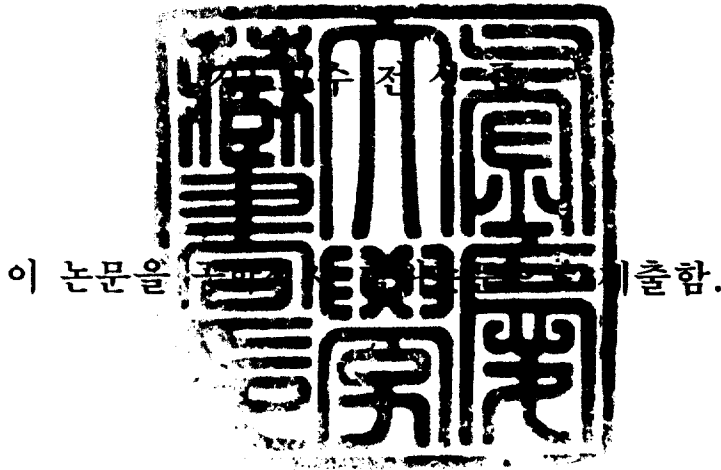


공학석사학위논문

비대칭 전원 하의 a-b-c 프레임에서 구현한 AC-DC
변환기용 일정 순시전력 제어전략



2006년 2월

부경대학교대학원

전자공학과

김지웅

김지웅의 공학석사 학위논문을 인준함.

2006년 2월

주 심 공학박사

위 원 공학박사

위 원 공학박사

정 수 태

김 인 동

전 성 즈



목 차

Abstract

I. 서론	1
II. 제안된 시스템	3
2.1 전류 제어 및 Decoupling	4
2.2 a-b-c프레임에서 일정 순시전력 제어	8
2.2 대칭 좌표에서 일정 순시전력 제어	12
2.3 a-b-c프레임에서 PWM제어 방법	25
III.시뮬레이션 및 실험결과	29
IV. 결론	32
참고문헌	33
APPENDIX	38

A-b-c Frame Based Constant Instantaneous Power Strategy for a Three Phase AC-DC Converter Under Unbalanced Voltage Condition

Ji-Woong Kim

Department of Electronic Engineering, Graduate School,
Pukyong National University

Abstract

Constant instantaneous power control strategy that can applied to a three-phase AC-DC converter under unbalanced input voltage condition is discussed. Analytic solution is given on the a-b-c frame, and is very simple, direct and intuitive. This control strategy guarantees constant instantaneous power capability with sinusoidal currents. A fictitious neutral point is used ,which helps the a-b-c frame-based current controllers to be decoupled. All the control functions, including decoupled current control and PWM, are implemented on the a-b-c frame with a TMS3202812 from Texas Instruments. Accordingly, the controller is very simple and robust. The proposal is verified by the simulation and experiments in a prototype operating at 15kHz.

I. 서 론

그림 1과 같은 3상 Pulse Width Modulation(PWM) AC-DC 변환시스템은 가변속 모터 드라이버, UPS 시스템, 용접기 등 중대형 응용분야에 널리 사용되고 있으며, 대용량 반도체 소자의 개발과 Microprocessor의 발달로 인해 급격한 발전을 이루어 왔다.

대칭 3상 시스템은 단상 시스템에 비하여 많은 이점을 가지고 있다. 무엇보다도 순시 전력이 일정하여 직류 측 커패시터의 크기를 줄일 수 있어서 경제적으로 아주 큰 이점을 가진다.

그러나 비대칭 3상 전원 하에서 일정한 순시전력과 정현파 전류를 얻는 것은 쉬운 일이 아니다.[1-3] 비대칭 전원 하에서 입력 전류와 직류 링크 전압에 나타나는 고조파성분을 제거하기 위한 전류 제어는 d-q 변환에 근거한 p-q이론이나 대칭좌표이론을 사용하는 경우가 많다.

3상 3선식에서는 3상 전류가 서로 독립적이지 못하므로 단순한 제어를 위하여 d-q 변환을 하게 되고, 변환을 하면 독립변수가 2개로 주어지므로 제어기를 간단히 구성할 수 있다. 하지만 이러한 제어방법은 복잡하며, 최종적으로 만들어낼 변조신호는 a-b-c프레임에서 주어져야 하므로 효과적인 방법이라 할 수 없다.

대칭좌표이론은 정상상태에서 효과적인 오차제거 및 빠른 과도응답 특성을 얻기 위해 사용된다. 이는 입력전압이 대칭일 때를 전제조건으로 하므로 입력전압이 비대칭일 경우에는 역상분 전압에 의해 입력 전류와 직류 링크 전압에 2차 고조파 성분이 나타나게 되어 시스템의 성능이 저하된다. 따라서 이 방법 또한 효과적인 방법이라고 볼 수 없다[3-11].

제안된 전류제어기는 일정한 주파수의 carrier-based PWM을 사용한다. 정현파 PWM(SPWM) 전류 제어는 히스테리시스 PWM 전류 제어보다 더 좋은 성능을 제공한다.

히스테리시스 PWM 방식은 마이크로프로세서나 DSP로 구현하기가 쉽지 않다. 그리고 히스테리시스 PWM 방식에서는 스위칭 주파수가 일정하지 않고, 두 상의 스위칭이 random하게 일어나므로 스위칭의 비효율성을 가지고 있다. 최근에 공간벡터PWM(SVPWM)과 불연속 PWM이 정현파 PWM의 수정에 의해 carrier-based PWM에서 실행될 수 있음이 알려져 있다.[19-32]

본 논문에서는 비대칭 전원 하에서 일정한 순시전력을 가져다주는 해를 a-b-c프레임에서 근거하여 구하고, 전류제어기가 이를 추적해 가도록 구현하였다.[12-13] d-q프레임에서 구현한 것보다 간단하며, 훨씬 유리함을 알 수 있다.

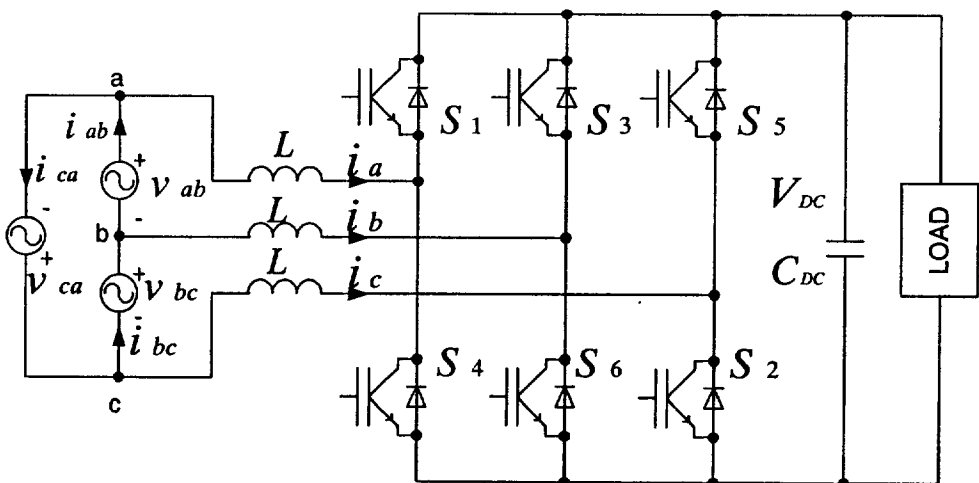


그림 1. 3상 AC-DC 변환기

II. 제안된 시스템

AC-DC 변환기는 대부분 그림 2와 같은 제어구조로 구현될 수 있다. 직류 링크 제어기는 직류 측 전압을 제어하면서 전류 제어기의 전류 지령을 만든다. 전류 지령에 따라 단위 역률 제어전략, 일정 순시전력 제어 전략, 대칭 전류 제어전략 등 여러 가지 제어전략이 적용될 수 있다.

본 논문에서는 그림 2와 동일한 구조의 제어기를 사용하며, 직류 링크 제어기에서는 일정한 순시전력을 얻는 전류 지령을 선택하였다. 전류 제어기는 선 전류가 기준 전류 신호를 추종하도록 제어한다.

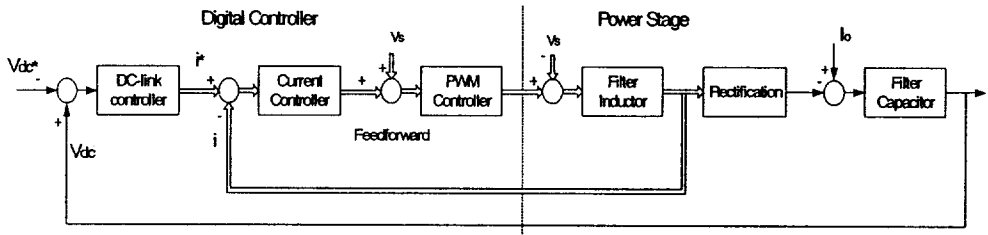


그림 2. 제어 루프의 구성

2.1 전류 제어 및 Decoupling

그림 3은 그림 2의 내부 루프를 보다 자세하게 그린 것이다. 3상 3선식 시스템이므로 실제전류(i_a, i_b, i_c)의 합은 영이다.

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

그러므로 기준 전류 신호(i_a^*, i_b^*, i_c^*)가 가져야 하는 중요한 성질 중의 하나는 세 신호의 합이 항상 영이어야 한다. 그것은 실제 전류의 합이 항상 영이기 때문이다.

$$i_a^* + i_b^* + i_c^* = 0 \quad \dots\dots\dots(2)$$

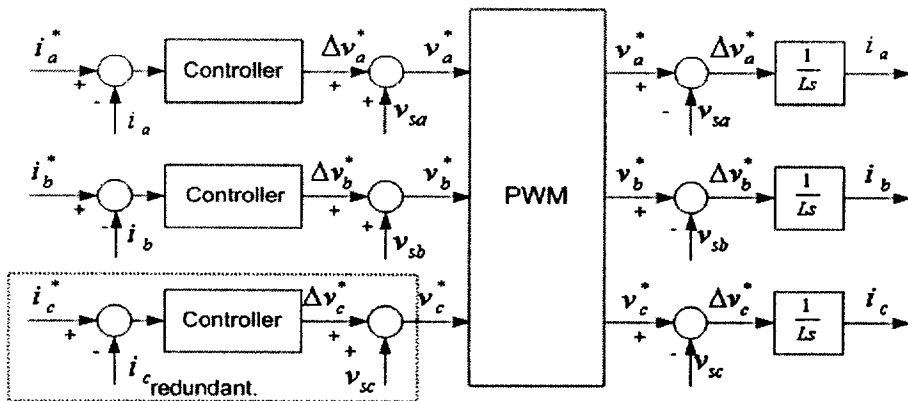


그림 3. 내부 루프의 구성

전류 제어기가 선형제어기라면 전류제어기의 출력신호($\Delta v_a^*, \Delta v_b^*, \Delta v_c^*$)는 그 합이 영이 될 것이다. 이 출력신호는 PWM 변환기의 변조신호가 되고, 신호에 따라 출력을 생성한다.

$$\Delta v_a^* + \Delta v_b^* + \Delta v_c^* = 0 \quad \dots\dots\dots(3)$$

일반적으로 PWM 변환기는 단일 이득을 가지는 선형 증폭기로 생각할 수 있다. 따라서 PWM 변환기 출력신호 또한 합은 0이다.

$$v_{sa}^* + v_{sb}^* + v_{sc}^* = 0 \quad \dots\dots\dots(4)$$

가상 중선점에 대한 선전압 v_{sa}, v_{sb}, v_{sc} 는 식(5)을 만족하고, 선간 전압으로부터 식(6)과 같이 주어진다.

$$v_{sa} + v_{sb} + v_{sc} = 0 \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$v_{sa} = \frac{1}{3}(v_{ab} - v_{ca}) \quad \dots\dots\dots(6a)$$

$$v_{sb} = \frac{1}{3}(v_{bc} - v_{ab}) \quad \dots\dots\dots(6b)$$

$$v_{sc} = \frac{1}{3}(v_{ca} - v_{bc}) \quad \dots\dots\dots(6c)$$

인덕터에는 PWM 변환기 출력과 가상 중선점에 대한 전압의 차가 인가되어 실 전류가 형성된다. 만약 세 AC 인덕터의 값이 동일하다면 전류의 합이 영이 된다.

PWM 변환기 변조 신호와 전류제어기 출력, 즉 가상 중선점에 대한 선 전압을 뺀 신호를 가하면 그림 4와 같이 입력전원의 가상 중선점과 정류기 입력전원의 가상 중선점을 연결할 수 있다.

