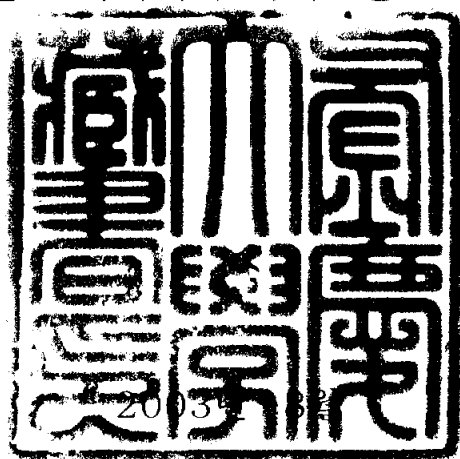


교육학석사 학위논문

수학 용어의 흐름과 교육과정의 문제점에 대한 고찰

지도교수 이 규 명

이 논문을 교육학석사 학위논문으로 제출함



부경대학교 교육대학원

수 학 교 육 전 공

서 경 수

서경수의 교육학석사 학위논문을 인준함

2003년 6월 20일

주 심 이학박사 표 용 수



위 원 이학박사 심 효 섭



위 원 이학박사 이 규 명



목 차

Abstract	1
I. 서론	2
II. 이론 및 해설	5
2.1 수학 용어와 개념정리	5
2.2 수학 용어의 특징과 유형	7
2.3 수학 용어의 세부내용 및 해설	12
2.4 수학 용어의 지도 방향과 유의점	22
2.5 제7차 교육과정의 내용과 그 문제점	24
2.6 제7차 교육과정의 개선방안	30
2.7 학부모에 대한 충언	31
III. 결론 및 제언	34
참고문헌	37

RESEARCH FOR TERMINOLOGY OF MATHEMATICS AND
DRAWBACKS OF CURRENT CURRICULUM

Kyung Soo Suh

Graduate School of Education
Pukyong National University

Abstract

Terminology is considered to be critical for learning mathematics as concepts. In this paper contents of educational changes according to curriculum and terminology are added or cancelled. Increasing numbers of terminology causes to abstract modern mathematics and makes it difficult to learn mathematics. Therefore consistent arrangements of understanding mathematical terminology are one of the most important works for mathematics educators. This paper is intended to search mathematical terminology and drawbacks of current curriculum with potential suggestions.

I. 서 론

1642년 프랑스의 수학자 파스칼이 수동식 계산기를 발명한 이래 300여 년이 지난 1946년 최초의 전자계산기 ENIAC이 개발되었으며, 오늘날에는 연산속도 3GHz이상의 PC시대를 맞이하였으며, 도스(DOS)에서 윈도(Windows)로 운영체제가 바뀌면서 누구나 컴퓨터를 쉽게 접할 수 있게 되었다. 수학 교과목에 대한 중등학교 학생들의 기피현상은 더욱 심화되고 있는 실정이므로, 수학을 컴퓨터와 마찬가지로 누구나 친숙하게 접근하여 흥미를 가지고 배울 수 있도록 하는 것은 수학을 가르치는 모든 교사들의 소망이다. 그러나 이를 위한 수학자들의 부단한 노력이 요구되고 있지만, 임시위주의 고등학교 수학교육 역시 많은 문제점을 안고 있는 것도 사실이다.

1968년 고등학교 수학과 교육과정이 개정되어 시행된 이후 현재, 제7차 교육과정을 시행하고 있다. 현행의 교육과정은 세계화, 정보화 또는 정치와 경제논리에 의하여 추진되었고 개정 과정에서도 충분한 연구와 검토를 거치지 않아 많은 문제점을 안고 출발하여, 배우는 학생뿐만 아니라 가르치는 교사에게 있어서도 적지 않는 심적 부담과 혼란을 초래하고 있는 실정이다.

현 교육과정의 특징은 단계형, 선택중심, 수준별 학습, 재량활동 등으로 이전의 교육과정과는 많은 차이점이 있지만, 이를 잘못 적용하면 학생들의 수학 학력의 하향 평준화를 심화시킬 뿐 아니라 시행과정에서 겪는 어려움이 예상보다 심각하다는 것을 많은 교사들은 수학 교과를 지도를 하면서 느끼고 있다.

모든 학문이 대부분 그러하지만 특히 수학은 합리성과 논리성 그리고 일관성을 추구하는 학문이다. 체계적인 방법과 개념정리 없이 단지 공식에만 의존하는 인수분해나 방정식 풀이 정도의 단순한 사칙계산으로 수학을 생각한다면, 수학 교과의 체계적인 이론이나 지식을 얻기 어렵다.

컴퓨터 환경에서 같이 모두가 쉽게 수학에 접근할 수 있는 획기적인 방법을 기대하기는 어렵겠지만, 학생의 부담을 최소화함으로써 보다 친숙하고 흥미롭게 접근하도록 하는 것이 수학교육에서 매우 중요하다고 생각한다.

교육과정의 변천과정에서 수학 교과 내용이 대폭적으로 개편된 것은 제3차 교육과정 (1973-1981)이다. 미국을 비롯한 여러 나라에서 시작된 수학교육의 현대화 운동의 영향이 우리나라에도 과급되어, 현대 수학의 초보적 내용을 도입한 ‘새 수학’의 내용을 대폭적으로 반영하였다. 내용에서 보면 수학적 구조를 강조하고 집합 개념을 토대로 수학을 전개하고 논리적 엄밀성 및 수학적 개념의 중요성이 강조되어 고등학교 수학에는 대학에서 사용되던 수많은 수학용어가 추가되었다. 그러나 현행의 제7차 교육과정에 이르러서는 이러한 용어들이 대폭 삭제되고 교과목도 선택형으로 바뀌면서 내용이 더욱 세분화되었다.

다음 표는 수학과 교육과정의 변천과 그 특징을 나타낸 것이다.

<표 1-1> 수학과 교육과정의 변천과 그 특징

차 수	공 통	인 문	자 연	특 징
제1차 교육과정	1학년 수 학	해석, 기하	해석, 기하	인문, 자연의 구분이 없음
제2차 교육과정	공통수학	수학 I	수학 II	교과내용에 미분과 적분 삽입
제3차 교육과정	수학 I	수학 I (하)	수학 II	일반계와 실업계, 교과 내용을 분리, 행렬 내용 수학 II에 첨가
제4차 교육과정	수학 I	수학 II-1	수학 II-2	수학 I 내용이 방대하여 2학년 까지 공통으로 학습하게 함
제5차 교육과정	일반수학	수학 I	수학 II	공통교과 내용 축소, 자연계는 수학 II를 상, 하로 분리
제6차 교육과정	공통수학	수학 I	수학 I, II	공통내용은 제5차와 유사하나 수학 I 은 공통으로 이수, 실업과정 실용수학 선택
제7차 교육과정	수학-10	수학 I 외 택일	수학 I, II 외 택일	1학년은 국민 공통기본교과 2학년 이상은 선택형교과 (일반선택 및 심화선택)

* 교육부 「고등학교 교육과정 해설」, 1997-15 참조

수학 용어는 개념을 정리하는 구성 요소로서 매우 중요하므로, 학생들의 개념확립에 대한 혼란과 학습부담을 줄이기 위해서도 교과과정 개편 시 용어가 좀더 일관성 있게 정리되어져야 한다고 생각한다.

본 논문에서는 교사들의 교과과정 개편에 따른 용어의 흐름을 유형별로 재조명하고, 용어 지도에 대한 접근 방향과 현행 교육과정의 시행에서 교육현장에서 교사들이 겪고 있는 문제점과 그 해결 방안에 대하여 연구하였는데, 그 구체적 세부내용은 다음과 같다. 교과과정은 시행 이전의 각종 연수자료를 참고하였다.

