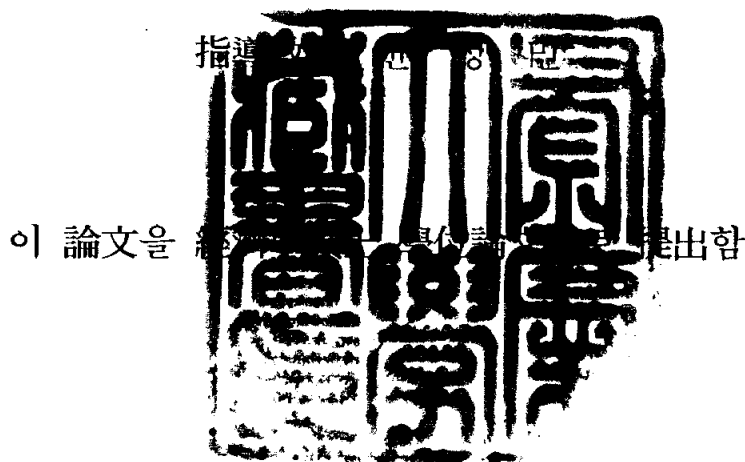


經濟學碩士 學位論文

선물시장에서의 장기기억에
관한 연구



2004년 2월

釜慶大學校 大學院

資源經濟學科

姜 尙 勳

姜尙勳의 經濟學碩士學位論文을 認准함

2003年 12月 26日

主 審 經濟學博士 이 승 래



委 員 經濟學博士 박 철 형



委 員 經濟學博士 윤 성 민



<목 차>

제1장 서론	1
제1절 연구 배경 및 필요성	1
제2절 논문의 목적	3
제3절 연구 방법 및 구성	4
 제2장 선행연구에 대한 검토	6
제1절 국내의 선행연구	6
제2절 외국의 선행연구	11
 제3장 장기기억 검정방법	16
제1절 R/S 분석	16
제2절 ARFIMA 모형	22
 제4장 실증분석	26
제1절 자료	26
제2절 R/S 분석결과	33
제3절 ARFIMA 모형을 이용한 분수차분계수 추정	49

제5장 결론	55
--------------	----

참고 문헌	57
-------------	----

부록I	61
-----------	----

부록II	65
------------	----

<표 목차>

<표 4-1> 실증분석 자료의 분류	26
<표 4-2> KTB306 수익률의 기초통계량	32
<표 4-3> KTB309의 기초통계량	32
<표 4-4> KTB306과 KTB309의 Hurst 지수 ($\tau=1$)	34
<표 4-5> 국채선물 분수차분계수 ($\tau=1$)	51
<표 4-6> 국채선물 KTB306과 KTB309의 장기 의존성	52
<표 4-7> 국채선물 KTB306과 KTB309에서 τ_c 분석	54

〈그림목차〉

〈그림 4-1〉 KTB306 분별 자료의 선물지수	28
〈그림 4-2〉 KTB306 분별 자료의 수익률	28
〈그림 4-3〉 KTB306 10분별 자료의 선물지수	29
〈그림 4-4〉 KTB306 10분별 자료의 수익률	29
〈그림 4-5〉 KTB306 시간별 자료의 선물지수	30
〈그림 4-6〉 KTB306 시간별 자료의 수익률	30
〈그림 4-7〉 KTB306 일별 자료의 선물지수	31
〈그림 4-8〉 KTB306 일별 자료의 수익률	31
〈그림 4-9〉 KTB306 분별 수익률의 Hurst 지수 ($\tau=1$)	35
〈그림 4-9〉 KTB306 10분별 수익률의 Hurst 지수 ($\tau=1$)	35
〈그림 4-10〉 KTB306 시간별 자료의 Hurst 지수 ($\tau=1$)	36
〈그림 4-11〉 KTB306 일별 자료의 Hurst 지수 ($\tau=1$)	36
〈그림 4-12〉 국채선물 분별 자료의 Hurst 지수	38
〈그림 4-13〉 국채선물 10분별 자료의 Hurst 지수	39
〈그림 4-14〉 국채선물 시간별 자료의 Hurst 지수	40
〈그림 4-15〉 국채선물 일별 자료의 Hurst 지수	41
〈그림 4-16〉 KTB306 분별 자료의 고차원상관관계	43
〈그림 4-17〉 KTB306 분별 자료의 H_q 값	44
〈그림 4-18〉 KTB306의 정규화된 수익률의 확률 분포도	46
〈그림 4-19〉 KTB309의 정규화된 수익률의 확률 분포도	47
〈그림 4-20〉 KTB309 분별 자료의 정규화된 수익률의 Fat-tail한 확률 분포도 ..	48

<그림 4-21> KTB309 분별 자료의 Fat-tail한 확률 분포도	49
<그림 4-22> KTB306 분별 자료를 이용한 분수차분계수와 Hurst 지수의 이론적 관계	53
<그림 부록I-1> KTB309 분별 자료의 선물지수	61
<그림 부록I-2> KTB309 분별 자료의 수익률	61
<그림 부록I-3> KTB309 10분별 자료의 선물지수	62
<그림 부록I-4> KTB309 10분별 자료의 수익률	62
<그림 부록I-5> KTB309 시간별 자료의 선물지수	63
<그림 부록I-6> KTB309 시간별 자료의 수익률	63
<그림 부록I-7> KTB309 일별 자료의 선물지수	64
<그림 부록I-8> KTB309 일별 자료의 수익률	64
<그림 부록II-1> KTB309 분별 수익률의 Hurst 지수 ($\tau=1$)	65
<그림 부록II-2> KTB309 10분별 수익률의 Hurst 지수 ($\tau=1$)	65
<그림 부록II-3> KTB309 시간별 수익률의 Hurst 지수 ($\tau=1$)	66
<그림 부록II-4> KTB309 일별 수익률의 Hurst 지수 ($\tau=1$)	66

The Study of Long Memory in Korea Future Exchange Market

Sang-Hoon Kang

*Department of Resource Economics, Graduate School,
Pukyung National University*

Abstract

Economies and the capital markets are regarded as complex systems. Large efforts have been made over the years in order to understand how and how fast information flows from one investor to another and then is incorporated into prices. The models that have been developed to explain the capital markets are, of necessity, simplifications of reality.

The main objective of this paper is to investigate the non-linear models to test existence of long memory in the Korea Future Exchange Market. For this purpose the concepts of *chaos theory* and *fractals* are applied. Two independent models are used to examine "long memory" in the Korea Future Exchange Market. The first model used is the range over standard deviation or R/S statistic which tests for persistence or anti-persistence in the

time series. The Korea Future Exchange Market shows significant persistence caused by long Memory in KTB306 and KTB309.

The second model investigates the "long dependence" in KTB 306 and KTB309 which is autoregressive fractionally integrated moving average (ARFIMA) process. The results show a remarkable long dependence between different time scales.

In conclusions, this paper shows the inefficiency of the Korea Future Exchange Market.

KeyWord; Long Memory, R/S analysis, ARFIMA, Long-persistence

제1장 서론

제1절 연구 배경 및 필요성

기존의 금융이론은 효율적 시장가설(efficient market hypothesis)을 근거로 하여 금융시장에서 발생하는 가격변동을 설명하였다. 그러나 최근에 수많은 연구들이 효율적 시장가설을 비판하고 있으며, 전통적인 분석방법인 선형 모형(linear model)으로는 현재 금융시장에서 발생하는 급격한 가격변화나 버블을 설명하는데 한계가 있다. 최근 들어 경제성장 및 경기변동 등 다양한 경제변수에 카오스가 존재할 수 있는 가능성에 대해 많은 관심이 확대되고 있다. 또한 많은 연구들이 재무시계열(financial time series)내에 존재하는 카오스(chaos)¹⁾을 분석하기 위해서 비선형 모형(nonlinear model)²⁾에 관심을 가지게 되었다. 특히 주가, 금리, 환율 등 재무변수에 있어서 장기기억(long memory)의 존재여부는 장기기억의 존재 자체가 기존의 재무이론과는 배치될 수 있다는 점에서 보다 흥미를 끌고 있다. 재무시계열에 장기기억이 존재하고 있다는 것은 효율적 시장가설에 반하는 증거가 될 수 있기 때문이다. 즉 금융시장에서 장기기억이 존재한다는 것은 금융변수에 영향을 줄 수 있는 새로운 정보가 시장에 알려졌을 경우에, 이 정보가 금융시장에 즉각적으로 반영되는 것이 아니라 장기간에 걸쳐 서서히 반영된다는 것을 의미한다. 효율적 시장가설³⁾에 의하면 새로

1) 조하현·이승국(2002)은 카오스란 어떤 시스템이 실제로는 결정론적 법칙(deterministic rule)에 의해 변화하고 있음에도 불구하고, 매우 복잡하고 불규칙하면서 동시에 불안정한 형태를 보이고 있어서 먼 미래의 상태를 전혀 예측할 수 없는 현상이다. 따라서 카오스는 일반적으로 결정론적 시스템에서 발생하는 확률적 운동으로 정의할 수 있다.

2) Campbell, Lo and MacKinlay(1997)는 "경제형태의 많은 측면들이 선형이 아닐 수 있다. 기대 수익률과 위험에 대한 투자자들의 태도는 비선형적이다. 옵션(option)과 같은 많은 파생상품들의 계약 조건들이 비선형적이다. 시장 참여자들간의 전략적인 상호작용, 자산가격에 정보들이 결합되는 과정, 그리고 경제변동의 동학들이 근본적으로 비선형이다. 그러므로 비선형 모형을 연구하는 현상들은 금융공학을 위한 개척자이다." 라고 하였다.

은 정보는 즉각적으로 자산 가격에 반영되어야 하므로, 재무시계열에 장기기억이 존재한다면 금융시장은 효율적이라고 할 수 없다.

그러나 재무시계열에서의 장기기억에 관한 연구는 상대적으로 새로운 응용분야로 간주되고 있다. 장기기억에 관한 연구는 Mandelbrot(1969)의 연구에 의해서 시작되지만, 1980년이 되어서야 R/S 분석(rescaled ranges analysis)이 금융시장과 금융경제학에 적용되기 시작하였다. R/S 분석은 시계열자료에서 장기기억의 특성이 존재하는지를 파악하기 위한 하나의 방법이다. 그리고 Lo(1991)는 고전적 R/S 분석(classical R/S analysis)에 바탕을 둔 수정 R/S 분석(modified R/S analysis)을 고안하였다.

그리고 재무시계열에 카오스의 특성을 파악하게 되면서, 재무시계열에 가해지는 충격의 장기 의존성(dependence)에서 관심을 가지게 되었다. 이러한 장기 의존성에 관한 연구는 주로 시계열자료에 단위근이 존재하는지를 분석하는 것이다. 즉 ARMA의 단기기억 모형에 의하면 재무시계열에 외부적인 충격은 곧 사라지게 되어 자기공분산(autocovariance)은 0이 된다. 그러나 장기기억이 존재하는 시계열에서는 외부 충격이 상당한 시간동안 지속하게 되어 자기공분산도 서서히 감소하게 될 것이다. 이는 시계열에 충격이 발생하게 되면 충격이 짧은 기간에 없어지는 것이 아니라, 장기간 동안 존재하는 것을 의미한다. 이 경우에 시간적으로 먼 거리에 있는 변수 간에 상관관계가 존재할 수 있다. 이러한 장기기억의 특성을 가진 재무시계열은 ARMA에서 파생된 ARFIMA 모형을 통하여 분석할 수 있다. 이러한 ARFIMA 모형은 R/S 분석에 대한 대안적인 방법으로 인식되어 연구되고 있다.

효율적 시장가설에서는 금융시장에서 새로운 정보가 발생하면 즉각적이고 충분하게 금융자산 가격에 반영된다고 가정한다. 또한 현재의 시장가격에는 모든 정보가 정확히 반영되어 있다고 한다. 따라서 미래 가격의 움직임은 과거 가격의 변화 추이나 해당 자산이 갖고 있는 현재의 어떤 특성과는 무관하며, 오직 확률적인 임의보행과정(random walk process)⁴⁾에 의해서 설명될 수 있다.

3) Fama(1970)에 의하면 효율적 금융시장은 모든 정보들이 동시적으로 가격에 반영된다. Fama는 효율적인 자본시장을 시장 참여자에게 이용 가능한 정보 집합의 크기에 따라서 약효율성, 준강효율성, 강효율성으로 더 세분하여 정의하였다.

그러나 효율적 시장가설에 기초한 전통적 금융이론들은 IMF 경제위기 이후 우리나라 금융시장에서 빈번히 나타나는 가격 폭락이나 버블을 분석하는데 타당하지 않다. 때문에 최근 많은 경제학자들은 재무시계열에 카오스의 존재에 대해서 관심을 가지게 되었는데, 그 중에서도 장기기억의 존재 가능성에 대해 주목하고 있다. 만약 우리나라 선물시장에 장기기억이 존재한다면, 선물시장에서 발생한 충격이 선물시장에 즉각적으로 반영되지 않고 장기간에 걸쳐 선물가격에 영향을 주게 될 것이다. 장기기억의 존재는 우리나라 선물시장의 비효율성을 함의하게 될 것이다.

제2절 논문의 목적

이 논문은 한국선물거래소(Korea Future Exchange: KOFEX)에서 거래되고 있는 국채선물 KTB306과 KTB309 시계열에서 장기기억이 존재하는지를 분석하는 것이 목적이다. 만약에 국채선물 시계열 자료에 장기기억이 존재한다면 우리나라 선물시장에서는 효율적 시장가설이 성립할 수 없다는 것을 함의한다. 즉 장기기억의 존재는 국채선물 가격에 외부 충격이 즉각적으로 반영되지 않고 서서히 장기간에 걸쳐 반영되기 때문에 우리나라 선물시장의 비효율성을 입증하는 근거가 된다.

그 동안 국내 금융시장에서 장기기억에 관한 존재 여부는 주식, 환율, 금리 등의 금융시계열에 대해서는 연구된 바 있지만, 선물시장에 대해서는 아직 연구된 바가 없다. 그리고 국내 선행연구는 모두 일별 자료, 월별 자료 등 저빈도(low-frequency) 자료를 이용하여 분석하고 있으며, 시간별 자료, 분별 자료 등 고빈도(high-frequency) 자료를 이용한 연구는 없었다. 그리고 이 논문에서는 장기기억의 존재가 시간 척도 흐름에 따라서 어떻게 변하게 되는지 분석하

4) Henwood(1998)는 임의보행이란 메일의 자산가격 또는 미래의 예상되는 수익으로 결정되어지는 주요한 자산가치의 변동을 예측할 수 없고 특정한 패턴을 갖지 않는 것을 의미한다.

였다.

우리나라 선물시장에서 장기기억의 존재가 국채선물 KTB306과 KTB309 수익률의 확률 분포도에 어떠한 영향을 주게 되는지를 분석하였다. 즉 전통적인 금융이론에서 흔히 가정하는 정규 분포도(normal distribution) 및 임의보행과정에서 벗어나서 두터운 꼬리(fat-tails)형태를 가진 leptokurtic 확률 분포도⁵⁾를 따른다는 것을 보이려고 한다. 마지막으로 이 논문에서는 국채선물 시계열에 작용하는 외부 충격에 대한 장기 의존성에 대해서 분석하였다.

이러한 분석결과를 토대로 우리나라 선물시장에서 새로운 투자전략모델을 제시하게 될 것이다.

제3절 연구 방법 및 구성

이 논문에서는 우리나라 선물시장에 장기기억이 존재하는지 여부를 검정하였다. 지금까지 선행연구들은 채무시계열 내에서 장기기억을 분석하기 위해서 분기별 자료 또는 일별 자료를 이용하였지만, 이 논문에서는 시간별 자료 또는 분별 자료를 이용하여 장기기억의 존재를 분석하였다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 제1장에서는 연구의 필요성과 목적, 연구의 방법에 대해서 제시하고 본 연구의 구성을 개략적으로 설명하였다. 제2장에서는 국내외 선행연구를 검토하여 선행연구의 문제점을 비판적으로 분석하였다. 제3장에서는 장기기억을 검정할 수 있는 대표적 기법인 R/S 분석 및 ARFIMA 모형에 대해서 자세히 설명하였다. 이 절의 연구는 주로 선행연구의 이론적 성과를 일관성 있게 정리하였다. 제4장에서는 실증분석에 사용할 연구자료의 통계적 특성을 파악한 후, 앞 장에서 설명한 검정기법을 이용하여 우리나라 선물시장에서 장기기억이 존재하는지 여부를 분석하였다.

그리고 그 결과로부터 몇 가지 정책적 시사점을 제시하였다. 연구 자료인 국채

5) leptokurtic 확률 분포도에 대한 자세한 내용은 Skjeltnorp(2000) 참조

선물 틱(tick)자료는 한국선물거래소 자료를 이용하였고, R/S 분석 및 ARFIMA 모형의 계산은 GAUSS나 Eview를 이용한 간단한 프로그램을 작성하여 실증 분석하였다. 제5장에서는 본 연구의 주요 결과를 요약하고, 앞으로의 연구과제에 대해서 서술하였다.

제2장 선행연구에 대한 검토

제1절 국내의 선행연구

1. 금리에서의 장기기억에 관한 연구

홍정훈(1997)은 우리나라의 장단기 금리에 장기기억의 특성이 존재하는가를 수정 R/S 분석과 ARFIMA 모형에서 분수차분계수의 추정을 이용하여 분석하였다. 이 논문에서는 장기기억의 존재하는가를 검정하기 위하여 우리나라 대표 금리 3년 만기 회사채 수익률(1987.1~1996.7)을 비롯하여 1일물 콜금리(1989.1~1996.7), 그리고 90일 만기 CD 금리(1991.2~1996.7)를 실증분석에 이용하였다.

ARFIMA 모형의 결과를 보면, 콜금리를 제외하고는 장기기억이 존재하지 않았다. 콜금리의 경우 경제 정책 변화(예 통화신용정책)를 가장 잘 반영하는 금리이기 때문에 장기기억이 존재한다. 즉, 금융시장에 외부적인 충격이 가해졌을 경우, 이 충격의 영향이 콜금리의 경우 다른 금리보다 외부 충격이 오랫동안 존재하는 것을 의미한다. 그러나 콜금리의 경우, 그 동안의 수차례의 제도 변화로 인하여 자료의 연속성에 문제가 있으며, 금리 자유화 이전의 자료와 금리 자유화 이후의 자료를 같이 사용하여 자료상의 문제점을 유발하였다. 이와 같이 제도의 변화로 인하여 순수한 장기기억에 대한 검정이 이루어졌다고 볼 수는 없다.

수정 R/S 분석의 경우 역시 각종 금리에서 장기기억의 존재를 확인시켜주지는 못하였다. 이러한 결과를 통해 우리나라 금리에는 장기기억이 존재한다는 가설을 받아들이기 어려운 것으로 분석된다. 이와 같은 결과를 이해함에 있어서 몇 가지 주의가 필요하다. 우선 장기기억의 존재 유무를 판단하기 위해서는 장기간동안의 시계열 자료가 필요하지만 이 논문에서는 짧은 기간동안의 금리 시계열을 이용하였기 때문에 장기기억의 특성의 존재 유무를 분석하는 데는 문

제가 있다. 또한 우리나라 금리시장은 많은 규제에 의하여 금리 변화가 시장가격을 반영하지 못하여 검정 자체에 신뢰도가 떨어진다. 한편, 이 논문에서는 금리 그 자체에서의 장기기억의 존재만을 중요시하고 금리변동성에 관한 장기기억의 존재는 고려하지 않았다.

