공학석사 학위논문

다자유도 진동계의 응답을 이용한 가진력의 추정에 대한 연구

2002년 2월

부경대학교 대학원

음향진동공학과

이 수 목

공학석사 학위논문

다자유도 진동계의 응답을 이용한 가진력의 추정에 대한 연구

지도교수 양 보 석

이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함

2002년 2월

부경대학교 대학원

음향진동공학과

이 수 목

이수목의 공학석사 학위논문을 인준함

2001년 12월

주 심	공학박사	배 동 명	(인)
위 원	공학박사	윤 종 락	(인)
위 원	공학박사	양 보 석	(인)

목　차

Estimation of Excitation Force from the Vibration Responses of Multi-Degree-of-Freedom System

Soo-Mok Lee

Department of Interdisciplinary Program of Acoustics and Vibration
The Graduate School
Pukyong National University

ABSTRACT

This paper presents the concept, methodology and result of estimation for the excitation in multi DOF vibration system using the its responses. It is a kind of inverse dynamics of multi-DOF flexible body in frequency domain. A simple cantilever model was chosen as the test model. Direct inversion method of transfer function matrix was tried but instability in the vicinity of zeros in transfer function was found giving the unstable result. Estimation of excitation based on the modal response theory of vibrational system was attempted. The results gave ideal result for simulated response of 2 DOF system but showed large discrepancy for the measured response of experiments. It was concluded that more precise identification of the system and inclusion of residual modes as well as elaborated signal processing of the measured data are required for the reliable estimation of excitation from the response data.

제 1장 서 론

산업계의 다종다양한 기계 및 구조물들은 특성상 내부의 운동요소에 의한 힘을 받고 있거나 외부의 작용력에 노출되어 있으며, 이러한 힘들은 주기적인 변동력으로 계에 작용하여 다양한 형태의 진동을 발생시키고 있다. 일반적으로는 진동을 일으키는 힘을 가진력(excitation)이라 하는데, 이러한 가진력은 발생하는 모든 진동의 원천이 된다.

일반적으로 새로운 제품의 개발에 있어서 초기 단계에서부터 진동 해석을 수행하고 응답을 예측하여 각종 규격에서 규정하는 허용치 이하가 되도록 설계하는 것이 요구되는데, 이러한 경우 가진력을 정확하게 추정하는 것은 매우 중요하다.

일반적으로 설계단계에서 가진력은 통상 계산이나 경험식 등 간접적인 방법에 의해 추정된다. 회전축계의 불평형력 등과 같이 그 원인과 계산 방식이 명확한 경우도 있지만, 오히려 더 많은 경우 계산적 추정에 오차가 많아 신뢰도가 떨어지며 심지어 가진력의 정확한 발생 기구(mechanism) 조차 규명되지 않은 경우도 많다. 특히 유체력에 의한 가진 기구의 경우, 이러한 사례가 많은데 선박의 프로펠러 주위의 변동력, 펌프내 임펠러에 의한 유체 가진력, 터빈내의 증기나 가스 압력변화, 보일러 내부의 연소가스 압력변화나 관군(tube bundle) 주위의 유동 가진력 등을 그 예로 들 수 있다.

이러한 가진력은 대부분 기계 내부에서 발생하므로 측정을 위한 접근이 어려운 경우가 많고 외부에서 작용한다고 하더라도 고압, 고온 혹은 수중 등의 조건에 놓이게 되어 스트레인 게이지(strain gage)나 압력계 등의 측정 장치를 설치하기가 힘든 경우가 많다. 반면, 진동 응답을 측정하기 위한 가속도계나 변위계, 속도계 등은 대개 기계 외부에 간단하게 설치가 가능하므로 어려운 현장 작업을 필요치 않는다. 따라서 이러한 응답 측정장치을 통하여 진동응답뿐만 아니라, 그 원인이 되는 가진력을 간접적으로 측정(추정)할 수 있는 방법이 있으면 단순한 경험적 추정에 비해 좀더 직접적으로 그러나 비교적 용이하게 가진력을 산정할 수 있는 근거가 될 수 있다.

본 연구에서는 이와 같이 비교적 측정이 쉬운 진동응답으로부터 측정이 어려운 가진력을 구하는 방법에 대한 이론적 배경을 정립하고 실험 예를 통하여 이를 검증해 보고자 하였다. 이론적 방법으로서는 진동계를 단순한 다자유도 입출력계로 보고 전달함수행렬을 역산하여 출력(진동응답)에서 입력(가진력)을 구하는 역 전달함수법 (inverse transfer function method)과 진동계의 응답을 모드응답의 중첩으로 가정하고 이러한 모드응답 이론의 관계식을 사용하여 가진

력을 구한 모드 기반방법 (mode-based method)을 제시하였다.

부가적인 내용으로서 힘 계산의 문제에 대해 역동역학(inverse dynamics) 및 정적 구조계 문제를 간략히 고찰하였고, 모드 기반방법을 검증하기 위한 수치 예로서 2 자유도계에 대한 시뮬레이션(simulation) 결과를 추가하였다.

제 2장 다자유도 진동계 모델

전통적으로 대부분의 진동해석 이론은 가정된 가진력에서 진동응답을 구하는 과정에 대한 방법론이다. 이러한 해석과정에는 미분방정식 상의 해법 혹은 관련된 수치적 해법이 이용되며, 가진력과 함께 강성, 감쇠 및 질량행렬 등이 진동 응답을 구하기 위한 데이터로서 입력된다.

대부분의 공학적인 진동계가 유한요소모델(finite element model) 등과 같이 다자유도계로 모델링되며, 또한 가진력 추정의 경우 그 크기 뿐만 아니라 위치 혹은 분포도 주요한 관심이 되기 때문에 본 연구의 대상은 다자유도(multi degree-of-freedom, MDOF) 진동계로 하였다.

2.1 기본 방정식

이산화된(discrete) 다자유도 진동계의 운동방정식은 아래와 같다.

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}(t) \tag{2.1}$$

또 $\boldsymbol{f}(t) = \boldsymbol{F}e^{i\omega t}$로 가정하면, 정상 상태의 주파수 영역 관계식은 다음과 같다.

$$(-\omega^2\boldsymbol{M} + i\omega\boldsymbol{C} + \boldsymbol{K})\boldsymbol{X}(\omega) = \boldsymbol{F}(\omega) \tag{2.2}$$

여기서, $\boldsymbol{M}$, $\boldsymbol{C}$, $\boldsymbol{K}$는 각각 질량행렬, 감쇠행렬 및 강성행렬이고, $\boldsymbol{x}(t)$, $\boldsymbol{f}(t)$ 항은 계의 변위 및 외력의 시간함수 벡터, $\boldsymbol{X}(\omega)$, $\boldsymbol{F}(\omega)$는 주파수 영역에서의 변위 및 힘의 벡터이며, ω는 각 주파수(angular frequency)이다. 따라서 정상상태의 응답은

$$\boldsymbol{X}(\omega) = (-\omega^2\boldsymbol{M} + i\omega\boldsymbol{C} + \boldsymbol{K})^{-1}\boldsymbol{F}(\omega) = \boldsymbol{H}(\omega)\boldsymbol{F}(\omega) \tag{2.3}$$

로 주어질 수 있다. 이때 $\boldsymbol{H}(\omega)$는 진동계의 전달함수로 정의된다.

2.2 진동계의 3가지 모델

일반적으로 파라미터에 따라 진동계를 정의하는 3가지 모델에 대해 간략히 설명하고, 각 경우의 가진력 계산을 위한 관계식을 첨부하였다.

2.2.1 공간적 모델

식(2.2)와 같이 진동계를 직접 질량, 감쇠 및 강성의 행렬로 구성된 물리계로 표현한 것을 공간적 모델(spatial model)이라고 한다. 본 연구의 관점인 응답으로부터 가진력을 구한다는 측면에서 보면, 이러한 공간 모델이 주어지는 경우의 문제는 매우 간단하다. 왜냐하면 식(2.4)의 관계식에서 가진력이 응답으로부터 직접적으로(straight-forward) 구해지기 때문이다. 그러나 이 경우 상세한 설계 자료나 정교한 유한요소모델 등이 있을 경우에는 이러한 공간 모델의 구현이 가능하나, 실험적인 접근을 통하여 이를 얻어내기는 거의 불가능하다는 점이 문제이다.

$$\boldsymbol{F}(\omega) = (-\omega^2 \boldsymbol{M} + i\omega \boldsymbol{C} + \boldsymbol{K})\boldsymbol{X}(\omega) \tag{2.4}$$

2.2.2 응답 모델

실험적인 방법에 의해 특정점들 사이의 주파수 응답 함수(frequency response function, FRF)를 구하고, 여러 측정점들에 대한 FRF의 집단(set)으로써 진동계를 정의한 것을 응답 모델 (response model)이라고 한다. 대표적으로 힘에 대한 변위응답로 표시한 경우, 각각의 리셉턴스(receptance) FRF는

$$\alpha_{ij}(\omega) = \frac{X_i(\omega)}{F_j(\omega)} \tag{2.5}$$

로 주어지며, 전체적으로

$$\boldsymbol{H}(\omega) = [\alpha_{ij}(\omega)] \tag{2.6}$$

로 행렬화된다.

이 전달함수행렬의 역행렬을 이용하면, 아래와 같이 응답으로부터 가진력을 구할 수 있다.

$$\boldsymbol{F}(\omega) = \boldsymbol{H}(\omega)^{-1}\boldsymbol{X}(\omega) \tag{2.7}$$

2.2.3 **모드 모델**

공간 모델 혹은 응답 모델로부터 계에 내재한 고유 특성 즉, 고유진동수, 모드벡터, 감쇠비, 모드상수 등을 파악하여 이들로써 진동계를 표현한 것을 모드모델(modal model)**이라고 한다. 주로 다음의 변수들로 표현된다.**

$$\omega_r,\ \zeta_r,\ \boldsymbol{\phi}_r,\ m_r,\ A_r, \qquad r = 1, 2, \cdots, M \tag{2.8}$$

여기서, ω_r**과** ζ_r**는 각각** r**번째 모드의 고유진동수 및 감쇠계수,** $\boldsymbol{\phi}_r$**는 모드벡터, 그리고** m_r**과** A_r**은 각각 모드 질량**(modal mass)**과 모드 상수**(modal constant)**이며,** M**은 고려되는 총 모드 수이다.**

이러한 모드 모델의 특성치들은 아래의 관계식에 의해 응답 모델(FRF)**로 나타내어 질 수 있다.**

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^{M} \frac{A_{jk,r}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + i\, 2\zeta_r \omega_r \omega)} \tag{2.9}$$

혹은

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^{M} \frac{\phi_{jr}\ \phi_{kr}}{m_r(\omega_r^2 - \omega^2 + i\, 2\zeta_r \omega_r \omega)} \tag{2.10}$$

공간 모델에서 모드 모델을 구하기 위해서는 고유치 해석의 과정이 필요하고, 응답 모델에서 모드 모델을 얻기 위해서는 모드 시험(modal testing)**을 통한 모드 파라미터의 추출이 필요하다.**

식(2.9) **및** (2.10)**에 의해 개개의** FRF**가 결정되면 응답 모델에서와 마찬가지로 식**(2.6) (2.7)**에 의해 응답으로부터 가진력을 결정할 수 있다. 그러나 위의 관계식** (2.10)**을 사용하면 적은 계산량으로 보다 직접적인 응답으로부터 가진력으로의 관계를 도출할 수 있다. 이에 대한 자세한 내용은** 4**절에서 논의하기로 한다.**

2.3 비진동계 모델에서의 고찰

참고로 이러한 역산의 개념에 대한 일반적 이해를 돕기 위하여 아래의 두 가지 경우의 동적 및 정적 문제에 대해 고찰하였다.

2.3.1 역동역학(Inverse Dynamics)

본 연구의 방향도 동역학적 관점에서 크게는 역동역학(inverse dynamics) 문제의 하나이므로, 이러한 점에서 문제를 고찰해 보았다.

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{M}\ \boldsymbol{a} \tag{2.11}$$

식(2.11)은 잘 알려진 뉴톤 방정식으로서 강체(rigid body) 계에 대한 운동 방정식이 되며, 진동계에서 $\boldsymbol{C}$와 $\boldsymbol{K}$가 영인 경우에 해당한다. 실험적으로 $\boldsymbol{M}$을 구하는 것은 비교적 간단하다. 질량 자체는 무게를 재어 구하고 질량관성은 pedulum법 등을 이용하면 결정할 수 있다. 물론 설계도가 있는 경우, CAD 자료 등을 이용하면 정확한 $\boldsymbol{M}$ 행렬을 구하는 것은 어렵지 않다. 이 경우 가속도 $\boldsymbol{a}$만 측정하면 바로 작용력 $\boldsymbol{F}$를 알 수 있다. 문제는 대부분의 기계 구조물에서 어떠한 경우를 강체로 볼 수 있는가 하는 것이다. 로봇, 크레인, 프레스 등 일부의 기구학적 계에 대해 적용해 볼 수 있다.

2.3.2 컴플라이언스 행렬(Compliance Matrix)

정적 구조계를 고찰한 경우이다. 강체 계와 반대로 $\boldsymbol{M}$과 $\boldsymbol{C}$가 영인 경우에 해당한다.

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{K}\ \boldsymbol{x} \tag{2.12}$$

실험적으로 $\boldsymbol{K}$를 직접 구하기는 어려우므로, $\boldsymbol{K}$의 역인 $\boldsymbol{A}$(compliance 행렬, 혹은 flexibility 행렬)를 구하고 이를 역산하여 $\boldsymbol{K}$를 구하면 된다. 즉, 각 점에 번갈아 정적 단위력을 가하고, 이 때의 각 응답점의 변위를 측정한 다음 이로부터 변형행렬 $\boldsymbol{A}$를 구한다. 본 연구에 앞서 간단한 구조 모델에 대한 변형행렬을 구하고 작용력을 역산하여 위의 방법이 잘 적용됨을 검증한 바 있다. 즉, 정적인 구조계의 경우 응답(변위)으로부터 힘을 구하는 과정이 가능함을 확인하였다.

그러나 이상의 두가지 경우, 응답으로부터 힘을 구하는 것은 본 연구의 관점과 동일하나, 다음과 같이 두 가지 면에서 차이가 있다.

첫째, 작용력을 구하는 것에 대한 관심이 상대적으로 낮다. 양자 모두 알고 있는 혹은 가정된 힘으로부터 응답을 구하는 것이 주된 해석적 관심일 경우가 많다.

둘째, 진동계에서의 역산 문제보다 단순하다. 역동역학이나 정적 구조계 문제의 경우, 강성행렬과 질량행렬의 어느 하나만 필요하고 주파수 특성 변화가 없다 (정적 문제의 경우 $\omega = 0$에 해당). 그렇지만 진동계에서는 강성행렬과 질량행렬이 모두 고려되고, 여기에 감쇠행렬 혹은 감쇠비가 정의되어야 하며 주파수 특성 개념을 갖는 것이 문제의 복잡성을 더한다.

이러한 면에서 진동계의 응답에서 가진력을 역으로 구하는 문제는 상당히 복잡하고 또한 많은 불안정성과 오차를 내포할 것이 예견된다.

제 3장 역 전달함수법

역 전달함수를 이용하여 가진력을 구하는 경우, 데이터의 별다른 처리없이 FRF로 구성되는 전달함수 행렬을 역산하여 구할 수 있으므로 직접적으로 실험적인 접근을 할 수 있다. 본 연구에서는 단순한 외팔 보에 대한 실험을 통하여 제시된 방법의 검증을 시도해 보았다.

3.1 실험 방법

실험 방법으로는 먼저 충격 시험(impact hammer test)에 의해 각 측정점들 사이의 전달함수를 구하여 $\boldsymbol{H}(\omega)$ 를 결정한다. 다시 임의의 점에 충격력을 가하고 이 때 측정된 응답에 $\boldsymbol{H}(\omega)^{-1}$를 곱하여 가진력을 추정하고 이를 별도로 측정된 힘과 비교한다. 구체적인 실험 과정을 설명하면 다음과 같다.

A. 준비 단계

선택된 응답점 들에 대해 가속도계를 설치한다.

각 점의 응답은 가속도계를 이동하면서 측정하여도 되나, 매 충격시 마다 동일한 점이 되어야 함에 유의하고 가속도계의 질량과 부착 효과가 계의 특성에 영향을 줄 수 있으면 여러 개의 가속도계를 사용한 동시 측정이 바람직하다.

B. 시스템 동정 단계

1) 선택된 점들에 대해 차례대로 충격 망치로 가격을 하고, 이때 망치의 충격력과 각 점의 응답(가속도)을 측정한다.