- ① 제3차 교육과정 이후에 첨가되었거나 삭제된 용어
- ② 학생들의 학습에 도움을 줄 수 있는 용어
- ③ 교과 내용과 문항에 자주 사용되는 용어
- ④ 수학 교육현장에서 교사들이 겪고 있는 문제점 등

II. 이론 및 해설

2.1 수학 용어와 개념정리

수학 용어에 대한 개념정리가 중요시 된 것은 현대 수학을 도입한 제3차 교육과정부터가 아닌가 생각된다. 개념정리란 수학용어에 대한 정확한 이해를 바탕으로 하는 수학 학습의 한 형태이며, 수학이 추상화되어 감에 따라 개념정리는 수학교육의 기본으로 매우 중요하다. 개념정리를 정확히 하려면 교과서를 바탕으로 한 학습이 체계적으로 이루어져야 하며, 초등학교에서 배우는 집합에서부터 중학교에서의 인수분해와 방정식, 그리고 고등학교에서 배우는 행렬과 벡터, 미분, 적분에 이르기까지 정확한 개념정리 없이 완전한 수학지식을 습득했다고 할 수 없다.

학습현장에서 교사는 용어를 정확히 이해하지 못하여 문제해결이 불가능하거나 적용력이 떨어져 자신감을 잃는 학생들을 종종 보게 된다. 교사는 학생을 가르치기 위하여 신중하게 교과서를 선정하고 있지만, 대부분의 학생들은 교과서를 도외시하고 몇 권의 참고서와 문제집에 의존하여 학습을 하고 있어서 개념정리가 잘 이루어지지 않으므로 이러한 학습 습관은 시정되어야 한다.

따라서 수학 교과서도 국사나 문학 교과서처럼 학생들에게 자주 읽히고 교과서에 나오는 용어를 충분히 이해시킨 후, 다음 학습에 들어가는 것이 수학 공부에서 무엇보다 중요한 과정이라고 생각한다. 학생들 개개인의 이해력 차이로 문제를 해결에 다소의 시간차가 있기 마련이지만, 수학에 대한 기본 연산능력(사칙연산)과 명확한 개념정리가 되어 있는 학생이면 수학은 생각처럼 어렵고 특정한 몇몇 학생들만 쉽게 접할 수 있는 교과라고 생각하지 않을 것이다. 또한, 수학 문제만 많이 접하고 푸는 것이 수학공부의 지름길이라고 믿고 학원이나 교습소에서 과외를 받는 학생들이 많은데, 이는 투자한 시간이나 경비에 비하여

많은 학습효과를 기대하기 어렵다. 일부 학생 중에는 인수분해는 잘 하는데 방정식의 해를 구하지 못하거나, 방정식은 잘 푸는데 부등식 풀이에는 어려움을 느끼는 경우를 종종 보게 되는데, 이러한 현상도 명확한 개념정립이 이루어지지 않았기 때문이라 생각한다. 인수분해에 나오는 공식 하나 하나는 정의와 정리를 바탕으로 좀더 간편하게 문제를 해결할 수 있도록 수식화한 것이며, 인수분해라는 선행학습이 이루어졌다면 이를 방정식에 적용할 수 있는 능력이 있어야 인수분해에 대한 완전한 학습이 이루어졌다고 볼 수 있다.

예 2.1) 방정식 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 를 풀어보라고 하였더니, 한 학생이 다음과 같이 풀이하였다.

$$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2) \text{ 이므로 } x=1, x=2 \text{이다.}$$

답은 옳으나 풀이 과정을 보면 조그만 오류를 발견할 수 있다.

예 2.2) 어떤 학생은 부등식 $x^2 - 2x + 3 > 0$ 의 해를 다음과 같이 구하였다.

$$x^2 - 2x + 3 = 0 \text{에서 근의 공식을 사용하여 해를 구하면, } x = 1 \pm \sqrt{2}i \text{ 이므로}$$

$$\alpha = 1 - \sqrt{2}i, \beta = 1 + \sqrt{2}i \text{이고, 부등식의 해는 } x < 1 - \sqrt{2}i \text{ 또는 } x > 1 + \sqrt{2}i \text{이다.}$$

위의 예 2.1은 방정식에 대한 정의를 명확히 이해하지 못한데서 오는 오류이며, 예 2.2는 절대부등식에 대한 이해의 부족과 허수는 대소관계를 나타낼 수 없음을 간과한 오류를 범하고 있음을 알 수 있다.

학생들의 수학 학습에 있어서 용어의 정의를 정확히 이해하고 개념정리만 잘 이루어지면 문제해결에 대한 시간차는 얼마든지 줄일 수 있으며, 문제해결에서 오는 성취감은 수학에 대한 흥미를 갖도록 하여 수학학습에 긍정적으로 작용하게 될 것이다. 따라서 수학에서의 개념정리는 문제해결에 도움을 줄뿐만 아니라 어렵고 복잡한 문제도 좀더 쉽게 해결할 수 있는 지름길 역할을 해준다.

2.2 수학 용어의 특징과 유형

본 논문에서 사용하는 수학 용어는 수학에 관련된 정의를 비롯하여 공식, 정리 및 법칙 등을 포함한 수학의 모든 개념을 의미한다.

수학 용어의 특징은 다음과 같이 정리해 볼 수 있다.

- ① 수학 용어는 국제적으로 사용되는 수학의 공통 언어이다.
- ② 수학 학습은 정의에서 시작한다
- ③ 간단 명료하며 복잡한 용어는 수식으로 표현한다.
- ④ 2개 이상의 용어를 사용하여 복잡한 용어를 만들 수 있다.
- ⑤ 교과내용에 따라 표현을 달리하는 유사한 용어가 있다.
- ⑥ 정의와 공리를 제외한 대부분의 용어는 증명을 통해 참임을 확인하고 문제 해결에 적용된다.
- ⑦ 수학 용어는 집합이나 행렬 벡터를 사용하여 간편화할 수 있다.
- ⑧ 수학 용어는 수학자의 연구결과에 따라 만들어지기도 한다
- ⑨ 연구한 수학자의 이름을 붙여 만든 용어도 많이 있다.

다음의 <표 2-1>은 수학 용어를 명칭에 따라 분류한 것이다.

<표 2-1> 명칭에 따른 수학 용어의 분류

분 류		세 부 내 용	비 고
정 의	용어의 뜻을 구성하는 분장 또는 식, 수학의 학습은 정의에서 출발	집합, 부분집합, 항등원과 역원, 복소수, 다항식, 항등식, 방정식, 판별식, 부등식, 절대부등식, 함수, 역함수, 일대일 대응, 기울기, 원, 삼각함수, 행렬, 단위행렬, 역행렬, 수열, 급수, 수렴, 부분합, 미분계수, 정적분 등	

(뒷면에 계속)

정 리	수학적 논증의 결과 가 옳다는 것이 증명 된 사항	인수정리, 나머지 정리, 피타고라스 정리, 케일리 헤밀턴 정리, 파푸스 정리, 최대최소 정리, 중간값의 정리, 롤의 정리, 평균치의 정리, 덧셈정리, 곱셈정리, 드무아브르 정리 등	
보 조 정 리	주요 정리를 증명하 기 위한 보조로서 쓰 이는 정리	조른의 보조	고등학교 교 과 내용에는 없음
공 리	무증명 명제라고 하 며 이론에 있어서 명 제나 그 증명의 전제 가 처음부터 가정되 어 있는 사항	페아노 공리, 선택공리, 평행선 공리 등	평행선 공리 만 교과서에 취급
공 식	계산 방법이나 법칙 을 문자로 나타낸 수 식	곱셈공식, 인수분해공식, 근의 공식, 미분공식, 적분공식, 배각의 공식, 반 각의 공식 등	
법 칙	이론이나 규칙을 명 문화시킨 것	연산법칙, 드모르간의 법칙, 지수법 칙, 큰 수의 법칙, 사인법칙, 코사인 법칙 등	
성 질	어떤 정의의 특성을 증명을 통하여 문제 해결에 도움을 주도 록 수식화 한 것	연산에 대한성질, 복소수의 성질, 실 수의 성질, 덧셈에 대한성질, 곱셈에 대한 성질, 삼각함수의 성질, 로그의 성질, 각한값의 성질, Σ 의 성질, 무 한급수의 성질, 도함수의 성질, 정적분의 성질 등	

고등학교 수학에서 사용되는 용어의 유형을 교과서에 나오는 용어, 참고서
또는 문제집에 나오는 용어, 문항에 자주 나오는 용어, 교과과정 개편에 따라 삭
제된 용어, 일반 상식용어와 일부 교사들이 취급하는 용어 등으로 구분해 보면
다음과 같다.