2. 환율과 환율변동성의 장기기억에 관한 연구

조하현·조성국(2002)은 우리나라 환율시장에서 원/달러 환율과 환율변동성의 자료에서 장기기억의 특성이 존재하는지를 검정하였다. 이 논문은 1992년 1월 3일부터 2000년 9월 15일 까지 원/달러 환율 시계열 자료를 이용하였다. 이러한 시계열에 장기기억의 특성을 파악하기 위하여 R/S 분석과 수정 R/S 통계량을 사용하였고, 외부 충격의 지속성 정도를 파악하기 위해 ARIMA 모형을 일반화한 ARFIMA 모형에서 분수차분계수를 추정하였다. Hurst 지수 추정과 분수차분계수의 추정을 통하여 원/달러 시계열에 장기기억이 존재하는 것으로 분석하였다. 이 논문은 환율시계열에 장기기억의 특성이 존재한다는 의미를 다음과 같이 요약하고 있다. 첫째, 정상적인 선물환 재정관계(parity relationship)가 장기기억특성으로 인하여 더 이상 유지되지 않는다. 장기기억에 관한 분석을 Hurst 지수나 분수차분계수를 통해서 장기기억의 지속정도를 파악하고 평균회귀의 속도까지 분석함으로써 선물환거래 전략을 수립할 수 있다.

둘째, 기존 환율결정이론에 의하면 균형 환율은 상대 물가나 금리 차이와 같은 펀더멘탈한 요인에 의해 결정된다고 간주하지만, 이들 사이의 관계가 분수 공적분되어 있다면 균형 환율에서의 이탈이 장기간 지속될 수 있다. 따라서 이러한 지속성은 시장심리나 노이즈 거래자의 기대 편의를 변경시키는 요인이 나타나고 소멸하게 되면서 환율은 균형 상태로 회귀할 것이다.

셋째, 자산가격이 마팅게일(martingale)과 같은 선형 모형을 따르지 않으므로 자산 가격 확률 분포도는 정규 분포도를 따르지 않게 된다. 장기기억이 존재하는 환율시계열의 확률 분포도는 두터운 꼬리를 가진 형태를 보인다. 따라서 환

율시계열이 장기기억을 가진다면 마팅계열에 기반 하는 기존의 파생상품가격 결정모형과 리스크 측정모형에 문제가 있다는 것을 의미한다.

만약 원/달러 환율에 장기기억이 존재한다면 기존의 효율적 시장가설에 의미하는 거래전략과는 다른 것이다. 효율적 시장가설은 시장 내 모든 정보가 즉시 시장가격에 반영된다고 주장하고 있으나, 장기기억이 존재하면 정보가 장기간에 걸쳐서 시장가격에 영향을 주게 되어 시장은 더 이상 효율적이지 못하다. 즉 시장에서 초과수익 얻기 위해서는 효율적 시장가설에 의한 거래전략모형보다 장기기억을 고려한 거래전략모형을 설정해야만 한다.

이 논문에서는 환율시계열에 장기기억의 존재를 프랙탈 구조(fractal structure)와 직접적으로 연관하지 않고 있다. 환율시계열에 장기기억이 존재한다면 이는 시계열의 어느 시점에서 장기기억의 효과가 사라지는 단절성을 의미하게 되므로 외환시장에서 가격예측 모형은 이러한 단절성을 고려하여야 한다.

3. 외환거래량과 원/달러 환율변동성의 장기기억에 관한 연구

주상영·한상범(2000)은 동태적인 혼합분포가설, 혹은 수정된 혼합분포가설이 우리나라 원/달러 외환시장에 적용되는가를 검정하였다. 즉 현물환 거래량과 원/달러 환율의 변동성간의 관계를 분석하는 데에 중점을 두고 있다. 이 논문에서는 원/달러 환율변동성을 분석하기 위해서 1991년 7월 1일부터 1998년 9월 4일까지의 일별 자료를 이용하였고, 분수차분(ARFIMA) 모형을 이용하여 분석하였다. 실증분석 결과 일별 원/달러 환율의 변동성과 거래량은 매우 강한 장기기억을 갖고 있다고 하며, 두 변수에 있어 그 지속성의 정도가 매우 유사함을 발견하였다. 즉 원/달러 외환시장에 유입되는 새로운 정보의 흐름이 장기기억을 갖고 환율의 변동성과 거래량에 영향을 미친다는 설명이다. 이러한 장기기억의 효과는 원/달러 시장에 유입되는 새로운 정보가 원/달러 시장에 즉각적으로 반영되지 않고 장기간에 걸쳐 서서히 영향을 미치게 되어 외환시장이 효율적이지 못하다는 것을 의미한다. 장기기억의 특성은 외환시장에만 국한되어 있지 않고 다른 금융시장에서도 내재되어 있음을 의미하며, 다른 한편으로는

우리나라 원화가 국제화되지 않았음을 의미한다. 즉 선물환시장이 발달하지 않은 상태에서 외환거래의 수동적인 양상과 무관하지 않다. 우리나라 외환시장에 원/달러 환율변동에 강한 자기상관이 존재하는 것은 우리나라 외환시장이 각종 규제가 존재하는 협소한 시장이기 때문이다.

한편 이 논문에서는 새로운 정보의 역할에 대해서 무시하고 있다. 우리나라와 같이 협소한 외환시장에서는 새로운 정보의 역할이 상당한 부분을 차지하기 때문이다.

4. 주식수익률에서의 장기기억에 관한 연구

홍정훈(1998)은 수정 R/S 분석법과 분수차분(ARFIMA)모형을 이용하여 우리나라 주식시장에 장기기억이 존재하는가를 분석하였다. 1980년부터 1995년 동안의 종합주가지수로부터 계산된 일일, 3일간, 6일간 및 월간 수익률이다. 수정 R/S 분석 결과, 일간 및 월간 주식수익률에서는 장기기억의 특성을 찾기 어려웠으나 3일간 및 6일간 주식수익률의 경우에는 장기기억이 존재할 가능성이 있는 것으로 분석하였다. 그러나 ARFIMA 모형분석에서는 모든 경우에 장기기억의 특성이 존재하지 않는 것으로 나타났다. 따라서 우리나라의 주식수익률에 장기기억이 존재한다는 증거는 불충분한 것으로 판단된다. 그러나 이 논문에서는 주식수익률의 변동성에는 장기기억이 존재한다고 주장하고 있다. 이는 일일 가격제한폭제도로 말미암아 변동성에 대한 충격이 인위적으로 상당기간 지속되는 경우, 변동성의 시계열에 장기기억 현상이 존재 가능성이 있다. 즉 일일가격제한폭제도가 주식수익률 그 자체보다는 주식수익률의 변동성에 보다 큰 영향을 미칠 가능성이 있다. 그러므로 가격변동제한 제도가 실시되고 있지 않는 외국의 주식수익률과 우리나라 주식수익률을 비교 분석이 필요하다.

이일균(1999)은 주가가 카오스계에 속하는가 아니면 비카오스계에 속하는가를 점검하고, 분수 브라운과정, 쪽거리 차원이 지배하는 쪽거리 적분 자기회귀 이동 평균과정 및 쪽거리 적분 일반자기회귀 이분산과정을 통하여 주식시계열의 성질들을 규명하였다. 주가가 정상적 성분과 백색잡음 성분의 합으로 이루

어진다는 가설 하에서 주식시계열의 성질을 쪽거리 차원의 분석에 대해서 연구하였다. 이 분석의 결과 주가가 표준 브라운과정과 분수 브라운과정을 따르고 있지 않는다는 것을 의미한다. 이는 주가가 무작위행보과정을 보이지 않는다는 의미이지만 이러한 결과가 효율적 시장가설을 기각하지는 못한다.

그리고 쪽거리 적분 자기회귀이동 평균과정을 통하여 얻은 실증분석의 결과에 의하면, 장기기억이 주가형성에 존재하고 있다. 그러나 단기기억과정이 장기기억과정을 지배하고 있으며 지배의 정도가 강하여 주식시계열이 겉으로 표출하는 과정은 단기기억과정이다. 그러나 주식시계열 내에 존재하고 있는 장기기억은 단기기억과정에 영향을 미치게 된다. 주가는 쪽거리 차원이 성립하지 않으므로 비카오스계에 속한다고 설명하고 있다. 시계열의 시차를 분수차분모형으로 분석하면 장기기억이 존재하나 그 작용은 미미한 것으로 나타난다. 또한 평균회귀가 성립하지 않고 있으나, 주식시계열에 변동성과 진폭성이 존재하고 이분산성이 성립하고 있다.

한편 우리나라의 급격한 경제성장으로 인하여 경제구조의 변화를 요구하게 되었는데 이는 주식시계열의 비연속성 또는 단절시킴으로서 장기기억이 시계열에 존재하지 않는다고 주장하고 있다. 장기기억이 존재하더라도 빈번한 경제단절로 인하여 장기기억이 단기기억으로 변형되게 된다. 이로서 주식 시계열에 단기기억이 장기기억을 지배하게 되었다.

이일균(2001)은 주가가 장기기억과정에 의하여 생성되고 있는지 또는 단기기억과정에 의하여 생성되고 있는지를 검정하였는데, 즉 주가가 장기기억에 의하여 생성되면 주가에 가해진 충격은 쌍곡선감소율로 소멸한다. 따라서 충격의 영향이 대단히 느리게 감소하여 소멸하기 때문에 충격에 대한 지속성을 가진다. 반면 주가가 단기기억과정을 따르면 지수율로 감소하여 소멸한다고 설명한다. 따라서 충격으로 변화된 주가는 평균으로 회귀하게 된다. 장기기억과정은 쪽거리차분과정 또는 분수차분과정이라고 할 수 있다. 한 시계열에 비정상성이 존재하면 서로 인접한 두 개 값의 차분을 통하여 정상적인 시계열을 얻을 수가 있다. 이때 차분의 정도 또는 회수를 표상하는 차분계수가 정수일 수도 있고 분수일 수도 있다. 차분계수가 분수일 것이 요구되는 시계열은 장기기억 과정이

다. 이 논문에서는 분수차분계수를 이용하여 주가 수익률의 장기기억이 존재하지 않음을 분석하였다. 그러나 Kospi, Nasdaq, Mib30은 장기기억에 의해서 생성된 것으로 분석하였다. 또한 Dow Jones와 S&P500시장은 단기기억과정을 따르고 있다는 것을 분석하였다. 이러한 장기기억의 존재유무는 자본자산 가격결정모형의 예측에 투자전략의 변화를 의미한다. 또한 장기기억은 옵션의 가격결정에 영향을 미친다고 설명하고 있다. 현재의 옵션가격의 기본모형은 현실과 많이 괴리되어 있어 장기기억을 고려한 옵션가격결정 모형을 정립해야 한다.

이일균(2002)은 일반최소거리 방법에 의하여 분수차분계수를 추정하는 방법과 일반최소거리 방법에 의하여 추정된 분수차분계수를 사용하여 한 시계열이 무작위 행보과정에 의하여 생성되는지 아니면 평균회귀 과정에 의하여 생성되고 있는지를 검정하는 방법을 제시하였다. 이 논문에서는 한국종합주가지수의 일별 수익률을 ARFIMA 모형을 이용하여 장기기억을 분석하였는데, Kospi의 일별 수익률은 무작위 행보를 따르지 않고 장기기억 과정을 따르고 있다고 주장하였다. 외부 충격이 시계열에 가해지면 충격이 지수율로 감소하여 소멸하는 단기기억과정이 아닌 충격이 느리게 감소해 가는 쌍곡선율을 가진다고 설명하고 있다. 그러나 충격이 영원히 지속되는 것이 아니라 완만하고 느리게 감소하여 결국에는 소멸한다고 주장하고 있다. 궁극적으로는 충격이 완전히 소멸하게 되는 평균으로 회귀하게 되며, 한국종합주가지수의 일별 수익률은 평균회귀 과정을 따르고 있다. 이러한 장기기억의 특성은 새로운 투자전략을 형성하게 된다.

제2절 외국의 선행연구

1. 국제유가시장에서의 장기기억에 관한 연구

Alvarez-Ramirez et al.(2002)는 일일 국제유가 시계열에서 장기기억이 존재

하는지를 R/S 분석을 통하여 분석하였다. R/S 분석 결과, 국제유가시장에 장기기억이 존재하는 것으로 분석되었고 장기기억이 국제유가의 가격형성에 영향을 주고 있다고 주장하였다. 그리고 고차원상관분석(height-height correlation function analysis)을 통하여 국제유가의 프랙탈 구조에 대하여 분석하였다. 이 분석을 통하여 국제유가에서 장기기억의 지속적인 구간과 반 지속적인 구간을 구별하여 새로운 국제유가 예측 모델을 수립하였다. 또한 프랙탈 구조의 존재는 각각 다른 프랙탈 구조의 구성요소 간의 영향에 의해서 만들어진다. 이는 국제유가시장이 다른 시계열에서 동적인 상호작용을 가지는 복잡한 과정에 의해서 형성된다. 이러한 장기기억이 존재하는 저빈도 자료(일별, 주별)의 확률 분포도가 정규 분포도를 따르지 않고 두터운 꼬리를 가진 Lorentz 확률 분포도를 따르고 있다고 주장하였다.

요약하면 국제유가는 시계열에서 발생하는 충격에 의해서 형성되고 있다. 이러한 충격들은 장기적으로는 국제유가 형성에 중대한 영향을 미치고 있다. 그리고 국제유가시장을 임의보행과는 전혀 관계없는 과정에 의해서 형성되며, 실제로는 장기기억이 국제유가의 가격변화를 주도하고 있다.

2. 주가에서의 장기기억에 관한 연구

Nath(2002)는 인도 증권시장에서 장기기억의 특성을 R/S 분석 방법을 이용하여 분석하였다. 10년 동안의 NIFTY의 일일 수익률에 장기기억이 존재하는지에 대해 분석한 결과 최초 2년 동안의 시계열에서는 Hurst 지수가 0.5에 가까워서 장기기억의 존재가 미약했으나 장기간의 시계열에서는 장기기억의 존재를 확인하였다. 이러한 분석에 따르면 주가의 흐름이 임의보행과정을 따르지 않는다는 것을 보여 주고 있다. 그러나 일일 주식수익률에서 장기기억의 특성을 분석하기 위해서는 장기간의 시계열이 필요하지만 이 논문에서는 10년이라는 단기간의 자료를 이용하여 분석하여기 때문에 분석결과의 신뢰도에 의문이 제기된다.

Sadique and Silvapaulle(2001)는 7개 나라(한국, 일본, 뉴질랜드, 말레이시

아. 싱가포르, 미국, 호주)의 주별 주식수익률에 장기기억이 존재하는지를 분석하였다. 한국, 말레이시아, 싱가포르, 뉴질랜드의 평균수익률에서 충격이 서서히 소멸되는 요소들을 발견하였다.

이 논문은 기존의 논문들과 달리 7개국의 주가수익률을 분석함으로써 나라마다 다른 경제구조에서도 동일한 결과를 보이는데 중점을 두었다. 또한 이 논문은 장기기억을 분석하기 위해서 주로 Lo(1991)의 수정 R/S 분석과 ARFIMA 모형을 이용하여 분석하였다. 그 결과 한국, 말레이시아, 싱가포르, 뉴질랜드의 주가수익률에 장기기억이 존재한다는 것은 분석하였다. 이 의미는 위 4개국의 증시의 흐름이 효율적이지 못하다는 것과 자본시장이 다양하지 않다는 것을 의미한다.

Skjeltorp(2000)는 카오스 이론과 프랙탈 구조를 적용하여 두 가지 모델을 이용하여 주식시장에서 발생하는 가격변동을 분석하고자 하였다. 첫째, R/S 분석을 이용하여 노르웨이 주식시장과 미국의 주식시장에 장기기억이 존재하는지에 대해서 분석하였다. 그 결과 두 주식시장에 장기기억이 존재하는 것으로 분석되었으며, 이는 기존의 효율적 시장가설을 부정하는 근거가 되었다. 다운존스(Dow-Jones) 지수에서 평균적인 비주기적 순환(non-periodic cycle)⁶⁾을 분석하였다. 비주기적 순환을 측정하여 다운존스 주가의 변동을 예측할 수 있는 새로운 모형을 제시하였다. 둘째, 노르웨이 주식수익률의 확률 분포도는 정규 분포도를 따르지 않고 두터운 꼬리를 가진 Levy 확률 분포도를 갖는다. 결론적으로 두 가지 분석 모델을 이용하여 두 주식시장에 장기기억이 존재한다는 것을 입증하였다.

Howe et al.(1991)는 R/S 분석을 이용하여 한국, 일본, 호주, 홍콩, 싱가포르 그리고 대만의 주식시장에서 장기기억이 존재하는지에 대하여 분석하였다. 여기서 고전적인 R/S 분석에 의하면 한국, 일본, 싱가포르 그리고 대만에서 장기기억의 존재를 발견하였다. 그러나 Lo(1991)의 수정 R/S 분석의 결과 모든 부분에서 장기기억이 사라졌다. 이러한 장기기억의 부재는 정보의 효율성과 관련이 있다. 여기서 주식시장에서 장기기억의 존재 또는 부재에 대한 의문이 다 해

6) Peters(1991)는 R/S 분석결과 장기기억효과가 측정할 수 없을 정도로 작게 사라지는 지점을 비주기적 순환이라고 하였다.

결된 것은 아니다. 하지만 이 논문은 자산가격에서 장기기억에 대한 분석은 연구자가 어떠한 모델을 사용하느냐에 따라서 결론이 변할 수 있다는 것을 보여주는 것이다. 그러므로 지금까지 연구된 장기기억에 관한 연구들은 재검토가 필요하고 신뢰할만한 연구 방법이 아니다.

Barkoulas et al.(2000)는 ARFIMA 모형을 이용하여 그리스 주식시장에서 장기기억을 분석하였다. 장기기억은 가까운 과거와 먼 과거로부터 형성되어 주식시장에 영향을 미치는 것으로 나타났다. 여기서 장기기억을 통한 주식시장의 미래 예측은 임의 보행에 의한 예측보다 더 정확한 것으로 분석되었다. 또한 장기기억 예측은 6개월 이상에 대한 주식시장의 예측에서 자기회귀(autoregressive) 예측보다 뛰어난 것으로 분석되었다. 이러한 장기기억의 존재는 기존의 마팅게일 모델(martingale model)과 모순되는 것이다. 이 논문에서는 장기기억이 존재하는 그리스 주식시장에 새로운 투자예측 모델을 제시하고 있다. 또한 그리스 주식시장에서 획득한 장기기억의 존재 결과를 다른 자본시장에 적용할 수 있다.

3. 외환시장에서의 장기기억에 관한 연구

Barkoulas and Baum(1998)는 일본의 재무시계열들 중에서 장기기억이 존재하는지를 분석하였다. 특히, 일본의 유로-엔의 환율 변화와 유로-엔 환율의 기간에서 장기기억의 특성을 ARFIMA 모형을 이용하여 분석하였다. 분석 결과에 의하면 유로-엔 환율시계열에 상당한 지속성이 존재하는 것으로 나타났다. 지속성의 존재는 재무시계열이 비선형적이라는 것을 의미한다. 시계열에 대한 장기 전망을 개선하기 위한 비선형 모형을 제기 할 수 있다. ARFIMA 모형은 장기기억의 존재를 장단기에 걸쳐서 분석할 수 있기 때문에 비선형 모형을 분석하는데 적합하다. 한편, 이 논문에서는 일본의 유로-엔 환율시계열에서 나타나는 장기기억의 원인을 경제 정책의 간섭과 정부의 개입 때문이라고 지적하고 있다.