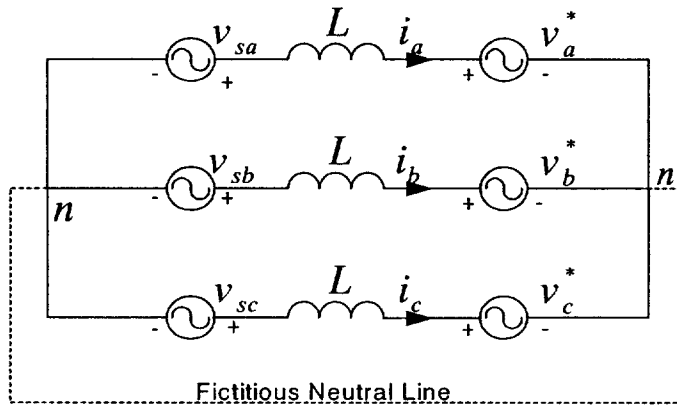


그림 4. 단순화한 전력부

전력부는 단순화 되고 각 선의 전류는 독립적으로 제어된다. 2개의 전류 제어루프가 분리되기 때문에 이 제어방법은 매우 단순하고 a-b-c 프레임에서 구현할 수 있다.

실제 시스템에서는 측정 등의 오차로 실제 전류의 합이 0이 안될 수도 있다. 만일 그 합이 0이 아닌 기준 제어신호가 제공된다면 제어기는 달성할 수 없는 목표가 제공된 것이므로 정상적인 동작을 기대할 수 없다. 그래서 전류 제어기는 두 개만을 구성하고 나머지 하나의 제어기 출력은 다른 두 제어기 출력으로부터 구하는 것이 좋다.

PI-타입 제어기는 전류제어기로 사용할 수 있다. 전류제어기의 가상중선점에 대한 선 전압의 feed-forwarding은 제어 성능을 향상시킨다.

2.2 a-b-c 프레임에서 일정 순시전력 제어

전원에서 변환기로 전력 이동을 하기 위해 2개의 선간전압 v_1 과 v_2 는 그림 5에서처럼 기본 벡터로 선택한다. 그리고 i_1 과 i_2 는 선 전류이다. 여기서 전압과 전류는 식(7), (8)과 같다.

$$v_1 = v_{ac} , v_2 = v_{bc} \dots\dots\dots(7)$$

$$i_1 = i_a , i_2 = i_b \dots\dots\dots(8)$$

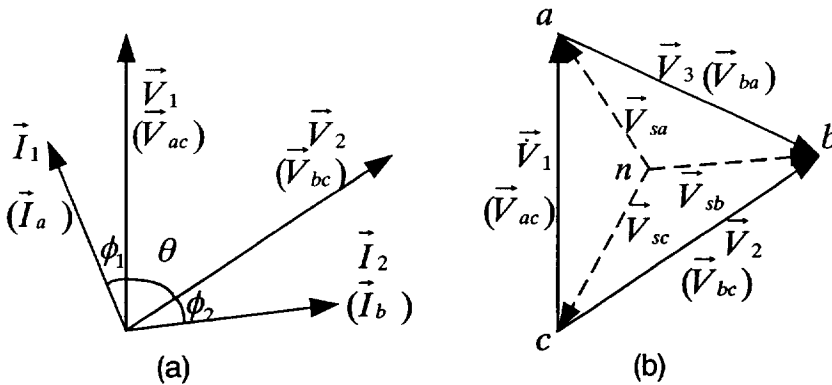


그림 5. Phasor representation of voltages and currents

(a) relationship between voltages and currents, and (b) fictitious voltages

전압과 전류의 순시값은 다음과 같다.

$$v_1 = V_{1m} \sin \omega t, \quad v_2 = V_{2m} \sin(\omega t - \theta) \dots\dots\dots(9a)$$

$$i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \phi_1), \quad i_2 = I_{2m} \sin(\omega t - \theta - \phi_2) \dots\dots\dots(9b)$$

v_1 과 v_2 는 c상이 기준인 선간전압이므로 순시전력은 다음과 같다.

$$p = v_1 i_1 + v_2 i_2 \dots\dots\dots(10)$$

(9)식을 대입하면, 순시전력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p &= V_{1m} I_{1m} \sin \omega t \sin(\omega t + \phi_1) \\ &\quad + V_{2m} I_{2m} \sin(\omega t - \theta) \sin(\omega t - \theta - \phi_2) \\ &= \frac{V_{1m} I_{1m}}{2} (\cos \phi_1 - \cos(2\omega t + \phi_1)) \\ &\quad + \frac{V_{2m} I_{2m}}{2} (\cos \phi_2 - \cos(2\omega t - 2\theta - \phi_2)) \dots\dots\dots(11) \end{aligned}$$

다음 조건을 만족하면 맥동분은 상쇄된다.

$$V_m I_m = V_{1m} I_{1m} = V_{2m} I_{2m}, \quad \phi_1 + \phi_2 = \pi - 2\theta \quad \dots\dots\dots(12)$$

순시전력은 일정하게 되고, 식(11)은 다음과 같다.

$$p = \frac{V_m I_m}{2} (\cos \phi_1 + \cos \phi_2) \quad \dots\dots\dots(13)$$

다음 조건 일 때 최대전력이 얻어지며, ,

$$\phi = \phi_1 = \phi_2 = \frac{\pi}{2} - \theta \quad \dots\dots\dots(14)$$

최대전력은 다음과 같고, 평균전력과 같다.

$$p = P = V_m I_m \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = V_m I_m \sin \theta \quad \dots\dots\dots(15)$$

따라서 전류의 크기는,

$$I_{1m} = \frac{P}{V_{1m} \sin \theta}, \quad I_{2m} = \frac{P}{V_{2m} \sin \theta} \quad \dots\dots\dots(16)$$

식(14)와 식(16)을 식(9b)에 대입하면 선 전류는 다음과 같다.

$$i_1 = \frac{P}{V_{1m} \sin \theta} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2} - \theta) \dots\dots\dots(17a)$$

$$i_2 = \frac{P}{V_{2m} \sin \theta} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \dots\dots\dots(17b)$$

2.3 대칭 좌표에서 일정 순시전력 제어

일반적으로 비대칭 전원 하에서 입력 전류와 출력 직류 전압에 나타나는 고조파성분을 제거하기 위한 제어 전략은 d-q변환에 근거한 p-q이론이나 대칭좌표이론을 많이 사용한다.[3-12]

전압의 대칭성분, 즉 전압의 정상분과 역상분의 크기와 위상을 알면 전류의 대칭성분 크기와 위상을 구할 수가 있고, 이것을 a-b-c프레임으로 변환하면 기준 전류 신호를 얻을 수 있다.

대칭 좌표 이론을 사용하여 일정한 순시전력을 얻는 제어는 그림 6과 같고, 이론적 결과는 입력 전류와 입력 전압의 관계로 나타나며 식(18)과 같다.

$$\frac{|U^+|}{|U^-|} = \frac{|I^+|}{|I^-|}, \quad \theta_u^+ - \theta_i^+ = \theta_i^- - \theta_u^- - \pi \quad \dots\dots\dots(18)$$

전류 지령은 식(18)을 만족하고 출력 직류 전압에 따라 결정된다.
(Appendix A 참고)

만약 입력 임피던스를 0이라 가정하면 그림 6은 그림 7과 같이 간단하게 나타낼 수 있고, 다음 식을 만족한다.

$$\frac{|V_{\max}^+|}{|V_{\max}^-|} = \frac{|I_{\max}^+|}{|I_{\max}^-|}, \quad \theta_i^+ = \theta_v^+, \quad \theta_i^- = \theta_v^- + \pi \quad \dots\dots\dots(19)$$

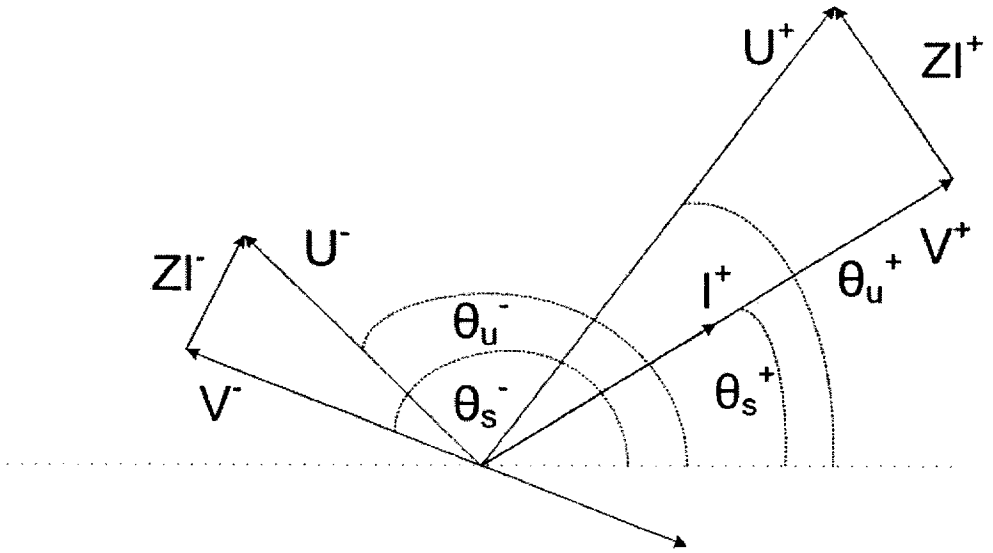


그림 6. Phasor representation of the proposed solution
for harmonic elimination

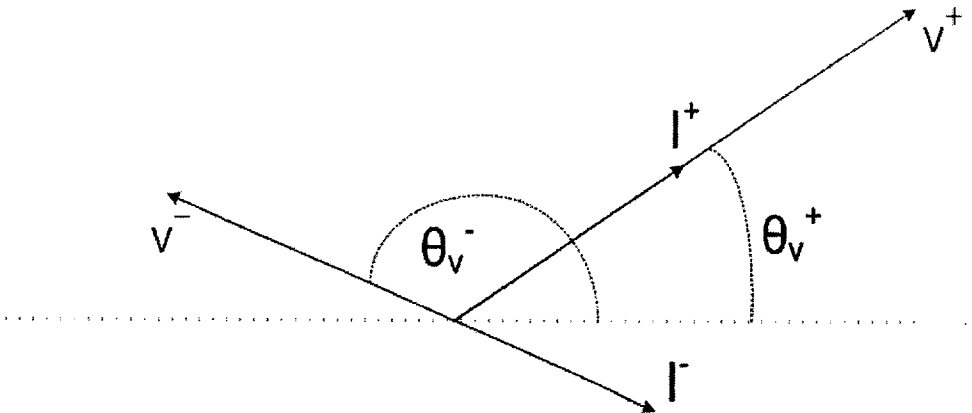


그림 7. Phasor representation of the proposed solution
for harmonic elimination if input impedance is zero

전압의 대칭성분 즉, 정상분과 역상분의 크기와 위상으로 전류의 대칭 성분 크기와 위상을 구할 수 있고, 입력 전류와 출력 직류 전압에서 2고조파를 제거할 수 있다.

전압과 전류 대칭성분은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$v^+ = |V_{\max}^+| \sin(\omega t + \theta_v^+), \quad v^- = |V_{\max}^-| \sin(\omega t + \theta_v^-) \quad \dots\dots\dots(20a)$$

$$i^+ = |I_{\max}^+| \sin(\omega t + \theta_i^+), \quad i^- = |I_{\max}^-| \sin(\omega t + \theta_i^-) \quad \dots\dots\dots(20b)$$

식(19)의 위상만을 고려하면 식(20)은,

$$v^+ = |V_{\max}^+| \sin(\omega t + \theta_v^+), \quad v^- = |V_{\max}^-| \sin(\omega t + \theta_v^-) \quad \dots\dots\dots(21a)$$

$$i^+ = |I_{\max}^+| \sin(\omega t + \theta_v^+), \quad i^- = |I_{\max}^-| \sin(\omega t + \theta_v^- + \pi) \quad \dots\dots\dots(21b)$$

전압의 대칭성분은 가상 중선점에 대한 선 전압으로 구할 수 있고, 가상 중선점에 대한 선 전압은 선간 전압으로 나타낼 수 있으므로 다음과 같다.

$$\vec{V}^0 = \frac{1}{3}(\vec{V}_{sa} + \vec{V}_{sb} + \vec{V}_{sc}) = 0 \quad \dots\dots\dots(22a)$$

$$\vec{V}^+ = \frac{1}{3}(\vec{V}_1 + a\vec{V}_2) \quad \dots\dots\dots(22b)$$

$$\vec{V}^- = \frac{1}{3}(\vec{V}_1 + a^2\vec{V}_2) \quad \dots\dots\dots(22c)$$

전압의 대칭성분 순시값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} v^+ &= \frac{1}{3} \left(V_{1m} \sin \omega t + V_{2m} \sin \left(\omega t - \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right) \\ &= \frac{1}{3} \sqrt{V_{1m}^2 + V_{2m}^2 + 2V_{1m}V_{2m} \cos \left(\frac{2\pi}{3} - \theta \right)} \sin(\omega t + \theta_v^+) \quad \dots\dots\dots(23a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v^- &= \frac{1}{3} \left(V_{1m} \sin \omega t + V_{2m} \sin \left(\omega t - \theta - \frac{2\pi}{3} \right) \right) \\ &= \frac{1}{3} \sqrt{V_{1m}^2 + V_{2m}^2 + 2V_{1m}V_{2m} \cos \left(-\frac{2\pi}{3} - \theta \right)} \sin(\omega t + \theta_v^-) \quad \dots\dots\dots(23b) \end{aligned}$$

