

工学碩士 學位論文

볼프만 머신을 이용한 회전의 무인
항공기의 최적 LQR 제어기 설계에
관한 연구

이 論文을 釜慶大學校 大學院 制御計測工學科 韓學式 氏로 提出함



2003年 2月

釜慶大學校 大學院

制御計測工學科

韓 學 式

韓學式の 工學碩士 學位論文을 認准함

2002年 12月 24日

主 審 工學博士

邊 基 植



委 員 工學博士

安 永 珠



委 員 工學博士

李 炯 基



목 차

Abstract

제1장 서 론	1
제2장 시스템 구성 및 모델링	3
2.1 헬리콥터의 구조	3
2.2 헬리콥터의 수학적 모델링	5
2.2.1 헬리콥터의 open loop 시스템 모델링	7
2.2.2 헬리콥터의 closed loop 시스템 모델링	8
제3장 제어기 시스템 설계	11
3.1 볼츠만 머신 알고리즘	11
3.2 볼츠만 머신을 이용한 상태가중행렬(Q)설계	14
3.3 최적 LQR 제어기 설계	16
제4장 시뮬레이션	17
제5장 실험	22
제6장 결론	29
참고 문헌	30
부록 A	33
부록 B	40
감사의 글	48

A study on the Optimal LQR Controller Design of Remote Pilot Helicopter using Boltzmann machine

Hak Sic Han

**Department of Control and Instrumentation Engineering
Graduate School of
Pukyong National University**

Abstract

This paper designs the optimal LQR controller for a 2 DOF helicopter with pitching(elevation) and yawing(azimuth) motion.

Helicopter dynamics have many nonlinear elements and also it is difficult to obtain a complete mathematical model including dynamics and forces generated by the helicopter. Therefore the methods used to design a controller of the system were a parameter estimation. This paper deals with an optimal LQR controller design to control the helicopter elevation and azimuth angle efficiently.

To obtain the controller, this study is proceeded the following 3 steps. First, the nonlinear dynamics equation of the helicopter motion is linearized. Second, state weight matrix(Q) is selected by the Boltzmann machine which is one of the neural network theory. Finally, optimal LQR theory is applied to design the controller of the system.

The simulation and experiment results show that the designed controller improve the response and settling time for the system step input to be compared the conventional LQR controller.

제 1장 서론

기술개발의 최첨단 산업으로 각광받는 항공산업은 항공기의 이용가치의 증대와 운용범위의 확대를 통해 그 수요가 폭증하고 있다. 이러한 항공산업의 발전은 위험도가 높고 비행 안정성, 장시간 비행이나 급격한 조정에 따른 생리적 한계, 조종사 양성에 드는 막대한 시간과 비용등의 문제점 때문에 유인 항공기보다 무인 항공기로의 진행을 서둘러 왔다.

이러한 무인 항공기의 용도는 매우 다양하다. 군사용 정찰 및 감시, 통신용 등으로 이용하며, 민간용으로는 각종 기상관측, 산불감시, 해양순찰 및 농약살포 등으로 사용되며, 학술용으로서도 항공기 축소모형실험, 항공기 제어 장비 및 비행항로 시험 등에 널리 사용된다[1].

무인 항공기는 고정익 무인 항공기(Remote Pilot Vehicle)와 회전익 무인 항공기(Remote Pilot Helicopter)로 구분된다[2].

회전익 무인항공기는 고정익 항공기에 비해 그 실용화가 매우 늦은 편이다. 그 이유는 고정익 항공기가 상대적으로 작은 엔진을 이용해 활주로를 질주함으로써 발생하는 양력을 이용함에 비해 헬리콥터는 큰 로터(rotor)를 회전시킴으로써 양력을 얻어야 하기 때문에 기구학적 구조가 매우 복잡하고 또한 강력한 출력을 내는 엔진을 제작하는 기술의 발달을 필요로 하였기 때문이다.

무인 헬리콥터의 개발과정에 있어서, 자동조종장치(Autopilot System)개발은 많은 문제점을 가지고 있다. 그 중 정지비행 제어기의 설계는 유인과 무인 헬리콥터를 통틀어 가장 많은 어려움을 안고 있다. 이에 대한 제어기 설계의 연구가 1960년대 이후로 현재까지 수행되어 다양한 제어이론이 적용되고 있다[3][4][5][6].

최근 들어 모형 헬리콥터를 대상 플랜트로 하여 정지비행 제어기를 설계하는 연구가 진행되고있다. Furuta는 LQR(Linear Quadratic Regulator)모델이론을 적용하여 5자유도 gimbal에 부착된 모형 헬리콥터의 정지비행 제어기를 설계하였으며, Purdue 대학에서는 5자유도 gimbal에 부착된 모형 헬리콥터의 수직비행 운동제어에 대한 비선형 제어이론, 가변구조이론, 신경망 제어이론 등을 적용하였다[7].

본 논문의 연구 목적인 헬리콥터의 정지 자세 유지를 설명하는 데는 두 가지 이론이 제시된다. 첫째는 운동량 이론이고, 다른 하나는 깃 요소 이론이다. 이 두가지 이론은 서로 다른 관점에서 출발하지만 서로 보완적인 관계에 있다[8]. 헬리콥터가 정지비행을 할 때는 블레이드(blade)에 적용된 운동량 이론이 그대로 적용될 수 있지만 블레이드가 그 회전면을 기울이게 되면 추력의 수평분력을 만들게 되는데 이것을 이용하면 전진, 후진, 횡진 비행이 가능해진다[9].

헬리콥터는 그 동역학 방정식이 복잡하고 여러 개의 제어 입력과 출력을 갖는 다변수(MIMO) 시스템이며, 전진과 측면 운동이 서로 간섭하는 커플링 시스템이기 때문에 고전 제어 이론을 적용해 제어기를 설계하기가 매우 어렵다.

따라서 헬리콥터의 정지 비행 자세 제어에 관한 연구는 다변수 이론이 개발된 60년대 이후에 본격화 되었다.

본 논문에서 연구한 내용은 다음과 같다. 첫째 헬리콥터의 동역학 방정식을 유도함으로써 학문적인 근거를 제시하고 둘째 신경망 이론인 볼츠만 머신(Boltzmann Machine)을 이용하여 제어가중행렬(Q)를 구하여 최적 LQR(Linear Quadratic Regulator)제어를 이용하여 헬리콥터의 공중정지비행 자세 제어기를 설계하였다. 셋째 헬리콥터 자세 안정 제어기의 성능을 시뮬레이션과 실험을 통하여 헬리콥터의 유용성을 검증하였다.

제 1장에서는 최근 연구동향에 대하여 서술하였으며 제 2장에서는 시스템의 구성 및 모델링을 다루었다. 제 3장은 볼츠만 머신을 이용한 제어가중행렬(Q)와 최적 LQR 제어기를 설계했다. 제 4장과 5장에는 시뮬레이션과 실험결과를 기술하고, 제6장은 결론에 대하여 나타내었다.

제2장 시스템 구성 및 모델링

2.1 헬리콥터의 구조

Fig. 1은 헬리콥터 시뮬레이터의 기구적인 부분이며, Fig. 2는 기구적인 동적부분을 나타낸 그림이다. 제어 전압 V_p 에 의해서 주 DC 모터의 회전 속도가 조절되고, V_y 에 의해서 보조 DC 모터의 회전 속도가 조절된다. 그리고 입력에 따라 pitch각과 yaw각이 변화하며, 그 시점의 pitch각 p 와 yaw각 y 를 측정한다.

주 DC 모터의 회전속도를 조절하면 yaw각에 비해서 pitch각이 주로 변하게 되고, 보조 DC 모터의 회전속도를 조절하면 pitch각에 비해서 yaw각이 주로 변한다. 이러한 움직임은 각각의 입력변화에 의해서 동시에 출력을 변화시키는 다변수 시스템 특성을 나타낸다[10].

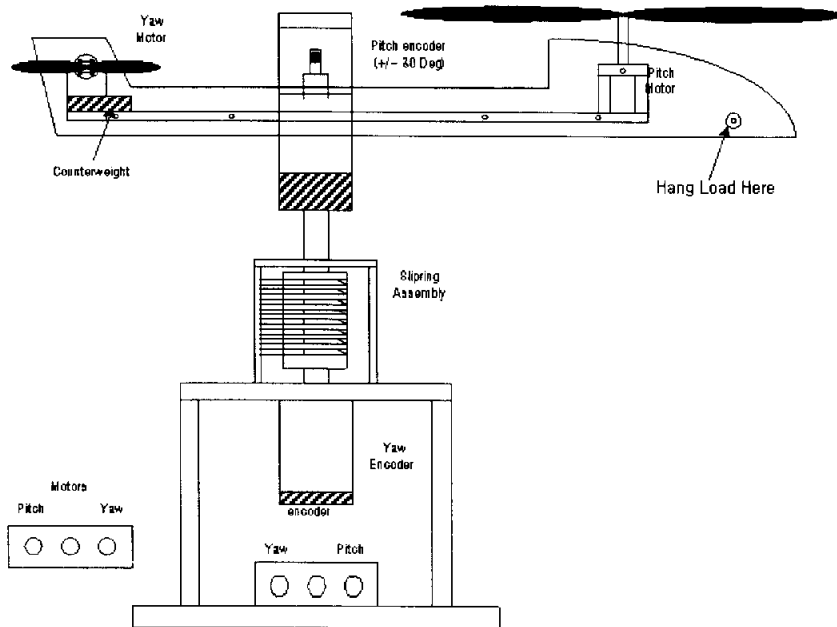


Fig. 1 Consists of a helicopter model

Table 1은 헬리콥터 구조의 하드웨어 사양을 나타낸 것이다. 여기서 주 DC모터와 보조 DC모터의 제원과 헬리콥터 본체 및 각 프로펠러의 제원을 나타내었다.

Table 1. Helicopter parameter

Subsystem	Parameter	value	Units
Pitch Motor	Torque constant (1.51 oz-in/Amp)	0.0107	Nm/Amp
	Armature Resistance	0.49	Ω
	Maximum voltage	15	Volt
	Maximum current	7	Amp
	Mximum continuous current	4	Amp
	Weight	275	gm
Yaw Motor	Torque constant (1.6 oz-in/Amp)	0.0113	Nm/Amp
	Armature Resistance	1.6	Ω
	Maximum voltage	6	Volt
	Maximum current	2	Amp
	Mximum continuous current	3	Amp
	Weight	135	gm
Body	Total weight(ncludes counterweight)	985	gm
	Counterweight	150	gm
	Total length	55.8	cm
	Distance from pivot to Pitch motor(Rp)	20.3	cm
	Distance from pivot to Yaw motor(Ry)	15.9	cm
	Distance from bottom plate to pivot(h)	5.7	cm
Pitch Propeller	Diameter	280	mm
	pitch	178	mm
Yaw Propeller	Diameter	203	mm
	Yaw	152	mm
Encoders	Resolution(deg per count in Quadrature)	0.087912	Deg/#

2.2 헬리콥터의 수학적 모델링

헬리콥터 모델은 식 (1)과 같이 pitch각과 yaw각에 대한 모델로 나누어지고, pitch각과 yaw각에 대한 모델은 아래의 3가지 사항을 고려하여 비선형 미분 방정식 형태로 나타낸다.

- 1) 로터 회전 운동 방정식은 pitch 축과 yaw 축에 영향을 주지 않는다.
- 2) 입력 전압에 대한 응답은 플랜트의 응답 결과가 아닌 출력 힘이다.
- 3) 몸체 주위의 난류는 고려하지 않는다.