2) 각각의 주파수 변환으로부터 전달함수 (주파수응답함수, FRF)를 식(3.1)을 이용하여 구한다.

$$H(f)_{ij} = \frac{A_i(f)}{F_j(f)} \tag{3.1}$$

3) 다점 입력(힘) 및 출력(가속도)계에 대한 전달함수 행렬을 구성한다.

$$\boldsymbol{H}(f)_{N\times N} = [H_{ij}(f)] \tag{3.2}$$

이러한 시스템 동정에는 간단하게는 충격해머법(impact hammering method)이 가능하며 좀더 정밀한 결과를 얻기 위해서는 가진기(exciter) 등을 이용한 랜덤 가진법 및 sine sweep법 등을 이용할 수 있다. 그러나 연구의 적용상 현장에서 간단히 실험으로 계의 동특성을 파악하고자 하는 것이 목적이므로 꼭 필요한 경우의 가진기 실험을 제외하고는 대부분의 경우 충격해머법이 적절한 방법이다.

C. 응답측정 단계

1) 다시 임의의 점에 가진력을 가하고, 이때 각 점의 응답 및 충격력을 측정한다. 여기서는 가진을 역시 망치 충격으로 하였다.

2) 각각의 주파수 응답을 구한다.

$$F_1(f),\ A_1(f),\ A_2(f),\cdots \tag{3.3}$$

여기서 $F_1(f)$는 해머의 충격력의 주파수 스펙트럼, $A_1(f)$, $A_2(f)$, $\cdots$는 각 가속도의 주파수 응답이다. 또한 보다 일반적 검증을 위해서는 정현파 가진 등에 의한 응답도 취득할 수 있다.

D. 결과 검증 단계

1) 역 FRF행렬 $\boldsymbol{G}(f)$를 구한다.

$$\boldsymbol{G}(f) = \boldsymbol{H}(f)^{-1} \tag{3.4}$$

이 과정에는 복소행렬 역산 routine을 활용하면 된다.

2) 역 FRF행렬 및 구한 응답을 이용하여 추정 가진력을 구한다.

$$\hat{\tilde{\boldsymbol{F}}}(f) = \boldsymbol{G}(f)\,\boldsymbol{A}(f) \tag{3.5}$$

3) 실제의 가진력 $\boldsymbol{F}(f)$와 비교한다.

$$\hat{\tilde{\boldsymbol{F}}}(f) \quad vs. \quad \boldsymbol{F}(f)$$

추정된 가진력 스펙트럼과 계측된 힘 스펙트럼을 비교하여 검증한다.

3.2 실험 장치

가진력의 추정을 위한 실험 모델로서 외팔 보를 이용하였으며, Table 1에 대상 구조물 및 실험장치 내용을 나타내었다. 실험장치의 개략도는 Fig. 1과 같다.

Table 1 Summary of experimental set-up

System	Cantilever ($L \times B \times D$ =1 m×50 mm×10 mm)
Measured points	4 Pts incl. cantilever end
Measured quantity	Acceleration and force
Accelerometer	B&K type 4384 acceleromter
Force transducer	PCB 086C03 impact hammer with force sensor
Data processing	OROS OR25 multi-channel signal processing unit

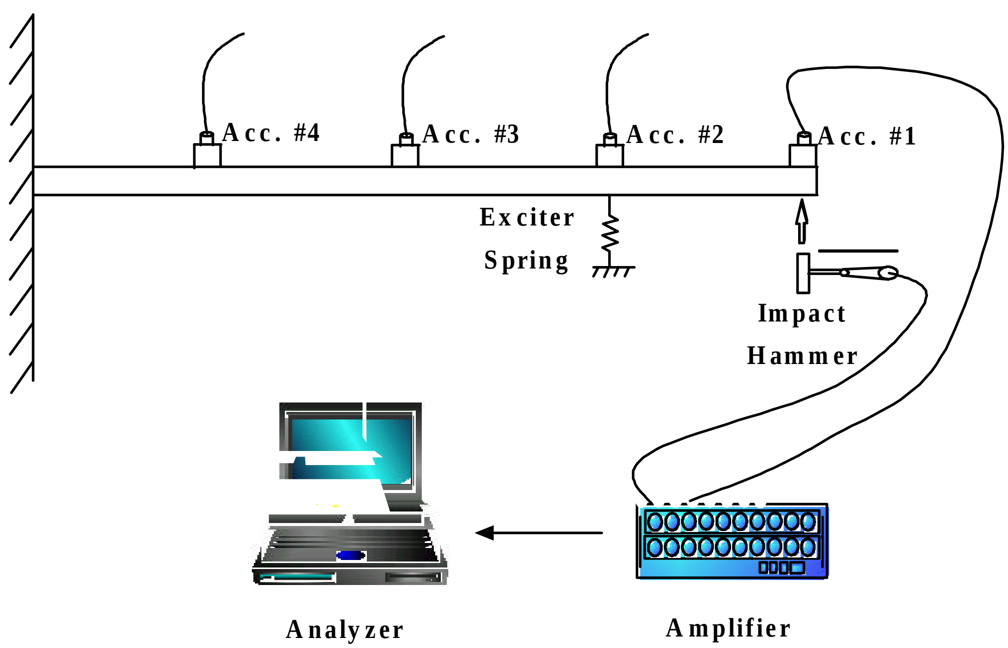


Fig.1 Experimental setup for the impact test of a cantilever

3.3 주파수응답함수

주파수 응답함수(frequency response function, FRF)는 단위 가진력에 대한 응답의 크기로서 일반적으로 실수부와 허수부 혹은 크기와 위상을 가진 복소량이 된다. 가진점과 응답점이 동일한 경우의 점 주파수응답함수(point FRF)와 서로 다른 경우의 전달 주파수 응답함수 (transfer FRF)로 구분된다.

본 시험 대상의 경우와 같이, 다 자유도계 다중 입출력계(multi-input multi-output system)인 경우에는 여러 점들 간의 전달 주파수 응답함수가 존재한다. 일반적인 구조물의 경우, 식(3.6)과 같은 Maxwell의 상반 원리(reciprocal theorem)가 성립하며, 따라서 $\boldsymbol{H}(\omega)$ 는 대칭 행렬이 된다.

$$H_{ij}(\omega) = H_{ji}(\omega) \tag{3.6}$$

본 실험의 경우, 힘에 대한 가속도 값이므로 가속성(accelerance)으로 칭하며, 단위는 $m/s^2/N$ 혹은 1/kg를 갖는다.

Fig. 2에 실험에서 얻어진 FRF들의 몇 가지 표본을 제시하였다. Fig. 2.1 및 Fig. 2.2에 점1과 점3에서의 point FRF를, Fig. 2.3 및 Fig. 2.4에 점2와 점3에서의 transfer FRF를 각각 제시하였다. Fig. 2.1 및 Fig. 2.2에서 볼 수 있듯이, 점에 따라 FRF 크기가 다른데 외팔보의 끝인 점1의 FRF 크기가 점3보다 대체로 크다. 또한 점1의 300 Hz 부근의 peak는 점3에서 나타나지 않으나, 475 Hz 부근의 peak는 점1과 점3에서 비슷한 크기로 나타난다. 이러한 것은 모두 진동 모드의 영향이다. 또한 point FRF인 경우, 허수부가 모두 양이고 실수부는 공진점에서 음의 peak에서 양의 peak로 바뀌는 역 N의 형태를 보이는데 가속성의 point FRF에 대한 이론적 설명과 일치한다 [2].

Fig. 2.3 및 Fig. 2.4의 결과에서 보면, 두 가지 transfer FRF는 거의 동일하여 Maxwell 상반 원리가 잘 적용됨을 확인할 수 있다. 또한 공통적으로 모드에 따라 허수부는 양과 음을 오가며, 실부수는 정 N 혹은 역 N의 형태를 보이는데 두 점의 모드 벡터의 부호가 같으면 (동 위상) point FRF와 같이 허수부는 양, 실수부는 역 N을 보이고 서로 다른 부호를 가지면 (역 위상) 반대로 허수부는 음, 실수부는 정 N의 형태를 보임을 알 수 있다.

전체적으로 주요 모드들에 의한 peak 응답점들이 뚜렷이 관찰되며 12 Hz, 54 Hz, 148 Hz, 300 Hz, 475 Hz, 725 Hz 등에 고유모드들이 존재함을 확인할 수 있다.

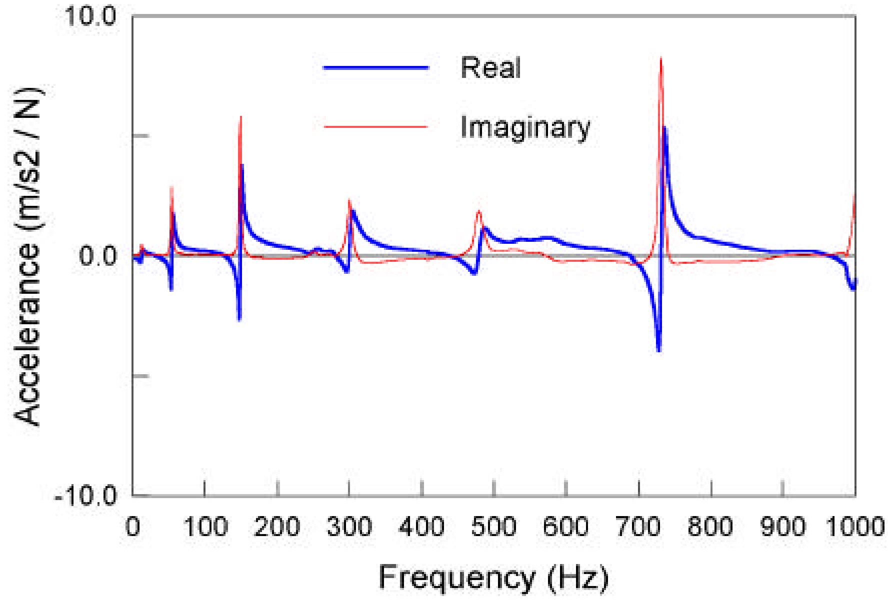


Fig. 2.1 Experimental frequency response function
(excitation point 1, response point 1)

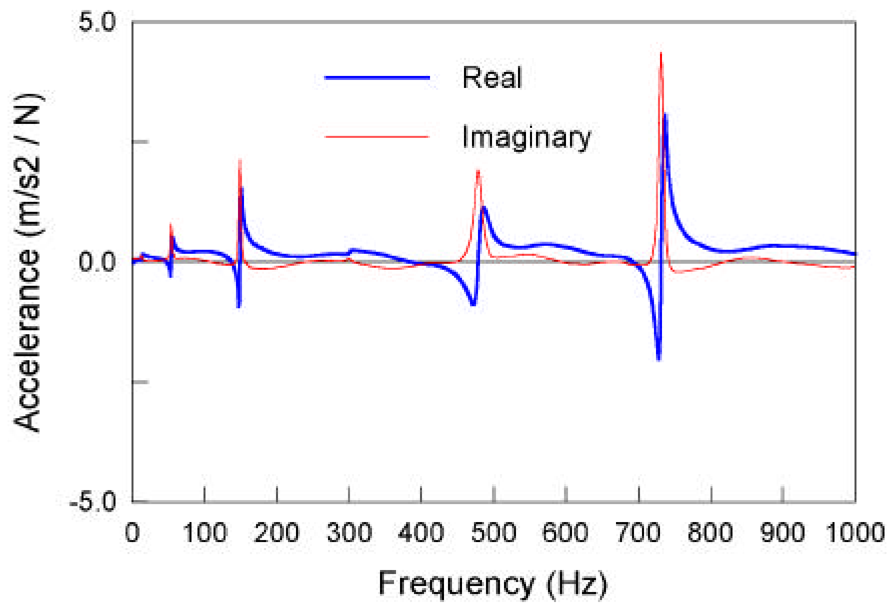


Fig. 2.2 Experimental frequency response function
(excitation point 3, response point 3)

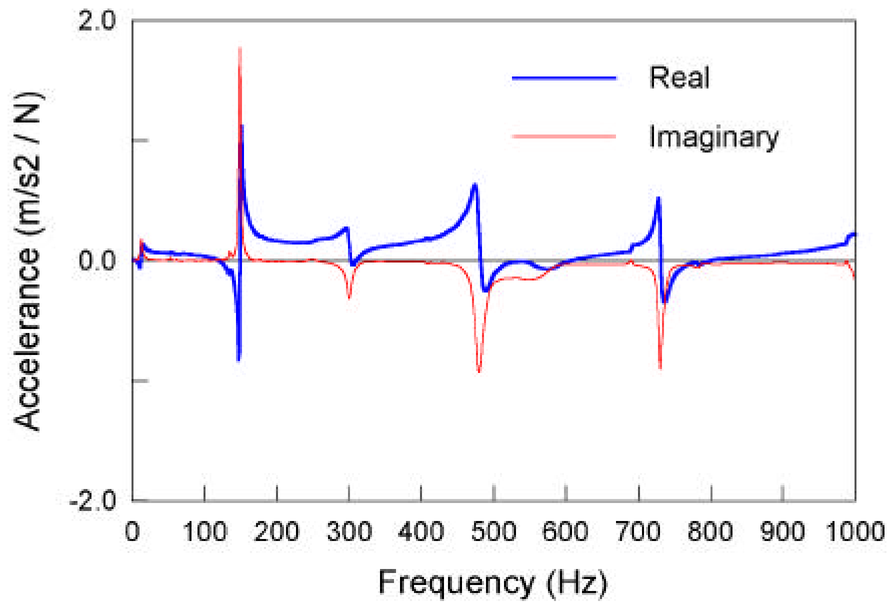


Fig. 2.3 Experimental frequency response function
(excitation point 2, response point 3)

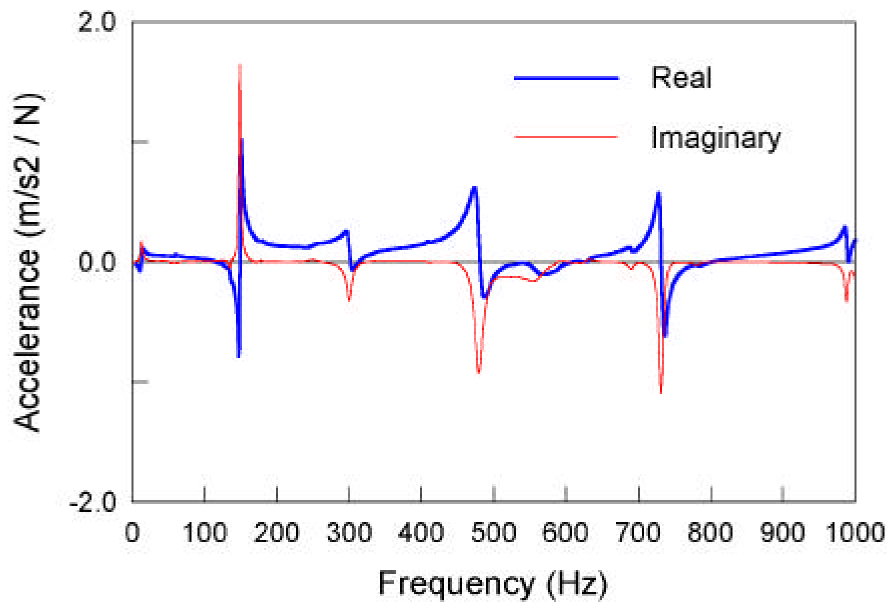


Fig. 2.4 Experimental frequency response function
(excitation point 3, response point 2)

3.4 역 전달함수

역 전달함수 혹은 역 주파수응답함수(Inverse FRF, IFRF)는 식(3.4)에 의해 구해진다. 여기서는 가속도 응답에 대한 힘의 크기이므로, 겉보기 질량(apparent mass)이라고 부르며 물리적으로 질량의 차원을 갖는다. Fig. 3에 몇 점들 간의 IFRF 표본을 제시하였다.

외형적으로 IFRF는 실수부와 허수부가 혼재되어 나타나고 peak 구간을 가지는 것이 FRF와 유사하다. 그러나 자세히 관찰하면 IFRF의 대부분의 peak 점들은 FRF의 zero 점과 일치한다. 이는 행렬역산의 분모치가 0에 가까움으로 발생하는 것으로 추정할 수 있다. 또한 Fig. 3.3과 Fig. 3.4를 비교하면 IFRF에서는 Maxwell 상반 원리가 정확하게 적용되지는 않는데, 이는 원리적인 문제가 아닌 측정치 및 행렬역산에 의한 수치적인 문제로 보인다. 전반적으로 FRF에 비해 IFRF는 복잡한 형태를 나타내며 규칙성도 잘 보이지 않는다. 그러나 여기에서 이러한 형태들에 대한 물리적 의미의 해석은 미룬다.

공통적으로 91 Hz, 131 Hz, 312 Hz, 400 Hz, 685 Hz, 975 Hz에서 peak가 나타나며 FRF의 peak와 일치하는 것은 없다.

실험적으로 이상적인 IFRF의 취득은 다른 응답점의 변위를 구속한 상태에서 가진점에 pulse 응답을 인공적으로 만들어 주고, 이 때 각 점들의 반력을 측정함으로써 구현할 수 있다. 혹은 동일한 (다른 응답점의 변위를 구속한) 상태에서 주어진 주파수에서 가진점의 응답(변위 혹은 가속도)을 일정하게 하고 다른 점들의 반력을 측정하여 주파수를 이동하면서 이를 반복하면 구할 수도 있다. 그러나 이러한 방법은 실험적으로 거의 불가능할 뿐 아니라 응답에서 가진력을 간접적으로 추정하고자 하는 연구의 취지와도 다르므로 고려의 대상이 되지 않는다.

