였을 경우 파고가 더 높게 나타났다. 이는 천해역에서의 비선형효과가 고려됨에 기인한 것으로 판단되며 또한 태풍매미시 지형적 특성과 이상조위 등을 포함하고 있는 실제 관측치보다 파랑과 바람조건만을 고려한 계산치가 전반적으로 낮게 나타나는 경향을 보이고 있으며 Fig. 5.5~Fig. 5.7에 태풍매미 내습시 실험결과에 대한 파랑벡터도와 파고분포도를 나타내었다.

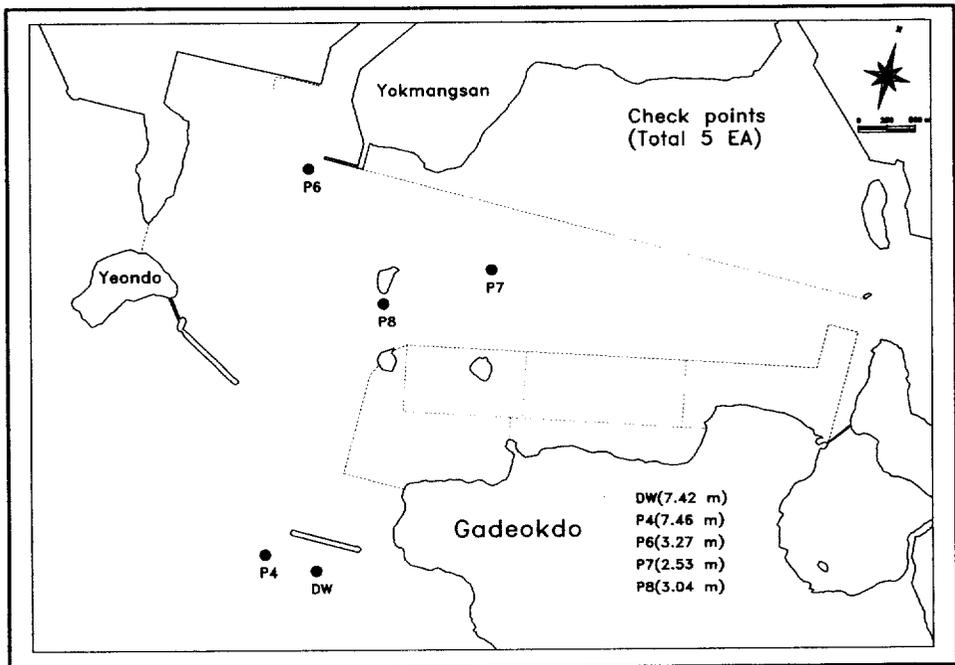


Fig. 5.4. Check point of calculated value and observed value.

Table 5.5. Wave height of irregular wave calculated value and observed value (Typhoon MAEMI)

Factor	Check point	Observed value	Calculated value (NTC)	Calculated value (SWAN)	
				Without wind	With wind
Typhoon MAEMI	DW	7.42	5.54	5.91	5.94
	P4	7.46	6.17	6.40	6.52
	P6	3.27	2.76	3.09	3.27
	P7	2.53	2.62	2.39	2.64
	P8	3.04	3.05	3.23	3.34

