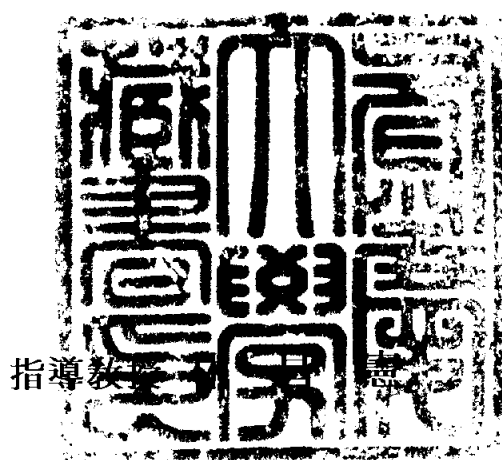


71-
504
98
24

工學碩士 學位論文

나카가미 페이딩 환경에서 적응변조를 사용한 선택적 송신 다이버시티의 성능



이 論文을 工學碩士 學位論文으로 提出함

2003年 2月

釜慶大學校 大學院

電子工學科

金 銀 淑

金銀淑의 工學碩士 學位論文을 認准함

2002년 12月26日

主 審 工學博士 李 遠 昌



委 員 工學博士 姜 根 澤



委 員 工學博士 林 昌 憲



목 차

Abstract	ii
I. 서론	1
II. 다이버시티 기술	3
2.1 선택적 송신 다이버시티	5
III. 적용 QAM 기술	6
IV. 제안한 방식의 시스템 구조	8
V. 성능분석	12
5.1 스펙트럼 효율	12
5.2 전송 중지 확률	15
VI. 수치 결과	16
VII. 결론	26
참고문헌	27
부록 A	29
부록 B	33

Performance of the Selection Transmit Diversity with Adaptive Modulation
in Nakagami Fading Channels

Eunsook Kim

*Department of Electronic Engineering, Graduate School
Pukyong National University*

Abstract

The previous study[1] presented the selection transmit diversity using adaptive modulation and analyzed its performance in Rayleigh fading channels. This paper extends the work to the case of the Nakagami multipath fading(NMF) channel and performs the performance evaluation in terms of the spectral efficiency and the outage probability. Numerical results show that the performance of the proposed scheme improves as the number of transmit antennas increases, especially significantly when the number of transmit antennas increases from one to two, without respect to the m parameter of the NMF. Also, it is found that the spectral efficiency gets higher as the m parameter increases, when the number of transmit antennas is one, but it degrades slightly as the m parameter increases, when the number of transmit antennas increases to three.

I. 서론

최근 무선 통신 서비스 산업이 성장하면서 통신 서비스에 대한 수요는 빠르게 증가하고 있다. 그러나 이를 지원하기 위한 주파수 자원은 한정되어 있기 때문에, 스펙트럼 효율이 높은 전송기술에 대한 필요성이 강조되고 있다.

무선 통신에 있어서 가장 큰 장애 요소는 페이딩(fading)이다. 페이딩으로 인한 영향을 줄이기 위한 효과적인 방안의 하나가 안테나 다이버시티(antenna diversity) 기술이다. 과거에는 수신기에 다수의 수신 안테나를 설치하고, 이를 이용하여 다이버시티 이득을 실현하는 수신 안테나 다이버시티(receiver antenna diversity)에 대한 연구가 활발하게 수행되었다. 그러나 이동 통신 시스템 환경에서 순방향 링크(downlink)의 전송 능력을 향상시키기 위한 방법의 하나로, 최근에는 송신기 측에 다수의 안테나를 설치하여 다이버시티 이득을 실현하는 송신 다이버시티 기술에 대한 연구가 활발하게 진행되고 있다. 송신 안테나 다이버시티 기술은 이동 단말기 시스템에 큰 부담을 주지 않으면서 순방향 링크의 데이터 전송 능력을 향상시킬 수 있기 때문에 많은 관심을 모으고 있다.

송신 다이버시티 기술의 하나인 선택적 송신 다이버시티(selection transmit diversity)[2]는 송신기에 설치된 송신 안테나 중에서 가장 큰 채널 이득(channel gain)을 갖는 송신 안테나를 선택하여 신호를 전송하는 방식이다. 기존의 연구 [1]에서는 선택적 송신 다이버시티 시스템의 성능을 개선하기 위한 방안의 하나로 선택적 송신 다이버시티와 적응 변조(adaptive modulation)[3]를 함께 사용하는 방안을 제시하고, 제안한 시스템의 성능을 레일레이 페이딩 채널 환경에서 분석한 바 있다. 적응 변조는 채널 상태에 따라 전송 방식 관련 방식 파라미터(신호 성운 크기, 송신 전력, 심볼 주기 등)를 조정하여 비트 오류 성능이나 평균 비트 전

송 속도를 개선하는 방식으로, 페이딩으로 인한 채널의 변화를 활용한다는 특징을 갖는다. [1]에서 제안한 시스템은 선택적 송신 다이버시티 기술을 사용함에도 불구하고 여전히 존재하는 수신 SNR의 변화를 적응 변조를 함께 사용함으로써 시스템의 비트 전송 속도 향상시키는데 활용하는 방식이다.

본 논문에서는 기존의 연구 결과 [1]을 좀 더 일반적인 페이딩 채널 환경에 대한 것으로 확장하기 위하여, [1]에서 제안한 시스템의 성능을 NMF 환경에서 분석하고자 한다. NMF는 m 파라미터 값에 따라 레일리 페이딩 뿐만 아니라 AWGN 환경까지 표현할 수 있으며, 육상 이동 통신 채널 환경과 실내 채널 환경을 표현하기에 적합한 채널 모델로 알려져 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. I 장 서론에 이어, II장에서는 다이버시티에 대해 알아보고, III장에서는 적응 QAM 기술, IV장은 제안된 시스템 구조, V장에서는 이에 대한 성능을 분석한다. 마지막으로 VI장에서는 수치분석 결과를 제시하고, VII장에서 결론을 맺는 것으로 한다.

II. 다이버시티 기술

다음 세대의 무선 시스템은 현재 셀룰러 모바일 라디오 표준안과 비교해서 높은 질의 음성 서비스가 필요로 되어지고, 데이터 서비스에서 높은 전송률(약 2Mbps)을 제공해야 한다. 게다가 다른 타입의 환경에서도 신뢰할 수 있게 동작해야 한다. 즉, 다음 세대는 더 좋은 질과 포함 영역을 가져야 한다. 그리고 다양한 환경에 부합되어야 한다.

다중 경로 페이딩 환경에서 링크 질을 향상시키거나 에러율을 줄이는 것은 어렵다. 전형적인 변조와 코딩 구조를 사용해서 AWGN(adaptive white Gaussian noise)내에서 BER을 10^{-2} 에서 10^{-3} 으로 감소시키는 데에는 단지 1, 2dB 더 높은 SNR만이 필요하다. 그러나 다중 경로 페이딩 환경 내에서는 그와 같이 되기 위해서는 SNR이 10dB까지 향상되어야 한다. SNR의 향상은 더 높은 전송 전력 또는 부가적인 대역폭으로 이룰 수 있다. 이는 다음세대의 요구조건과 부합되지 않는다. 그러므로 모바일과 기지국 둘 다 부가적인 전력이나 대역폭의 희생 없이 페이딩 효과를 줄이거나 제거하는 것이 중요하다. 이론적으로, 무선 채널 내에 다중 경로 페이딩을 완화하기 위한 가장 효율적인 기법은 송신 전력 제어이다. 송신기는 수신기에서의 채널 영향을 극복하기 위해 미리 신호를 찌그러드린다. 그러나 여기서 두 가지 문제가 존재한다. 주요한 문제는 필요로 되어지는 송신기의 동적 범위이다. 송신기가 어떤 페이딩 레벨을 극복하기 위해서는, 그것은 그 같은 레벨에 따라 전력을 증가시켜야만 한다. 그러나 이것은 대부분의 경우 증폭기의 가격과, 사이즈, 방사 전력 제한 때문에 현실적이지 못하다. 두 번째 문제는 송신기가 업링크(uplink)와 다운링크(downlink) 송신이 같은 주파수에서 이루어지는 시스템을 제외하고는 수신기의 채널에 관해 어떤 지식도 갖지 않는다는데 있다. 그러므로, 채널정보는 수신기에서 송신기로 교환되어야 하고 이것은 송신기와 수신

기 양쪽 모두에게 처리율 감소와 고려할만한 부가적인 복잡성을 가져온다.