가. 교과서에 나오는 용어

(1) 교과과정에 따라 명칭이 변한 용어

- ① 집합과 명제 및 함수에 대한 용어 ② 삼각함수에서 주기와 기본주기
- ③ 사인정리와 사인법칙 ④ 정방행렬과 정사각행렬

(2) 같은 뜻의 용어가 단원에 따라 달리 쓰이는 경우

비례중항(원과 비례) → 기하평균(절대부등식) → 등비중항(등비수열)

(3) 내용은 다르나 같은 용어로 사용되는 경우

- ① 서로 소(집합, 약수와 배수) ② 삼각부등식(절대부등식, 삼각함수)

(4) 학생이 자주 혼란을 일으키는 용어

- ① 항등식과 절대부등식 ② 항등함수와 상수함수

(5) 식의 일반화로 응용되는 용어

- ① 산술평균과 기하평균 ② 코시 슈바르츠 부등식

(6) 용어의 대수학적 의미와 기하학적 의미

일차 연립방정식에서 부정과 불능

(7) 교과서에서 삭제되었으나 연구문제 등에서 다루고 있는 용어

삼각형의 면적 구하기에 활용되는 헤론의 공식

(8) 교과서 내용에는 있으나 실제로 활용되지 않는 용어

행렬의 곱에서 영인자

(9) 교육과정 개편에서 추가된 용어

- ① 단일폐곡선 ② 순서도와 알고리즘

나. 참고서 또는 문제집에 나오는 용어

- (1) 대칭차 (2) 아폴로니우스 원 (3) 실원과 점원 (4) 벽집합
- (5) 선대칭과 점대칭 (6) 매개변수방정식 (7) 가우스 기호

다. 문항에 자주 나오는 용어

- (1) 곡선의 위로 볼록과 아래로 볼록 (2) 격자점

라. 교육과정 개편에 따라 삭제된 용어

- (1) 조건문의 동치명제 (2) 진리집합 (3) 가우스 소거법 (4) 이심률

마. 일반 상식용어

- (1) 동차다항식 (2) 여각과 보각 (3) 복이차방정식과 상반방정식
(4) 방정식의 표준형 (5) 함수의 표현(양함수와 음함수)

바. 일부 교사들이 취급하는 용어

- (1) 로피탈의 정리 (2)곡선의 접점

수학 용어의 흐름에서 보면, 수학교육의 현대화 작업이 이루어진 제3차 교육과정에서 컴퓨터 관련 용어인 순서도, 알고리즘, 선형계획법이라는 새로운 용어가 도입되었으며, 제4차 교육과정은 명제 부분에서 논리에 대한 많은 용어가 등장하였으나, 제5차 교육과정 이후에는 대폭 삭제되어 현행교육과정에 이르고 있다. 다음 표는 교육과정 개편에 따른 용어 변화에 대한 구체적 사례를 나타낸 것이다.

<표 2-2> 교육과정 개편에 따른 용어의 변화 사례 8) 10 11)

교육과정		제4차 교육과정	제5차 교육과정	제6차 교육과정	현행 교육과정
교과서		수학 I	일반수학	공동수학	수학-10 가,나
단 원	집합과 명제	진리값, 진리표, 논리합, 논리곱, 쌍조건문, 항진 명제, 모순명제	삭 제	제4차 교육과정과 동일	제5차 교육과정과 동일
		진체집합 U 에서 조건 $p(x)$ 에 대해서 $p(x)$ 를 참으로 하는 U 의 원소들로 이루어진 집합을 진리집합이라 하고 $P=\{x \mid p(x)\}$ 로 표현	진 리 집 합 의 용어는 사용하지 않고 조건 p 를 만족하는 집합을 P 로 표시	제4차 교육과정과 동일하게 서술	제5차 교육과정과 동일하게 서술

(뒷면에 계속)

단 원	함수	함수 $f: X \rightarrow Y$ 에서 $f(X) = Y$ 를 만족하면, f 를 X 에서 Y 로의 전사함수, 또는 X 에서 Y 위로의 전사함수	전 사 함 수 에 대해서는 언 급하지 않음	제4차 교육과 정과 동일하 나, 전사함수 라는 용어는 사용치 않음	일대일 대응 에 대해서만 설명
		함수 $f: X \rightarrow Y$ 가 X 의 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ 일 때 f 를 X 에서 Y 로의 단사함수 또는 일대일 함수	단사함수라는 용어는 사용 하지 않고 일 대일함수로만 정의	제4차 교육과 정과 동일	
		함수 $f: X \rightarrow Y$ 가 전 사함수이고 단사함수일 때, 전단사함수	$f: X \rightarrow Y$ 가 X 에서 Y 위로의 일대 일 함수일 때, f 는 일대일 대응함수	제4차 교육과 정과 동일	

2.3 수학 용어의 세부내용 및 해설

가. 교과서에 나오는 용어

(1) 교과과정에 따라 용어 명칭이 변하는 경우

① 다음 표는 집합과 명제 및 함수에 관련된 용어를 나타낸 것이다.

〈표 2-3〉 집합, 명제와 함수 관련된 용어

단원	표현	기호(용어)	현행 용어	이전 용어	비고
집합	A, B : 집합	$A \cup B$	합집합	cup, union	
		$A \cap B$	교집합	공통부분집합 cap, meet intersection	
		$A - B$	차집합	minus difference	
		$A \subset B$	부분집합	$A \subseteq B$	
		$A \times B$	곱집합	데카르트의 곱 product set	
명제	p, q : 조건	$p \Leftrightarrow q$	필요충분 조건	완전조건 동치명제	대학에서는 동치 명제라는 용어로 사용
함수	$f: X \rightarrow Y$	$f(X) = Y$	X 에서 Y 위로의 함수	전사함수 (surjection)	단사, 전사, 전단사 함수는 제4차 교육 과정에서는 사용되었 으나 현행 교과내용 에는 사용하지 않음
		$f(a) = f(b)$ $\Rightarrow a = b$	일대일함수	단사함수 (injection)	
		일대일 대응함수	X 에서 Y 위로의 일대일함수	전단사함수 (bijection)	

② 삼각함수의 주기와 기본주기

양수 k 에 대해서 $f(x+k)=f(x)$ 를 만족하는 함수를 주기함수라 정의한다. 제4차 교육과정에서는 이러한 k 를 주기라 하고 최소의 양의 수를 기본주기라 하였으나, 현행 교육과정에서는 최소의 양의 수 k 를 주기라고 정의하고 있다. 기본주기라는 용어는 제5차 교육과정 이후에는 사용하지 않고 있다.

예 2.3) $f(x)=\sin x$ 에서 $f(2n\pi+x)=\sin(2n\pi+x)=\sin x$ 이므로, 제4차 교육과정에서 주기는 $2n\pi$ 이고 기본주기는 2π 라고 답해야 하지만, 현행 교육과정에서 따르면 주기는 2π 이다.

③ 사인정리와 사인범칙

제3차 이전의 교육과정에서는 사인정리, 제4차 이후의 교육과정에서는 사인범칙이라는 용어를 사용하고 있다.

(2) 같은 뜻의 용어가 단원에 따라 달리 쓰이는 경우

① $a : b = b : c$ 가 성립할 때, b 를 a 와 c 의 비례중항이라고 한다.

(중 3 교과서, 원과 비례)

② 두 수 a, b 의 기하평균은 $x=\sqrt{ab}$ 이다.(고1 교과서, 절대부등식)

③ 두 수 a, b 사이에 m 개의 수 $x_1, x_2, \dots, x_m$ 을 넣어 $a, x_1, x_2, \dots, x_m, b$ 가 등비수열이 되게 할 때, $x_1, x_2, \dots, x_m$ 을 a 와 b 사이의 m 개의 등비중항이라고 한다.(수1 교과서, 등비수열) 이 때, 등비수열의 공비 r 은 $r^{m+1}=b/a$ 를 만족한다. 특히 $m=1$ 일 때, 등비중항을 x 라 하면 $a : x = x : b$ 가 성립하므로 등비중항은 비례중항과 일치한다.⁵⁾

위에서 보는 바와 같이 비례중항, 기하평균, 등비중항은 같은 뜻을 가지면서도 달리 사용되고 있다.