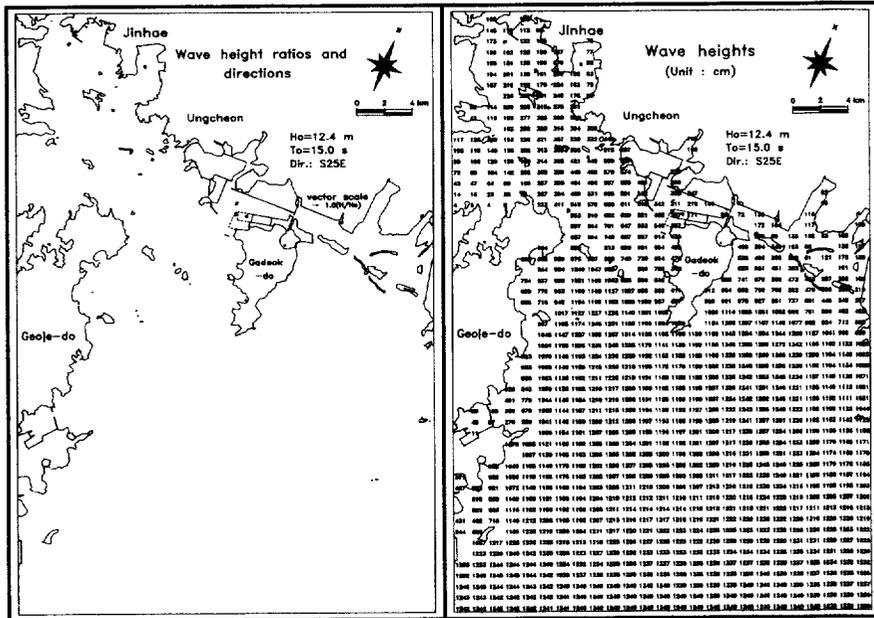


Fig. 5.5. Numerical results by Typhoon MAEMI(NTC, Without wind).

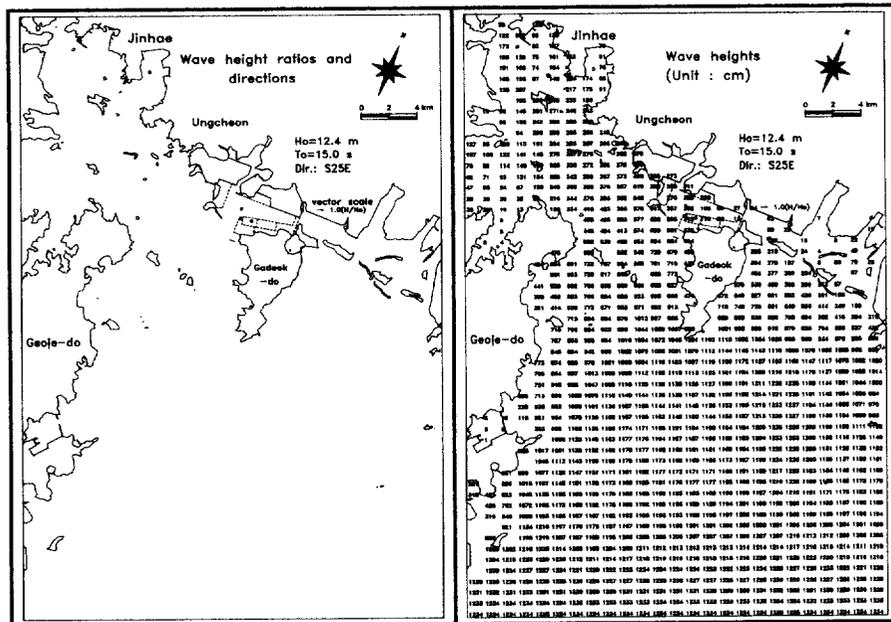


Fig. 5.6. Numerical results by Typhoon MAEMI(SWAN, Without wind).

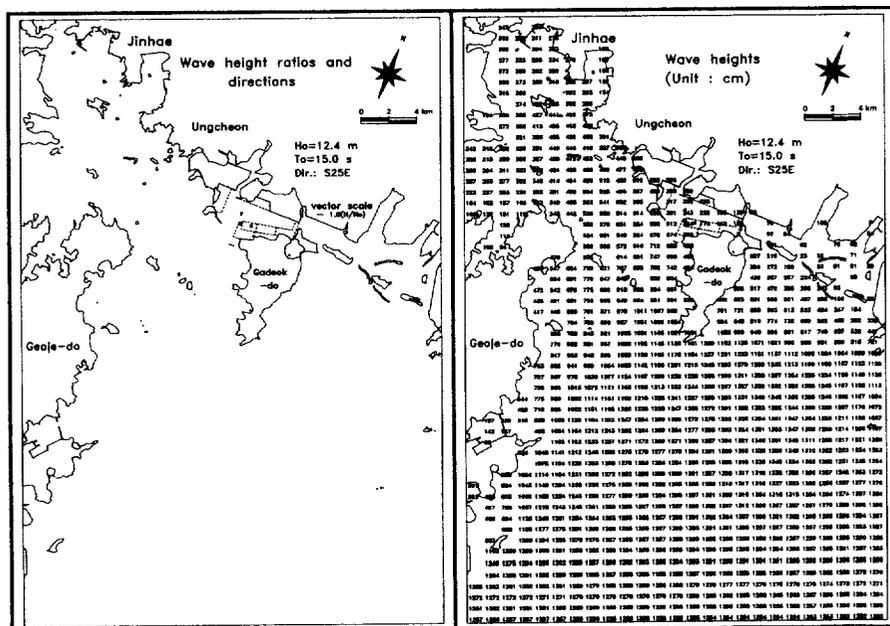


Fig. 5.7. Numerical results by Typhoon MAEMI(SWAN, With wind).