다른 효율적인 기법은 시간과 주파수 다이버시티이다. 여러 수정 코딩을 가지는 시간 인터리빙은 다이버시티 향상을 제공할 수 있다. 스프레드 스펙트럼에도 마찬가지이다. 그러나, 시간 인터리빙은 채널이 천천히 변할 때 큰 지연을 갖는다. 대등하게, 스프레드 스펙트럼 기법들은 채널의 코히런트 대역폭이 스프레딩 대역폭보다 크거나, 또는 스프레드 상에 상대적으로 작은 지연 스프레드가 있다면 비효율적이다.

대부분 분산된 환경에서 안테나 다이버시티가 현실적이고 효율적이다. 그러므로 다중 경로 페이딩의 효과를 줄이기 위해 널리 사용된다.

다이버시티 기법은 상대적으로 낮은 가격에 무선 링크 향상을 제공한다는 점에서 강력한 통신 수신 기법이다. 다이버시티는 통신상에서 독립적인 신호 경로들을 찾음으로써 라디오 전파의 랜덤한 성격을 이용한다. 가상적으로 모든 응용에서, 다이버시티 결정은 수신기에 의해서 만들어지고 송신기에는 알려지지 않는다.

다이버시티 기법은 간단하게 설명될 수 있다. 만약 한 라디오 경로가 깊은 페이딩을 겪는다면, 또 다른 독립적인 경로는 강한 신호를 가질 수 있을지도 모른다. 즉 선택할 수 있는 경로를 하나 이상 가짐으로써, 수신기에서는 20dB~30dB 까지의 향상된 순시 SNR과 평균 SNR을 가질 수 있다.

공간 다이버시티는 페이딩 채널 내에서 신뢰할 수 있는 송신을 이루기 위한 매우 매력적인 구조로 생각되어지고 있다. 최근에는 이동국에서 사이즈와 가격을 낮추기 위한 노력으로, 송신 다이버시티가 이슈화되고 있다. 이것은 다중 수신 안테나 대신에 다중 송신 안테나를 사용했을 때도 같은 성능[12]을 가짐으로써 좋은 대안이 되고 있다. 송신 다이버시티의 구조로는 STTD(space-time transmit diversity), OTD(Orthogonal

transmit diversity), STD(Selection transmit diversity), TxAA(Transmit adaptive arrays)가 3G 시스템들에 채택되어지고 연구되어지고 있다.

2.1 선택적 송신 다이버시티

송신 안테나 다이버시티 기술이란 다수의 안테나를 송신측에서 사용하여 다이버시티 이득(diversity gain)을 실현하고자 하는 기술이다. 송신 안테나 다이버시티 기술 중에서 선택적 송신 다이버시티 방식은 일정 크기의 데이터를 전송할 때마다 최상의 채널을 제공하는 송신 안테나를 선택하여 전송 방식을 가리킨다. 따라서 이 방식은 수신 신호 대 잡음비(signal-to-noise ratio)가 급격하게 악화되는 경우를 회피하기에 적합하며, 무선 통신에 있어서의 통신의 신뢰도를 위협하는 가장 큰 요소인 페이딩 현상을 줄일 수 있다. 선택적 전송 다이버시티 방식에서는 기지국에서 다수개의 송신 안테나가 존재하는데, 무선채널 환경의 변화에 따라 페이딩을 가장 적게 겪는 경로를 갖는 하나의 안테나를 선택하여 전송한다.

III. 적응 QAM 기술

일반적인 통신 시스템은 변조 방식 또는 전송 관련 파라미터가 시간에 따라 변하지 않는 형태를 갖는다. 만약 이러한 시스템을 페이딩 채널과 같이 시간에 따라 채널 환경에서 사용한다고 하고 BER 성능이 항상 어떤 수준이상이 되어야 한다고 하면 채널의 특성이 가장 악화되었을 때를 기준으로 전송방식을 결정해야 한다. 따라서 채널의 특성이 좋아졌을 때는 송신 전력이나 주파수 대역 등의 주파수 자원을 낭비하는 결과를 초래하게 된다. 이러한 것을 개선하기 위한 방안의 하나로 연구가 되고 있는 것이 적응 변조 기술이라는 것이다.

1960년대 후반[15]에 처음 제안된 이 기술은 수신기에서 정확한 채널 추정이 필요하고, 수신기와 송신기 사이에는 신뢰할 수 있는 궤환 경로가 필요하다.

AQAM(Adaptive QAM)은 MS(mobile station)과 BS(base station)간에 이중통신(duplex)에 적합하다. 이 기술은 수신기가 인식한 채널 상태를 기반으로, 주어진 목표 BER에서 전송 처리율을 최대화하는 목적으로 순시 채널 상태에 따라 송신 신호의 송신 관련 파라미터들, 예를 들면 성운 크기(constellation size), 전송 전력(transmit power), 심볼 비율(symbol rate) 등을 적응적으로 제어하는 것이다. 이 때 채널 상태에 따른 변화에 효율적으로 반응하기 위해서는 몇 가지가 전제되어야 한다. 먼저 채널 추정이 이루어져야 하는데, 이것은 다음 전송에 사용될 적당한 전송 파라미터들을 선택하기 위해서는 다음 활성 전송 타임 슬롯 동안에 채널 전달 함수의 신뢰할 수 있는 추정이 필요하기 때문이다. 두 번째로 다음 전송을 위한 적당한 파라미터들의 선택이다. 다음 타임 슬롯 동안 채널 상태의 예측에 기반을 두고, 송신기는 서브캐리어들에 대해 적당한 변조와 채널 코딩을 선택해야만 한다. 끝으로 신호나 다른 사용된 파라미터들의 탐색이 힘들다는 것이다. 수신기는 수신된 패킷(packet)에 사용

하는 복조 파라미터들에 관해서 알고 있어야만 한다. 이러한 정보는 효율적인 데이터 처리율을 손해보고 OFDM 심벌 그 자체를 전달하거나, 파라미터들의 추정을 시도할 수 있는 수신기가 알아보기 힘든 검출 메커니즘에 의하여 원거리 송신에 이용되어지거나 둘 중 하나이다.