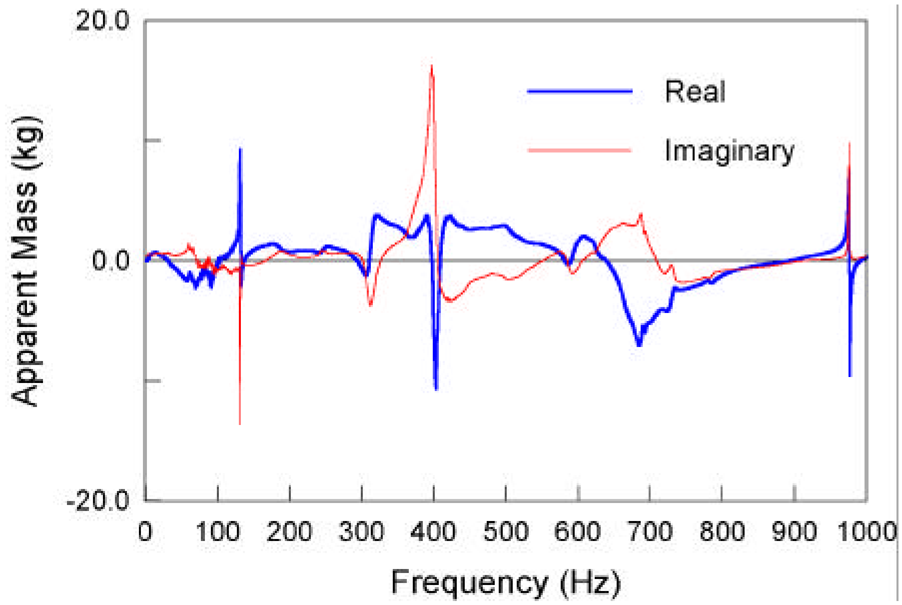


Fig. 3.1 Inverse frequency response function
(response point 1, force point 1)

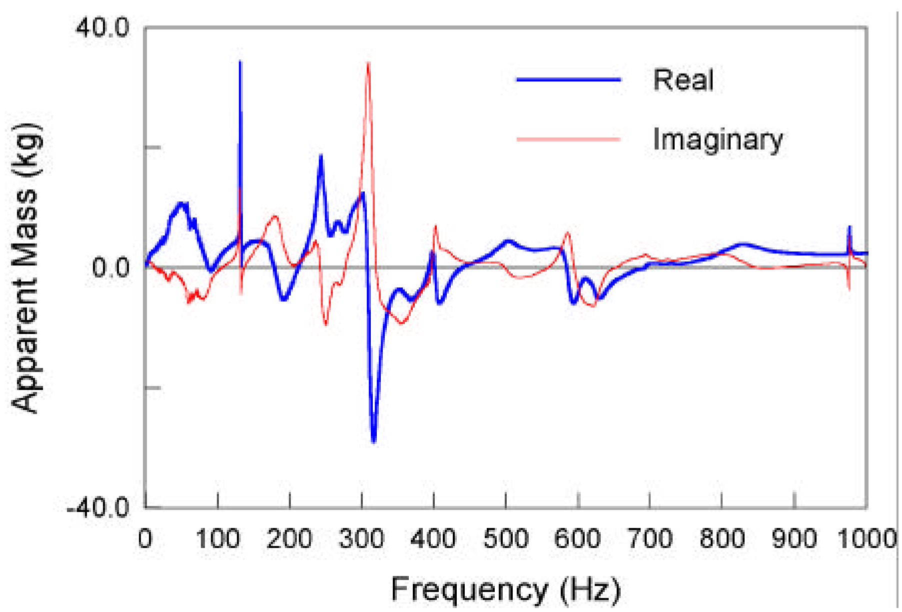


Fig. 3.2 Inverse frequency response function
(response point 3, force point 3)

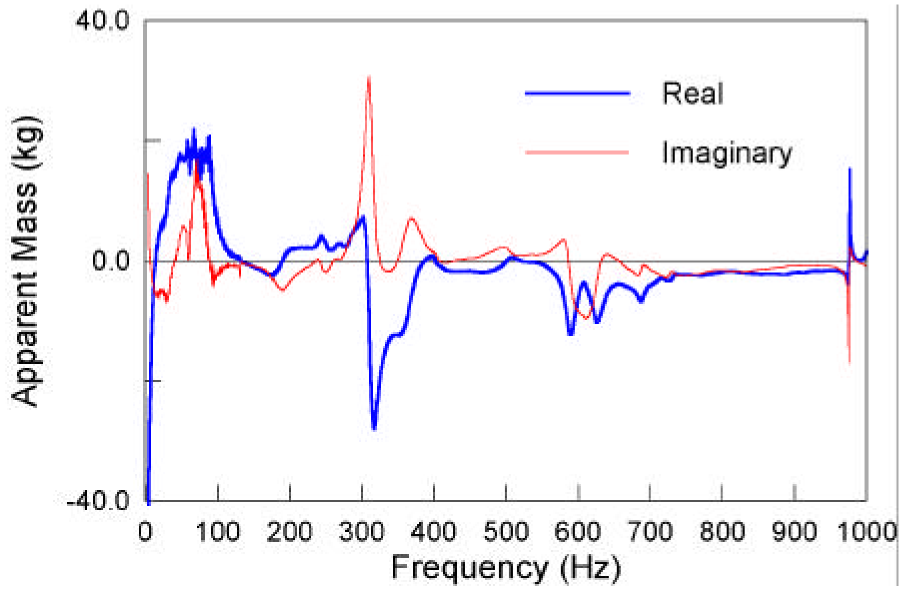


Fig. 3.3 Inverse frequency response function
(response point 2, force point 4)

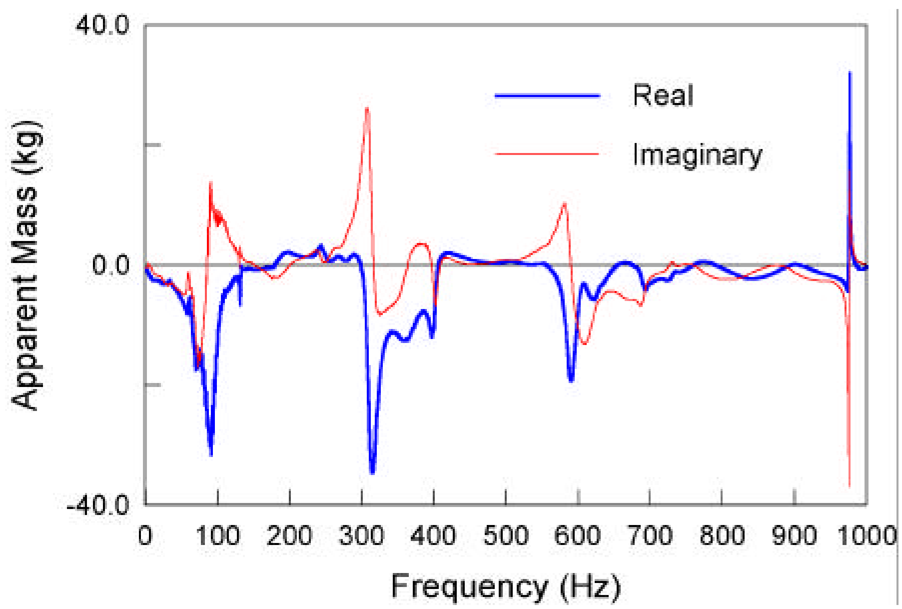


Fig. 3.4 Inverse frequency response function
(response point 4, force point 2)

3.5 가진력의 추정 결과 및 평가

앞절에서 구한 역 FRF 및 실험에서 얻은 응답으로부터 식(3.5)의 관계에 의해 실제의 가진력을 계산 추정해 보았다. Fig. 4에 점 1에 충격을 가한 경우에 대해 각 점의 계산된 가진력을 열거하였다. 실제 외력이 가해진 응답점 1에서의 실수부와 허수부의 차이는 뚜렷하고 힘이 가해지지 않은 응답점 2, 3, 4에서의 실수부와 허수부의 크기와 경향이 혼재되어 있다. 그러나 여러 개의 peak들이 나타나는 것이 일반적이고, 일부의 구간들에 한해 다소 안정된 형태를 보이기도 한다.

Fig. 5에는 각 응답점에 각각 가격을 하였을 때, 해당 가격점의 힘을 추정해 본 결과로서 실제의 힘 스펙트럼과 비교하여 나타내었다. 대체적인 수준은 실제 크기와 비슷하나 주파수 특성이 불안하여 일부 구간에서 높거나 낮은 값이 추정됨을 볼 수 있다.

이러한 불안정성 혹은 peak 가진력은 식(3.5)에서 볼 때, 역전달행렬 상의 peak 혹은 가속도 응답 자체의 peak에서 올 수 있다. 그런데 Fig. 4 및 Fig. 5의 결과를 Fig. 3과 비교해 보면, 추정된 가진력 상의 peak들이 모두 역전달행렬의 peak와 일치함을 알 수 있다. 이는 결과의 peak 혹은 불안정성은 진동응답(가속도)의 peak에서 오는 것이 아니라, 전달행렬 즉, FRF의 역산에서 오는 수치적인 문제임을 확인할 수 있다.

따라서 안정적으로 가진력을 추정하기 위해서는 이러한 IFRF상의 수치적 불안정성을 극복하는 방법이 요구된다. 그러나 본 방법의 경우, 처리개념이 간단하고 그 개략적 수준이 실제의 값과 유사하다는 점이 어느 정도 가진력 수준의 일차적인 추정에 유용하다고 볼 수 있다.

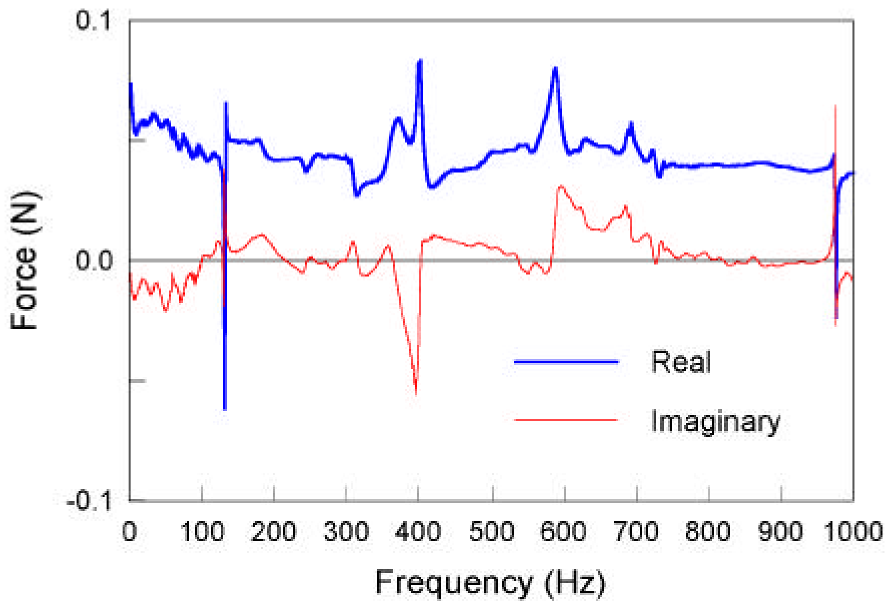


Fig. 4.1 Estimated forces by IFRF method
(of point 1 under point 1 impact condition)

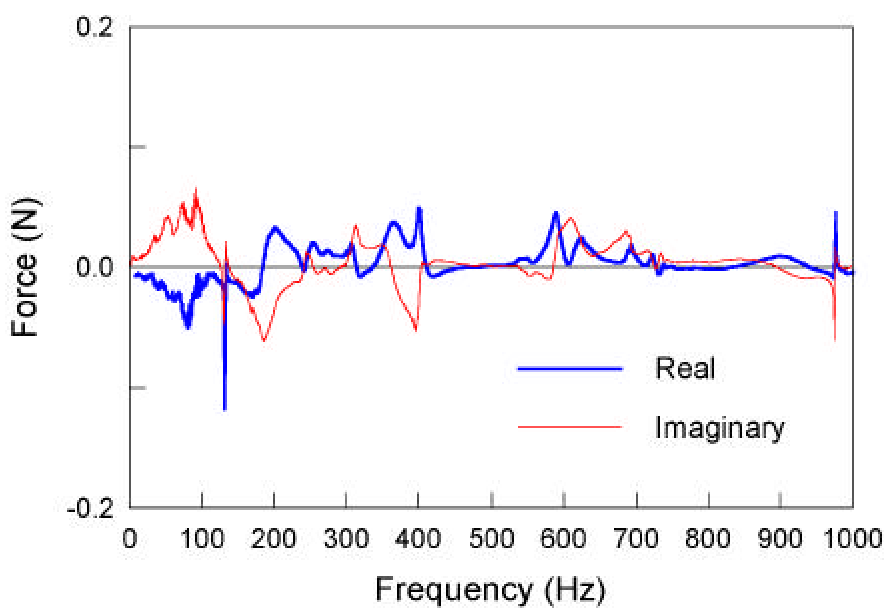


Fig. 4.2 Estimated forces by IFRF method
(of point 2 under point 1 impact condition)

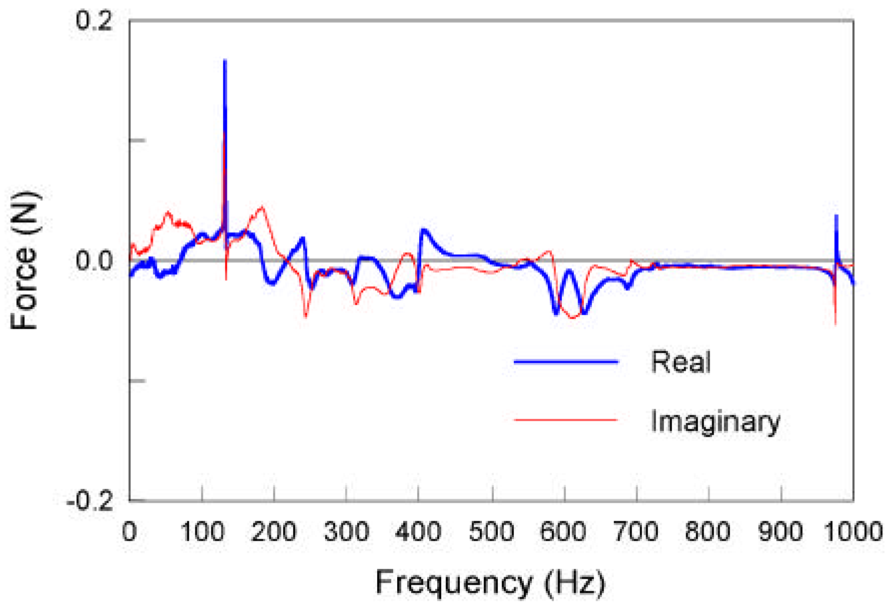


Fig. 4.3 Estimated forces by IFRF method
(of point 3 under point 1 impact condition)

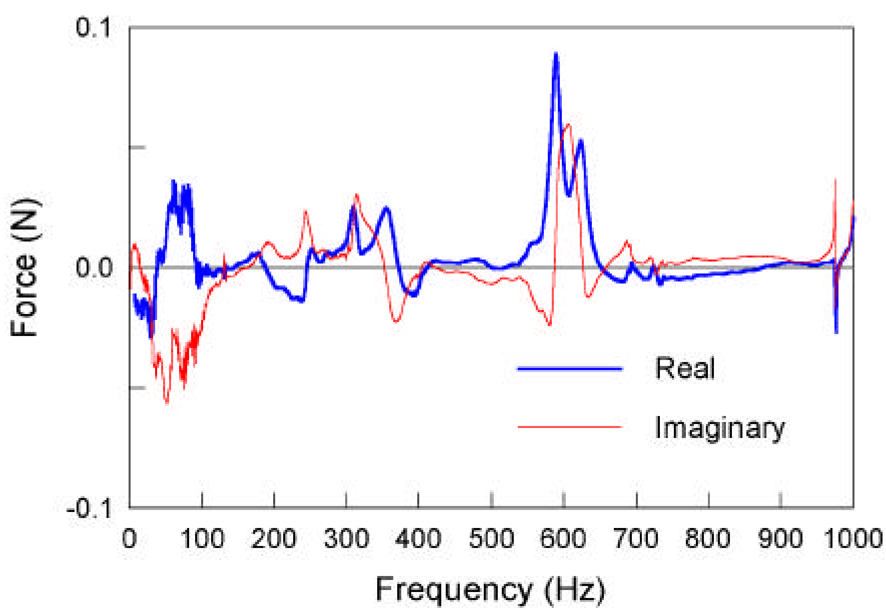


Fig. 4.4 Estimated forces by IFRF method
(of point 4 under point 1 impact condition)