전압의 대칭성분 크기와 위상은 다음과 같다.

$$|V_{\max}^+| = \frac{1}{3} \sqrt{V_{1m}^2 + V_{2m}^2 + 2V_{1m}V_{2m} \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \theta\right)} \dots\dots\dots(24a)$$

$$|V_{\max}^-| = \frac{1}{3} \sqrt{V_{1m}^2 + V_{2m}^2 + 2V_{1m}V_{2m} \cos\left(-\frac{2\pi}{3} - \theta\right)} \dots\dots\dots(24b)$$

$$\theta_v^+ = \arctan \left(\frac{V_{2m} \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \theta\right)}{V_{1m} + V_{2m} \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \theta\right)} \right) \dots\dots\dots(24c)$$

$$\theta_v^- = \arctan \left(\frac{V_{2m} \sin\left(-\frac{2\pi}{3} - \theta\right)}{V_{1m} + V_{2m} \cos\left(-\frac{2\pi}{3} - \theta\right)} \right) \dots\dots\dots(24d)$$

여기서, 대칭성분을 이용하여 평균 전력을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P &= 3v^+i^+ + 3v^-i^- \\ &= \frac{3}{2} (|V_{\max}^+| |I_{\max}^+| - |V_{\max}^-| |I_{\max}^-|) \dots\dots\dots(25) \end{aligned}$$

식(19)을 식(25)에 대입하면 평균 전력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{3}{2} (|V_{\max}^+| |I_{\max}^+| - |V_{\max}^-| |I_{\max}^-|) \\
 &= \frac{3}{2} \left(|V_{\max}^+| |I_{\max}^+| - |V_{\max}^-| \frac{|V_{\max}^-|}{|V_{\max}^+|} |I_{\max}^+| \right) \\
 &= \frac{3}{2} |I_{\max}^+| \left(|V_{\max}^+| - \frac{|V_{\max}^{-2}|}{|V_{\max}^+|} \right) \dots\dots\dots(26)
 \end{aligned}$$

식(19), (23), (26)에 의해서, 전류의 대칭성분 크기를 구할 수 있고, 위상은 식(19)에서와 같이 다음과 같다.

$$|I_{\max}^+| = \frac{2P_{dc} |V_{\max}^+|}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \dots\dots\dots(27a)$$

$$|I_{\max}^-| = \frac{2P_{dc} |V_{\max}^-|}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \dots\dots\dots(27b)$$

$$\theta_i^+ = \theta_v^+ , \quad \theta_i^- = \theta_v^- + \pi \dots\dots\dots(27c)$$

전류의 대칭성분을 a-b-c프레임으로 변환한 기준 전류는 다음과 같다.

$$i_1 = |I_{\max}^+| \sin(\omega t + \theta_i^+) + |I_{\max}^-| \sin(\omega t + \theta_i^-) \dots\dots\dots(28a)$$

$$i_2 = |I_{\max}^+| \sin\left(\omega t + \theta_i^+ - \frac{2\pi}{3}\right) + |I_{\max}^-| \sin\left(\omega t + \theta_i^- + \frac{2\pi}{3}\right) \dots\dots\dots(28b)$$

식(27)에서 구한 전류의 대칭성분 크기와 위상을 식(28)에 대입하면, 기준 전류는 다음과 같다.

$$i_1 = \frac{2P|V_{\max}^+|}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \sin(\omega t + \theta_v^+) + \frac{2P|V_{\max}^-|}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \sin(\omega t + \theta_v^- + \pi) \dots\dots\dots(29a)$$

$$i_2 = \frac{2P|V_{\max}^+|}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \sin\left(\omega t + \theta_v^+ - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{2P|V_{\max}^-|}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \sin\left(\omega t + \theta_v^- + \frac{2\pi}{3} + \pi\right) \dots\dots\dots(29b)$$

식(29a)에서 i_1 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 i_1 &= \frac{2P|V_{\max}^+|}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \sin(\omega t + \theta_v^+) + \frac{2P|V_{\max}^-|}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \sin(\omega t + \theta_v^- + \pi) \\
 &= \frac{2P}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \left\{ |V_{\max}^+| \sin(\omega t + \theta_v^+) + |V_{\max}^-| \sin(\omega t + \theta_v^- + \pi) \right\} \\
 &= \frac{2P}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} (v^+ - v^-) \dots\dots\dots(30)
 \end{aligned}$$

$\vec{V}^+ - \vec{V}^-$ 그림 8과 같이 나타낼 수 있고, $\vec{A}$ 는 전압의 대칭성분의 크기와 위상으로 구할 수가 있다.

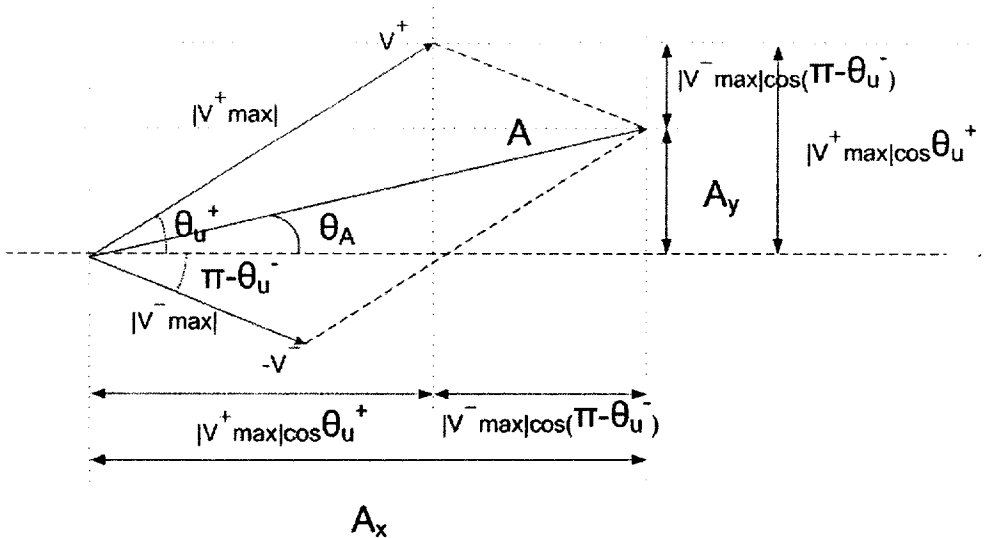


그림 8. Phasor representation of the $\vec{V}^+ - \vec{V}^-$

따라서,

$$\begin{aligned}\vec{V}^+ - \vec{V}^- &= \vec{A} \\ &= \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \sin(\omega t + \theta_A) \dots\dots\dots(31)\end{aligned}$$

벡터 A의 크기와 위상은 다음과 같다.

$$\sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{\frac{1}{3}} V_{2m} \quad , \quad \theta_A = \frac{\pi}{2} - \theta \quad \dots\dots\dots(32)$$

전압의 대칭성분에서 다음식을 만족한다.

$$|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}| = \frac{2}{9} \sqrt{3} V_{1m} V_{2m} \sin \theta \quad \dots\dots\dots(33)$$

식(31), (32), (33)에 의해서 식(30)은 다음과 같다

$$\begin{aligned}i_1 &= \frac{2P}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \sin(\omega t + \theta_a) \\ &= \frac{3P}{\sqrt{3} V_{1m} V_{2m} \sin \theta} \sqrt{\frac{1}{3}} V_{2m} \sin(\omega t + \theta_a) \\ &= \frac{P}{V_{1m} \sin \theta} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2} - \theta\right) \dots\dots\dots(34)\end{aligned}$$

식(29b)의 i_2 또한 i_1 에서 구한 방법으로 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 i_2 &= \frac{2P |V_{\max}^+|}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \sin\left(\omega t + \theta_v^+ - \frac{2\pi}{3}\right) \\
 &\quad + \frac{2P |V_{\max}^-|}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \sin\left(\omega t + \theta_v^- + \pi + \frac{2\pi}{3}\right) \\
 &= \frac{2P}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \left\{ |V_{\max}^+| \sin\left(\omega t + \theta_v^+ - \frac{2\pi}{3}\right) \right. \\
 &\quad \left. + |V_{\max}^-| \sin\left(\omega t + \theta_v^- + \pi + \frac{2\pi}{3}\right) \right\} \\
 \vec{I}_2 &= \frac{2P}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \left(a^2 \vec{V}^+ - a \vec{V}^- \right) \dots\dots\dots(35)
 \end{aligned}$$

그림 9는 $a^2 \vec{V}^+ - a \vec{V}^-$ 를 나타내고, $\vec{B}$ 또한 전압의 대칭성분과 위상으로 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 a^2 \vec{V}^+ - a \vec{V}^- &= \vec{B} \\
 &= \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \sin(\omega t + \theta_B) \dots\dots\dots(36)
 \end{aligned}$$

$$\sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{\frac{1}{3}} V_{1m} \quad , \quad \theta_B = \frac{\pi}{2} \dots\dots\dots(37)$$

식(33), (36), (37)을 식(35) 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 i_2 &= \frac{2P}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \sin(\omega t - (\pi - \theta_b)) \\
 &= \frac{3P}{\sqrt{3}V_{1m}V_{2m} \sin \theta} \sqrt{\frac{1}{3}} V_{1m} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \\
 &= \frac{P}{V_{2m} \sin \theta} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \dots\dots\dots(38)
 \end{aligned}$$

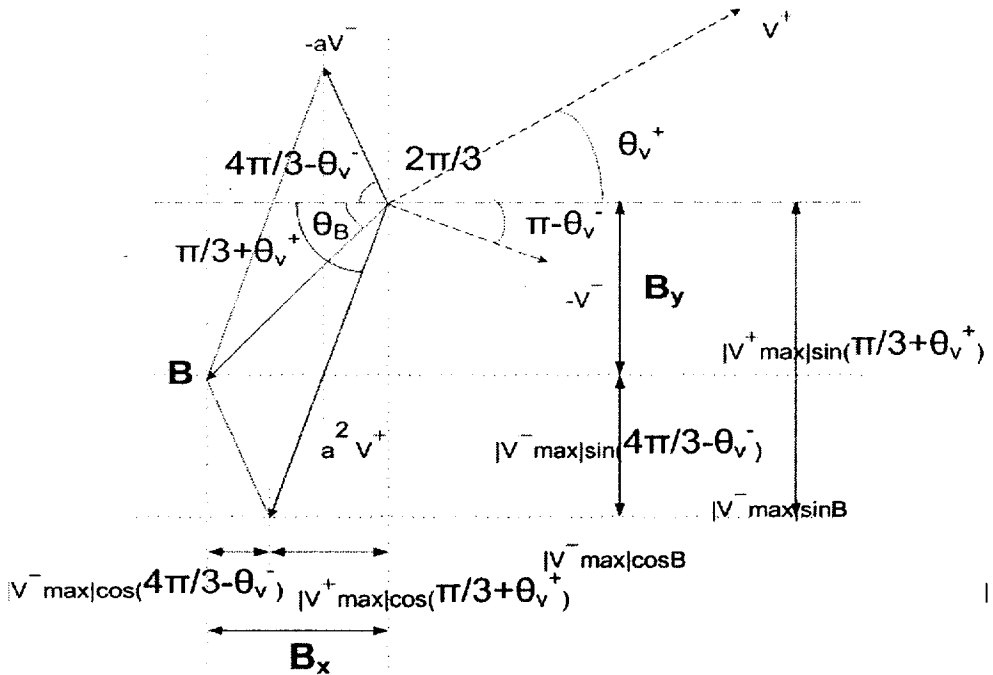


그림 9. Phasor representation of the $a^2\vec{V}^+ - a\vec{V}^-$

테이블 I 에 기준 전류를 유도하는 과정을 비교하였다. 결론적으로 대칭 좌표에서 구한 기준 전류 신호는 a-b-c 프레임에 근거하여 구한 기준 전류 신호와 같음을 알 수 있다.

대칭좌표에서 기준전류를 유도할 때 두 번의 좌표 변환 과정이 필요하므로 계산과정이 복잡하고, 제어기 구성 또한 복잡하여 비효율적이다.

a-b-c프레임에 근거하여 구한 해는 타당하며, 계산 과정이 간단하고 제어기 또한 유연하여 효율적이라 할 수 있다.