IV. 제안한 방식의 시스템 구조

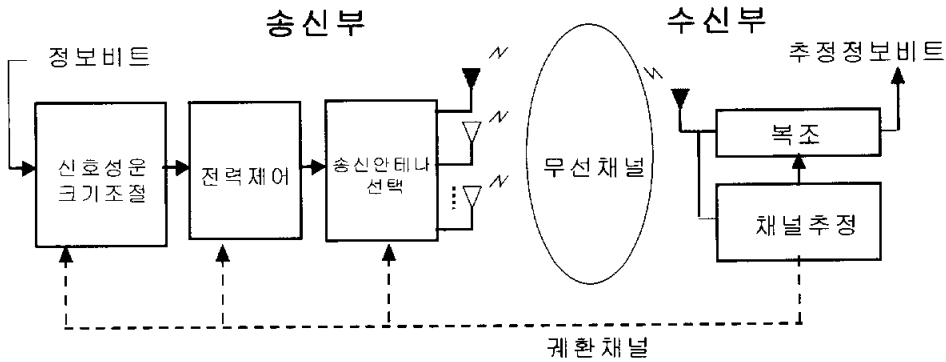


그림. 1 시스템 구조

그림 1은 제안된 시스템의 구조를 나타낸다. 송신 데이터는 QAM 변조기를 거쳐 QAM 심볼들로 변환된다. 각 심볼은 심볼이 전송될 순간에 가장 큰 채널 이득을 보이는 송신 안테나를 통해 전송된다고 가정하며, 이때 각 QAM 심볼의 신호 성운 크기 M 과 송신 전력은 해당 송신 안테나의 순시 채널 이득(instantaneous channel gain)에 따라 결정되는 것으로 가정한다. 한편 무선 채널을 통해 수신 안테나에 도달한 신호는 이상적인 위상 동기식(coherent) QAM 복조기를 거쳐 송신된 정보 비트에 대한 추정값으로 변환되며, 동시에 채널의 상태를 추정하는 데에도 이용된다. 수신기는 모든 송신 안테나와 관련해 채널 전력 이득들(channel power gains)을 완벽하게 추정할 수 있다고 가정한다. 수신기가 수신된 QAM 심볼을 복조하기 위해서는 해당 QAM 심볼의 성운 크기 M 을 알아야 하는데, 이 정보는 데이터와 함께 수신기에 전달될 수 있기 때문에, 본 논문에서는 수신기가 이에 대한 정보를 알고 있다고 가정한다. 그리고 채널 상태와 관련되어 송신기가 필요한 정보, 예를 들면 신호 성운 크기, 송신

전력, 송신 안테나에 관한 정보들은 시간 지연이나 오류없이 궤환 채널(feedback channel)을 통해서 송신기에 전달되는 것으로 가정한다. 이러한 가정은 채널 페이딩이 심볼 간격(symbol interval)과 채널 전송으로 인한 시간 지연(round trip delay)과 비교해 시간에 따라 천천히 변한다면 가능한 설정이다. 송신 안테나와 수신안테나 사이에 채널은 수신된 신호 크기가 NMF 분포를 따른다고 가정하며, 서로 다른 채널은 독립적인 페이딩 특성을 갖는 것으로 가정한다.

그림 1의 시스템에서는 순시 채널 상태에 따라 신호 전력과 신호 성운 크기를 결정한다. 순시 채널 상태는 매 순간 채널이 이득을 반영하는 것으로, 본 논문에서는 이를 γ_i 로 표시하고 [3]에서와 마찬가지로 $\gamma_i = \bar{S}g/N_oB$ 로 정의한다. 이 정의에서 $\bar{S}$ 는 평균 송신 전력, g 는 채널 전력 이득, B 는 전송에 사용되는 주파수 대역폭을 나타낸다. 앞에서 언급한 바와 같이 송신 안테나와 수신 안테나 간의 채널 특성을 NMF로 가정했기 때문에, 이때 수신 신호의 순시 SNR γ_i 의 확률 분포는 다음과 같은 확률 밀도 함수 $p(\gamma_i)$ 로 나타낼 수 있다[4].

나카가미 페이딩 채널에서 각각의 가지의 순시 SNR을 γ_i 라 하면, γ_i 의 PDF는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$p(\gamma_i) = \left(\frac{m}{\gamma}\right)^m \frac{\gamma_i^{m-1}}{\Gamma(m)} \exp\left(-\frac{m\gamma_i}{\gamma}\right) \quad (1)$$

여기에서 $\bar{\gamma}$ 는 평균 SNR을 나타내고, $\Gamma(\cdot)$ 는 감마 함수(gamma function)을 나타내며, m 은 NMF의 페이딩 특성을 조정하는 파라미터이다. NMF 채널에서 하나의 가지가 특정한 SNR 임계값 γ 보다 낮은 확률은 식(2)과 같다. (부록 A 수식 1 참고)

$$\begin{aligned}
P_{\gamma}[\gamma_i \leq \gamma] &= \int_0^{\gamma} p(\gamma_i) d\gamma_i \\
&= \frac{1}{\Gamma(m)} \left[(m-1)! - \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right)^k \right]^{(2)}
\end{aligned}$$

여기서 $\bar{\gamma}$ 는 각 가지의 평균 SNR이다. 그리고, 모든 L개의 안테나를 사용할 때 독립적인 다이버시티 가지에서 각각의 안테나 전송 신호가 동시에 SNR 임계값 γ 보다 낮을 확률은 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{\gamma}[\gamma_1, \dots, \gamma_L \leq \gamma] = P_L(\gamma) \quad (3)$$

즉 $P_L(\gamma) = [P_{\gamma}(\gamma_i < \gamma)]^L$ 이므로 $P_L(\gamma)$ 는 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
P_L(\gamma) &= \frac{1}{(\Gamma(m))^L} \\
&\cdot \left[\left\{ (m-1)! - \exp\left(-\frac{mT_{i+1}}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{mT_{i+1}}{\gamma}\right)^k \right\}^L \right. \\
&\quad \left. - \left\{ (m-1)! - \exp\left(-\frac{mT_i}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{mT_i}{\gamma}\right)^k \right\}^L \right] \quad (4)
\end{aligned}$$

따라서, $P_L(\gamma)$ 는 모든 가지에서 $SNR = \gamma$ 을 전송하지 못할 확률이며, 만약 하나의 안테나라도 $SNR > \gamma$ 를 얻을 수 있다면 그에 대한 확률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{\gamma}[\gamma_i > \gamma] = 1 - P_L(\gamma) \quad (5)$$

식(5)는 선택적 다이버시티를 사용하였을 때 임계값보다 높을 확률이다.
 그리고, 다이버시티를 사용할 때 평균 SNR 의 PDF는 $P_L(\gamma)$ 를 미분함으
 로써 얻을 수 있다.(부록 A 수식 2 참고)

$$\begin{aligned}
 p_L(\gamma) &= \frac{d}{d\gamma} P_L(\gamma) \\
 &= \left(\frac{m}{\gamma}\right)^m \frac{L\gamma^{m-1}}{(\Gamma(m))^L} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) \\
 &\quad \cdot \left[(m-1)! - \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right)^k \right]^{L-1} \quad (6)
 \end{aligned}$$

V. 성능분석

5.1 스펙트럼 효율 (Spectral Efficiency)

신호성운(constellation)의 크기는 $\{M_0=0, M_1, M_2, \dots, M_N\}$ 라는 $N+1$ 개의 값들 중의 하나로 제한한다고 가정한다. 그러면 신호 성운 선택 규칙 $M(\gamma)$ 는 채널 상태와 그에 대응되는 신호 성운 크기간의 대응 관계를 나타내는 것이기 때문에 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$M(\gamma) = \begin{cases} 0 & 0 \leq \gamma < T_1 \\ M_1 & T_1 \leq \gamma < T_2 \\ \vdots & \vdots \\ M_N & T_N \leq \gamma < \infty \end{cases} \quad (7)$$

여기서, T_i 는 신호성운의 크기 M_i 에 대응되는 채널 상태 γ 중에서 가장 작은 값을 가리킨다. 그림 1의 시스템이 어떠한 채널 상태 γ 에 대해서도 원하는 BER 성능을 만족하는 것으로 설정한다면, [3]에서 사용한 부등 관계에 의해 순시 BER 은 순시 채널 상태 γ 그리고 이때 송신 전력 수준을 나타내는 $S(\gamma)$ 와 다음과 같은 부등 관계를 만족하는 설정할 수 있기 때문에

$$BER \leq 0.2 \exp \left[-\frac{1.5\gamma}{M(\gamma)-1} \frac{S(\gamma)}{\bar{S}} \right] \quad (8)$$

송신 전력 제어 규칙 $S(\gamma)$ 는

$$\frac{S(\gamma)}{S} = \begin{cases} 0 & 0 \leq \gamma < T_1 \\ \frac{(M_1-1)}{\gamma K} & T_1 \leq \gamma < T_2 \\ \vdots & \vdots \\ \frac{(M_N-1)}{\gamma K} & T_N \leq \gamma < \infty \end{cases} \quad (9)$$

가 된다. 여기서 $K = -1.5 / \ln(5BER)$ 이다.

