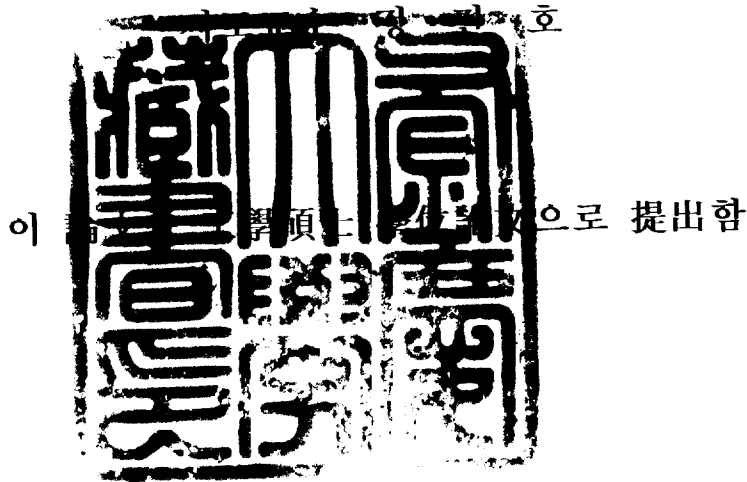


공학석사 학위논문

# 매설관의 동적거동에 관한 연구



이 호로 提出함

2005년 2월

부경대학교대학원

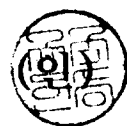
토목공학과

장 봉 현

이 논문을 장봉현의 공학석사  
학위논문으로 인준함

2004년 12월 23일

주심 공학박사 국승규



위원 공학박사 이종출



위원 공학박사 정진호



# 목 차

|                                |        |
|--------------------------------|--------|
| 표 목차 .....                     | II     |
| 그림 목차 .....                    | III    |
| Abstract .....                 | IV     |
| <br><b>1 서론</b> .....          | <br>1  |
| 1.1 연구배경 및 목적 .....            | 1      |
| 1.2 연구방법 및 범위 .....            | 2      |
| <br><b>2 연속매설관의 자유진동</b> ..... | <br>4  |
| 2.1 축방향 자유진동 .....             | 4      |
| 2.2 축직각방향 자유진동 .....           | 10     |
| 2.3 단부조건에의 영향 .....            | 16     |
| 2.4 고유진동수에 대한 매개변수의 영향 .....   | 18     |
| <br><b>3 매설관의 강제진동</b> .....   | <br>24 |
| 3.1 지반 진동 .....                | 24     |
| 3.2 매설관의 모형화 .....             | 27     |
| 3.3 축방향 강제진동 .....             | 28     |
| 3.4 축직각방향 강제진동 .....           | 35     |
| 3.5 매설관의 응답 .....              | 40     |
| 3.6 변형률 산출 비교 예제 .....         | 51     |
| <br><b>4 결 론</b> .....         | <br>57 |
| <br><b>참고문헌</b> .....          | <br>59 |

## 표 목차

|                                                                              |    |
|------------------------------------------------------------------------------|----|
| 표 2.1 매설관의 기하학적 특성과 재료적 특성 .....                                             | 3  |
| 표 2.2 지반 강성에 따른 고유진동수의 변화 .....                                              | 5  |
| 표 2.3 매설관의 탄성계수에 따른 고유진동수의 변화 .....                                          | 10 |
| 표 2.4 매설관의 질량에 따른 고유진동수의 변화 .....                                            | 11 |
| 표 2.5 매설관의 횡단면적과 관성모멘트에 따른 고유진동수의 변화 ..                                      | 12 |
| 표 2.6 매설관의 길이에 따른 고유진동수의 변화 .....                                            | 13 |
| 표 3.1 매설관의 중앙지점에서의 축방향 변위 응답 .....                                           | 20 |
| 표 3.2 매설관의 중앙지점에서의 축직각방향 변위 응답 .....                                         | 22 |
| 표 3.3a 모드수에 따른 축방향 일시적 및 정상상태 변형률 응답<br>( $\bar{\omega}=5rad/sec$ ) .....    | 24 |
| 표 3.3b 모드수에 따른 축방향 일시적 및 정상상태 변형률 응답<br>( $\bar{\omega}=100rad/sec$ ) .....  | 24 |
| 표 3.3c 모드수에 따른 축직각방향 일시적 및 정상상태 곡률 응답<br>( $\bar{\omega}=5rad/sec$ ) .....   | 24 |
| 표 3.3d 모드수에 따른 축직각방향 일시적 및 정상상태 곡률 응답<br>( $\bar{\omega}=100rad/sec$ ) ..... | 24 |
| 표 3.4a 지점별 축방향 변위 응답 .....                                                   | 26 |
| 표 3.4b 지점별 축직각방향 변위 응답 .....                                                 | 26 |
| 표 3.5 축방향 변형률의 비교 ( $T=1sec$ ) .....                                         | 27 |
| 표 3.6 매설관의 중앙지점에서의 최대 축방향 변형률 비교 .....                                       | 29 |
| 표 3.7 축방향 최대 변형률 발생위치 및 응력 비교 .....                                          | 30 |

## 그림 목차

|        |                                    |    |
|--------|------------------------------------|----|
| 그림 2.1 | 축방향 진동에서 양단자유 .....                | 3  |
| 그림 2.2 | 축방향 진동에서 양단자유의 처음 4개 모드 형상 .....   | 5  |
| 그림 2.3 | 축방향 진동에서 양단고정 .....                | 10 |
| 그림 2.4 | 축방향 진동에서 양단고정의 처음 4개 모드 형상 .....   | 11 |
| 그림 2.5 | 축직각방향 진동에서 양단자유 .....              | 12 |
| 그림 2.6 | 축직각방향 진동에서 양단자유의 처음 4개 모드 형상 ..... | 13 |
| 그림 2.7 | 축직각방향 진동에서 양단고정 .....              | 15 |
| 그림 2.8 | 축직각방향 진동에서 양단고정의 처음 4개 모드 형상 ..... | 18 |
| 그림 3.1 | P파의 전파 모형 .....                    | 20 |
| 그림 3.2 | S파의 전파 모형 .....                    | 22 |
| 그림 3.3 | 러브파와 레일리파의 전파 모형 .....             | 24 |
| 그림 3.4 | 축방향 진동의 양단자유 경계조건에 대한 모형 .....     | 26 |
| 그림 3.5 | 축직각방향 진동의 양단자유 경계조건에 대한 모형 .....   | 27 |
| 그림 3.6 | El Centro 지진 가속도 .....             | 29 |
| 그림 3.7 | El Centro 지진의 변위 응답 스펙트럼 .....     | 30 |
| 그림 3.8 | 축방향 양단자유에 대한 비교 .....              | 31 |

# A Study on the Dynamic Response of Buried Pipeline

Bong-Hyon Jang

*Department of Civil Engineering, Graduate School,  
Pukyong National University*

## Abstract

This work reports results of our study on the dynamic response of the buried pipelines both along the axial and the transverse direction for both the free and forced vibration with a boundary condition of the fixed ends and the free ends, respectively. In order to investigate the response on earthquake, the resulting natural frequency and mode shape obtained from the free vibration have been utilized to complete the derivation of mathematical formula for the forced vibration. We have also completed the computer program to simulate the time-displacement graphs of the pipelines for both cases of vibrations. Our conclusions based on the results of the dynamic behavior in terms of the natural frequency, the mode shape, the effect of parameters of the buried pipelines are summarized below.

1. The natural frequency varies most significantly by the soil stiffness and the length of the pipelines, which shows a increasing trend with increasing the soil stiffness while decreasing with increasing the length of the pipelines. Such a behavior appears most prominently along the axial

rather than the transverse direction of the pipelines. 2. The dynamic behavior of the buried pipelines for the forced vibration is found to exhibit two different forms, a transient response and a steady state response, depending on the time-displacement relation of the vibration. The former is identified by the slight change in its behavior before the sinusoidal-shape wave traverses through the whole length of the pipeline whereas the latter by the complete form of a sinusoidal wave after traversing the pipeline completely. The transient response becomes insignificant as the wave speed increases. 3. We have studied the effect of the mode number on the dynamic behavior for three different wave velocities and two different frequencies of the ground motion. Any changes by the mode effect are found only on the lower modes. The corresponding effect on the higher modes appears as a resonance only along the axial direction of the pipeline when the natural frequency matches with the frequency of the ground motion for the forced vibration. Similar resonance has not been observed, however, along the transverse direction when seven modes are considered.

The maximum strain occurs in the middle of the pipeline with a boundary condition of the free ends, whereas it occurs at the fixed both ends of the pipeline with the fixed ends.

# 1. 서 론

## 1.1 연구배경 및 목적

오늘날 매설관은 현대 도시의 기반시설 중 중요한 부분을 차지하고 있다. 즉, 매설관은 물, 가스, 오일과 같은 인간생활에 필수적인 요소를 운반하는데 이용되고 있다. 이러한 요소들의 공급이 원활하지 못할 경우 사회적으로 큰 혼란을 야기 시킨다. 불행히도 매설관은 지진에 대단히 취약하며, 지진 발생시 국부적인 파괴만으로도 그 전체 기능을 상실하게 된다.

과거에 발생한 많은 지진을 살펴볼 때, 지진 발생시 매설관의 파괴로 인한 화재는 지진으로 인한 피해액의 상당 부분을 차지하는 것을 알 수 있다. 예를 들어, San Francisco 지진(1906)으로 발생한 피해액의 80%가 화재로 인한 것이었으며, CA 지진(1994)과 Southern Hyogo Prefecture 지진(Japan, 1995)에서도 마찬가지였다. 한편 파괴된 상하수도 시설은 음료수의 부족과 수질오염을 야기시키며, 이로 말미암아 광범위한 전염병과 질병은 수많은 인명을 앗아갔다. El-Asnam(Algeria) 지진(1980)은 상하수도 시설은 완전 마비시켰고, 정부는 콜레라와 장티푸스에 대해 주민 전체를 대상으로 예방접종을 실시했다. 또한 원자력 발전소의 경우 원자로 건물과 보조건물사이의 냉각수 파이프의 파괴는 냉각재 유출사고의 주원인이 된다. 이러한 중요성에도 불구하고 국내에서는 원자력발전소의 안전관련 지하구조물의 내진해석을 위한 연구결과가 거의 없는 상태이며, 현재 해석기술은 지반의 비선형문제와 여러 요인들로 인해 안전값을 사용하여 정적 해석을 하고 있다.

또한 지진파의 전파로 인해 매설관은 국부적인 파괴가 발생하며, 이에 대한 매설관의 설계와 해석시 매설관의 길이에 따른 지점별 응력 평가가 필요하다. 또한 지점별 응력은 매설관의 단부 구속 조건에 따라 달라진다. 예를 들어, 양단자유의 경계조건을 가진 경우 매설관의 중앙부에서 큰 변형이 발생하여 최대 응력을 유발시킬 수 있으나, 양단고정의 경우 단부 근처에서 큰 응력이 발



생한다. 이처럼 최대응력 발생위치는 관 단부 경계조건에 따라 달라질 수 있음을 본 연구의 수행하는 과정에서 확인하였다.

반면에 Larbi(1995)는 축방향의 양단자유, 양단고정 그리고 축직각방향의 양단자유, 양단roller, 양단힌지에 대해 자유진동 해석을 수행한 결과로부터 관 단부 경계조건의 변화에 관계없이 모두 매설관의 중앙 지점에서 최대 변형이 발생할 것으로 보고, 중앙지점에 대해서만 연구하였다.

이와 같이 최근의 매설관 동적해석시 최대 변형 발생 위치를 관의 중앙지점에 대해 적용하고 있으나, 단부의 구속 조건에 따라 최대 응력 발생 위치가 변하는 지점별 응력 평가에는 적용될 수 없는 한계를 가지고 있다.

따라서 본 연구는 단부의 경계조건에 따른 매설관의 동적거동을 규명하기 위해 Larbi(1995)에 의해 수행된 축방향의 양단고정과 축직각방향의 양단자유 및 양단고정에 대한 자유진동 해석에 강제진동 해석을 추가적으로 수행하였고, Clough 등(1979)이 제시한 자유진동에 대한 지배미분방정식을 이용하여 각 경계조건에서의 모드형상을 결정한 후 고유진동수를 구하고, 이들을 이용하여 강제진동시 발생하는 매설관의 축방향에 대해 변위, 변형률 산정식과 축직각방향에 대한 변위, 곡률, 휨변형률 산정식을 유도하였으며, 이를 통해 관의 동적거동에 영향을 주는 매개변수들의 영향을 규명한 후 관 단부 경계조건이 매설관의 동적거동에 미치는 영향에 대해 규명함을 본 연구의 목적으로 한다.

## 1.2 연구방법 및 범위

탄성기초 위에 놓인 보 모델을 이용한 대부분의 연구(Sakurai 등, 1969; O'Rourke 등, 1978; Nishio 등, 1983; Elhmadi 등, 1989)는 질량의 영향을 무시한 유사정적해석을 수행하였다. 이것은 관속의 내용물이 같은 부피의 흙보다 가볍고, 매설관의 거동이 질량에 의한 관성력보다는 주변 지반의 강성에

더 큰 영향을 받기 때문이다. 그러나 이러한 단순화는 구조물의 완전 동적 해석을 어렵게 한다. 공진의 경우뿐만 아니라 극단적인 경우(Nishio 등, 1983)에 고려되는 질량의 영향은 관성이 무시된다면 연구되어질 수 없다. 따라서 본 연구에서는 매설관의 질량을 고려하여 완전 동적 해석을 수행하였다.

지반진동의 정현파 모델을 바탕으로, 지반진동의 파장이 매설관의 파장과 비교해 짧다면 매설관의 변위는 지반 변위와 항상 같게 된다(Sakurai 등, 1969, Yeh, 1977). 또한 매설관의 변위는 일반적으로 그것이 매설된 지반의 변위와 같다는 것이 실내 시험과 현장 관측을 통해 관측됐다. 이것은 지반-매설관의 경계면에서 발생하는 미끄럼이 거의 발생하지 않는다는 것을 함축하고 있다. 관측에 따르면, 미끄럼은 매설관의 직경이 매우 크거나 대규모 지진 시에 발생하기 쉽다(Sakurai 등, 1969). R파로 인해 발생한 높은 지반 변위는 미끄럼에 의해 야기된다(O'Rourke 등, 1988). 드문 경우로, 미끄럼은 터널 위의 지층 두께와 역학적 물성치의 급격한 변화로 발생한다(Okamoto 등, 1973). 지반 진동의 파장 함수로서 매설관의 축방향 및 축직각방향 변위에 대한 해석을 수행하였으며, 매설관의 변위와 변형률에 대한 지반 진동의 파장에 의한 영향을 연구하였다.

또한 본 연구는 지진파와 단부조건에 따른 매설관의 거동 특성을 연구하기 위해 양단자유와 양단고정의 단부조건에 따른 수직전개와 이를 통해 매설관의 거동에 대한 매개변수들의 영향을 확인하였다. 본 연구에서 여러 종류의 흙에 따른 전파속도(100, 300, 500, 2000 m/sec)와 진동수(5, 100 rad/sec)에 대해서 축방향 및 축직각방향 변위응답을 평가하였고, 해석에 필요한 모드수 결정과 지점별 변위 응답에 대해 연구하였다.

## 2. 연속매설관의 자유진동

매설관의 기본적인 동적 특성을 확인하기 위해 자유진동에 대한 해석을 수행했다. 본 장의 주목적은 매설관의 고유진동수와 모드형상에 대한 매개변수의 중요성 즉, 응답에 영향을 미치는 영향인자를 평가하는데 있다. 해석에 있어, 매설관은 탄성기초에 의해 지지되는 연속보로 모형화하였고, 매설관의 끝단에서 대표적인 양단자유와 양단고정의 단부조건들을 고려하였으며, 매설관의 축방향 및 축직각방향 진동에 대해 연구하였다.

### 2.1 축방향 자유진동

축방향 진동에 있어 단부조건은 양단자유, 양단고정에 대해 고려하였다. 축방향 자유 진동을 지배하는 미분방정식은 다음과 같다(Clough 등, 1975; Zerva 등, 1988; Larbi, 1995).

$$m \frac{\partial^2 v(y,t)}{\partial t^2} + C_A \frac{\partial v(y,t)}{\partial t} + K_A v(y,t) - E_p A \frac{\partial^2 v(y,t)}{\partial y^2} = 0 \quad (2.1)$$

여기서,  $v$  (m) : 좌표  $y$ (m)와 시간  $t$ (sec)의 함수인 매설관의 축방향 변위

$m$  (kg/m) : 매설관의 단위 길이당 질량

$C_A$  (N.sec/m/m),  $K_A$  (N/m/m) : 지반과 Winkler 기초에 대한 단위 길이당 축방향 감쇠계수와 강성

$E_p$  (N/m<sup>2</sup>),  $A$  (m<sup>2</sup>) : 매설관의 탄성계수와 단면적

매설관의 감쇠는 지반 감쇠에 비해 아주 작다. 따라서 매설관의 감쇠는 고려되지 않았다(Hindy 등, 1979). 또한 자유진동시 구조물의 고유진동수와 모드형상을 결정하기 위해 지반 감쇠를 무시하고 식 (2.1)을 다시 정리하면 식

(2.2)와 같이 표현된다.

$$m \frac{\partial^2 v(y,t)}{\partial t^2} + K_A v(y,t) - E_p A \frac{\partial^2 v(y,t)}{\partial y^2} = 0 \quad (2.2)$$

식 (2.2)의 해  $v(y,t)$ 는 위치( $y$ )와 시간( $t$ )에 관한 함수이며  $t$ 에 대해 주기적이므로 식 (2.3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$v(y,t) = \phi(y)e^{i\omega t} \quad (2.3)$$

식 (2.2)에 식 (2.3)을 대입하고 상수계수  $e^{i\omega t}$ 를 소거하면 다음과 같다.

$$(K_A - m\omega^2)\phi(y) - E_p A \phi''(y) = 0 \quad (2.4)$$

식 (2.4)를 다시  $\phi(y)$ 에 대해 정리하면 아래와 같다.

$$\phi''(y) + \frac{m\omega^2 - K_A}{E_p A} \phi(y) = 0 \quad (2.5)$$

2계 미분방정식인 식 (2.5)의 특성방정식은 식 (2.6)과 같다.

$$\lambda^2 + \frac{m\omega^2 - K_A}{E_p A} = 0 \quad (2.6)$$

$$\lambda_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{m\omega^2 - K_A}{E_p A}} = \pm \sqrt{\frac{m\omega^2 - K_A}{E_p A}} = \pm \alpha i \quad (2.7)$$

식 (2.5)의 일반해는 식 (2.8)과 같이 전개할 수 있다.

$$\phi(y) = C_1 \sin(\alpha y) + C_2 \cos(\alpha y) \quad (2.8)$$

$$\text{여기서, } \alpha = \sqrt{\frac{m\omega^2 - K_A}{E_p A}} \quad (\text{단, } m\omega^2 > K_A) \quad (2.9)$$

$\phi(y)$ 는 진동수와 단부조건으로 결정되는 모드형상이다. 양단자유와 양단고정의 단부조건에 대한 고유진동수와 모드형상에 대해 이해를 돕고자 수식전개를 하였다.