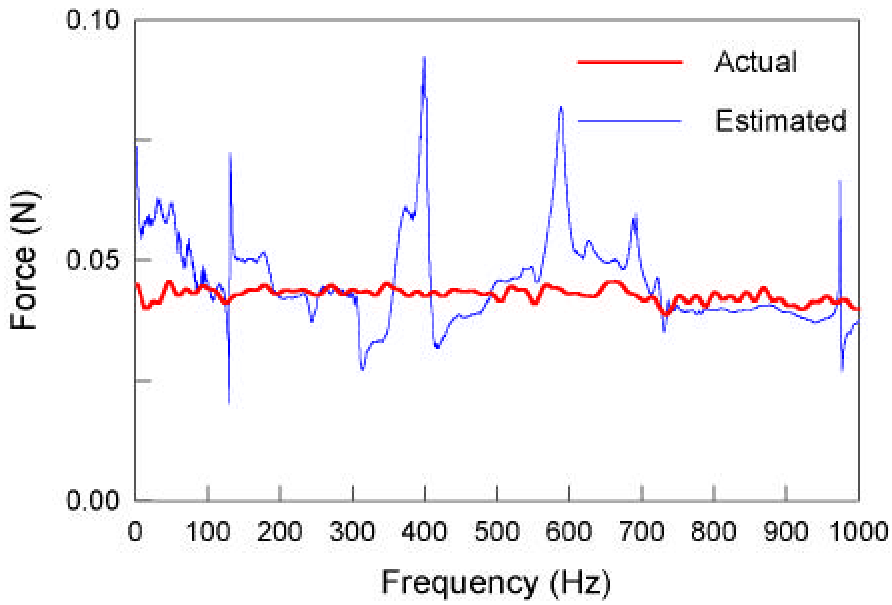


Fig. 5.1 Comparison of estimated and actual forces
(for point 1 under impact on point 1)

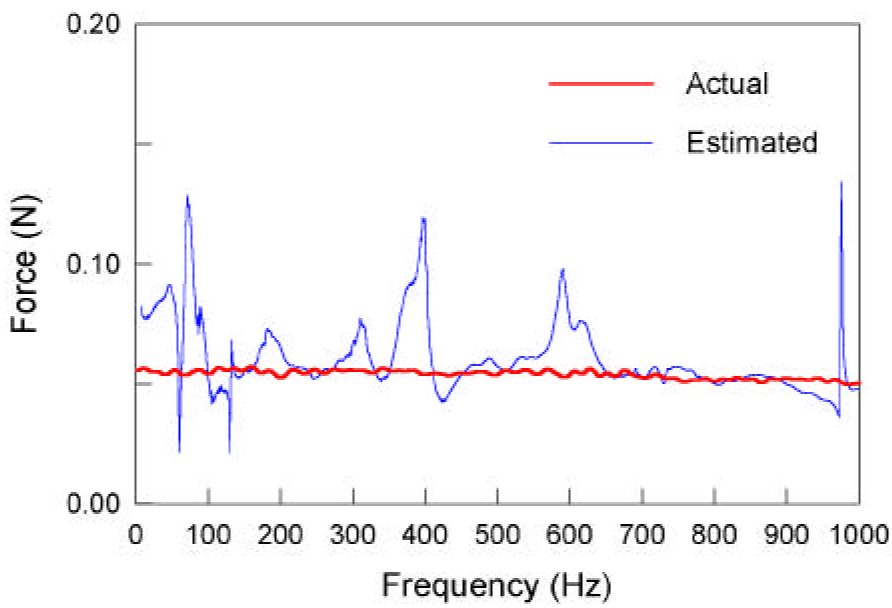


Fig. 5.2 Comparison of estimated and actual forces
(for point 2 under impact on point 2)

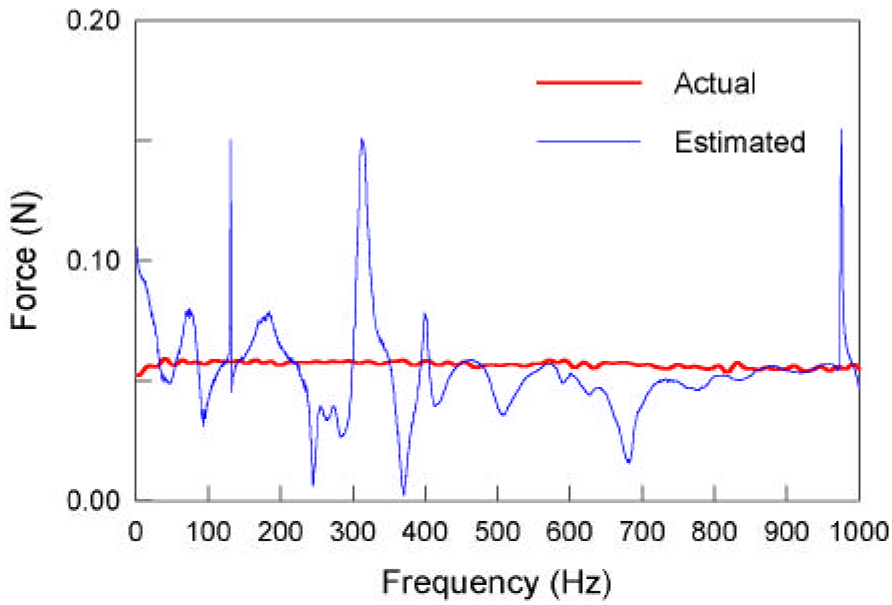


Fig. 5.3 Comparison of estimated and actual forces
(for point 3 under impact on point 3)

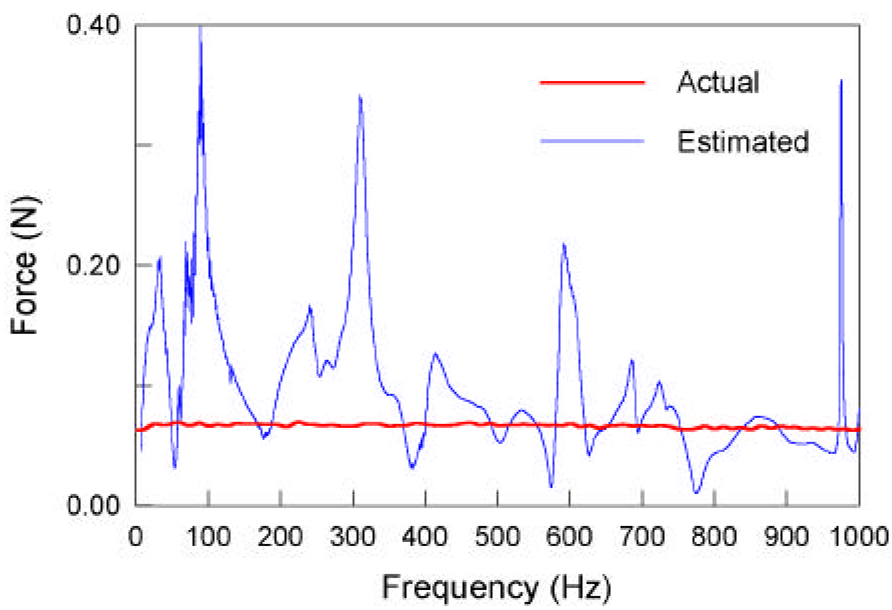


Fig. 5.4 Comparison of estimated and actual forces
(for point 4 under impact on point 4)

제 4장 모드 기반법

진동 이론에 의하면 응답은 모두 진동 모드의 합으로 주어지므로, 이러한 모드응답 이론에 근거하여 본 가진력 추정의 문제를 접근해 보았다. 이러한 경우, 기대되는 효과는 역 전달함수법에서 보여진 IFRF 상의 peak들이 없어지거나 훨씬 부드럽고 안정된 형태를 보일 것이라는 예상이다. 또한 진동 이론의 관계식을 사용함으로써 단순한 black box 시스템의 주파수 특성 역변환이 아닌 진동계의 특성을 살려 문제를 접근할 수 있는 측면이 있다.

4.1 진동계의 모드 응답과 가진력

다중 입출력 시스템에 대해 여러 점의 동시 가진을 가정하고, 식(2.10)의 관계를 이용하면 특정점의 진동변위 응답은

$$X_j(\omega) = \sum_{k=1}^{N} \alpha_{jk}(\omega) F_k(\omega) = \sum_{k=1}^{N}\sum_{r=1}^{M} \frac{\psi_{jr}\ \psi_{kr} F_k}{m_r(\omega_r^2 - \omega^2 + i\ 2\zeta_r \omega_r \omega)} \tag{4.1}$$

와 같이 된다.

정규화된 모드 벡터를 사용하고 분모의 괄호안을 아래와 같이 재정의하면,

$$g_r(\omega) = \omega_r^2 - \omega^2 + i\ 2\zeta_r\omega_r\omega \tag{4.2}$$

응답은

$$X_j(\omega) = \sum_{k=1}^{N}\sum_{r=1}^{M} \frac{\phi_{jr}\ \phi_{kr} F_k(\omega)}{g_r(\omega)} = \sum_{k=1}^{N}\sum_{r=1}^{M} \phi_{jr} \frac{1}{g_r(\omega)} \phi_{kr} F_k(\omega) \tag{4.3}$$

와 같다. 식(4.3)의 관계를 행렬형태로 나타내면

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{\Phi}\left[diag\ \frac{1}{g_r}\right]\boldsymbol{\Phi}^t \boldsymbol{F} \tag{4.4}$$

와 같은데, 여기서 $\boldsymbol{X}$, $\boldsymbol{F}$ 는 각각 각 점의 변위응답벡터 및 가진력벡터이고 $\boldsymbol{\Phi}$는 모드 행렬(modal matrix)로서 아래와 같이 각각의 모드의 집합으로 정의

된다.

$$\boldsymbol{\Phi} = [\boldsymbol{\phi}_1, \boldsymbol{\phi}_2, \cdots, \boldsymbol{\phi}_M] \tag{4.5}$$

식(4.4)의 관계를 이용하여 가진력을 응답으로 나타내면

$$\boldsymbol{F} = (\boldsymbol{\Phi}^{-1})^t \, [diag\, g_r] \, \boldsymbol{\Phi}^{-1} \boldsymbol{X} \tag{4.6}$$

의 관계가 주어진다.

즉, 고유진동수와 감쇠계수 그리고 모드 행렬만 안다면, 위의 식에서 응답으로부터 가진력을 직접 구할 수 있다. 단, 위의 관계가 성립하려면 모드 행렬의 역행렬이 존재해야 한다. 따라서 모드 행렬이 정방 행렬(square matrix)이어야 하고, 또한 비특이적(non-singular)이어야 한다. 모드 벡터의 특성상 서로 준직교적† 이므로, non-singular의 조건을 만족하지만, 정방행렬이 되기 위해서는 측정점(응답점)의 수와 고려되는 모드의 수가 같아야 하는 조건이 전제된다.

(† 모드 벡터는 정확하게는 질량행렬 및 강성행렬에 대해 서로 직교적임. 즉,
$\phi_r^t \boldsymbol{M} \phi_s = 0$, $\phi_r^t \boldsymbol{K} \phi_s = 0$ for $r \neq s$)

실제 대부분의 계측에서와 같이 가속도 응답을 취하는 경우, 식(4.6)은 아래와 같이 재표현될 수 있다.

$$\boldsymbol{F} = (\boldsymbol{\Phi}^{-1})^t \, [diag\, g_r] \, \boldsymbol{\Phi}^{-1} \boldsymbol{A} / (-\omega^2) \tag{4.7}$$

여기서, $\boldsymbol{A}$ 는 각 점의 가속도 응답 벡터이다.

4.2 2자유도계 Simulation

식(4.7)에 의한 모드 응답이론에 의거한 가진력의 추정방법을 검증하고 가장 단순한 다 자유도계(multi-DOF system)에서의 동특성을 고찰하기 위해서 2자유도계 진동모델을 수치 예로서 분석해 보았다.

4.2.1 2자유도계 모델

Fig. 6에 2자유도 진동계의 모델을, Table 2에는 모델 및 모드의 특성치를 각각 제시하였다.

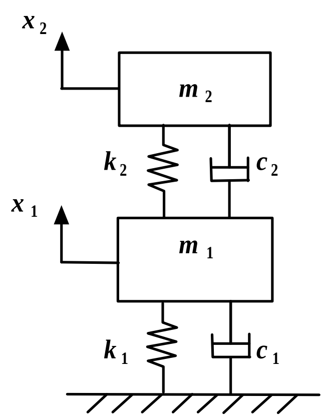


Fig. 6 Model for 2 DOF simulation

Table 2. Characteristics of 2 DOF Model

Mass	m_1 = 2 kg, m_2 = 1 kg
Stiffness	k_1 = 1 N/m, k_2 = 1 N/m
Damping	ζ_1 = 0.0234, ζ_2 = 0.0207
Natural frequency	ω_1 = 0.541 rad/s, ω_2 = 1.306 rad/s
Modal matrix	$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.707 & -0.707 \end{bmatrix}$

4.2.2 2자유도계의 (역)주파수 응답함수

Fig. 7에 계의 모드 모델 특성으로서 가속성(accelerance) FRF를 제시하였다. 각 점에서의 FRF 실수부와 허수부 형태의 정확한 거동 및 두 점간의 상반법칙(reciprocal theorem) 관계를 확인할 수 있다.

참조로 Fig. 7에 제시된 FRF 데이터에 대하여 식(3.4)에 의한 역전달함수(IFRF)를 구하였는데 Fig. 8과 같다. 3장의 실험결과의 IFRF와는 전혀 다른 형태임을 쉽게 알아볼 수 있다. 특징으로서는 허수부는 모두 0에 가깝고 실수부만 부드러운 곡선의 변화를 보이는데 낮은 주파수에서 큰 값으로 발산한다. 또한 특정 주파수에서 0과 만나며(zero-crossing), FRF와는 달리 고유진동수 위치에서는 특별한 거동을 나타내지 않는다는 점이 특이하다.

또 다른 경우로서 전달함수를 리셉턴스(receptance)로 하고, 이를 역산하여 구한 동강성(dynamic stiffness)의 결과를 Fig. 9에 나타내었다. 허수부가 0이고 실수부가 부드러운 변화를 갖는 것은 겉보기 질량(apparent mass)과 유사하나, 주파수가 높을수록 발산하는 것이 다르다.

이와 같은 역전달함수의 변화는 바로 식(2.4)으로부터 설명될 수 있다. 즉 식(2.4)에서 동강성 행렬은 아래와 같이 표현될 수 있는데,

$$\boldsymbol{K}^{D}(\omega) = (-\omega^2 \boldsymbol{M} + i\omega \boldsymbol{C} + \boldsymbol{K}) \qquad (4.8)$$

이 때 실수부는 Table 2의 자료에서 아래와 같이 주어진다.

$$Re\{\boldsymbol{K}^{D}\} = (\boldsymbol{K} - \omega^2 \boldsymbol{M}) = \begin{bmatrix} 2-2\omega^2 & -1 \\ -1 & 1-\omega^2 \end{bmatrix} \qquad (4.9)$$

따라서 이 때의 각 항들은 바로 Fig. 9의 동강성의 실수부를 나타내며, 특히 $\omega = 0$인 경우 정적 강성행렬의 각 항들과 같음이 확인된다. 두 점간의 연성항은 -1 로 일정하며 그림에서의 결과도 같다. 이는 본 모델의 경우, 질량행렬이 대각행렬이기 때문이다. 각각의 자기 FRF (α_{11}, α_{22})는 공통적으로 $\omega = 1$에서 0이 됨을 식과 그림에서 확인할 수 있다. 식(4.9)에서 자유도의 수에 관계없이 주파수에 따른 동특성의 변화가 없는 계라면, 어느 점 간의 IFRF이든 단 한번의 zero crossing만 하게 될 것임을 추측할 수 있다.

다시 Fig. 8의 겉보기 질량의 변화로 돌아가서, 식(2.4)에 $\boldsymbol{A} = -\omega^2 \boldsymbol{X}$ 임을 적용하면, 겉보기 질량행렬은

$$\boldsymbol{M}^{A}(\omega) = (\boldsymbol{M} - i\boldsymbol{C}/\omega - \boldsymbol{K}/\omega^2) \qquad (4.10)$$

로 표현되며 이중 실수부는

$$Re\{\boldsymbol{M}^A\} = (\boldsymbol{M} - \boldsymbol{K}/\omega^2) = \begin{bmatrix} 2 - 2/\omega^2 & 1/\omega^2 \\ 1/\omega^2 & 1 - 1/\omega^2 \end{bmatrix} \qquad (4.11)$$

로 주어진다. Fig. 8의 각 겉보기 질량행렬이 식(4.11)의 각 항의 내용과 같음이 역시 확인된다. 주파수가 0에 가까울수록 발산하며 매우 높은 주파수($\omega \to \infty$)에서의 값은 질량행렬 그 자체가 된다. 또, zero crossing 특성은 원리적으로 동강성과 정확하게 일치한다.

감쇠력이 작은 계에서 동강성과 겉보기 질량의 허수부는 0에 가까움을 식과 그림에서 이해할 수 있다.