5.3.2 개정된 심해설계파랑을 적용하였을 경우

수치계산의 실험영역과 실험방법은 전절의 태풍매미 내습시 실험과 동일하며 개정된 심해설계파에 대한 입사파 조건과 태풍매미 내습시 바람조건을 입력조건으로 실험하여 수행하였다.

Table 5.6은 검증점에 대한 관측치와 파향별 바람효과 유무에 따른 수치계산치를 비교하여 나타낸 것이다. 실험결과 두 파향 모두 바람을 고려하지 않았을 경우의 계산치가 관측치보다 낮게 나타나지만 바람조건을 고려하였을 경우 연안역의 파고증가를 나타내며 실제 관측치에 더욱 가까운 파고분포를 보이고 있다.

Fig. 5.8 ~ Fig. 5.11에 개정된 심해설계파 적용시 실험결과에 대하여 바람고려 여부에 따라 S 파향와 SSE 파향으로 나누어 파랑벡터와 파고분포로 나타내었다.

Table 5.6. Wave height of irregular wave calculated value and observed value (Using new design wave)

Factor	Check Point	Observed value	Irregular wave calculated value (SWAN)			
			S 파향		SSE 파향	
			Without wind	With wind	Without wind	With wind
New design wave	DW	7.42	5.85	5.92	5.81	5.95
	P4	7.46	6.20	6.44	6.35	6.58
	P6	3.27	2.96	3.27	3.01	3.29
	P7	2.53	2.36	2.66	2.30	2.64
	P8	3.04	3.13	3.36	3.12	3.34

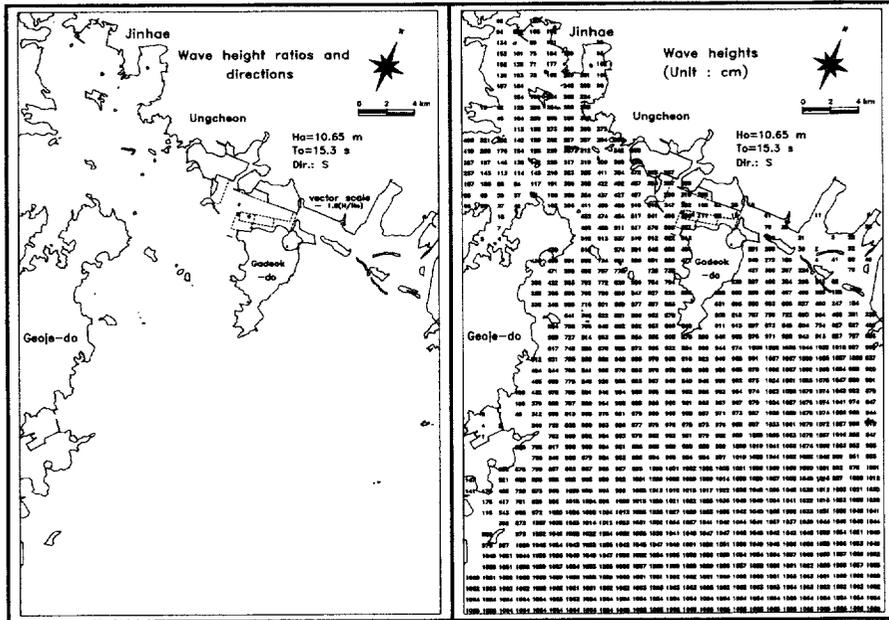


Fig. 5.8. Numerical results by new design wave(SWAN, Without wind).