앞서 살펴본 바와 같이, 기존의 실증연구에 의하면 장기기억이 주요 재무시계

열에 존재하는 것으로 분석되었다. 이는 재무시계열에 카오스의 존재 가능성을 의미한다. 지금까지의 이론들이 자산가격형성에서 표준 편차나 분산에 입각한 선형 확률 구조에 바탕을 두었지만 여러 실증 분석의 결과, 우리나라 주가수익률의 자료 생성과정은 적어도 선형 구조가 아닌 것으로 판단되고 있다. 그리고 이러한 주가시계열이 정규 분포도를 따르지 않고 꼬리가 두터운 분포도를 가지는 것으로 분석되었다.

한편, 국내외 많은 연구들이 주식시장이라는 한정된 금융시장에서만 이루어지고 있다. 재무시계열의 장기기억의 특성은 주식시장뿐만 아니라 다른 금융시장에도 존재하고 있기 때문에 다른 금융시장에도 장기기억의 존재에 대한 분석이 필요하다. 또한 많은 선행연구들이 재무시계열의 분기별 또는 일별 자료에만 의존하여 장기기억을 분석하고 있다. 그러나 앞으로의 연구들은 분별 또는 시간별 자료를 활용하여 장기기억이 얼마나 짧은 시간에도 존재하는지에 대해서도 분석이 필요하다. 또한 재무시계열에 장기기억이 존재한다면 이러한 장기기억의 원인이 무엇인지를 밝힐 필요가 있으며 장기기억에 따른 새로운 가격형성이나 투자전략에 대해서 더 많은 연구가 필요하다.

제3장 장기기억 검정방법

제1절 R/S 분석

1. 배경

R/S 분석은 재무시계열에서 프랙탈 구조를 추정하기 위한 하나의 방법으로 나일 강의 저수량을 연구하던 Hurst에 의해서 R/S 분석이 발전하게 되었다. Hurst(1951)는 나일 강 범람을 막기 위하여 나일 강 댐 저수량의 적정수준을 연구하였다. 그는 8세기 반 동안의 장기자료를 이용하였는데, 나일 강의 저수량은 유입되는 강물량은 계절적인 강수량에 의해서 좌우되는 임의보행과정을 보이는 것으로 추정했다. 그러나 Hurst는 나일 강의 저수량 시계열에 일정한 지속성이 존재한다는 것을 발견하였다. 이는 강물 흐름에서 지속성의 증가는 필요 저수량을 증가시키며, 이 점에서 시계열에 장기기억⁷⁾이 존재한다는 것을 발견하였다. Hurst는 장기기억을 설명하기 위해서 Hurst 지수(Hurst exponent: H)라는 새로운 통계 방법을 제시하였다.

Mandelbort에 의해서 R/S 분석은 발전하게 되었고 Booth et al.(1982), Helms et al.(1982), Peters(1989)에 의해서 경제학적인 자산 가격분석에 적용되기 시작하였다.

2. R/S 분석 방법⁸⁾

7) Beran(1994)은 만약에 재무시계열에 지속성이 존재하게 되면, 관측치들이 특정한 기간동안 높은 수준에 머물려는 경향이 있고 또 다른 특정기간에도 관측치들이 낮은 수준을 유지하려는 경향이 있다.

8) R/S 분석에 대한 자세한 설명은 Alvarez-Ramirez et al.(2002) 참조.

시계열의 장기기억의 존재를 측정하기 위한 R/S 분석의 검정방법은 범위(range)와 표준편차(standard deviation)의 비율을 이용하였는데 R/S 통계량은 시계열자료가 평균으로부터 벗어난 누적된 편차의 범위를 표준편차로 조정 한 것이다. 고전적인 R/S 분석법은 시계열자료에 단기적인 의존이 존재할 경우 편의가 있는 결과를 제시하는 약점이 있어서 통계적인 신뢰성을 보이지 못하였다. 그러나 Lo(1991)에 의해서 수정된 R/S 분석법이 제기 되었는데 이는 고전적인 R/S 분석의 약점을 보완하기 위하여 단기적 편의성을 제거한 것이다.

수정 R/S 분석의 조정된 범위는 다음과 같이 정의 할 수 있다. 독립적인 체계에서 거리는 시간의 $\sqrt{}$ (root)에 의해서 평균에 비해 증가한다. 만약에 독립된 체계가 시간의 $\sqrt{}$ 의 거리 보다 큰 거리를 포함한다면, 정의에 의해서 독립성이 보장되지 않을 것이다. 그리고 변화는 각각에 영향을 주게 될 것이다. 결론적으로 상관관계가 존재하게 된다.

여기서 가격 시계열을 P 라고 하면 n 만큼의 기간의 연속성은 P_n 로 나타낼 수 있다.

$$P_n = p(t_1), p(t_2), \dots, p(t_n), \quad (3-1)$$

그리고 통계학적인 양인 $R_n(\tau)$ 는 n 기간 동안의 τ (tau)의 가격 수익률이라고 하며 시간척도 τ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R(\tau) = r_1(\tau), r_2(\tau), \dots, r_n(\tau), \quad (3-2)$$

여기서

$\tau_1 = p(t_i + \tau) - p(t_1), i = 1, 2, \dots, n.$ 으로 나타내면, 가격 수익률을 종속시계열(sub-series) D 의 길이 M 으로 나눈 다음에 각각의 종속시계열을

$I_{M,d}(\tau)$ 라고 정의하면,

$$I_{M,d}(\tau) = r_{1,d}(\tau), r_{2,d}(\tau), \dots, r_{M,d}(\tau) \quad d=1,2,\dots,D \quad (3-3)$$

그리고 종속시계열 $I_{M,d}(\tau)$ 의 평균값을 $E_{M,d}(\tau)$ 로 나타내면,

$$E_{M,d}(\tau) = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M r_{k,d}(\tau) \quad k=1,2,\dots,M \quad (3-4)$$

종속시계열 $I_{M,d}(\tau)$ 의 표준 편차 $S_{M,d}$ 역시 도출할 수 있다.

$$S_{M,d}(\tau) = \left[\frac{1}{M} \sum_{k=1}^M (r_{k,d}(\tau) - E_{M,d}(\tau))^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (3-5)$$

여기서 주어진 $X_{k,d}$ 편차는

$$X_{k,d}(\tau) = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M (r_{k,d}(\tau) - E_{M,d}(\tau)), \quad (3-6)$$

현실적으로, 종속시계열 $R_{M,d}(\tau)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_{M,d}(\tau) = \max \{ X_{1,d}(\tau), X_{2,d}(\tau), \dots, X_{M,d}(\tau) \} - \min \{ X_{1,d}(\tau), X_{2,d}(\tau), \dots, X_{M,d}(\tau) \},$$

(3-7)

예를 들어 $R_{M,d}(\tau)$ 가 $S_{M,d}(\tau)$ 에 의해서 조정되거나 정형화된 관계, 즉 M 의 길이에 대한 평균값 $(R/S)_M(\tau)$ 는

$$(R/S)_M(\tau) = \frac{1}{D} \sum_{d=1}^D \frac{R_{M,d}(\tau)}{S_{M,d}(\tau)}, \quad (3-8)$$

결론을 도출하면, $(R/S)_M(\tau)$ 의 함수는 다음과 같이 정형화 할 수 있다.

$$(R/S)_M(\tau) \propto M^{H(\tau)}, \quad (3-9)$$

여기서 $H(\tau)$ 를 Hurst 지수라고 하고 D_f 를 1차 차분계수라고 하고 Hurst 지수 $H(\tau)$ 와 D_f 사이에는 $D_f = 2 - H(\tau)$ 성립한다.⁹⁾

3. Hurst 지수의 해석¹⁰⁾

이론에 의하면, Hurst 지수로부터 미래시점에서 현재시점의 충격을 상관함수

9) Razdan(2002)는 D_f 가 1.5 일 때, 재무시계열은 임의보행과정이고 $1 < D_f < 2$ 일 때, 재무시계열은 반 지속적 과정을 보이며, $1 < D_f < 1.5$ 일 때, 재무시계열은 지속적인 과정을 보인다고 주장하였다.

10) Hurst 지수 해석에 대한 자세한 내용은 Skjeltorp(2000) 참조.

(correlation function) C 로 나타내면, $C=2^{(2H-1)}-1$ 와 같이 나타낼 수 있다. 즉 $H=0.5$ 이면 C 가 0이 되어 시계열은 상관관계를 가지지 않게 된다. 이는 효율적 시장가설을 지지하는 것으로 시계열 상관이 존재하지 않음을 의미한다.

그러나 만약에 $0.5 < H \leq 1$ 일 때 시계열이 지속적이다. 즉, 장기기억이 모든 시계열 척도에 영향을 미치게 된다. 예를 들어, 매일의 가격변화는 미래의 가격변화와 관련이 있고 매주의 가격은 미래의 매주 가격과 관계가 있다. 지속성이란 과거시점에 시계열이 오르거나 내리거나 했다면 다음 시점에 시계열도 오르거나 내릴 것이다 는 것을 의미한다. H 가 1.0에 접근할수록 장기기억의 지속성은 증가하게 된다. 그리고 $0 \leq H < 0.5$ 일 때는 음(-)의 상관관계를 가지게 되어 반 지속성(anti-persistent)을 보이게 된다.

기존의 금융이론이 평균과 분산에만 관심을 두었지만 이러한 R/S 분석은 동일한 평균과 분산을 가진 시계열이라고 하더라도 장기기억의 지속성에 의해서 전혀 다르게 파악 될 수 있다. 어떤 시계열에 장기기억이 존재한다면 이는 시장구조뿐 아니라 거래전략에서도 기존의 분석결과와 다른 의미를 제시 할 수 있다.

4. Height-height correlation function analysis¹¹⁾

지금까지는 장기기억의 존재에 대해서 고찰해 보았다. 여기서는 복잡한 국채선물 가격의 프랙탈 구조를 분석할 것이다. 국채선물 가격의 구조적인 특징을 구하기 위하여 다차분 분석(multifractal analysis)을 통하여 가격의 최고점의 변동을 분석하였는데, 최근의 많은 경제학자들은 가격 변동의 다차원 분석에 관심을 가지고 있다. 이러한 연구들 중에서, Barabasi et al.은 자체유사변환차분성(self-affine fractals)에 대해서 발표하였고 다중유사변환함수(multiaffine function)와 다차분적 스펙트럼(multifractal spectrum)에 대해서 연구하였다.

이러한 재무시계열에 다차원성을 분석하기 위해서 q 번째 고차원상관함수(the

11) 고차원상관함수에 대한 자세한 설명은 Alvarez-Ramirez et al.(2002) 참조.

q-th height-height correlation function) $F_q(\tau)$ 는 다음의 형태로 정형화할 수 있다. 여기서는 τ 는 시간척도를 의미한다.

$$F_q(\tau) = \langle |x(t+\tau) - x(t)|^q \rangle_t, \quad (3-10)$$

여기서 H_q 와 $x(t)$ 는 각각에 일반화된 q 번째 Hurst 지수와 국제가격이다. 만약 $x(t)$ 가 시간의 척도로 변하게 되면 다음 식 (3-11)과 같은 형태를 가지게 될 것이다.

$$F_q(\tau) \propto \tau^{qH_q}, \quad (3-11)$$

여기서 q 는 0보다 크며 q 가 1일 때, 일반적인 Hurst 지수이다. 이는 q 를 다변화시킴으로써 지금까지 발견되지 않던 가격변동의 교차점(crossover)을 분석할 수 있다. H_q 는 q 에 의해서 변화하게 되면 많은 다중 유사변환 스펙트럼(non-trivial multi-affine spectrum) 얻을 수 있다. 여기서 고차원상관관계를 일반화시키는 것은 $x(t)$ 의 가격의 큰 변동을 심화시키기 위한 목적이다. 즉, 고차원상관함수 $F_q(\tau)$ 는 가격 변동의 흐름을 확대시키는 역할을 수행하게 된다. 이러한 고차원상관함수를 이용하여 $x(t)$ 의 가격변동의 특성을 분석할 수 있다.

제2절 ARFIMA 모형

1. ARFIMA 모형¹²⁾

지금까지는 Hurst 지수를 이용하여 재무시계열에 존재하고 있는 장기기억을 파악하였다면, 여기서는 최근에 많이 연구되고 있는 시계열에 가해지는 충격에 대한 의존성에 대해서 연구해 보자. 의존성에 대한 연구는 시계열에 단위근이 존재하는지를 검정하는 것에서 출발한다. 시계열의 대표적인 모형인 자기회귀과정(AR)과 이동평균과정(MA)이다. 이 두 모형의 결합적인 형태가 자기회귀평균이동과정(ARMA)이다. 여기서 불안정한 시계열을 안정화시키기 위해 1차분 것이 적분자기회귀 이동평균과정(ARIMA)이라고 한다.

우선 다음과 같은 ARIMA 모형을 살펴보면 다음과 같다.

$$\phi(L)(1-L)^d X_t = \theta(L)a_t \quad d=0,2,3,\dots, \text{정수} \quad (3-12)$$

$(1-L)^d X_t$ 는 X_t 를 d 번 차분 하는 것을 의미한다. ARIMA 모형에서는 차분계수 d 는 양의 정수이다. 일반적으로 d 가 0인 경우 시계열은 정상적임을 의미하나 d 가 1인 경우 시계열은 단위근이 존재하는 비정상적인 상태를 의미한다.

ARIMA 모형은 시계열의 장기기억을 모형화 하는데 적절하지 못하다. 이러한 ARIMA 모형은 외부충격에 대한 지속성 정도를 $I(0)$ 와 $I(1)$ 과정만으로 장기기억의 특성을 분석하기에는 너무 제약적이라는 비판이 많았다. 그래서 Granger-Joyeux(1980), Hosking(1981)등은 ARIMA 모형을 보다 일반화한 것으로 d 가 정수가 아닌 실수 값을 가지는 ARFIMA(Fractionally Integrated ARMA:ARFIMA) 모형을 제기하였다. 장기 의존성이란 과거의 시계열 값이 크면 클수록 현재의 시계열 값도 증가하는 것을 의미하고 반대로 과거의 시계열 값이 작으면 작을수록 현재의 시계열 값도 감소하게 된다.

12) ARFIMA 모형의 자세한 설명은 홍정훈(1998) 참조.

ARFIMA (p, d, q) 에서 회귀모수 $\phi(L)$ 와 이동평균모수 $\theta(L)$ 의 모든 근은 단위원 외부에 존재한다. ARFIMA (p, d, q) 는 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$\phi(L)(1-L)^d x_t = \theta(L)a_t, \quad d=\text{실수} \quad (3-13)$$

단, $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$ 이고 $\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$ 로 각각 안정성 및 가역성 조건을 만족한다.¹³⁾ 위의 식 (3-13)을 다음과 같이 변환시켜 보자.

$$(1-L)^d Y_t = B(L)a_t \quad (3-14)$$

여기서 $B(L) = \phi^{-1}(L)\theta(L)$ 이다. 만일 Y_t 가 비정상적인 시계열이고 단위근이 존재한다면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(1-L)^{d-1} X_t = B(L)a_t \quad (3-15)$$

또는

$$X_t = (1-L)^{1-d} B(L)a_t \quad (3-16)$$

13) 홍정훈(1998)은 ARFIMA 모형에서의 안정성과 가역성의 조건을 $|d| < \frac{1}{2}$ 이라고 하였다.

여기서 $X_t = (1-L)^d Y_t$ 이며 X_t 는 정상적인 시계열을 가지게 된다. 여기서 식 (3-16)을 $(1-L)^d$ 로 이항 전개하면 다음과 같다.

$$(1-L)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)L^k}{\Gamma(-d)\Gamma(k+1)} \quad (3-17)$$

여기서 $\Gamma(\cdot)$ 를 감마 함수라고 나타낸다. ARFIMA(p, d, q) 과정은 시계열의 단기 및 장기 의존성의 모형화를 가능하게 해주는 과정인 것이다. d 모수가 0이면 이 시계열은 장기 의존성을 가지지 않게 된다. 그러나 $d > 0$ 인 경우에는 장기 의존성이 존재하게 된다.

ARFIMA 과정 Y_t 는 $\phi(L)$ 과 $\theta(L)$ 의 모든 근은 단위근 외부에 존재한다. $|d| < 0.5$ 이면, 정상적인 시계열을 의미한다. $d \geq 0.5$ 가 되면, 이 과정은 무한분산을 가지게 되므로 비정상적인 시계열이 된다. 반면, $0 < d < 0.5$ 인 경우에 ARFIMA의 자기상관계수는 $\rho(k) = k^{2d-1}$ 로 나타낼 수 있다.

요약하면, ARMA 과정은 자기상관이 지수적으로 빠르게 감소하지만 ARFIMA 과정의 자기상관함수는 쌍곡선율로 느리게 감소하여 0에 접근하게 된다.

2. 분수차분계수 해석¹⁴⁾

Baum et al.(1999)는 ARFIMA 모형에서 장기 의존성을 다음과 같이 정의하고 있다. 분수차분계수 d 가 $0 < d < 0.5$ 인 경우를 양의 장기 의존성(long-range positive dependence)을 가지는 과정이라고 하였다. 그리고 $-0.5 < d < 0$ 인 경우, 이를 음의 장기 의존성(long-range negative dependence)이라고 하며, $d = 0$ 인 경우를 단기의존성만을 보이는 정상적인 ARMA 과정으로 정의하였

14) 분수차분계수 해석에 대한 자세한 내용은 조하현·이승국(2002) 참조.

다. 한편, $0.5 < d < 1$ 의 경우, 이 과정은 정상적인 시계열은 아니지만 평균회귀 성향을 나타내게 된다. 충격에 대해 비지속적 과정으로 정의하였다.

또한 Baillie(1996)에 의하면 시계열이 $0 < d < 0.5$ 일 때 자기상관 함수 절대치의 극한 합이 무한하다는 점에서 이를 장기 의존성이라고 하였다. 그리고 $-0.5 < d < 1$ 의 경우, 각 충격들은 다른 충격들과 음의 관계를 가지게 되어 모든 자기상관은 음이고 쌍곡선 율로 느리게 0에 수렴하게 되므로 이를 반 지속적 과정이라고 정의하였다.

제4장 실증분석

제1절 자료

우리나라 선물시장에 장기기억의 존재하는가를 검정하기 위해서 이 논문에서 사용된 실증 분석 자료는 다음과 같다. 2003년 3월 4일부터 2003년 9월 17일까지 국채선물 KTB306과 KTB309 시계열 자료를 이용하였다. 이 자료는 한국선물거래소의 틱 자료를 이용하였다.

두 국채선물 시계열의 틱 자료를 1분별 자료, 10분별 자료, 시간별 자료, 일별 자료로 나누어 장기기억의 존재 유무를 분석하였다. 이 논문의 실증분석 자료는 <표 4-1>과 같이 분류 할 수 있다.