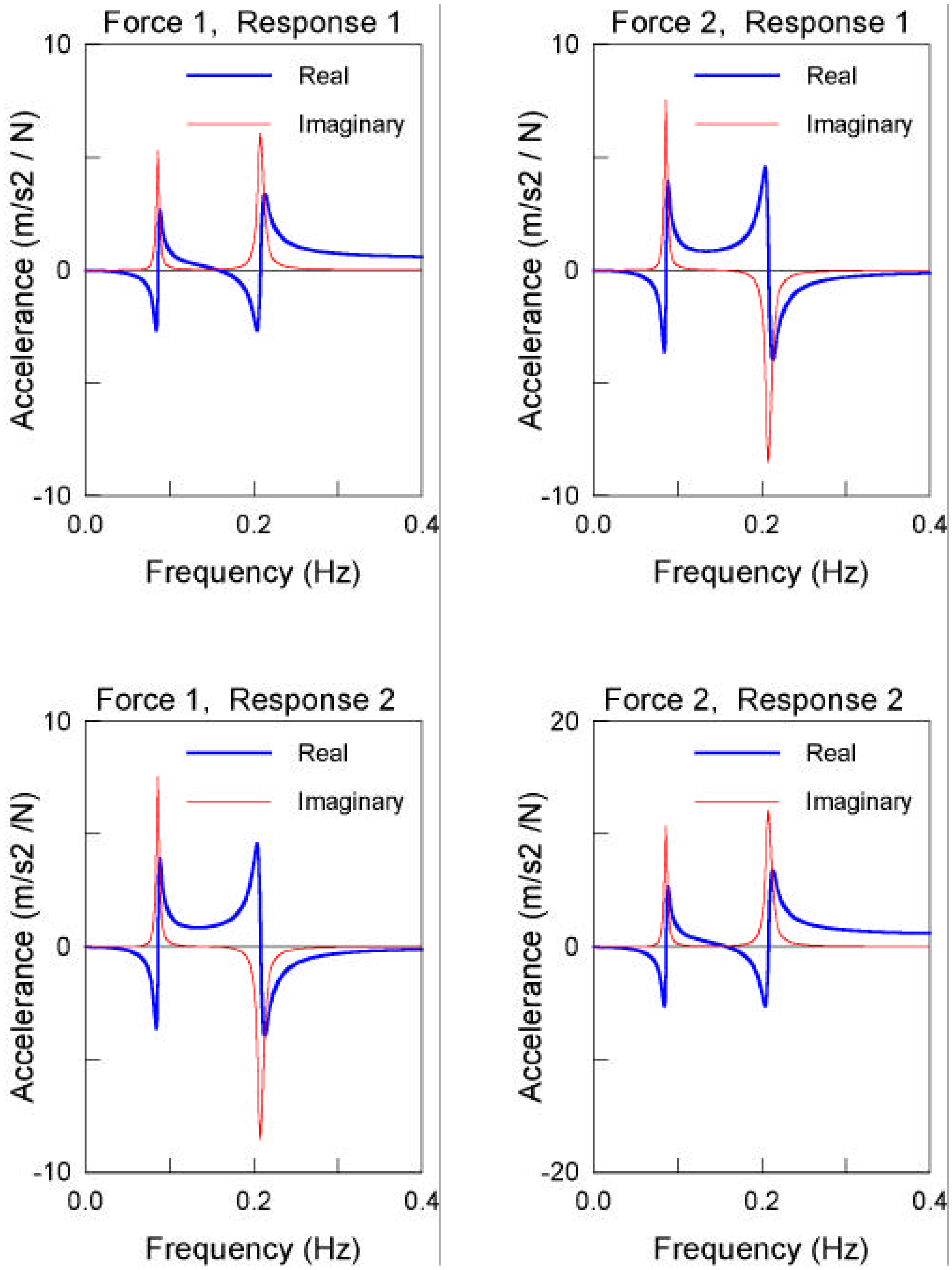


Fig. 7 FRF(accelerance) of 2 DOF system

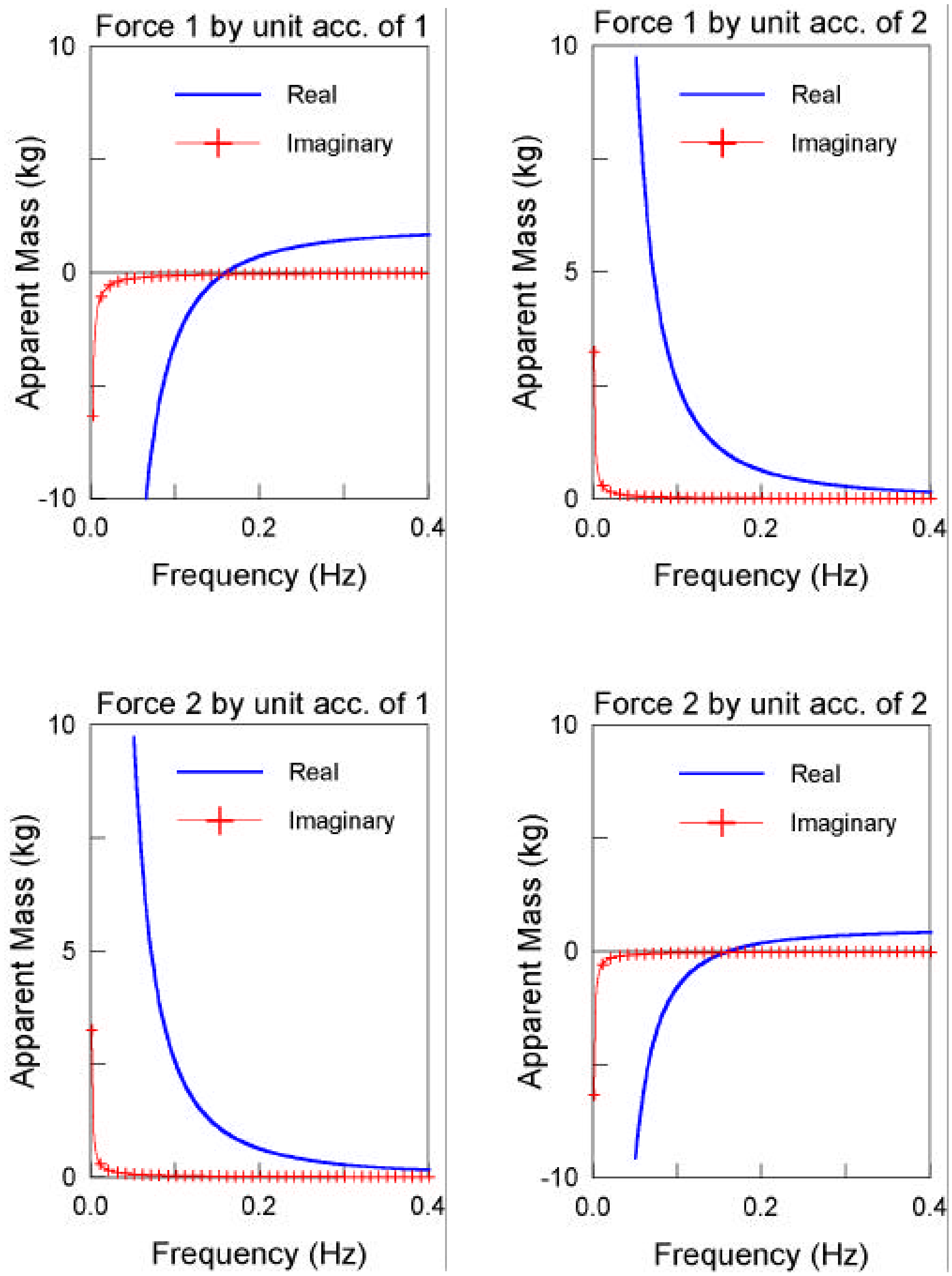


Fig. 8 Inverse FRF(apparent mass) of 2 DOF system

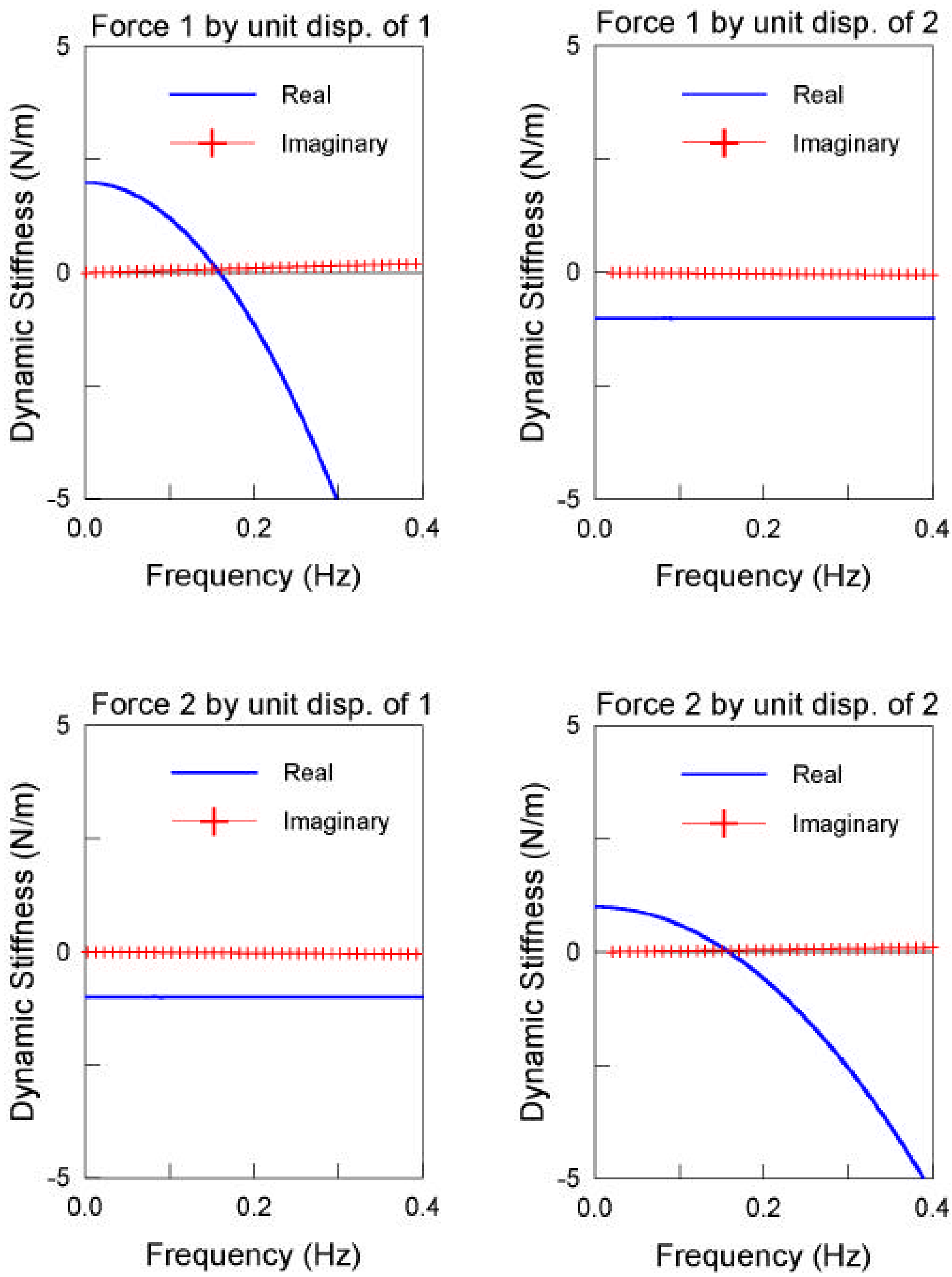
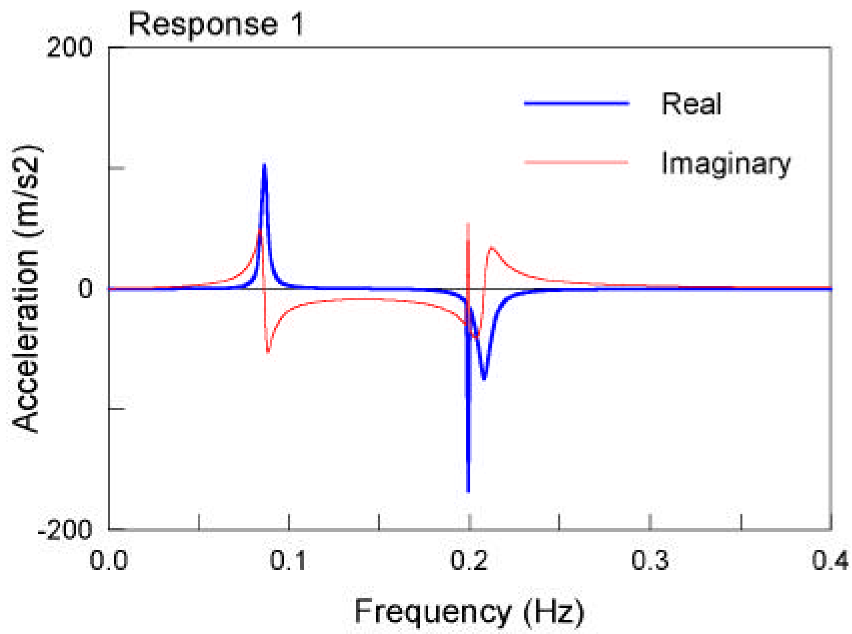


Fig. 9 Inverse FRF(dynamic stiffness) of 2 DOF system

4.2.3 2자유도계에 대한 모사응답 및 추정가진력

식(4.6) 및 (4.7)의 검증을 위하여 가정된 가진력에 의한 2자유도계의 진동응답을 모사하고, 이로부터 식(4.7)을 사용한 추정 가진력을 계산해 보았다. 점 1에는 일정한 크기의 정현파 가진력을 가하고 점 2에는 이상적인 충격력을 가하여 힘의 크기 성분뿐만 아니라 가진한 위치의 분별 능력도 시험하였다.

Fig. 10에 검증에 사용한 복합가진에 의한 응답을 보였고, Fig. 11에는 모드기반방법에 의해 대상계에서 이러한 응답을 주게 되는 가진력을 추정한 결과이다. 응답은 정현파 성분과 충격응답 성분이 두 점에 모두 혼재되어 나타나지만, 추정된 가진력은 해당되는 점에 가정한 힘의 형태을 각각 정확히 보여주고 있다. 이로서 기본적으로 모드응답 이론에 기초한 가진력 추정 방법의 수치적 검증을 하였다.



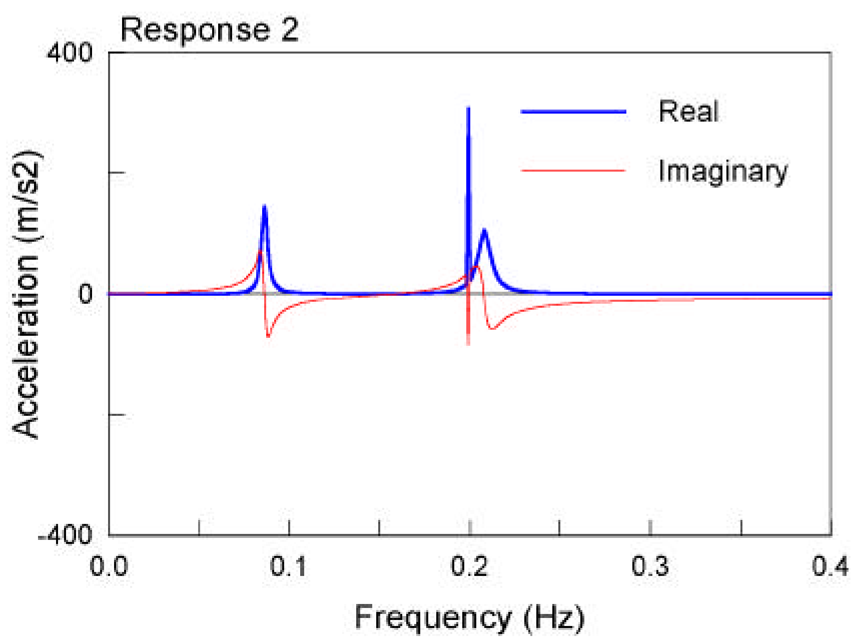
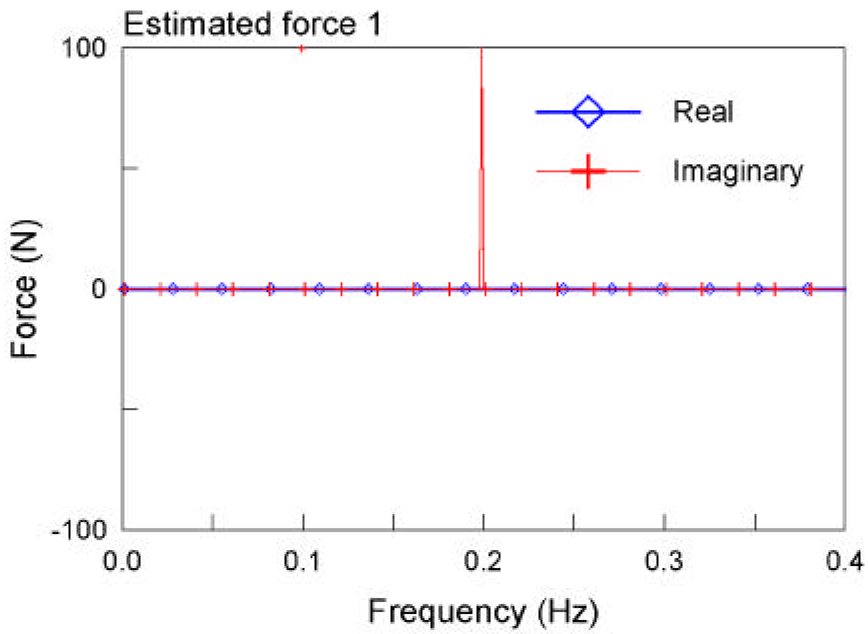