(3) 내용은 다르나 같은 용어로 사용되는 경우

① 집합 A, B 에서 $A \cap B = \emptyset$ 이면, 두 집합은 서로 소(disjoint)라고 한다. 또한, 두 양의 정수 a, b 의 최대공약수가 1인 경우에도 두 수는 서로 소(relative prime)라 부른다.

② ‘삼각형의 두 변의 길이의 합은 다른 변의 길이보다 항상 길다’ 또는 ‘실수 a, b 에 대해 $|a| + |b| \geq |a+b|$ 가 성립한다’는 삼각부등식(triangle inequality)³⁾과 삼각함수를 포함하는 부등식을 통칭하는 삼각부등식(trigonometric inequality)⁵⁾은 같은 용어로 사용되고 있다.

(4) 학생들이 자주 혼란을 일으키는 용어

① 모든 실수에 대하여 항상 성립하는 등식은 항등식, 항상 만족하는 부등식은 절대부등식이라 한다. 예로서 $x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1)$ 은 항등식이고, $x^2 - 2x + 2 > 0$ 은 절대부등식이다.

② 정의역의 모든 원소가 자기 자신에 대응하는 함수는 항등함수이고, 정의역의 모든 원소가 일정한 하나의 값에 대응하는 함수는 상수함수이다.

(5) 식의 일반화로 응용되는 경우

① 산술평균과 기하평균 사이에는 다음이 성립한다.

$$(a+b)/2 \geq \sqrt{ab}, \quad (a+b+c)/3 = \sqrt[3]{abc}, \quad a, b, c \text{는 양의 실수}$$

예 2.4) a, b, c 가 모두 양수일 때, $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$ 의 최소값을 구하여라.

(풀이) $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq 3 \sqrt[3]{\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{a}} = 3$ 이므로 최소값은 3이다.

② 다음 부등식을 코시 슈바르츠 부등식이라 한다.

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2 \Rightarrow (a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + by + cz)^2,$$

단, a, b, c, x, y, z 는 실수이다. 이를 이용하여, 다음의 응용 문제를 풀어보기로 하자.

예 2.5) $a^2 + b^2 + c^2 = 1, x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 일 때, $ax + by + cz$ 의 범위를 구하여라
(풀이) $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + by + cz)^2$ 에서 $1 \times 1 \geq (ax + by + cz)^2$ 이므로 $-1 \leq ax + by + cz \leq 1$ 이다

(6) 다음 표는 부정과 불능의 대수학적 의미와 기하학적 의미를 나타낸 것이다.

<표 2-4> 부정과 불능의 대수학적 의미와 기하학적 의미

용 어	방정식 형태	대수학적 의미	기하학적 의미
부 정	$0x = 0$	이원일차연립방정식의 해가 무수히 많은 경우	두 직선이 서로 일치하는 경우
불 능	$0x = c$ ($c \neq 0$)	이원일차연립방정식의 해가 없는 경우	두 직선이 서로 평행한 경우

(7) 교과서에서 삭제되었으나 연구문제 등에서 다루고 있는 용어로 다음의 헤론의 공식을 들 수 있다. 세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형의 면적 S 는 다음과 같다.

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad s = (a+b+c)/2$$

따라서, 삼각형의 세 변의 길이를 알면 헤론의 공식에 의해 삼각형의 면적을 구할 수 있다. ¹¹⁾ 이 공식은 제2코사인 법칙을 이용하여 증명하므로 학생들이

이해하는데 다소 어려움이 있어 제6차 교육과정 이후의 교과서에는 그 내용이 삭제되어 연구과제 또는 연습문제로 취급하고 있다.

(8) 교과서 내용에는 있으나 실제로 활용되지 않는 용어의 예로서 영인자(zero divisor)가 있다. $a \neq 0$, $b \neq 0$ 이면서 $ab=0$ 가 되는 원소가 있을 수 있다. 이 때, a 를 b 의 영인자, b 를 a 의 영인자라고 한다¹⁶⁾. 행렬 A, B 에서 $A=0$ 또는 $B=0$ 이면 $AB=0$ 는 항상 성립하지만, 그 역은 참이 아니다. 즉, $A \neq 0$ 이고 $B \neq 0$ 인 행렬 중에는 $AB=0$ 가 되는 경우가 존재한다.

예 2.6) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \neq 0$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \neq 0$ 이지만, $AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 이다.

(9) 교육과정 개편에서 추가된 용어

① 단일폐곡선(simple closed curve) : 연속곡선의 양단이 일치했을 때, 이것을 폐곡선이라 한다. 특히, 단일곡선의 양단이 일치한 것을 단일폐곡선이라고 하며, 이를 조르단 곡선(Jordan arc)이라고도 한다. 단일곡선은 양단을 제외하고는 그 자체와 교차되지 않는 곡선을 말한다. 실제로 단일폐곡선은 원주와 위상동형이다⁵⁾.

② 알고리즘(algorithm)과 순서도(flow chart) : 문제해결을 위해서는 단계적으로 해야 할 일을 정해야 하는데, 그 처리하는 순서를 알고리즘이라고 하고, 알고리즘의 처리순서를 기호를 사용하여 그림으로 나타낸 것을 순서도라 한다.

③ 선형계획법(linear programming) : 주어진 부등식의 영역에서 주어진 함수의 최대값 또는 최소값을 다루는 수학의 한 분야이다¹⁰⁾.

나. 참고서 또는 문제집에 나오는 용어

(1) 대칭차(symmetric difference)

두 집합 A, B 에서 연산 Δ 를 다음과 같이 정의하고, 이를 A 와 B 의 대칭차라고 한다.

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$$

두 집합의 대칭차는 다음과 같은 성질을 갖는다.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad A \Delta B &= B \Delta A & \textcircled{2} \quad (A \Delta B) \Delta C &= A \Delta (B \Delta C) & \textcircled{3} \quad (A \Delta B) \Delta B &= A \\ \textcircled{4} \quad (A \Delta B) \Delta A &= B & \textcircled{5} \quad A \Delta A &= \phi & \textcircled{6} \quad A \Delta \phi &= A \end{aligned}$$

대칭차라는 용어는 잘 쓰이지 않으나, 위의 내용은 집합의 응용연산으로 대부분의 참고서나 문제집에서 다루고 있다¹⁵⁾. 대칭차는 집합의 이항연산에서 응용된 새로운 연산으로 보는 것이 타당하며, 각종 시험에도 자주 출제되고 있다.

(2) 멱집합(power set)

한 집합 A 에 대하여 A 의 모든 부분집합을 원소로 하는 집합을 A 의 멱집합이라 하고 다음과 같이 표시한다⁹⁾.

$$P(A) = 2^A = \{X \mid X \subset A\}$$

(3) 실원과 점원

실수 a, b, c 에 대하여, 방정식 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = c$ 에서 $c > 0$ 이면 실원, $c = 0$ 이면 점원, 그리고 $c < 0$ 인 경우는 허원이라 한다.

원의 방정식의 일반형 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 를 표준형으로 고치면 다음과 같다.

$$\left(x + \frac{A}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{B}{2}\right)^2 = \frac{A^2 + B^2 - 4C}{4} \quad \text{이때,}$$

$A^2+B^2-4C>0$ 이면 실원 ¹⁵⁾, $A^2+B^2-4C=0$ 이면 점원, ¹⁵⁾ $A^2+B^2-4C<0$ 이면 허원이다.

(4) 아폴로니우스(Appolonius) 원은 집합 $\{P | AP : BP = m : n, m \neq n\}$ 을 의미하며, 이는 선분 AB 를 $m : n$ 으로 내분, 외분하는 점을 지름의 양끝으로 하는 원을 나타낸다. 특히, $m = n$ 인 경우는 점 P 의 집합은 선분 AB 의 수직 이등분선이 된다 ¹⁵⁾.

(5) 선대칭과 점대칭

① 도형 $f(x, y) = 0$ 를 직선 $x = a$ 에 대해서 대칭이동한 도형의 방정식은 $f(2a - x, y) = 0$ 이다.

② 도형 $f(x, y) = 0$ 를 직선 $y = b$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은 $f(x, 2b - y) = 0$ 이다.