<표 4-1> 실증분석 자료의 분류

	KTB306		KTB309	
	기간	관측치	기간	관측치
분별 자료	2003.3.4 ~2003.6.17	16383	2003.3.20 ~2003.9.1	16383
10분별 자료	2003.3.4 ~2003.6.17	2302	2003.3.20 ~2003.9.16	2323
시간별 자료	2003.3.4 ~2003.6.17	401	2003.3.20 ~2003.9.16	418
일별 자료	2003.3.4 ~2003.6.17	77	2003.3.20 ~2003.9.16	78

자료: 한국선물거래소

국채선물 KTB306과 KTB309의 수익률에 있어서의 장기기억에 대한 실증분석은 분별 수익률뿐만 아니라 10분별 수익률, 시간별 수익률 및 일별 수익률에 대해서도 실시하였다.

국채선물 지수로부터 명목국채선물수익률은 다음과 같이 계산되었다.

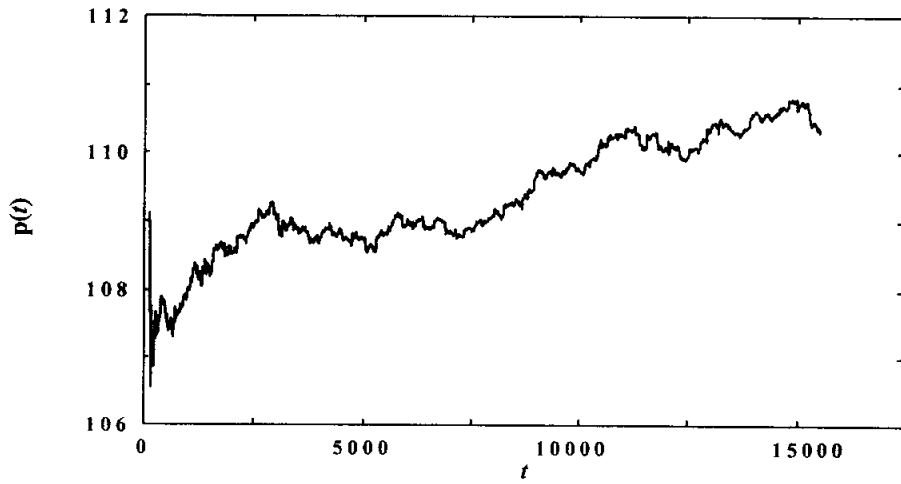
$$r_t = \ln\left(\frac{KTB_t}{KTB_{t-1}}\right)$$

여기서 r_t 는 명목국채선물수익률을 나타내며 KTB_t 는 t 시점의 국채선물의 가격을 의미한다.¹⁵⁾ 다음은 국채선물 KTB306의 시계열 자료와 계산된 수익률을 그림¹⁶⁾으로 나타내었다.

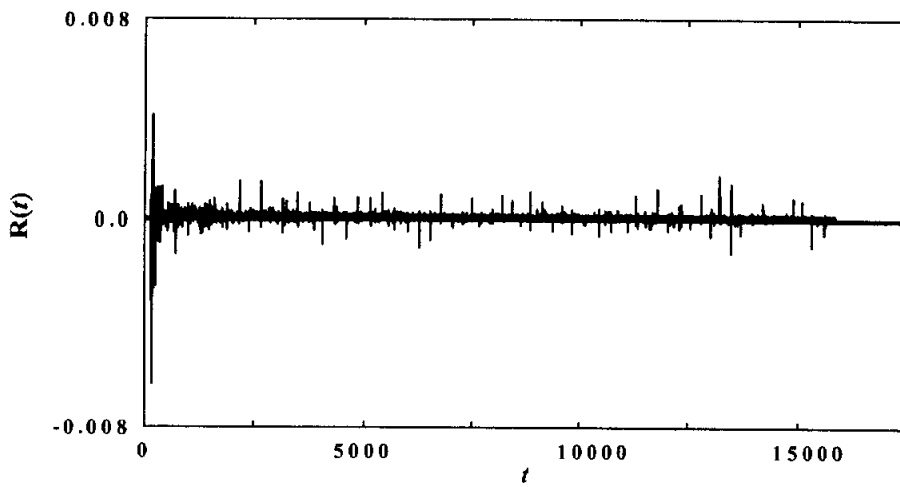
15) 본 연구에서 계산된 명목국채선물수익률은 한국선물거래소의 국채선물 KTB306과 KTB309의 지수를 이용하였다.

16) KTB309의 시계열 자료 및 수익률 자료는 부록I 참조.

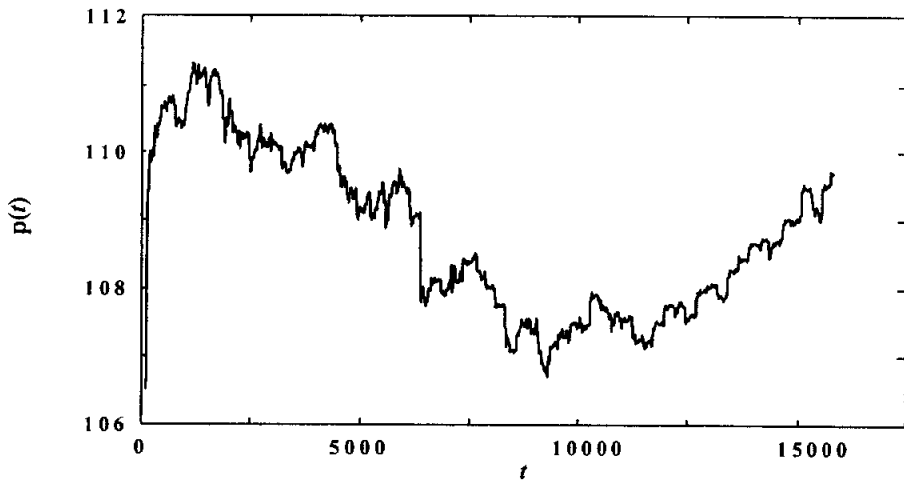
<그림 4-1> KTB306 분별 자료의 선물지수



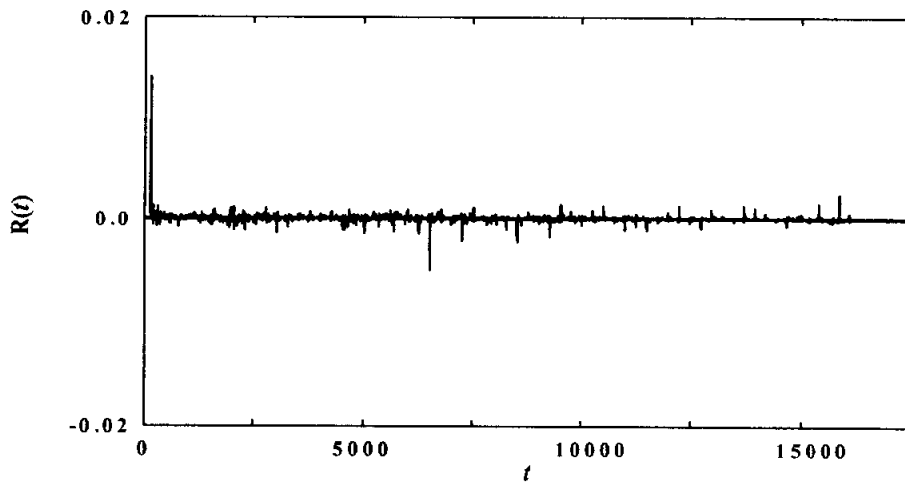
<그림 4-2> KTB306 분별 자료의 수익률



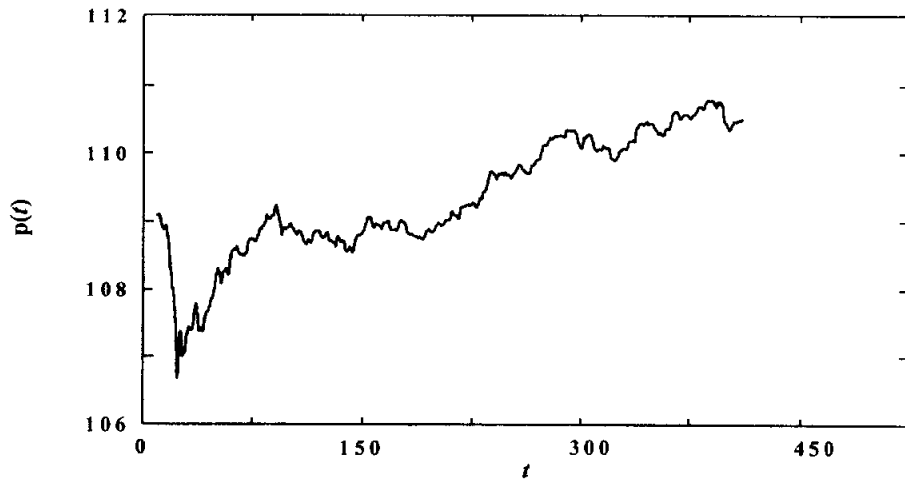
<그림 4-3> KTB306 10분별 자료의 선물지수



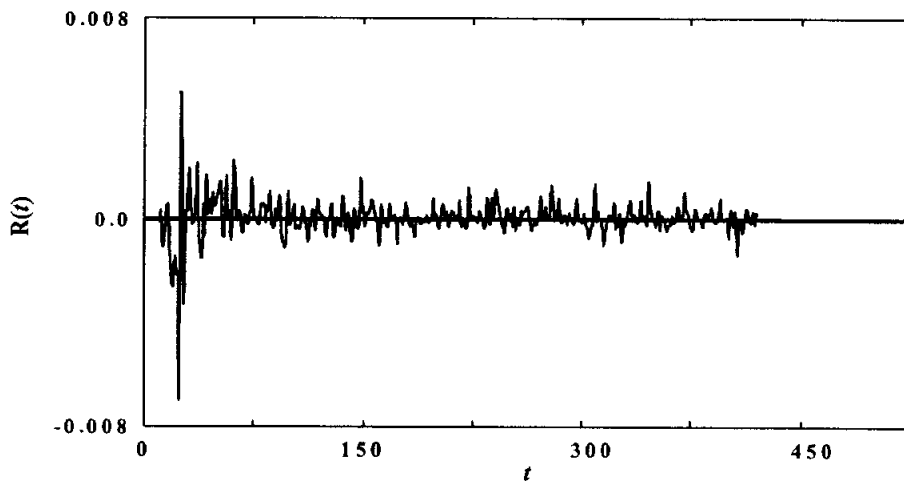
<그림 4-4> KTB306 10분별 자료의 수익률



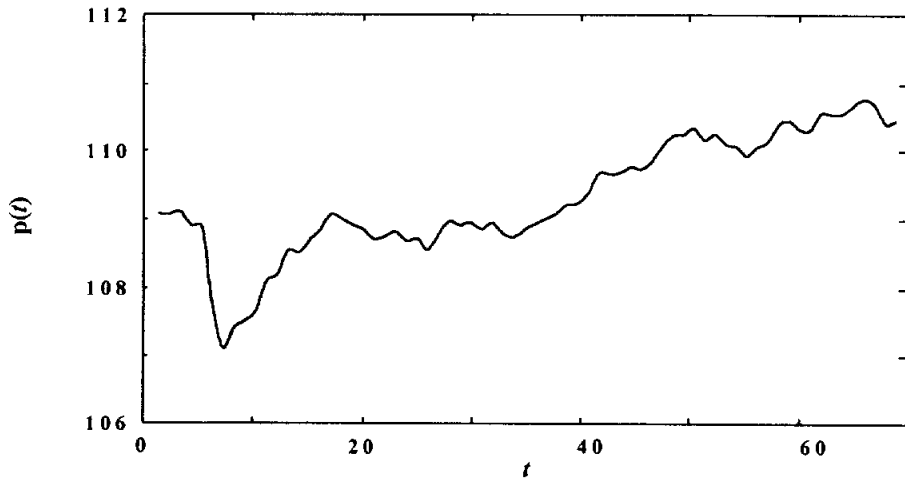
<그림 4-5> KTB306 시간별 자료의 선물지수



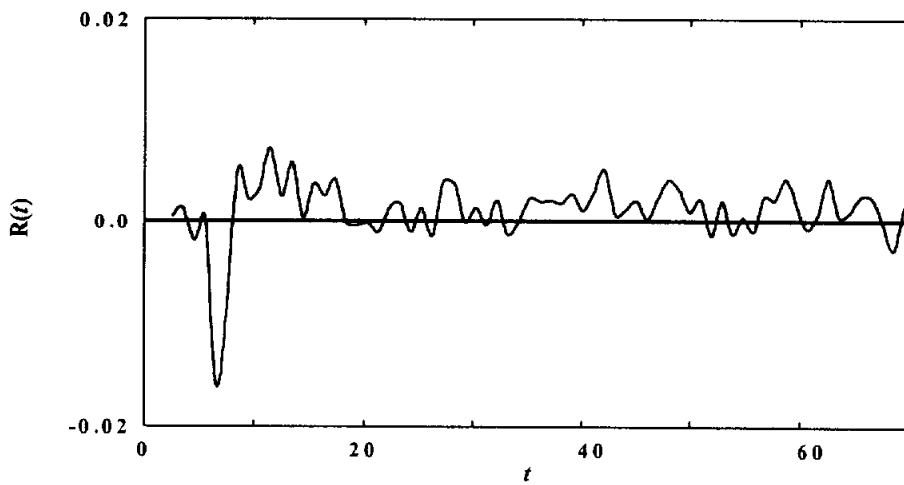
<그림 4-6> KTB306 시간별 자료의 수익률



<그림 4-7> KTB306 일별 자료의 선물지수



<그림 4-8> KTB306 일별 자료의 수익률



여기에서는 국채선물 수익률의 분포적 특성을 고찰하기 위하여 국채선물 수익률의 기초통계량을 구하였다. <표 4-2>와 <표 4-3>은 국채선물 수익률의 기초통계량을 보여준다.

<표 4-2> KTB306 수익률의 기초통계량¹⁷⁾

평균	7.38×10^{-7}	5.84×10^{-6}	0.00003	0.00018
표준편차	0.00015	0.00035	0.00081	0.00206
왜도	-7.05776	-3.21162	-1.69512	-2.61909
첨도	438.74113	82.03001	21.61621	12.55039

<표 4-3> KTB309의 기초통계량

평균	8.68×10^{-7}	9.03×10^{-6}	0.00005	0.00235
표준편차	0.00017	0.00045	0.00108	0.00249
왜도	37.30328	14.27514	5.38199	2.27885
첨도	3413.57884	515.66774	88.68816	15.87007

17) 왜도와 첨도는 각각 다음과 같이 계산되며 정규분포의 왜도는 0이고 첨도는 3임.
 $skewness = E((X - \mu)^3)$, $kurtosis = E((x - \mu)^4)$

<표 4-2>와 <표 4-3>에서 국채선물 수익률 확률 분포도의 첨도(kurtosis)가 정규 분포도의 첨도($k=3$)보다 훨씬 큰 것으로 나타났다. 이는 관측치가 독립적이지 못하고 의존성이 존재하기 때문이다. 또한 비대칭성을 나타내는 왜도(skewness)는 정규분포의 왜도 0과는 다른 값을 보이고 있다. 국채선물 KTB306의 왜도가 0보다 작은 값을 가지기 때문에 꼬리가 좌측으로 치우친 비대칭 분포를 보이며, 반대로 국채선물 KTB309의 왜도는 0보다 큰 값을 가지기 때문에 꼬리가 우측으로 치우친 비대칭 분포를 보인다. 이는 선물시장에서 거래자들이 정보를 받는 대로 반응을 하기도 하지만 대부분의 거래자들은 정보의 가치를 확인하거나 추세가 명백히 드러날 때까지 거래전략을 유보하게 될 것이다.

이와 같이 정보에 대한 편의된 반응은 편의된 임의보행(biased random walk)을 만들어 낼 수 있으며 이러한 과정에 의해 만들어지는 분포는 정규분포를 보이지 않고 두터운 꼬리를 가진 leptokurtic¹⁸⁾ 분포를 따르게 될 것이다. 요약하면 국채선물 수익률의 확률 분포도는 정규 분포도를 따르지 않고 꼬리가 두터운 leptokurtic 분포도를 보이는 것으로 분석되었다.

제2절 R/S 분석결과

1. Hurst 지수

이 논문에서는 우리나라 선물시장에서 장기기억의 존재를 분석하기 위해서 한국선물거래소에서 거래되고 있는 국채선물 KTB306과 KTB309자료를 이용하

18) 조하현·이승국(2002)은 “여러 실증연구에서 장기적으로 자산가격의 예측이 가능할 수 있음이 제기되었으며 또한 주가와 같은 자산의 수익률이 보여주는 실제 분포는 정규분포보다 꼬리부분에 더 많은 관측치가 존재하는 ‘leptokurtic한 분포’라는 것이 일반적이다” 라고 하였다.

여 R/S 분석을 실시하였다. 두 국채선물의 틱 자료로부터 계산된 분별 자료, 10분별 자료, 시간별 자료, 일별 자료를 이용하여 Hurst 지수를 추정하였다.

우선 $\tau=1$ 일 때, 국채선물 KTB306과 KTB309의 Hurst 지수를 구해 보면, <표 4-4>를 구하였다.

<표 4-4> KTB306과 KTB309의 Hurst 지수 ($\tau=1$)

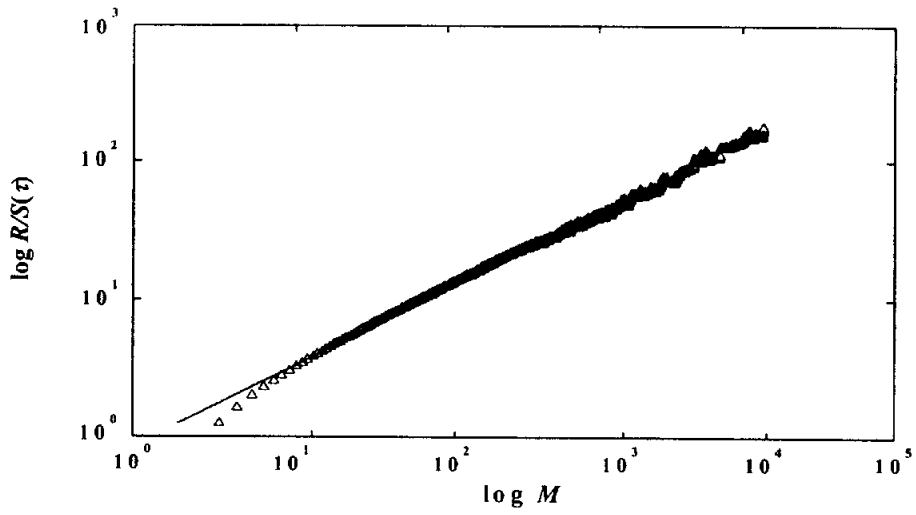
분별 자료	0.5702	0.5999
10분별 자료	0.6089	0.6258
시간별 자료	0.6570	0.6855
일별 자료	0.7185	0.7899

<표 4-4>에서 보듯이 국채선물의 Hurst 지수 $H > 0.5$ 이므로 우리나라 선물시장에 장기기억이 존재하는 것으로 분석되었다. 이는 오늘의 시장가격이 내일의 시장가격에 영향을 준다는 것을 의미한다. 즉 정보의 영향이 빠르게 사라지는 단순한 시계열 상관이 아니라 장기간에 걸쳐 영향을 주는 장기기억특성이 존재한다는 것을 의미한다.