(Appendix B 참고)

Table. I 기준 전류 계산 과정 비교

a-b-c프레임에서 구한 기준전류 신호	대칭 좌표에서 구한 기준전류 신호
	평균전력 $P=5500$ $v_1 = V_{1m} \sin \omega t$ $v_2 = V_{2m} \sin(\omega t - \theta)$ 선간 전압으로부터 V_{1m}, V_{2m}, θ 측정
기준전류의 크기와 위상 $I_{1m} = \frac{P}{V_{1m} \sin \theta}$ $I_{2m} = \frac{P}{V_{2m} \sin \theta}$ $\phi = \phi_1 = \phi_2 = \frac{\pi}{2} - \theta$	전압의 대칭성분 $v^+ = V_{\max}^+ \sin(\omega t + \theta_v^+)$, $v^- = V_{\max}^- \sin(\omega t + \theta_v^-)$ $V_{\max}^+ = \frac{1}{3} \sqrt{V_{1m}^2 + V_{2m}^2 + 2V_{1m}V_{2m} \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \theta\right)}$ $V_{\max}^- = \frac{1}{3} \sqrt{V_{1m}^2 + V_{2m}^2 + 2V_{1m}V_{2m} \cos\left(-\frac{2\pi}{3} - \theta\right)}$ $\theta_v^+ = \arctan \left(\frac{V_{2m} \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \theta\right)}{V_{1m} + V_{2m} \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \theta\right)} \right)$ $\theta_v^- = \arctan \left(\frac{V_{2m} \sin\left(-\frac{2\pi}{3} - \theta\right)}{V_{1m} + V_{2m} \cos\left(-\frac{2\pi}{3} - \theta\right)} \right)$
	전류의 대칭성분 $i^+ = I_{\max}^+ \sin(\omega t + \theta_i^+)$, $i^- = I_{\max}^- \sin(\omega t + \theta_i^-)$ $I_{\max}^+ = \frac{2P V_{\max}^+ }{3(V_{\max}^+ ^2 - V_{\max}^- ^2)} \quad I_{\max}^- = \frac{2P V_{\max}^- }{3(V_{\max}^+ ^2 - V_{\max}^- ^2)}$ $\theta_i^+ = \theta_v^+ \quad , \quad \theta_i^- = \theta_v^- + \pi$
기준전류 $i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \phi_1)$ $i_1 = I_{2m} \sin(\omega t - \theta - \phi_2)$	기준 전류 $i_1 = I_{\max}^+ \sin(\omega t + \theta_i^+) + I_{\max}^- \sin(\omega t + \theta_i^-)$ $i_2 = I_{\max}^+ \sin\left(\omega t + \theta_i^+ - \frac{2\pi}{3}\right) + I_{\max}^- \sin\left(\omega t + \theta_i^- + \frac{2\pi}{3}\right)$

2.4 a-b-c프레임에서 PWM 제어 방법

3상 AC-DC 컨버터에 많은 PWM 제어 방법이 다음과 같은 목표를 위해 연구되고 있다.

- wide linear modulation range
- less switching loss
- less total harmonic distortion

테이블 II와 같이 PWM 제어방법은 크게 continuous PWM 과 discontinuous PWM 으로 나눌 수 있다. 그리고 PWM은 시간 영역과 공간 벡터 영역에서 각각 구현할 수 있다.

Table.II Comparison between two PWM realization

	Time domain realization	Space-domain realization
Continuous PWM	SPWM	Zero zero-aequence voltage
	HIPWM (3rd harmonic injection)	3rd harmonic zero sequence voltage
	HIPWM (median voltage addition)	Zero-sequence voltage of two equal zero-state voltage
Discontinuous PWM	OSPWM	Zero-sequence voltage of single zero-state

공간 벡터 PWM(SVPWM)은 중요한 PWM 제어방법 중 하나로, 스위칭 주기 동안 컨버터의 스위칭 상태를 미리 계산된 순서와 지속시간에 따라 전환해 주는 방식이다. 각 스위칭 주기마다 수치계산을 필요로 하고, d-q 프레임에서 구현되므로 다소 복잡하다.

정현파PWM(SPWM)은 대부분의 산업 현장에서 널리 사용되는 PWM 방식으로 반송파인 삼각파와, 기준신호인 정현파를 비교하여 스위칭 신호를 생성하고, 스위칭 주파수는 반송파와 같은 주파수로 일정하다.

동작은 선형 모드와 비선형 모드로 나눌 수 있는데, 변조 신호의 피크치가 반송파 피크치보다 작거나 같을 때 선형 모드라 하고, 클 때는 비선형 모드라 하며, 과변조가 발생한다. 비선형 변조는 선형 변조일 때 보다 스위칭 손실을 줄일 수 있어 더 큰 출력 전압을 얻을 수 있지만, 비선형적인 제어특성 때문에 고조파성분이 포함되어 파형이 나빠지는 단점이 있다.

SPWM은 보통 a-b-c 프레임에서 구현되고, 비대칭 3상 시스템에 적용할 수 있다. 가상 중선점은 DC 전압의 중점이다. 컨버터의 leg 마다 DC전압의 중점에 따라 상전압이 발생한다.

고조파를 줄이기 위해 비선형 변조신호를 많이 사용하는데 어떤 비선형 변조신호라도 가상 중선점의 합은 0이다. 일반적으로 3rd harmonic injection(HIPWM)을 많이 사용한다. 변조 지수가 높을 때 SPWM에 비해 고조파 특성이 좋으며 높은 선간 전압을 가진다. 하지만, 컨버터 쪽의 가상 중선점과 DC 전압의 중점은 같지 않으므로 3rd harmonic 전압은 생성하기가 어렵다.

zero-sequence , zero-vector , common-mode voltage라 불리는 v_z 는 출력 선간 전압에는 영향을 미치지 않고, 입력 전압으로부터 구할 수 있기 때문에 3rd harmonic 전압보다 생성하기가 쉽다.

벡터 공간 영역에서 zero-sequence voltage of two equal zero-state periods을 이용하여 구현한 SVPWM은 시간영역에서 가상 중선점과 선 전압 사이에 중간 값만을 더하는 HIPWM(median voltage addition)과 같다.[25] 이 방법은 그림 10에서와 같이 $t_0 = t_3$ 인 PWM 출력 파형만 얻으면 된다. zero sequence 전압은 다음과 같다.

$$v_z = \frac{1}{2} \text{median}(v_a^*, v_b^*, v_c^*) \dots\dots\dots(39)$$

여기서 “median”은 주어진 변수 값 사이에서 중간 값을 선택하는 함수이다. 이 PWM 방법은 간단하게 비대칭 전압에서도 사용할 수 있다.

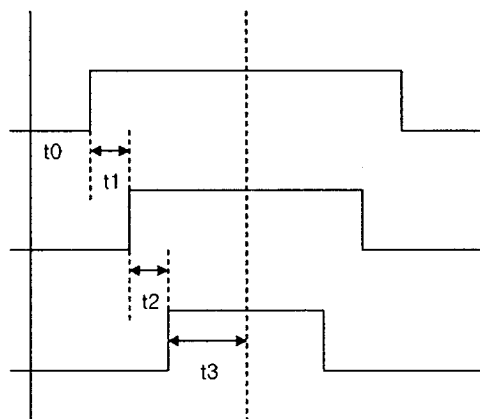
최근 AC-DC 컨버터에 discontinuous PWM(DPWM) 방법이 널리 사용되고 있다. 선 전류가 최대값 근처일 때, 스위칭을 하지 않기 때문에 스위칭 손실이 크게 줄어들기 때문이다.[26-29]

벡터 공간 영역에서 single zero-sequence voltage을 이용하여 구현한 SVPWM은 시간영역에서 OSPWM(Optimal SPWM)과 같다.[25] DPWM은 보통 d-q 변환하여 실행되지만, a-b-c프레임에서도 쉽게 구현할 수 있다. DPWM 또는 SVPWM은 다음과 같은 zero-sequence 전압으로 시간 영역에서 구현될 수 있다.

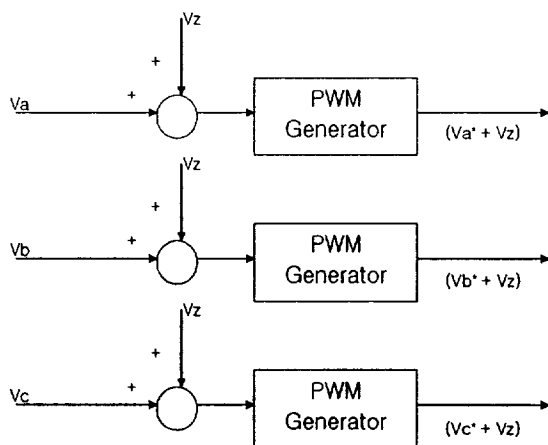
$$v_z = \frac{1}{2} V_{DC} \cdot \text{sgn}(\text{extr}(v_a^*, v_b^*, v_c^*)) - (\text{extr}(v_a^*, v_b^*, v_c^*)) \dots\dots\dots(40)$$

여기서 “sgn”은 편각이 양일 때 1의 값을 가지고 음일 때 -1을 가지는 signum 함수이고, “extr”은 주어진 변수 값 사이에서 가장 큰 값을 선택하는 함수이다. 이 방법 또한 간단하게 비대칭 전압에서 사용될 수 있다.

따라서, 대부분의 PWM 방법은 a-b-c 프레임에서 쉽게 수행될 수 있고, 이러한 접근은 앞서 기술한 전류 제어에 사용할 수 있다.



(a)



(b)

그림 10. PWM generation

(a) generic PWM waveforms, and (b) generalized PWM blocks.

III. 시뮬레이션 및 실험결과

비대칭 전압을 얻기 위하여 전원 측 a 선을 실제 중성점에 단락시켜 V_{ab} , V_{ca} 는 139[V], V_{bc} 는 240[V]로 만들어 불평형률이 39.5[%]가 되었다.

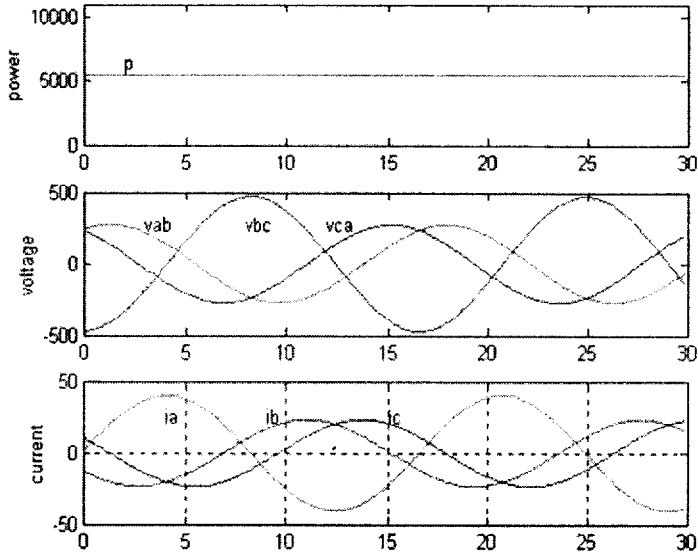
테이블III은 시뮬레이션 조건을 나타내고, 그림 11은 일정 순시전력 제어전략에 따른 시뮬레이션 결과를 보여준다. middle trace는 선간 전압, bottom trace는 선 전류, upper trace는 변환기(컨버터)로 이동되는 전력이다. 평균 전력은 5.5kW이다. 일정 순시전력 제어전략의 결과로 순시전력이 일정하고, 정현파 입력 전류를 만들어냄을 알 수 있다.

그림 12는 실험 구성을 보여준다. 모든 제어기는 Texas Instrument사의 TMS320F2812로 구현하였다. PWM을 만들기 위하여 다양한 방법이 제안되었지만, 본 논문에서는 Dead Band가 지원되며 3상의 PWM 출력 기능이 내장되어 있는 DSP를 사용하였다.[33-35]

그림 13은 실험결과를 보여준다. 일정 순시전력 제어전략은 a-b-c 프레임에서 구현 될 수 있고, d-q 프레임에서의 제어 보다 손쉽고 유연하다고 할 수 있다.