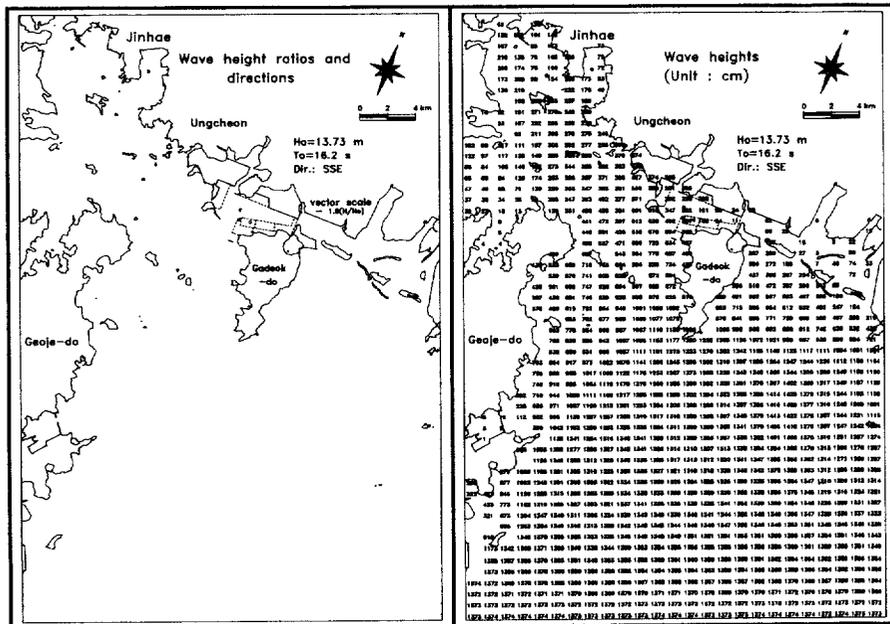


Fig. 5.9. Numerical results by new design wave(SWAN, Without wind).

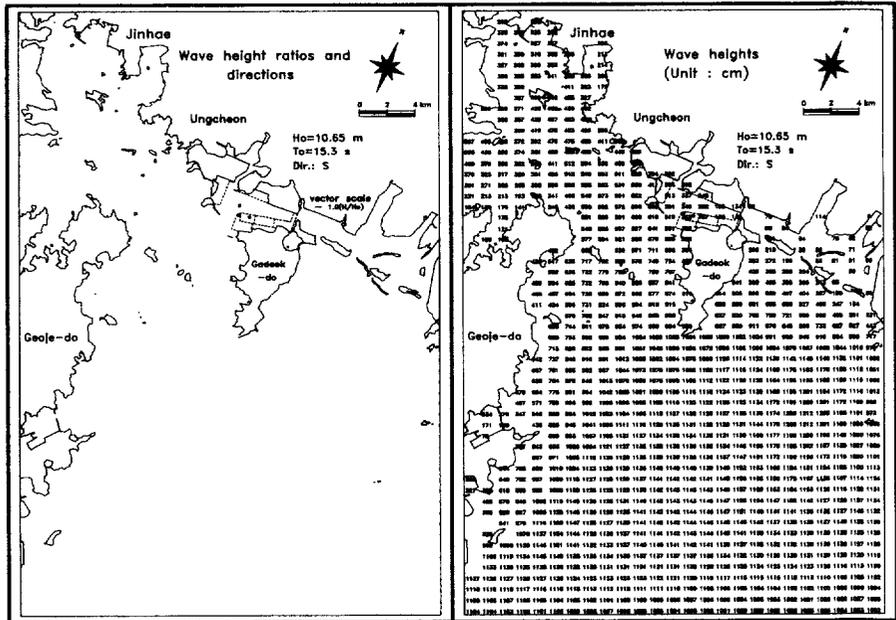


Fig. 5.10. Numerical results by new design wave(SWAN, With wind).