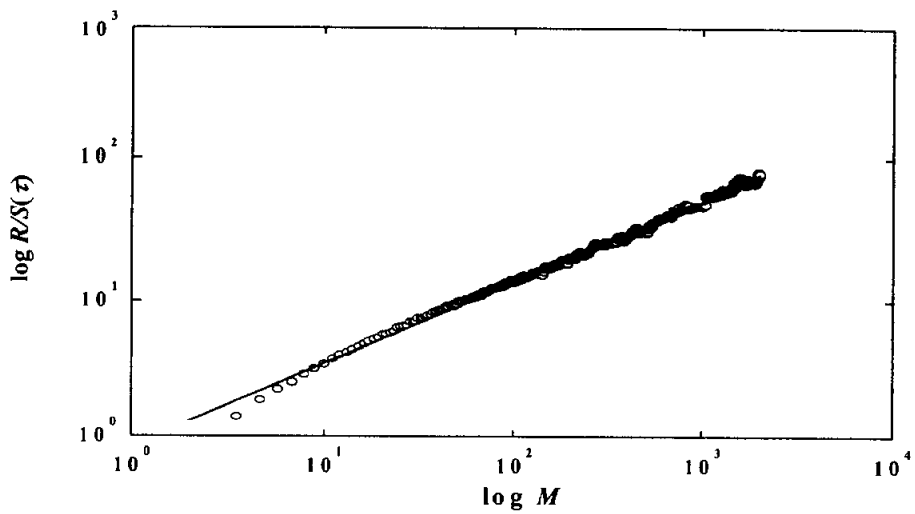
<표 4-4>를 토대로 국채선물 KTB306의 Hurst 지수 ($\tau=1$)를 그림으로 나타내면 다음과 같다.¹⁹⁾

19) $\tau=1$ 일 때, KTB309의 Hurst지수는 그림 부록II 참조.

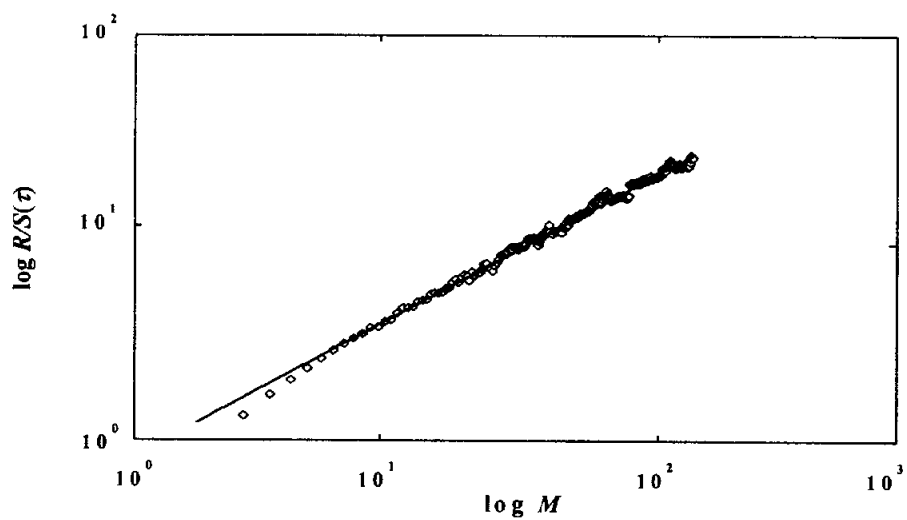
<그림 4-9> KTB306 분별 수익률의 Hurst 지수 ($\tau=1$)



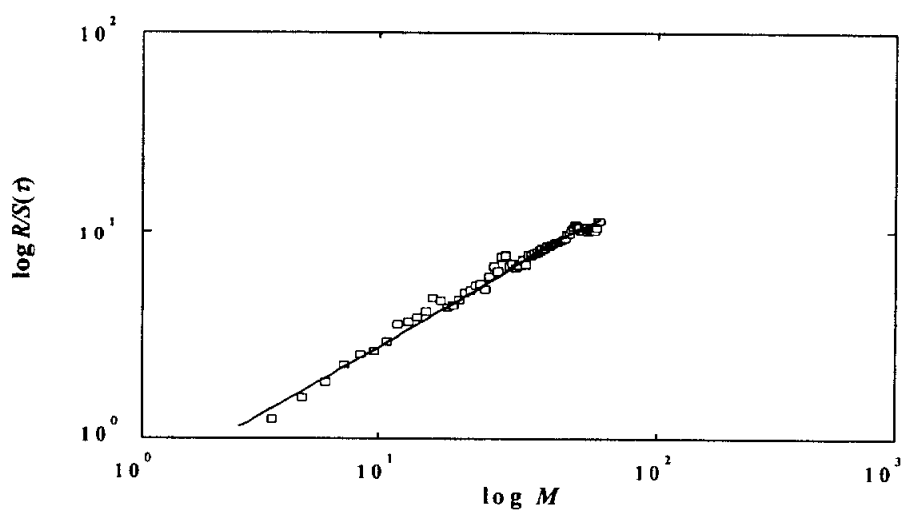
<그림 4-9> KTB306 10분별 수익률의 Hurst 지수 ($\tau=1$)



<그림 4-10> KTB306 시간별 자료의 Hurst 지수 ($\tau=1$)



<그림 4-11> KTB306 일별 자료의 Hurst 지수 ($\tau=1$)

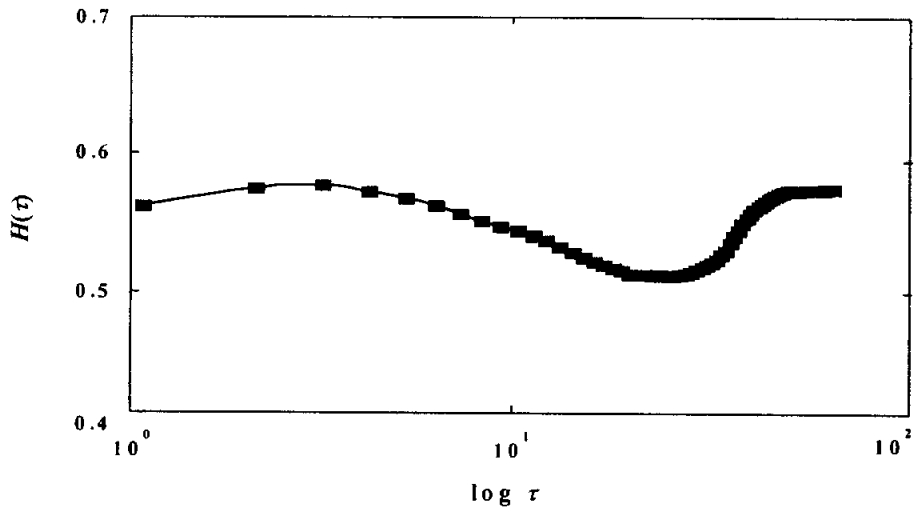


<그림 4-9>부터 <그림 4-11>에서 보듯이 $\tau=1$ 일 때 국채선물의 로그-로그 그림(log-log plot)들이 유사성을 보이고 있다.²⁰⁾ 이는 국채선물 수익률에 프랙탈 구조가 존재하는 것을 의미한다.

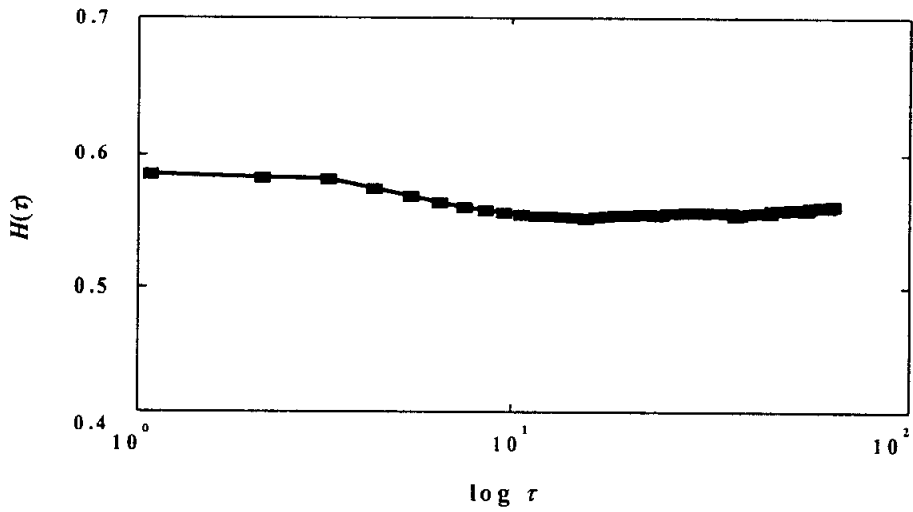
지금까지는 $\tau=1$ 일 때 국채선물의 Hurst 지수를 살펴보았다. 여기서는 국채선물 시계열에서 τ 의 변화에 따른 Hurst 지수가 어떻게 변하게 되는지를 다음 그림을 통하여 살펴보자.

20) Mandelbrot(1969)는 편의된 임의보행과정을 시간의 연속성으로 확장시키는 것을 분수 브라운과정(Fractional Brownian Motion: FBM) 이라고 하였다. 이는 프랙탈 구조를 가지고 있는 시계열 자료는 시간의 척도의 변화에 상관없이 일정한 모양을 유지하게 된다. 이는 시간의 척도가 1일, 1주일, 1달, 1년 등 어느 것도 상관이 없다.

<그림 4-12> 국채선물 분별 자료의 Hurst 지수

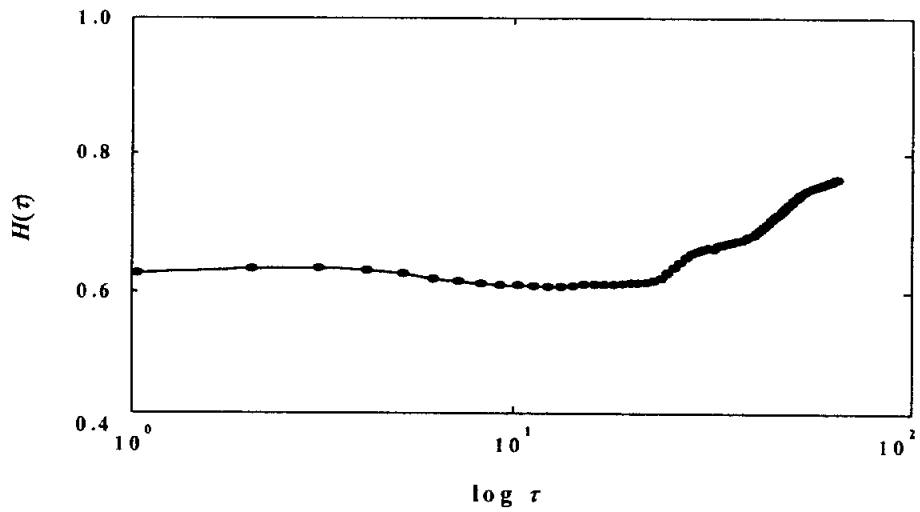


a) KTB306 분별 자료의 Hurst 지수

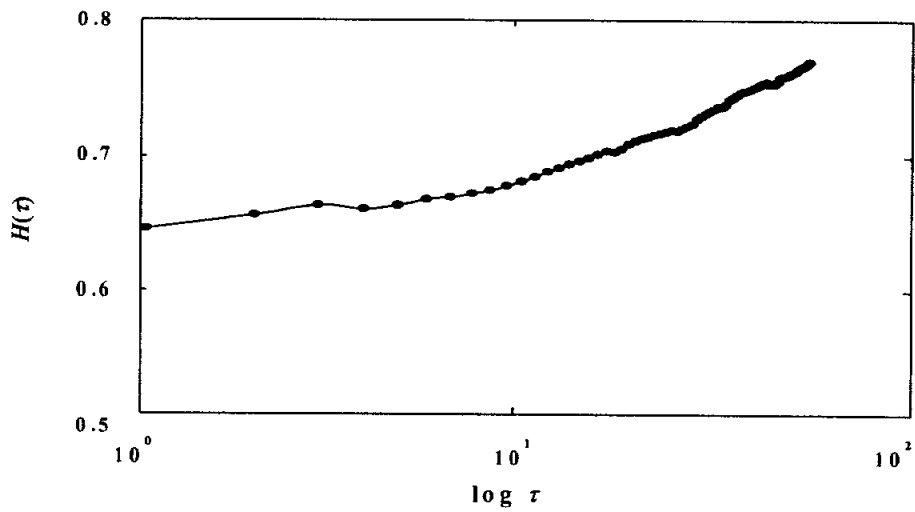


b) KTB309 분별 자료의 Hurst 지수

<그림 4-13> 국채선물 10분별 자료의 Hurst 지수

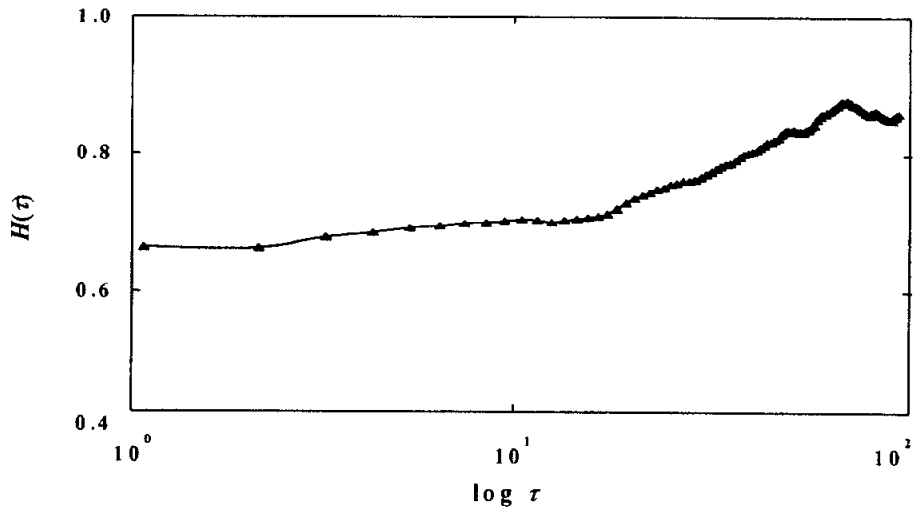


a) KTB306 10분별 자료의 Hurst 지수

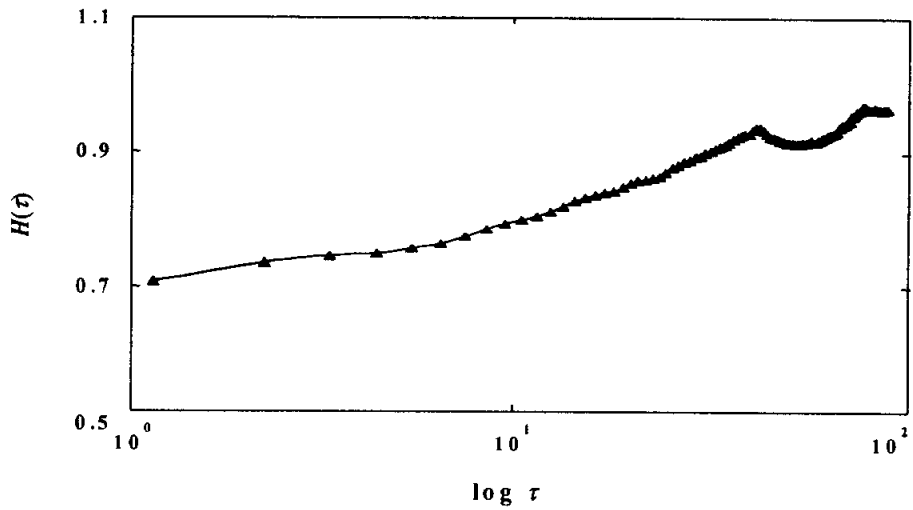


b) KTB309 10분별 자료의 Hurst 지수

<그림 4-14> 국채선물 시간별 자료의 Hurst 지수

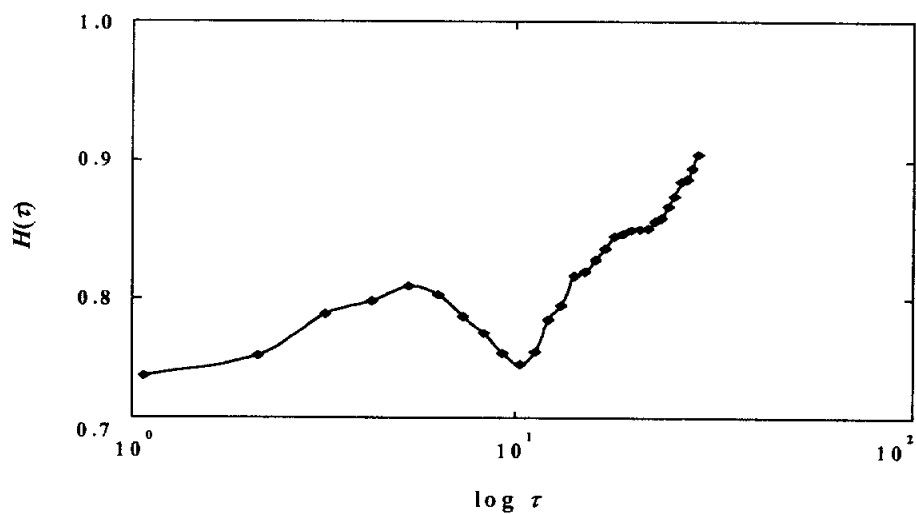


a) KTB306 시간별 자료의 Hurst 지수

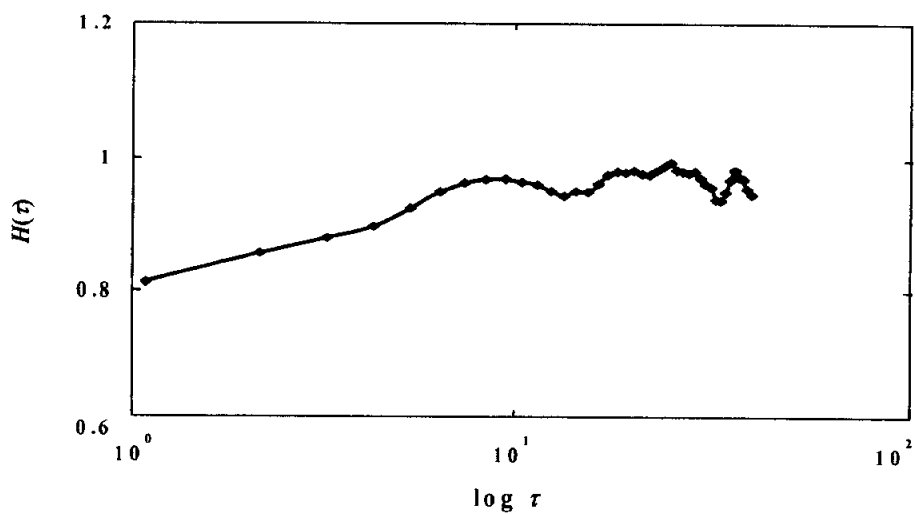


b) KTB309 시간별 자료의 Hurst 지수

<그림 4-15> 국채선물 일별 자료의 Hurst 지수



a) KTB306 일별 자료의 Hurst 지수



b) KTB309 일별 자료의 Hurst 지수

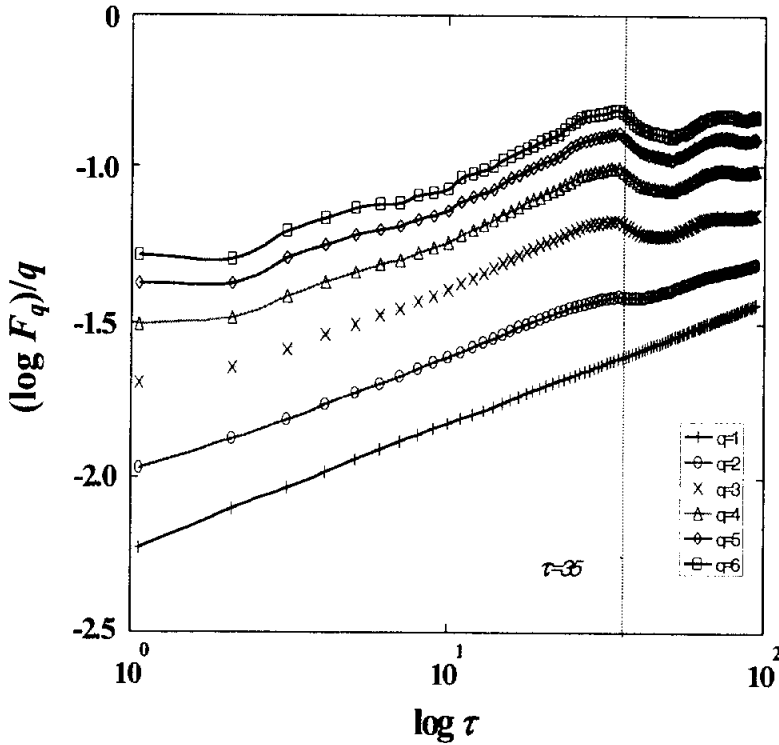
<그림 4-12>부터 <그림 4-15>까지 그림에서 보듯이 τ 의 변화에 따른 국채선물의 Hurst 지수가 전 구간의 시계열에서 $H > 0.5$ 이므로 지속적인 것으로 나타났다. 즉, 장기기억이 모든 시계열 척도에 영향을 미치게 된다. 이로써 우리나라 선물시장에는 장기기억이 존재한다는 것이 밝혀졌다. 또한 τ 가 최대값에 도달함에 따라서, Hurst 지수는 1에 가까운 값을 가지게 될 것으로 예상된다. 이는 Hurst 지수가 1.0에 도달함에 따라 장기기억이 지속적으로 증가하게 된다. 앞 장에서 언급한 상관함수에서 만약 $H = 1.0$ 이면, $C = 1$ 이 되게 된다. 이는 국채선물 시계열의 변수간에 완벽한 상관관계가 존재한다는 것을 의미한다.