TableⅢ. 시뮬레이션 조건

V a b	V b c	V c a	불 평 형 (%)
139	240	139	39.5



S= 9165 VA
V= 249.2 V
I= 36.78 A

그림 11. 시뮬레이션 결과

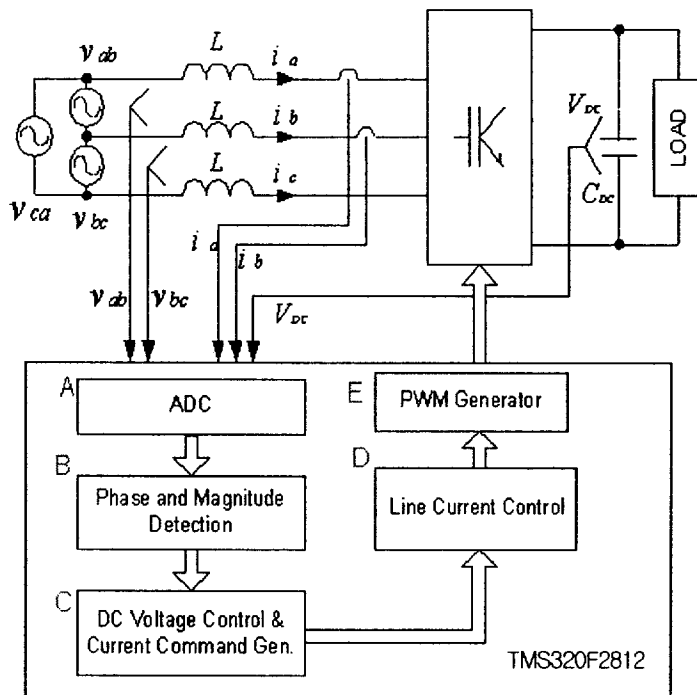
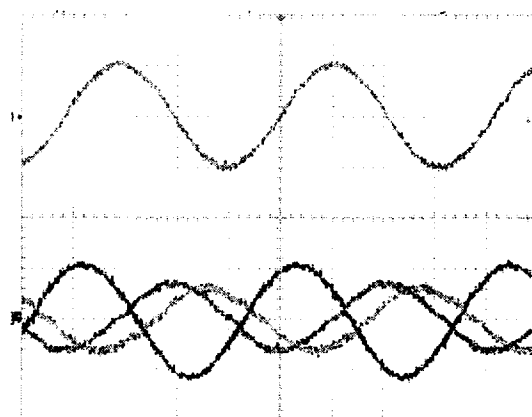


그림 12. 실험 구성



Vab ——— ia ——— ib ——— ic

그림 13. 실험결과

IV. 결론

입력전압이 비대칭 3상 AC-DC 컨버터에 적용할 수 있는 제어전략 중 일정 순시전력 제어전략은 일정한 순시전력과 정현파 입력전류를 제공한다. Decoupling된 전류 제어기 또는 PWM을 포함한 모든 제어 함수들은 a-b-c프레임에서 구현하였고, 이것은 d-q프레임에서 구현한 것 보다 간단하고 유연하다는 것을 알 수 있다. 보통 비대칭 전원 하에서 대칭 좌표를 이용하여 비대칭 입력 전압을 분석하고, 일정한 순시 전력을 얻을 수 있는 전류의 대칭성분을 구한 후, a-b-c프레임으로 변환하여 전류 지령을 만드는 것과 비교해보면, a-b-c 프레임에서 구한 기준 전류는 대칭좌표에서의 것과 같고, 계산상 복잡하지 않으며 구현하기가 간단하다는 장점을 가진다.

제안한 제어전략은 15kHz로 동작하는 prototype으로 입증하였다. 본 논문에서 제안한 제어전략은 간단하고 유연하여 AC-DC 변환기의 성능을 향상시킬 것으로 기대된다.

참고 문헌

- [1] P.N. Enjeti, P.D. Ziogas and M. Ehsani, "Unbalanced PWM Converter Analysis and Corrective Measures," in Proc, IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, 1989, pp.861-870.
- [2] MH Rashid and A.I. Maswood, 'Analysis of Three-Phase AC-DC Converters under Unbalanced Supply Conditions,"IEEE Trans.Industry Applications, Vol.24, No. 3, pp.449-455, 1988.
- [3] P.N. Enjeti and P.D. Ziogas, "Analysis of a Static Converter under Unbalance: A Novel Approach, " IEEE Trans. Industrial Electronics, Vol. 37, No. 1, pp.91-93, 1990.
- [4] C.T. Pan and J.J. Shieh "A Family of Closed-Form Duty Cycle Control Laws for Three-Phase Boost AC/DC Converter", IEEE Trans. Industrial Electronics, Vol. 45, No. 4, pp.530-543, 1998.
- [5] H.S. Song and K.H. Nam, "Dual Current Control Scheme for PWM Converter Under Unbalanced Input Voltage Conditions," IEEE Trans. Industrial Electronics, Vol. 46, No. 5, pp.953-959, 1999.
- [6] G.Saccomando and J.Svensson, "Transient Operation of Grid-connected Voltage Source Converter under Unbalanced Voltage Condition," in Proc, IEEE IAS Annual Meeting, 2001, pp.2419-2424.
- [7] J.K. Kang S.K. Sul, "Control of Unbalanced Boltage PWM Converter Using Instantaneous Ripple Power Feedback," in Proc. IEEE Power Electronics Specialist Conference, 1997, pp.503-508.
- [8] K.S. Park, S.C. Ahn, D.S. Hyun and S.Y. Choe, "New Control Scheme for

- 3-phase PWM AC/DC Converter under Unbalanced Input Voltage Conditions," in Proc. IEEE Applied Power Electronics Conference, 2000, pp.501-505.
- [9] D. Vincenti and H. Jin, "A Generalized Approach for Input Unbalance Correction in Ploy-phase PWM Converters," in Proc. IEEE IECON,95, pp.365-369.
- [10] H.Akagi, Y.Kanazawa and A. Nabae "Instantaneous Reactive Power Compensators Comprising Switching Devices without Energy Storage Components," IEEE Trans. Industry Applications, Vol. 20. No. 3, pp.625-630,1984.
- [11] P.N. Enjeti and S.A. Choudhury, "A New Control Strategy to Improve the performance of a PWM AC to DC Converter Under Unbalanced Operating Conditions," IEEE Trans. Power Electronics, Vol. 8, No. 4, pp.493-500, 1993.
- [12] A.V. Stankovic and T.A. Lipo, "A Novel Control Method for Input Output Harmonic Elimination of the PWM Boost Type Rectifier Under Unbalanced Operating Conditions,"IEEE TransPowerElectronics, Vol. 16, No. 5, pp.603-611, 2001.
- [13] A.V. Stankovic and T.A. Lipo, "A Generaliaed Control Method for the PWM Boost Rectifier Under Simultaneous Unbalanced Input Voltage and Impedances," in Proc. IEEE Power Electronics Specialist Conference, 2001, pp.309-1314.
- [14] W. Mc. Murray, "Modulation of the Chopping Frequency in DC Choppers and PWM Inverters Having Current-Hysteresis Controllers," IEEE Trans. Industry Applications, Vol. 20, No. 4, pp.763-768, 1984.

- [15] M. P. Kazmierkowski and M.A. Dzieaniakowski, "Review of Current Regulation Techniques for Three-Phase PWM Inverters," in Proc. IEEE Industrial Electronics, Control and Instrumentation Conference, 1994, pp.567-575.
- [16] G.W. Chang and S.K. Chen, "An a-b-c Reference Frame-Based Control Strategy for the Three-Phase Four-Wire Shunt Active Power Filter," in Proc. IEEE Harmonics and Quality of Power, 2000, pp.26-29.
- [17] V.G. Agelidis, P.D. Ziogas and G. Joos, "Dead-Band PWM Switching Patterns," IEEE Trans. Power Electronics, Vol. 11, No. 4, pp.522-531, 1996.
- [18] D. Vincenti and H. Jin, "A Three-Phase Regulated PWM Rectifier With On-Line Feedforward Input Unbalance Correction," IEEE Tran. Industrial Electronics, Vol. 41, No. 5, pp.526-532, 1994.
- [19] S.R. Bowes and R.R. Clements, "Computer-Aided Design of PWM Inverter Systems," IEE Proc. Vol. 129, pt. B, No. 1, pp.1-17, 1982.
- [20] J.A. Houldsworth and D.A. Grant, "The use of Harmonic Distortion to Increase the Output Voltage of a Three-Phase PWM Inverter," IEEE Trans. Industry Application, Vol. 20, No. 5, pp.1224-1228, 1984.
- [21] J. Holtz, P. Lammert and W. Lotzkat, "High-Speed Drive System with Ultrasonic MOSFET-PWM and Single-Chip-Microprocessor Control," in Proc. IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, 1986, pp. 12-17.
- [22] H.W. Broeck, H.C. Skudelny and G.V. Stanke, "Analysis and Realization of a Pulsewidth Modulator on Voltage Space Vectors," IEEE Trans. Industry Applications, Vol. 24, No. 1, pp.142-150, 1988.

- [23] F. Jenni and D. Wueest, "The Optimization Parameters of Space Vector Modulation," EPE conference, 1993, pp.376-381.
- [24] J. Holtz, "Pulsewidth Modulation-A Survey," IEEE Tran. Industrial Electronics, Vol. 39, No. 5, pp.410-420, 1992.
- [25] K.Zhou and D. Wang, "Relationship Between Space-Vector Modulation and Three-Phase Carrier-Based PWM: A Comprehensive Analysis," IEEE Tran. Industrial Electronics, Vol. 49, No. 1, pp.186-196, 2002.
- [26] D.W. Chung, J.S. Kim and S.K. Sul, "Unified Voltage Modulation Technique for Real-Time Three-Phase Power Conversion," IEEE Tran. Industry Applications, Vol. 34, No. 2, pp.374-380, 1998.
- [27] R.C. Panaitescu and N. Mohan, "A simple Space-Vector PWM Algorithm for VSI-fed AC Motor Drives," in Proc. IEEE Applied Power Electronics Conference, 2002, pp.72-75.
- [28] S. Ogasawara, H. Akagi and A. Nabae, "A Novel PWM Scheme of Voltage Inverters Based on Space Vector Theory," in Proc. EPE Conference, 1989, pp.1197-1202.
- [29] H. van der Broeck, "Analysis of the Harmonics in Voltage Fed Inverter Drives Caused by PWM Scheme with Discontinuous Switching Operation," in Proc. EPE Conference, 1991, Vol. 3, pp.261-266.
- [30] A.M. Trzynadlowski, and S. Legowski, "Minimum Loss Vector PWM strategy for Three-Phase Inverters," IEEE Trans. Power Electronics, Vol. 9, No. 1, pp.26-34, 1994.
- [31] D.W. Chung and S.K. Sul, "Minimum Loss PWM Strategy for 3-Phase PWM Rectifier," in Proc. IEEE Power Electronics Specialist Conference, 1997, pp.1020-1026.

- [32] D.R. Alexander and S. M. Williams, "An Optimal PWM Algorithm Implementation in a High Performance 125 KVA Inverter," in Proc. IEEE Applied Power Electronics Conference, 1993, pp.771-777.
- [33] S. L. Jung, H.S. Huang and Y.Y. Tzou, "A Three-Phase PWM AC-DC Converter with Low Switching Frequency and High Power Factor Using DSP-Based Repetitive Control Technique," in Proc. IEEE Power Electronics Specialist Conference, 1998, pp.517-523.
- [34] S. Chen and G. Joos, "Symmetrical SVPWM Pattern Generator Using Field Programmable Gate Array Implementation," in Proc. IEEE Applied Power Electronics Conference, 2002, pp.1004-1010.
- [35] W. Wu, Y. Zheng, L. Wang and X. Sun, "A Novel Indirect Current Controlled Realization for the Three-Phase Voltage Source Reversible Converter," in Proc. Power Electronics and Motion Control Conference, 2000, pp.985-989.

APPENDIX

A. 대칭 좌표에서 기준 전류 생성

그림 A.1과 같은 PWM 정류기는 대칭 좌표 이론을 이용하여 입력 전류와 직류 링크 전압에서의 2고조파를 제거할 수 있으며, 이론적인 근거는 다음과 같다.