헬리콥터에 의해서 발생하는 헬리콥터의 운동방정식과 힘을 포함하는 완전한 수학적 모델은 매우 어렵다. 제어기를 설계하기 위해 사용된 방법은 파라메터 추정에 기초를 둔다[9].

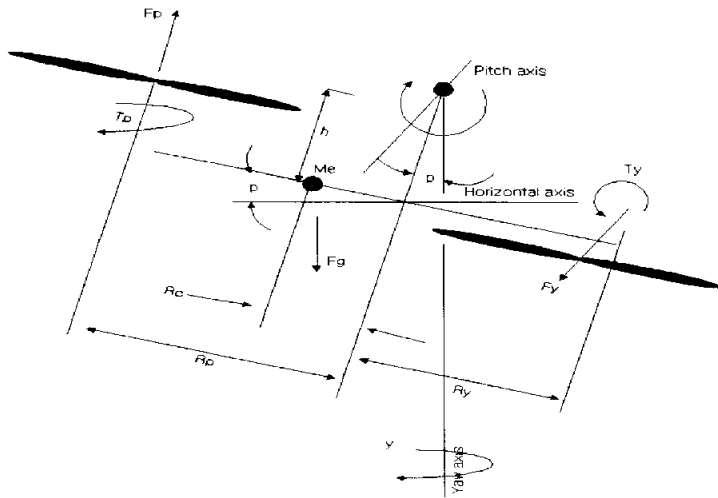


Fig. 2 Two-DOF diagram of a helicopter

$$\begin{aligned}
 J_{pb}\ddot{p} + B_p\dot{p} &= R_p F_p - M_e g(h \sin(p) + R_c \cos(p)) + G_p(\tau_y, p) \\
 J_{yy}\ddot{y} + B_y\dot{y} &= R_y F_y + G_y(\tau_p)
 \end{aligned} \tag{1}$$

Table 2는 Fig. 2의 2 자유도 헬리콥터 모델 제원을 설명하고 있다.

Table 2. Description of two-DOF helicopter model

p	pitch 각
y	yaw 각
B_y, B_p	헬리콥터 점성 제동 계수
F_y, F_p	헬리콥터에 의해서 발생하는 힘
M_e	몸체의 무게중심에의 질량
g	중력 상수
h	질량의 중심에 대한 피벗점까지의 수직거리
R_c	질량의 중심에 대한 수평거리
T_y, T_p	헬리콥터 축 토크
G_y, G_p	커플링을 나타내는 비선형 함수
J_{pp}, J_{yy}	몸체의 관성 모멘트
V_p	pitch 모터 전압
V_y	yaw 모터 전압
G_d	중력 상수

2.2.1 헬리콥터의 open loop 시스템 모델링

헬리콥터의 동역학 방정식 모델인 식 (1)은 식 (2)와 같이 선형화 할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{y} \\ \ddot{p} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{31} & 0 & a_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} p \\ y \\ \dot{p} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ K_{pp} & K_{py} \\ K_{yp} & K_{yy} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_p \\ V_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ G_d \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서, V_p : Pitch 모터 전압

V_y : Yaw 모터 전압

G_d : 중력 상수 ($\therefore G_d = M_e g R_c$)

식 (2)을 블록선도로 나타내면, Fig. 3과 같다.

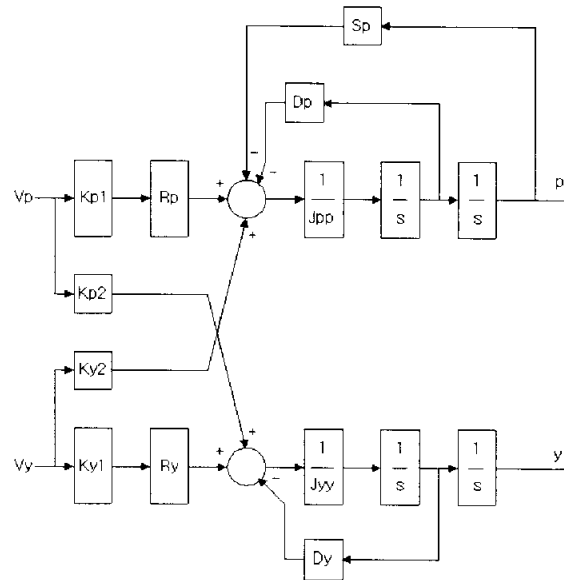


Fig. 3 Block diagram of open loop system

2.2.2 헬리콥터의 closed loop 시스템 모델링

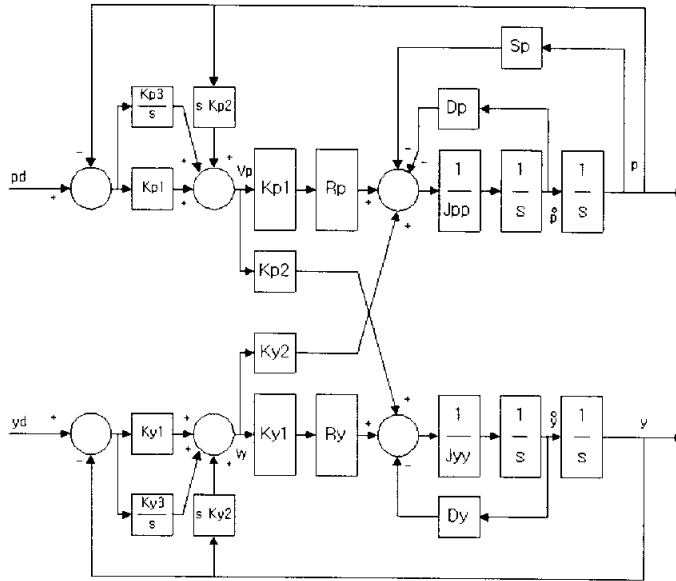


Fig. 4 Block diagram of closed loop system

Fig. 4의 closed loop 시스템은 식 (3)와 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} V_p &= -(k_{p1}(p - p_d) + k_{p2}\frac{dp}{dt} + k_{p3}\int(p - p_d)dt) \\ V_y &= -(k_{y1}(y - y_d) + k_{y2}\frac{dy}{dt} + k_{y3}\int(y - y_d)dt) \end{aligned} \quad (3)$$

식 (1)의 pitch 방정식만을 고려하고 모멘트에 대한 $V_y = 0$ 을 가정하면, 식 (1)의 행렬 방정식은 식 (4)과 같은 전달함수 식으로 나타낸다.

$$p = a_{31}\frac{p}{s^2} + a_{33}\frac{p}{s^2} + K_{pp}\frac{V_p}{s^2} + K_{py}\frac{V_y}{s^2} \quad (4)$$

s-평면에서 z-평면으로의 쌍일차 변환은 식 (5)과 같다[부록 A.1].

$$s = \frac{2}{t_s} \frac{z-1}{z+1} \quad (5)$$

식 (5)을 식(4)에 대입하면, 다음의 식 (6)과 같다.

$$p = \frac{-V_p K_{pp} t_s^2 (z^2 + 2z + 1)}{(-4 + 2a_{33} t_s + a_{31} t_s^2) z^2 + (2a_{31} t_s^2 + 8)z + a_{31} t_s^2 - 4 - 2a_{33} t_s} \quad (6)$$

식 (6)을 인수분해하면, 식 (7)과 같다.

$$p = -\frac{2a_{31} t_s^2 + 8}{-4 + 2a_{33} t_s + a_{31} t_s^2} p z^{-1} + \frac{-a_{31} t_s^2 - 4 - 2a_{33} t_s}{-4 + 2a_{33} t_s + a_{31} t_s^2} p z^{-2} \\ + \frac{-K_{pp} t_s^2}{-4 + 2a_{33} t_s + a_{31} t_s^2} V_p (1 + 2z^{-1} + z^{-2}) \quad (7)$$

식 (7)의 각 계수 부분을 c_1, c_2, c_{pp} 로 치환하면, 식 (8)과 같다.

$$p = c_1 p z^{-1} + c_2 p z^{-2} + c_{pp} V_p (1 + 2z^{-1} + z^{-2}) \quad (8)$$

식 (8)의 방정식에서 계수에 대한 추정을 위해 관측을 필요로 하며, 식 전개에 의해 다음의 식 (9)을 얻을 수 있다.

$$\begin{cases} a_{31} = \frac{4(c_1 + c_2 - 1)}{t_s^2(-c_2 + c_1 + 1)} \\ a_{33} = \frac{-4(c_2 + 1)}{t_s(-c_2 + c_1 + 1)} \\ K_{pp} = \frac{16c_{pp}}{t_s^2(-c_2 + c_1 + 1)} \end{cases} \quad (9)$$

식 (9)의 V_p 를 포함하는 완전한 pitch 방정식을 유도하면 식 (10)과 같다.

$$p = c_1 p z^{-1} + c_2 p z^{-2} + c_{pp} V_p (1 + 2z^{-1} + z^{-2}) + c_{py} V_y (1 + 2z^{-1} + z^{-2}) \quad (10)$$

식 (4)의 K_{py} 에 대해서 풀면, 식 (11)의 결과를 얻는다.

$$K_{py} = \frac{16c_{py}}{t_s^2(-c_2 + c_1 + 1)} \quad (11)$$

식 (4)에서 식 (11)의 과정은 yaw 축에 대해서도 동일하게 적용된다. yaw 축에 관한 차분 방정식은 식 (12)과 같다.

$$y = a_{44} \frac{y}{s} + K_{yp} \frac{V_p}{s^2} + K_{yy} \frac{V_y}{s^2} \quad (12)$$

식 (12)의 방정식을 d_1, d_2, d_{yp}, d_{yy} 로 치환하면, 식 (13)과 같다.

$$y = d_1 y z^{-1} + d_2 y z^{-2} + d_{yp} V_p (1 + 2z^{-1} + z^{-2}) + d_{yy} V_y (1 + 2z^{-1} + z^{-2}) \quad (13)$$

실질적인 데이터의 관측으로부터 d_1, d_2, d_{yp}, d_{yy} 가 추정되어진다는 것을 가정하면, 식 (14)와 같다.

$$\begin{cases} a_{44} = \frac{2(d_2 + 1)}{t_s(d_2 - 1)} \\ K_{yp} = \frac{-8d_{yp}}{t_s^2(d_2 - 1)} \\ K_{yy} = \frac{-8d_{yy}}{t_s^2(d_2 - 1)} \end{cases} \quad (14)$$

제3장 제어 시스템 설계

3.1 볼츠만 머신 알고리즘

볼츠만 머신 알고리즘은 다음과 같은 단계로 수행한다.

(1) 가중치의 결정

조합 최적화 문제를 해결하기 위해서는 각각의 문제에 따른 에너지 함수를 설정한다. 가중치는 에너지 함수에 기초하여 결정될 수 있다. 동시에 어닐링을 위한 온도 T 를 낮추는 스케줄도 결정한다.

(2) 네트워크로부터 랜덤하게 하나의 뉴런을 선택한다.

(3) 입력합

다른 뉴런으로부터 선택된 뉴런으로의 입력 합을 구한다.