신호 성운의 크기가 식 (9)과 같이 이산적일 때, 그림 1의 시스템이 달성할 수 있는 스펙트럼 효율 η 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \eta &= \sum_{i=1}^N \log_2 M_i \int_{T_i}^{T_{i+1}} p_L(\gamma) d\gamma \\ &= \sum_{i=1}^N \log_2 M_i \frac{1}{(\Gamma(m))^L} \\ &\quad \cdot \left[\left\{ (m-1)! - \exp\left(-\frac{mT_{i+1}}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{mT_{i+1}}{\gamma}\right)^k \right\}^L \right. \\ &\quad \left. - \left\{ (m-1)! - \exp\left(-\frac{mT_i}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{mT_i}{\gamma}\right)^k \right\}^L \right] \end{aligned} \quad (10)$$

여기에서 $T_{N+1} = \infty$ 로 정의한다. 식(10)을 살펴보면, 스펙트럼 효율 η 가 N 개의 매개 변수 $\{T_i, i=1, \dots, N\}$ 들의 함수가 된다는 것을 알 수 있다. 그러므로 최대의 스펙트럼 효율은 식(10)을 $\{T_i\}$ 에 대해서 최대화함으로써 얻을 수 있다. 이 때 $\{T_i\}$ 는 송신 전력 조절 규칙인 $S(\gamma)$ 와 관련이 있기 때문에, 궁극적으로 평균 전송 전력 제한 조건을 만족시켜야 한다. 따라서 다음의 등식을 만족해야 한다.

$$\sum_{i=1}^N \int_{T_i}^{T_{i+1}} \frac{M_i-1}{\gamma K} p_L(\gamma) d\gamma = 1 \quad (11)$$

결과적으로, 신호 성운의 크기가 이산적인 값을 가질 때, 그림 1의 시스템이 갖는 최대의 스펙트럼 효율을 찾는 문제는 제한된 다차원 최적화 문제(constrained multi-dimensional optimization problem)가 되며, Lagrange multiplier 방법을 이용하여 해결할 수 있다. 방법을 사용하면, Lagrangian F 는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$F = \sum_{i=1}^N \log_2(M_i) \int_{T_i}^{T_{i+1}} p_L(\gamma) d\gamma - \lambda \left(\sum_{i=1}^N \int_{T_i}^{T_{i+1}} \frac{M_i - 1}{\gamma K} p_L(\gamma) d\gamma - 1 \right) \quad (12)$$

그러면 $\{T_i\}$ 의 최적값은 식 (12)를 $\{T_i\}$ 에 대해서 미분한 결과가 0이 되는 조건으로부터 구할 수 있으며, 그 결과는 다음과 같다.

$$T_i = \frac{\lambda(M_i - 1)}{K \log_2 M_i} \quad i=1 \quad (13)$$

$$T_i = \frac{\lambda(M_i - M_{i-1})}{K(\log_2 M_i - \log_2 M_{i-1})} \quad i=2, \dots, N \quad (14)$$

여기에서 λ 는 평균 전력 제한 조건에 관한 식 (11)로부터 결정할 수 있다.

5.2 전송 중지 확률 (Outage Probability)

송신 전력 제어 기능을 보유한 적응 변조 시스템은 채널 상태가 어떤 수준 이하로 떨어질 때 데이터 전송을 중지한다. 마찬가지로 본 논문에서 제안한 시스템에서는 $\gamma < T_1$ 일 때 신호의 전송을 중지한다. 전송 중지 확률을 P_{out} 라고 할 때, 제안한 시스템의 P_{out} 는 다음과 같다. (부록 A 수식 3 참고)

$$P_{out} = P[\gamma < T_1] \\ = \frac{1}{(\Gamma(m))^L} \left[\left\{ (m-1)! - \exp\left(-\frac{mT_1}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{mT_1}{\gamma}\right)^k \right\}^L \right] \quad (15)$$

VI. 수치결과

본 절에서는 2절에 기술한 통신 방식의 성능을 스펙트럼 효율과 전송 중지 확률이라는 2가지 측면으로 분석하고자 한다. 성능 결과를 도출하기에 앞서 제안한 시스템은 어떠한 채널 상태에서도 순시 BER 이 10^{-3} 이하가 되어야 하는 것으로 가정하였고, 사용 가능한 사용 가능한 QAM 신호 성운 크기는 $\{0, 4, 16, 64\}$ 중의 하나로 제한한다고 설정하였다.

그림 2와 3은 NMF의 페이딩 변수 $m=2$ 일 때와 $m=4$ 일 때 송신 안테나 개수에 따라 스펙트럼 효율이 어떻게 변하는 지를 나타낸다. 두 그림 모두 m 값에 관계없이 송신 안테나의 수가 증가함에 따라, 스펙트럼 효율이 향상됨을 보여준다. 특히 안테나 개수가 한 개에서 두 개로 증가할 때, 스펙트럼 효율이 현저하게 향상됨을 볼 수 있다.

그림 4와 5는 안테나 개수 L 을 1과 3으로 고정시키고, NMF의 파라미터 m 값에 따라 스펙트럼 효율이 어떻게 변하는 지를 보여주는 결과이다. $L=1$ 인 그림 4의 경우에는 m 값이 커짐에 따라 성능이 조금씩 증가했다. 그러나 $L=3$ 인 그림 5를 살펴보면, m 값이 증가함에 따라 오히려 스펙트럼 효율이 약간씩 감소하는 것을 볼 수 있다. 이런 결과가 나온 이유를 알아보기 위하여 $L=1$ 일때와 $L=3$ 일때 m 값에 따라 $p_L(\gamma)$ 가 어떻게 변하는 가를 그림 6에 나타내었다. 편의상 그림에서 $\bar{\gamma}=1$ 로 설정하였다. 그림에서 보는 바와 같이 $L=1$ 일 때 m 값이 증가함에 $p_L(\gamma)$ 가 γ 가 높은 방향으로 이동하기 때문에 전체적으로 채널 상태가 개선됨을 알 수 있다. 따라서 m 값이 증가하면 스펙트럼 효율이 향상된다는 것을 기대할 수 있다. 그러나 $L=3$ 인 경우에는 m 값이 증가함에 각 송신 안테나에 대한 채널 상태가 개선되지만 그 중에서 가장 좋은 상태의 안테나

를 결정하는 과정이 동반되기 때문에 그림 6에서 보는 바와 같이 m 값이 증가할 때 $L=1$ 일 때 발생했던 것과 같은 채널 상태의 개선 효과가 발생하지 않는다. 이는 참고문헌 [4]에서 안테나 2개를 사용하는 선택 다이버시티 수신기의 평균 SNR이 m 값이 증가함에 따라 감소하는 현상과 부합하는 결과이다. 따라서 $L=3$ 인 경우에는 m 값이 증가함에 따라 오히려 스펙트럼 효율이 약간 감소한다.

그림 7은 전송 중지 확률이 안테나 개수 L 과 NMF 파라미터 m , 그리고 평균 SNR에 따라 어떻게 변하는 지를 보여주고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 전송 중지 확률은 안테나 개수가 증가함에 따라 감소한다. 그러나 NMF 파라미터 m 값에 대해서는, 어느 SNR 지점에서 교차지점이 발생함을 볼 수 있다. L 값에 따라서는 대략 5.8dB, 7.5dB, 8dB으로 낮은 SNR에서 교차지점이 생기는데, 이 지점 이전에는 $m=2$ 일때가, 이후에는 $m=4$ 일 때가 전송 중지 확률이 더 낮음을 볼 수 있다. 이는 그림 8과 9로 설명되어질 수 있는데, 그림 8은 $L=1$ 일 때 결과이고 그림 9는 $L=3$ 일 때 결과이다. 그림 8과 9 모두 낮은 SNR에서는 $m=2$ 일 때 보다 $m=4$ 일 경우가 더 선택할 확률이 낮음을 볼 수 있기 때문이다.