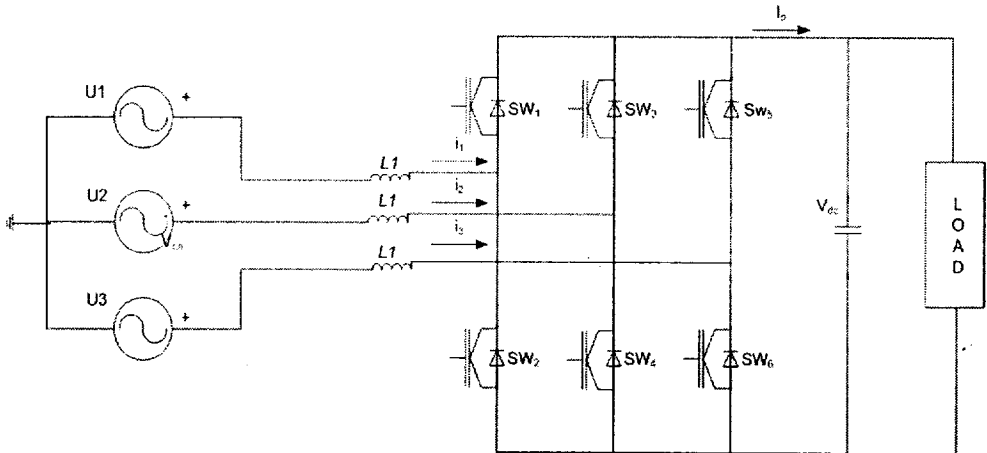


그림 A.1. PWM boost type rectifier

스위칭 함수는,

$$\begin{pmatrix} SW_1 \\ SW_2 \\ SW_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ S^+ \\ S^- \end{pmatrix} \dots\dots\dots(A.1)$$

입력 전류는

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ I^+ \\ I^- \end{pmatrix} \dots\dots\dots(A.2)$$

출력 전류는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_o &= SW_1 I_1 + SW_2 I_2 + SW_3 I_3 \\ &= (S^+ + S^-)(I^+ + I^-) + (a^2 S^+ + a S^-)(a^2 I^+ + a I^-) \\ &\quad + (a S^+ + a^2 S^-)(a I^+ + a^2 I^-) \\ &= 3S^+ I^- + 3S^- I^+ \dots\dots\dots(A.3) \end{aligned}$$

시간영역에서 출력 전류는

$$\begin{aligned} I_o(t) &= 3\text{real}\left\{ S^+ | e^{j\omega t} e^{j\theta_s^+} \right\} \text{real}\left\{ I^- | e^{j\omega t} e^{j\theta_i^-} \right\} \\ &\quad + 3\text{real}\left\{ S^- | e^{j\omega t} e^{j\theta_s^-} \right\} \text{real}\left\{ I^+ | e^{j\omega t} e^{j\theta_i^+} \right\} \dots\dots\dots(A.4) \end{aligned}$$

삼각함수 공식을 이용하면, 식(A.4)는 다음과 같다.

$$I_o(t) = \frac{3}{2} |S^+ \parallel I^-| \left(\cos(2\omega t + \theta_s^+ + \theta_i^-) + \cos(\theta_s^+ - \theta_i^-) \right) \\ + \frac{3}{2} |S^- \parallel I^+| \left(\cos(2\omega t + \theta_s^- + \theta_i^+) + \cos(\theta_s^- - \theta_i^+) \right) \dots\dots\dots(A.5)$$

다음 조건을 만족하면 출력 전류에 2고조파가 제거된다.

$$|S^+ \parallel I^-| = |S^- \parallel I^+|, \quad \theta_s^- + \theta_i^+ = \pi + \theta_s^+ + \theta_i^- \dots\dots\dots(A.6)$$

S^+, S^- : 스위칭 함수의 대칭성분

I^+, I^- : 입력 전류의 대칭성분

각 상의 비대칭 입력 전원과 정류기 입력 전원은 그림 2와 같은 등가 회로로 나타낼 수 있고, 다음 식을 만족한다.

$$ZI^+ = U^+ + V^+ \dots\dots\dots(A.7a)$$

$$ZI^- = U^- + V^- \dots\dots\dots(A.7b)$$

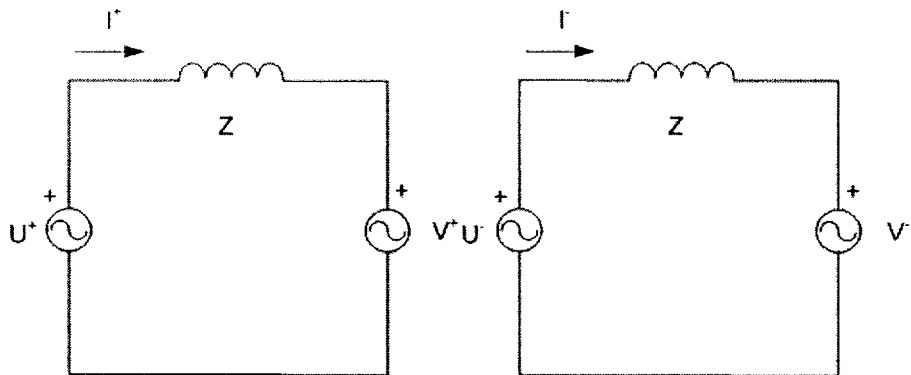


그림 A.2. Per-phase positive and negative sequence equivalent circuit

정류기 입력 전원은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V^+ = V_{dc} S^+ / 2\sqrt{2} \dots\dots\dots(A.8a)$$

$$V^- = V_{dc} S^- / 2\sqrt{2} \dots\dots\dots(A.8b)$$

U^+, U^- : 입력 전원의 대칭 성분

V^+, V^- : 정류기 입력 전원의 대칭 성분

V_{dc} : 출력 직류 전압

평균 전력은 다음과 같다.

$$P = \text{real}(3U^+I^+ + 3U^-I^-) \dots\dots\dots(A.9)$$

식(A.6)-(A.9) 조합하면 고조파를 제거하는 해결책은 다음과 같다.

$$\frac{|S^+|}{|S^-|} = \frac{|I^+|}{|I^-|}, \quad \theta_u^- - \theta_s^- = \theta_s^+ - \theta_u^+ \quad \dots\dots\dots(A.10a)$$

$$S^+ = \frac{2\sqrt{2}}{V_{dc}} \cos(\theta_u^+ - \theta_s^+) \quad \dots\dots\dots(A.10b)$$

$$\sin 2(\theta_u^+ - \theta_s^+) = \frac{2PZ}{3(|U^{+2}| - |U^{-2}|)} \quad \dots\dots\dots(A.10c)$$

식(A.6),(A.10)의 관계는 입력 전원과 입력 전류의 크기와 위상으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{|U^+|}{|U^-|} = \frac{|I^+|}{|I^-|}, \quad \theta_u^+ - \theta_i^+ = \theta_i^- - \theta_u^- - \pi \quad \dots\dots\dots(A.11)$$

그림 A.3은 고조파 제거를 위한 해결책을 Phasor로 나타낸다.

시스템은 손실이 없다고 가정하면 입·출력 평균전력은 같아야 되고 다음과 같다.

$$P = V_{dc} I_{dc} 3|U^+||I^+|\cos(\theta_u^+ - \theta_i^+) + 3|U^-||I^-|\cos(\theta_u^- - \theta_i^-) \quad \dots\dots\dots(A.12)$$

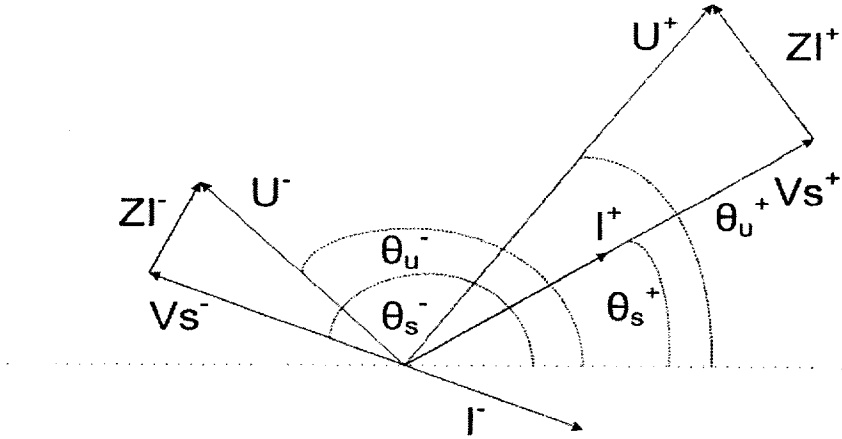


그림 A.3. Phasor representation of the proposed solution
for harmonic elimination

출력 직류 전압은 전류의 대칭성분의 크기에 비례하므로,

$$|I^+| = K_p |U^+| (V_{ref} - V_{dc}) \dots\dots\dots (A.13a)$$

$$|I^-| = K_p |U^-| (V_{ref} - V_{dc}) \dots\dots\dots (A.13b)$$

그림 A.2에서 다음 식을 유도할 수 있다.

$$\sin(\theta_u^+ - \theta_i^+) = \frac{Z |I^+|}{|U^+|} \dots\dots\dots (A.14a)$$

$$\sin(\theta_i^- - \pi - \theta_u^-) = \frac{Z |I^-|}{|U^-|} \dots\dots\dots (A.14b)$$

식(A.13)을 (A.14)에 대입하면

$$\begin{aligned}\sin(\theta_u^+ - \theta_i^+) &= \frac{ZK_p |U^+| (V_{ref} - V_{dc})}{|U^+|} \\ &= ZK_p (V_{ref} - V_{dc}) = K_{p1} (V_{ref} - V_{dc}) \quad \dots\dots\dots(A.15a)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin(\theta_i^i - \pi - \theta_u^-) &= \frac{ZK_p |U^-| (V_{ref} - V_{dc})}{|U^-|} \\ &= ZK_p (V_{ref} - V_{dc}) = K_{p1} (V_{ref} - V_{dc}) \quad \dots\dots\dots(A.15b)\end{aligned}$$

고 역률의 정류기는 입력 인덕터의 크기가 작아야 되므로, 식(A.15)은 테일러 급수를 이용하여 간략화 되어 위상을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}\sin(\theta_u^+ - \theta_i^+) &\approx (\theta_u^+ - \theta_i^+) = K_{p1} (V_{ref} - V_{dc}) \\ \theta_i^+ &= \theta_u^+ - K_{p1} (V_{ref} - V_{dc}) \quad \dots\dots\dots(A.16a)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin(\theta_i^i - \pi - \theta_u^-) &\approx (\theta_i^i - \pi - \theta_u^-) = K_{p1} (V_{ref} - V_{dc}) \\ \theta_i^- &= \theta_u^- + \pi - K_{p1} (V_{ref} - V_{dc}) \quad \dots\dots\dots(A.16b)\end{aligned}$$

식(A.13), (A.16)을 이용하여 a-b-c 프레임으로 변환하면 다음과 같은 기준 전류를 얻을 수 있다.

$$i_1 = |I_{\max}^+| \sin(\omega t + \theta_i^+) + |I_{\max}^-| \sin(\omega t + \theta_i^-) \dots\dots\dots(A.17a)$$

$$i_2 = |I_{\max}^+| \sin\left(\omega t + \theta_i^+ - \frac{2\pi}{3}\right) + |I_{\max}^-| \sin\left(\omega t + \theta_i^- + \frac{2\pi}{3}\right) \dots\dots\dots(A.17b)$$

$$i_2 = |I_{\max}^+| \sin\left(\omega t + \theta_i^+ + \frac{2\pi}{3}\right) + |I_{\max}^-| \sin\left(\omega t + \theta_i^- - \frac{2\pi}{3}\right) \dots\dots\dots(A.17c)$$

B. 기준 전류 유도 과정

전압의 대칭 성분은 영상 전압을 0으로 하기 위해 가상 중선점에 대한 선 전압으로 구하고, 가상 중선점에 대한 선 전압은 선간 전압으로 나타낼 수 있으므로 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \vec{V}^0 \\ \vec{V}^+ \\ \vec{V}^- \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{V}_{sa} \\ \vec{V}_{sb} \\ \vec{V}_{sc} \end{pmatrix} \dots\dots\dots(B.1)$$

영상 전압은,

$$\vec{V}^0 = \frac{1}{3} (\vec{V}_{sa} + \vec{V}_{sb} + \vec{V}_{sc}) = 0 \dots\dots\dots(B.2a)$$

정상 전압은,

$$\begin{aligned}
 \vec{V}^+ &= \frac{1}{3} \left(\vec{V}_{sa} + a \vec{V}_{sb} + a^2 \vec{V}_{sc} \right) \\
 &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} (\vec{V}_1 - \vec{V}_3) + \frac{1}{3} a (\vec{V}_2 + \vec{V}_3) - \frac{1}{3} a^2 (\vec{V}_1 + \vec{V}_2) \right) \\
 &= \frac{1}{9} \left((\vec{V}_1 - a^2 \vec{V}_1) + (a \vec{V}_2 - a^2 \vec{V}_2) + (a \vec{V}_3 - \vec{V}_3) \right) \\
 &= \frac{1}{9} \left((\vec{V}_1 - a^2 \vec{V}_1) + (a \vec{V}_2 - a^2 \vec{V}_2) + a (\vec{V}_2 - \vec{V}_1) - (\vec{V}_2 - \vec{V}_1) \right) \\
 &= \frac{1}{9} \left((\vec{V}_1 + \vec{V}_1 - a^2 \vec{V}_1 - a \vec{V}_1) + (a \vec{V}_2 + a \vec{V}_2 - a^2 \vec{V}_2 - \vec{V}_2) \right) \\
 &= \frac{1}{9} (3\vec{V}_1 + 3a \vec{V}_2) \\
 &= \frac{1}{3} (\vec{V}_1 + a \vec{V}_2) \dots\dots\dots(B.2b)
 \end{aligned}$$