### 2.1.1 양단 자유단

그림 2.1에서와 같이 양단자유인 경우 단부에서의 응력은 0이다. 따라서 단부조건은  $v'(0)=0, v'(L)=0$  으로 표현되어지며 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi'(0) = 0 \quad (2.10a)$$

$$\phi'(L) = 0 \quad (2.10b)$$



그림 2.1 축방향 진동에서 양단자유

식 (2.8)를  $y$ 에 대하여 미분하고 다시 경계조건(식 (2.10a)와 식 (2.10b))을 대입하면 식 (2.11)과 식 (2.12)로 나타낼 수 있다.

$$\alpha C_1 = 0 \quad (2.11)$$

$$\alpha(C_1 \cos \alpha L - C_2 \sin \alpha L) = 0 \quad (2.12)$$

식 (2.11)으로부터  $C_1=0$ 임을 알 수 있고, 식 (2.11)과 식 (2.12)를 행렬식으로 나타내면 행렬식 (2.13)이 된다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \cos(\alpha L) & -\sin(\alpha L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

행렬식 (2.13)에서 상수항이 0이 되지 않기 위해서, 사각행렬의 행렬식은 0이 되어야 한다. 따라서  $\sin \alpha L = 0$ 이며,  $\alpha$ 는 식 (2.15)와 같이 계산할 수 있다.

$$\alpha L = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots, n\pi \quad ; \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.14)$$

$$\alpha = \frac{(k-1)\pi}{L} \quad ; \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (2.15)$$

따라서 모드 형상( $\phi_k(y)$ )은 식 (2.15)를 식 (2.8)에 대입함으로써 식 (2.16)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi_k(y) = \cos \frac{(k-1)\pi y}{L} \quad ; \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (2.16)$$

고유 진동수( $\omega_k$ )는 식 (2.9)과 식 (2.15)를 이용하여 식 (2.17)과 같이 산정할 수 있다.

$$\frac{m\omega^2 - K_A}{E_p A} = \left( \frac{(k-1)\pi}{L} \right)^2 \quad ; \quad \omega_k = \sqrt{\frac{K_A}{m} \left\{ 1 + \frac{E_p A}{K_A} \left( \frac{(k-1)\pi}{L} \right)^2 \right\}} \quad (2.17)$$

처음 네 개의 모드형상( $k=1, 2, 3, 4$ )는 그림 2.2에 나타나 있다. 이 그림으로부터 홀수모드는 대칭이고 짝수모드는 비대칭임을 알 수 있다.

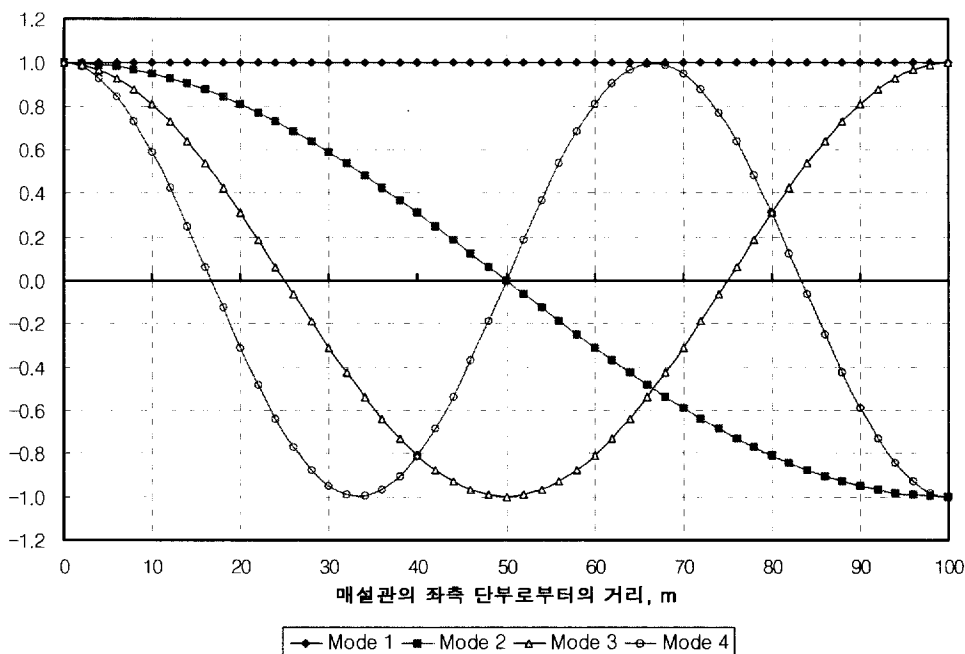


그림 2.2 축방향 진동에서 양단자유의 처음 4개 모드 형상

## 2.1.2 양단고정

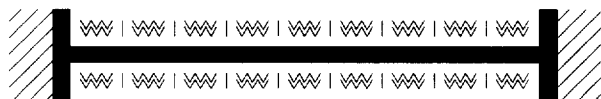


그림 2.3 축방향 진동에서 양단고정

그림 2.3과 같이 양단고정의 축방향 진동에서 고정단의 변위는 0이다. 따라서 단부조건은  $v(0)=0$ ,  $v(L)=0 \Rightarrow \phi(0)=0$ ,  $\phi(L)=0$ 으로 나타낼 수 있다. 이것은 식 (2.8)로부터  $C_2=0$ 과  $a=k\pi/L$  ( $k=1, 2, 3, \dots$ )임을 뜻하고, 모드형상과 고유진동수는 각각 식 (2.18)과 식 (2.19)로 표현된다.

$$\phi_k(y) = \sin \frac{k\pi y}{L} \quad ; \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (2.18)$$

$$\omega_k = \sqrt{\frac{K_A}{m} \left\{ 1 + \frac{E_p A}{K_A} \left( \frac{k\pi}{L} \right)^2 \right\}} \quad (2.19)$$

처음 네 개의 모드형상은 그림 2.4에 나타나 있다. 양단고정 단부조건 역시 홀수모드는 대칭이고 짝수모드는 비대칭이다.

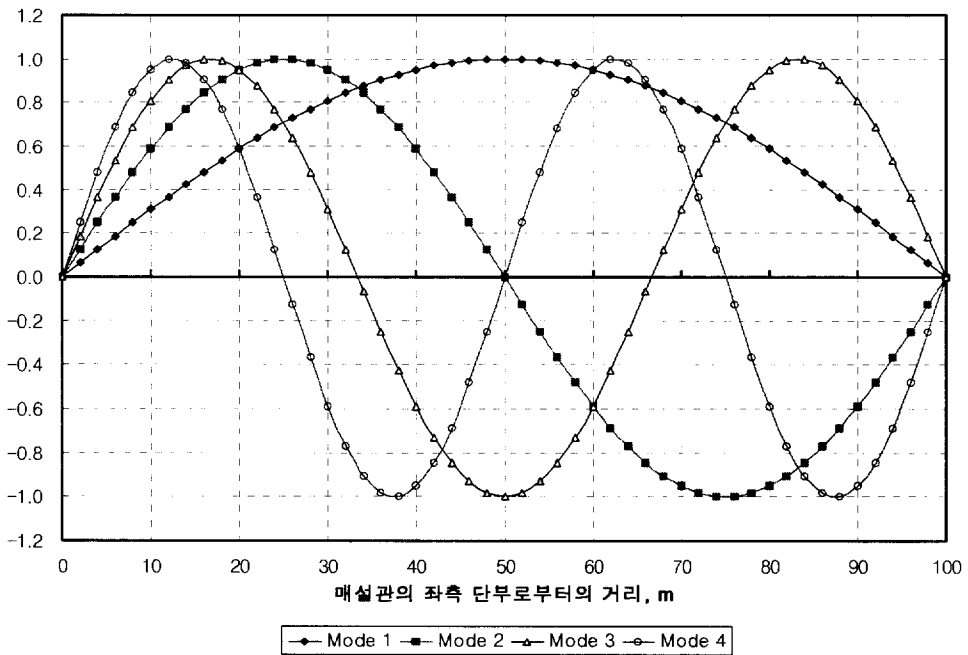


그림 2.4 축방향 진동에서 양단고정의 처음 4개 모드 형상



## 2.2 축직각방향 자유진동

축직각방향 진동의 경우 양단자유, 양단고정, 양단롤러, 양단힌지의 단부조건이 고려되었다. 축직각방향 진동에 대한 지배방정식은 다음과 같이 표현된다(Clough 등, 1975; Zerva 등, 1988; Larbi, 1995).

$$m \frac{\partial^2 w(y,t)}{\partial t^2} + C_T \frac{\partial w(y,t)}{\partial t} + K_T w(y,t) + E_p I \frac{\partial^4 w(y,t)}{\partial y^4} = 0 \quad (2.20)$$

여기서,  $w$  (m) : 좌표  $y$ (m)와 시간  $t$ (sec)의 함수인 매설관의 축직각방향 변위

$m$  (kg/m) : 매설관의 단위 길이당 질량

$C_T$  (N.sec/m/m),  $K_T$  (N/m') : 지반과 Winkler 기초에 대한 단위길이당 축직각방향 감쇠계수와 강성

$E_p$  (N/m') : 매설관의 탄성계수

$I$  (m<sup>4</sup>) : 매설관의 관성모멘트

매설관의 감쇠는 지반 감쇠에 비해 아주 작다(Hindy 등, 1979). 따라서 매설관의 감쇠는 고려되지 않았다. 또한 자유진동시 구조물의 고유진동수와 모드형상을 결정하기 위해 지반 감쇠를 무시하고 식 (2.20)을 다시 정리하면 식 (2.21)과 같이 된다.

$$m \frac{\partial^2 w(y,t)}{\partial t^2} + K_T w(y,t) + E_p I \frac{\partial^4 w(y,t)}{\partial y^4} = 0 \quad (2.21)$$

위 식의 해  $w(y,t)$ 는 위치( $y$ )와 시간( $t$ )에 관한 함수이며  $t$ 에 대해 주기적이므로 식 (2.22)와 같이 나타낼 수 있다.

$$w(y,t) = \phi(y)e^{i\omega t} \quad (2.22)$$

식 (2.22)를 미분하면 식 (2.23)과 식 (2.24)가 된다.

$$\frac{\partial^2 w(y,t)}{\partial t^2} = -\omega^2 \phi(y) e^{i\omega t} \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial^4 w(y,t)}{\partial y^4} = \phi^{(IV)}(y) e^{i\omega t} \quad (2.24)$$

식 (2.22)~식 (2.24)를 식 (2.21)에 대입하고 상수계수  $e^{i\omega t}$ 을 소거하면 식 (2.25)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} -m\omega^2 \phi(y) e^{i\omega t} + K_T \phi(y) e^{i\omega t} + E_p I \phi^{(IV)}(y) e^{i\omega t} &= 0 \\ E_p I \phi^{(IV)}(y) + (K_T - m\omega^2) \phi(y) &= 0 \end{aligned} \quad (2.25)$$

식 (2.25)를 다시  $\phi(y)$ 에 대해 정리하면 식 (2.26)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi^{(IV)}(y) + \frac{K_T - m\omega^2}{E_p I} \phi(y) = 0 \quad (2.26)$$

4계 미분방정식인 식 (2.26)의 특성방정식은 식 (2.27)과 같다.

$$\lambda^4 + \frac{K_T - m\omega^2}{E_p I} = 0 \quad (2.27)$$

$$\lambda_{1,2,3,4} = \pm^4 \sqrt{\frac{m\omega^2 - K_T}{E_p I}}, \pm^4 \sqrt{\frac{m\omega^2 - K_T}{E_p I}} i = \pm \beta, \pm \beta i \quad (2.28)$$

식 (2.26)의 일반해는 식 (2.29)과 같이 전개할 수 있다.

$$\phi(y) = C_1 \cosh(\beta y) + C_2 \sinh(\beta y) + C_3 \cos(\beta y) + C_4 \sin(\beta y) \quad (2.29)$$

$$\text{여기서, } \beta = \sqrt[4]{\frac{m\omega^2 - K_T}{E_p I}} \quad (\text{단, } m\omega^2 > K_T) \quad (2.30)$$

식 (2.29)는 자유진동에 대한 구조물의 모드형상을 나타낸다. 모드형상은 고유진동수와 단부조건으로부터 계산되며, 축직각방향 거동에 대해 양단자유, 양단고정, 양단롤러, 양단힌지의 단부조건은 다음과 같이 수식전개 될 수 있다.

## 2.2.1 양단자유



그림 2.5 축직각방향에서 양단자유

그림 2.5와 같이 양단자유는 끝단에서 모멘트와 전단력이 0이다. 따라서 단부조건은 식 (2.31)이 된다.

$$\phi''(0) = \phi''(L) = \phi'''(0) = \phi'''(L) = 0 \quad (2.31)$$

경계조건의 대입에 앞서 식 (2.29)를 미분하면 식 (2.32)~식 (2.34)와 같이 미분된다.

$$\phi'(y) = \beta C_1 \sinh(\beta y) + \beta C_2 \cosh(\beta y) - \beta C_3 \sin(\beta y) + \beta C_4 \cos(\beta y) \quad (2.32)$$

$$\phi''(y) = \beta^2 C_1 \cosh(\beta y) + \beta^2 C_2 \sinh(\beta y) - \beta^2 C_3 \cos(\beta y) - \beta^2 C_4 \sin(\beta y) \quad (2.33)$$

$$\phi'''(y) = \beta^3 C_1 \sinh(\beta y) + \beta^3 C_2 \cosh(\beta y) + \beta^3 C_3 \sin(\beta y) - \beta^3 C_4 \cos(\beta y) \quad (2.34)$$

경계조건(식 (2.31))을 식 (2.33)과 식 (2.34)에 대입하여 정리하면 식 (2.35)~식 (2.38)과 같이 된다.

$$\phi''(0) = \beta^2 C_1 - \beta^2 C_3 = 0 \quad (2.35)$$

$$\phi''(L) = \beta^2 C_1 \cosh(\beta L) + \beta^2 C_2 \sinh(\beta L) - \beta^2 C_3 \cos(\beta L) - \beta^2 C_4 \sin(\beta L) = 0 \quad (2.36)$$

$$\phi'''(0) = \beta^3 C_2 - \beta^3 C_4 = 0 \quad (2.37)$$

$$\phi'''(L) = \beta^3 C_1 \sinh(\beta L) + \beta^3 C_2 \cosh(\beta L) + \beta^3 C_3 \sin(\beta L) - \beta^3 C_4 \cos(\beta L) = 0 \quad (2.38)$$

식 (2.35)와 식(2.37)로부터 식 (2.39)과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$C_1 = C_3, \quad C_2 = C_4 \quad (2.39)$$

식 (2.39)를 식 (2.36)와 식 (2.38)에 각각 대입하면 다음과 같다.

$$C_1 \{ \cosh(\beta L) - \cos(\beta L) \} + C_2 \{ \sinh(\beta L) - \sin(\beta L) \} = 0 \quad (2.40)$$

$$C_1 \{ \sinh(\beta L) + \sin(\beta L) \} + C_2 \{ \cosh(\beta L) - \cos(\beta L) \} = 0 \quad (2.41)$$

식 (2.40)과 식 (2.41)을 연립하여 풀면 식 (2.42)와 같이 초월함수 형태의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} C_2 \{ \sinh^2(\beta L) - \sin^2(\beta L) - \cosh^2(\beta L) + 2\cosh(\beta L)\cos(\beta L) - \cos^2(\beta L) \} &= 0 \\ \{ \sinh^2(\beta L) - \cosh^2(\beta L) \} - \{ \sin^2(\beta L) + \cos^2(\beta L) \} + 2\cosh(\beta L)\cos(\beta L) &= 0 \\ \cosh(\beta L)\cos(\beta L) &= 1 \end{aligned} \quad (2.42)$$

식 (2.42)는 수치적으로 계산되고  $\beta L$ 의 값은 식 (2.43)과 같다.

$$\beta L = 4.73, 7.853, 10.9956, 14.137, 17.2788, \dots \quad (L = 100m) \quad (2.43)$$

모드형상은 식 (2.44a)~식 (2.44e)와 같이 표현된다.

$$\phi_k(y) = \frac{\sin(\beta_k L) - \sinh(\beta_k L)}{\cosh(\beta_k L) - \cos(\beta_k L)} \{ \cosh(\beta_k y) + \cos(\beta_k y) \} + \sinh(\beta_k y) + \sin(\beta_k y) \quad (2.44a)$$

$$\phi_1(y) = \sin(0.0473y) + \sinh(0.0473y) - 1.01781 \{ \cos(0.0473y) + \cosh(0.0473y) \} \quad (2.44b)$$

$$\phi_2(y) = \sin(0.0785y) + \sinh(0.0785y) - 0.99922 \{ \cos(0.0785y) + \cosh(0.0785y) \} \quad (2.44c)$$

$$\phi_3(y) = \sin(0.10996y) + \sinh(0.10996y) - 1.0 \{ \cos(0.10996y) + \cosh(0.10996y) \} \quad (2.44d)$$

$$\phi_4(y) = \sin(0.14137y) + \sinh(0.14137y) - 1.0 \{ \cos(0.14137y) + \cosh(0.14137y) \} \quad (2.44e)$$

고유진동수는 아래의 식 (2.45)로부터 얻어질 수 있다.

$$\omega_k^2 = \frac{K_T}{m} \left( 1 + \frac{E_P I}{K_T} \beta_k^4 \right) ; \quad \omega_k = \sqrt{\frac{K_T}{m} \left( 1 + \frac{E_P I}{K_T} \beta_k^4 \right)} \quad (2.45)$$