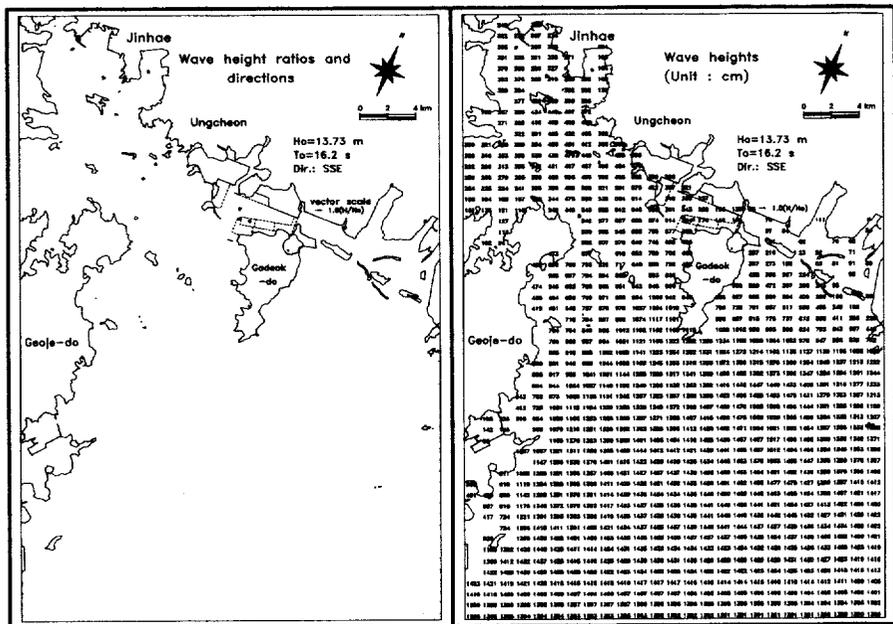


Fig. 5.11. Numerical results by new design wave(SWAN, With wind).

5.3.3 분석 및 고찰

이상의 실패역에 적용된 수치계산 결과를 종합검토해보면 개정된 설계파랑 자료로부터 취득한 입사파랑조건과 태풍매미 내습시 기상청 자료를 바탕으로 분석한 바람조건을 고려하여 적용된 SWAN 모델의 계산결과가 실제 관측치에 가장 근접하는 것으로 나타났으며 특히 바람이 고려되지 않는 기존 모델(NTC 모델)과 비교하였을 때 관측치와의 오차가 더 작게 나타남으로서 바람인자를 고려할 수 있는 SWAN 모델에 대한 계산결과가 더 타당한 결과로 판단된다.

전반적으로 관측치보다 계산치가 낮게 나타나는데 이는 실제 태풍매미 내습시 관측점에서의 관측치는 바람조건과 파랑조건외에 해수면 상승에 대한 이상조위 상승량까지를 포함하고 있음으로 파랑조건과 바람조건만을 고려한 수치 계산치가 다소 낮게 나타나는 것으로 분석된다.

위의 계산결과와 같이 SWAN 모델을 이용한 수치 시뮬레이션이 보다 실제 해황에 근접하는 가장 타당한 파랑자료가 될 것으로 사료되며 안전성 높은 연안 구조물의 설계에 있어 중요한 기초자료가 될 것으로 판단된다.

제 6 장 요약 및 결론

본 연구의 SWAN 모델에 대한 민감도 분석과 함께 적용성을 평가하기 위하여 기본적인 검증 실시하고 좀더 정도 높은 모델의 검증을 위해 천해역의 수심이 낮은 일정사면상의 영역에서 수치계산을 실시하였다. 본 모델의 검증을 통해 저면마찰 및 쇄파에 의한 에너지 감쇠효과에 대한 실험결과와 해석해를 상호 비교·분석함으로써 본 연구의 사용모델인 SWAN 모델의 바람인자에 따른 민감도 분석과 함께 모델결과의 신뢰성과 적용성을 확인하였다.

한편, 모델의 현장 적용성을 알아보기 위하여 실제해역인 부산신항 인근해역에 모델을 적용하여 태풍매미 내습시 추산된 입사파랑 및 바람조건과 개정된 심해설계과 자료로부터 취득한 입사파랑 및 바람조건을 부여하였을 경우, 후자의 경우 실제 관측치와의 오차가 가장 작게 발생하는 것으로 나타났다. 또한 기존 모델(NTC 모델)과 비교하였을 때도 관측치와의 오차가 더 작게 나타남으로서 바람인자를 고려할 수 있는 SWAN 모델에 대한 계산결과가 더 타당한 결과로 나타났으며 현장 적용성이 더 높은 것을 알 수 있었다.