역상 전압은,

$$\begin{aligned}
 \vec{V}^- &= \frac{1}{3} \left(\vec{V}_{sa} + a^2 \vec{V}_{sb} + a \vec{V}_{sc} \right) \\
 &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} (\vec{V}_1 - \vec{V}_3) + \frac{1}{3} a^2 (\vec{V}_2 + \vec{V}_3) - \frac{1}{3} a (\vec{V}_1 + \vec{V}_2) \right) \\
 &= \frac{1}{9} \left((\vec{V}_1 - a \vec{V}_1) + (a^2 \vec{V}_2 - a \vec{V}_2) + (a^2 \vec{V}_3 - \vec{V}_3) \right) \\
 &= \frac{1}{9} \left((\vec{V}_1 - a \vec{V}_1) + (a^2 \vec{V}_2 - a \vec{V}_2) + a^2 (\vec{V}_2 - \vec{V}_1) - (\vec{V}_2 - \vec{V}_1) \right) \\
 &= \frac{1}{9} \left((\vec{V}_1 + \vec{V}_1 - a^2 \vec{V}_1 - a \vec{V}_1) + (a^2 \vec{V}_2 + a^2 \vec{V}_2 - a \vec{V}_2 - \vec{V}_2) \right) \\
 &= \frac{1}{9} (3 \vec{V}_1 + 3 a^2 \vec{V}_2) \\
 &= \frac{1}{3} (\vec{V}_1 + a^2 \vec{V}_2) \dots\dots\dots (B.2c)
 \end{aligned}$$

정상 전압의 순시값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 v^+ &= \frac{1}{3} \left(V_{1m} \sin \omega t + V_{2m} \sin \left(\omega t - \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right) \\
 &= \frac{1}{3} (V_{1m} \sin \omega t + V_{2m} \sin (\omega t + Z_1)) \\
 &= \frac{1}{3} (V_{1m} \sin \omega t + V_{2m} (\sin \omega t \cos Z_1 + \cos \omega t \sin Z_1)) \\
 &= \frac{1}{3} ((V_{1m} + V_{2m} \cos Z_1) \sin \omega t + V_{2m} \sin Z_1 \cos \omega t) \\
 &= \frac{1}{3} \sqrt{X_1^2 + Y_1^2} \left(\frac{X_1}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2}} \sin \omega t + \frac{Y_1}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2}} \cos \omega t \right) \\
 &= \frac{1}{3} \sqrt{X_1^2 + Y_1^2} (\cos \theta_v^+ \sin \omega t + \sin \theta_v^+ \cos \omega t) \\
 &= \frac{1}{3} \sqrt{X_1^2 + Y_1^2} \sin(\omega t + \theta_v^+) \dots\dots\dots(B.3)
 \end{aligned}$$

여기서,

$$X_1 = V_{1m} + V_{2m} \cos \theta_v^+, \quad Y_1 = V_{2m} \sin \theta_v^+, \quad Z_1 = -\theta + \frac{2\pi}{3} \dots\dots\dots(B.4)$$

$$|V_{\max}^+| = \frac{1}{3} \sqrt{X_1^2 + Y_1^2} = \frac{1}{3} \sqrt{V_{1m}^2 + V_{2m}^2 + 2V_{1m} V_{2m} \cos \left(\frac{2\pi}{3} - \theta \right)} \quad \dots(B.5a)$$

$$\theta_v^+ = \arctan\left(\frac{Y_1}{X_1}\right) = \arctan\left(\frac{V_{2m} \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \theta\right)}{V_{1m} + V_{2m} \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \theta\right)}\right) \quad \dots(B.5b)$$

정상 전압의 크기와 위상은 식(B.5)와 같고, 순시값은 다음과 같다.

$$v^+ = \frac{1}{3} \sqrt{V_{1m}^2 + V_{2m}^2 + 2V_{1m} V_{2m} \cos \left(\frac{2\pi}{3} - \theta \right)} \sin(\omega t + \theta_v^+) \quad \dots(B.6)$$

정상 전압에서와 같은 방법으로 역상 전압의 순시값은,

$$\begin{aligned}
 v^- &= \frac{1}{3} \left(V_{1m} \sin \omega t + V_{2m} \sin \left(\omega t - \theta - \frac{2\pi}{3} \right) \right) \\
 &= \frac{1}{3} (V_{1m} \sin \omega t + V_{2m} \sin (\omega t + Z_2)) \\
 &= \frac{1}{3} (V_{1m} \sin \omega t + V_{2m} (\sin \omega t \cos Z_2 + \cos \omega t \sin Z_2)) \\
 &= \frac{1}{3} ((V_{1m} + V_{2m} \cos Z_2) \sin \omega t + V_{2m} \sin Z_2 \cos \omega t) \\
 &= \frac{1}{3} \sqrt{X_2^2 + Y_2^2} \left(\frac{X_2}{\sqrt{X_2^2 + Y_2^2}} \sin \omega t + \frac{Y_2}{\sqrt{X_2^2 + Y_2^2}} \cos \omega t \right) \\
 &= \frac{1}{3} \sqrt{X_2^2 + Y_2^2} (\cos \theta_v^- \sin \omega t + \sin \theta_v^- \cos \omega t) \\
 &= \frac{1}{3} \sqrt{X_2^2 + Y_2^2} \sin(\omega t + \theta_v^-) \dots\dots\dots (B.7)
 \end{aligned}$$

여기서,

$$X_2 = V_{1m} + V_{2m} \cos \left(-\frac{2\pi}{3} - \theta \right), Y_2 = V_{2m} \sin \left(-\frac{2\pi}{3} - \theta \right), Z_2 = -\theta - \frac{2\pi}{3} \quad (B.8)$$

$$|V_{\max}^-| = \frac{1}{3} \sqrt{X_2^2 + Y_2^2} = \frac{1}{3} \sqrt{V_{1m}^2 + V_{2m}^2 + 2V_{1m}V_{2m} \cos \left(-\frac{2\pi}{3} - \theta \right)} \dots(B.9a)$$

$$\theta_v^- = \arctan\left(\frac{Y_2}{X_2}\right) = \arctan\left(\frac{V_{2m} \sin\left(-\frac{2\pi}{3} - \theta\right)}{V_{1m} + V_{2m} \cos\left(-\frac{2\pi}{3} - \theta\right)}\right) \dots\dots\dots(B.9b)$$

역상 전압의 크기와 위상은 식(B.9)와 같고, 순시값은 다음과 같다.

$$v^- = \frac{1}{3} \sqrt{V_{1m}^2 + V_{2m}^2 + 2V_{1m}V_{2m} \cos \left(-\frac{2\pi}{3} - \theta \right)} \sin(\omega t + \theta_v^-) \dots\dots(B.10)$$

3상 3선식이므로 전류는 다음 식을 만족하고, 영상 전류는 0이다.

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \dots\dots\dots(B.11)$$

$$\vec{I}^0 = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = 0 \dots\dots\dots(B.12)$$

정상 전류와 역상 전류를 식(B.13)이라 가정한다.

$$i^+ = I_{\max}^+ \sin(\omega t + \theta_i^+), \quad i^- = I_{\max}^- \sin(\omega t + \theta_i^-) \dots\dots\dots(B.13)$$

전압 및 전류의 대칭성분을 이용하여 평균 전력을 구하면,

$$p = 3v^+i^+ + 3v^-i^- \dots\dots\dots(B.14)$$

대칭성분을 식(14)에 대입하면 평균 전력은,

$$\begin{aligned} P &= \frac{3}{2} (|V_{\max}^+| |I_{\max}^+| - |V_{\max}^-| |I_{\max}^-|) \\ &= \frac{3}{2} \left(|V_{\max}^+| |I_{\max}^+| - |V_{\max}^-| \frac{|V_{\max}^-|}{|V_{\max}^+|} |I_{\max}^+| \right) \\ &= \frac{3}{2} |I_{\max}^+| \left(|V_{\max}^+| - \frac{|V_{\max}^{-2}|}{|V_{\max}^+|} \right) \dots\dots\dots(B.15) \end{aligned}$$

따라서, 전류의 크기는 식(B.16)과 같이 구할 수 있다.

$$|I_{\max}^+| = \frac{2P|V_{\max}^+|}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \dots\dots\dots(B.16a)$$

$$|I_{\max}^-| = \frac{2P|V_{\max}^-|}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \dots\dots\dots(B.16b)$$

$$\theta_i^+ = \theta_v^+ , \quad \theta_i^- = \theta_v^- + \pi \dots\dots\dots(B.16c)$$

정상 전류와 역상 전류의 위상과 크기를 구했고, 이것을 다시 a-b-c 프레임으로 변환해야 하므로, 대칭 좌표법을 이용하여 선 전류를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \overrightarrow{I_1} \\ \overrightarrow{I_2} \\ \overrightarrow{I_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \overrightarrow{I^+} \\ \overrightarrow{I^-} \end{pmatrix} \dots\dots\dots(B.17)$$

$$\overrightarrow{I_1} = \overrightarrow{I^+} + \overrightarrow{I^-} \dots\dots\dots(B.18a)$$

$$\overrightarrow{I_2} = a^2 \overrightarrow{I^+} + a \overrightarrow{I^-} \dots\dots\dots(B.18b)$$

식(B.18)을 순시값으로 표현하면,

$$i_1 = |I_{\max}^+| \sin(\omega t + \theta_i^+) + |I_{\max}^-| \sin(\omega t + \theta_i^-) \dots\dots\dots(B.19a)$$

$$i_2 = |I_{\max}^+| \sin\left(\omega t + \theta_i^+ - \frac{2\pi}{3}\right) + |I_{\max}^-| \sin\left(\omega t + \theta_i^- + \frac{2\pi}{3}\right) \dots\dots\dots(B.19b)$$

전류의 대칭성분의 크기 및 위상을 대입하면 다음과 같다.

$$i_1 = \frac{2P |V_{\max}^+|}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \sin(\omega t + \theta_v^+) \\ + \frac{2P |V_{\max}^-|}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \sin(\omega t + \theta_v^- + \pi) \dots\dots\dots(B.20a)$$

$$i_2 = \frac{2P |V_{\max}^+|}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \sin(\omega t + \theta_v^+ - \frac{2\pi}{3}) \\ + \frac{2P |V_{\max}^-|}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \sin(\omega t + \theta_v^- + \frac{2\pi}{3} + \pi) \dots\dots\dots(B.20b)$$

식(B.20a)에서 i_1 은

$$i_1 = \frac{2P |V_{\max}^+|}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \sin(\omega t + \theta_v^+) + \frac{2P |V_{\max}^-|}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \sin(\omega t + \theta_v^- + \pi) \\ = \frac{2P}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \left\{ |V_{\max}^+| \sin(\omega t + \theta_v^+) + |V_{\max}^-| \sin(\omega t + \theta_v^- + \pi) \right\} \\ \vec{I}_1 = \frac{2P}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} (\vec{V}^+ - \vec{V}^-) \dots\dots\dots(B.21)$$

그림 B.1은 $\vec{V}^+ - \vec{V}^-$ 의 Phasor를 나타내며, 벡터 $\vec{A}$ 는 전압의 대칭성분의 크기와 위상으로 식(22)와 같이 구할 수가 있다.

$$\vec{V}^+ - \vec{V}^- = \vec{A} = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \sin(\omega t + \theta_A) \dots\dots\dots(B.22)$$

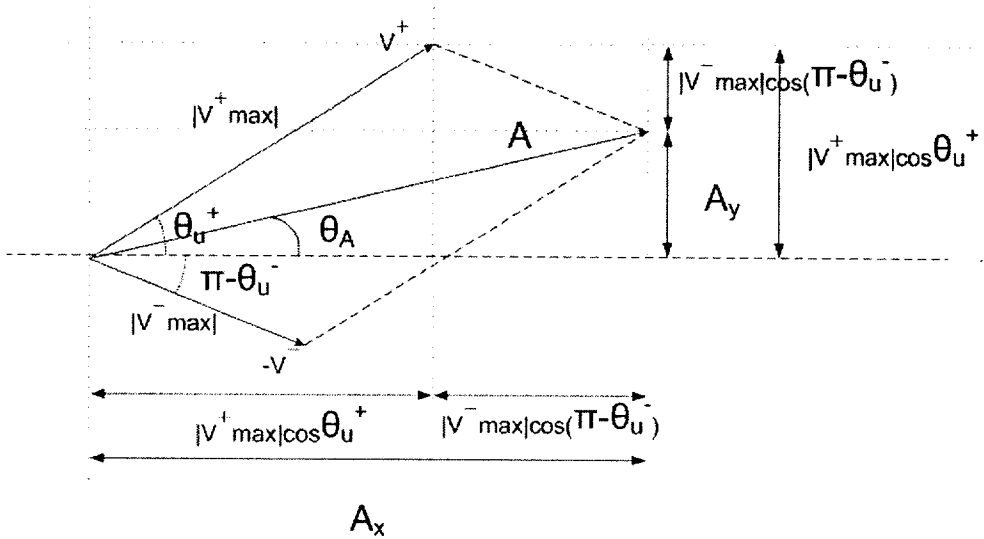


그림 B.1. Phasor representation of the $\vec{V}^+ - \vec{V}^-$

여기서,

$$A_x = |V_{\max}^+| \cos \theta_u^+ + |V_{\max}^-| \cos(\pi - \theta_u^-) \dots\dots\dots(B.23a)$$

$$A_y = |V_{\max}^+| \sin \theta_u^+ - |V_{\max}^-| \sin(\pi - \theta_u^-) \dots\dots\dots(B.23b)$$

$$\theta_A = \frac{A_y}{A_x} = \frac{|V_{\max}^+| \sin \theta_u^+ - |V_{\max}^-| \sin(\pi - \theta_u^-)}{|V_{\max}^+| \cos \theta_u^+ + |V_{\max}^-| \cos(\pi - \theta_u^-)} \dots\dots\dots(B.23c)$$