(4) 입력 합과 온도에 의해 결정되는 확률 p 에 기초하여 뉴런의 출력을 결정한다.

$$p(\text{발화할 확률}) = \frac{1}{1 + \exp[-(\text{입력합})/(\text{온도})]} \quad (15)$$

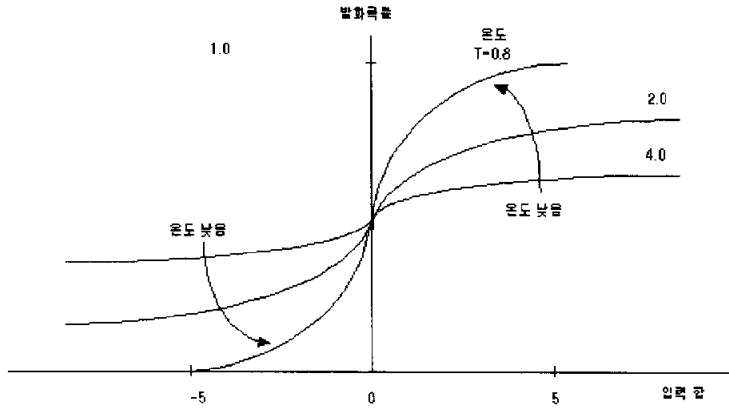


Fig. 5 Sum and Probability

Fig. 5에 나타낸 것처럼 온도가 높으면 확률은 완만하게 변화하고, 온도가 낮게 되면 0부근에서 급하게 변화하게 된다.

(5) (2)로 다시 돌아간다.

(2)~(4)의 동작을 반복한다. 단, 온도 T 는 (1)에서 설정된 순서로 내려간다[14][15][22].

뉴런 i 와 뉴런 j 사이에서 에너지 함수는 다음과 같다.

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i=1} \sum_{j=1} W_{ji} x_i x_j - \sum_{i=1} \theta_i x_i \quad (16)$$

여기서,

x_i 와 x_j 는 각각 뉴런 i 와 뉴런 j 의 출력.

W_{ji} 는 뉴런 i 와 뉴런 j 사이의 가중치이다.

θ 는 뉴런의 발화 임계치이다.

마이너스 부호는 “에너지 최소화”와 일치하도록 하기 위한 것이다.

볼츠만 머신에서의 뉴런의 출력은 입력합과 0과의 대소관계로 일괄적으로 결정되는 것이 아니라 확률적으로 동작한다.

Fig. 5과 같이 온도가 낮을수록 0 부근에서 급격하게 변하게 된다. 즉, 이것은 온도가 낮을수록 가중치가 낮아진다는 것을 의미한다[부록 B.2].

볼츠만 머신의 원래의 학습 알고리즘은 뉴런 사이의 가중치를 학습한다. 따라서, Weight 변수가 상태 가중 행렬 Q 을 의미한다[23][24][25].

3.2 볼썽만 머신을 이용한 상태 가중 행렬(Q)설계

선형 시불변 시스템으로 주어지는 상태 공간 모델로 표현하면, 식 (17)와 같다.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx\end{aligned}\tag{17}$$

식 (17)과 같은 상태 공간 모델에 대한 2차 평가함수는 식 (18)과 같다.

$$J = \int_0^{\infty} (x(t)' Q x(t) + u(t)' R u(t)) dt\tag{18}$$

식 (18)에서 Q는 상태 가중 행렬(weighting matrix)이고, R은 제어 가중 행렬이며 최적 제어 설계에 있어서 중요한 매개변수가 되고, 제어기의 성능과 제어 효과 사이의 관계를 정의한다.

따라서, 최적화 해를 구하기 위해서 Q는 양의 반한정(positive semidefinite : $Q \geq 0$) 대칭행렬이고, R은 양의 한정(positive definite : $R > 0$) 대칭 행렬이어야 한다[부록 A.2].

식 (18)에서 다음과 같은 내용이 되도록 제어기를 설계한다.

① $\int_0^{\infty} x'(t) Q x(t) dt$ 최소로 하기 위한 제어시스템을 설계한다.

② $\int_0^{\infty} x'(t) Q x(t) dt$ 작은 값을 가진다는 것은 상태 $x(t)$ 가 상태적으로 빨리 영-상태로 수렴한다는 것을 의미한다.

③ $\int_0^{\infty} u'(t) R u(t) dt$ 입력의 크기를 적절하게 유지한다.

④ $\int_0^{\infty} x'(t) Q x(t) dt$ 최소로 한다는 것은 J의 값을 최소로 하기 위한 설계.

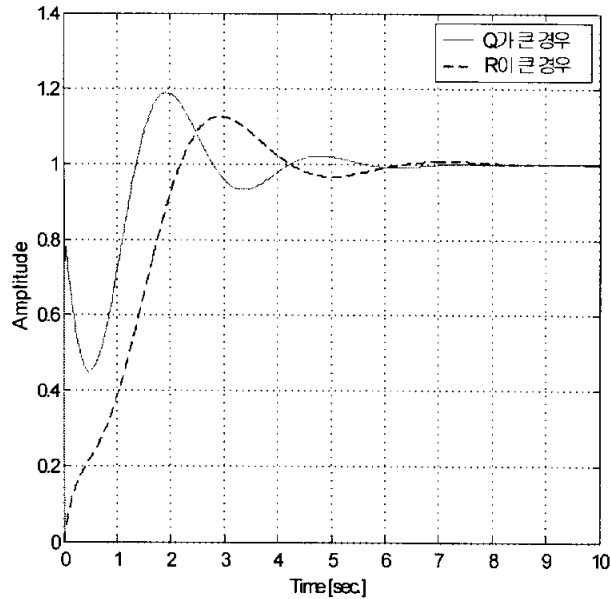


Fig. 6 Compare to the step response

Fig. 6은 R값에 비해서 Q값을 크게 하면 시스템의 상태를 빨리 0으로 수렴시키는 것을 의미하고 이러한 경우 큰 제어 입력이 필요하고 Q값에 비해서 R값을 크게 하면 적은 제어 입력이 필요하게 된다.

식 (18)로 주어지는 평가함수를 최소화 할 수 있는 피드백 F 를 구할 수 있다면

i) 폐루프 시스템의 안정성

ii) 평형상태로의 수렴속도와 입력의 크기의 설정

i)와 ii)의 두가지 조건을 동시에 만족시킬 수 있다.

제어 가중 행렬(R)의 값을 임의의 큰 값으로 선정하고, 상태 가중 행렬(Q)값의 최소값으로 선정하는데 설계의 목적을 둔다.

상태 가중 행렬(Q)값 선정은 신경망 네트워크에서 볼츠만 머신의 학습 알고리즘을 조합 최적화 문제로 간소화한 알고리즘을 설계한다.

3.3 최적 LQR 제어기 설계

임의의 선정한 제어 가중 행렬(R)값과 볼츠만 머신 알고리즘을 사용하여 구한 상태 가중 행렬(Q)값은 식(19)과 같다.

$$\begin{aligned} Q &= \text{diag}([3 \ 4 \ 5 \ 0 \ 1 \ 2]) \\ R &= \text{diag}([2000 \ 2000]) \end{aligned} \quad (19)$$

상태 피드백 제어법칙 $u = -Kx$ 이다. 최적 LQR 제어 문제에서는 상태 피드백 제어법칙 u 는 식 (20)과 같다.

$$u = -Kx = -R^{-1}B^TPx \quad (20)$$

최소화 이득 행렬 K 는 식 (21)과 같다.

$$K = R^{-1}B^TP \quad (21)$$

식 (21)에서 P 는 양의 한정 대칭행렬이고, 식 (22)의 리카치(Riccati)방정식을 이용한다.

$$A^TP + PA - PBR^{-1}B^TP + Q = 0 \quad (22)$$

결과적으로 최적 LQR 제어기의 설계는 상태 가중 행렬 Q 와 제어 가중 행렬 R 을 선정하는 문제로서, 가중 행렬 Q 와 R 의 값에 따라서 폐루프 시스템의 극점 위치와 고유벡터가 결정된다[13][16][17].

제 4장 시뮬레이션

3.3의 최적 LQR 설계 기법을 이용하여 상태 피드백 제어기를 설계한 블록선도를 Fig. 7에 나타내었다.

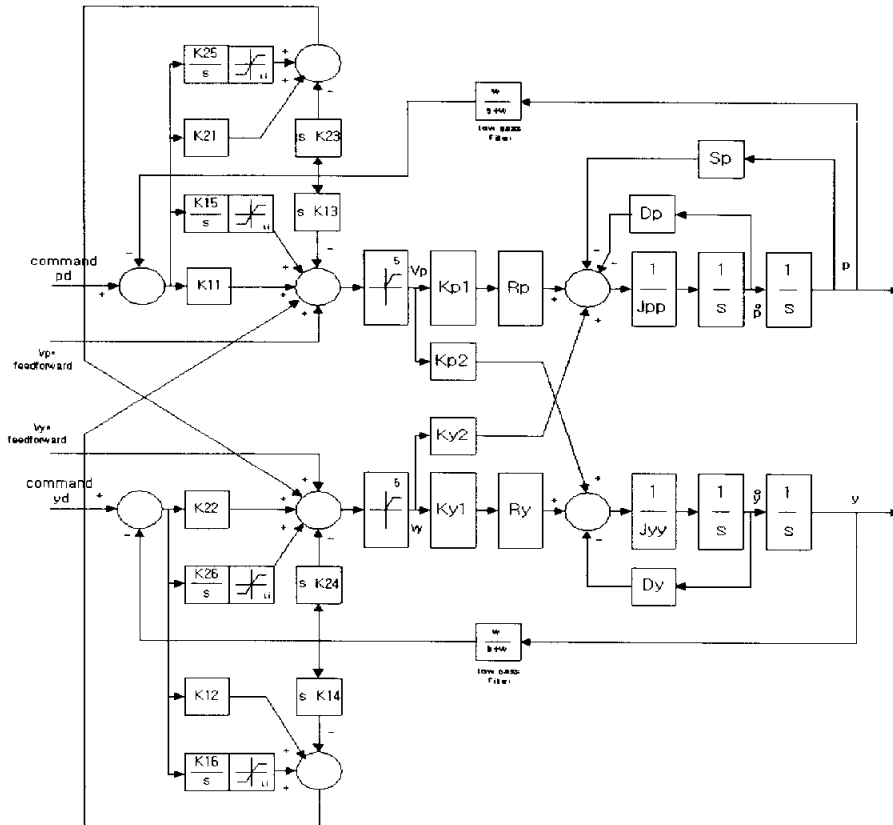


Fig. 7 Block diagram of State feedback Controller

Fig. 7의 상태 피드백 제어기를 설계할 때, 제어 가중 행렬 $R = \text{diag}([2000 \ 2000])$ 로 임의의 큰 값을 고정을 시키고, 그림 8과 10은 시행 착오법으로 구한 상태 가중 행렬(Q)일 때의 pitch 각, yaw 각을 모의 실험한 결과이다.

Fig. 8은 목표값 0.125 rad(약 7.1°)의 pitch각에 수렴하고 Fig. 10은 목표값 0.47 rad(약 26.9°)의 yaw각에 수렴한다.

볼츠만 머신 알고리즘을 적용해서 시뮬레이션한 Fig. 9과 11은 기존의 시행 착오법으로 시뮬레이션한 Fig. 8과 10와 동일한 목표 추정을 한다.