③ 도형 $f(x, y) = 0$ 를 직선 점 (a, b) 에 대해 대칭이동한 도형의 방정식은 $f(2a - x, 2b - y) = 0$ 이다 ¹³⁾.

(6) 매개변수방정식(parametric equation)은 $x = f(t), y = g(t)$ 가 다같이 t 의 같은 변역에서 정의된 함수로서, t 의 값에 의해서 정해지는 x 의 값과 같은 t 의 값에 대한 y 의 값을 대응시킴으로써 x 에서 y 에로의 대응이 정해진다. 이 식에서 t 를 소거하면, x 와 y 의 관계식을 알 수 있다 ⁵⁾.

예 2.7) $x = r \cos t, y = r \sin t$ 는 원의 매개변수방정식이고, $x = a \cos t, y = b \sin t, a \neq b$, 는 타원의 매개변수방정식을 나타낸다.

(7) 가우스 기호(Gauss' notation)

실수 x 에 대하여 x 를 넘지 않는 최대정수를 $[x]$ 로 표시하고, 이를 가우스

기호라 한다. a 가 정수로서 $a \leq x < a+1$ 이면, $[x] = a$ 이다. $x > 0$ 이면 $[x]$ 는 x 의 정수부분을 나타내고, $x < 0$ 이면 $[x]$ 는 정수부분에서 1을 뺀 것을 나타낸다.

① 상용로그에서 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 n, α 라 하면, $\log x = n + \alpha$ 이고 $[\log x] = n$ 이다. 즉, 가우스 기호는 $\log x$ 의 지표를 나타낸다. ⁵⁾

② 함수 $f(x) = [x]$ 는 $x = n$ (n 은 정수)에서 연속이 아니다.

다. 문항에 자주 나오는 용어

(1) 아래로 볼록한 함수는 모든 실수 x, y 에 대하여 $f\left(\frac{x+y}{2}\right) \leq \frac{f(x)+f(y)}{2}$ 을 만족하는 경우이며, 위로 볼록한 함수는 모든 실수 x, y 에 대해 $f\left(\frac{x+y}{2}\right) \geq \frac{f(x)+f(y)}{2}$ 을 만족하는 경우를 말한다.

함수 $f(x)$ 와 실수 $x, y, \alpha \in [0, 1]$ 에 대하여 $f(\alpha x + (1-\alpha)y) \leq \alpha f(x) + (1-\alpha)f(y)$ 를 만족하는 함수를 볼록함수라 하는데, $f\left(\frac{x+y}{2}\right) \leq \frac{f(x)+f(y)}{2}$ 는 $\alpha = 1/2$ 인 경우이다.

(2) 격자점(lattice point)

평면의 직교좌표축에 대하여 좌표 x, y 가 모두 정수인 점을 격자점이라고 한다. n 차원 유클리드 공간에서 일차독립인 n 개의 점 $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ 을 취하고, X_i 의 위치벡터 $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$ ($i=1, 2, \dots, n$) ($'$ 는 전치행렬 표시)이 일차독립일 때, 점집합 $A = \left\{ X \mid X \leftrightarrow x = \sum_{i=1}^n u_i x_i (u_i \text{는 정수}) \right\}$ 를 n 차원의 격자라 하고, 그것에 속하는 점을 격자점이라고 한다 ⁶⁾.

라. 교과과정 개편에 따라 삭제된 용어

(1) 조건문의 동치명제

두 조건 p, q 에 대하여, $p \rightarrow q$ 와 $\sim p$ 이거나 q 는 동치명제이다. 그러므로 두 집합 P, Q 에서 $P \subset Q$ 는 $P \cup Q = U$ 이기 위한 필요충분조건이다. 위의 내용은 현행 교육과정에서는 삭제되었다.

(2) 진리집합

전체집합 U 에서 조건 $p(x)$ 가 참이 되는 U 의 원소로 이루어진 집합을 $p(x)$ 의 진리집합이라 하는데, 진리집합 P 는 $P = \{x \mid p(x) \text{는 참}\}$ 으로 표현된다.

(3) 가우스 소거법

이원일차연립방정식은 역행렬을 이용하여 간단하게 풀 수 있지만, 삼원일차 연립방정식은 삼차인 정사각행렬의 역행렬을 구해야하므로 고등학생에게는 다소 어려움이 있으므로 제5차 교육과정 이후에 교과내용에서 삭제되었다¹⁾.

(4) 이심률(eccentricity)

주어진 직선 l 과 정점 F 로 부터 거리의 비가 e 로서 일정한 이차곡선에서, e 를 주어진 이차곡선의 이심률이라 한다. $e=1$ 이면 포물선, $e<1$ 이면 타원이고 $e>1$ 이면 쌍곡선이다⁵⁾.

마. 일반 상식용어

(1) 동차다항식(homogeneous polynomial)은 어떤 문자에 대하여 각 항의 차수가 모두 같은 다항식을 말한다. 수식 $f(x, y)$ 에 대하여 $f(kx, ky) = k^n f(x, y)$ 가 성립하는 수식을 n 차 동차식이라 한다.

(2) 여각과 보각

$\alpha + \beta = \pi/2$ 인 경우 α, β 를 여각관계, $\alpha + \beta = \pi$ 인 경우는 α, β 를 보각관계에 있다고 한다.

(3) 복이차방정식과 상반방정식

복이차방정식은 어떤 문자의 제곱에 대하여 이차방정식이 되는 사차방정식을 말하며, 상반방정식은 어떤 차수의 문자의 계수에 대해 대칭으로 계수가 같은 방정식을 말한다. 홀수 차수의 상반방정식은 0를 근으로 갖지 않으나 짝수 차수의 상반방정식은 항상 0를 근으로 갖는다. 예로서, $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$ 는 복이차방정식이고, $x^5 - 2x^4 + x^3 + x^2 - 2x + 1 = 0$ 는 상반방정식이다.

(4) 다음 표에서는 방정식의 일반형과 표준형을 나타내었다.

<표 2-5> 방정식의 일반형과 표준형 ⁵⁾

단 원		일 반 형	표 준 형
이차방정식		$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$	$a(x - a)^2 = b, \quad a \neq 0$
이차함수		$y = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0$	$y = a(x - a)^2 + \beta, \quad a \neq 0$
원		$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0,$ $a^2 + b^2 - 4c > 0$	$x^2 + y^2 = r^2$
이차 곡선	포물선	$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2fx + 2gy + c = 0$	$y^2 = 4px, \quad p \neq 0$
	타 원	$D = \begin{vmatrix} a & h & f \\ h & b & g \\ f & g & c \end{vmatrix}$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad a \neq b > 0$
	쌍곡선	각 계수의 값에 따라 포물선, 타원, 쌍곡선으로 분류되며, $D \neq 0$ 이면 고유이차곡선이라고 한다.	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad a > 0, \quad b > 0$

(5) 양함수와 음함수

함수의 표현에서 $y=f(x)$ 의 형태로 나타낸 함수를 양함수, $f(x,y)=0$ 의 형태로 나타낸 함수를 음함수라 한다. 직선의 방정식에서 양함수는 $y=mx+n$ 로 음함수는 $ax+by+c=0$ 로 나타낼 수 있다. 이차곡선도 음함수 꼴로 표현할 수 있으며, 대체로 음함수로 표현하는 것이 편리하다.

바. 일부 교사들이 취급하는 용어

(1) 로피탈의 정리(L'Hopital's theorem)

두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 $x=a$ 의 근방에서 미분가능하면, 다음 등식이 성립한다⁵⁾.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}, \quad g'(x) \neq 0$$

예 2.7) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+2x-3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+2}{1} = \frac{2+2}{1} = 1$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x-\pi}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{-1} = -1$$

(2) 곡선의 첨점(cusp)은 겹친 점이라고도 하며, 연속은 되나 미분불가능한 점을 말한다. 예로서, $f(x) = |x^2-1|$ 은 $x=\pm 1$ 에서 연속이지만 미분은 불가능하다. 이러한 점을 그래프의 첨점이라고 하며, 주어진 함수는 이 첨점에서 극소값을 가진다.