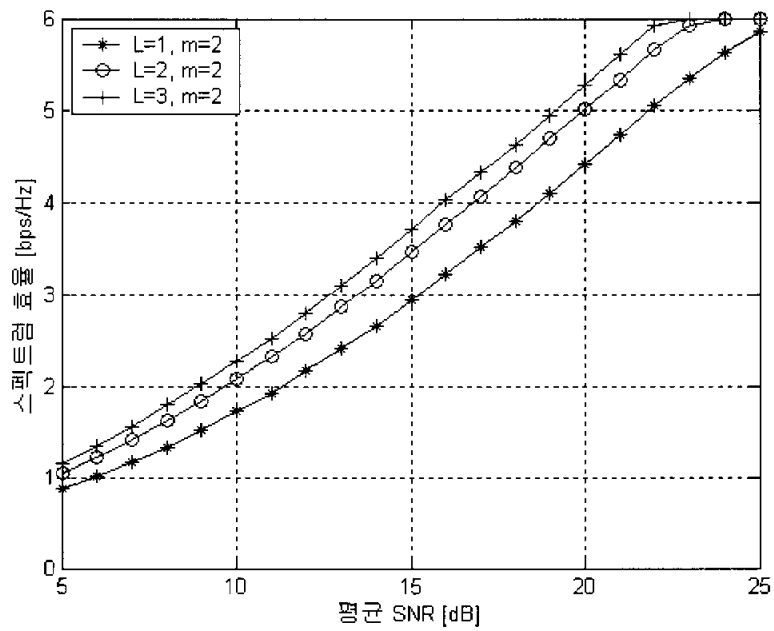


그림. 2 $m=2$ 일 때, 안테나 개수 L 에 따른
스펙트럼 효율의 변화

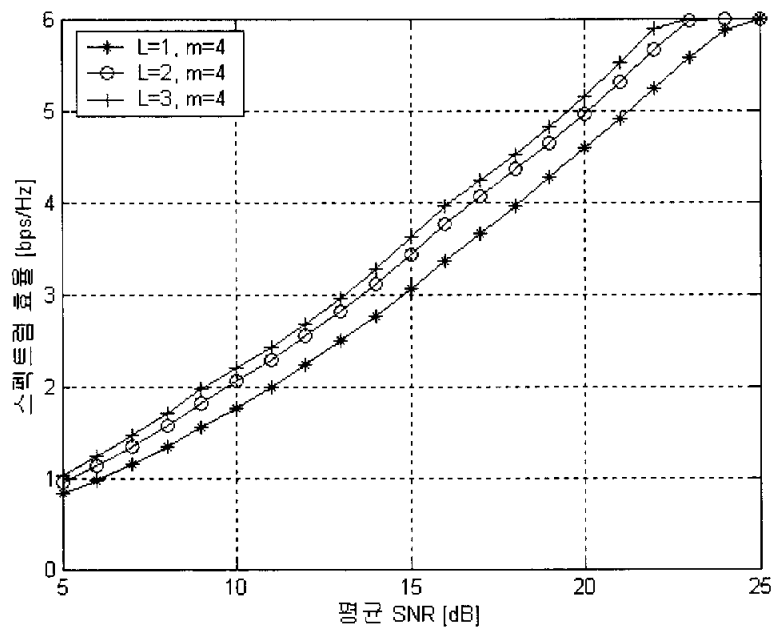


그림. 3 $m=4$ 일 때, 안테나 개수 L 에 따른
스펙트럼 효율의 변화

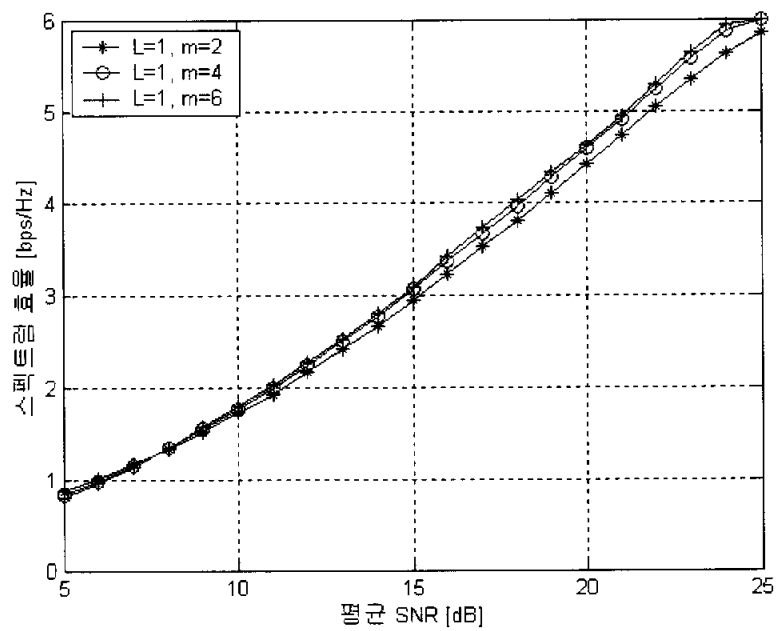


그림. 4 안테나 개수 $L=1$ 일 때, m 값에 따른
스펙트럼 효율의 변화

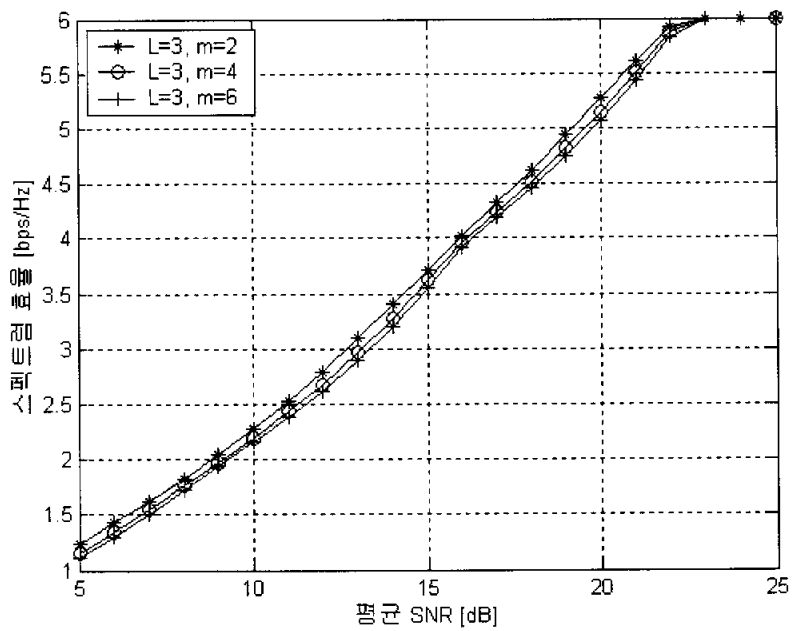


그림. 5 안테나 개수 $L=3$ 일 때, m 값에 따른
스펙트럼 효율의 변화

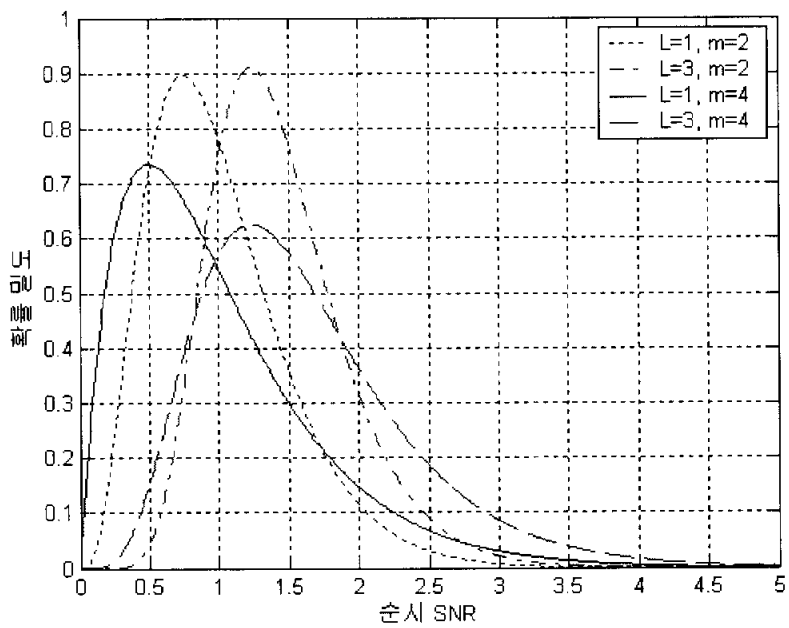


그림. 6 안테나 개수 L 과 m 값에 따른
확률 밀도 함수 $P_L(\gamma)$ 의 변화

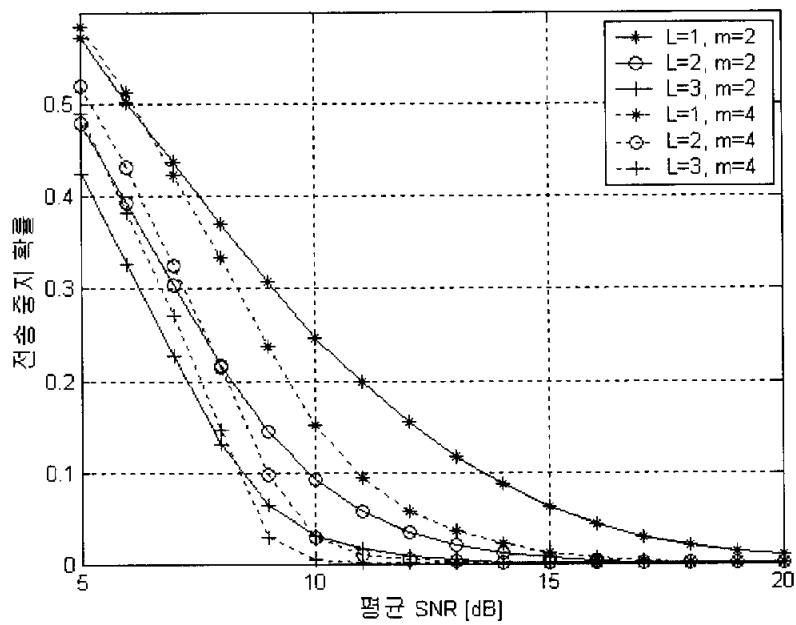


그림. 7 안테나 개수 L 과 m 값에 따른
전송중지 확률 P_{out} 의 변화

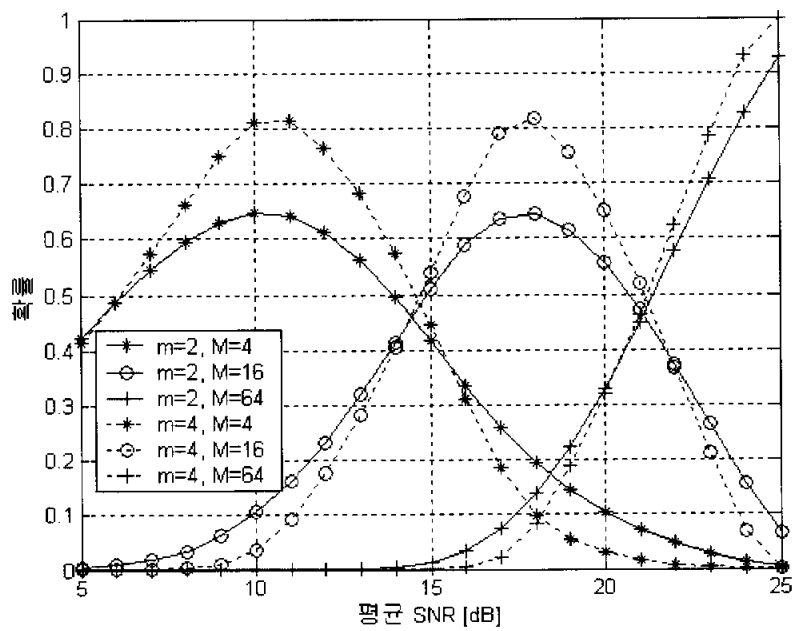


그림. 8 $L=1$ 일 때 각 신호 성운 발생 확률

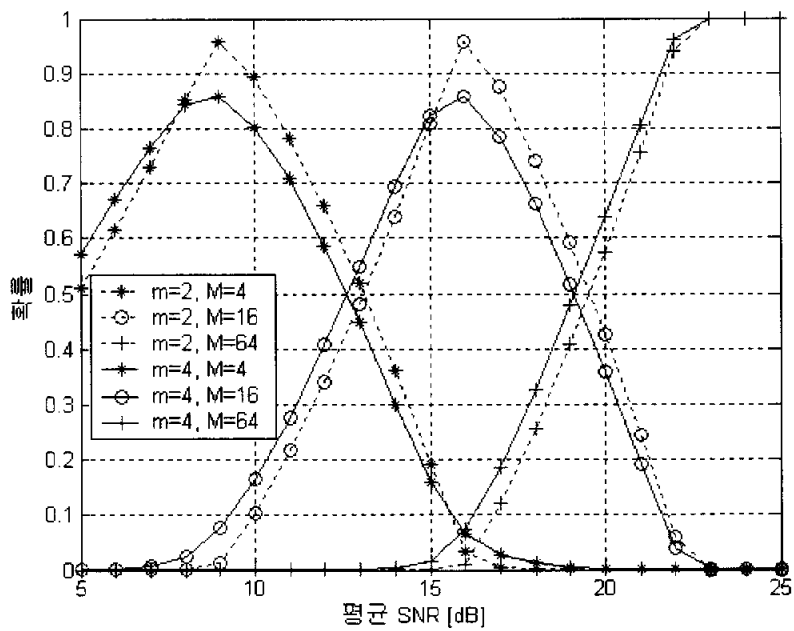


그림. 9 $L=3$ 일 때 각 신호 성운 발생 확률

VII. 결론

본 논문에서는 기존의 연구 결과 [1]을 좀 더 일반적인 페이딩 채널 환경에 대한 것으로 확장하기 위하여, [1]에서 제안한 시스템의 성능을 NMF 환경에서 분석하였다. 분석 결과에 의하면, NMF의 파라미터 m 값과는 관계없이, 송신 안테나의 수가 증가하면 해당 시스템의 성능이 향상됨을 알 수 있었다. 그리고 주어진 안테나 개수에 대하여 m 값의 변화에 따른 스펙트럼 효율의 변동을 분석한 결과, 안테나의 개수가 1인 경우에는 m 값이 증가하면 스펙트럼 효율이 증가하지만, 안테나 개수가 3 개로 증가하면, m 값이 증가할 때 스펙트럼 효율이 오히려 감소함을 확인할 수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] 임창현, 권종만 "적응 MQAM을 이용한 선택적 송신 다이버시티 기술," *한국통신학회논문지*, vol. 27, no. 5A, pp.146-152, 2002년 5월.