Fig. 10 Simulated responses of 2 DOF system by impact and sinusoidal excitations on different points



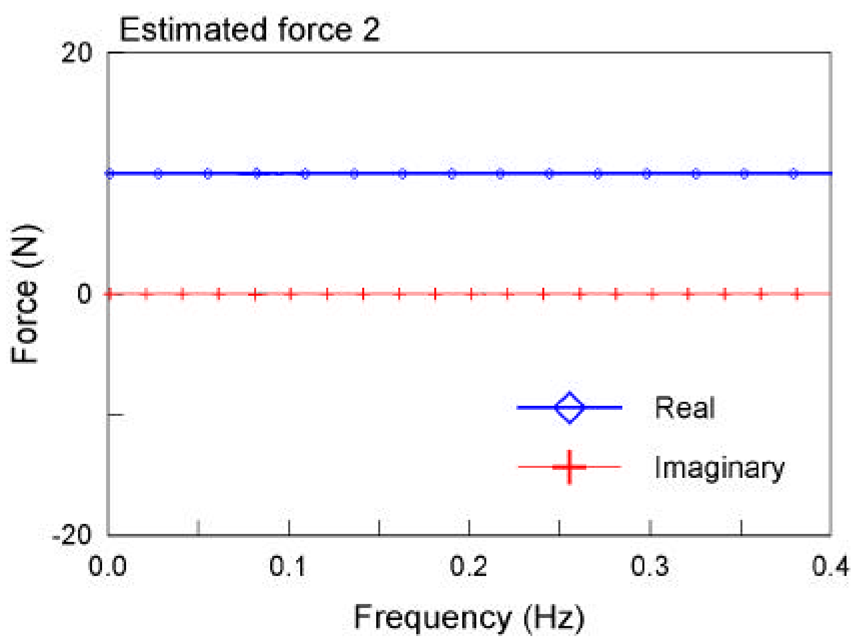


Fig. 11 Estimated forces of 2 DOF system by the mixed responses.

4.3 실험적 모드 파라미터의 추출

실험적인 모드는 주파수 응답함수로부터 구하는데, 이러한 방법의 가장 일반적인 형태로는 Richardson 등이 제안한 Rational Fraction Polynomial을 이용한 모드 파라미터 추정방법 [3] 등이 있다. 본 연구에서는 상용 프로그램인 MESCOPE [4]를 이용하여 3.3절의 실험 결과에 대한 모드 변수들을 결정하였다.

4.1절의 조건을 만족하기 위하여 4개의 응답점에 대해 50 500 Hz 범위에서 지배적인 응답을 보이는 4개의 모드를 추출하였다. 실제 계(system)의 기저 모드 (fundamental mode)는 12 Hz에 존재하나 주파수 특성상 기여도가 작으므로 제외하였다. 추출한 모드의 특성들은 다음 Table 3와 같다. 경감쇠 계 (lightly damped system)이므로, 모드벡터는 모두 실수부로 하고 허수부는 0으로 가정하였다.

Table 3 Modal parameter and mode shape vectors of tested model

Mode	1	2	3	4	5
Natural frequency	54 Hz	148 Hz	300 Hz	475 Hz	725 Hz
Damping ratio	2.6 %	1.1 %	1.4 %	1.5 %	0.7 %
Mode vector 1	0.39	0.352	0.251	0.245	0.337
Mode vector 2	0.0	-0.163	-0.198	-0.102	-0.063
Mode vector 3	-0.215	-0.228	0.063	0.232	0.261
Mode vector 4	-0.249	0.028	0.217	-0.079	-0.310

추출된 진동 모드들의 형태를 나타내면 Fig. 12와 같다. Fig. 13에는 이러한 모드변수를 사용하여 재현한 FRF를 실험 FRF와 비교하였다. 전체적으로 공진영역에서 비교적 잘 일치하여 추출된 모드 파라미터의 유효성이 입증된다. 일부 비공진영역에서의 차이는 잡음 신호등의 실험적인 오차 및 고려되지 않은 모드에 의한 기여분 등으로 추정된다.

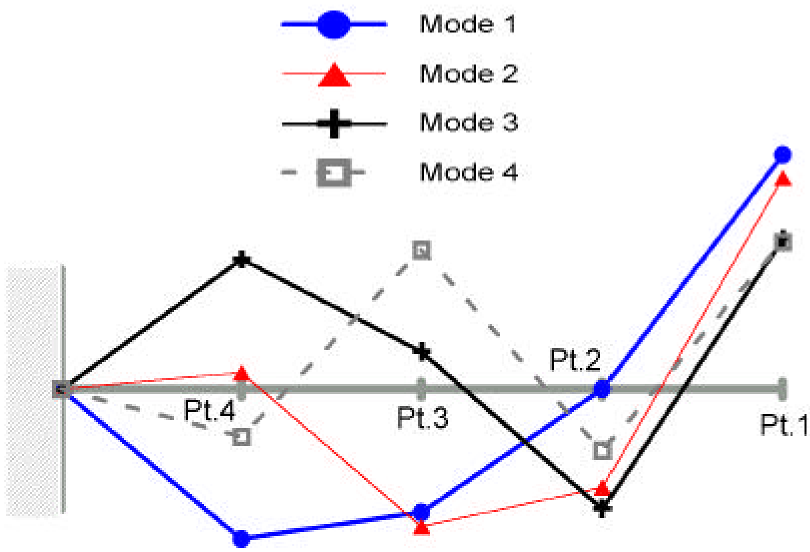


Fig. 12 Mode shapes of the tested cantilever model

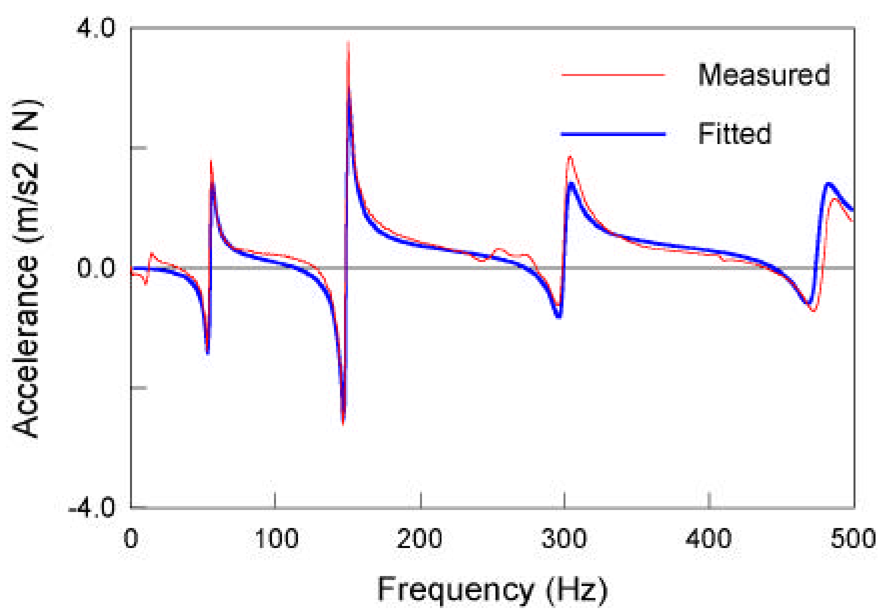


Fig. 13.1 Comparison of fitted FRF with measured one (excitation and response of point 1, real part)

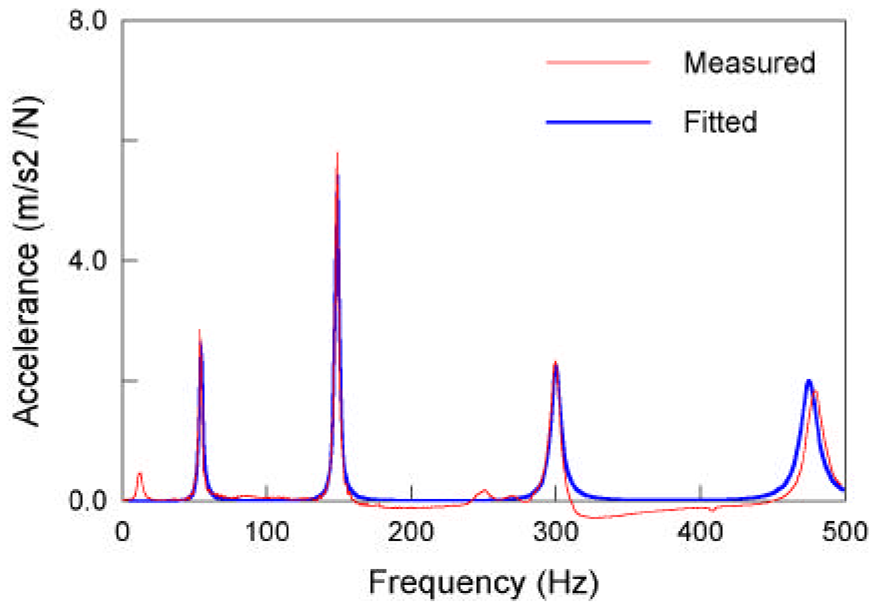


Fig. 13.2 Comparison of fitted FRF with measured one
(excitation and response of point 1, imaginary part)

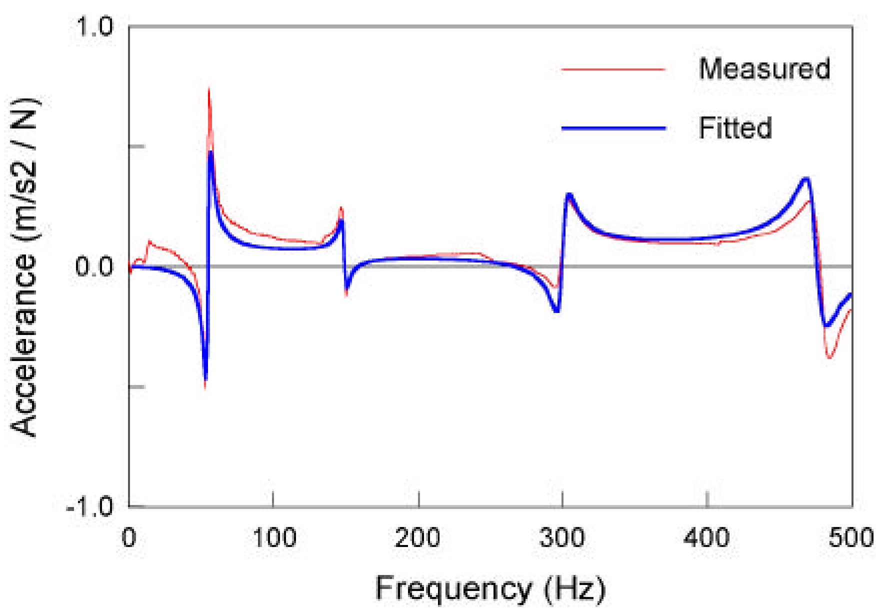


Fig. 13.3 Comparison of fitted FRF with measured one
(excitation on 4 and response of point 3, real part)

4.4 실험적 응답에 의한 가진력 추정

4.4.1 측정된 응답에 의한 추정 가진력

점 1에 충격력을 가한 경우의 응답으로부터 식(4.7)에 의한 가진력을 계산하였다. 그 결과를 고려된 50 500 Hz 범위에 대해 제시하면 Fig. 14와 같다. 100 Hz 이하의 저주파 영역에서 매우 큰 값이 추정되며 전체적인 안정성에도 문제가 있다. 실제 가진력의 협대역(narrow band) 스펙트럼이 약 0.04 N 정도임을 감안하면 크기의 order 자체가 큰 차이를 보인다. 또한 절대 크기의 문제가 아니라 하더라도 추정된 힘의 경향이 기대되는 바와 다르다.

이러한 큰 차이의 원인으로는 잡음 신호(noise)등 의한 실험적인 오차 및 고려되지 않은 모드에 의한 기여분 등으로 추정된다. 계산적인 과정의 검토는 4.2절의 2자유도계 검증 및 4.4.2절의 단계별 결과에서 확인하였고 다만, 4.4.3절의 실험 모델에 대한 역 FRF(accelerance)의 값에서 알 수 있듯이 질량이 크게 추정된 것 자체가 이러한 왜곡된 결과를 주었을 가능성이 높다.