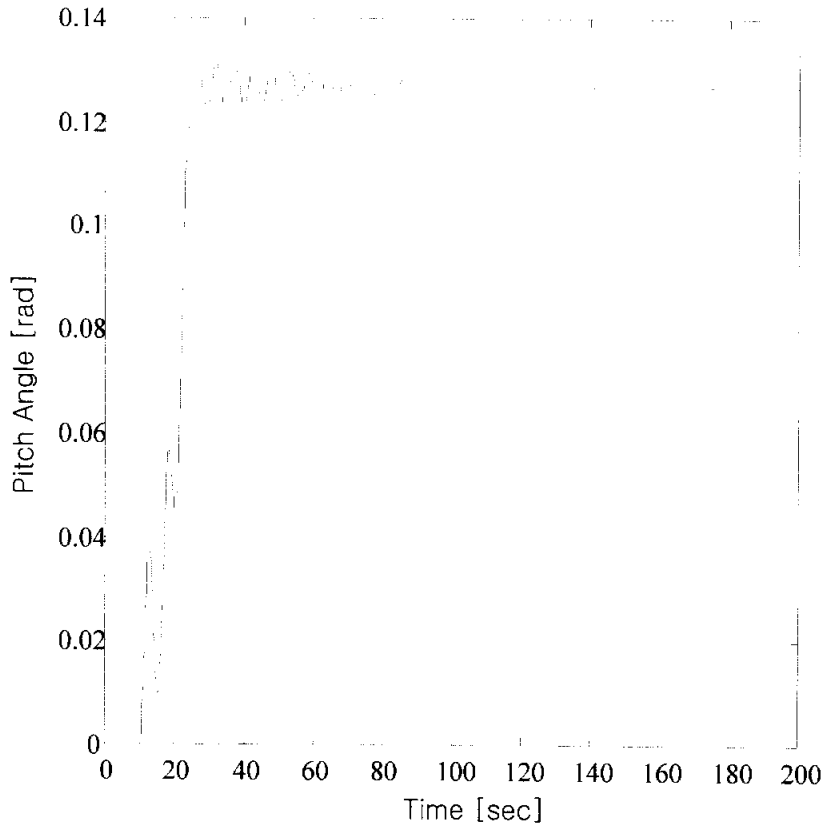


Fig. 8 when $Q = \text{diag}([20 \ 50 \ 2 \ 10 \ 10 \ 0.1])$
using try and error, pitching response

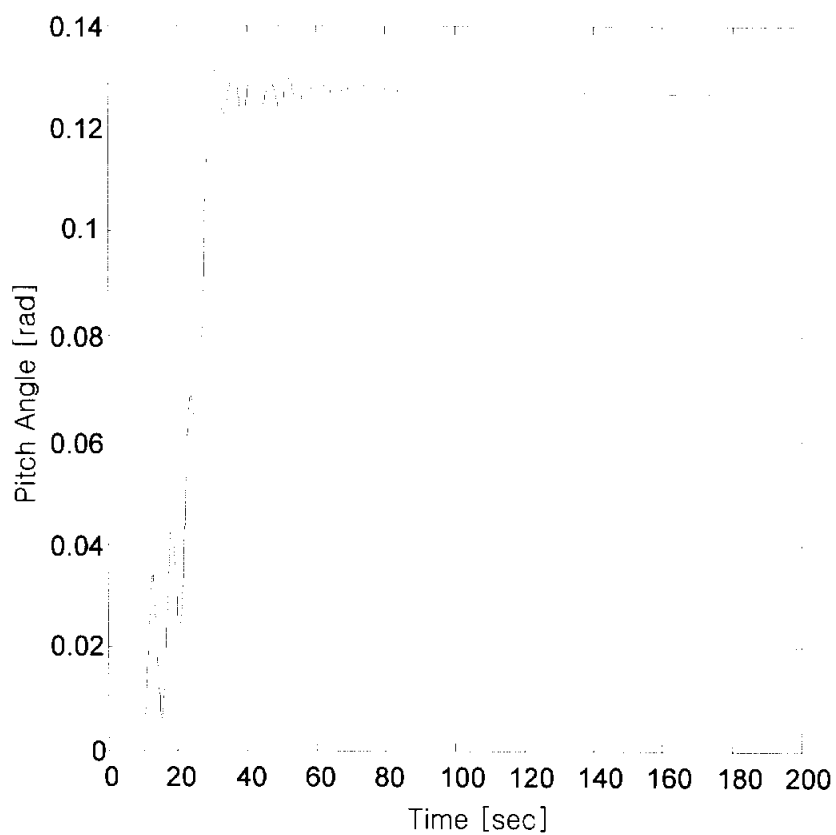


Fig. 9 When $Q = \text{diag}([3 \ 4 \ 5 \ 0 \ 1 \ 2])$
using boltzmann machine, pitching response

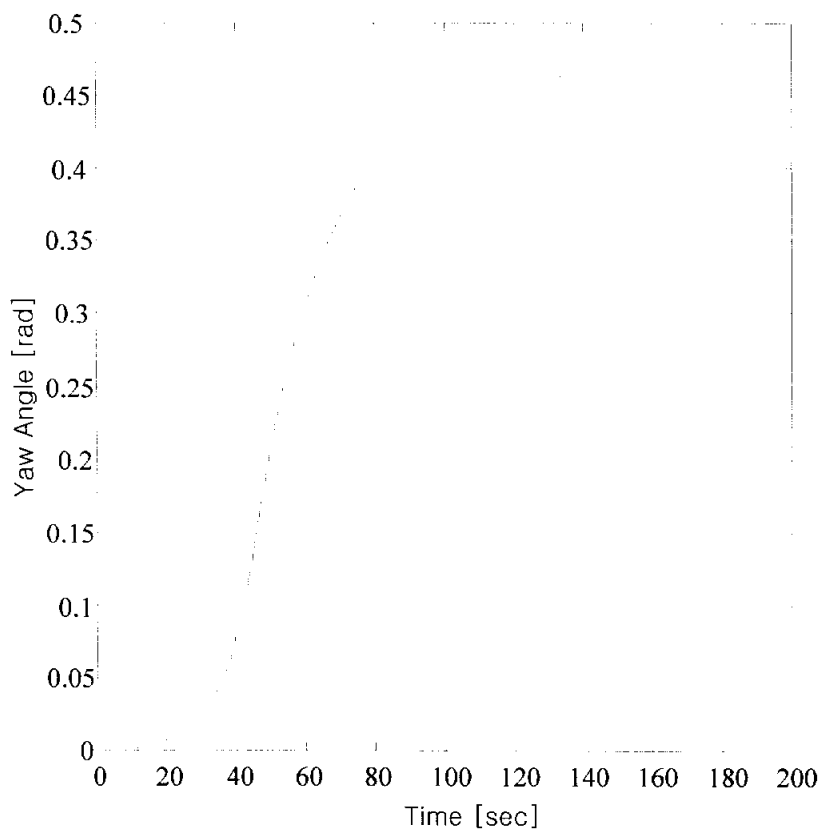


Fig. 10 When $Q = \text{diag}([20 \ 50 \ 2 \ 10 \ 10 \ 0.1])$
using try and error, yawing response

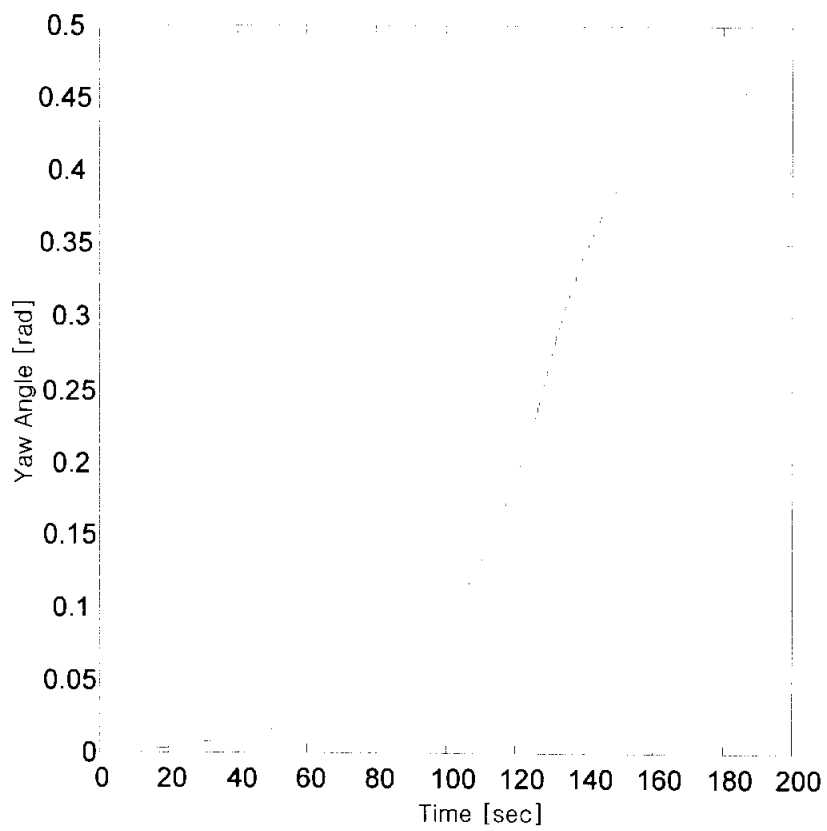


Fig. 11 When $Q = \text{diag}([3 \ 4 \ 5 \ 0 \ 1 \ 2])$
using boltzmann machine, yawing response

제 5장 실 험

DSP Board는 고속설계제어기 중의 하나로서, pitch 축과 yaw 축의 DC 모터를 조절하고, 헬리콥터 시스템에서 읽혀지는 각에 대한 전압 신호는 인터페이스를 통하여 필터 된 후 DSP Board로 읽혀지게 된다. PC에서 출력되는 신호들은 DSP Board를 거치면서 DC 모터를 회전시킬 수 있는 전력 신호로 변환되어 각각의 DC 모터들을 제어하게 된다. 그리고 pitch 각과 yaw 각 측정에는 정밀한 절대 각을 측정할 수 있는 포텐쇼미터가 사용된다.

Fig. 12는 실험의 구성도를 나타낸 것이다.

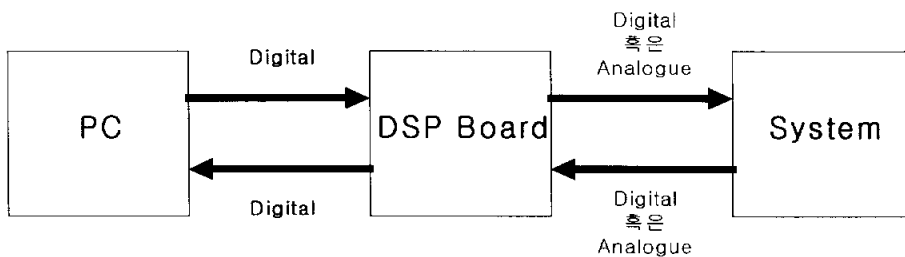


Fig. 12 DSP Board I/O structure

Table 3은 DSP Board의 하드웨어 사양은 나타내었으면, Table 4는 입·출력 인터페이스의 사양을 나타낸 것이다.

Table 3. DSP Board specification

항 목		사 양
CPU	모델명	TMS320C32
	Clock Speed	60MHz
ROM	Size	128KB
	BUS Width	8 bit
RAM	Size	256KB
	BUS Width	32bit
	Access Time	No wait
PC Interface		PCI 2.1

Table 4. DSP Board interface specification

항 목		사 양
Analogue Input	Channel	8 ch
	Sampling Rate	100K SPS(Samples/Second)
	Resolution	16 bit
	Input Range	-10 ~ 10V
Analogue Output	Channel	4 ch
	Settling Time	10 μ s
	Resolution	16 bit
	Output Range	-10 ~ 10V
Digital Input	Channel	8 ch
	Isolation	Photo Coupler
Digital Output	Channel	8 ch
	Isolation	Photo Coupler
Encoder Input	Channel	4 ch
	Resolution	1x, 2x, 4x
PWM Output	Channel	2 ch
	Level	256 Level
	Range	0 ~ 5V

Fig. 13은 SIM Tool을 이용하여 최적 LQR 제어를 구성하고 실제의 플랜트에 적용시킨 것이다.