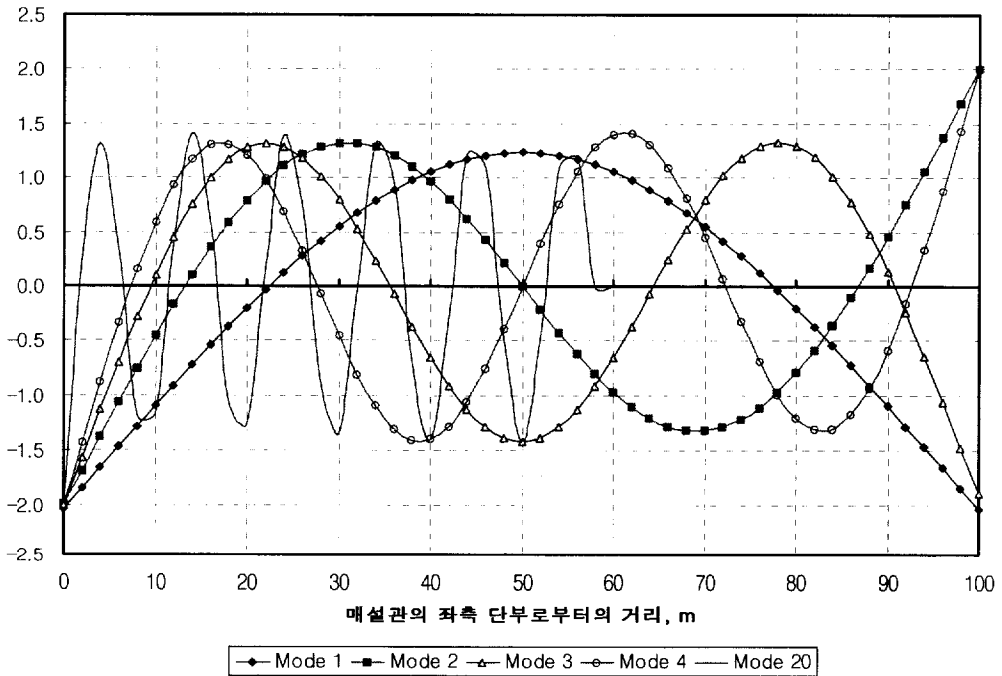


그림 2.6 축적각방향 진동에서 양단자유의 처음 4개 모드 형상

이러한 모드형상은 그림 2.6에 잘 나타나 있다. 축방향의 양단자유와 마찬가지로 홀수모드에서 대칭을 보이며, 짝수모드에서는 비대칭성을 나타냈다. 그러

나 모드가 높아짐에 따라 이런 경향은 사라진다. 즉, 축직각방향의 양단자유의 경우 12번째 모드를 기점으로 그림 2.6의 모드 20과 같이 우측 단부에서부터 0으로 수렴하는 경향이 나타나기 시작한다.

## 2.2.2 양단고정



그림 2.7 축직각방향에서 양단고정

양단 고정단은 끝단에서 변위와 처짐각이 0이다. 따라서 경계조건은 식 (2.46)이 된다.

$$\phi(0) = \phi(L) = \phi'(0) = \phi'(L) = 0 \quad (2.46)$$

위의 경계조건을 이용해 양단 자유와 같은 방법으로 풀이하면 식 (2.47)과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\cosh(\beta L) \cos(\beta L) = 1 \quad (2.47)$$

$$\beta L = 4.73, 7.853, 10.9956, 14.137, 17.2788, \dots \quad (L = 100m)$$

모드형상과 고유진동수는 각각 식 (2.48)과 식 (2.49)과 같다.

$$\phi_k(y) = \frac{\sin(\beta_k L) - \sinh(\beta_k L)}{\cosh(\beta_k L) - \cos(\beta_k L)} \{ \cosh(\beta_k y) - \cos(\beta_k y) \} + \sinh(\beta_k y) - \sin(\beta_k y) \quad (2.48)$$

$$\omega_k = \sqrt{\frac{K_T}{m} \left\{ 1 + \frac{E_P I}{K_T} \beta_k^4 \right\}} \quad (2.49)$$

$$\phi_1(y) = -\sin(0.0473y) + \sinh(0.0473y) - 1.01781 \{ -\cos(0.0473y) + \cosh(0.0473y) \}$$

$$\phi_2(y) = -\sin(0.0785y) + \sinh(0.0785y) - 0.99922\{-\cos(0.0785y) + \cosh(0.0785y)\}$$

$$\phi_3(y) = -\sin(0.10996y) + \sinh(0.10996y) - 1.0\{-\cos(0.10996y) + \cosh(0.10996y)\}$$

$$\phi_4(y) = -\sin(0.14137y) + \sinh(0.14137y) - 1.0\{-\cos(0.14137y) + \cosh(0.14137y)\}$$

이러한 모드형상은 그림 2.8에 잘 나타나 있다. 축방향의 양단고정과 마찬가지로 홀수모드에서 대칭을 보이며, 짝수모드에서는 비대칭성을 나타냈다. 그러나 모드가 높아짐에 따라 이런 경향은 사라진다. 즉, 축직각방향의 양단자유와 같은 경향이 나타났다.

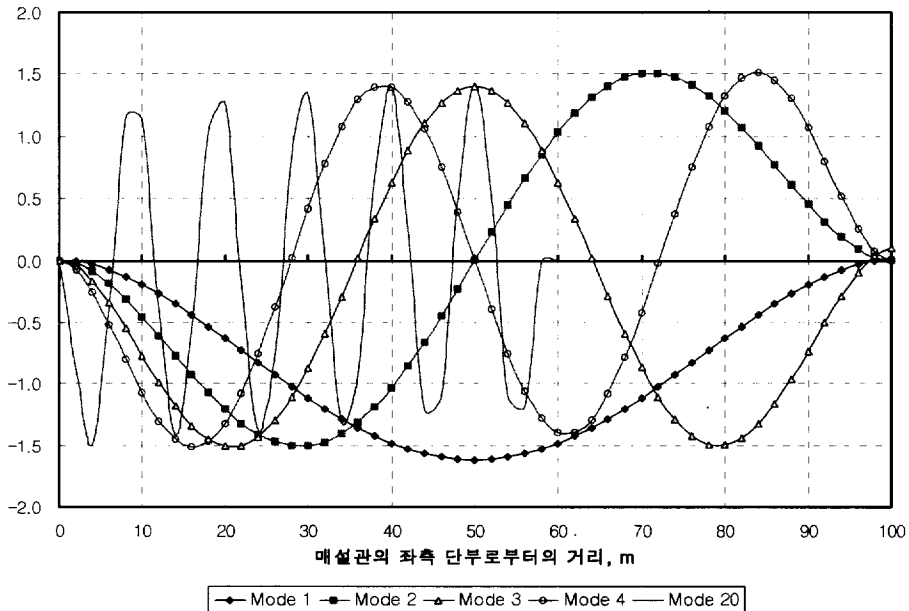


그림 2.8 축직각방향 진동에서 양단고정의 처음 4개의 모드 형상

## 2.3 단부 조건의 영향

본 연구는 연속 매설관의 동적해석에 중점을 두었으며, 앞 절에서 연구되어진 경계조건은 끝단에서 연결부에 가해진 구속을 나타낸다. 이러한 연결부는

다른 관(T자 혹은 곡선연결)이나 건물 등이며 각각의 매설관은 일체가 된다. 단부 경계조건에 대한 모드형상은 그림 2.2, 그림 2.4, 그림 2.6, 그림 2.8에서 나타내고 있으며 매설관의 끝단에서 가장 일반적으로 사용된 경계조건에 대한 모드형상을 나타내고 있고, 다음과 같은 사항을 알 수 있다.

- 양단자유, 양단고정 경계조건에서 중심부를 기준으로 홀수모드인 경우 대칭이며 짝수모드는 비대칭이다.
- 축직각방향의 양단자유와 양단고정의 경우 모드수가 증가함에 따라 12번째 모드를 기점으로 그림 2.6과 그림 2.8의 모드 20과 같이 우측 단부에서부터 0으로 수렴하는 경향이 나타나기 시작한다.
- Larbi(1995)는 축방향 양단자유, 양단고정 그리고 축직각방향 양단자유, 양단롤러, 양단힌지와 같은 대칭적인 경계조건에 대해 자유진동 해석을 수행하였다. 모드형상은 홀수 모드의 경우 중앙지점에서 최대값을 나타내고 양측이 대칭을 이루고, 짝수 모드의 경우 모드형상은 중앙지점에서 0 값을 가지며 비대칭성을 나타냈다. Larbi(1995)는 이러한 결과를 바탕으로 관 단부 경계조건의 변화에 관계없이 모든 매설관의 중앙지점에서 최대 변형이 발생할 것으로 예측하고, 중앙지점에 대해서만 연구하였다. 다시 말해 매설관 중앙지점의 응답에 대해 경계조건의 영향이 없음으로, 축방향 양단자유와 양단고정의 경우 중앙지점의 응답값이 같고, 마찬가지로 축직각방향 양단자유와 양단고정의 경우도 중앙지점에서의 응답이 같음을 의미한다. 그러나 본 연구에서 축직각방향 양단고정과 양단자유 경우 모드수가 높아짐에 따라 모드형상이 불규칙하게 나타났다. 이것은 경계조건이 달라짐에 따라 중앙지점에서 변형이 달라질 수 있음을 뜻한다.



## 2.4 고유진동수에 대한 매개변수의 영향

구조물의 동적응답에 영향을 미치는 가장 중요한 변수는 고유진동수다. 고유진동수는 다음과 같은 변수에 의해 지배된다(식 2.1와 2.20). 즉, 지반의 강성뿐 아니라 매설관의 단위길이당 질량, 강성(축방향 및 축직각방향), 길이와 재료의 물성치 등이 있다. 이러한 영향을 평가하기 위해 콘크리트 매설관에 대해서 해석되었다. 이러한 해석은 어느 변수가 고유진동수에 가장 큰 영향을 미치는가를 알 수 있게 해준다. 표 2.1은 Larbi(1995)가 수행한 재료특성이다.

표 2.1 매설관의 기하학적 특성과 재료적 특성

| 분 류   |           | 기호 (단위)                     | 값                     |
|-------|-----------|-----------------------------|-----------------------|
| 콘크리트관 | 탄 성 계 수   | $E_p$ (N/m <sup>2</sup> )   | $2.07 \times 10^{10}$ |
|       | 길 이       | $L$ (m)                     | 100                   |
|       | 평 균 반 경   | $R$ (m)                     | 1                     |
|       | 두 께       | $t$ (m)                     | 0.15                  |
|       | 형 단 면 적   | $A$ (m <sup>2</sup> )       | 0.94248               |
|       | 관 성 모 멘 트 | $I$ (m <sup>4</sup> )       | 0.47389               |
|       | 밀 도       | $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> ) | $2.2 \times 10^3$     |
|       | 단위길이당 질량  | $m$ (kg/m)                  | $2.0735 \times 10^3$  |
| 지반    | 축방향 강성    | $K_A$ (N/m <sup>2</sup> )   | $9.34 \times 10^7$    |
|       | 축직각방향 강성  | $K_T$ (N/m <sup>2</sup> )   | $14.01 \times 10^7$   |

고유진동수에 대한 변수들의 영향은 축방향의 양단자유와 축직각방향의 양단자유를 대표 그림으로 도시하였으며, 단부조건에 따른 특이사항은 각 변수의 영향에 대한 설명에서 언급하였다.

### 2.4.1 지반 강성에 의한 영향

지반 강성은 매설관을 지지하는 탄성기초를 나타낸다. 축방향 및 축직각방향 진동에 관한 표 2.2로부터, 지반강성이  $1 \times 10^{10}$  N/m<sup>2</sup> 이상에서 지반의 강성이

증가함에 따라 고유진동수도 증가한다는 것을 알 수 있다. 반면, 지반강성이  $1 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$  이하에서 고유진동수는 어느 한계를 넘어서는 일정하게 유지되고 모드수가 증가할수록 고유진동수는 증가한다.

지반강성이  $1 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$  이하에서, 축방향 고유진동수는 축직각방향 진동수보다 높다. 본 연구에서의 지반강성은 Larbi(1995)에 의해 수행된 자료이며, 수행된 지반은 점토지반, 연약 충적토, 사질지반 또는 일반적으로 비압밀된 지반이다(Shinozuka 등, 1979). 이러한 경향은 관 단부 경계조건의 변화에 관계없이 동일한 경향을 나타낸다.

#### 2.4.2 매설관의 탄성계수에 의한 영향

표 2.3에서 보는 바와 같이, 고유진동수는 콘크리트관보다 높은 탄성계수 ( $E_p > 2.07 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ )에서는 증가하는 경향을 보이며  $1 \times 10^9 \text{ N/m}^2$  이하의 탄성계수에서는 고유진동수의 변화가 없는 경향을 보인다. 높은 탄성계수와 모드수가 증가할수록, 고유진동수는 급격히 증가한다. 첫 번째 고유진동수에 대응하는 곡선은 일정하다는 것을 알 수 있다.

축방향 진동에 대해 식 (2.17)는 첫 번째 진동수에 대해  $\omega_1 = \sqrt{K_A/m}$ 가 되고, 반면에 축직각방향 진동에 대해 식 (2.45)은  $\omega_1 = \sqrt{K_T/m}$ 이 된다. 따라서 축방향 및 축직각방향 진동에 있어 첫 번째 고유진동수는 오직 지반강성과 매설관의 단위질량에 의존한다.

표 2.3는 콘크리트( $1 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ )보다 작거나 같은 강성을 가진 재료에 있어 탄성계수는 결정적인 요소가 아니라는 것을 보여주며, 이것은 적어도 처음 10개의 모드에서는 사실이다. 콘크리트보다 강성이 높은 재료에 있어 탄성계수는 10번째 모드에서 영향을 나타내기 시작한다. 이러한 경향은 관 단부 경계조건의 변화에 관계없이 동일한 경향을 나타낸다.

#### 2.4.3 매설관의 질량에 의한 영향

표 2.4는 고유진동수에 대해 매설관 질량의 영향을 나타내고 있다. 이 영향

은 낮은 질량에서 크게 나타나는 것을 알 수 있다. 이러한 영향은 질량이 증가함에 따라 빠르게 사라진다. 질량의 증가는 아무런 영향이 없을 때까지 증가한다. 큰 값의 진동수는  $500\text{kg/m}$ ( $340\text{ lbs/ft}$ )보다 적은 단위 길이당 질량에 도달하게 된다. 이것은 주요 배수관과 같은 대부분의 매설관들 사이에서 직경  $1\text{m}$ 이하의 콘크리트 및 강재 매설관에 대해 이러한 영향은 고려될 것이며 상당히 가벼운 PVC나 플라스틱 매설관의 고유진동수는 매설관의 질량에 의해 더욱 영향을 받게 될 것이다. 비록 고려된 처음 5개의 모드와 단위 질량에 대한 대부분의 값들의 범위에 있어, 축방향 진동의 고유진동수는 축직각방향 진동에 대한 것보다 낮다. 질량을 고려한 전체 범위와 높은 모드에 대해서 반대 경향이 나타난다. 결과적으로 고유진동수에 대한 매설관의 질량에 의한 전반적인 영향은 축방향 및 축직각방향 진동에 모두에 대해 유사하게 나타난다. 이러한 경향은 관 단부 경계조건의 변화에 관계없이 동일한 경향을 나타낸다.

#### 2.4.4 매설관의 횡단면적과 단면 2차 모멘트에 의한 영향

표 2.5에서 고유진동수는 횡단면적과 관성 모멘트의 증가와 함께 증가한다. 증가비율은 두 경우의 모두 기본적인 고유진동수를 제외하고 모든 모드에 대해 같은 값을 가진다. 기본적인 고유진동수는 횡단면적과 매설관의 관성모멘트 어느 것에도 영향을 받지 않기 때문이다. 이러한 경향은 관 단부 경계조건의 변화에 관계없이 동일한 경향을 나타낸다.

#### 2.4.5 매설관의 길이에 의한 영향

고유진동수에 대한 매설관의 길이에 의한 영향은 표 2.6에 잘 나타나 있다. 매설관의 길이가 증가함에 따라, 고유진동수는 감소한다. 고유진동수는 매설관의 길이가  $100\text{m}$ ( $33\text{ft}$ )이하로 감소할 때 극도로 높은 값을 가진다. 게다가 여기서 기본적인 진동수는 매설관의 길이에 영향을 받지 않음을 나타내고 있다. 이러한 경향은 관 단부 경계조건의 변화에 관계없이 동일한 경향을 나타낸다.