2. 고차원상관함수 분석

지금까지는 장기기억의 존재에 대해서 고찰해 보았다. 여기서는 국채선물 가격의 복잡한 프랙탈 구조를 분석하였다. 국채선물 가격의 구조적인 특징을 구하기 위하여 고차원상관함수를 이용하여 국채선물 가격의 최고 변동점을 구하였다.

<그림 4-16>은 고차원상관관계함수를 이용하여 국채선물 KTB306의 가격변동을 q 번째 Hurst 지수로 나타낸 것이다. q 의 값을 세분화할수록 더 큰 가격 변화 흐름을 관찰할 수 있다. 즉 q 값을 더 많이 변화시킴으로서 선물가격의 흐름에서 각각 다른 기울기를 구하여 다중 유사변환 스펙트럼을 구하였고 이러한 스펙트럼에서 교차점을 구할 수 있는데, 이러한 교차점을 이용하여 국채선물 가격의 구조적인 분석을 할 수 있다. <그림 4-16>에서 q 를 1에서 6까지 변화를 시켜서 6번째 q 에서 가격의 교차점을 구할 수 있었다. q 가 1인 경우는 일반적인 Hurst 지수를 보이고 q 의 값을 변화시키게 되면 국채선물의 가격변화를 살펴 볼수 있다.

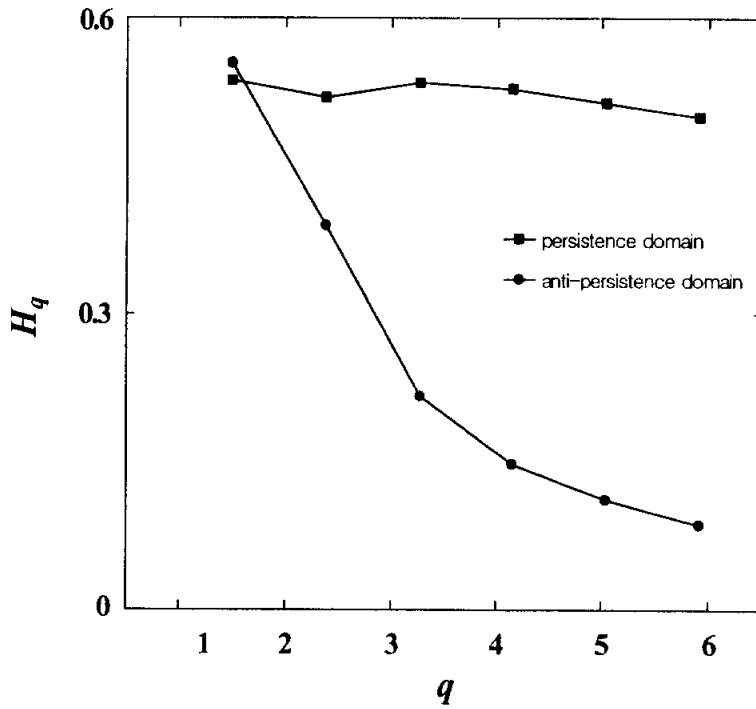
<그림 4-16> KTB306 분별 자료의 고차원상관관계



<그림 4-16>에서 보듯이 $\tau=35$ 일 때, 국채선물 가격의 가장 큰 변동을 보이는 교차점을 구할 수 있다. 이러한 교차점에서 국채선물 가격의 구조적인 특징을 분석 할 수 있다.

<그림 4-17>은 <그림 4-16>에서 구한 교차점 ($\tau=35$)을 중심으로 두 영역으로 나눌 수 있는데, $1 < \tau < 35$ 인 영역에서는 충격이 지속적인 구간(persistence domain)이며, $36 < \tau < 77$ 에서는 반 지속적인 구간(anti-persistence domain)으로 나눌 수가 있다.

<그림 4-17> KTB306 분별 자료의 H_q 값



즉 선물시장에서 장기기억이 35분까지는 지속적인 특성을 보이고 있기 때문에 거래자들은 선물시장에서 매수-보유 전략(buy & hold strategy)으로 초과이윤을 실현할 것이며, 반 지속적인 특성인 36분 이후로는 수시로 매매를 실현하여 차익이윤(arbitrage profits)을 창출하게 될 것이다. <그림 4-17>에서 지속적인 구간의 H_q 의 값은 0.5보다 큰 것으로 나타났지만 반 지속적인 구간에서 H_q 의 값들은 우하향하는 곡선을 보이고 있다.

3. Lorentz 확률 분포도²¹⁾

지금까지는 우리나라 선물시장에 장기기억의 존재를 검정하였다. 앞으로 이 논문에서는 우리나라 선물시장에서 거래되고 있는 국채선물 가격의 확률 분포도(the probability distribution)에 대해서 고찰 해 보자.

가우지언 가설(The Gaussian hypothesis)에 의하면 효율적인 시장에서 자산 가격의 확률 분포도는 가우지언 확률 분포도²²⁾ 을 따른다고 설명하고 있다. 즉 오늘의 모든 이용 가능한 정보에 의한 오늘의 가격은 내일의 가격과는 아무런 연관이 없으며, 어제의 정보는 더 이상 중요하지 않고 재무시계열의 변수들이 각각 독립되어 있다는 것을 의미한다.

만약에 장기기억이 존재하는 비효율적인 시장에서 자산가격이 어떠한 확률 분포도를 따르는지에 의문이 제기된다. 장기기억이 존재하는 국채선물의 수익률 분포도는 효율적 시장가설에서 주장하는 정규 분포도를 따르지 않고 두터운 꼬리를 가진 확률 분포도를 보일 것이다.

이 논문에서는 한국선물거래소에서 거래되고 있는 국채선물 KTB306과 KTB309의 수익률 확률 분포도는 Gaussian 확률 분포도 보다 Lorentz 확률 분포도를 따르게 된다. 그 이유는 장기기억이 존재하는 비효율적인 시장의 확률 분포도는 두터운 꼬리를 가진 확률 분포도를 갖기 때문이다.

<그림 4-18>과 <그림 4-19>에서 보듯이 정규화(normalized)²³⁾된 수익률

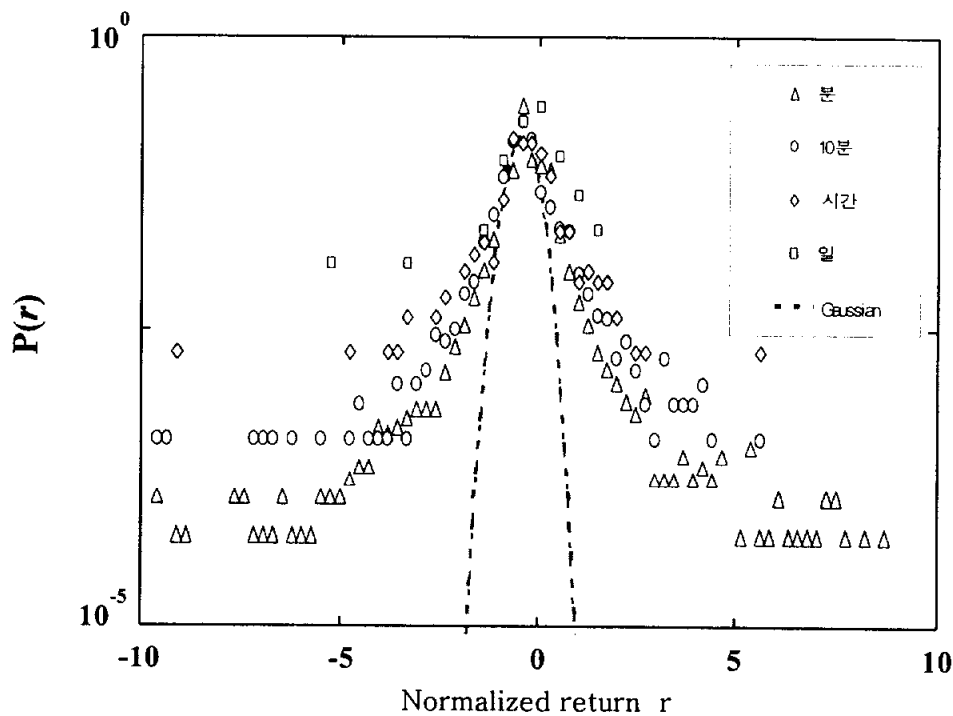
21) 예를 들어, 로렌츠 곡선의 방정식은 다음과 같다. $f(P) = \frac{2A}{\pi} \frac{a}{p(t)^2 + a^2} + B$ 여기서 A, a 그리고 B 는 상수이다. A 는 로렌츠 확률 분포도의 높이를 결정하고 a 는 폭을 결정하게 된다. 즉 A 의 값이 크면 클수록 로렌츠 확률 분포도의 높이가 높아지고 a 의 값이 크면 클수록 로렌츠 확률 분포도의 폭이 넓어진다. Lorentz 확률 분포도의 자세한 내용은 Alvarez-Ramirez et al.(2002) 참조.

22) $f(p) = Ae^{-aP(n)^2}$ 로 나타낸다. A 는 가우지언 확률 분포도의 높이를 결정하고 a 는 폭을 결정한다. 즉 A 가 클수록 가우지언 확률 분포도의 높이는 높아지고 a 가 클수록 가우지언 확률 분포도의 폭은 줄어든다.

23) $r = \frac{(R - \langle R \rangle)}{\sigma}$ 로 정의한다. 여기서 수익률의 평균 $\langle R \rangle$ 은 0에 가깝고 σ 는

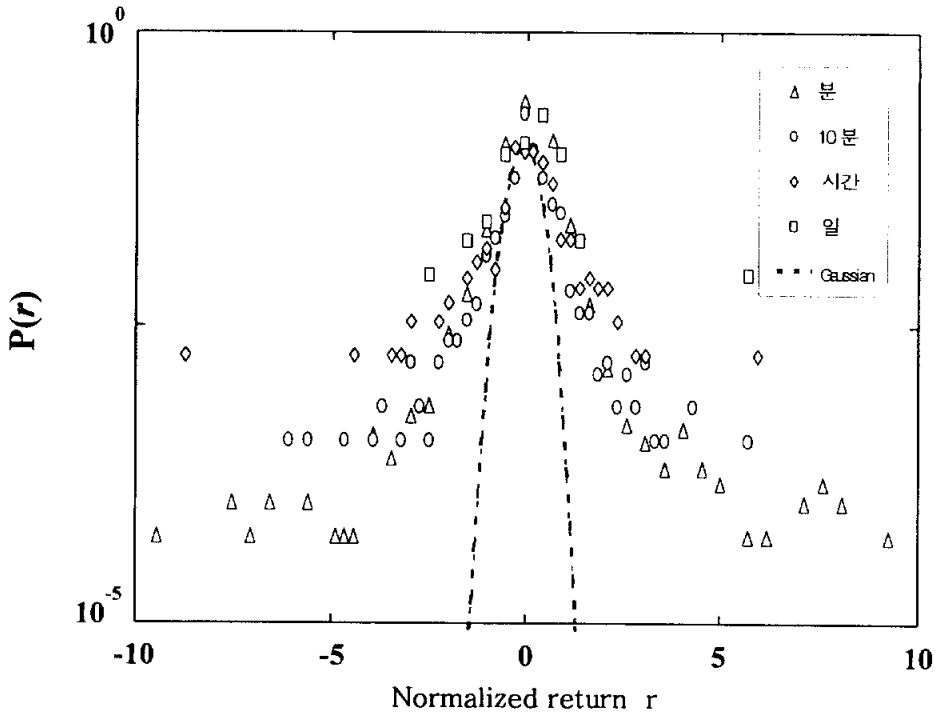
의 확률 분포도는 정규 분포도를 따르지 않고 정규 분포도보다 더 두터운 꼬리를 가지고 있다. <그림 4-18>는 KTB306의 분별, 10분별, 시간별, 일별 자료의 정규화된 수익률 확률 분포도를 나타내고 <그림 4-19>는 KTB309의 분별, 10분별, 시간별, 일별 자료의 정규화된 수익률 확률 분포도를 보여 주고 있다. <그림 4-18>와 <그림 4-19>에서 보듯이 정규화된 수익률 확률 분포도가 정규 분포도의 첨도 보다 훨씬 더 큰 것으로 분석되어지는데, 이는 관측치가 독립된 것이 아니라 일정한 의존성을 가지고 있기 때문이다.

<그림 4-18> KTB306의 정규화된 수익률의 확률 분포도



표준편차이다.

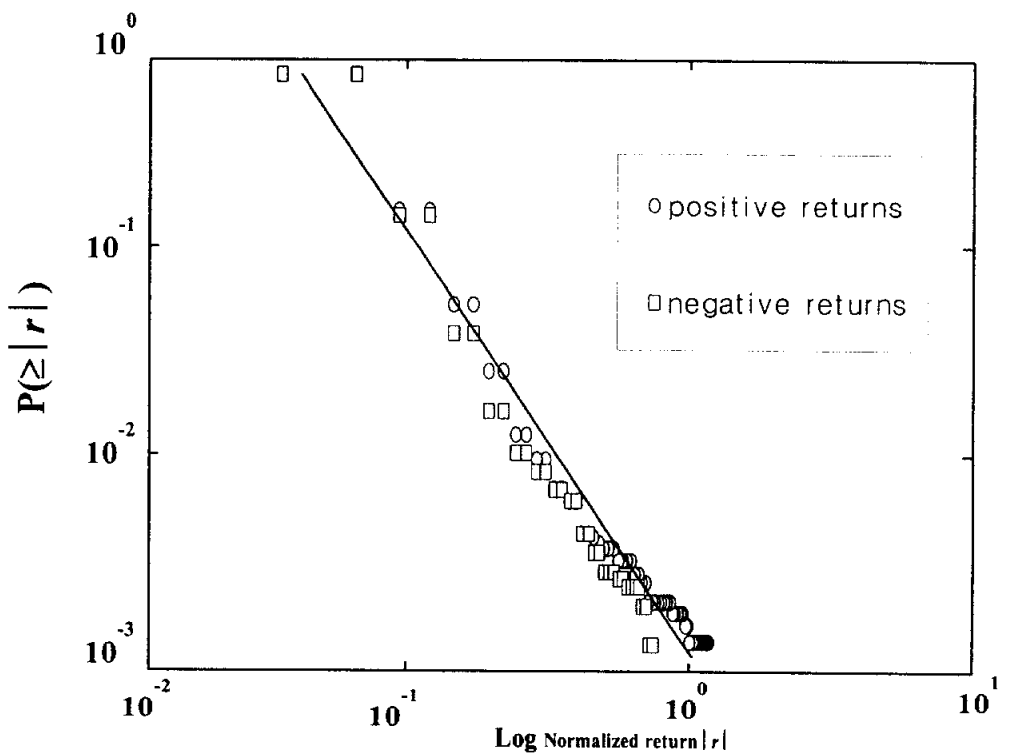
<그림 4-19> KTB309의 정규화된 수익률의 확률 분포도



<그림 4-20>와 <그림 4-21>에서 보듯이 KTB309의 분별 자료의 확률 분포도의 꼬리를 보여 주고 있다. <그림 4-20>에서 꼬리부분의 기울기는 -1.8로 다른 평균적인 구간보다 훨씬 높은 것으로 나타났다. 이러한 두터운 꼬리를 가진 분포도는 정규 분포도에 비해 꼬리 부분에 위치하는 관측치의 비중이 높다는 특징을 가지고 있는데, 이는 이상치(outliers)가 발생할 확률이 정규분포에 비해 높다는 것을 함의한다. 이는 관측치들이 서로 독립되어 있지 않고 일정한 의존성을 가지고 있기 때문이다. 즉 국제선물 가격에 장기기억이 존재하여 선물시장에 발생된 충격이 장기간에 걸쳐 가격 형성에 영향을 주게 된다. <그림

4-21>에서 보듯이 한국선물거래소에서 거래되고 있는 국채선물의 확률 분포도는 가우지언 확률 분포도²⁴⁾가 아닌 로렌츠 확률 분포도²⁵⁾을 따르게 된다.