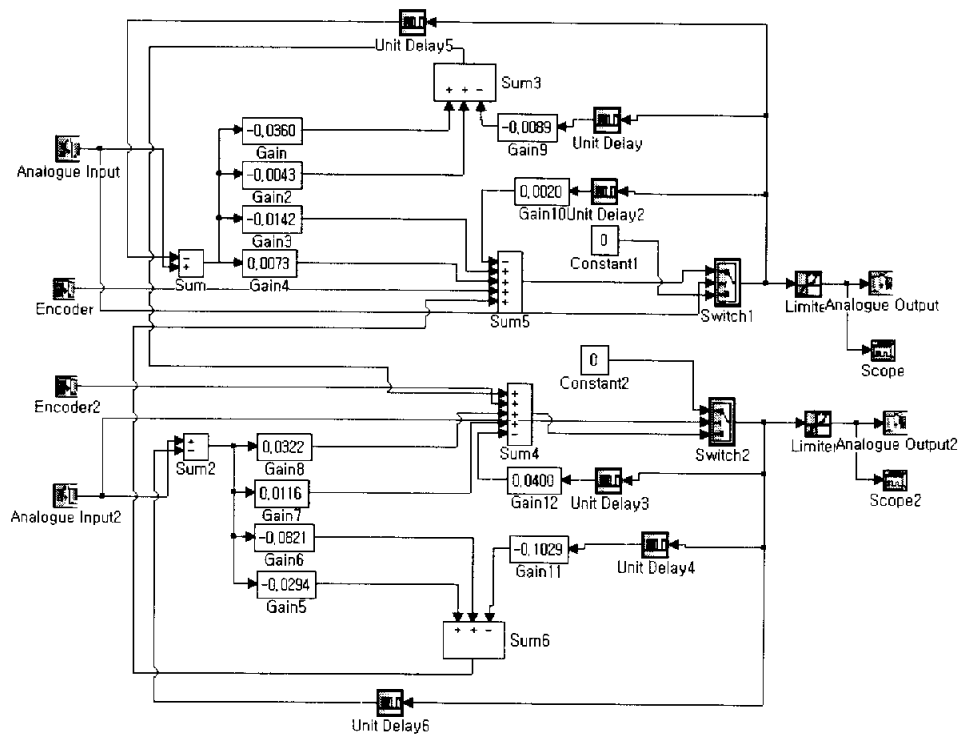


Fig. 13 Optimal LQR controller application

시행 착오법을 이용하여 구한 $Q = \text{diag}([20 \ 50 \ 2 \ 10 \ 10 \ 0.1])$ 값 일 때 리카치 방정식의 해(P), 페루프 고유치(E), 제어이득(K)를 구하면 다음과 같다.

$$P =$$

$$1.0\text{e}+003 *$$

0.0709	-0.0009	0.0099	-0.0006	0.0693	-0.0000
-0.0009	0.0558	0.0009	0.0244	0.0042	0.0024
0.0099	0.0009	0.0398	0.0033	0.2507	0.0000
-0.0006	0.0244	0.0033	0.0236	0.0238	0.0010
0.0693	0.0042	0.2507	0.0238	2.0058	0.0000
-0.0000	0.0024	0.0000	0.0010	0.0000	0.0023

$$E =$$

$$\begin{aligned} &-0.1387 + 2.8252i \\ &-0.1387 - 2.8252i \\ &-1.1481 + 0.9161i \\ &-1.1481 - 0.9161i \\ &-0.0050 \\ &-0.0447 \end{aligned}$$

$$K =$$

0.0085	-0.1542	-0.0009	-0.1485	-0.0258	-0.0066
-0.0064	0.0604	-0.0117	0.0575	-0.0658	0.0026

이 경우 pitch 각과 yaw 각을 실험을 통하여 구한 것이 Fig. 14와 같으며 pitch 각은 약 1.8[sec], yaw 각은 0.5[sec]만에 정상 상태에 도달하는 것을 알 수 있다.

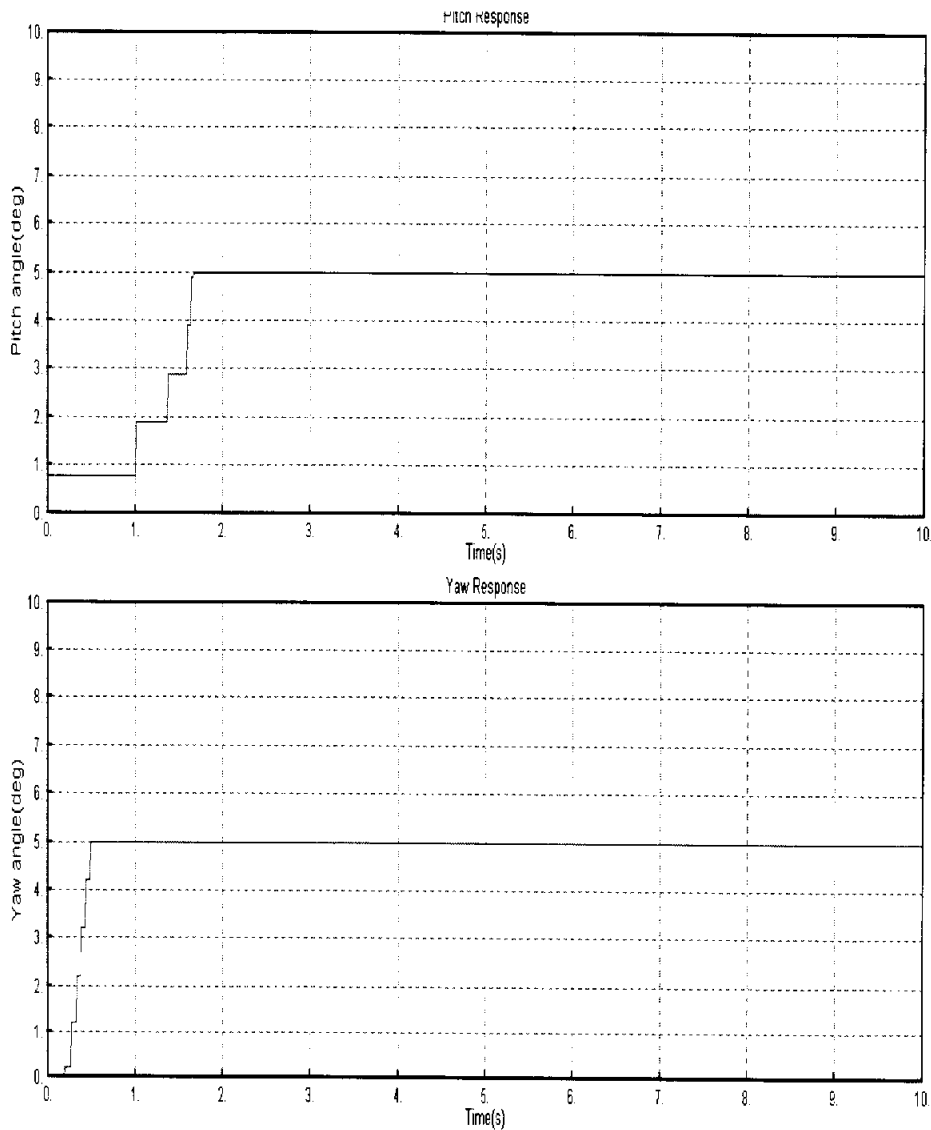


Fig. 14. When $Q = \text{diag}([20 \ 50 \ 2 \ 10 \ 10 \ 0.1])$
using try and error, response for pitching and yawing

볼츠만 머신을 이용하여 구한 $Q = \text{diag}([3 \ 4 \ 5 \ 0 \ 1 \ 2])$ 값 일 때 리카치 방정식의 해(P), 페루프 고유치(E), 제어이득(K)를 구하면 다음과 같다.

$$P =$$

79.3407	-1.0467	2.8839	-1.0424	21.6523	-0.3249
-1.0467	19.0389	0.3411	14.4120	1.2906	7.6300
2.8839	0.3411	19.7159	1.0754	79.2718	0.0712
-1.0424	14.4120	1.0754	15.9522	7.5298	4.6405
21.6523	1.2906	79.2718	7.5298	634.2114	0.0015
-0.3249	7.6300	0.0712	4.6405	0.0015	6.2064

$$E =$$

$$\begin{aligned} & -0.1399 + 2.8250i \\ & -0.1399 - 2.8250i \\ & -0.5175 + 0.6630i \\ & -0.5175 - 0.6630i \\ & -0.0016 \\ & -0.6101 \end{aligned}$$

$$K =$$

0.0081	-0.0913	0.0030	-0.1008	-0.0082	-0.0294
-0.0040	0.0359	-0.0072	0.0393	-0.0208	0.0116

Fig. 15를 볼츠만 머신을 이용하여 구한 Q값에 의하여 최적 LQR 제어를 이용한 pitch 각과 yaw 각에 대한 응답을 측정한 것이다.

Fig. 14와 15를 비교할 때 응답특성이 개선됨을 알 수 있다.

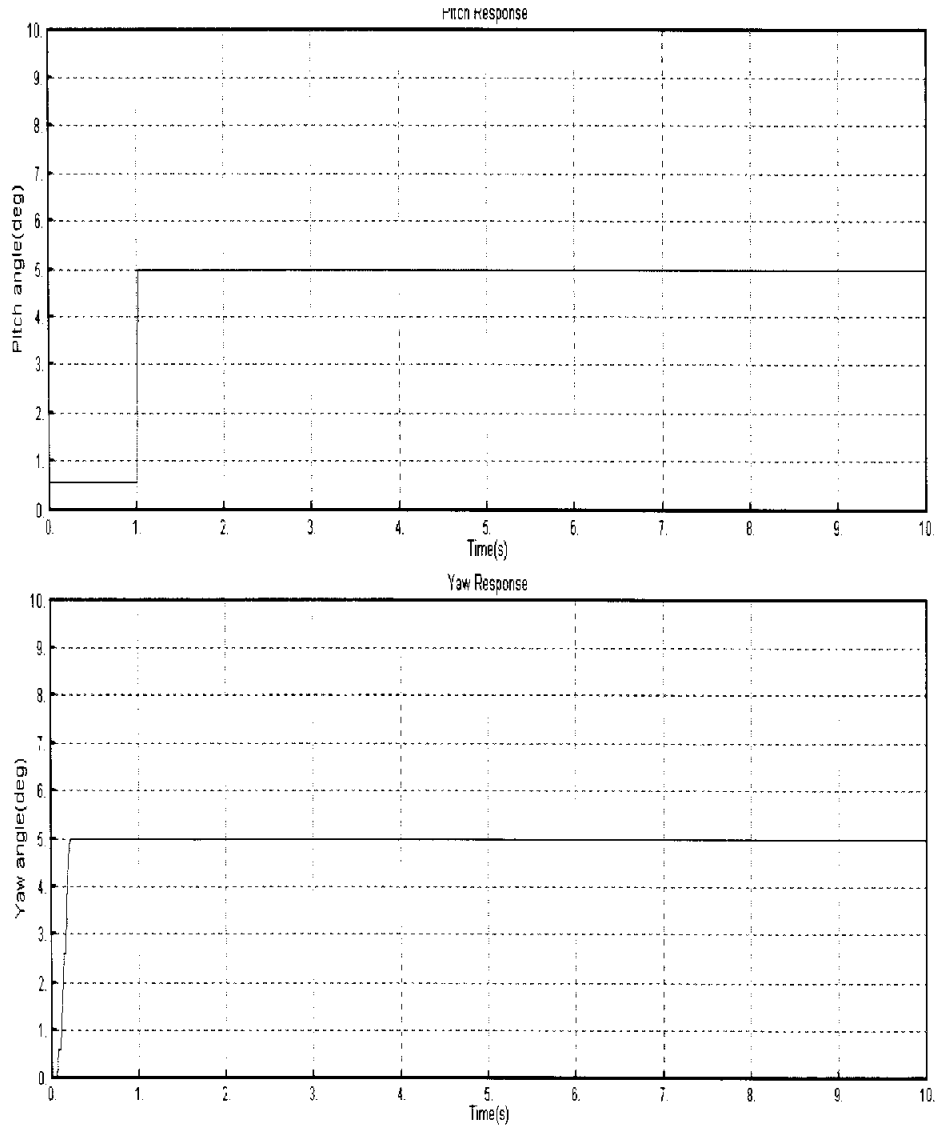


Fig. 15 When $Q = \text{diag}([3 \ 4 \ 5 \ 0 \ 1 \ 2])$
using the boltzmann machine, response for pitching and yawing