표 2.2 지반 강성에 따른 고유진동수의 변화

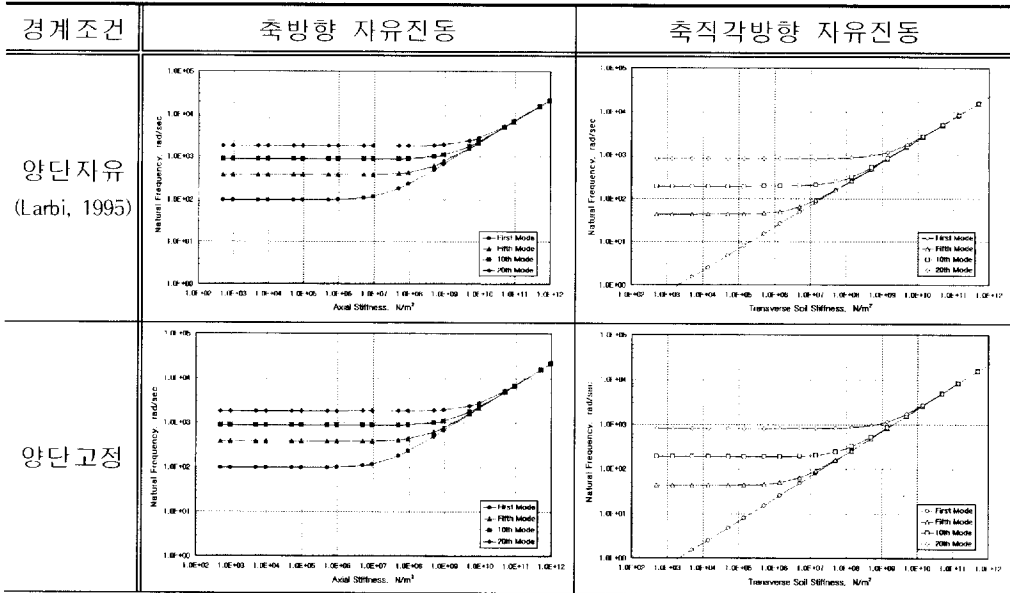


표 2.3 매설관의 탄성계수에 따른 고유진동수의 변화

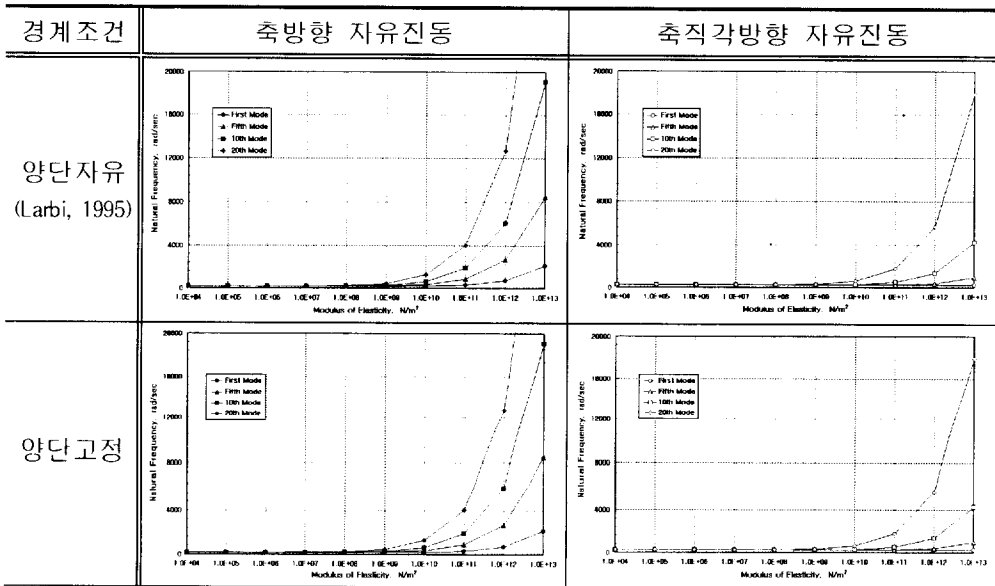


표 2.4 매설관의 질량에 따른 고유진동수의 변화

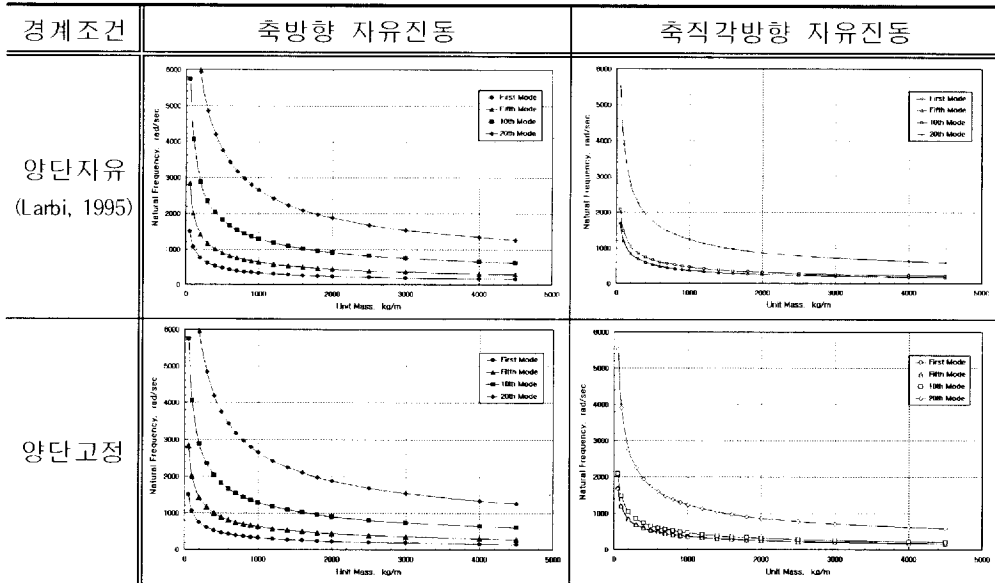


표 2.5 매설관의 횡단면적과 관성모멘트에 따른 고유진동수의 변화

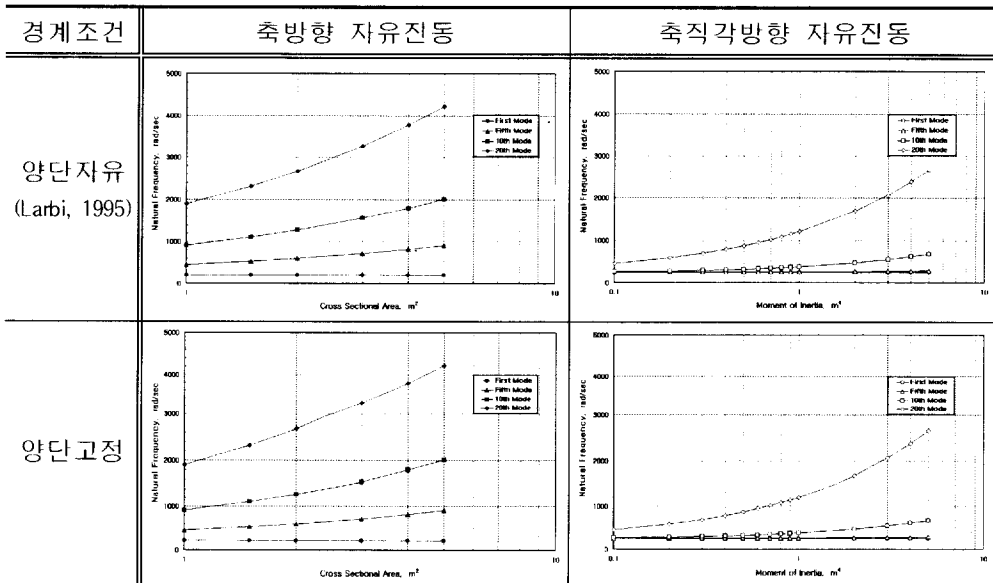
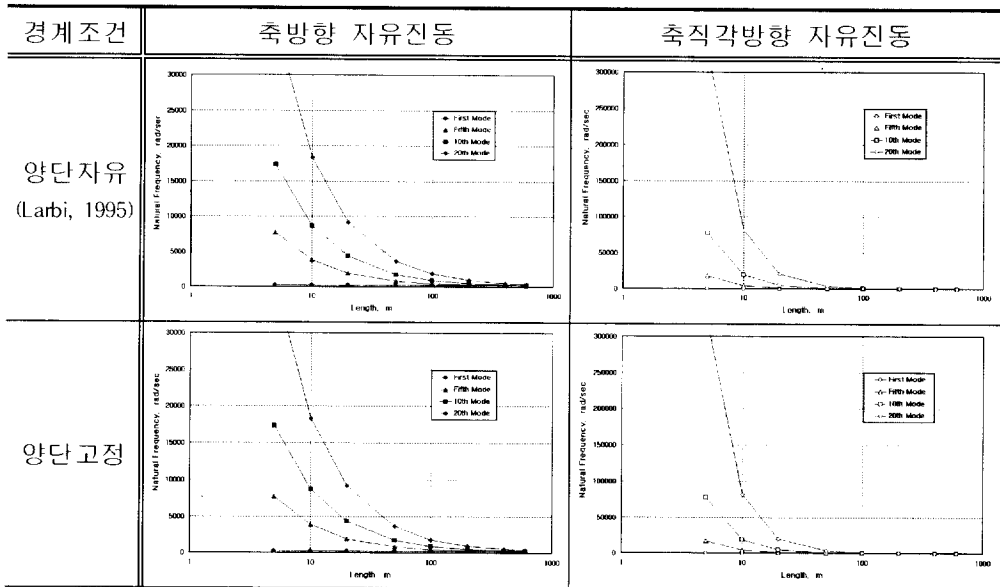


표 2.6 매설관의 길이에 따른 고유진동수의 변화



### 3. 연속매설관의 강제 진동

본 장에서는 여러 가지 단부 경계조건에서 정현파 형태의 지반 거동을 대상으로 하여 연속매설관의 축방향에 대한 변위와 변형률 및 축직각방향에 대한 변위, 곡률, 휨변형률 산정식을 유도하였다. 수식전개 과정은 양단자유 단부 경계조건의 매설관을 대상으로 이루어지며 양단고정 경계조건에 대한 결과도 제시하였다. 이것은 연속매설관의 동적응답을 구하기 위해 필요한 자료들이다.

#### 3.1 지반 거동

##### 3.1.1 지진파

지진 발생시 상당히 많은 형태의 파가 지반을 통과한다. 이러한 파는 두 종류로 구분된다(Bolt, 1970; Newmark 등, 1971).

먼저 체적파(Body Waves)는 지반이라는 매체를 통해 전달된다. 체적파에는 두 종류가 있다. 즉, 압축파(P파)와 전단파(S파)가 있다. 진원으로부터의 원거리에서, 두 파의 활동범위는 평면에 존재한다. 이러한 파들의 영향을 받는 입자는 전파방향에 따라 축방향과 축직각방향으로 거동한다. S파에 있어, 거동이 연직일 때는 SV라고 하며, 거동이 수평일 때는 SH라고 한다. S파는 일반적으로 P파보다 느린 것으로 알려져 있다. 그러나 높은 강도로 인해 더 큰 손실을 야기시킨다.

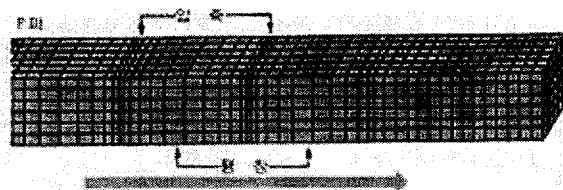


그림 3.1 P파의 전파 모형

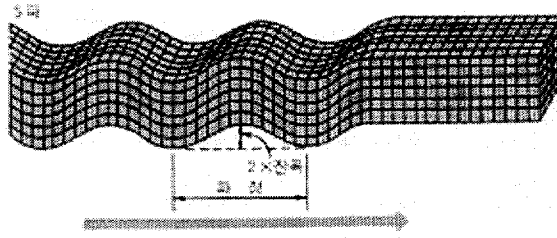


그림 3.2 S파의 전파 모형

또 다른 지진파인 표면파(Surface Waves)는 지표면에서 전달되며 많은 형태의 파를 포함하고 있다. 대표적으로 러브파와 레일리파가 있다. 러브파의 경우, 입자의 거동은 전파방향에 수직인 수평선을 따라 발생하고, 파의 진폭은 지표면으로부터 깊이에 따라 감소한다. 레일리파의 경우, 입자는 전파방향에 평행한 수직평면에서 타원형의 거동을 하며, 타원의 크기는 지표면으로부터 깊이에 따라 감소한다. 두 파는 모두 분산적이고, 전파속도는 파장에 의해 결정된다. 표면파는 체적파에 비해 가속도와 전파속도는 낮으나 주기는 길다.

입자 거동의 차로 인해 러브파는 축직각방향 거동을 야기시키며, 결국 매설관에 힘을 발생시킨다. 반면 레일리파에서 입자의 거동은 매설관에 대해 축방향 및 축직각방향 거동을 발생시킨다. 따라서 본 연구에서 지진은 레일리파로 묘사된다(O'Rourke 등, 1988).

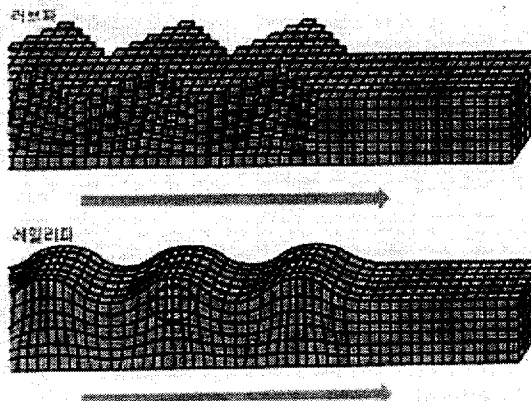


그림 3.3 러브파와 레일리파의 전파 모형



### 3.1.2 전파속도와 진동수

전단파의 겹보기 수평 전파속도는 지진시 지표면에서 측정된 자료로부터 결정된다. 가속도 시간이력은 진앙으로부터 넓은 범위에서 기록되어졌고 겹보기 수평 전파속도를 계산하는데 사용되었다(O'Rourke 등, 1982). 1971년 San Fernando 지진에서 기록된 자료로부터, O'Rourke 등(1982)은 2.12km/sec의 중간값(median value)으로 1.26~9.33km/sec의 속도범위를 가진 지역과 2.22km/sec의 중간값으로 0.54~7.18km/sec의 속도범위를 가진 지역으로 나뉜다고 발표했다. 같은 예로서, 1979년 Imperial Valley 지진에서 3.76km/sec의 중간값으로 1.29~20.9km/sec의 겹보기 전단파 속도범위가 기록되었다. 일본에서 기록된 자료에서, O'Rourke 등(1980)은 3.68km/sec의 중간값으로 2.6~5.3km/sec의 속도범위를 발표했다.

표면파속도는 일반적으로 전단파 속도에 비해 낮다. 그러나 때때로 같을 수도 있다. 다른 표면파와 같이 Rayleigh파는 분산적이다. 결과적으로, 전파속도는 지반의 물성과 파장에 의해 결정된다. O'Rourke 등(1988)은 반무한공간에 놓인 표토층으로 구성된 지반을 모델로 하여 Rayleigh파의 분산 특성을 연구하였다. 그들은 단파에서 Rayleigh파의 전파속도는 표토층의 재료특성에 의해 지배되고, 장파에서는 반무한공간의 재료특성에 의해 지배된다는 것을 알았다. 1985년 Michoacan 지진(Ayala 등, 1989) 때 얻어진 분산곡선은 대략 50~1200m/sec의 다양한 속도를 보여준다.

주기 관점에서, 체적파는 아주 작은 주기를 가진다. 다시 말해 진앙근처에서 P파는 1/10~1/5초 그리고 S파는 1/4~1/2초이다. 진앙에서 멀어질수록 P파와 S파는 7~15초사이의 주기범위를 가진다. 표면파의 주기는 진앙근처에서 2~3초사이의 범위를 가지고 진앙으로부터 멀리 떨어진 곳에서는 한 시간단위의 주기를 가진다.

### 3.1.3 정현파

이 장에서 해석의 목적으로, 지진파는 단위 진폭과 각진동수( $\omega$ )을 가진 정

현과 형태의 지반 변위로서 모형화 하였고,  $V$ (겉보기 전파속도)로 전파된다. 진동수( $\bar{\omega}$ )와 전파속도( $V$ )라는 측면에서 매설관의 응답에 대한 파의 영향과 그 특성을 규명하기 위해 해석이 수행되었다.

축방향 진동에 대해서, 지반 거동은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V_g(y, t) = H(t - y/V) \sin(\bar{\omega}t - \bar{\omega}y/V) \quad (3.1)$$

$$\text{또는 } V_g(y, t) = H(t - y/V) \sin(\bar{\omega}t - 2\pi y/\lambda) \quad (3.2)$$

여기서,  $\lambda = \frac{2\pi V}{\bar{\omega}}$ 는 지진파의 파장이다.

$H(t)$ 는 Heaviside 함수로서 아래와 같이 표현되어 진다.

$$H(t-y/V)=0, \text{ for all } t < y/V \quad (3.3a)$$

$$H(t-y/V)=1, \text{ for all } t > y/V \quad (3.3b)$$

사인함수와 같은 유사한 표현은 축직각방향에서 지진 지반거동( $w_g(y, t)$ )을 묘사하는데 사용된다. 지반 변위는 매설관의 축방향에 대해 관측되었다.

### 3.2 매설관의 모형화

매설관은 탄성기초 위에 놓인 보로서 모형화 되었다(그림 3.4과 그림 3.5). 파의 전파는 좌측 끝단( $t=0$ )에서 전파된다. 보는 다음의 힘 아래서 평형을 이룬다. 매설관의 질량으로 인한 관성력, 지반-구조물의 상호작용으로 인한 감쇠력, 거동에 대한 지반의 저항력인 스프링력, 보의 강성력, 지진파에 의한 외부력 등이 있다.