실해역 적용에서 전반적으로 관측치보다 계산치가 낮게 나타나는 경향이 있는데 이것은 실제 태풍매미 내습시 관측치가 바람과 파랑조건외에 해수면 상승에 대한 이상조위 상승량까지를 포함하고 있는 반면 바람과 파랑조건만을 고려한 SWAN 모델에 의한 수치 계산치가 다소 낮게 나타나는 것으로 분석된다.

따라서 본 연구에서 사용된 SWAN 모델은 실제해역에서 존재하는 바람효과를 고려함으로써 현실성 있는 파랑전파를 모의할 수 있으며, 연안의 구조물 설계시 더욱 안전성과 신뢰성을 확보할 수 있고 우리나라의 남해와 동해와 같이 태풍의 영향을 많이 받는 해역이나 악천후 파랑에 의한 수심변화가 심한 동해안에서 그 적용성이 우수할 것으로 판단된다. 또한, 서해안의 경우도 태풍

의 영향에 대한 지역을 더욱 세분화하여 추산된 개정 심해설계과 조건을 적용하고 본 모델에서 적용된 바람효과를 고려한 수치 시뮬레이션을 실행하였을 경우 보다 타당한 계산 결과를 얻을 수 있을 것으로 판단된다.

본 SWAN 모델은 에너지스펙트럼 모델로서 항만 및 해안의 구조물에 대한 반사특성을 고려하기가 어려운 제약이 있고 파랑의 비선형 효과에 관한 연구가 미흡함으로 향후 보다 범용성 있는 모델 개발을 위해서는 반사의 고려와 파랑간의 상호작용 및 비선형 효과에 대한 연구가 요원하며 파랑과 바람 공존장에서의 바람요소에 대한 더욱 세밀한 정량적인 평가를 할 필요가 있다.

참 고 문 헌

- 대한토목학회 (1975). 한국연안의 설계파 결정을 위한 컴퓨터 프로그램 개발 연구보고서. 건설부, 216p.
- 문일주 (1994). 파라메타 스펙트럼 방법에 의한 한국근해의 파랑 스펙트럼 특성연구. 석사학위논문, 서울대학교, 78p.
- 오병철, 이길성 (1999). 비선형 상호작용을 고려한 해양파랑수치모형. 서울대학교, 300p.
- 윤종태 (1990). 천해효과를 고려한 파랑 추정모형. 박사학위논문, 서울대학교, 170p.
- 이동수, 이종섭, 박일흠 (1994). 파랑의 굴절, 회절 및 쇄파변형에 관한 포물형근사모형, 대한토목학회논문집, 제14권, 제3호, pp. 619-633.
- 이종인 (2001). 천해설계파 산정 수치모형 개발. 한국건설기술연구원, 건기연 2001-085, 176p.
- 해양연구소 (1988). 해역별(동해, 남해) 심해파 추정 보고서. 수산청, 281p.
- 해양연구소 (2005). 전해역 심해설계파 추정 보고서. 한국해양연구원, BSPE95100-1735-2, 302p.
- Battjes, J.A. and Janssen, J.P.F.M., 1978. Energy Loss and Setup due to Breaking of Random Waves, Proc. 16th Int. Conf. on Coastal Eng., Hamburg, pp. 569-587.

- Berkhoff, J. C. W., (1972). Computation of combined refraction-diffraction, Proc. 13th Int. Conf. Coastal Eng., Vancouver, pp. 471-490.
- Berkhoff, J. C. W., Booij, N. and Radder, A. C., (1982). Verification of numerical wave propagation models for simple harmonic linear water waves, Coastal Eng., Vol. 6, pp. 255-279.
- Booij, N. B. and Holthuijsen, L. H. (1987). Propagation of ocean waves in discrete spectral wave models. J. Com. Phys., Vol. 68, pp. 307-326.
- Booij, N. B., Holthuijsen, L. H. and Ris, R. C. (1996). The "SWAN" wave model for shallow water, Proc. 25th Int. Conf. Coastal Engng., Orlando, pp. 668-676.
- Bretherton, F. P., and Garrett, C. J. (1969). "Wave trains in inhomogeneous moving media.", Proc. Roy. Soc., London, Vol. A302, pp. 529-554.
- Bretschneider, C.L., (1968). Significant waves and wave spectrum, *Ocean Industry*, Feb. 1968, pp.40-46.
- Chawla, A., Ozkan-Haller, H.T. and Kirby, J.T., (1996). Experimental Study of Breaking Waves over a Shoal, Proc. 25th Int. Conf. Vol.123, No.5, pp. 280-286.
- Dean, R. G., and Dalrymple, R. A. (1984). *Water Wave Mechanics*

for Engineers and Scientists. Prentice-Hall. Inc., NJ, 353p.