<그림 4-20> KTB309 분별 자료의 정규화된 수익률의 Fat-tail한 확률 분포도²⁶⁾

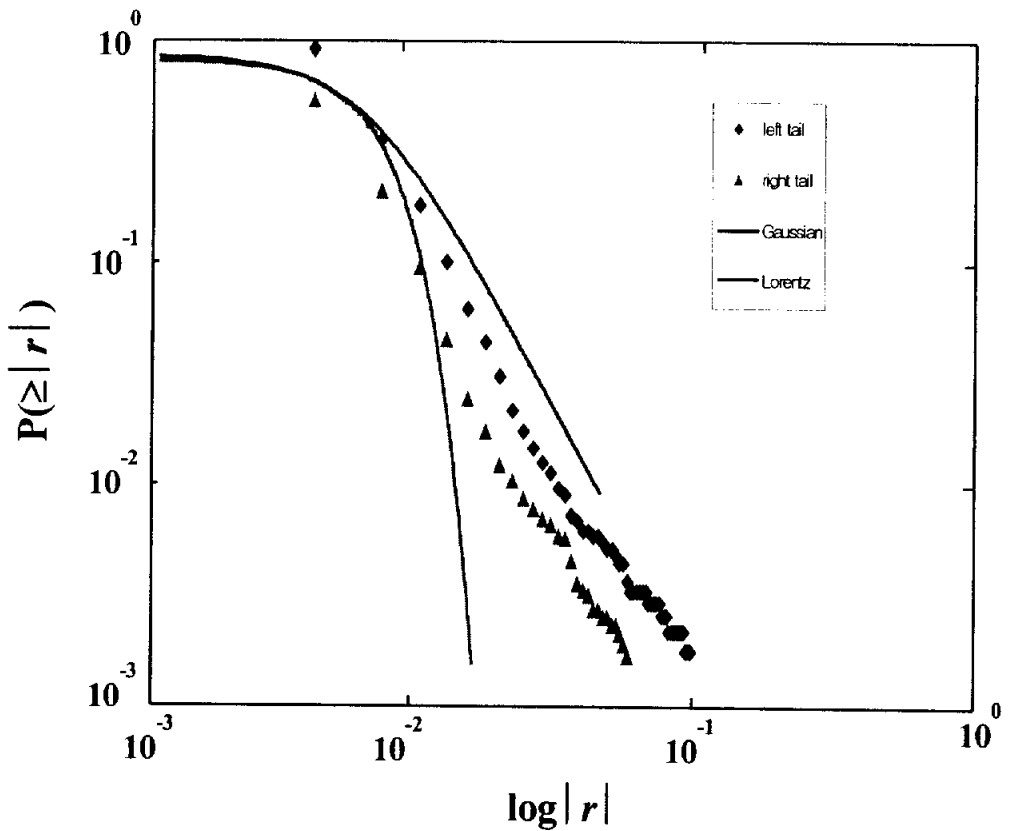


24) 가우지언 확률 분포도의 방정식에서 $A=9.0$, $\alpha=10000$ 이다.

25) 로렌츠 확률 분포도의 방정식 $A=0.025$, $a=0.017$ 이다.

26) $P(r) \sim \exp \frac{(-\beta|r|)}{|r|}$ 으로 나타낸다.

<그림 4-21> KTB309 분별 자료의 Fat-tail한 확률 분포도



제3절 ARFIMA 모형을 이용한 분수차분계수 추정

1. 장기기억과 장기 의존성²⁷⁾

본 장에서는 앞에서 언급한 장기기억과 장기 의존성에 대하여 살펴보자. 앞 절

27) 장기기억과 장기 의존성에 대한 자세한 내용은 조하현·이승국(2002) 참조.

에서 Hurst 지수에서 살펴본 장기기억은 시계열의 외부적인 충격에 의한 것이 아니라 시계열에 내재되어 있는 비선형적인 특성에 의해서 기인된다. 재무시계열에 장기기억의 존재는 시장에서 시장 참여자들의 투자전략에 영향을 주게 된다. 모든 투자자는 장기기억을 고려하여 투자전략을 설정하게 될 것이다.

그러나 이러한 투자 전략의 모형을 정하는데 있어서 시계열에 존재하고 있는 장기기억의 특성이 외부 충격에 의한 장기 의존성에 의한 것인지 아니면, 수많은 변수들 간의 상호 작용으로 인해 발생하는 내재적인 장기기억인지를 구별해야 한다.

이러한 장기기억과 장기 의존성의 관계에 대해서 고찰해보면 다음과 같다. Baum et al.(1999)에 의하면 Hurst 지수가 $H=0.5$ 이면, 이 과정은 자기상관이 급격하게 감소하게 되므로 단기기억이 존재하게 된다. $0.5 < H < 1$ 인 경우에는 추세가 지속적인 장기기억의 과정을 의미하며, 이는 $0 < d < 0.5$ 의 과정으로 양의 장기 의존성 과정이라고 할 수 있다. $0 < H < 0.5$ 인 경우는 반 지속적인 과정이며, 이는 $-0.5 < d < 0$ 의 과정으로 음의 장기 의존성 과정으로 나타낼 수 있다.

이러한 두 추정치의 관계를 수식으로 나타낼 수 있는데 이는 다음의 관계를 만족한다.

$$H = d + \frac{1}{2}$$

(H 는 Hurst 지수이며 d 는 차분 계수)

2. 분석결과

여기서는 국채선물 수익률에 장기 의존성이 존재하는지 ARFIMA 모형에서 분수차분계수의 추정을 통하여 분석해 보기로 한다.

Granger and Joyeux(1980), Hosking(1981)등이 ARFIMA 모형을 소개한 이래, Geweke and Porter-Hudak(1983)은 분수차분계수를 추정한 이후 이를 바탕으로 나머지 계수를 추정하는 2단계 추정방법을 고안하였다. 이 논문에서는 상대적으로 분수차분계수의 추정이 용이한 Geweke and Porter-Hudak(GPH)의 2단계 추정 방법을 이용하여 국채선물 KTB306과 KTB309의 분, 10분, 시간, 일별 자료에서 분수차분계수 (d)를 구하였다. 우선 $\tau=1$ 일 때, 분수차분계수 (d)를 추정해 보면 <표 4-5>과 같이 나타난다.

<표 4-5> 국채선물 분수차분계수 ($\tau=1$)

	KTB306 분수차분계수 ($\tau=1$)	KTB309 분수차분계수 ($\tau=1$)
분별 자료	-0.01763	0.10387
10분별 자료	0.08544	0.23155
시간별 자료	0.02957	0.20872
일별 자료	-0.0336	0.32295

위 <표 4-5>에서 분수차분계수 (d)가 0.5보다 작기 때문에 국채선물에 장기 의존성이 존재한다. 그러나 KTB306의 분별 자료와 일별 자료에서 음(-)의 값이 나타나 지속적인 과정을 보이는 Hurst 지수와는 반대로 반 지속성을 보이고 있다.

지금까지 많은 연구들은 장기 의존성을 분석함에 있어서 앞에서 언급하였듯이 $\tau=1$ 일 때의 수익률만을 분석함으로 전체적인 시간척도 (τ)의 흐름에 따른 장기 의존성은 분석하지 못하였다. 이 논문에서는 <표 4-6>에서 보듯이 시간척도

(τ)의 흐름에 따른 장기의존성을 분석하였다.

<표 4-6> 국채선물 KTB306과 KTB309의 장기의존성

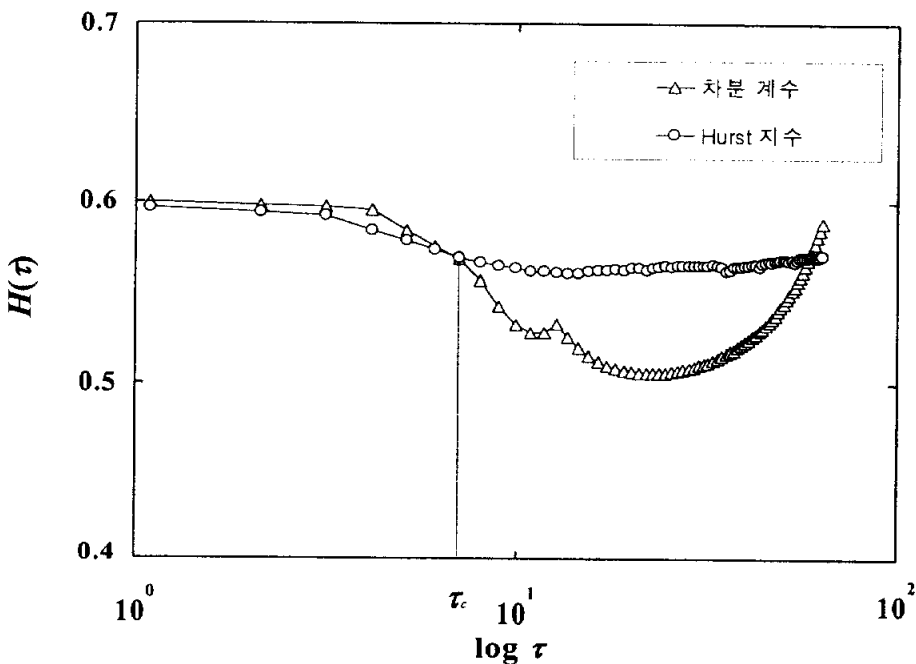
분별 자료	$1 < \tau < 65$: 음의 장기의존성 $\tau < 65 < 100$: 장기의존성	$1 < \tau < 20$: 장기의존성 $20 < \tau < 30$: 음의 장기의존성 $30 < \tau < 100$: 장기의존성
10분별 자료	$1 < \tau < 75$: 장기의존성 $75 < \tau < 100$: 비정상적인 시계열	$1 < \tau < 40$: 장기의존성 $40 < \tau < 100$: 비정상적인 시계열
시간별 자료	$1 < \tau < 46$: 장기의존성 $46 < \tau < 100$: 비정상적인 시계열	$1 < \tau < 18$: 장기의존성 $18 < \tau < 100$: 비정상적인 시계열
일별 자료	비정상적인 시계열	$1 < \tau < 4$: 장기의존성 $4 < \tau < 100$: 비정상적인 시계열

위 <표 4-6>에서 의하면, 국채선물 수익률에 장기의존성이 존재하는 것으로
 검정되었다. 각각의 국채선물 분별, 10분별, 시간별, 일별 자료에서 장기의존성
 구간을 분석함으로써 선물시장에서 새로운 거래 전략을 수립할 수 있다. 예를
 들어 <표 4-6>에서 국채선물 KTB306 분별 자료에서 투자자는 65분까지는
 $-0.5 < d < 0$ 인 음의 장기의존성 과정으로 국채선물 KTB306을 수시로 매도
 하여 차익 수익을 얻는 전략을 수립하게 될 것이다. 반면 투자자는 65분이상이
 되면 $0 < d < 0.5$ 인 장기의존성 과정으로 국채선물 KTB306을 매수 또는 보유하

는 전략을 설정하게 될 것이다. 그리고 국채선물의 차분계수 $d > 0.5$ 인 비정상적인 시계열 구간이 존재하는 것으로 분석되었다.²⁸⁾

여기서는 앞에서 언급한 장기기억과 장기의존성간의 이론적 관계를 국채선물 KTB306과 KTB309의 분별, 10분별, 시간별, 일별 자료를 이용하여 분석하였다.

<그림 4-22> KTB306 분별 자료를 이용한 분수차분계수 (d) 와 Hurst 지수의 이론적 관계



28) 홍정훈(1998)은 차분계수 (d)값이 0.5보다 크다면 이 시계열에 단위근이 존재하는 것이므로 1차 차분을 실시하여 실시한 후 분수차분계수를 추정하여 단위근 검정을 실시하여야 한다. 그러나 이 논문에서는 시계열에 장기의존성의 구간을 비교하기 때문에 단위근 검정을 할 필요가 없었다.

<표 4-7> 국채선물 KTB306과 KTB309에서 τ_c 분석

	τ_c	
	KTB306	KTB309
분 별	성립하지 않음	$\tau=8$ 이하에서 성립
10분 별	$\tau=27$ 이하에서 성립	성립하지 않음
시간 별	성립하지 않음	$\tau=12$ 이하에서 성립
일 별	성립하지 않음	$\tau=3$ 이하에서 성립

앞에서도 언급하였듯이 분수차분계수 추정치 (d)와 Hurst 지수의 이론적인 관계 $H = d + 0.5$ 를 모든 구간에서 만족하지는 않지만 <그림 4-22>에서 보듯이 이론적인 관계를 만족하는 τ_c 점 이하에서는 이론적인 관계가 성립하고 있다. 국채선물 KTB309 분별 자료에서 $\tau=8$ 이하까지는 이론적인 관계가 성립하는 것으로 분석되었다. 모든 자료에서 τ_c 가 존재하는 것은 아니지만 최소한 이론적 관계를 성립시키는 구간이 존재하는 것은 분명하다.

위 <표 4-7>에서 보듯이 이론적 관계가 성립되는 τ_c 가 존재하는 자료들은 대체로 장기 의존성과 연관이 있는 것을 알 수 있다. 앞으로 장기 기억과 장기 의존성의 이론적인 관계에 대한 더 많은 실증분석 연구들이 필요하다.

제5장 결론

이 논문은 한국선물거래소에서 거래되고 있는 국채선물 수익률에 장기기억의 특성이 존재하는지에 대해서 실증분석 하였다. 이 논문에서는 2003년 3월 4일부터 2003년 9월 17일까지 국채선물 KTB306과 KTB309의 분, 10분, 시간, 일별 자료를 이용하였다. Hurst 지수 추정결과 모든 자료에서 $H > 0.5$ 로 추정되어 국채선물 KTB306과 KTB309에 장기기억이 존재하는 것으로 검정되었다. 이러한 장기기억의 존재는 앞서 언급하였듯이 우리나라 선물시장의 비효율성을 의미한다. 이는 아직 우리나라 선물시장이 활성화되지 않고 선물시장의 협소화로 인하여 정보가 신속하고 정확하게 반영되지 못하기 때문이다. 기존 연구들이 $\tau=1$ 일 때 Hurst 지수의 변화만을 분석하였지만 이 논문에서는 시간척도(τ)의 변화에 따른 Hurst 지수 변화를 분석하였다. τ 의 변화에 따라서 Hurst 지수는 1에 도달 할 것으로 예상된다. 이는 국채선물 수익률에 완벽 상관관계가 존재하는 것을 의미한다. 그리고 고차원상관함수를 이용하여 국채선물 가격의 구조적인 특성을 분석하였다. q 번째 Hurst 지수 분석을 토대로 국채선물의 새로운 투자전략을 수립할 수 있게 되었다.

지금까지는 자산가격의 확률 분포도가 정규 분포도를 따른다고 주장하였는데, 이 논문에서는 국채선물의 확률 분포도는 장기기억의 특성을 가지는 꼬리가 두터운 확률 분포도를 가지는 것으로 검정하였다. 이는 효율적 시장가설에 입각한 기존의 이론에 반하는 증거가 될 것이다.

또한 국채선물 수익률에서 장기의존성을 분석하기 위하여 ARFIMA 모형을 이용하여 분수차분계수를 추정하였다. 분수차분계수 분석 결과, 분수차분계수 d 가 0.5보다 작은 값들을 갖기 때문에 국채선물에 장기의존성이 존재하는 것으로 나타났다.

기존의 많은 연구들은 분수차분계수의 추정을 표본에서 시간척도(τ)의 변화를 고려하지 않았기 때문에 시계열 전 구간에서 분수차분계수의 변화를 분석하

는데는 한계가 있었다. 그러나 이 논문에서는 시간척도 (τ)의 변화를 고려하여 분수차분계수를 추정한 결과 시계열 내에 장기 의존성 구간이 존재하는 것으로 분석하였다. 즉 분수차분계수 d 가 $0 < d < 0.5$ 인 구간이 존재하고 있어 국채선물 수익률에 장기 의존성 구간이 존재하는 것으로 분석되었다. 또한 장기 기억과 장기 의존성의 이론적인 관계를 만족하는 τ_c 라는 구간을 발견하였다. 즉 장기 기억과 장기 의존성의 이론적인 관계를 시간의 연속성에서 만족하는 구간이 존재한다는 것을 분석하였다. 앞으로 이에 대한 더 많은 논의가 필요하다.

한편, 본 연구는 국채선물에서만 장기 기억이 존재하는지에 대해서 분석하였다. 앞으로는 한국 선물거래소에서 거래되고 있는 금리 선물 또는 상품 선물에서 장기 기억이 존재하는지에 대해서 분석 할 것이다. 또한 국채선물의 장기 기억에 관한 결과를 앞으로의 연구 결과들과 비교 할 것이다.

참고 문헌

- 이일균(1995), "쪽거리와 장기기억", 『재무관리연구』 12(1), 한국재무관리학회, 1-17.
- 이일균(1999a), "쪽거리, 분수 브라운 운동, 장기기억 및 분수적분 일반 자기회귀 이분산 : 주가형성과정에 대한 한 탐구", 『증권학회지』 24, 한국증권학회, 1-53.
- 이일균(1999b), "주가의 장기기억과 분산적분 일반자기회귀 조건부 이분산 : 주가결정과정에 대한 한 탐구", 『증권학회지』 25, 한국증권학회, 31-70.
- 조하현 · 이승국(2002), 『카오스와 금융시장』, 세경사.
- 조하현 · 이승국(2003), "우리나라 환율과 환율변동성의 장기기억에 관한 연구", 『경제분석』 9(1), 한국은행 금융경제연구원, 106-144.
- 주상영(1999), "외환거래량이 원/달러 환율변동성에 미치는 영향", 『국제경제연구』 5(3), 27-44.
- 주상영 · 한상범(2000), "외환거래량과 원/달러 환율변동성의 장기기억효과에 관한 연구", 『경제학연구』 48(3), 한국경제학회, 27-55.
- 홍정훈(1996), "R/S 분석을 이용한 한국 주식시장에서의 카오스현상 분석", 『계간금융동향 : 분석과 전망』 6(3), 한국금융연구원, 1-33.
- 홍정훈(1997), "우리나라 금리에서의 장기적 기억에 관한 연구", 『금융연구』 11(1), 한국금융연구원, 1-25.
- 홍정훈(1998), "우리나라 주식수익률에 있어서의 장기적 기억에 관한 연구", 『금융연구』 12(2), 한국금융연구원, 60-81.
- Ausloos, M.(2000), "Statistical Physics in Foreign Exchange Currency and Stock Markets," Physica A 285, 48-65.
- Alvarez-Ramirez, J., M. Cisneros, C. Ibarra-Valdez and A. Soriano(2002), "Multifractal Hurst Analysis of Crude Oil Prices," Physica A

313(3-4), 651-670.

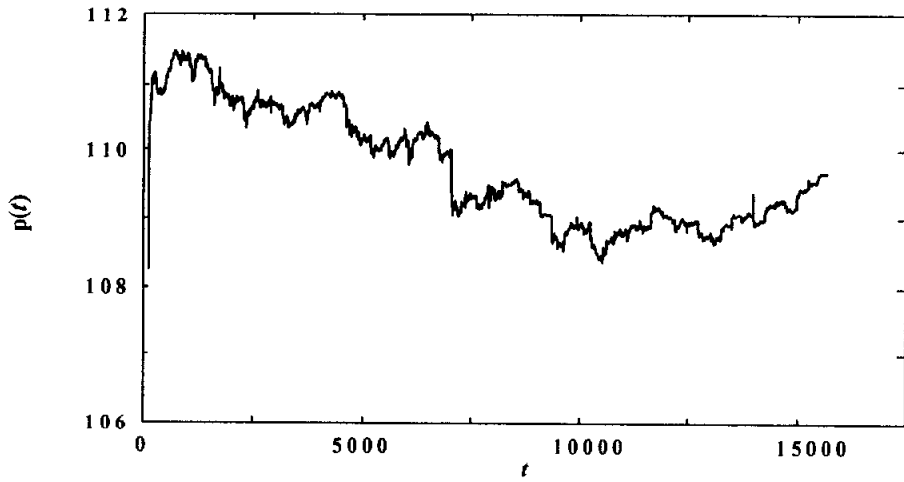
- Baillie, Richard T.(1996), "Long Memory Processes and Fractional Integration in Econometrics," *Journal of Econometrics* 73(1), 5-59.
- Baillie, Richard T. and Sang-Kuck Chung(2002), "Modeling and Forecasting from Trend-Stationary Long Memory Models with Applications to Climatology," *International Journal of Forecasting* 18(2), 215-226.
- Barkoulas, John and Christopher F. Baum(1998), "Fractional Dynamics in Japanese Financial Time Series," *Pacific-Basin Financial Journal* 6(1-2), 115-124.
- Barkoulas, John T., Christopher F. Baum and Nickolaos Travlos(2000), "Long Memory in the Greek Stock Market," *Applied Financial Economics* 10(2), 177-184.
- Barkoulas, John T., Walter C. Labys and Joseph I. Onochie(1999), "Long Memory in Futures Prices," *Financial Review* 34(1), 91-100.
- Ding, Z., C. W. J. Granger and R. F. Engle(1993), "A Long Memory Property of Stock Returns and a New Model," *Journal of Empirical Finance* 1(1), 83-106.
- Gil-Alana, Luis A.(2003), "Long Memory in Financial Time Series Data with Non-Gaussian Disturbances," *International Journal of Theoretical and Applied Finance* 6(2), 119-134.
- Giratis, Liudas, Piotr Kokoszka, Remigijus Leipus and Gilles Teyssiere(2003), "Rescaled Variance and Related Tests for Long Memory in Volatility and Levels," *Journal of Econometrics* 112(2), 265-294.
- Granger, C. W. J. and R. Joyeux(1980), "An Introduction to Long Memory Time Series Models and Fractional Differencing," *Journal of Time Series Analysis* 1, 5-39.
- Hauser, Michael A. and Erhard Reschenhofer(1995), "Estimation of the Fractionally Differencing Parameter with the R/S Method," *Computational Statistics & Data Analysis* 20(5), 569-579.