2.4 수학 용어의 지도 방향과 유의점

가. 용어의 지도 방향

(1) 교사가 지도안을 재구성하여 다루어야 할 용어는 대칭자, 멱집합과

- 도형의 대칭이동 등이 있다.
- (2) 교육과정 개편에 따른 지도 내용으로는 교집합, 곱집합, 삼각함수의 주기, 사인법칙 등의 용어들이 있다.
- (3) 상식으로 알아야 할 수학 용어는 동차식, 상반방정식, 복이차방정식, 양함수와 음함수, 보각과 여각, 방정식의 표준형과 매개변수방정식 등이 있다.
- (4) 학생에게 명확한 개념확립이 필요한 용어로는 항등식과 절대부등식, 상수함수와 항등함수 등이 있다.
- (5) 영문에 대한 해석을 달리해야 할 용어로는 다음을 들 수 있다.
- ① 집합 단원에서 서로 소(disjoint)와 자연수에서의 서로 소(relative prime)
 - ② 절대부등식에서의 삼각부등식(triangle inequality)과 삼각함수를 포함하는 삼각부등식(trigonometric inequality)
- (6) 수행평가를 통한 지도를 요하는 용어로는 코시 슈바르츠 부등식, 아폴로니우스의 원, 헤론의 공식 등이다.
- (7) 학생 스스로 지식을 습득해야 할 내용으로는 절대부등식의 일반화, 산술평균과 기하평균, 가우스 기호, 곡선의 위로 볼록과 아래로 볼록 등이 있다.
- (8) 학습에 혼란을 줄 우려가 있어 지도교사가 사용을 자제해야 할 내용으로는 겹친 점(cusp)과 로피탈의 정리 등이 있다.
- (9) 고등학교와 대학간 통일을 요하는 용어는 다음 표와 같다.

<표 2-6> 고등학교와 대학간 통일이 필요한 용어

내 용	고등학교	대 학	비 고
부분집합	$A \subset B$	$A \subseteq B$	대학에서는 다양하게 사용됨
함 수	~위로의 함수	전사함수	
	일대일함수	단사함수	
	일대일대응함수	전단사함수	

나. 용어 사용의 유의점

- (1) 일관성과 효율성이 있어야 한다. 용어의 명칭 변경, 삭제 또는 추가하는 경우는 집필진의 신중한 연구 끝에 이루어져야 학생들의 혼란을 막고 학습의 효율을 기대할 수 있다.
- (2) 통일성을 가져야 한다. 교사들은 통일된 용어를 사용해야 학습효과를 기대할 수 있다.
- (3) 체계적으로 사용되어야 한다. 수학의 개념은 논리적인 전개에 따라 학습 순서가 체계적으로 전개되어야 한다.

2.5 제7차 교육과정의 내용과 그 문제점

가. 교육과정의 특징과 수학과 교과내용

- (1) 현행 교육과정의 특징은 다음과 같이 정리할 수 있다.
 - ① 교육내용의 세분화
 - ② 단계형 교육과정 : 국민공통기본(초등 1-고 1) 교과를 10단계로 설정하여 운영
 - ③ 고 2, 3학년은 학생 선택 중심 교육과정(일반선택과 심화선택으로 구분)
 - ④ 수요자 중심 교육과정 : 수준별(보충, 기본, 심화) 교육과정 편성 운영
 - ⑤ 자기 주도적 학습을 위한 재량활동 : 배당된 시간은 3년간 최소 12단위
 - ⑥ 평가 : 지필평가(진단평가, 형성평가, 총괄평가)와 수행평가 실시
 - 수행평가는 제6차 교육과정에서 도입됨
 - ⑦ 학습량의 최적화와 학습 수준 조정 : 이수 과목 축소, 범위와 수준의 적정화
 - ⑧ 정보능력 배양과 실생활 관련 수학교육
- (2) 제7차 교육과정 수학교과 세부내용은 다음 표와 같다.

〈표 2-7〉 제7차 교육과정 수학과 교과내용

구 분	과목명	교 과 내 용	비 고
공 통 기본교과	수학10-가	진합의 연산법칙, 명제, 실수, 복소수 다항식과 그연산, 나머지정리, 인수분해 약수와 배수, 유리식과 무리식, 방정식 부등식, 산포도와 표준편차	통계내용 추가
	수학10-나	평면좌표, 직선의 방정식, 원의 방정식 도형의 이동, 부등식의 영역, 함수 이차함수, 유리함수와 무리함수 삼각함수와 그 그래프, 삼각함수의 응용	지수와 로그 삭제
일반선택	실용수학	계산기, 컴퓨터, 은행의 이용, 보험의 이용 자료정리와 요약, 확률과 통계의 활용 최적화 문제해결, 생활문제 해결	실생활의 활용 내용
심화선택	수 학 I	지수와 로그, 행렬, 수열, 수열의 극한 지수함수, 로그함수, 순열과 조합, 확률 통계	내용을 대폭 삭제하여 수학Ⅱ에 추가
	수 학Ⅱ	방정식, 부등식, 함수의 극한과 연속성 다항함수의 미분법, 다항함수의 적분법 이차곡선, 공간도형, 공간좌표, 벡터	삼각함수 삭제
	미분과 적 분	삼각함수, 함수의 극한, 미분법, 적분법	초월함수 중심
	확률과 통 계	자료의 정리, 자료의 요약, 확률 조건부 확률, 확률변수, 확률분포 표본의 뜻, 구간추정	
	이산수학	순열과 조합, 세기의 방법, 그래프 수형도, 여러 가지 회로, 그래프의 활용 수와 알고리즘, 점화관계, 의사결정과정 최적화와 알고리즘	대부분 새로운 교육내용

* 교육부 「고등학교 교육과정 해설」, 1997-15 참고

나. 교육과정의 문제점

다음은 현행 교육과정의 문제점에 대해 수학교과를 중심으로 정리한 것이다.

- (1) 교육 논리보다 경제논리를 앞세운 졸속 교육과정이다.
- (2) 세계화라는 구호아래 충분한 감증을 거치지 않은 서구형 교육방법이다.
- (3) 교과목 세분화로 인하여 교육의 혼란을 야기시킬 우려가 있다.
- (4) 수준별 반편성 운영에 어려움이 있다.
- (5) 평가 결과가 없는 제량활동은 학생들의 참여도를 떨어지게 한다.
- (6) 부진 학생의 특별 보충지도에 대한 결과처리가 형식에 그치기 쉽다.
- (7) 실용수학이나 이산수학을 선택과목으로 채택하는 경우, 전담 지도교사의 사전연수가 필요하다.
- (8) 입시 위주로 교과목을 선택하다 보면 수학교사의 수업부담이 늘어날 수 있다.
- (9) 수학 I 을 배운 학생이 수학과 관련이 있는 사회과학 계열에 진학할 경우, 기본적인 미적분학을 대학에서 별도로 배워야 한다.
- (10) 자연계 학생의 수학학습에 대한 부담증가로 이공계를 기피할 우려가 있다.

나. 교과내용의 문제점

우리나라 교육과정은 1968년 시행된 이래, 5년 단위로 개편되어 왔다. 현행의 교육과정은 제7차 교육과정으로 단계형과 선택중심으로 이루어져 있으며, 수준별 선택형인 심화과정과 보충과정으로 편성하여 운영토록 되어 있지만, 수학 학력의 하향평준화로 교과과정에 부합하는 수업을 할 수 없는 실정이다. 지난, 대입 수능문제에서 수학은 난이도가 아주 평이한 수준이었지만, 총점대비 평균은 별로 향상되지 않았다.