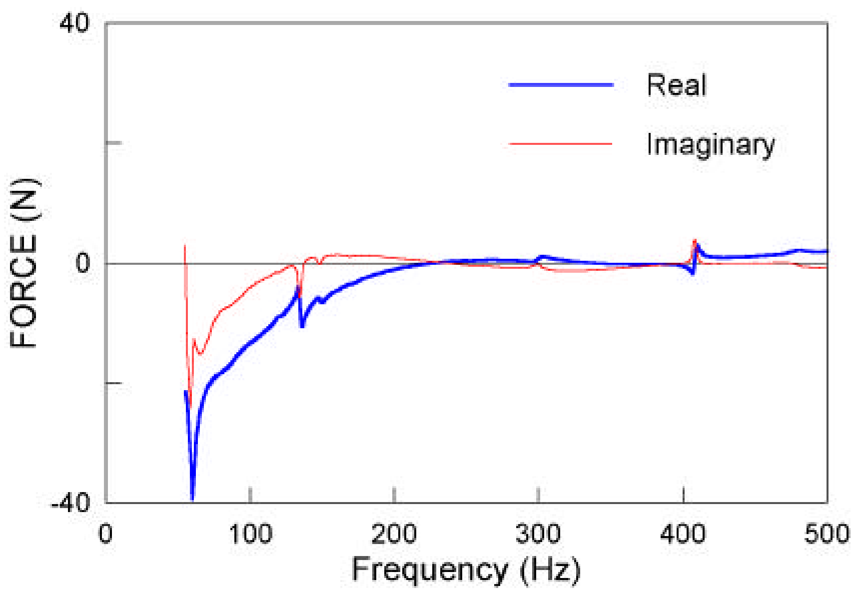


Fig. 14.1 Estimated excitation for point 1 under actual excitation of point 1

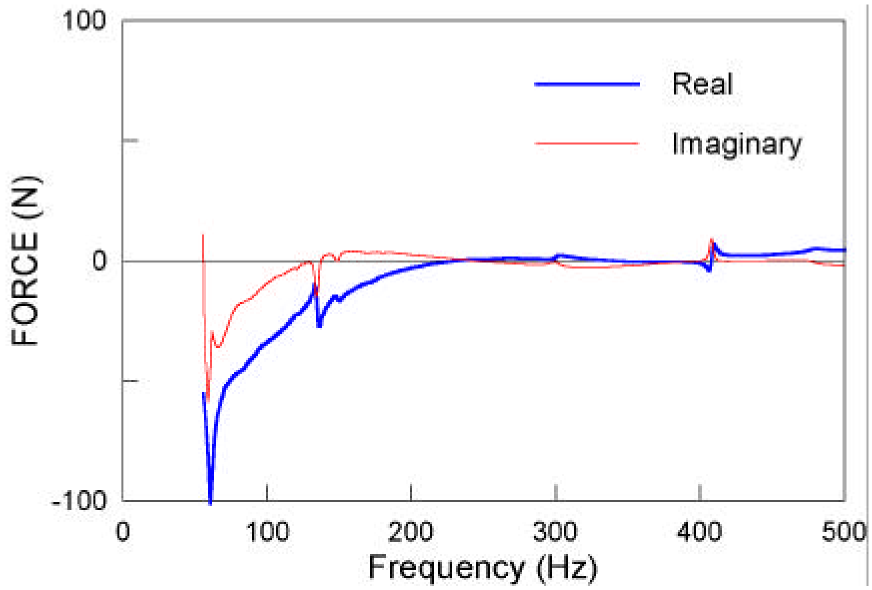


Fig. 14.2 Estimated excitation for point 2 under actual excitation of point 1

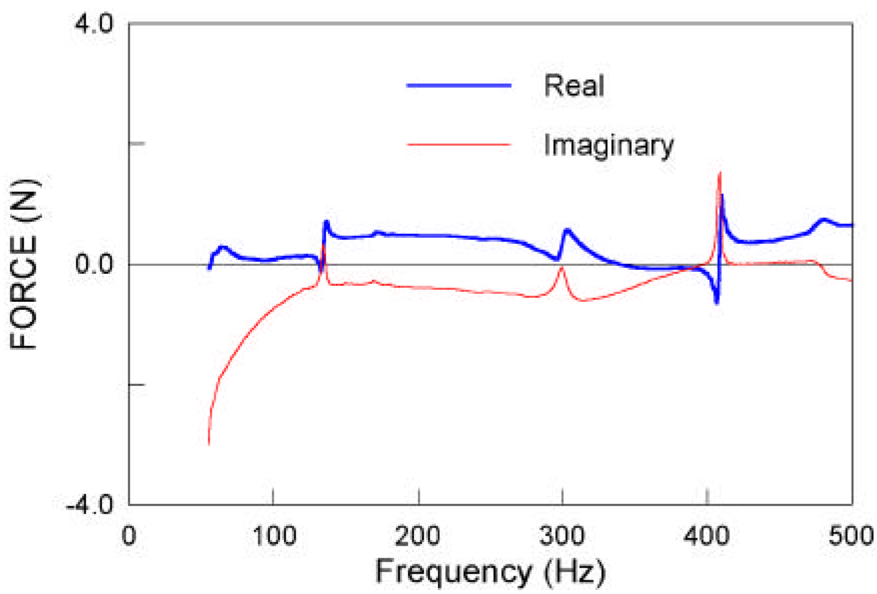


Fig. 14.3 Estimated excitation for point 3 under actual excitation of point 1

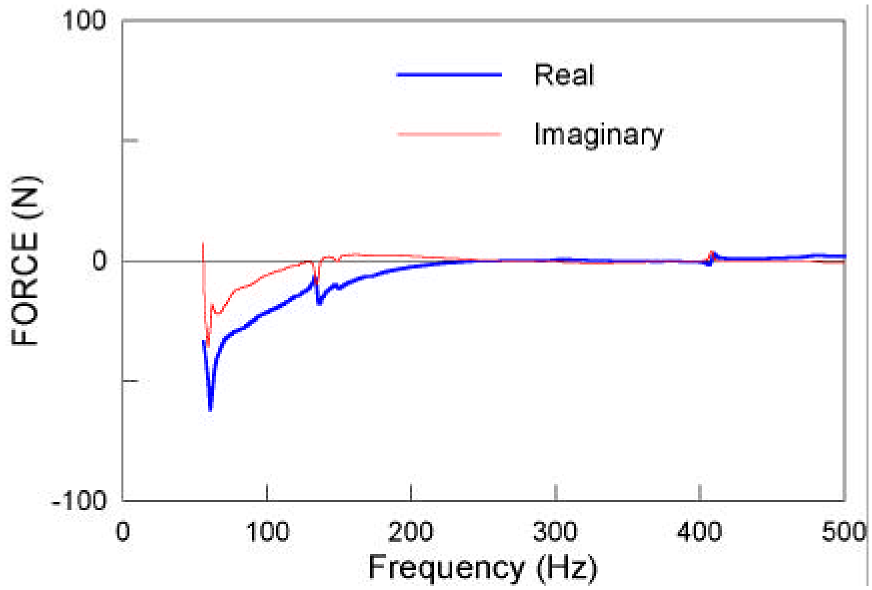


Fig. 14.4 Estimated excitation for point 4 under actual excitation of point 1

4.4.2 **단계별 결과 및 모드 지수**

앞절에서 나타난 비정상적 결과의 추적 및 중간 단계의 결과 검토를 위하여 Fig. 15**에 단계별 결과를 제시하였다. 또한 과정의 데이터가 가지는 의미를 아울러 분석하였다. 가속도의 변위로의 변환만 제외하고는 아래 식의 우측변 계산 과정부터 시작한다.**

$$\boldsymbol{F} = (\boldsymbol{\Phi}^{-1})^{t}\,[g_r(\omega)]\,\boldsymbol{\Phi}^{-1}\boldsymbol{A}\,/\,(-\omega^2) \tag{4.7}$$

1) **가속도 응답** (acceleration response, $\boldsymbol{A}$)

먼저 Fig. 15.1**은 각** 4**개 점에서의 응답으로서 가진력 추정 과정의 입력자료이다. 이 중 응답** peak**가 뚜렷한** B, C, D, F peak**에서의 모드를 취하였고,** A **및** E peak**는 무시하였다.** (Table 3 **및** Fig. 12 **참조**.)

2) **기여도** (modal contribution, $\boldsymbol{\Phi}^{-1}\boldsymbol{A}$)

모드별로 응답에 미치는 영향을 조사하였다. 각 주파수에서 응답에 대해 어떠한 모드가 지배적인가를 알아보는 과정으로, Fig. 15.2**에서 볼 수 있듯이 각각의 모드가 해당 고유진동수 주파수에서 큰 기여를 함을 읽을 수 있다. 즉,**

B는 mode 1, C는 mode 2, D는 mode 3 그리고, F peak에서는 mode 4에 의한 기여도가 큼을 확인할 수 있다. 고려되지 않은 A 및 E peak에서는 모든 모드의 기여가 큰 것으로 나타나는 것에 유의할 만하다.

3) 모드 참여도 (modal participation, $[g_r(\omega)]\boldsymbol{\Phi}^{-1}\boldsymbol{A} = \boldsymbol{\Phi}^t \boldsymbol{F}\omega^2$)

위의 결과는 모드 벡터의 크기뿐만 아니라 주로 공진점 부근에서 동적 배율의 증가에 의한 것이므로, 이를 제거하고 순수하게 모드벡터가 가진력 벡터와 작용하는 정도를 보는 것으로서 참여도 (participation)라고 칭하였다‡ . Fig. 15.3를 보면, 대부분의 공진점에서 해당 모드의 참여도는 오히려 가장 적게 되고 다른 모드의 참여가 커지는 결과를 볼 수 있다. 역시 고려하지 않은 모드에서의 참여도 값은 크게 나타난다.

(‡ 일반적으로 지진해석 등에서 참여계수 (participation factor)라고 하면, 지반의 가속도가 특정 모드응답에 미치는 영향의 정도를 말하는 것으로서 아래와 같이 정의된다 [5].)

$$P_n = \frac{\boldsymbol{\phi}_n^t \boldsymbol{M}\ \boldsymbol{1}}{\boldsymbol{\phi}_n^t \boldsymbol{M}\ \boldsymbol{\phi}_n} \tag{4.12}$$

4) 변환되지 않은 힘 (unconverted force, $(\boldsymbol{\Phi}^{-1})^t[g_r(\omega)]\boldsymbol{\Phi}^{-1}\boldsymbol{A} = \boldsymbol{F}\omega^2$)

Fig. 15.4의 결과와 같다. 전체적으로 각 점의 힘의 크기의 순서가 일정한 것이 특징이다. 즉, 점2의 해당력이 전 영역에서 가장 크고 점4와 점1 비슷한 크기이며, 점 3의 해당력은 상대적으로 매우 작다. 공통적으로 A, E peak에서는 값이 커진다.

5) 변환된 힘 (force, $\boldsymbol{F} = (\boldsymbol{\Phi}^{-1})^t[g_r(\omega)]\boldsymbol{\Phi}^{-1}\boldsymbol{A}/\omega^2$)

Fig. 15.5의 결과와 같다. 점간의 힘 크기의 순위는 바뀌지 않으나 저주파영역으로 갈수록 급격하게 증가한다. 자세한 실허수부의 내용은 Fig. 14와 같다.

참고로 Fig. 16에 가진점이 2, 3, 4 점인 경우 변환전의 힘 추정 결과를 제시하였다. Fig. 15.4와 비교하여 각각의 경우 주파수에 따른 형태 차이는 다소 있으나 지배적인 점의 순서에는 거의 변화가 없다. 즉 모든 경우 점 2에 대해 항상 가장 큰 힘이 추정되고 점 1과 점 4에 대한 결과는 비슷한 크기이며 점 3은 항상 가장 작은 값을 갖는다. 따라서 본 방법으로는 가진점의 추정에 대한 분별 능력이 거의 없다고 할 수 있다.

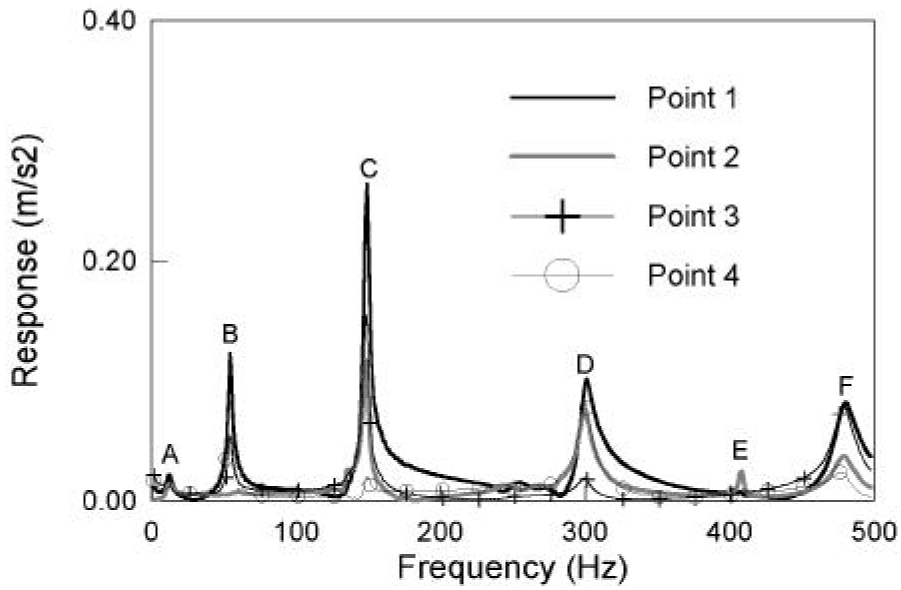


Fig. 15.1 Stepwise result (acceleration response)

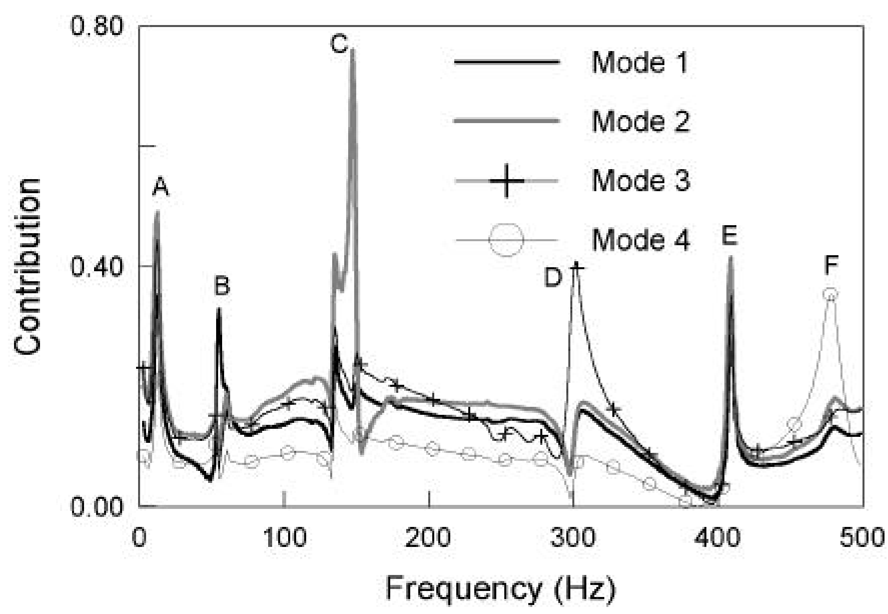


Fig. 15.2 Stepwise result (modal contribution)

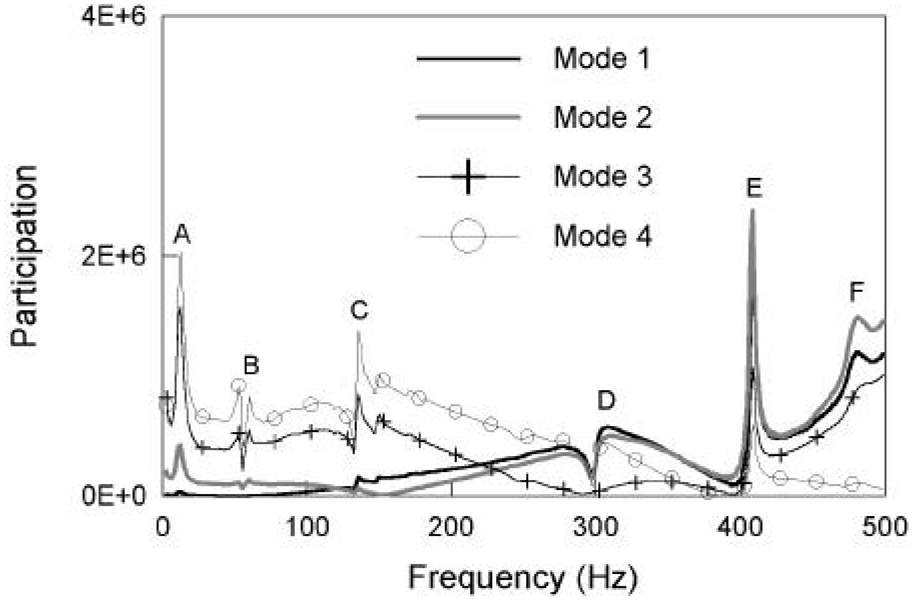


Fig. 15.3 Stepwise result (modal participation)

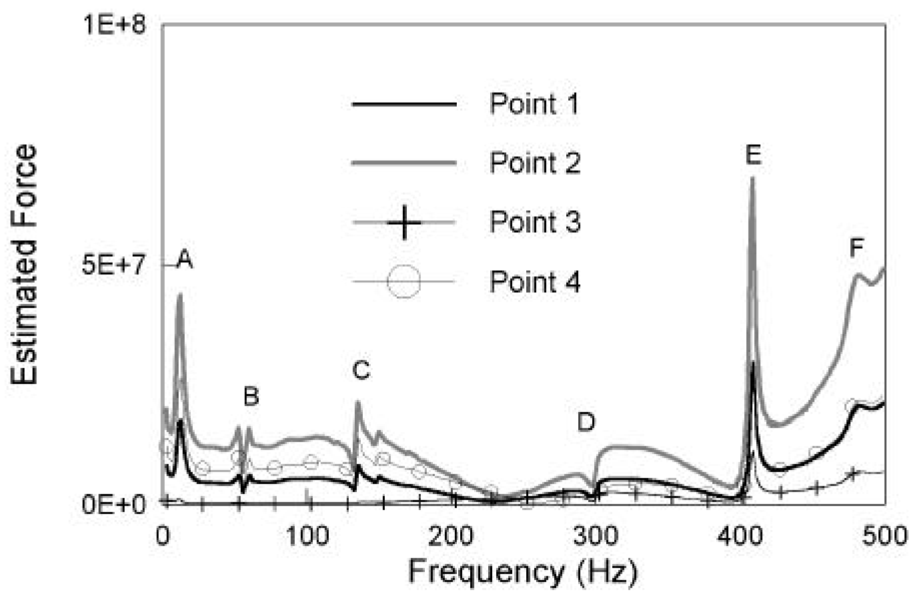


Fig. 15.4 Stepwise result (unconverted force)

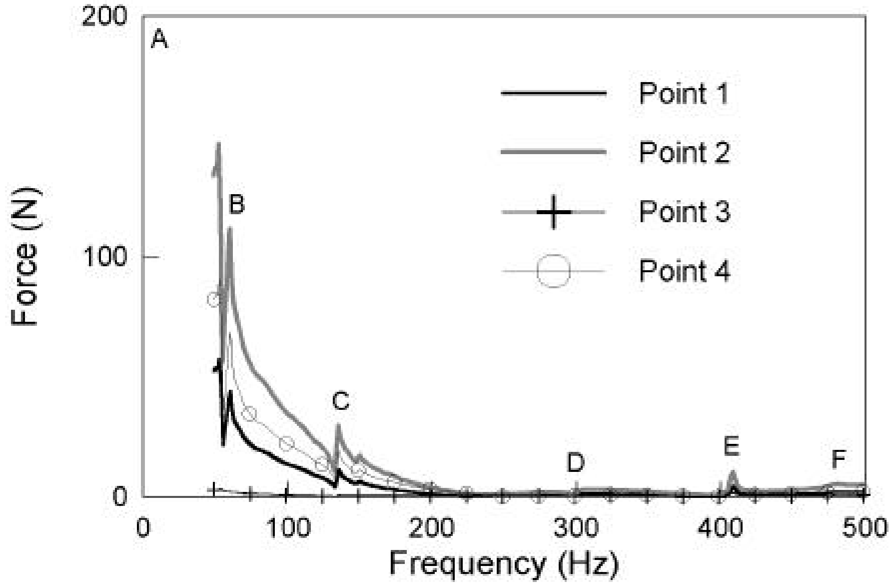


Fig. 15.5 Stepwise result (converted force)