- [2] A. Hotinnen and R. Wichman, "Transmit diversity by antenna selection in CDMA downlink," *Proc. IEEE ISSSTA'98*, PP. 767-7770, 1998.
- [3] A. J. Goldsmith and S. G. Chua, "Variable-rate variable-power MQAM for fading channel," *IEEE trans. on Commun*, vol. 45, no. 10, pp.1218-1230, Oct. 1997.
- [4] Marvin K. Simon and Mohamed Slim Alouini, *Digital Communication over Fading*, John Wiley & Sons, Inc.
- [5] T. S. Rappaport, *Wireless Communications : Principles and Practice*, Prentice Hall, Inc., 1996.
- [6] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products : Academic Press Hall, Inc.*, 1965.
- [7] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products : Academic Press Hall, Inc.*, 1965.
- [8] L. Hanzo, C. H. Wong, M. S. Yee, "Adaptive Wireless Transceivers," Wiley, Inc, 2002.
- [9] 임창현, 김은숙, "적응 MQAM을 이용한 선택적 송신 다이버시티의 성능," *한국통신학회 하계 학술대회* 2002, 1권 7월.
- [10] 임창현, 김은숙, "나카가미 페이딩 환경에서 적응변조를 사용한 선택적 송신 다이버시티의 성능," *한국 통신학회 추계 학술대회* 2002, 1권 11월 .
- [11] C. H. Lim and J. M. Cioffi, "Performance of the adaptive rate MQAM with on/off power control," *IEEE Communication Letters*, vol. 5, no. 1, pp. 16-18, Jan. 200