### 3.3 축방향 강제진동

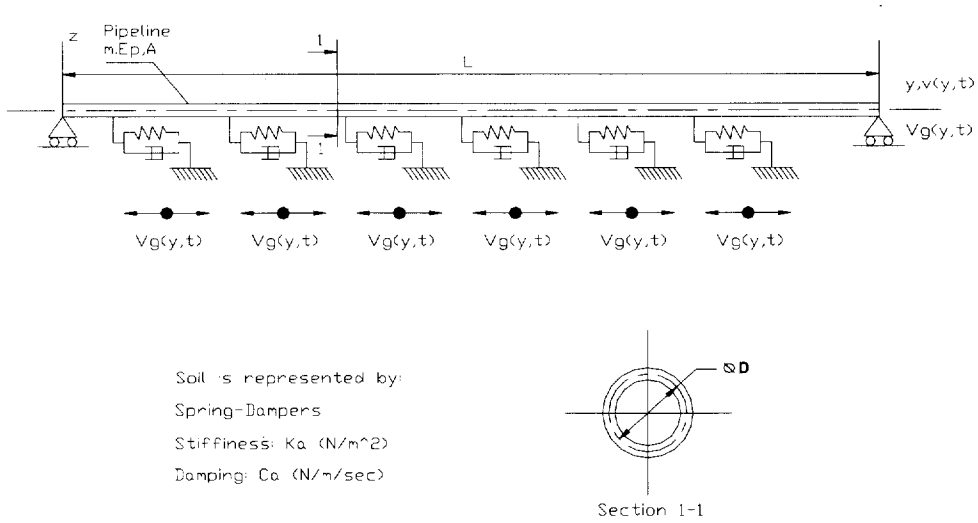


그림 3.4 축방향 진동의 양단자유 경계조건에 대한 모형

축방향 진동에서 매설관의 거동을 지배하는 방정식은 다음과 같다.

$$m \frac{\partial^2 v(y, t)}{\partial t^2} + C_A \frac{\partial v(y, t)}{\partial t} + K_A v(y, t) - E_p A \frac{\partial^2 v(y, t)}{\partial y^2} = C_A \frac{\partial v_g(y, t)}{\partial t} + K_A v_g(y, t) \quad (3.4)$$

여기서,  $v_g$  : 축방향 지반 변위

양단자유의 경우 모드형상과 고유진동수는 식 (3.5)와 식 (3.6)으로 나타낼 수 있다.

$$\phi_k(y) = \cos \frac{(k-1)\pi y}{L} : k = 1, 2, 3, \dots \quad (3.5)$$

$$\omega_k = \sqrt{\frac{K_A}{m} \left\{ 1 + \frac{E_p A}{K_A} \left( \frac{(k-1)\pi}{L} \right)^2 \right\}} \quad (3.6)$$

일반화된 좌표와 일반적인 모드형상으로 변위를 표현함으로서 해는 식 (3.8)

과 같은 형태로 얻어진다.

$$v(y,t) = \sum_{k=1}^{\infty} \phi_k(y) q_k(t) \quad (3.7)$$

$$v_k(y,t) = \phi_k(y) q_k(t) \quad (3.8)$$

여기서,  $\phi_k(y)$  : 일반적인 모드형상

$q_k(t)$  : 시간만의 함수로서 일반화된 좌표

식 (3.8)과 이를 미분한 식을 식 (3.4)에 대입하면 식 (3.9)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} m\phi_k(y) \left[ \ddot{q}_k(t) + \frac{C_A}{m} \dot{q}_k(t) + \frac{K_A}{m} q_k(t) \left\{ 1 + E_p A \left( \frac{(k-1)\pi}{L} \right)^2 \right\} \right] \\ = C_A \dot{v}_g(y,t) + K_A v_g(y,t) \end{aligned} \quad (3.9)$$

식 (3.9)의 양변에  $\phi_k(y)$ 을 곱한 후 매설관의 전체 길이에 대해 적분하면 식 (3.10)과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \ddot{q}_k(t) b + \frac{C_A}{m} \dot{q}_k(t) + \frac{K_A}{m} q_k(t) \left\{ 1 + E_p A \left( \frac{(k-1)\pi}{L} \right)^2 \right\} \\ = \frac{1}{mL_k} \int_0^L \phi_k(y) [C_A \dot{v}_g(y,t) + K_A v_g(y,t)] dy \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\text{여기서, } L_k = \int_0^L \phi_k^2(y) dy$$

$$\begin{aligned} L_k &= \int_0^L \phi_k^2(y) dy \\ &= \int_0^L \left\{ \cos \left( \frac{(k-1)\pi}{L} y \right) \right\}^2 dy = \int_0^L \frac{1 + \cos \left( \frac{2(k-1)\pi}{L} y \right)}{2} dy \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \left[ L + \frac{L}{2(k-1)\pi} \sin\{2(k-1)\pi\} \right] \quad (3.11)$$

$L_t$ 는 진동이  $t=0$ 에서 매설관의 좌측 단부를 진동한 후 이동한 거리이다. 또한 이것은 전파된 파의 결과로서 매설관에 작용한 모든 힘을 합한 것의 상한이 된다. 파가 매설관의 전체길이를 통과하지 않는 한,  $L_t$ 는  $t=0$ 에서 파가 도달한 지점사이의 값인  $V \cdot t$ 가 된다. 파가 매설관의 전체 길이를 통과한 후 ( $L_t=L$ ), 매설관 아래 전체 지반이 진동을 받게 된다.

$$\begin{aligned} L_k &= L, \quad k=1 \text{ 일때}, & &= L/2, \quad k \neq 1 \text{ 일때} \\ L_t &= V \cdot t, \quad t < L/V \text{ 경우}, & &= L, \quad t > L/V \text{ 경우} \end{aligned} \quad (3.12)$$

$\frac{C_A}{m} = 2\zeta_k \omega_k$ 로서 모드수  $k$ 에 대한 지반-구조물의 상호작용에 의한 감쇠비 ( $\zeta_k$ )를 다시 나타내면, 식 (3.13)과와 같이 표현된다.

$$\zeta_k = \frac{C_A}{2\sqrt{mK_A}} \left[ 1 + \frac{E_P A}{K_A} \left( \frac{(k-1)\pi}{L} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad (3.13)$$

식 (3.10)에  $\omega_k$ 와  $\zeta_k$ 을 대입하면,  $q_k(t)$ 에 대한 식 (3.14)가 얻어진다.

$$\ddot{q}_k(t) + 2\zeta_k \omega_k \dot{q}_k(t) + \omega_k^2 q_k(t) = P_k(t) \quad (3.14)$$

$$\text{여기서, } P_k(t) = \frac{1}{mL_k} \int_0^L \phi_k(y) [C_A \dot{v}_g(y,t) + K_A v_g(y,t)] dy \quad (3.15)$$

여기서  $P_k(t)$ 는 시간  $t$ 와 모드수  $k$ 에서 지반으로부터 매설관에 전달된 모든 힘의 합을 나타낸다. 식 (3.15)에 식 (3.1)을 대입하여 시간  $t$ 에서 매설관에 작용한 힘을 식 (3.16)과 같이 산정할 수 있다.

$$\begin{aligned}
P_k(t) &= \frac{1}{mL_k} \int_0^{L_t} \phi_k(y) \left[ C_A \bar{\omega} H(t - \frac{y}{V}) \cos(\bar{\omega}t - \bar{\omega} \frac{y}{V}) + K_A H(t - \frac{y}{V}) \sin(\bar{\omega}t - \bar{\omega} \frac{y}{V}) \right] dy \\
&= \frac{1}{mL_k} \left[ (C_A \bar{\omega} \cos(\bar{\omega}t) + K_A \sin(\bar{\omega}t)) \int_0^{L_t} \phi_k(y) \cos(\bar{\omega} \frac{y}{V}) dy \right. \\
&\quad \left. + (C_A \bar{\omega} \sin(\bar{\omega}t) - K_A \cos(\bar{\omega}t)) \int_0^{L_t} \phi_k(y) \sin(\bar{\omega} \frac{y}{V}) dy \right] \quad (3.16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_k &= \int_0^{L_t} \cos(\bar{\omega} \frac{y}{V}) \phi_k(y) dy \\
&= \int_0^{L_t} \cos(\bar{\omega} \frac{y}{V}) \sin\left\{\frac{(k-1)\pi}{L} y\right\} dy = \frac{\sin(a_k L_t)}{2a_k} + \frac{\sin(b_k L_t)}{2b_k} \quad (3.17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_k &= \int_0^{L_t} \sin(\bar{\omega} \frac{y}{V}) \phi_k(y) dy \\
&= \int_0^{L_t} \sin(\bar{\omega} \frac{y}{V}) \cos\left\{\frac{(k-1)\pi}{L} y\right\} dy = \frac{1 - \cos(a_k L_t)}{2a_k} - \frac{1 - \cos(b_k L_t)}{2b_k} \quad (3.18)
\end{aligned}$$

$$a_k = \frac{\bar{\omega}}{V} + \frac{(k-1)\pi}{L}, \quad b_k = \frac{\bar{\omega}}{V} - \frac{(k-1)\pi}{L} \quad (3.19)$$

식 (3.14)의 해는 라플라스 변환을 통해 구할 수 있다. 먼저 식 (3.14)에서  $\bar{q}_k(0) = q_k(0) = 0$ 이고,  $\mathcal{L}(q_k) = Q_k$ ,  $\mathcal{L}(P_k) = R_k$ 라 두면, 다음과 같은 도함수의 라플라스 변환식을 얻을 수 있다.

$$\mathcal{L}(\ddot{q}_k) = s^2 Q_k - s q_k(0) - \dot{q}_k(0) \quad (3.20)$$

$$\mathcal{L}(\dot{q}_k) = s Q_k - q_k(0) \quad (3.21)$$

식 (3.20)과 식 (3.21)을 식 (3.14)에 대입하여 정리하면 식 (3.22)과 같다.

$$[s^2 + 2\zeta_k \omega_k + \omega_k^2] Q_k = (s + 2\zeta_k \omega_k) q_k(0) + \dot{q}_k(0) + R_k(s) \quad (3.22)$$

식 (3.22)를  $s^2 + 2\zeta_k\omega_k + \omega_k^2$ 로 나누고 전달함수  $H_k(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta_k\omega_k + \omega_k^2}$ 으로 해를

정리하면 식 (3.23)과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q_k = [(s + 2\zeta_k\omega_k)q_k(0) + \dot{q}_k(0)]H_k(s) + R_k(s)H_k(s) \quad (3.23)$$

여기서  $\dot{q}_k(0) = q_k(0) = 0$ 이므로  $Q_k = R_k(s)H_k(s)$ 이 되며, 합성곱의 정리로부터 식 (3.24)와 같은 적분형태의 해를 얻을 수 있다.

$$q_k(t) = \int_0^t h_k(t-\tau)P_k(\tau)d\tau \quad (\text{Duhamel 적분식}) \quad (3.24)$$

여기서  $h_k(t)$ 는  $H_k(s)$ 의 역변환을 통해 식 (3.25)와 같이 얻을 수 있다.

$$h_k(t) = \frac{1}{\omega_k\sqrt{1-\zeta_k^2}}e^{-\zeta_k\omega_k t}\sin\omega_k t\sqrt{1-\zeta_k^2} \quad (3.25)$$

식 (3.25)을 식 (3.24)에 대입하여 식 (3.26)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} q_k(t) &= \frac{1}{\omega_k\sqrt{1-\zeta_k^2}} \int_0^t \{P_k(\tau)e^{\omega_k\zeta_k(t-\tau)}\sin(\omega_k\sqrt{1-\zeta_k^2}(t-\tau))\}d\tau \\ &= \frac{1}{\omega_k\sqrt{1-\zeta_k^2}} \left[ \left( \int_0^t P_k(\tau) \frac{e^{\omega_k\zeta_k\tau}}{e^{\omega_k\zeta_k t}} \cos(\omega_k\sqrt{1-\zeta_k^2}\tau) d\tau \right) \sin(\omega_k\sqrt{1-\zeta_k^2}t) \right. \\ &\quad \left. - \left( \int_0^t P_k(\tau) \frac{e^{\omega_k\zeta_k\tau}}{e^{\omega_k\zeta_k t}} \sin(\omega_k\sqrt{1-\zeta_k^2}\tau) d\tau \right) \cos(\omega_k\sqrt{1-\zeta_k^2}t) \right] \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$A(t) = \int_0^t P_k(\tau) \frac{e^{\omega_k\zeta_k\tau}}{e^{\omega_k\zeta_k t}} \cos(\omega_k\sqrt{1-\zeta_k^2}\tau) d\tau \quad (3.27)$$

$$B(t) = \int_0^t P_k(\tau) \frac{e^{\omega_k \zeta_k \tau}}{e^{\omega_k \zeta_k t}} \sin(\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2} \tau) d\tau \quad (3.28)$$

식 (3.27)와 식 (3.28)을 식 (3.26)에 대입하여 다시 정리하면, 식 (3.29)과 같이 나타낼 수 있다.

$$q_k(t) = \frac{1}{\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2}} \left[ A(t) \sin \omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2} t - B(t) \cos \omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2} t \right] \quad (3.29)$$

식 (3.27)과 식 (3.28)에 포함된 적분을 풀기 위해 적분은 일정 시간 증분( $\Delta\tau$ )을 이용하여 Simpson 법칙에 따라 단계적으로 수행되며,  $A(t)$ 와  $B(t)$ 는 식 (3.30)~식 (3.32)와 같이 나타낼 수 있다.

$$A(t) = \frac{\Delta\tau}{3} \sum^A(t), \quad B(t) = \frac{\Delta\tau}{3} \sum^B(t) \quad (3.30)$$

$\sum^A(t)$ 는  $A(t)$ 의 적분에 대해 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \sum^A(t) = & \left[ \sum^A(t - 2\Delta\tau) + P_k(t - 2\Delta\tau) \cos(\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2} (t - 2\Delta\tau)) \right] e^{-2\zeta_k \omega_k \Delta\tau} \\ & + 4P_k(t - \Delta\tau) \cos(\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2} (t - \Delta\tau)) e^{-\zeta_k \omega_k \Delta\tau} \\ & + P_k(t) \cos(\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2} t) \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} \sum^B(t) = & \left[ \sum^B(t - 2\Delta\tau) + P_k(t - 2\Delta\tau) \sin(\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2} (t - 2\Delta\tau)) \right] e^{-2\zeta_k \omega_k \Delta\tau} \\ & + 4P_k(t - \Delta\tau) \sin(\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2} (t - \Delta\tau)) e^{-\zeta_k \omega_k \Delta\tau} \\ & + P_k(t) \sin(\omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2} t) \end{aligned} \quad (3.32)$$



양단자유 조건에 대한 매설관의 변위( $v_A(y,t)$ )와 변형률( $\epsilon_A(y,t)$ )은 각각 식 (3.33)과 식 (3.34)로 나타낼 수 있다.

$$v_A(y,t) = \sum_{k=1}^{\infty} \phi(y) q_k(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \cos \frac{(k-1)\pi y}{L} q_k(t) \quad (3.33)$$

$$\epsilon_A(y,t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\partial \phi(y)}{\partial y} q_k(t) = - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k-1)\pi}{L} \sin \frac{(k-1)\pi y}{L} q_k(t) \quad (3.34)$$

위와 같은 방법으로 풀이하면, 양단고정의 변위( $v_A(y,t)$ )와 변형률( $\epsilon_A(y,t)$ )은 각각 식 (3.35)와 식 (3.36)과 같이 나타낼 수 있다.

$$v_A(y,t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{k\pi y}{L} q_k(t) \quad (3.35)$$

$$\epsilon_A(y,t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\partial \phi(y)}{\partial y} q_k(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k\pi}{L} \cos \frac{k\pi y}{L} q_k(t) \quad (3.36)$$

### 3.4 축직각방향 강제진동

본 절에서 설명할 내용은 연속매설관의 축직각방향 응답에 관한 것이다. 매설관은 3.1.3절에서 설명된 거동을 받기 쉬우며, 단부는 아무런 구속이 없는 자유단으로 구성되어 있다(그림 3.5).

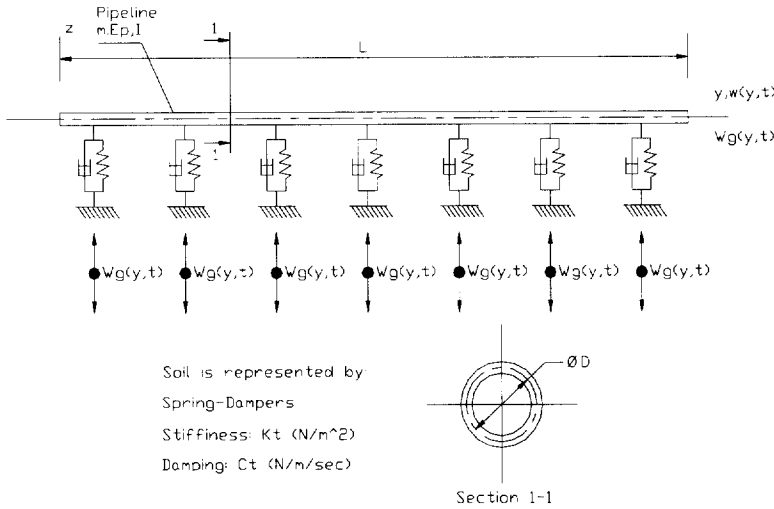


그림 3.5 축직각방향 진동의 양단자유 경계조건에 대한 모형

축직각방향 진동을 받는 매설관의 거동에 대한 지배방정식은 다음과 같다.

$$m \frac{\partial^2 w(y,t)}{\partial t^2} + C_T \frac{\partial w(y,t)}{\partial t} + K_T w(y,t) + E_p I \frac{\partial^4 w(y,t)}{\partial y^4} = C_T \frac{\partial w_g(y,t)}{\partial t} + K_T w_g(y,t) \quad (3.37)$$

여기서,  $w_g$  : 축직각방향 지반변위

그림 3.5와 같은 경계조건에 있어 모드형상과 고유진동수는 식 (3.38)과 식 (3.39)과 같이 표현된다.

$$\phi_k(y) = M\{\cosh(\beta_k y) + \cos(\beta_k y)\} + \sinh(\beta_k y) + \sin(\beta_k y) \quad (3.38)$$

$$\omega_k = \sqrt{\frac{K_T}{m} \left\{ 1 + \frac{E_p I}{K_T} \beta_k^4 \right\}} \quad (3.39)$$

여기서,  $M = \frac{\sin(\beta_k L) - \sinh(\beta_k L)}{\cosh(\beta_k L) - \cos(\beta_k L)}$  이라 둔다.