- Henry, Ólan T.(2002), "Long Memory in Stock Returns: Some International Evidence," *Applied Financial Economics* 12(10), 725-729.
- Howe, John S., Deryl W. Martin and Bob G. Wood, Jr.(1999), "Much Ado About Nothing: Long-Term Memory In Pacific Rim Equity Markets," *International Review of Financial Analysis* 8(2), 139-151.
- Huang, Zhi-Feng.(2000), "Self-Organized Model for Infomation Spread in Finacial Markets," *The European Physical Journal B* 16, 379-385
- Liu, Ming(2000), "Modeling Long Memory in Stock Market Volatility," *Journal of Econometrics* 99(1), 139-171.
- Lo, Andrew W.(1991), "Long-Term Memory in Stock Market Prices," *Econometrica* 59(5), 1279-1313.
- Lux, Thomas(1996), "Long-Term Stochastic Dependence in Financial Prices: Evidence from the German Stock Market," *Applied Economics Letters* 3(11), 701-706.
- Pallikari, Fotini and Emil Bollor(1999), "A Rescaled Range Analysis of Random Events," *Journal of Scientific Exploration* 13(1), 25-40.
- Panas, Epaminondas(2001), "Estimating Fractal Dimension Using Stable Distributions and Exploring Long Memory through ARFIMA Models in Athens Stock Exchange," *Applied Financial Economics* 11(4), 395-402.
- Razdan, Ashok.(2002), "Scaling in the Bombay Stock Exchange INdex," *Pramana-Journal of Physics* 58(3), 537-544.
- Sadique, Shibley and Param Silvapulle(2001), "Long-Term Memory in Stock Market Returns: International Evidence," *International Journal of Finance & Economics* 6(1), 59-67.
- Skjeltorp, Johannes A.(2000), "Scaling in the Norwegian Stock Market," *Physica A* 283(3-4), 486-528.
- So, Mike K. P.(2000), "Long-Term Memory in Stock Market Volatility," *Applied Financial Economics* 10(5), 519-524.
- Teyssiere, Gilles(2000), "Long-Memory Analysis," *Sonderforschungsbereich 373 2000-57*, Humboldt Universitaet Berlin.

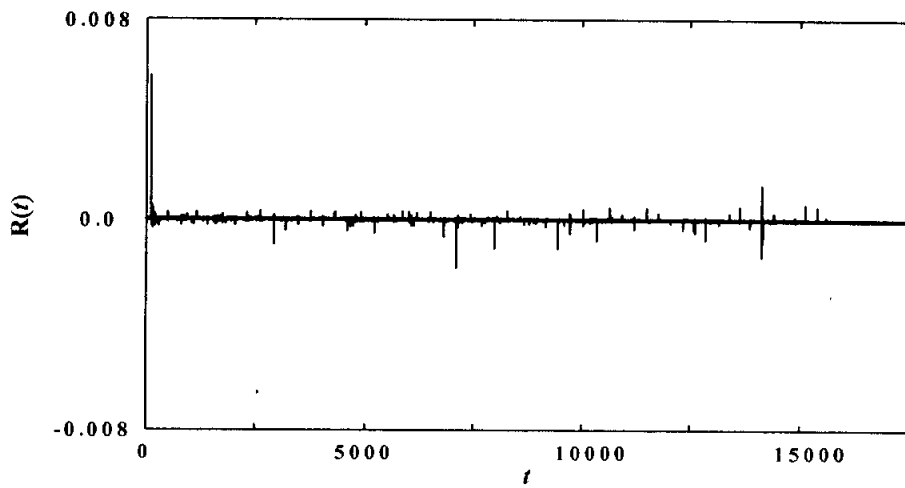
Virén, Matti.(2000), "Analysing Long Memory and Asymmetries," *European Journal of Finance* 6, 240-258.

부록I

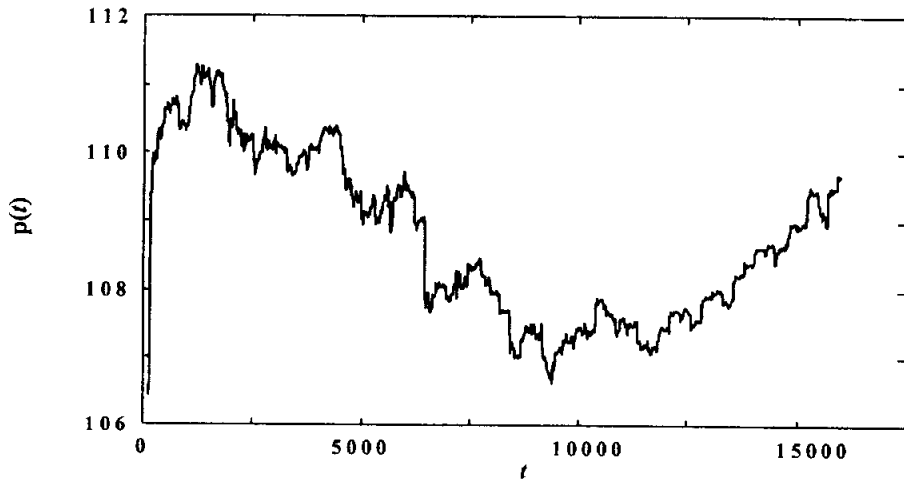
<그림 부록I-1> KTB309 분별 자료의 선물지수



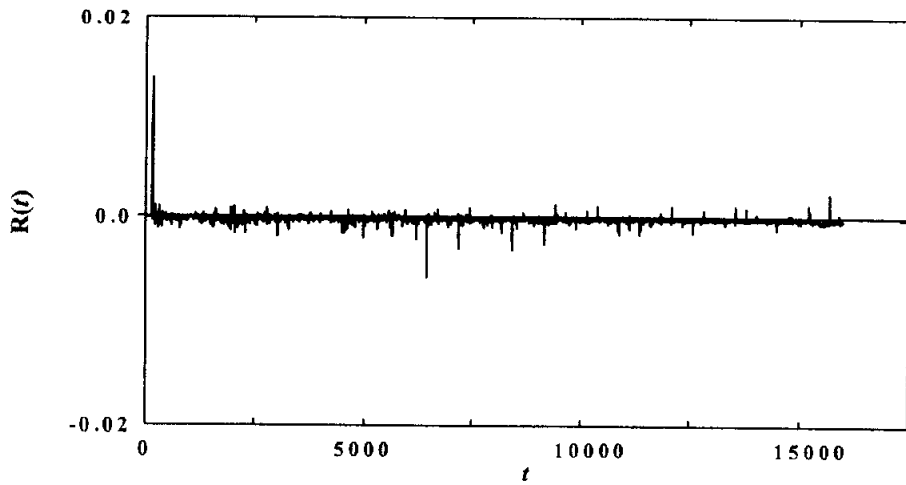
<그림 부록I-2> KTB309 분별 자료의 수익률



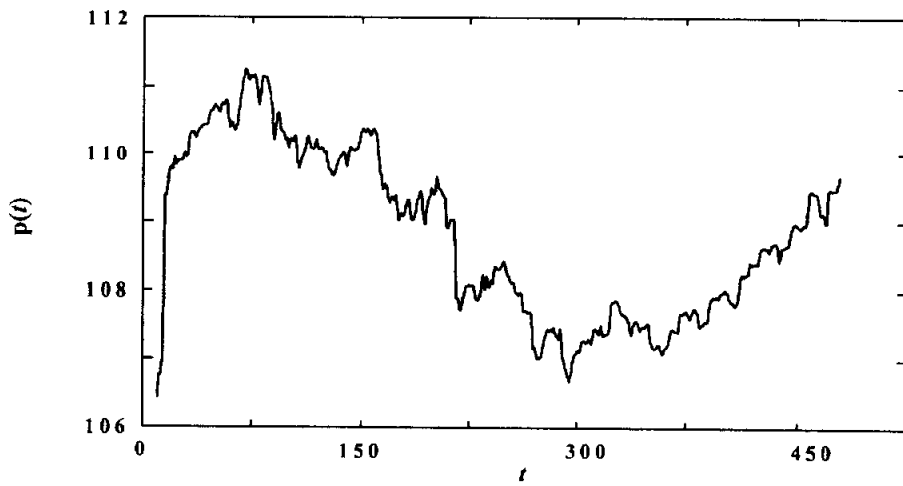
<그림 부록I-3> KTB309 10분별 자료의 선물지수



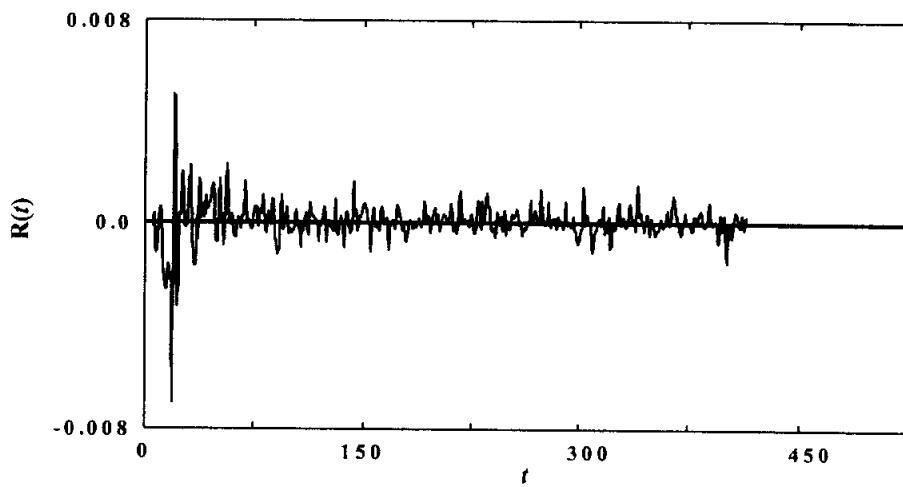
<그림 부록I-4> KTB309 10분별 자료의 수익률



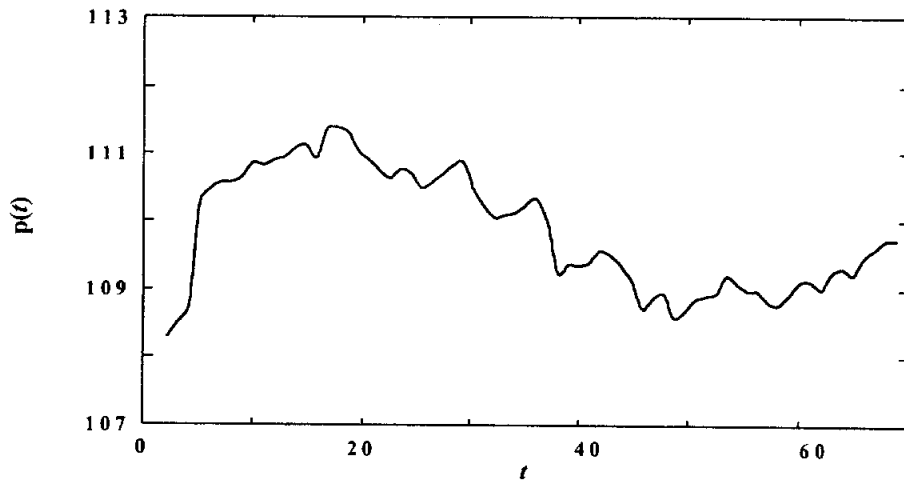
<그림 부록I-5> KTB309 시간별 자료의 선물지수



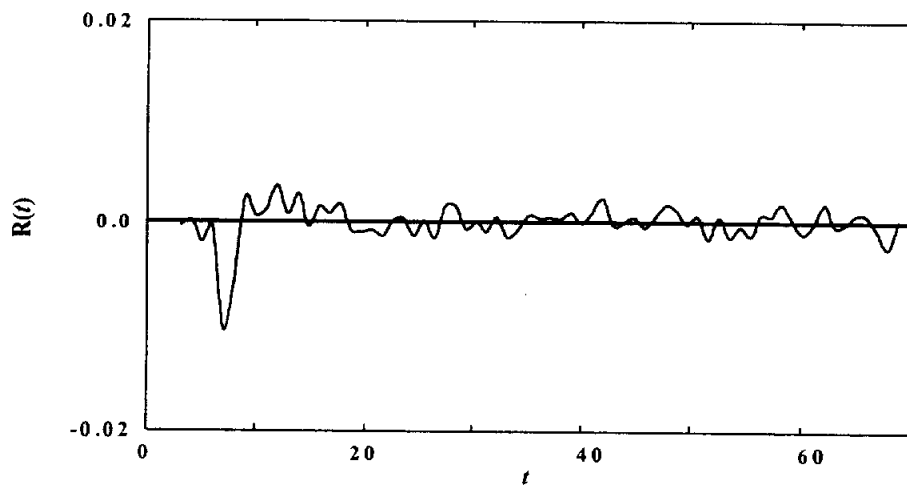
<그림 부록I-6> KTB309 시간별 자료의 수익률



<그림 부록I-7> KTB309 일별 자료의 선물지수

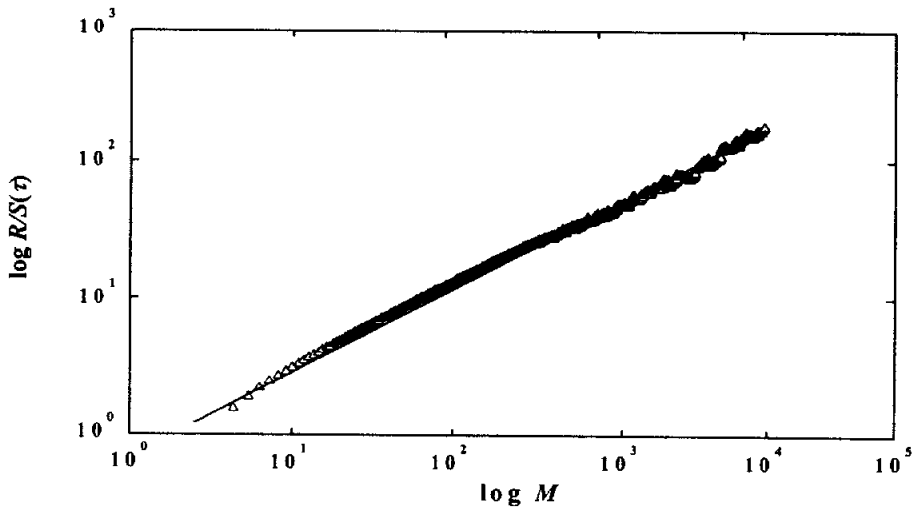


<그림 부록I-8> KTB309 일별 자료의 수익률

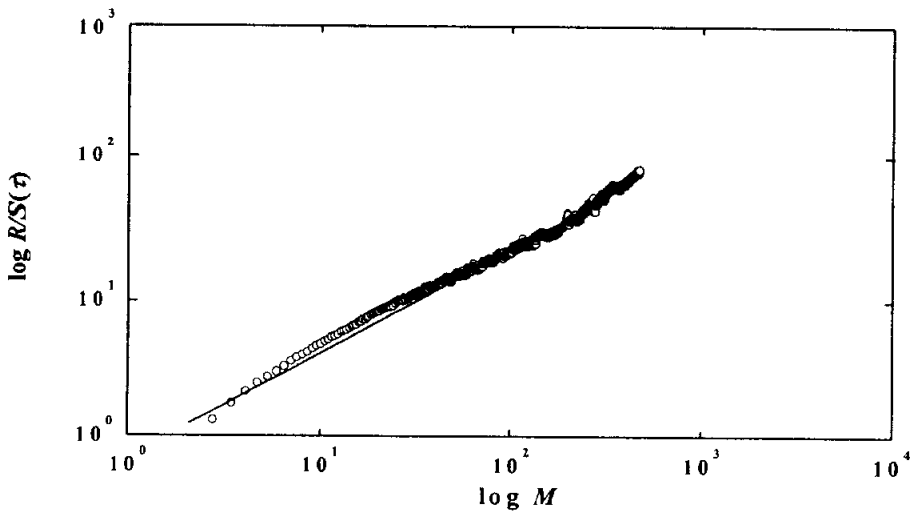


부록II

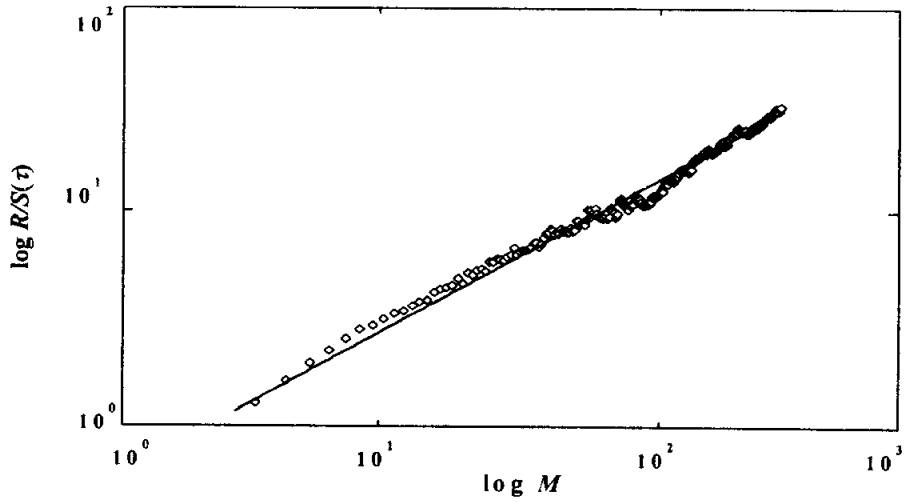
<그림 부록II-1> KTB309 분별 수익률의 Hurst 지수 ($\tau=1$)



<그림 부록II-2> KTB309 10분별 수익률의 Hurst 지수 ($\tau=1$)



<그림 부록II-3> KTB309 시간별 수익률의 Hurst 지수 ($\tau=1$)



<그림 부록II-4> KTB309 일별 수익률의 Hurst 지수 ($\tau=1$)