제4차 교육과정에서 처음으로 행렬이 수학Ⅱ-1과 Ⅱ-2에 도입되었으며, 수학Ⅱ-2에서는 행렬을 이용한 일차변환을 다루었다. 이러한 일들은 수학교육 현대화의 과정의 한 부분으로 볼 수 있을 것이다. 그러나 제4차 교육과정의 공

통교과인 수학 I 의 내용은 방대하고, 문과를 지원하는 학생에게 엄청난 부담을 줄 정도로 수준이 높았다. 실제로, 지수와 로그에서, 지금은 선택교과인 수학 I 에서 다루는 내용인, 수열을 비롯하여 자연계 학생을 대상으로 가르치는 타원과 쌍곡선 등 복잡한 내용을 다루었다. 게다가 사용하는 용어도 현재는 사용하지 않는 용어들이 많이 사용되었다. 예로서, 집합과 명제에서 진리집합, 항진명제와 모순명제, 진리값, 함의명제를 비롯하여 함수에서 단사, 전사, 전단사함수에 이르기까지 많은 용어가 쓰였지만 제5차 교육과정에서 공통교과가 일반수학이라는 이름으로 바뀌면서 대폭 삭제되거나 수정되어 오늘에 이르고 있다. 당시 교과 시도상의 문제점은 고 2학년 1학기까지 다루어야 할 내용을 진학지도 중심으로 수업을 진행하는 일반계고등학교에서는 1학년에서 교과내용을 모두 마치려고 주입식 보충수업을 강행하여 학생들에게 많은 학습 부담을 주었다는 것이다.

현행 교육과정에서 학생 본인의 적성은 자연계이지만 단지 수학에 자신이 없다는 이유로 적성과 전혀 다른 계열을 선택하는 경우가 허다하며, 선택교과에서 수학 교과목이 세분되어 학생들도 어떤 과목을 선택하여 공부를 해야할지 고민하는 경우를 종종 보게 된다. 그리고 수학 I 보다 수학 II가 어렵다고 하는 고정 관념으로 인한 자연계 기피 현상은 앞으로의 이공계열학과의 장래에 문제가 있음을 지적하고자 한다.

2002학년도에 처음으로 고 1학생에게 7차 교육과정이 시행되어 성취도가 낮은 학생에게 특별 보충수업을 실시하였으나 학생들의 참여도가 매우 저조하였으며, 참여한 학생도 극소수를 제외하고는 수업에 흥미가 없거나 관심을 갖지 않아 시간을 채우기 위한 형식적인 수업으로 변질되어 버렸다. 수학은 자연과학을 비롯한 대부분의 분야에 관련이 있는 필수적인 교과라고 하지만 흥미나 자신감을 잃은 학생에게는 대학진학을 위해 단순히 거쳐가는 과정 정도로 여기고 있다는데 더 심각한 문제가 있다. 수년 전에만 해도 중간 정도 수준의 학생은 그나마 교과내용을 이해를 하고 수업에 적응하였으나, 현재는 수업을 듣고 이해를 하거나 수업준비를 바르게 하는 학생은 한 학급에서 10명 미만으로 심각한 실정이다. 현

행과 같이 선택형 교육과정이 운영되고, 대학에서 수학성적을 전형자료로 요구하지 않는다면, 수학은 흥미를 잃은 대다수의 학생들에게 관심 밖의 과목으로 전락하게 될지도 모른다.

라. 교육 현장에서의 교사들의 고민

다음은 수학 교과를 지도하는 교사들이 가지고 있는 현실적인 고민과 어려움을 나열한 것이다.

- (1) 내신에 의한 교교 입학으로 중학교 교과서를 모두 배우지 못하여 고등학교 신입생의 수학 학력이 낮아지고 있다.
- (2) 학생들은 수식 풀이에는 어느 정도 친숙한 편이나 원리나 개념정리의 부족으로 문제에 대한 적용력은 부족하다.
- (3) 객관식 위주의 시험으로 사고력을 요하는 서술형문제나 증명문제에 대한 문제해결이 거의 불가능하다.
- (4) 도형이나 그래프의 관찰능력이 부족하여 관련 부분의 문제해결에 어려움이 많다.
- (5) 잦은 교육과정 개편으로 학습 혼란과 학력의 하향평준화를 가져왔으며, 특히 수학의 학력차는 갈수록 심화되고 있다.
- (6) 논리적으로 사고하고 손으로 푸는 습관이 부족하다.
- (7) 체계적인 개념과 원리에 대한 이해가 부족하여 용어나 공식을 적용하는 능력이 낮다.
- (8) 문제풀이 습관이 잘못 형성되어 단순히 답을 찾는 요령만 습득하려는 경향이 있다.
- (9) 수학용어의 정확한 개념정리가 부족하여 문제해결 능력이 떨어진다.
- (10) 학력저하로 학생의 흥미도가 떨어져 자기 주도적 학습활동을 기대하기 어렵다.
- (11) 개편된 교육과정에서 선택학습이나 실생활 문제는 이해도가 낮아 소수

학생 위주의 학습이 될 가능성이 있다.

- (12) 교실의 학습분위기 침체로 교과내용을 가르칠 충분한 시간 확보가 어렵다.
- (13) 절대평가로 인해 낮은 수준의 문항을 출제하게되어 학생에게 고난도 문제를 다루는 기회가 부족하다.
- (14) 어린 때에 습득한 잘못된 풀이 습관이 올바른 수학 학습에 저해 요인으로 작용하는 경우가 있다.
- (15) 학교에서의 체계적 학습과 과외나 보습학원의 기교위주의 수업과의 일관성 차이로 학습에 혼란을 가져올 수 있다.
- (16) 계산기나 컴퓨터의 등장으로 인한 기본 연산능력 저하로 간단한 수식 계산에도 어려움이 많다.
- (17) 심한 학력차에서 오는 무기력으로 흥미를 잃은 학생은 아예 수학에 관심을 가지려고 하지 않는다.
- (18) 문제를 스스로 해결하기보다는 과외교사나 참고서의 도움으로 해결하려는 경향이 높다.
- (19) 학습 방해요인(휴대폰, CD, 소셜 및 만화책, 타 교과 공부 등)이 많아 다수의 학생들을 수업에 집중시키는데 어려움이 많다.
- (20) 사전에 교과 내용을 학원 등에서 배운 학생은 학교에서의 반복 학습에 관심을 갖지 않는다.
- (21) 수준별 반편성과 그 운영이 현실적으로 매우 어렵다.
- (22) 재량 활동은 학습 후에 성취도 평가를 하지 않아 학생들의 관심이 적고, 잘못 운영될 경우는 그저 시간을 매우는 수업으로 전락될 소지가 높다.

2.6 제7차 교육과정의 개선방안

다음은 현행 교육과정의 문제점에 대한 개선방안을 나타낸 것이다.

〈표 2-8〉 현행 교육과정의 개선방안

구 분	세 부 내 용	비 고
교과내용 의 재구성	① 수학10-가, 나에 로그와 지수 및 포물선의 방정식 및 삼각함수에 해론의 공식 포함 ② 수학1에서 로그와 지수를 삭제하고, 함수의 연속성과 다항 함수의 미분과 적분 추가 ③ 수학II에서 포물선의 방정식 삭제	인문계 학생을 위해 미분과 적분에 대한 기초 교육 필요
교육활동	① 재량활동 교재 개발(계산기 및 실생활문제 등) ② 학습부진아 특별 보충교육 실시 - 평가결과 분석 및 내실화	
평 가	① 문제 은행을 통한 학습평가로 지필 교사의 객관성과 신뢰성 유지 ② 수행평가: 교사 재량에 맡기고, 서술형 평가에 대한 문항 개발과 채점 기준표 마련 ③ 모의고사 형태의 서술형 지필 교사 실시	절대평가에 따른 성적 부풀리기 방지책 마련
학습자료	① 교과내용에 알맞도록 학습지도안 재구성 ② 수준별 학습지도안 개발 및 활용 ③ 계산기 수업을 위한 공학용 계산기 확보	현행 교과서에 계산기를 활용한 계산문제가 많음
지도교사	실용수학 및 이산수학 교과지도를 위한 지속적인 교사의 사전 연수 활성화	실용수학 및 이산수학에 대한 기초지식 부족
대입전형 자 료	① 내신 반영 교과 인문 : 수학10-가, 나, 수학 I 자연 : 수학10-가, 나, 수학 I, 수학II, 미분과 적분 ② 대학수학 능력시험 인문 : 수학10-가, 나, 수학 I 자연 : 수학 I, 수학II, 미분과 적분	대학에 따라 차이 있으나 인문계는 수학 I, 자연계는 수학 I, 수학II, 택1 과목으로 예상됨

2.7 학부모에 대한 충언

수학도 다른 교과목과 마찬가지로 수학을 잘 하기 위한 왕도는 없다. 그러나 학부모가 세심하게 자녀를 관찰하여 무엇이 문제인지를 찾아내어 극복한다면, 수학의 벽이 그다지 높지 않음을 느끼게 될 것이다.