또한 축방향 진동의 경우처럼 일반적인 모드형상과 일반화된 좌표를 사용하여 매설관의 변위를 표현함으로서, 식 (3.37)의 해는 식 (3.40)와 같이 표현할 수 있다.

$$w_k(y, t) = \phi_k(y) q_k(t) \quad (3.40)$$

식 (3.40)를 식 (3.37)에 대입하고 양변에  $\phi_k(y)$ 를 곱한 후 매설관의 길이에 대해 적분하여 식 (3.41)과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \ddot{q}_k(t) + \frac{C_T}{m} \dot{q}_k(t) + \frac{K_T}{m} q_k(t) \left\{ 1 + \frac{\beta_k^4 E_p I}{K_T} \right\} \\ = \frac{1}{m L_k} \int_0^L \phi_k(y) [C_T \dot{w}_g(y, t) + K_T w_g(y, t)] dy \end{aligned} \quad (3.41)$$

$$\text{여기서, } L_k = \int_0^L \phi_k^2(y) dy \quad (3.42)$$

식 (3.42)에 식 (3.38)을 대입하여 식 (3.43)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} L_k = \int_0^L \phi_k^2(y) dy = M^2 \int_0^L \{ \cosh^2(\beta_k y) + 2 \cosh(\beta_k y) \cos(\beta_k y) + \cos^2(\beta_k y) \} dy \\ + \int_0^L \{ \sinh^2(\beta_k y) + 2 \sinh(\beta_k y) \sin(\beta_k y) + \sin^2(\beta_k y) \} dy \\ + 2M \int_0^L \{ \cosh(\beta_k y) \sinh(\beta_k y) + \cos(\beta_k y) \sin(\beta_k y) \} dy \end{aligned}$$

$$+ \cosh(\beta_k y) \sin(\beta_k y) + \cos(\beta_k y) \sin(\beta_k y) \} dy \quad (3.43)$$

식 (3.43)를 식 (3.44)~식 (3.46)과 같이 놓는다.

$$X = \int_0^L \{ \cosh^2(\beta_k y) - 2 \cosh(\beta_k y) \cos(\beta_k y) + \cos^2(\beta_k y) \} dy \quad (3.44)$$

$$Y = \int_0^L \{ \sinh^2(\beta_k y) + 2 \sinh(\beta_k y) \sin(\beta_k y) + \sin^2(\beta_k y) \} dy \quad (3.45)$$

$$Z = \int_0^L \{ \cosh(\beta_k y) \sinh(\beta_k y) + \cos(\beta_k y) \sin(\beta_k y) \\ + \cosh(\beta_k y) \sin(\beta_k y) + \cos(\beta_k y) \sinh(\beta_k y) \} dy \quad (3.46)$$

각각에 대해 적분을 하면 아래와 같다.

$$X = \frac{1}{4\beta_k} \{ \sinh(2\beta_k L) + \sin(2\beta_k L) \} + L \\ + \frac{1}{\beta_k} \{ \sinh(\beta_k L) \cos(\beta_k L) + \cosh(\beta_k L) \sin(\beta_k L) \} \quad (3.47)$$

$$Y = \frac{1}{4\beta_k} \{ \sinh(2\beta_k L) - \sin(2\beta_k L) \} \\ + \frac{1}{\beta_k} \{ \cosh(\beta_k L) \sin(\beta_k L) - \sinh(\beta_k L) \cos(\beta_k L) \} \quad (3.48)$$

$$Z = \frac{1}{2\beta_k} \{ \sinh(\beta_k L) + \sin(\beta_k L) \}^2 \quad (3.49)$$

$\frac{C_T}{m} = 2\zeta_k \omega_k$ 로서, 모드수  $k$ 에 대한 감쇠비( $\zeta_k$ )는 식 (3.50)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\zeta_k = \frac{C_T}{2\sqrt{mK_T}} \left[ 1 + \frac{E_P I}{K_T} \beta_k^4 \right]^{-1/2} \quad (3.50)$$

식 (3.41)에  $\omega_k$ 와  $\zeta_k$ 을 대입하여 식 (3.51)과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{q}_k(t) + 2\zeta_k\omega_k\dot{q}_k(t) + \omega_k^2 q_k(t) = Q_k(t) \quad (3.51)$$

$$\text{여기서, } Q_k(t) = \frac{1}{mL_k} \int_0^{L_i} \phi_k(y) [C_T \dot{w}_g(y, t) + K_T w_g(y, t)] dy \quad (3.52)$$

$Q_k(t)$ 는 시간  $t$ 와 모드수  $k$ 에서 지반으로부터 매설관에 전달된 모든 힘의 합이며, 식 (3.52)에 지진시 지반 변위( $w_g(y, t)$ )를 대입하면 식 (3.53)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} Q_k(t) = \frac{1}{mL_k} \int_0^L \phi_k(y) & \left[ C_T \bar{\omega} H(t - \frac{y}{V}) \cos(\bar{\omega} t - \bar{\omega} \frac{y}{V}) \right. \\ & \left. + K_T H(t - \frac{y}{V}) \sin(\bar{\omega} t - \bar{\omega} \frac{y}{V}) \right] dy \end{aligned} \quad (3.53)$$

$$\begin{aligned} A_k &= \int_0^{L_i} \cos(\bar{\omega} \frac{y}{V}) \phi_k(y) dy \\ &= \frac{1}{\beta_k^2 + (\frac{\bar{\omega}}{V})^2} \left\{ \beta_k \cosh(\beta_k L_t) \cos(\frac{\bar{\omega}}{V} L_t) + \frac{\bar{\omega}}{V} \sinh(\beta_k L_t) \sin(\frac{\bar{\omega}}{V} L_t) - \beta_k \right\} \\ &+ \frac{M}{\beta_k^2 + (\frac{\bar{\omega}}{V})^2} \left\{ \beta_k \sinh(\beta_k L_t) \cos(\frac{\bar{\omega}}{V} L_t) + \frac{\bar{\omega}}{V} \cosh(\beta_k L_t) \sin(\frac{\bar{\omega}}{V} L_t) \right\} \\ &+ \frac{1}{2} \frac{1}{\frac{\bar{\omega}}{V} + \beta_k} \left\{ M \sin(\frac{\bar{\omega}}{V} L_t + \beta_k L_t) - \cos(\frac{\bar{\omega}}{V} L_t + \beta_k L_t) + 1 \right\} \\ &+ \frac{1}{2} \frac{1}{\frac{\bar{\omega}}{V} - \beta_k} \left\{ M \sin(\frac{\bar{\omega}}{V} L_t - \beta_k L_t) + \cos(\frac{\bar{\omega}}{V} L_t - \beta_k L_t) - 1 \right\} \end{aligned} \quad (3.54)$$

$$B_k = \int_0^{L_i} \sin(\bar{\omega} \frac{y}{V}) \phi_k(y) dy$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\beta_k^2 + (\frac{\bar{\omega}}{V})^2} \left\{ \beta_k \cosh(\beta_k L_t) \sin(\frac{\bar{\omega}}{V} L_t) - \frac{\bar{\omega}}{V} \sinh(\beta_k L_t) \cos(\frac{\bar{\omega}}{V} L_t) \right\} \\
&+ \frac{M}{\beta_k^2 + (\frac{\bar{\omega}}{V})^2} \left\{ \beta_k \sinh(\beta_k L_t) \sin(\frac{\bar{\omega}}{V} L_t) - \frac{\bar{\omega}}{V} \cosh(\beta_k L_t) \cos(\frac{\bar{\omega}}{V} L_t) + \frac{\bar{\omega}}{V} \right\} \\
&- \frac{1}{2} \frac{1}{\frac{\bar{\omega}}{V} + \beta_k} \left\{ M \cos(\frac{\bar{\omega}}{V} L_t + \beta_k L_t) + \sin(\frac{\bar{\omega}}{V} L_t + \beta_k L_t) - M \right\} \\
&- \frac{1}{2} \frac{1}{\frac{\bar{\omega}}{V} - \beta_k} \left\{ M \cos(\frac{\bar{\omega}}{V} L_t - \beta_k L_t) - \sin(\frac{\bar{\omega}}{V} L_t - \beta_k L_t) - M \right\} \tag{3.55}
\end{aligned}$$

식 (3.51)의 해는 Duhamel의 적분공식으로부터 결정되며 식 (3.56)과 같이 표현된다.

$$q_k(t) = \int_0^t h_k(t-\tau) Q_k(\tau) d\tau \tag{3.56}$$

$$\text{여기서, } h_k(t) = \frac{1}{\omega_k \sqrt{1-\zeta_k^2}} e^{-\zeta_k \omega_k t} \sin \sqrt{1-\zeta_k^2} \omega_k t \tag{3.57}$$

축방향과 같은 방법으로 Simpson 법칙에 따라 적분하여 변위( $w_T(y,t)$ ) 및 곡률( $\kappa_T(y,t)$ ), 휨변형률( $\epsilon_T(y,t)$ )은 다음과 같이 산정할 수 있다.

$$w_T(y,t) = \sum_{k=1}^{\infty} q_k(t) \left\{ \frac{\sin(\beta_k L) - \sinh(\beta_k L)}{\cosh(\beta_k L) - \cos(\beta_k L)} \{ \cosh(\beta_k y) + \cos(\beta_k y) \} + \sinh(\beta_k y) + \sin(\beta_k y) \right\} \tag{3.58}$$

$$\kappa_T(y,t) = \sum_{k=1}^{\infty} q_k(t) \beta_k^2 \left\{ \frac{\sin(\beta_k L) - \sinh(\beta_k L)}{\cosh(\beta_k L) - \cos(\beta_k L)} \{ \cosh(\beta_k y) - \cos(\beta_k y) \} + \sinh(\beta_k y) - \sin(\beta_k y) \right\} \tag{3.59}$$

$$\epsilon_T(y,t) = \frac{D}{2} \sum_{k=1}^{\infty} q_k(t) \beta_k^2 \left\{ \frac{\sin(\beta_k L) - \sinh(\beta_k L)}{\cosh(\beta_k L) - \cos(\beta_k L)} \{ \cosh(\beta_k y) - \cos(\beta_k y) \} + \sinh(\beta_k y) - \sin(\beta_k y) \right\} \tag{3.60}$$

여기서, D는 매설관의 외부 직경이다.

위와 같은 방법으로 풀이하면, 양단고정, 양단롤러, 양단힌지의 변위( $w_T(y,t)$ ) 및 곡률( $\kappa_T(y,t)$ ), 휨변형률( $\epsilon_T(y,t)$ )은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

- 양단고정

$$w_T(y,t) = \sum_{k=1}^{\infty} q_k(t) \left\{ \frac{\sin(\beta_k L) - \sinh(\beta_k L)}{\cosh(\beta_k L) - \cos(\beta_k L)} \{ \cosh(\beta_k y) - \cos(\beta_k y) \} + \sinh(\beta_k y) - \sin(\beta_k y) \right\}$$

$$\kappa_T(y,t) = \sum_{k=1}^{\infty} q_k(t) \beta_k^2 \left\{ \frac{\sin(\beta_k L) - \sinh(\beta_k L)}{\cosh(\beta_k L) - \cos(\beta_k L)} \{ \cosh(\beta_k y) + \cos(\beta_k y) \} + \sinh(\beta_k y) + \sin(\beta_k y) \right\}$$

$$\epsilon_T(y,t) = \frac{D}{2} \sum_{k=1}^{\infty} q_k(t) \beta_k^2 \left\{ \frac{\sin(\beta_k L) - \sinh(\beta_k L)}{\cosh(\beta_k L) - \cos(\beta_k L)} \{ \cosh(\beta_k y) + \cos(\beta_k y) \} + \sinh(\beta_k y) + \sin(\beta_k y) \right\}$$

### 3.5 매설관의 응답

#### 3.5.1 일시적 응답과 정상상태 응답

표 3.1과 표 3.2는 매설관의 중앙 지점에서의 시간에 따른 변위 응답을 나타내는 그래프이다. 지진파의 전파속도와 진동수는 각각 800m/sec과 50rad/sec이다. 첫 번째 모드에 대해 지반-구조물의 상호작용에 의한 감쇠비는 80%를 적용하였다. 축방향과 축직각방향 두 경우 모두에 있어, 거동은 2개의 형태로 구별된다.

일시적 응답은  $t = 0 \sim L/V$  동안 지속된다(L:매설관의 길이, V:전파속도).  $L/V$ 은 매설관 전장에 걸쳐 지반변위를 받게 되는 시간을 의미한다. 표 3.1과 표 3.2의 경우, 이 시간은 0.125sec(=100/800)이다. 파가 매설관의 좌측 단부에서부터 진동한 후, 응답은 낮은 증감을 보이다가 파가 매설관의 축을 따라 중요 지점(매설관의 중간지점 :  $y=50m$ )에 도달할 때 급격히 증가하여 최대값에 도달하게 된다. 이 시점에서 최대값은 최대 일시적 응답으로 간주된다. 이후,

응답은 점점 감소하여 정현파가 된다. 전파속도가 증가함에 일시적 거동은 불분명해진다.

정상상태 응답은 파가 매설관의 전장을 통과한 후( $t \geq L/V = 0.125\text{sec}$ ), 응답은 정현파가 되고 일정한 진폭을 가진다. 이와 같이 파가 매설관의 전장을 통과한 후, 정현파 하중이 지속적으로 가해지는 상태의 동적응답을 정상상태 응답이라고 정의된다. 주기는 지반거동의 주기와 같다.

모든 단부조건에 대해 파가 매설관의 전장을 통과한 후 매설관은 같은 크기의 일정한 진폭의 지반거동과 동일하게 진동하는 정상상태 응답을 나타낸다. 단부 경계조건에 따라 일시적 변위응답과 정상상태 변위응답은 달라지며 따라서 발생하는 변위의 크기도 달라진다.

표 3.1 매설관의 중앙지점에서의 축방향 변위 응답

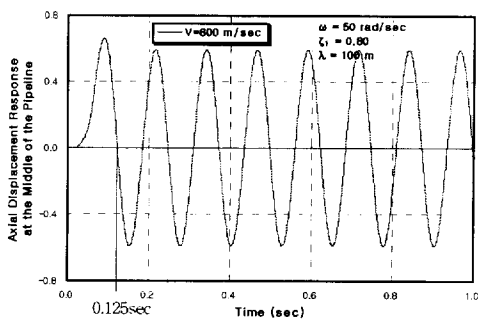
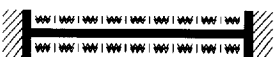
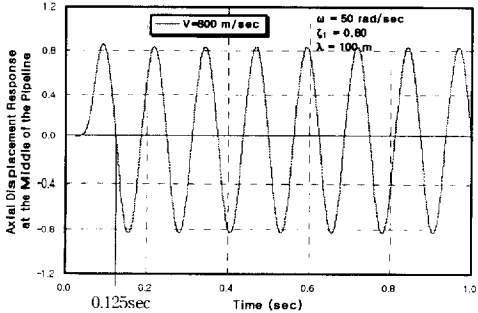
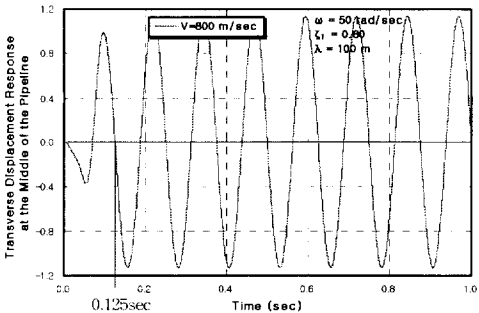
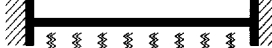
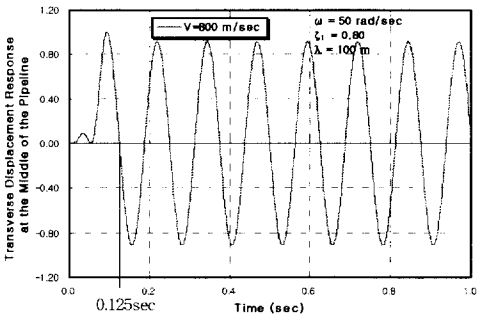
| 경계조건                  | 모 형                                                                                 | 변 위 응 답                                                                              |
|-----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| 양단자유<br>(Larbi, 1995) |  |   |
| 양단고정                  |  |  |



표 3.2 매설관의 중앙지점에서의 축직각방향 변위 응답

| 경계조건 | 모 형                                                                               | 변 위 응 답                                                                            |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| 양단자유 |  |  |
| 양단고정 |  |  |

### 3.5.2 모드수에 의한 영향

모드는 전체적인 계의 운동 형태를 구성하는 개개의 기본 운동 형태이며, 계의 자유도가 유한개이면 유한개의 모드가 있고, 무한개의 자유도, 즉 연속체이면 무한개의 모드가 존재한다. 서로 다른 모드 간에는 직교성이 성립하는데, 이는 질량행렬과 강성행렬에 관한 직교성이다. 모드형상은 각 모드에 해당하는 계의 공간적인 운동 형상을 나타낸다.

연속계의 동적해석에서 중요한 고려사항은 응답을 정확하게 평가하는데 필요한 모드의 수이다. 단부 경계조건에서 축방향 및 축직각방향 변형률에 대한 해석은 응답을 평가하는데 필요한 모드의 수를 결정하기 위해 수행한다. 해석은 단부 경계조건에 따라 3개의 다른 전파속도와 지반거동의 진동수 2개로 수행된다. 즉, 낮은 전파속도 100m/sec, 중간 전파속도 500m/sec, 높은 전파속도 2000m/sec, 그리고 낮은 진동수 5rad/sec, 높은 진동수 100rad/sec이다.

표 3.3a와 표 3.3b에서 볼 수 있듯이 축방향의 단부 경계조건에서 낮은 전파 속도 100m/sec와 높은 진동수 100rad/sec인 경우 변형률 응답이 30번째 모드 이상에서 크게 나타나는 것을 알 수 있다. 이것은 축방향 양단자유 경계조건의 경우 해석시 매설관의  $k$ 번째 모드의 파장( $2L/(k-1)$ )과 지진파의 파장( $2\pi V/\omega$ )이 같아질 때 공진현상이 발생한다. 따라서 공진이 발생하는 모드는  $k = \omega L/\pi V + 1$ 로 산정된다. 이와 동일하게 축방향 양단고정에서 공진이 발생하는 모드는  $k = \omega L/\pi V$ 으로 나타났다. 30번째 이상에서 변형률 응답이 크게 일어나는 전파속도 100m/sec와 진동수 100rad/sec에 대하여 본 연구에서 수행된 매설관 길이 100m를 이용하여 공진 발생 모드를 양단자유 경계조건에 대해서 산정하면  $k = 100 \times 100/\pi \times 100 + 1 = 32.8$ 으로서 32번째 또는 33번째 모드에서 공진현상으로 인한 변형률 응답이 발생함을 알 수 있다.

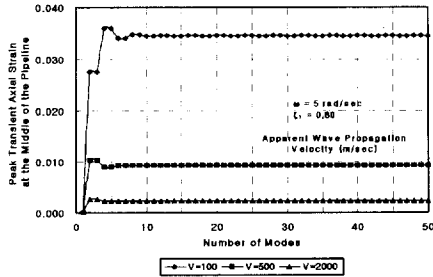
축방향 강제진동시의 단부 경계조건에서 소요 모드수 산정은 최대 영향을 나타내는 모드수에 영향을 미치지 않을 것으로 예상되는 추가 10개의 모드를 더해서  $k = \omega L/\pi V + 11$ 번째 모드를 사용하면 전반적인 동적거동 현상을 확인할 수 있다.

표 3.3c와 표 3.3d에서와 같이 축직각방향 양단자유, 양단고정 경계조건에서 강제진동의 경우 6번째 모드까지 증가를 보이다가 7번째 모드에서 거의 영향을 미치지 않는다.  $L_k$  값은 식 (3.43)을 이용하여 산정할 수 있으며, 산정된  $L_k$  값은 7번째 모드 이후에서 0으로 수렴되었다. 축직각방향 강제진동의 경우 모드수가 적어 모드수에 의한 영향을 평가하기에는 부족하나 대부분의 영향이 낮은 모드에서 나타난다는 기존의 연구(Datta, 1986, 1988)와 표 3.3c와 표 3.3d에서 볼 수 있듯이 7번째 모드에서 영향이 작게 나타나므로 해석상 문제는 없는 것으로 보인다.