- [12] S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communication" *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol.16, no. 8, pp. 1451-1458, Oct. 1998.
- [13] Marvin K. Simon, Fellow, "A Unified Performance Analysis of Digital Communication with Dual Selective Combining Diversity over Correlated Rayleigh and Nakagami-m Fading Channels" *IEEE trans. on Commun*, vol. 47, no. 1, January. 1999.
- [14] M. S. Aloumi and A. Goldsmith, "Capacity of Rayleigh fading channels under different adaptive transmission and diversity-combining techniques." Submitted to the *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol.16, no. 8, pp. 1451-1458, Oct. 1998.
- [15] A. J. Goldsmith and P. Varaiya, "Capacity of fading channels with channel side information", *IEEE trans. Inform. Theory*, Nov. 1997.

부록 A

I. 수식 1(두가지로 표현 가능)

1. 방법1

$$\begin{aligned}
 P_\gamma[\gamma_i \leq \gamma] &= \int_0^\gamma p(\gamma_i) d\gamma_i \\
 &= \int_0^\gamma \left(\frac{m}{\gamma}\right)^m \frac{\gamma_i^{m-1}}{\Gamma(m)} \exp\left(-\frac{m\gamma_i}{\gamma}\right) \\
 &= \left(\frac{m}{\gamma}\right)^m \frac{1}{\Gamma(m)} \int_0^\gamma \gamma_i^{m-1} \exp\left(-\frac{m\gamma_i}{\gamma}\right) \\
 &= \frac{1}{\Gamma(m)} \left[(m-1)! - \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right)^k \right] \\
 \left(* \int_0^u x^n e^{-\mu x} dx = \frac{n!}{\mu^{n+1}} - e^{-u\mu} \sum_{k=0}^n \frac{n!}{k!} \frac{u^k}{\mu^{n-k+1}}, \quad u > 0, \operatorname{Re}[\mu] > 0 \right)
 \end{aligned}$$

방법 2

$$\begin{aligned}
 P_\gamma[\gamma_i \leq \gamma] &= \int_0^\gamma p(\gamma_i) d\gamma_i \\
 &= \int_0^\gamma \left(\frac{m}{\gamma}\right)^m \frac{\gamma_i^{m-1}}{\Gamma(m)} \exp\left(-\frac{m\gamma_i}{\gamma}\right) \\
 &= \left(\frac{m}{\gamma}\right)^m \frac{1}{\Gamma(m)} \int_0^\gamma \gamma_i^{m-1} \exp\left(-\frac{m\gamma_i}{\gamma}\right) \\
 &= \frac{1}{\Gamma(m)} \gamma\left(m, \frac{m\gamma}{\gamma}\right) \\
 \left(* \int_0^u x^{v-1} e^{-\mu x} dx = \mu^{-v} \gamma(v, \mu u) \quad u > 0, \operatorname{Re}[\mu] > 0 \right)
 \end{aligned}$$

이 때 $\gamma(v, \mu u)$ 는 **incomplete gamma function**으로 아래와 같이 정의

$$\gamma(v, \mu u) = \int_0^x e^{-t} t^{a-1} dt \quad [\operatorname{Re} a > 0]$$

⇒ 본 논문에서는 방법 1을 사용

II. 수식 2

$$\begin{aligned}
p_L(\gamma) &= \frac{d}{d\gamma} \left\{ \frac{1}{\Gamma(m)} \left[(m-1)! - \exp\left(-\frac{m\gamma}{\Gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{m\gamma}{\Gamma}\right)^k \right] \right\}^L \\
&= L \left\{ \frac{1}{\Gamma(m)} \left[(m-1)! - \exp\left(-\frac{m\gamma}{\Gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{m\gamma}{\Gamma}\right)^k \right] \right\}^{L-1} \\
&\quad \cdot \left\{ \frac{d}{d\gamma} \left(\frac{(m-1)!}{\Gamma(m)} \right) \right. \\
&\quad \left. - \frac{d}{d\gamma} \left(\frac{1}{\Gamma(m)} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right)^k \right) \right\} \\
&= L \left\{ \frac{1}{\Gamma(m)} \left[(m-1)! - \exp\left(-\frac{m\gamma}{\Gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{m\gamma}{\Gamma}\right)^k \right] \right\}^{L-1} \\
&\quad \cdot \left\{ 0 - \left(-\frac{m}{\gamma}\right) \frac{1}{\Gamma(m)} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right)^k \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{\Gamma(m)} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) \frac{d}{d\gamma} \left(\sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right)^k \right) \right\} \\
&= L \left\{ \frac{1}{\Gamma(m)} \left[(m-1)! - \exp\left(-\frac{m\gamma}{\Gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{m\gamma}{\Gamma}\right)^k \right] \right\}^{L-1} \\
&\quad \cdot \frac{1}{\Gamma(m)} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) \\
&\quad \cdot \left\{ \frac{m}{\gamma} \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right)^k - \frac{d}{d\gamma} \left(\sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right)^k \right) \right\} \\
&= \frac{L}{(\Gamma(m))^L} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) \\
&\quad \cdot \left[(m-1)! - \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right)^k \right]^{L-1} \\
&\quad \cdot \left\{ \frac{m}{\gamma} \left[\frac{(m-1)!}{0!} + \frac{(m-1)!}{1!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right) + \frac{(m-1)!}{2!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right)^2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \dots + \frac{(m-1)!}{(m-2)!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right)^{m-2} + \frac{(m-1)!}{(m-1)!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right)^{m-1} \right] \right. \\
&\quad \left. - \frac{d}{d\gamma} \left(\frac{(m-1)!}{0!} + \frac{(m-1)!}{1!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right) + \frac{(m-1)!}{2!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right)^2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \dots + \frac{(m-1)!}{(m-2)!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right)^{m-2} + \frac{(m-1)!}{(m-1)!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right)^{m-1} \right) \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{L}{(\Gamma(m))^L} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) \\
&\quad \cdot \left[(m-1)! - \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right)^k \right]^{L-1} \\
&\quad \cdot \left\{ \frac{m}{\gamma} \left[\frac{(m-1)!}{0!} + \frac{(m-1)!}{1!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right) + \frac{(m-1)!}{2!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right)^2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \dots + \frac{(m-1)!}{(m-2)!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right)^{m-2} + \frac{(m-1)!}{(m-1)!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right)^{m-1} \right] \right. \\
&\quad \left. - \left(0 + \frac{(m-1)!}{1!} + \frac{2(m-1)!}{2!} \gamma \left(\frac{m}{\gamma}\right)^2 + \frac{3(m-1)!}{3!} \gamma^2 \left(\frac{m}{\gamma}\right)^3 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \dots + \frac{(m-2)(m-1)!}{(m-2)!} \gamma^{m-2} \left(\frac{m}{\gamma}\right)^{m-2} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{(m-1)(m-1)!}{(m-1)!} \gamma^{m-1} \left(\frac{m}{\gamma}\right)^{m-1} \right) \right\} \\
&= \frac{L}{(\Gamma(m))^L} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) \\
&\quad \cdot \left[(m-1)! - \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right)^k \right]^{L-1} \left(\frac{m}{\gamma}\right)^m \gamma^{m-1} \\
&= \left(\frac{m}{\gamma}\right)^m \frac{L\gamma^{m-1}}{(\Gamma(m))^L} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) \\
&\quad \cdot \left[(m-1)! - \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right)^k \right]^{L-1}
\end{aligned}$$