제 6장 결 론

본 논문에서는 비선형 헬리콥터 시스템을 모델링하고, 컴퓨터를 이용한 반복연산을 통하여 선형화 모델을 구하였다. 이 모델을 사용하여 최적 LQR 제어기를 설계하고, 볼츠만 머신 알고리즘을 이용하여 상태가중행렬(Q)값을 구하였다.

임의로 정한 큰 값인 제어가중행렬(R)값에 볼츠만 머신 알고리즘을 사용하여 얻은 상태가중행렬(Q) 값을 적용한 경우와 기존의 시행착오법으로 얻어진 상태가중행렬(Q)값을 적용한 경우의 특성을 시뮬레이션으로 검토한 결과, pitch각 스텝응답에서는 비슷한 수렴속도와 응답시간을 나타내지만, yaw각 스텝응답에서는 제시한 방법이 수렴속도와 응답시간에서 약간의 늦음이 발생하고 있다.

또한 이들 상태가중행렬(Q)를 헬리콥터 모형 시스템에 적용하여 실험으로 얻은 결과에서는 pitch각과 yaw각 스텝응답에서 모두 제시한 방법이 우수한 특성을 얻는다. 시뮬레이션과 실험결과의 차이는 시스템 모델링에 포함된 선형화에 기인하는 것으로 사료된다.

본 논문에서 제안된 자세제어기를 실제 시스템에 적용하기 위해서는 자세제어기의 하드웨어적 구현, 모형 시뮬레이터에서의 제어기 성능 검증 등 보다 다양한 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

- [1] 최장수, 안이기, “다목적 무인 비행기와 자이로콥터 RPV의 개발”, 한국과학원.
- [2] 김광수, 김창주, 이상현 외, “다목적 무인헬기 개발에 관한 연구”, 상공부, 1993.
- [3] Murphy, R. D., and Narendra, K. S., "Design of Helicopter Stabilization Systems Using Optimal Control Theory," Journal of Aircrafts, March-April, 1969.
- [4] Garrade, W. L., and Liebst, B. S., "Design of a Multivariable Helicopter Flight Control System for Handling Qualities Enhancement." Journal of the American Helicopter Society, Oct, 1990.
- [5] Garrade, W. L., Eicher, L., and Prouty, S., "Design of Attitude and Rate Command Systems for Helicopters Using Eigenstructure Assignment." Journal of Guidance Control and Dynamics, Vol. 12, (6), Nov-Dec 1989.
- [6] Yue, A., Postlethwaite, I., and Padfield, G., "H-infinity Design and the Improvement of Helicopter Handling Qualities." Vertica, Vol. 13, No. 2, Nov-Dec 1989.
- [7] Pallet, T. J., Wolfert, B. J., and Ahmad, S., "Real-Time Helicopter Flight Control Test Bed." Working Paper, Purdue University, 1991.
- [8] R. W. Prouty, "헬리콥터의 이해", 경문사, 1996
- [9] Alexander A. Nikolsky, "Helicopter Analysis", New York, John Wiley and Sons, Inc., 1951.
- [8] K. H. Kienitz, Q.-H. Wu, M. Mansour, "Robust Stabilization of a Helicopter Model" Decision and Control, Proceedings of the 29th IEEE Conference, vol.5, pages(s) : 2607-2615, 1990.

- [9] Urs Christen, Martin F. Weilenmann, Hans P. Geering. "Design of H_2 and H_∞ Controllers with Two Degrees of Freedom" American Control Conference, vol.3, page(s) : 2391-2395, 1994.
- [10] J. Kaloust, C.Ham, Z.Qu. "Nonlinear autopilot control design for a 2-DOF helicopter model" Control Theory and Applications, IEEE proceedings, vol.144, page(s) : 612-616, 1997.
- [11] Quang M. Lam and William J. Morgan "Robust Control Law for Advanced flight Control System" Aerospace Control Systems, Proceedings. The First IEEE Regional Conference, page(s) : 304-308, 1993.
- [12] Salah Zenieh and Abdel Latif Elshafei, "Robust Control of Uncertain Nonlinear Mechanical Systems Using a High Gain Observer", American Control Conference, Proceedings of the 2000, vol.5, page(s) : 3620-3625, 2000.
- [13] D.McLean, H.Matsuda "Helicopter station-keeping: comparing LQR, fuzzy-logic and neural-net controllers" Elsevier Science Ltd. 1998.
- [14] Woodrow Wilson SHS. "THE BOLTZMANN MACHINE" Washington, DC. 1999.
- [15] H. J. Sussmann "LEARNING ALGORITHMS FOR BOLTZMANN MACHINES" proceedings of the 27th conference on Decision and Control Austin, Texas. December 1988.
- [16] Jian-Bo He, Qing-Guo Wang, Tong-Heng Lee "PI/PID controller tuning via LQR approach" chemical engineering science Elsevier Science Ltd. 2000
- [17] B.T. Polyak, R. Tempo. "Probabilistic robust design with linear quadratic regulators" systems & control letters Elsevier science B.V. 2001.

- [18] Mhand Hifi, Vangelis Th. Paschos, Vassilis Zissimopoulos "A neural network for the minimum set covering problem" chaos solitons & fractals Elsevier Science Ltd. 2000
- [19] Jieyu Zhao, John Shawe-Taylor "A Recurrent Network with Stochastic Weights" IEEE. 1996
- [20] MICHAEL C.MOED, GEORGE N. SARIDIS "A Boltzmann Machine for the Organization of Intelligent Machines" IEEE. 1990.
- [21] Yutaka Akiyama, Akira Yamashita, Masahiro Kajiura, Hideo Aiso "Combinatorial Optimization with Gaussian Machines" IEEE.
- [22] H. H. Sussmann "THE MATHEMATICAL THEORY OF LEARNING ALGORITHMS FOR BOLTZMANN MACHINES" IEEE.
- [23] L. M. Cheng, H. L. Mak, L. L. Cheng "STRUCTURED BACKPROPAGATION NETWORK" IEEE.
- [24] M.A.R. Leisink, H.J. Kappen "Learning in higher order Boltzmann machines using linear response" neural networks Elsevier Science Ltd.
- [25] HILBERT J. KAPPEN "Deterministic Learning Rules for Boltzmann Machines" neural networks. Vol. 8. No 4, pp. 537-548, Elsevier Science Ltd. 1195
- [26] 최연욱, "현대제어이론의 기초", 청문각.
- [27] 신춘식, 안영주, 변기식, "제어시스템 해석 및 설계", 동일출판사

부록 A

A.1 쌍일차 변환(Bilinear transformation)을 사용한 안정판별법

쌍일차 변환(bilinear transformation)에 대하여 살펴보자.

z 를 복소수로 한다면

$$\chi = \frac{az + b}{cz + d} \quad (\text{A.1.1})$$

로 주어지는 함수를 쌍일차(bilinear)함수라고 하며, 식 (A.1.1)에 의하여 정의되는 z 에서 χ 로의 사상(mapping)을 쌍일차 변환이라고 부른다. 단, 식 (A.1.1)이 정수로 되는 경우를 피하기 위하여, a, b, c, d 는 $ad \neq bc$ 를 만족하는 것으로 둔다.

쌍일차 함수는 $z = -\frac{d}{c}$ ($c=0$ 인 경우에는 $z = \infty$)에 1차의 극을 가지며 확장된 복소평면을 쌍일차 함수 자체에 1대1 대응시키는 유리함수이다. 쌍일차 변환식 (A.1.1)에 의하여 z -평면상의 원은 χ -평면상의 직선으로 사상(mapping)된다.

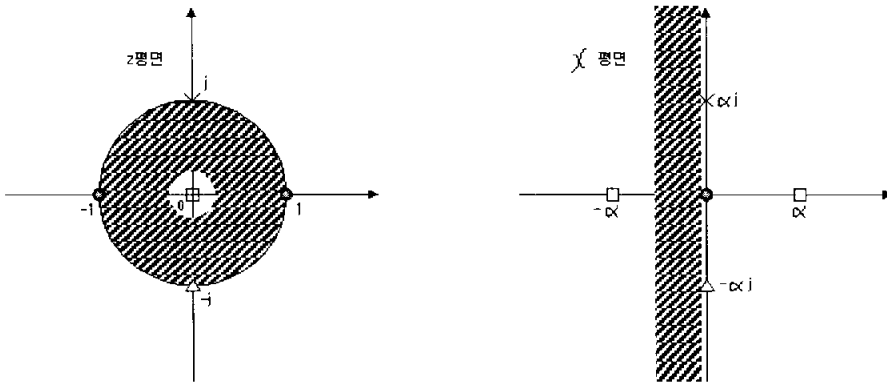


Fig. A.1.1 Mapping from z -plane to χ -plane

디지털 제어시스템의 안정문제에 대하여 생각하여 보자.
 쌍일차 변환 중에서

$$\chi = \alpha \frac{z-1}{z+1} \quad (\alpha > 0) \quad (\text{A.1.2})$$

에 살펴보자. 이것은 식 (A.1.1)의 변환에서

$$a = \alpha, \quad b = -\alpha, \quad c = d = 1 \quad (\text{A.1.3})$$

로 선택한 것으로, z -평면상의 단위원을 χ -평면상의 허수축으로, 또 단위원의 내부를 좌반평면으로 사상한다(Fig. A.1.1). 식 (A.1.1)과 관련한 대표점의 대응관계를 몇 개 조사하여 본다.

즉 단위원 상의 점에 대해서는

$w \rightarrow -\frac{1}{2} w_s + 0$	$z \rightarrow -1$	$\chi \rightarrow -\infty j$
$w \rightarrow -\frac{1}{2} w_s$	$z \rightarrow -j$	$\chi \rightarrow -\alpha j$
$w \rightarrow 0$	$z \rightarrow 1$	$\chi \rightarrow 0$
$w \rightarrow \frac{1}{4} w_s$	$z \rightarrow j$	$\chi \rightarrow \alpha j$
$w \rightarrow \frac{1}{2} w_s - 0$	$z \rightarrow -1$	$\chi \rightarrow \infty j$

로 되며, 또 그 외의 점에 있어서는

$$\begin{aligned} z=0, & \quad \chi \rightarrow -\alpha \\ z=\infty, & \quad \chi \rightarrow \alpha \end{aligned} \quad (\text{A.1.4})$$

로 된다.