정상 전압 및 역상 전압의 크기와 위상을 구하는 식(B.3), (B.7)에서

$$|V_{\max}^+| = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2}, \cos \theta_u^+ = \frac{X_1}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2}}, \sin \theta_u^+ = \frac{Y_1}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2}} \dots\dots\dots(B.24a)$$

$$|V_{\max}^-| = \sqrt{X_2^2 + Y_2^2}, \cos \theta_u^- = \frac{X_2}{\sqrt{X_2^2 + Y_2^2}}, \sin \theta_u^- = \frac{Y_2}{\sqrt{X_2^2 + Y_2^2}} \dots\dots\dots(B.24b)$$

따라서,

$$|V_{\max}^+| \cos \theta_u^+ = X_1, |V_{\max}^+| \sin \theta_u^+ = Y_1 \dots\dots\dots(B.25a)$$

$$|V_{\max}^-| \cos \theta_u^- = X_2, |V_{\max}^-| \sin \theta_u^- = Y_2 \dots\dots\dots(B.25b)$$

삼각 함수를 이용하여 식(22)는 X_1, Y_1 과 X_2, Y_2 으로 간단하게 나타낼 수 있고 식(B.4),(B.8)에서 주어지므로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} A_x &= X_1 - X_2 = \left(V_{1m} + V_{2m} \cos \left(\frac{2\pi}{3} - \theta \right) \right) - \left(V_{1m} + V_{2m} \cos \left(-\frac{2\pi}{3} - \theta \right) \right) \\ &= V_{2m} \left(\cos \left(\frac{2\pi}{3} - \theta \right) - \cos \left(-\frac{2\pi}{3} - \theta \right) \right) = \sqrt{3} V_{2m} \sin \theta \quad \dots\dots\dots(B.26a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_y &= Y_1 - Y_2 = V_{2m} \sin \left(\frac{2\pi}{3} - \theta \right) - V_{2m} \sin \left(-\frac{2\pi}{3} - \theta \right) \\ &= V_{2m} \left(\sin \left(\frac{2\pi}{3} - \theta \right) - \sin \left(-\frac{2\pi}{3} - \theta \right) \right) = \sqrt{3} V_{2m} \cos \theta \quad \dots\dots\dots(B.26b) \end{aligned}$$

$$\theta_A = \frac{A_y}{A_x} = \frac{\sqrt{3} V_{2m} \cos \theta}{\sqrt{3} V_{2m} \sin \theta} = \frac{1}{\tan \theta} \quad \dots\dots\dots(B.26c)$$

식 (26)을 (22)에 대입하면 벡터 $\vec{A}$ 는 다음식과 같다.

$$\begin{aligned} \vec{A} &= \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \sin(\omega t + \theta_A) \\ &= \sqrt{3V_{2m}^2} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} - \theta \right) \quad \dots\dots\dots(B.27) \end{aligned}$$

정상전압과 역상전압의 크기에서

$$\begin{aligned}
 |V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}| &= \frac{1}{9} \left(V_{1m}^2 + V_{2m}^2 + 2V_{1m} V_{2m} \cos \left(\frac{2\pi}{3} - \theta \right) \right) \\
 &\quad - \frac{1}{9} \left(V_{1m}^2 + V_{2m}^2 + 2V_{1m} V_{2m} \cos \left(-\frac{2\pi}{3} - \theta \right) \right) \\
 &= \frac{2}{9} V_{1m} V_{2m} \left(\cos \left(\frac{2\pi}{3} - \theta \right) - \cos \left(\frac{2\pi}{3} + \theta \right) \right) \\
 &= \frac{2}{9} \sqrt{3} V_{1m} V_{2m} \sin \theta \quad \dots\dots\dots (B.28)
 \end{aligned}$$

식 (27),(28)을 (21)에 대입하고, i_1 의 위상은 벡터 $\vec{A}$ 의 위상과 같으므로 전류 i_1 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \vec{I}_1 &= \frac{2P}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} (\vec{V}^+ - \vec{V}^-) \\
 i_1 &= \frac{2P}{3 \left(\frac{2}{9} \sqrt{3} V_{1m} V_{2m} \sin \theta \right)} \left(\sqrt{3} V_{2m}^2 \sin \left(\omega + \frac{\pi}{2} - \theta \right) \right) \\
 &= \frac{P}{V_{1m} \sin \theta} \sin \left(\omega + \frac{\pi}{2} - \theta \right) \quad \dots\dots\dots (B.29)
 \end{aligned}$$

i_1 을 유도했던 같은 방법으로 i_2 유도하면,

식(B.20b)에서 i_2 는

$$\begin{aligned}
 i_2 &= \frac{2P|V_{\max}^+|}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \sin\left(\omega t + \theta_v^+ - \frac{2\pi}{3}\right) \\
 &\quad + \frac{2P|V_{\max}^-|}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \sin\left(\omega t + \theta_v^- + \pi + \frac{2\pi}{3}\right) \\
 &= \frac{2P}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} |V_{\max}^+| \sin\left(\omega t + \theta_v^+ - \frac{2\pi}{3}\right) \\
 &\quad + \frac{2P}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} |V_{\max}^-| \sin\left(\omega t + \theta_v^- + \pi + \frac{2\pi}{3}\right) \\
 \vec{I}_2 &= \frac{2P}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \left(a^2 \vec{V}^+ - a \vec{V}^- \right) \dots\dots\dots(B.30)
 \end{aligned}$$

그림 B.2은 $a^2 \vec{V}^+ - a \vec{V}^-$ 의 Phasor를 나타내며, 벡터 $\vec{B}$ 는 전압의 대칭 성분의 크기와 위상으로 식(31)와 같이 구할 수가 있다.

$$a^2 \vec{V}^+ - a \vec{V}^- = \vec{B} = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \sin(\omega t + \theta_B) \dots\dots\dots(B.31)$$

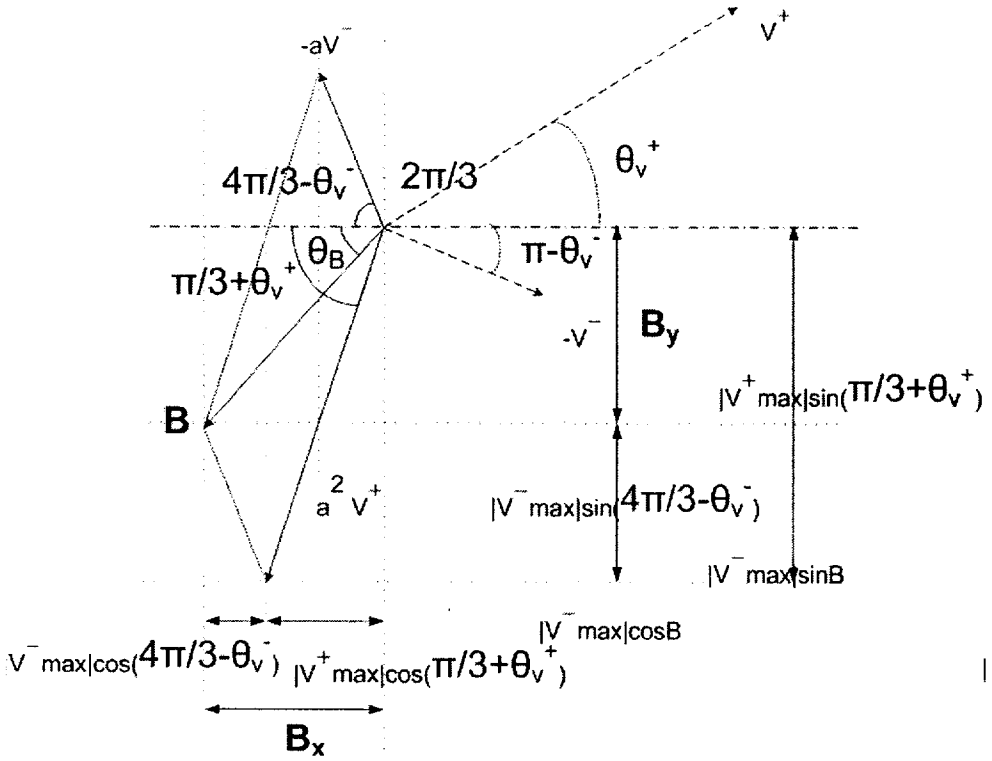


그림 B.1. Phasor representation of the $a^2 \vec{V}^+ - a \vec{V}^-$

여기서,

$$B_x = |V_{\max}^+| \cos\left(\frac{\pi}{3} + \theta_v^+\right) + |V_{\max}^-| \cos\left(\frac{4\pi}{3} - \theta_v^-\right) \dots\dots\dots(B.32a)$$

$$B_y = |V_{\max}^+| \sin\left(\frac{\pi}{3} + \theta_u^+\right) - |V_{\max}^-| \sin\left(\frac{4\pi}{3} - \theta_u^-\right) \dots\dots\dots(B.32b)$$

$$\begin{aligned}
\theta_B &= \arctan\left(\frac{B_y}{B_x}\right) \\
&= \arctan\left(\frac{|V_{\max}^+| \sin\left(\frac{\pi}{3} + \theta_u^+\right) - |V_{\max}^-| \sin\left(\frac{4\pi}{3} - \theta_u^-\right)}{|V_{\max}^+| \cos\left(\frac{\pi}{3} + \theta_u^+\right) + |V_{\max}^-| \cos\left(\frac{4\pi}{3} - \theta_u^-\right)}\right) \dots\dots\dots(B.32c)
\end{aligned}$$

삼각함수를 이용하여 전개한 후 ,식(B.24)을 대입하면

$$\begin{aligned}
B_x &= \left(\frac{1}{2}|V_{\max}^+| \cos \theta_u^+ - \frac{\sqrt{3}}{2}|V_{\max}^+| \sin \theta_u^+\right) \\
&\quad + \left(-\frac{1}{2}|V_{\max}^-| \cos \theta_u^- - \frac{\sqrt{3}}{2}|V_{\max}^-| \sin \theta_u^-\right) \\
&= \frac{1}{2}(|V_{\max}^+| \cos \theta_u^+ - |V_{\max}^-| \cos \theta_u^-) - \frac{\sqrt{3}}{2}(|V_{\max}^+| \sin \theta_u^+ + |V_{\max}^-| \sin \theta_u^-) \\
&= \frac{1}{2}(X_1 - X_2) - \frac{\sqrt{3}}{2}(Y_1 + Y_2) \\
&= \frac{1}{2}(\sqrt{3}V_{2m} \sin \theta) - \frac{\sqrt{3}}{2}(V_{2m} \sin \theta) = 0 \dots\dots\dots(B.33a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_y &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} |V_{\max}^+| \cos \theta_u^+ + \frac{1}{2} |V_{\max}^+| \sin \theta_u^+ \right) \\
&\quad - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} |V_{\max}^-| \cos \theta_u^- + \frac{1}{2} |V_{\max}^-| \sin \theta_u^- \right) \\
&= \frac{\sqrt{3}}{2} (|V_{\max}^+| \cos \theta_u^+ + |V_{\max}^-| \cos \theta_u^-) + \frac{1}{2} (|V_{\max}^+| \sin \theta_u^+ - |V_{\max}^-| \sin \theta_u^-) \\
&= \frac{\sqrt{3}}{2} (X_1 + X_2) + \frac{1}{2} (Y_1 - Y_2) \\
&= \frac{\sqrt{3}}{2} (2V_{1m} - V_{2m} \cos \theta) + \frac{1}{2} (\sqrt{3}V_{2m} \cos \theta) = \sqrt{3}V_{1m} \quad \dots\dots\dots(B.33b)
\end{aligned}$$

$$\theta_B = \arctan\left(\frac{B_y}{B_x}\right) = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}V_{1m}}{0}\right) = \arctan(\infty) \quad \dots\dots\dots(B.33c)$$

식(33)을 (31)에 대입하면 벡터 $\vec{B}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\vec{B} &= \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \sin(\omega t + \theta_B) \\
&= \sqrt{3V_{1m}^2} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \dots\dots\dots(B.34)
\end{aligned}$$

식(28),(34)을 (30)에 대입하고 i_2 의 위상은 $-(\pi - \theta_B)$ 이므로 전류 i_2 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 i_2 &= \frac{2P}{3(|V_{\max}^{+2}| - |V_{\max}^{-2}|)} \left(a^2 \vec{V}^+ - a \vec{V}^- \right) \\
 &= \frac{2P}{3\left(\frac{2}{9}\sqrt{3}V_{1m}V_{2m}\sin\theta\right)} \left(\sqrt{3V_{1m}^2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \right) \\
 &= \frac{P}{V_{2m}\sin\theta} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \dots\dots\dots(B.35)
 \end{aligned}$$