즉, 선택적 다이버시티의 PDF는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
p_L(\gamma) &= \frac{d}{d\gamma} P_L(\gamma) \\
&= \left(\frac{m}{\gamma}\right)^m \frac{L\gamma^{m-1}}{(\Gamma(m))^L} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) \\
&\quad \cdot \left[(m-1)! - \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right)^k \right]^{L-1}
\end{aligned}$$

III. 수식 3

$$\begin{aligned}
P_{out} &= P[0 \leq \gamma_i \leq T_1] = P_L|_0^{T_1} \\
&= \frac{1}{(\Gamma(m))^L} \left[(m-1)! - \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma}\right)^k \right] \Big|_0^{T_1} \\
&= \frac{1}{(\Gamma(m))^L} \left[(m-1)! - \exp\left(-\frac{mT_1}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{mT_1}{\gamma}\right)^k \right] \\
&\quad - \frac{1}{(\Gamma(m))^L} [(m-1)! - (m-1)!] \\
&= \frac{1}{(\Gamma(m))^L} \left[(m-1)! - \exp\left(-\frac{mT_1}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{mT_1}{\gamma}\right)^k \right]
\end{aligned}$$

그러므로 전송 중지 확률 P_{out} 은 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
P_{out} &= P[\gamma < T_1] \\
&= \frac{1}{(\Gamma(m))^L} \left[\left\{ (m-1)! - \exp\left(-\frac{mT_1}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{mT_1}{\gamma}\right)^k \right\} \right]
\end{aligned}$$

부록 B

Nakagami-m fading에서 주파수 효율 구하기

- Selection Diversity, MQAM 이용

1. SC(선택적 송신 다이버시티)의 PDF : 부록 A 참조

$$p(\gamma) = \left(\frac{m}{\gamma} \right)^m \frac{L\gamma^{m-1}}{(\Gamma(m))^L} \\ * \left[(m-1)! - \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{i!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma} \right)^i \right]^{L-1} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right)$$

2. 일정한 BER내에서 평균 전송 제한 조건 만족

$$\int S(\gamma)p(\gamma)d\gamma = \bar{S}$$

3. Optimal power control algorithm(송신 전력 제어 규칙)

$$\frac{S(\gamma)}{\bar{S}} = \begin{cases} (M_j-1)\frac{1}{\gamma K}, & M_j \leq \frac{\gamma}{\gamma_K^*} \leq M_{j+1} \\ 0, & M_j = 0 \end{cases}$$

$$\text{where } K = \frac{-1.5}{\ln(5BER)}$$

4. Relationship between γ_K^* and $\bar{\gamma}$

$$\sum_{j=1}^N \int_{\gamma_K^* M_j}^{\gamma_K^* M_{j+1}} \frac{S(\gamma)}{\bar{S}} p(\gamma) d\gamma = 1$$

$$\sum_{j=1}^N \int_{\gamma_K^* M_j}^{\gamma_K^* M_{j+1}} \left((M_j-1)\frac{1}{\gamma K} \right) \left(\frac{m}{\gamma} \right)^m \frac{L\gamma^{m-1}}{(\Gamma(m))^L} \\ * \left[(m-1)! - \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{i!} \left(\frac{m\gamma}{\gamma} \right)^i \right]^{L-1} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) d\gamma = 1$$

SC Diversity(**Antenna # : 1개**)

L=1 이므로

$$\sum_{j=1}^N \int_{\gamma_k^* M_j}^{\gamma_k^* M_{j+1}} \left((M_j - 1) \frac{1}{\gamma K} \right) \left(\frac{m}{\gamma} \right)^m \frac{\gamma^{m-1}}{(\Gamma(m))} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) d\gamma = 1$$

$$\Rightarrow \sum_{j=1}^N (M_j - 1) \frac{1}{K} \left(\frac{m}{\gamma} \right)^m \frac{1}{(\Gamma(m))} \int_{\gamma_k^* M_j}^{\gamma_k^* M_{j+1}} \gamma^{m-2} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) d\gamma = 1$$

밀항만 다시 정리하면

$$\int_{\gamma_k^* M_j}^{\gamma_k^* M_{j+1}} \gamma^{m-2} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) d\gamma$$

$$= \int_{\gamma_k^* M_j}^{\infty} \gamma^{m-2} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) d\gamma - \int_{\gamma_k^* M_{j+1}}^{\infty} \gamma^{m-2} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma}\right) d\gamma$$

$$\left(* \int_u^{\infty} x^n e^{-\mu x} dt = e^{-u\mu} \sum_{k=0}^n \frac{n!}{k!} \frac{u^k}{\mu^{n-k+1}}, \quad u > 0, \text{Re}[\mu] > 0 \right)$$

$$= \left(\exp\left(-\frac{m\gamma_k^* M_j}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-2} \frac{(m-2)!}{k!} \frac{(\gamma_k^* M_j)^k}{\left(\frac{m}{\gamma}\right)^{m-k-1}} \right.$$

$$\left. - \exp\left(-\frac{m\gamma_k^* M_{j+1}}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-2} \frac{(m-2)!}{k!} \frac{(\gamma_k^* M_{j+1})^k}{\left(\frac{m}{\gamma}\right)^{m-k-1}} \right)$$

결국 아래와 같은 식이 된다.

$$\sum_{j=1}^N (M_j - 1) \frac{1}{K} \frac{1}{(\Gamma(m))}$$

$$* \left(\exp\left(-\frac{m\gamma_k^* M_j}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-2} \frac{(m-2)!}{k!} \frac{(\gamma_k^* M_j)^k}{\left(\frac{m}{\gamma}\right)^{m-k-1}} \right.$$

$$\left. - \exp\left(-\frac{m\gamma_k^* M_{j+1}}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-2} \frac{(m-2)!}{k!} \frac{(\gamma_k^* M_{j+1})^k}{\left(\frac{m}{\gamma}\right)^{m-k-1}} \right) = 1$$

이 식을 만족하는 γ_k^* 값을 구해 주파수 효율식에 대입한다.

spectral efficiency

$$\begin{aligned}\eta &= \sum_{i=1}^N \log_2 M_i \int_{T_i}^{T_{i+1}} p_L(\gamma) d\gamma \\ &= \sum_{i=1}^N \log_2 M_i \frac{1}{(\Gamma(m))^L} \\ &\quad \cdot \left[\left\{ (m-1)! - \exp\left(-\frac{mT_{i+1}}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{mT_{i+1}}{\gamma}\right)^k \right\}^L \right. \\ &\quad \left. - \left\{ (m-1)! - \exp\left(-\frac{mT_i}{\gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \left(\frac{mT_i}{\gamma}\right)^k \right\}^L \right]\end{aligned}$$

$T_i = \gamma_k^* M_j$ 를 나타낸다.

즉, 스펙트럼 효율은 아래와 같다.

$$\begin{aligned}&\sum_{j=1}^N \log_2(M_j) \left(\frac{m}{\gamma}\right)^m \frac{1}{(\Gamma(m))} \\ &\quad * \left(\exp\left(-\frac{m\gamma_k^* M_j}{\Gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \frac{(\gamma_k^* M_j)^k}{\left(\frac{m}{\Gamma}\right)^{m-k}} \right. \\ &\quad \left. - \exp\left(-\frac{m\gamma_k^* M_{j+1}}{\Gamma}\right) \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{k!} \frac{(\gamma_k^* M_{j+1})^k}{\left(\frac{m}{\Gamma}\right)^{m-k}} \right)\end{aligned}$$

⇒ L=2, L=3 일때도 같은 방법으로 구할 수 있다.