식 (A.1.2)을 역으로 풀면

$$z = \frac{\alpha + \chi}{\alpha - \chi} \quad (\text{A.1.5})$$

을 됨을 알 수 있다.

이 식을 특성 방정식(A.1.1)에 대입하면 χ 에 대한 방정식

$$A\left(\frac{\alpha + \chi}{\alpha - \chi}\right)P\left(\frac{\alpha + \chi}{\alpha - \chi}\right) + C\left(\frac{\alpha + \chi}{\alpha - \chi}\right)Q\left(\frac{\alpha + \chi}{\alpha - \chi}\right) = 0 \quad (\text{A.1.6})$$

또는

$$1 + F_2\left(\frac{\alpha + \chi}{\alpha - \chi}\right)G\left(\frac{\alpha + \chi}{\alpha - \chi}\right) = 0 \quad (\text{A.1.7})$$

이 얻어진다. 앞서 설명한 사상관계를 고려하면 [식 (A.1.1)의 근이 전부 단위원 내에 존재한다]라고 하는 조건은, [식 (A.1.5) 또는 (A.1.6)의 근이 전부 좌반평면에 존재한다]라고 하는 조건과 등가로 된다는 사실을 알 수 있다. 따라서 식 (A.1.5)이나 (A.1.6)이 연속시간 제어시스템의 특성다항식이라고 간주하고 여기에 Routh법이나 Hurwitz 조건 또는 Nyquist 판별법 등을 적용하면, 원래 digital 제어시스템의 안정판별을 수행할 수 있게 된다.

단, Routh법이나 Hurwitz 조건을 적용하기 위해서는 식 (A.1.5)에 $(\alpha - \chi)^N$ 을 곱하여 전개하여 χ 의 다항식으로 만들어야 한다(N은 $A(z)P(z)$ 의 차수). N의 값이 다소 크게 되면 이러한 계산은 상당한 노력을 필요로 하기 때문에 손으로 직접 계산하기에는 좋은 방법이라고 할 수 없다. 안정판별만이 목적이라면 쌍일차 변환식 (A.1.2)에서 정수 α 를 가능한 한 간단한 것(예를 들어 $\alpha = 1$)이 바람직하지만, 제어기 설계에 사용하는 경우에는 $z=1$ (다시 말하면 $\chi=0$)의 부근에서의 대응관계가 등거리로 될 수 있도록 $\alpha = 2/T$ 로 취하는 경우가 많다.

A.2 2차 형식과 정정행렬

A.2.1 2차 형식

$f(x) = x^T A x$ 의 형식으로 주어지는 벡터 함수에 대하여 알아본다.

이러한 형식의 벡터함수를 2차 형식(quadratic form)이라고 부르며 제어 이론의 전개에 있어 중요한 역할을 담당하고 있다.

정의 A.2.1) 두 개의 변수 x, y 로 이루어진 2차 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0 \quad (\text{A.2.1})$$

다시 식 (A.2.1)을 변형하면

$$\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d & e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + f = 0 \quad (\text{A.2.2})$$

로 된다. 여기서

$$x = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad (\text{A.2.3})$$

로 정의했을 때 다음 항

$$x^T A x = ax^2 + 2bxy + cy^2 \quad (\text{A.2.4})$$

을 식 (A.2.1)과 관련한 2차 형식이라고 한다.

위 정의를 변수 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 로 이루어진 상태벡터에 적용하면 2차 형식은 $x^T A x = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j$ 의 모양을 하게 될 것이다. 이때 항상 A 가 대칭행렬로 됨에 유의해야 한다.

예를 들면

$$\begin{aligned}
 & 2x_1^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + x_2^2 + 6x_3^2 \\
 &= 2x_1^2 - x_1x_2 + 2x_1x_3 + x_2^2 - x_2x_1 + 6x_3^2 + 2x_3x_1 \\
 &= [x_1 \ x_2 \ x_3] \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{A.2.5}$$

와 같이 된다.

2차 형식 $x^T Ax$ 가 모든 요소가 영이 아닌 임의의 벡터 x 에 대해서 양의 값을 가지면, 즉

$$x^T Ax > 0 \quad (\forall x \neq 0) \tag{A.2.6}$$

이 만족되면 2차 형식을 정정(positive definite)이라고 하며 영을 포함한 양의 값을 가지면,

$$x^T Ax \geq 0 \quad (\forall x \neq 0) \tag{A.2.7}$$

이 만족되면 준정정(semi-positive definite)이라고 한다. 또 $-x^T Ax$ 가 정정(준정정)일 때 $x^T Ax$ 를 부정(준부정)이라고 한다.

더욱이 일반적으로 $x_1 \sim x_n$ 의 요소로 이루어진 벡터 x 에 대한 벡터함수 $V(x)$ 가 존재하여, $V(0) = 0$ 이며 동시에

$$V(x) > 0 \quad (\forall x \neq 0) \tag{A.2.8}$$

을 만족할 경우 $V(x)$ 를 정정함수(positive definite function)라고 하며

$$V(x) \geq 0 \quad (\forall x \neq 0) \tag{A.2.9}$$

이면 준정정함수(semi-positive definite function)라 한다.

상기와 마찬가지로 $-V(x)$ 가 정정(준정정)함수의 경우에는 부정(준부정)함수라고 부른다.

A.2.2 정정, 준정정 행렬

대칭행렬 A 에 대한 2차 형식 $x^T A x$ 가 정정으로 될 때 A 를 정정행렬 (positive definite matrix)이라고 하며

$$A > 0 \quad (\text{A.2.10})$$

로 표현한다. 또 준정정의 경우 준정정행렬(semi-positive definite matrix)이라 하며

$$A \geq 0 \quad (\text{A.2.11})$$

과 같이 표시한다.

또한 $-A > 0$ (또는 $-A \geq 0$)일 때 A 를 부정(또는 준부정)행렬이라고 하며 $A < 0$ (또는 $A \leq 0$)으로 표시한다. 더욱이 2개의 대칭행렬 A, B 에 대해 $(A - B)$ 가 정정행렬 (즉, $A - B > 0$ 을 만족한다)일 경우에는 $A > B$ 로 표시된다.

정리 A.2.2) 행렬 A 를 크기 $n \times n$ 인 정방행렬이라 한다. 이 때 A 가 정정행렬로 되기 위한 필요충분조건은 A 의 모든 고유치가 양으로 되는 것이다. 상위의 정리로부터 다음 두 가지 사항은 서로 동가임을 쉽게 알 수 있다.

- (i) 행렬 A 가 정정이면, A 는 정칙이다.
- (ii) A 가 정정이면 A 의 행렬식 값은 영보다 크다. 즉 $|A| > 0$ 이다.

행렬 A 가 정정행렬인지 아닌지 (따라서 A 의 2차 형식이 정정인가 아닌가)를 판정하는 방법으로 다음과 같은 것이 있다.

(i) $A(n \times n)$ 의 고유치를 $\lambda_i (i=1 \sim n)$ 로 두면 $A > 0$ 이기 위한 필요충분 조건은 $\lambda_i > 0 (\forall i)$ 이며 $A \geq 0$ 로 되기 위한 필요충분조건은 $\lambda_i \geq 0 (\forall i)$ 이다.

(ii) $A > 0$ 로 되기 위한 필요충분조건은 A 에 대한, 다음 식과 같은 왼쪽 위에 존재하는 소행렬식(leading principal minor)이 전부 양이다.

$$a_{11} > 0, \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} > 0, \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} > 0, \dots, |A| > 0 \quad (\text{A.2.12})$$

로 되는 것이다. 이것은 실베스트의 판정조건(Sylvester's criterion)으로 불리고 있다.

부록 B

B.1 어닐링(annealing)

어닐링이란 물질의 온도를 처음에는 높게 하여 두고 천천히 낮추어 가는 방법을 말한다. 예를 들면 금속을 한번 고온으로 가열한 후 천천히 냉각시키면 금속 내의 원자가 규칙적으로 바르게 정렬되고, 매우 깨끗한 결정이 된다. 어닐링에 의해서 물질을 가장 안정적인 상태로 할 수 있는 것이다. 에너지 함수에서는 에너지가 최소로 되는 것에 대응한다. 어닐링의 원리는 반도체의 결정을 제조하는 경우 등에서도 이용되고 있다.

B.2 확률적인 뉴런 모델

확률적인 뉴런 모델은 뉴런의 동작을 확률적인(stochastic) 상태변화 규칙으로 모델화한 것으로 이 모델을 이용해서 자주 사용되고 있는 신경망으로서 볼츠만 머신이라고 불려지고 있는 네트워크가 있다.

이 네트워크에서 사용되고 있는 확률적인 뉴런모델은 다음과 같다. 기본적으로는 이 모델도 뉴런의 활성화도는 무시하고, 입력신호나 출력신호는 0,1의 2차의 이산 정보를 가지는 것이다. 단, 출력값을 1로 하는 방법으로서 확률적인 상태 변화 규칙이 채용되고 있다. 여기서, 각 뉴런 j 로부터의 이산 정보의 입력값 x_j 와 가중치 W_{ji} 및 뉴런 i 의 임계값 h_i 등으로부터 뉴런 i 로의 입력의 총합을 구한다.

$$x_i = \sum_{j=1}^m W_{ji} \times x_j - h_i \quad (\text{B.2.1})$$

다음에 이 입력 x_i 로부터 출력값 y_i 가 1이 되는 것은 [Fig. B.2.1]에 나타난 것처럼 확률 분포 P 를 따르고 있다.

$$P(y_i = 1) = \frac{1}{1 + \exp(-x_i + T)} \quad (\text{B.2.2})$$

(단, T 는 네트워크의 온도라고 불려지고 있는 양수이다.)

이상의 뉴런모델이 이산 혹은 연속적인 어느 정보로된 입출력 신호이고, 동시에 이산 시간 모델의 중요한 것이며 가장 많이 사용되고 있는 뉴런 모델이다.

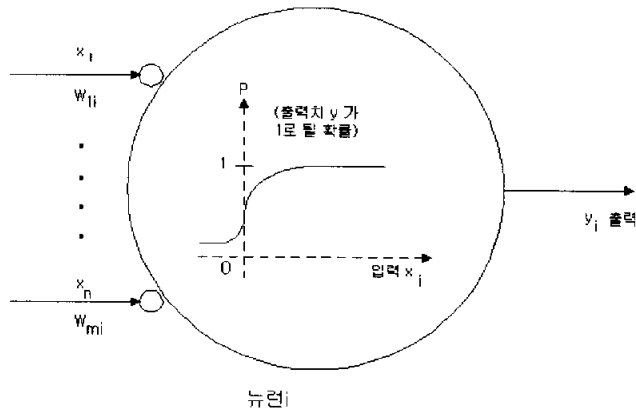


Fig. B.2.1 Stochastic neural model

즉, 신경망 컴퓨터는 다수개의 뉴런모델로부터 구성되어 있다. 각 뉴런모델은 유기적으로 결합되어 있고, 뉴런모델 전체에서 의미 있는 정보처리를 행하고 있다.