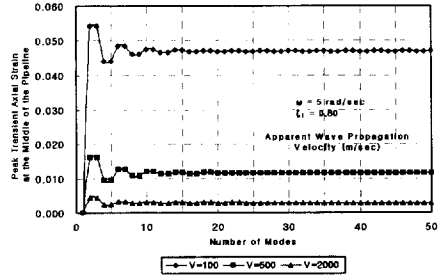
표 3.3a~표 3.3d은 단부 경계조건에 대해 모드수에 따른 정상상태의 축방향 변형률 및 축직각방향 곡률 응답을 비교한 것이다. 표 3.3b에서 볼 수 있듯이 낮은 전파속도 100m/sec와 높은 진동수 100rad/sec에서 공진 현상이 발생함을 확인할 수 있다.

표 3.3a 모드수에 따른 축방향 일시적 및 정상상태 변형률 응답  
 $(\bar{\omega} = 5 \text{ rad/sec})$

일시적 변형률 응답

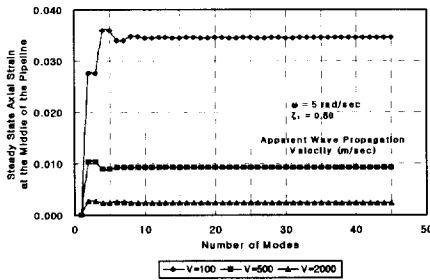


양단 자유

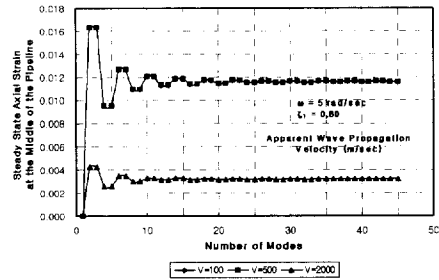


양단 고정

정상상태 변형률 응답



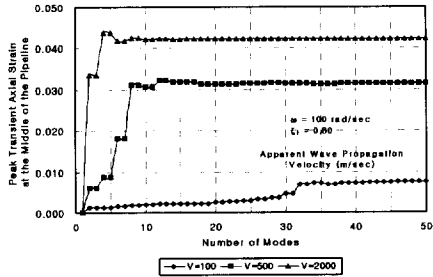
양단 자유



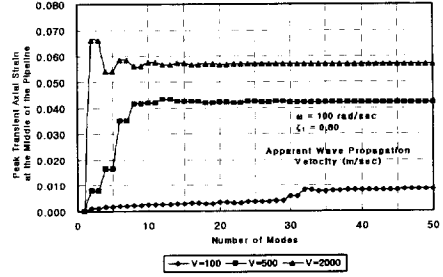
양단 고정

표 3.3b 모드수에 따른 축방향 일시적 및 정상상태 변형률 응답  
( $\bar{\omega} = 100 \text{ rad/sec}$ )

일시적 변형률 응답

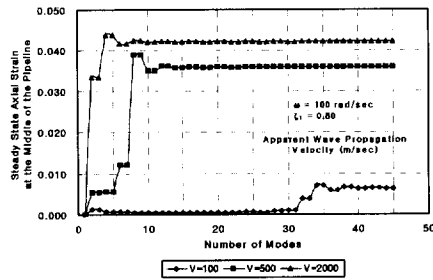


양단 자유

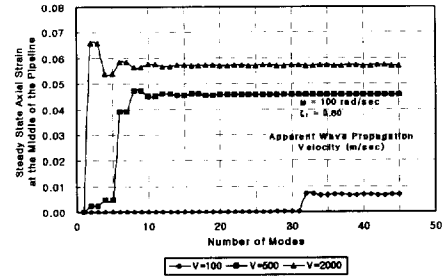


양단 고정

정상상태 변형률 응답



양단 자유



양단 고정

표 3.3c 모드수에 따른 축적각방향 일시적 및 정상상태 곡률 응답  
 $(\bar{\omega} = 5 \text{ rad/sec})$

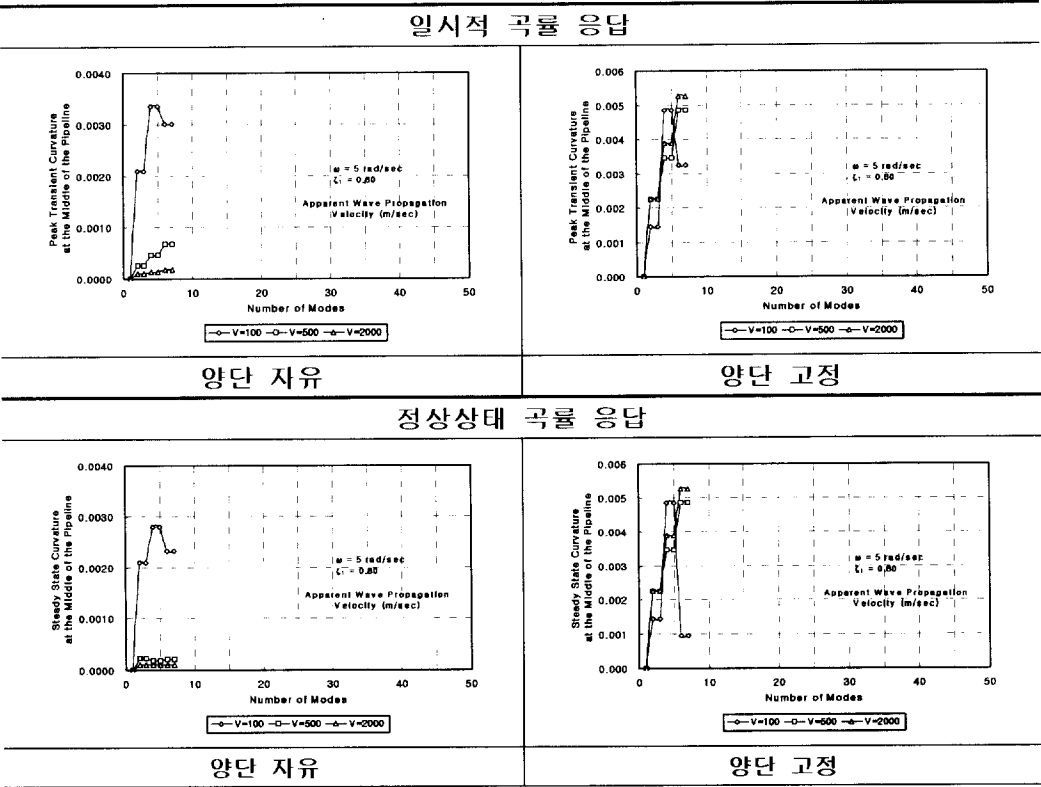
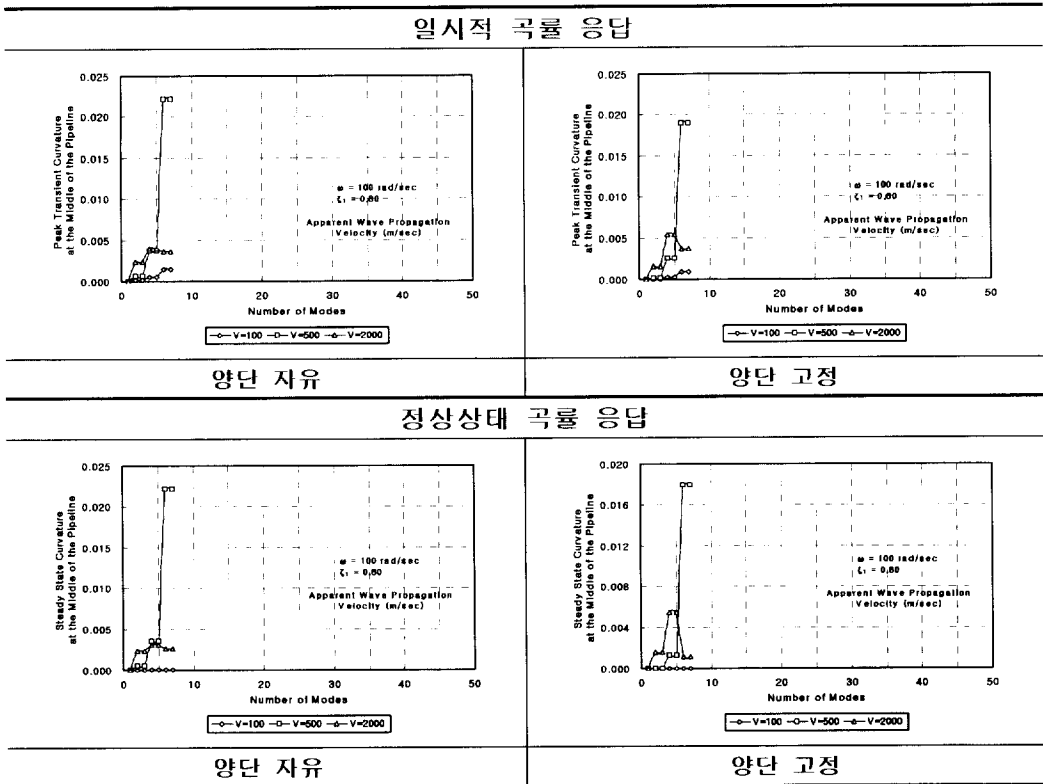


표 3.3d 모드수에 따른 축적각방향 일시적 및 정상상태 곡률 응답  
 ( $\bar{\omega} = 100 \text{ rad/sec}$ )



### 3.5.3 지점별 변위 응답

표 3.4a와 표 3.4b는 매설관의 지점별 최대 변위응답을 나타내고 있으며, 매설관은 다음 두 가지 경우에 대해서 해석되었다.

1)  $V = 300\text{m/sec}$ ,  $\bar{\omega} = 30\text{rad/sec}$ ,  $\lambda = 62.8\text{m}$

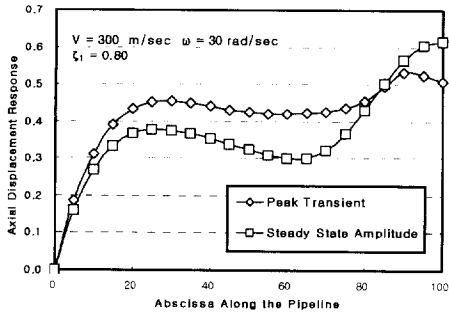
2)  $V = 2000\text{m/sec}$ ,  $\bar{\omega} = 5\text{rad/sec}$ ,  $\lambda = 2513.3\text{m}$

두 가지 경우 모두에 있어, 축방향과 축직각방향 진동이 조사되었다. 첫 번째 모드에 대한 지반-구조물의 상호작용에 의한 감쇠비는 80%가 적용되었다.

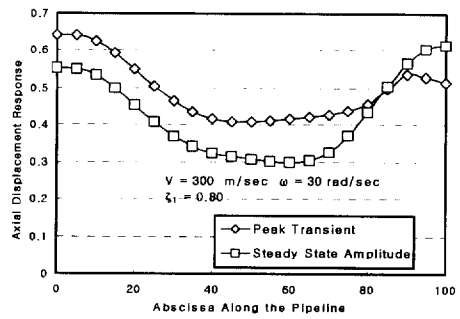
표 3.4a와 표 3.4b는 2개의 변위응답을 나타내고 있으며, 이는 최대 일시적 응답과 최대 정상상태 응답이다. 경계 조건에 따라 매설관의 단부는 0이 되거나 최대값을 나타낸다. 즉, 고정단과 힌지의 경우 변위는 0이며, 자유단과 롤러는 최대 변위응답을 나타낸다. 정상상태 응답에서 변위응답은 매설관의 중앙부를 중심으로 대칭적이다. 이러한 대칭은 정상상태에서 매설관이 길이방향으로 등분포하중을 받기 때문이다. 또한 지진파의 전파는 좌측에서 우측으로 고려되었기 때문에, 매설관의 우측중심에 위치한 점들은 좌측중심에 위치한 점들에서의 일시적 응답과 같은 값을 가지지 않는다. 특히, 이 점들은 많은 진동을 받지 않는다. 그리고 변위응답은 파장이 증가할수록 증가한다는 것을 그림을 통해 확인할 수 있다.

표 3.4a 지점별 축방향 변위 응답

$V = 300 \text{ m/sec}$

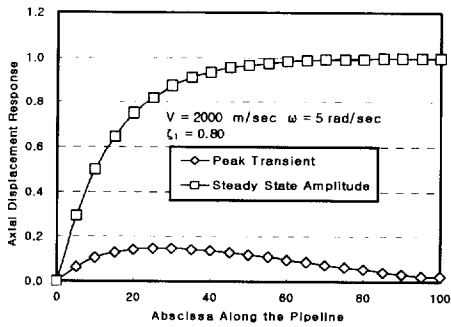


양단 자유

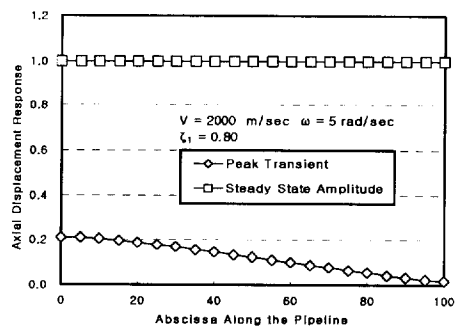


양단 고정

$V = 2000 \text{ m/sec}$



양단 자유

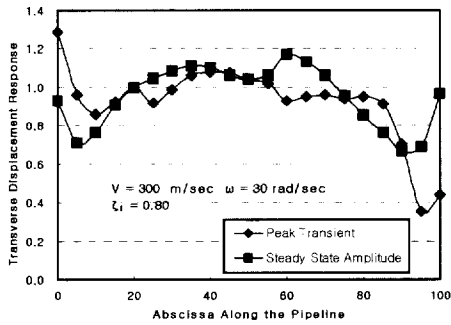


양단 고정

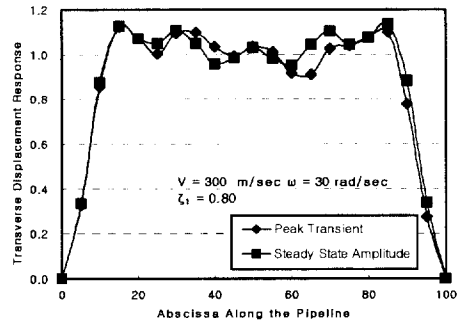


표 3.4b 지점별 축직각방향 변위 응답

$V = 300\text{m/sec}$

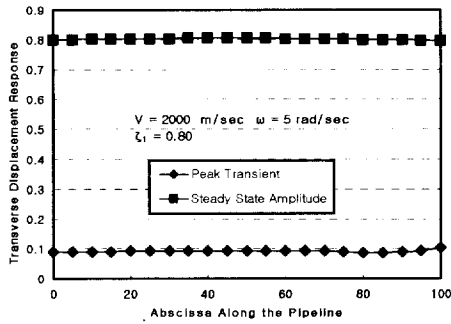


양단 자유

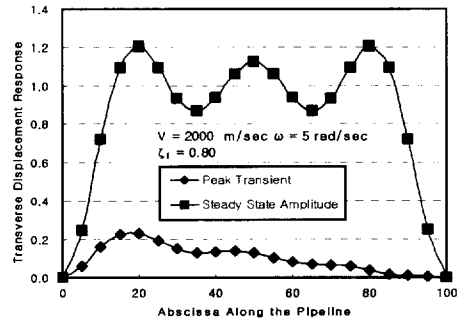


양단 고정

$V = 2000\text{m/sec}$



양단 자유



양단 고정

## 3.6 변형률 산출 비교 예제

### 3.6.1 Ogawa 등(2001)의 제안식

#### 3.6.1.1 최대 지반 변형률

흙입자의 거동은 파형태에 의존적이다. 그러나 항상 파의 진행방향에 대해 축방향 성분과 축직각방향 성분으로 분리될 수 있으며, 일반적으로 표면파(레일리파, 러브파) 또한 방향별로 분리할 수 있다. 반면에 어떤 지점으로부터 전파되는 전단파는 단계적 지연 효과로 나타내는 표토층을 따라 축방향 거동을 만들어낸다. 일반적으로 표토층에서 수평으로 전파되는 파의 전파속도를 정의할 수 있는 방법이 없기 때문에, 지표 거동은 레일리파로 적용한다.

수평방향으로 정현파 형태의 파가 전파된다고 가정하면, 최대 지반 변형률( $\epsilon_G$ )은 식 (3.61)과 같이 제안하였다.

$$\epsilon_G = \frac{2\pi}{L} U_h \quad (3.61)$$

여기서,  $L$  : 파장

$U_h$  : 지반 변위

#### 3.6.1.2 매설관의 변형률

매설관의 지진 응답에 대한 연구들은 무한 지반에 놓인 직선 매설관으로 단순화된 모형을 사용하고 있으며, 매설관의 축방향에 대한 힘의 평형방정식은 D'Alembert의 원리에 따라 식 (3.62)과 같이 표현된다.

$$\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = K_1 (u_G - u) \quad (3.62)$$

여기서,  $u$  : 매설관의 축방향 변위

$u_G$  : 축방향 지반 변위

$\rho$  : 매설관의 밀도

$E$  : 매설관의 탄성계수

$K_1$  : 축방향 등가 스프링 계수

Ogawa 등(2001)는 매설관의 관성에 의한 영향을 무시하여 지반과 매설관 변위비를 나타내는 변환계수  $\alpha_0$ 에 의해 매설관의 변형률( $\epsilon_S$ )을 식 (3.63)와 같이 산정될 수 있음을 제안하였다.

$$\epsilon_S = \alpha_0 \epsilon_G \quad (3.63)$$

$$\text{여기서, } \alpha_0 = \frac{1}{1 + \left( \frac{2\pi}{\lambda_1 L_a} \right)^2}$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{K_1}{EA}}$$

$L_a$  : 매설관 축방향으로 전파되는 파의 파장

### 3.6.2 해석결과의 비교

Ogawa 등(2001)의 지반변형률과 양단자유 단부조건을 가진 매설관에 대한 축방향 변형률 산정과 본 연구에서 제안된 양단자유, 양단고정 단부조건을 가진 매설관의 축방향 변형률 산정식에 의해 구해진 결과를 비교하였다. El Centro 지진 기록(그림 3.6)을 해석에 적용하였으며 El Centro 지진의 변위 응답 스펙트럼은 그림 3.7과 같다. 응답스펙트럼이란 특정 방향의 지반운동을 받고 있는 구조물의 최대응답을 구조물의 고유진동수(혹은 고유주기)별로 그려 놓은 것이다. 그림 3.6의 El Centro 지진 가속도 기록을 이용하여 주기에 따른 지반변위 응답스펙트럼을 나타낸 것이 그림 3.7이며, 2.12초에 발생한 최대 가속도를 포함할 수 있도록 지진기록 시간 8초에 대해 0.02초씩 기록된 데이터를 400개 이용하여 응답스펙트럼을 구하였다. 해석에 이용된 지진파의 전파속도는 100m/sec로 하였으며, 매설관의 기하학적 특성과 재료적 특성은 표 2.1의 자료를 이용하였다.