- Donelan, M. A., Hamilton, J., and Hui, W. H. (1985). "Directional spectra of wind-generated waves." *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, Vol. A315, pp. 509-562.
- Goda, Y., Yoshimura, T. and Ito, M., (1971). Reflection and Diffraction of water waves by an Insular Breakwater, Rep. of the PHRI, Vol. 10, No. 2, pp. 3-52.
- Hasselmann, D. E., Dunckel, M., and Ewing, J. A. (1980). "Directional wave spectra observed during JONSWAP 1973." *J. Phys. Oceanogr.*, Vol. 10, pp. 1264-1280.
- Hasselmann, K. (1974). "On the spectral dissipation of ocean waves due to whitecapping." *Bound. Layer Meteor.*, Vol. 6, pp. 107-127.
- Hasselmann, K. (1967). "Nonlinear interactions treated by the methods of theoretical physics(with application to the generation of waves by wind).", *Proc. Roy. Soc., London*, Vol. A299, pp. 77-103.
- Hasselmann, K. (1966). "Feynman diagrams and interaction rules of wave-wave scattering process.", *Rev. Geophys.*, Vol. 4, pp. 1-32.
- Hasselmann, K. (1962). "On the non-linear energy transfer in a

- gravity- wave spectrum. Part 1. General theory." J. Fluid Mech., Vol. 12, pp. 481-500.
- Komen, G. J., Cavaleri, L., Donelan, M., Hasselmann, K., Hasselmann, S., and Janssen, P. A. E. M. (1994). Dynamics and Modelling of Ocean Waves. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 532p.
- Luke, J. C. (1967). "A variational principle for a fluid with a free surface." J. Fluid Mech., Vol. 27, pp. 395-397.
- Miles, J. W. (1977). "On Hamilton's principle for surface waves." J. Fluid Mech., Vol. 83, pp. 153-158.
- Mitsuyasu, H. (1970). On the growth of spectrum of wind-generated waves(2) spectral shape of wind waves at finite fetch-, *Proc. 17th Japanese Conf. Coastal Engg., 1970, pp.1-7(in Japanese)*.
- Phillips, O. M. (1957). "On the generation of waves by turbulent wind." J. Fluid Mech., Vol. 2, pp. 417-445.
- Vincent, C.L. and Briggs, M.J., 1989. Refraction-Diffraction of Irregular Waves over a Mound. J. of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng., Vol.115, No.2, pp. 269-284.
- Watanabe, A. and Maruyama, K., 1986. Numerical modeling of nearshore wave field under combined refraction, diffraction and breaking, Coastal Eng. in Japan, 29, pp. 19-39.

- Whitham, G. B. (1974). *Linear and Nonlinear Waves*. Wiley, New York, 636p.
- Willebrand, J. (1989). "Energy transport in a nonlinear and inhomogeneous random gravity field." *J. Fluid Mech.*, Vol. 70, pp. 113-126.
- Wylie, C. R. (1975). *Advanced Engineering Mathematics*. McGraw-Hill, Ltd., 937p.
- Yih, C. S. (1969). *Fluid Mechanics*. McGraw-Hill, Ltd., 622p.
- Zakharov, V. E. (1968). "Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid." *Adv. Appl. Mech. Techn. Phys.*, Vol. 9, pp. 190-194.
- 合田良實, (1970). 碎波指標の定理について, 土木學會論文報告集, 180, pp. 39-49.
- 間瀬 肇, 古田辛也, 岩垣雄一, (1987). 流れを考慮した屈折・回折方程式の誘導と数値計算例, 日本土木學會 第34回 海岸工学講演會 論文集, pp. 81-85.
- 磯部雅彦, (1985). 波向線座標における放物型方程式を用いた屈折・回折の計算法, 日本土木學會 第32回 海岸工学講演會 論文集, pp. 95-99.
- 磯部雅彦, (1986). 放物型方程式を用いた不規則波の屈折・回折・碎波變形の計算