그런데, 뉴런모델은 단순한 처리 요소로 간주한다. 각 처리 요소는 상호 완전히 독립적이고, 동시에 비동기적으로 처리를 수행하고 있다. 즉, 처리 요소는 모두 아주 평등하고, 상호 초 분산적, 동시에 초 병렬적 처리를 행하고 있다. 더욱이 각 처리 요소는 [Fig. B.2.2]에 보여주는 것처럼 각 처리 요소 고유의 국소 메모리(local memory)와 변환 기능만으로 구성되어 있다.

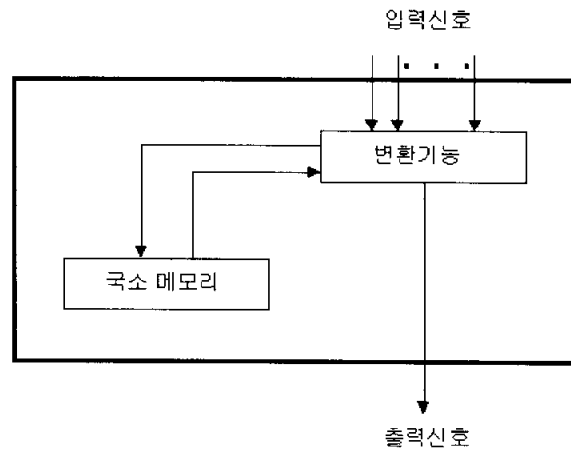


Fig. B.2.2 Neural network model

이 변환 기능에 따라 다수의 입력신호를 받고, 그 모델 고유의 변환 방식으로 1개의 출력 신호를 발생하고 있다. 국소 메모리에는 그 뉴런의 활성화도, 혹은 여러 가지 함수의 특정의 파라미터가 저장되어 있는 것이다.

B.3 볼츠만 머신을 간략화한 모델

볼츠만 머신은 이론적으로는 별 무리가 없지만 실제 응용을 고려하면 계산 시간이 매우 많이 걸린다는 문제점이 있다. 그 이유는 알고리즘 중에 통계적인 처리를 수행하는 부분이 있기 때문이다. 일반적으로 통계적인 처리를 수행하는 경우는 매우 많은 샘플을 필요로 한다. 예를 들면, 평균값을 구하는 경우 2개나 3개의 데이터로 평균을 계산하여도 그다지 의미가 없는 것으로부터도 이해할 수 있다.

본래 볼츠만 머신 학습 알고리즘은 뉴런 사이의 가중치를 학습한다. 그러나 이 경우, 매우 긴 계산 시간이 필요하다. 만일 볼츠만 머신에서 통계적인 처리가 불필요하게 되면 계산 시간을 많이 단축시킬 수 있을 것이다.

그래서 다시 물리학적인 발상이 등장했다. 평균장근사(Mean Field Theory)라고 하는 것으로, 이 원리는 “주위의 물체로부터의 영향을 생각할 때, 개개의 물체로부터의 영향을 개별적으로 생각하는 것이 아니라 전부를 평균적인 영향도로 근사하여 간다는 것”이다.

볼츠만 머신은 평균장근사에 의해 학습 시간을 적어도 1행은 단축시킬 수 있다고 최근 보고 된 바 있다. 그 외에도 다음과 같은 특징이 있다. 첫째, 백 프로퍼게이션에 필적할 학습, 범화 능력을 가지고, 둘째, 뉴런 사이의 국소 정보를 이용하여 학습을 수행하기 때문에 VLSI화에 적합하다. 셋째, 상기기억 모델로서 이용한 경우 기억 용량이 홉 필드 네트워크 등에 비하여 매우 높다. 문헌에서는 100배 정도라고 보고되고 있다.

그러면 평균장근사 학습 알고리즘을 개략적으로 설명하기로 한다.

(1) 네트워크와 온도를 내리는 방법의 설정

네트워크는 [Fig. B.3.1]에 나타낸 바와 같이 모든 뉴런이 결합되어 있는 상호 결합형 네트워크로 한다. 각각의 뉴런은

- ① 입력층 뉴런
- ② 중간층 뉴런(은닉층 뉴런)
- ③ 출력층 뉴런

3종류로 나누어진다.

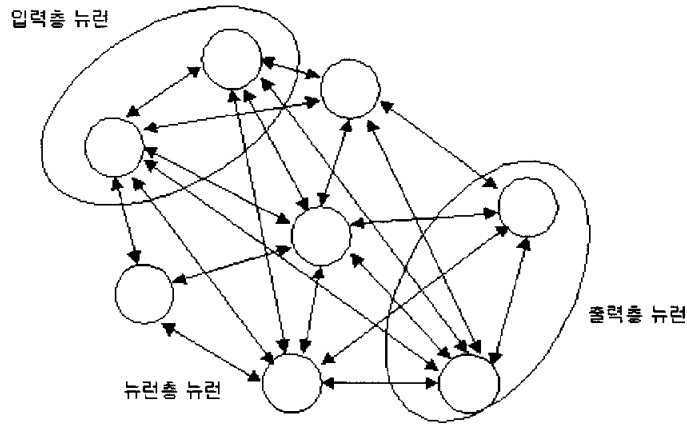


Fig. B.3.1 MFT Structure

(2) 단계 1(학습기)

단계 1(학습기)에서는 입력과 그것에 대응하는 출력에 의해 네트워크의 입출력을 고정시킨다. 다음에 어닐링의 스케줄에 기초하여 온도를 낮추면서 다음 식과 같이하여 중간층 뉴런의 출력을 결정해 간다.

$$v_i = \tanh\left(\frac{\sum_{j=1}^m W_{ij}v_j}{T}\right) \quad (\text{B.3.1})$$

여기서 v_i 는 뉴런 i 의 상태, W_{ij} 는 뉴런 j 와 뉴런 i 사이의 가중치, T 는 온도이다. 또한 $\tanh x$ 의 형태를 [Fig. B.3.2]과 같이 나타낸다.

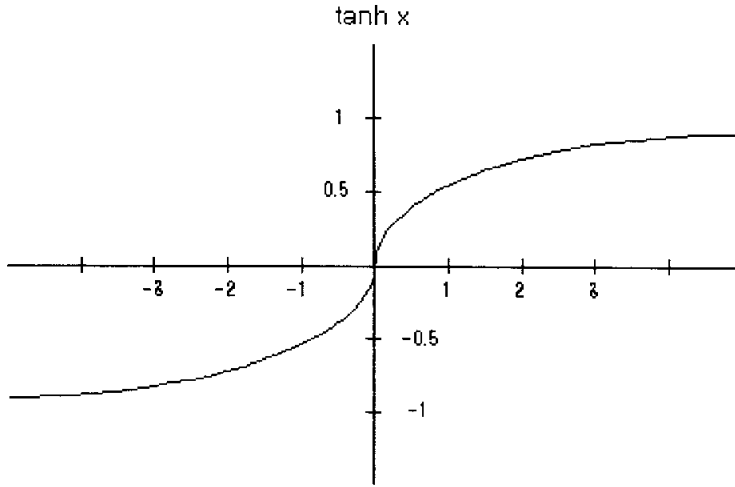


Fig. B.3.2 $\tanh x$ shape

(3) 단계 2(반학습기)

단계 2(반학습기)에서는 입력층 뉴런만의 값을 고정시킨다. 그리고 단계 1의 경우와 마찬가지로 중간층 뉴런과 출력층 뉴런의 출력을 결정하여 간다.

(4) 가중치의 갱신

다음 식에 의해 가중치를 갱신한다(가중치 w_{ij} 에 Δw_{ij} 를 첨가한다).

$$\Delta w_{ij} = -\frac{\eta}{T} [(v_i v_j)_{Phase1} - (v_i v_j)_{Phase2}] \quad (B.3.2)$$

여기서, η 는 학습 정수(양인 정수)이다.

(5) (2)로 되돌아 간다.

(2)~(4)의 과정을 반복하여 가중치를 학습하여 간다.

평균장근사 학습 알고리즘에서 식 (B.3.2)에 의해 어떻게 하여 네트워크의 학습이 가능한가를 보면, 우선 단계 1(학습기)에서는 네트워크의 입출력은 고정되어 있다. 식(B.3.2)의 우변 1항에 의해 헤브형 학습(인접하는 2개의 뉴런이 서로 발화하면, 양쪽을 결합하는 가중치를 크게 한다)이 수행되고 있는 것을 알 수 있다. 한편 단계 2(반학습기)에서는 입력 뉴런만이 고정된다. 만일 이 경우 다른 뉴런이 단계 1의 경우와 같이 출력을 시키면 식(B.3.2)의 우변 2항은 1항과 합쳐진다. 따라서 가중치는 변하지 않는다. 만일 단계 1의 출력과 다르다면 가중치는 변화한다. 즉 입출력을 고정시킨 경우와 입력만을 고정시킨 경우에 같은 상태가 얻어지도록 학습이 수행되는 것이다.

감사의 글

본 논문이 완성되기까지 여러 소중한 분들의 관심과 은혜가 있었기에 이 글이 나올 수 있었다고 생각합니다. 그 분들께 가슴 깊이 감사하다는 말이 자리를 빌어 드립니다.

항상 저의 삶의 방향과 지표가 되어 주신 지도 교수님이신 이형기 교수님께 진심으로 감사 드립니다. 그리고 학부 시절부터 많은 관심과 인간됨을 가르쳐 주신 최연욱 교수님, 변기식 교수님, 김남호 교수님, 김만고 교수님, 안영주 교수님께도 감사 드립니다. 대학생활동안 많은 격려와 관심을 보여주신 정종혁 교수님, 신춘식 선생님, 강현석 선생님께도 감사의 마음을 전합니다. 아울러, 학부생활과 대학원 생활을 지내면서 항상 힘이 되어준 정상철 선배, 신봉철 선배, 김관형 선배, 한상만 선배, 정성민 선배, 김상대 선배, 안광선 선배, 김철민 선배, 김승영 선배, 배상범 선배, 정영기 선배, 손창우 선배, 유상영 선배, 강민구 선배, 강부경 선배, 김남수 선배에게 감사의 마음을 전합니다. 동기이자 친구가 되어준 임재환, 박성진, 임상진, 박기원, 정성대, 최성윤, 문홍득, 류나이, 도우진, 김민수, 최호식, 강선빈, 채정우, 김경진, 이광일, 김동원, 김상호, 박종철, 탁종현에게 고마움을 전합니다. 2년동안 조교 생활을 하면서 많은 도움을 준 박순중 조교 선생님, 윤상호 조교 선생님, 현성균, 김지태, 김용재, 이유원, 서민정에게 고마움을 전합니다. 전공동아리 μpc 의 모든 이에게도 감사를 포함합니다.

항상 막내인 절 사랑과 믿음으로 키워 주신 하늘에 계신 부모님에게 마음과 머리 숙여 감사를 드립니다. 나의 버팀목이 되어 주었던 누님들과 매형들에게도 감사합니다. 이제는 모두 성년이 된 조카들에게도 감사합니다.

학부를 졸업하고 새로운 마음가짐과 열의로 시작했던 대학원생의 생활이 며칠이 채 지나지 않은 것 같은데 어느덧 졸업을 해야 하는 시기에 이르렀습니다. 2년여 동안, 처음에는 비록 조그마한 지식의 씨를 갖고 시작하였지만, 학업과 연구의 발걸이를 거쳐 지금에 와서는 본 논문이라는 과실의 수확을 거두었습니다. 이러한 과실을 맺도록 조언과 질책의 거름을 아낌없이 주셨던 분들께 다시 한번 감사의 말씀을 전하며, 이 열매가 모든 이들에게 조그마한 선물이 되었으면 하는 바램입니다.