Ogawa 등(2001)의 제안식을 이용하여 주기 1sec일 때 최대 지반 변위( $U_h$ )는 그림 3.7로부터 0.039161m 임을 알 수 있고, 주기 1sec에 대한 파장과 진동수는 각각 식 (3.64)와 식 (3.65)와 같이 산정할 수 있다.

$$L = L_u = V \cdot T = 100 \times 1 = 100 \text{ m} \quad (3.64)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} = 6.283 \text{ rad/sec} \quad (3.65)$$

따라서 최대 지반 변형률은 식 (3.61)을 이용하여 식 (3.66)과 같이 계산할 수 있다.

$$\epsilon_G = \frac{2\pi}{L} U_h = \frac{2\pi \times 0.039161}{100} = 2.461 \times 10^{-3} \quad (3.66)$$

변환계수  $\alpha_0$ 는 식 (3.67)과 같이 구할 수 있다.

$$\alpha_0 = \frac{1}{1 + \left( \frac{2\pi}{\lambda_1 L_a} \right)^2} = \frac{1}{1 + \left( \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{9.34 \times 10^7}{2.07 \times 10^{10} \times 0.94248}} \times 100} \right)^2} = 0.548 \quad (3.67)$$

따라서 주기 1sec일 때 매설관의 최대 변형률은 식 (3.68)과 같이 계산된다.

$$\epsilon_S = \alpha_0 \epsilon_G = 0.548 \times 2.461 \times 10^{-3} = 1.349 \times 10^{-3} \quad (3.68)$$

표 3.5는 주기 1sec일 때 관 중심부에서 축방향 변형률을 산정한 값을 나타내고 있다. 양단자유 단부조건을 가진 매설관의 변형률은 0.036571로 산정되었다. 따라서 실제 매설관의 변형률은 여기 주기 1sec에 해당하는 지반변위를 곱함으로써 산정되며  $0.036571 \times 0.039161 = 1.432 \times 10^{-3}$ 이 된다. 그리고 양단고정 단부조건에선 매설관의 변형률은 0.052149이며, 실제 매설관의 변형률은  $2.042 \times 10^{-3}$ 이 된다.

**표 3.5 축방향 변형률의 비교 (T=1sec)**

| 구 분     | Ogawa 등(2001)          | 양단 자유                  | 양단 고정                  |
|---------|------------------------|------------------------|------------------------|
| 축방향 변형률 | $1.349 \times 10^{-3}$ | $1.432 \times 10^{-3}$ | $2.042 \times 10^{-3}$ |

그림 3.8은 이렇게 산정되어진 계산값을 그래프로 도시한 것이며, 지반변위 응답스펙트럼의 주기에 대해 지진파의 진동수에 따른 축방향 변형률을 나타내고 있다.

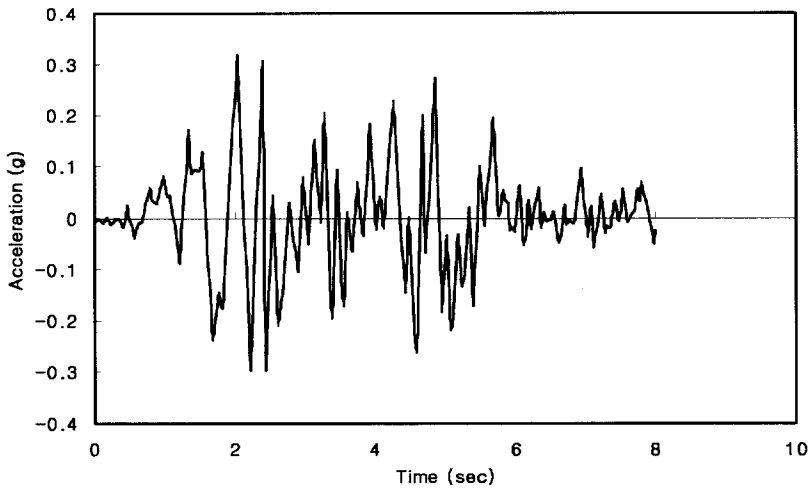


그림 3.6 El Centro 지진 가속도 (1940)

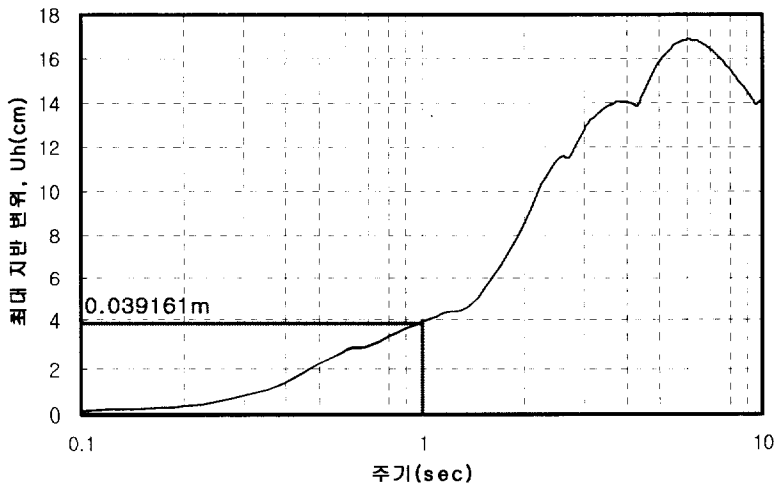


그림 3.7 El Centro 지진의 변위 응답 스펙트럼

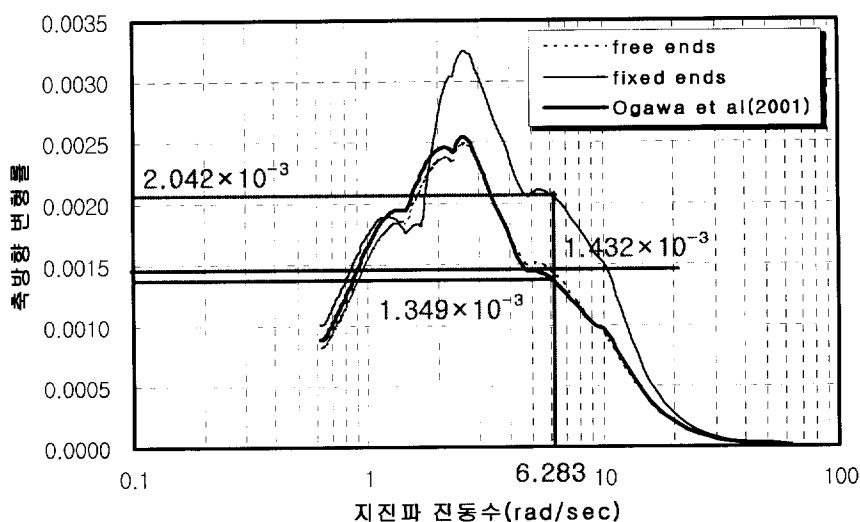


그림 3.8 축방향 양단자유에 대한 비교

표 3.6은 각 단부조건에서 매설관 중심부의 최대 축방향 변형률을 제시한 표로서 최대 축방향 변형률이 나타나는 주기는 그림 3.8에서 2.4sec로 나타남을 알 수 있다. 매설관 중심부에 대한 축방향 변형률을 비교하면 Ogawa 등(2001)에 의해 산정된 값을 기준으로 양단자유 경계조건에서는 1.57%, 양단고정 경계조건에서는 27.91%의 차이를 나타내고, 매설관의 중심부에 대한 축방향 응력은 517.6~672.6 kg/cm<sup>2</sup>으로 나타났다.

이와 같이 Ogawa 등(2001)이 제시한 양단자유 경계조건의 변형률 산정식과 본 연구에서 제안된 양단자유 경계조건 변형률 산정식의 결과는 1.57%의 차이를 보이는 것으로 본 해석의 정확성을 확인할 수 있다.

또한 관 단부조건에 따른 최대 축방향 변형률, 최대응력, 발생위치도 산정하여 표 3.7에 나타내었으며 양단자유에서는 중앙부에서, 양단고정에서는 끝단부에서 최대 변형률이 발생되었고 최대 축방향 응력은 517~2888.6 kg/cm<sup>2</sup>으로 나타났다. 이와 같이 매설관의 단부 경계조건이 상이함에 따라 최대변형률 발생위치의 차이에 따른 축방향 응력값이 매설관의 중앙부 응력값의 범위와 많은 차이가 있음을 알 수 있다. 그리고 El Centro 지진에 의해 발생된 응력을

검토하면 모두 파괴되는 것으로 나타났다.

표 3.6 매설관의 중앙지점에서의 최대 축방향 변형률 비교

| 구 분                      | Ogawa 등<br>(2001)    | 양단 자유                | 양단 고정                | 비 고 |
|--------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|-----|
| 변형률                      | $2.540\times10^{-3}$ | $2.500\times10^{-3}$ | $3.249\times10^{-3}$ | -   |
| 응력 (kg/cm <sup>2</sup> ) | 525.9                | 517.6                | 672.6                | -   |

표 3.7 축방향 최대 변형률 발생위치 및 응력 비교

| 구 분   | 위 지<br>(좌측단부기준) | 최대 변형률               | 최대 응력<br>(kg/cm <sup>2</sup> ) | 허용 응력<br>(f <sub>α</sub> , kg/cm <sup>2</sup> ) | 판 단 |
|-------|-----------------|----------------------|--------------------------------|-------------------------------------------------|-----|
| 양단 자유 | 50 m            | $2.500\times10^{-3}$ | 517.6                          | 240                                             | 파 괴 |
| 양단 고정 | 100 m           | $1.395\times10^{-2}$ | 2888.6                         | 240                                             | 파 괴 |

## 4. 결 론

매설관은 탄성기초 위에 놓인 연속보로 모형화하였으며, 지진파는 일정속도로 지표에 전파되는 정현파 형태의 지반변위로 적용하였다. 매설관의 축방향 및 축직각방향에 대해 연구를 수행하였으며, 매설관의 동적 거동에 대한 매개변수의 영향을 다음과 같이 확인하였다.

1. 모드형상은 홀수모드에서 중앙지점을 기준으로 대칭이며, 짝수모드에서는 비대칭이다. 또한 축직각방향 양단자유, 양단고정의 경우 모드수가 높아짐에 따라 12번째 모드를 기점으로 모드형상이 우측 단부에서 점점 0으로 수렴해가는 형상이 나타났다.
2. 매설관의 탄성계수와 매설관의 단면특성(단면적과 관성모멘트) 그리고 지반강성이 증가할수록 고유진동수는 증가한다. 이들 변수들은 지반강성, 탄성계수, 단면특성 순으로 큰 영향을 나타냈다. 반면에 매설관의 단위길이당 질량과 매설관의 길이는 증가할수록 고유진동수는 낮아졌다. 일반적으로 매설관의 질량에 의한 영향은 다른 변수에 비해 작은 편이다. 그러나 500kg/m 이하의 질량에 있어 고유진동수는 급격히 증가한다. 이는 소구경(1m 미만)의 콘크리트 및 강매설관과 PVC와 같은 가벼운 매설관의 경우에 해당한다. 그리고 매설관의 길이에 의한 영향은 100m 이하의 경우 큰 영향을 나타내는 것으로 나타났다.
4. 매설관의 응답은 두 가지 형태로 나타났다. 파가 매설관을 완전히 통과하기 전에 나타나는 일시적 응답과 통과 후의 정상상태 응답이 있다. 일시적 응답은 전파속도가 빠를수록 불분명해진다.



5. 매설관의 축방향 및 축직각방향에 대한 동적응답 해석에서 매설관의 모드에 따른 파장과 지진파의 파장이 같아지는 공진현상을 확인할 수 있었으며, 이때의 모드수( $k$ )는 축방향 양단자유는  $k = \bar{\omega}L/\pi V + 1$ , 양단고정은  $k = \bar{\omega}L/\pi V$ 으로 여기에 10개의 모드를 추가함으로서 전반적인 동적거동을 확인할 수 있다. 그러나 축직각방향의 경우  $L_k$ 값이 0으로 수렴함에 따라 7개의 모드만이 고려되었다.

6. 축방향 양단자유에 대한 Ogawa의 제안식과 변형률 비교를 통해 수식전개 및 프로그래밍 검증을 하였고, 변형률 10% 범위 내에서 동일한 거동을 나타내었다. 또한 양단자유인 경우 중앙지점에서 최대 응력이 발생하였고, 양단고정의 경우 끝단부에서 최대 응력이 발생하였다.

## 참고 문헌

1. Ahcene Larbi (1995), Earthquake Resistance of Buried Pipelines, *A Thesis Submitted to the Faculty of Drexel University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy*, pp. 23-43.
2. Clough, Ray W., Penzien, Joseph (1975), Dynamics of Structures, *MacGraw Hill Book Company, New York*, pp. 293-327.
3. Elhmadi, K. (1988), Seismic Wave Propagation Effects on Straight Jointed Buried Pipelines Ph.D. Thesis, *Rensselaer Polytechnique Institute*, Troy, New York, December.
4. Hindy, A. and Novak, M. (1979), Earthquake Response of Underground Pipelines, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 7, pp. 451-476.
5. Newmark, M. (1973), A Study of Vertical and Horizontal Earthquake Spectra Directorate of Licensing, U.S. *Atomic Energy Commission*, Washington D.C..
6. Nishio, N. and Satake, M. (1983), Characteristics of Deformation in a Buried Pipeline Under Sinusoidal Ground Motion, *Natural Disaster Science*, Japan, Vol. 5, No. 1, pp. 53-68.
7. O'Rourke, M. and Wang, L.R. (1978), "Earthquake Response of Buried Pipelines," *Proceedings of the ASCE Conference on Earthquake*

*Engineering and Soil Dynamics*, Pasadena, California.

8. Sakurai, Akio and Takahashi, Tadashi (1969), Dynamic Stresses of Underground Pipelines During Earthquakes, *Proceedings of the Fourth World Conference on Earthquake Engineering*, Chile, pp. 81-95.
9. Wolfram, Stephen (1991), Mathematica, a System for Doing Mathematics by Computer, Second Edition, *Addison & Wesley*.
10. Yasuo Ogawa, Takeshi Koike (2001), Structural design of buried pipelines for severe earthquakes, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, pp. 199-209.
11. Yeh, Gordon C. (1977), Seismic Analysis of Buried Metal of Concrete Pipes, *Third International Conference on Pressure Vessel Technology*, Part 1: Analysis, Design and Inspection, Tokyo, Japan, Published by ASME, NY.
12. Zerva, A., Ang, A. H-S and Wen, Y. K (1988), Lifelind Response to Spatially Variable Ground Motions, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 16, pp. 361-379.
13. 장봉현, 정진호, 이병길 (2003), 매설관의 동적거동에 대한 수치적 해석 접근(1), 대한토목학회학술발표회논문집, pp 4092-4096.
14. 장봉현, 정진호, 이병길 (2003), 매설관의 동적거동에 대한 수치적 해석 접근(2), 대한토목학회학술발표회논문집, pp 4097-4102.

15. 장봉현, 정진호, 이병길 (2004), 매설관의 동적거동에 관한 연구(2), 대한토목학회학술발표회논문집, pp 5422-5427.
16. 이병길, 정진호, 장봉현, 안명석 (2004), 양단자유 경계조건을 가진 매설관의 동적거동에서 진동안전 기준에 관한 연구, 대한화약발파공학회, 제22권 제3호, pp. 13-26.
17. 정진호, 장봉현, 이병길, 신준용 (2005), 일단고정-일단자유 경계조건을 가진 매설관의 동적거동에 관한 연구, 대한토목학회논문집, 제25권, 제1-C호.

## 감사의 글

항상 부족한 저에게 끊임없는 격려로 저를 학문의 기로 인도해 주시고, 본 논문이 완성되기까지 열의와 성의를 다해 세심한 지도해 주신 지도교수 정진호 교수님께 머리 숙여 감사드립니다.

여러 가지로 바쁘신 중에서도 본 논문을 심사하시며 세밀한 지도와 충고와 격려를 해주신 국승규 교수님, 이종출 교수님께도 깊은 감사의 마음을 전합니다.

그리고 학위 과정 동안에 지도와 편달로 이끌어 주신 김상용 교수님, 김종수 교수님, 손인식 교수님, 장희석 교수님, 이종섭 교수님, 이동욱 교수님, 김명식 교수님, 이환우 교수님, 정두희 교수님, 국승규 교수님, 이상호 교수님, 김수용 교수님께도 깊은 감사를 드립니다.

아울러 본 논문이 완성되기까지 많은 도움을 준 이병길 형님, 백동일 형님, 임창규 형님, 김성반 후배, 김춘진 후배, 김종식 후배, 지환준 후배 그리고 03학번 대학원 동기들에게 감사의 마음을 전합니다. 그리고 대학원 과정동안 따뜻한 격려와 아낌없는 후원을 주신 박병호 국장님, 권오성 소장님, 이영수 부장님, 강재석 대리님, 권태극 대리님에게도 감사의 마음을 전합니다.

힘들고 어려울 때 용기와 희망을 주신 부모님과 형님 누나들 그리고 언제나 마음의 여유를 느끼게 해준 여자친구 미정에게도 고마움을 전합니다.

끝으로 이 자리에 서기까지 관심을 아끼지 않고 도움을 주신 모든 분들께 깊은 감사의 마음을 전합니다.