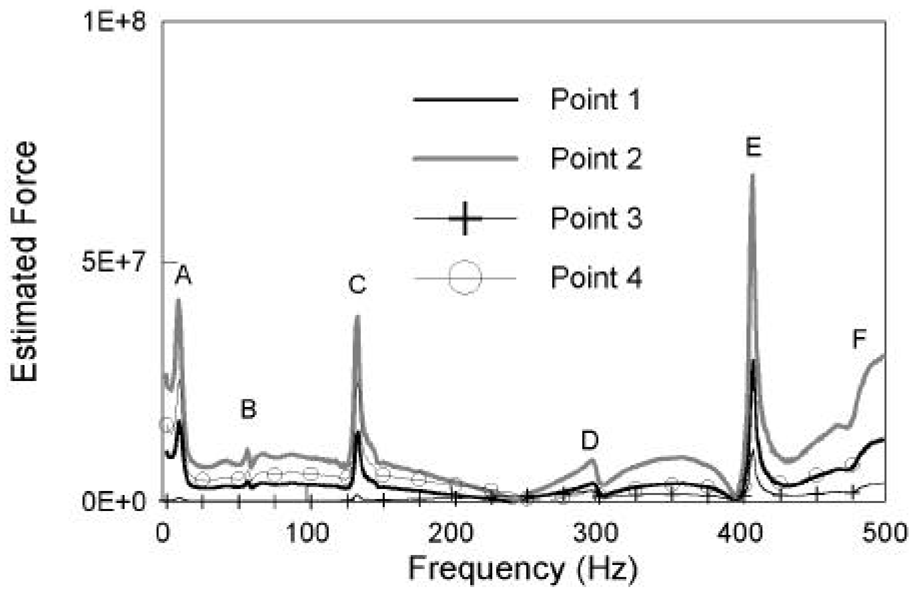


Fig. 16.1 Unconverted force under impact on point 2

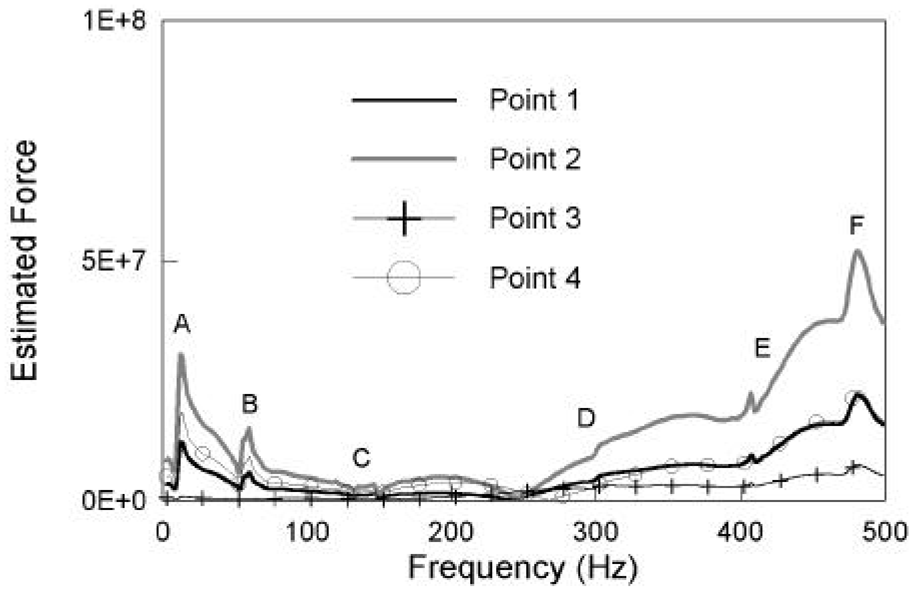


Fig. 16.2 Unconverted force under impact on point 3

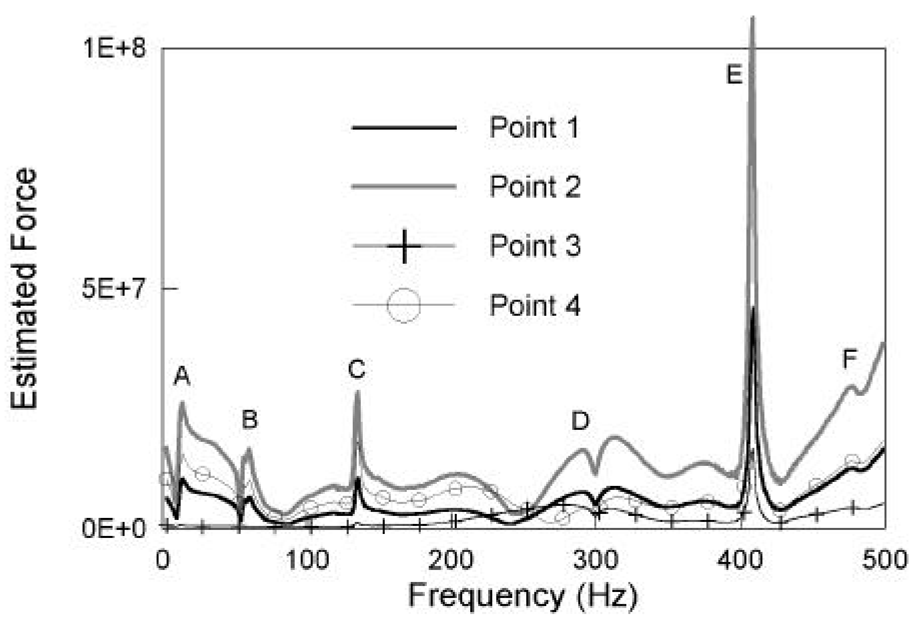


Fig. 16.3 Unconverted force under impact on point 4

4.4.3 실험모델의 역주파수응답함수

결과에서 나타난 바와 같이, 추정된 가진력이 저주파영역에서 증가하는 것은 기본적으로 2자유도계 모델에서 고찰한 바와 같이 각각의 겉보기 질량 역주파수응답함수 (apparent mass IFRF)의 특성에서 기인하는 것으로 추측된다. 그러나 2자유도계 simulation에서 이러한 저주파에서 IFRF가 증가하는 경향 (Fig. 8 참조)이 결과를 왜곡하지는 않았음을 상기하면 실험 모델에 대해서도 이러한 IFRF의 경향을 확인 및 검토해 볼 필요가 있다.

식 (4.7)에서 겉보기 질량행렬은 아래와 같이 표현되므로

$$M^A = (\boldsymbol{\Phi}^{-1})^t \, [\, g_r(\omega) \,] \, \boldsymbol{\Phi}^{-1} / (-\omega^2) \qquad (4.13)$$

이로부터 겉보기 질량행렬을 구하고 대표적으로 각 점의 자체적인 IFRF를 Fig. 17에 제시하였다. 경향으로 보면 2자유도계와 유사함을 알 수 있다. 충분히 높은 주파수에서의 값은 각 항의 질량 효과로 볼 수 있으므로, 1000 Hz에서 읽은 각 점들간의 질량 효과를 정리하면 Table 4와 같다.

Table 4 Mass effect between points from apparent mass (kg)

Point	1	2	3	4
1	102	237	27	116
2	237	564	63	273
3	27	63	14	29
4	116	273	29	141

전반적으로 실제 계의 질량에 비해 높게 추정된 값들이 얻어진다. 이러한 질량을 포함한 계에 대한 과대평가(over-estimation)가 가진력 추정의 오차로 나타난 것으로 추측할 수 있다. 또한 Fig. 17의 계산 IFRF 결과들이 Fig. 8의 2자유도계의 경향들과 유사하기는 하지만, Fig. 3의 실험 IFRF 결과와의 형태 및 크기 상의 현격한 차이에 대한 설명도 필요하다.

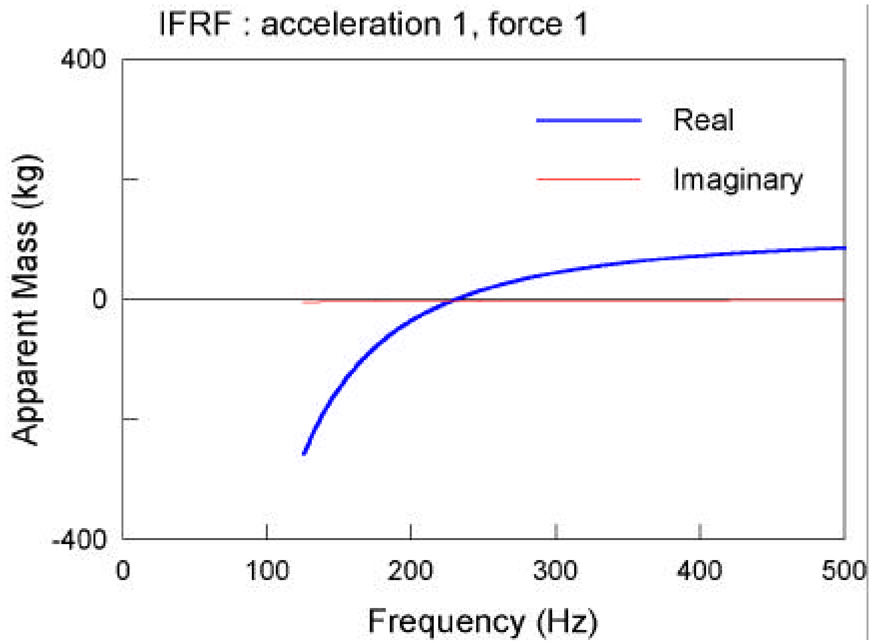


Fig. 17.1 Calculated IFRF (apparent mass) for point 1

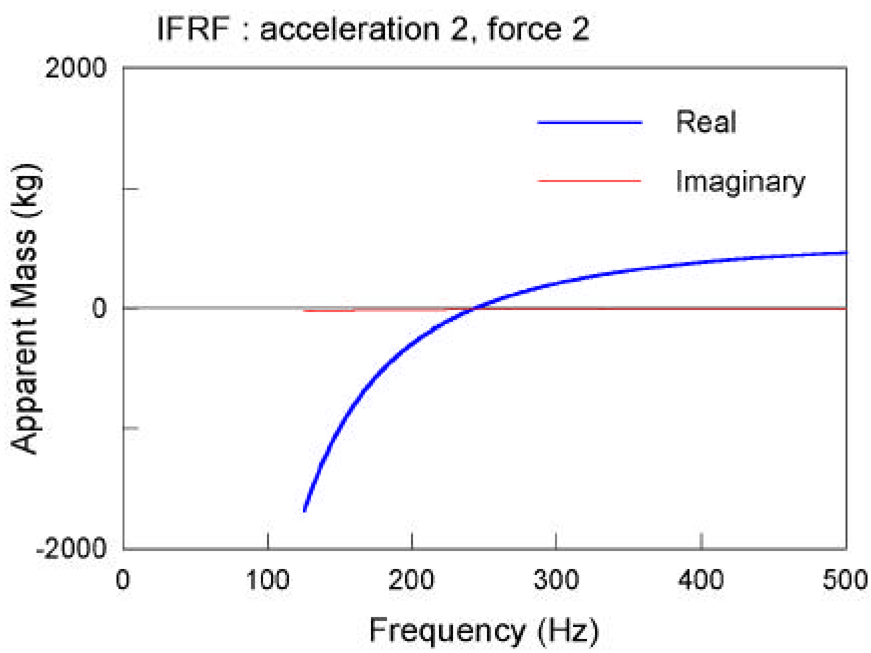


Fig. 17.2 Calculated IFRF (apparent mass) for point 2

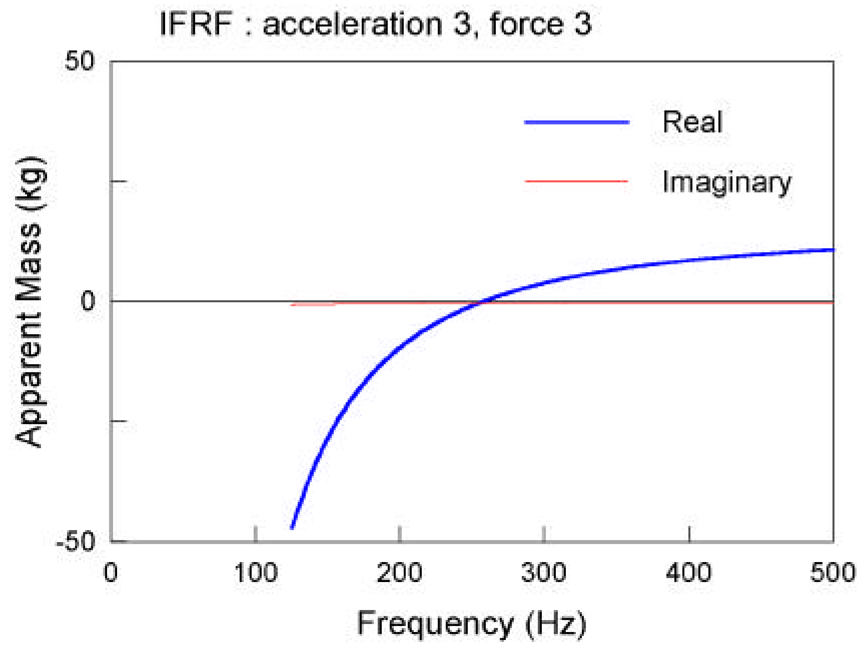


Fig. 17.3 Calculated IFRF (apparent mass) for point 3

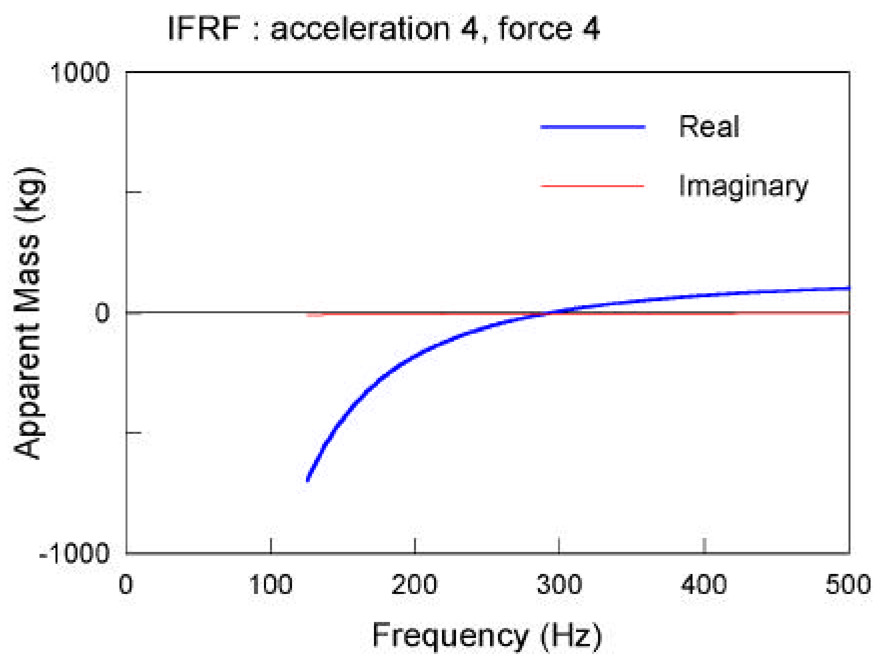


Fig. 17.4 Calculated IFRF (apparent mass) for point 4

제 5장 결 론

다자유도 진동계의 응답으로부터 가진력을 추정하는 방법에 대해 실험과 이론을 통하여 고찰하였다.

단순 외팔보에 대해 실험적으로 구한 주파수응답함수를 이용하여 역전달행렬법을 의해 구한 가진력의 결과는 역산 과정의 수치적인 문제로 인해 불안정한 peak가 발생하였다. 그러나 대개의 추정 수준은 제공하여 주며 입력신호의 처리에 따라 안정적인 결과를 얻을 수 있음을 보였다.

진동계의 특성을 반영한 모드응답을 이용한 가진력 추정의 경우, 2자유도계에 대한 simulation된 응답에 의한 결과는 이상적인 결과를 보여주었으나, 실제 측정한 응답에 의한 결과는 큰 오차를 발생하였다. 단계별 계산 과정의 검토 결과, 정성적 경향은 부합하였으나 정량적으로는 계측된 힘과 차이가 컸다. 이는 계측 신호 취득상의 가능한 잡음 및 고려되지 않은 모드의 기여분 그리고 모드 파라미터 선정상의 오차 등에 기인하는 것으로 추측된다.

따라서 본 연구를 통해 진동계로부터 측정된 진동응답으로부터 진동을 일으키는 가진력을 구하기 위해서는 보다 정밀한 진동계의 모델 동정(identification) 및 신호처리(signal processing)가 요구됨을 확인하였고, 진동계에서의 역동역학(inverse dynamics)적인 접근의 가능성을 제시하였다.

참고문헌

[1] D. J. Ewins, "Modal Testing : Theory and Practice", Research Studies Press Ltd. 1984

[2] Maia, Silva, et al. “Theoretical and Experimental Modal Analysis", Research Studies Press Ltd. 1997

[3] M. H. Richardson and D. L. Formenti, "Parameter Estimation From Frequency Response Measurements Using Rational Fraction Polynomials", Proceedings of the 1st International Modal Analysis Conference (IMAC I), 1982

[4] Vibrant Technology, ME'scope VES operating manual, 2000

[5] R. W. Clough and J. Penzien, "Dynamics of Structures", 2nd ed. 1993