(1) 실수도 실력 부족임을 인식시켜야 한다.

실수를 하는 것은 문제를 해결할 때, 대충 읽고 풀었거나 한번 더 확인하지 않는 습관에 기인하는 경우가 많다. 문제를 꼼꼼하게 읽고 정확하게 이해한 후 풀이하는 습관뿐만 아니라 풀이과정을 연습장에 빠짐없이 기록하며 공부하는 습관을 길러주어야 한다.

(2) 계산을 경시하지 않도록 하여야 한다.

높은 수준의 수학으로 가기 위한 첫 길움이 계산능력임에도 불구하고, 계산기를 이용한 계산으로 인해 학생들의 계산능력이 많이 저하되었다. 기계적인 반복으로 인해 수에 대해 실증나게 하는 것도 문제가 있지만, 수리력이 수학의 기본인 것은 자명한 사실이다. 미국에서 학생들에게 구구단을 외우지 않게 한 결과, 수학 학력의 현저한 저하가 있었다는 보고가 있다. 이 때문에 미국도 초등학교 때 다시 구구단을 암기하도록 하었다고 한다. 수학 공부의 목적이 수학적 사고력 향상에 있지만, 그 사고력 향상을 위해 반드시 거쳐야 하는 관문이 수리력이다.

(3) 원리를 이해하도록 하여야 한다.

시험에서 두 개 이상의 복합 개념이 들어 있는 문제를 출제하면 대부분의 학생들은 어려워한다. 뿐만 아니라 지문이 긴 문제에 대한 기피현상은 더욱 심하다. 컴퓨터와 영상문화에 익숙한 요즘 학생들은 사고과정을 거치지 않고 받

아들이는 데 길들여 있기 때문이다. 이런 문화에 익숙한 학생들에게 체계적 사고를 필요로 하는 수학은 어려울 수밖에 없다. ‘공식이 어떻게 유도되었는가?’에는 전혀 관심이 없고 공식을 외워 답을 구하는 데에만 관심을 가지고 있다. 이를 극복하기 위해 언어를 수학 기호로 옮기고, 수학 기호를 언어로 해석하는 훈련이 필요하다. 마찬가지로 도형에서도 수학적 내용을 도형으로 그리고, 도형을 기호가 포함된 수학적 글로 옮기는 훈련이 필요하다.

(4) 부족한 부분을 찾아 ‘치료’해 주어야 한다.

예를 들어, 방정식은 푸는 데 함수를 너무 어려워하거나, 도형만 나오면 시험을 망치거나, 같은 유형의 문제를 계속 틀리는 아이에게는 부족한 부분이 무엇인지를 파악해 처치해 주어야 한다. 병이 들었을 때, 병든 부위를 찾아 전문의에게 치료받아야 병을 치유할 수 있듯이 수학 역시 학생에게 부족한 부분이 무엇인지를 찾아 보충해 주지 않으면 다음 단계의 수학으로 발전할 수 없다. 수학은 ‘연속의 학문’이기 때문이다.

(5) 머리와 손을 모두 사용하도록 하여야 한다.

수학은 머리와 손으로 하는 공부이다. 그럼에도 대부분의 학생들은 눈으로 수학 문제를 풀려고 한다. 학교에서 선생님이 푸는 것을 관찰만 하고, 학원에서는 학원선생님이 푸는 것을 보기만 하는 경향이 있다. 시험공부를 위해 문제집을 풀 때에는 해답에 있는 풀이과정을 관찰하는 것으로 공부를 했다고 생각한다. 그러나 수학은 눈으로 이해해서 되는 과목이 아니며, 타인의 사고 과정을 이해했다고 해서 내 실력이 되는 것은 아니다. 수학은 자신의 머리 속에서 생각하고 그 생각을 손과 연필을 통해 연습장에 재연함으로써 나의 것이 되는 것이다.

(6) 학교 공부에 충실하도록 하여야 한다.

요즘은 학원에 다니는 학생들이 많다. 그러나 학원에서는 수학적 개념에 대한 이해보다는 문제를 쉽게 푸는 방식 위주로 가르치고 있다는 데 맹점이 있다. 공식에 대한 개념의 이해 없이 공식에 대입하는 것만으로 수학을 잘 할 수는 없다. 학교 수업에 충실히 참여하는 것이 수학을 잘하는 지름길이다.

(7) 관심과 흥미를 유도하여야 한다.

최근에 수학에 관련된 재미있는 책들이 많이 출판되고 있다. 그러한 책들 중에서 읽기 쉬운 몇 권의 책을 골라 읽어봄으로, 수학에 대한 관심과 필요성을 일깨워 주는 것도 필요하다. 공부에 대한 열의는 흥미와 관심에서 나오기 때문이다.

III. 결론 및 제언

수학은 어떤 학문보다 체계적이고 논리적이며 합리적인 사고를 필요로 하는 교과임은 재론의 여지가 없으며, 기초과학으로서 매우 중요한 위치에 있는 것, 또한 사실이다. 따라서 교육 수요자인 학생들이 수학에 대한 관심을 갖고 쉽게 접근할 수 있도록 하는 것이 수학 교육을 책임지고 있는 교사의 임무이지만, 현행 교육과정에 따라 앞으로 시행될 선택형 수능시험은 수학교육의 장래를 더욱 어렵게 하고 있다.

학생들이 수학 교과에 대한 공포증을 가지게 된 가장 큰 원인은 지금까지의 잘못된 수학교육에 있다고 생각한다. 초등학교 1, 2학년에게 있어서 수학은 상당히 매력적인 과목이다. 대체로 그 또래 아이들은 자신이 가지고 있는 의문에 대한 명백한 답을 요구하는 경향이 강하므로, 수학 계산에서 나오는 분명한 답에 매력을 느끼게 되는 것이다. 그러나 초등학교 고학년부터는 수학을 싫어하는 학생이 늘어나기 시작하여, 중학교를 거쳐 고등학생이 되면 수학 수업이 있는 날은 아침부터 머리가 아파 오는 등의 수학에 대한 기피증이 생기고 급기야 적성보다는 수학이 싫어서 인문계를 택하는 경우가 허다하게 발생한다.

교육과정의 개편에 있어서도 충분한 준비기간을 가지고 실험단계를 거쳐 교육과정을 개편해야함에도 불구하고 단기간에 외국 교육제도의 단편을 모방하여 시행함으로 교육과정이 개편될 때마다 같은 시행착오를 되풀이하고 있다. 그동안 여러 차례에 걸친 교육과정 개편 과정에 일선 교사의 참여는 거의 이루어지지 않았다. 교육과정이 개편되고 새로운 교과서가 나오게 되면 이를 가르치는 사람은 일선 교사임에도 그들의 의견이 무시되고 있는 것이다. 실제로, 일선 교사들에게 현행 교육과정에서 선택과목인 이산수학과 실용수학에서는 무슨 내용을 가르치느냐고 묻는다면 정확하게 설명할 수 있는 사람은 얼마나 있을지

의문스럽다. 그리고 일부 교과서를 제외하고는 대부분의 집필진이 대학교수로 구성되어 있는 것도 문제점으로 지적할 수 있다. 따라서 교육 현장에서 수학을 가르치는 것이 일선 교사의 몫이라면, 교육과정의 개편은 물론 교과서 집필에 그들을 참여시켜 현실적이고 실용성 있는 수학교육이 이루어질 수 있도록 교사의 의견을 충분히 반영하여야 할 것이다.

단계형, 선택형, 수준별 교육과정을 골격으로 구성된 제7차 교육과정은 공통 교과에서 다소 어렵게 느껴지는 교육내용을 대폭 삭제하여 상급 학년에서 다루도록 하고 있지만 학생들의 수학에 대한 흥미도가 떨어져 교과선택에 매우 어려움을 겪고 있는 실정이다. 인문계와 자연계 학생들이 공통으로 배우는 수학Ⅰ에서는 수십 년 동안 다루어왔던 미분과 적분의 기초이론 조차도 취급하지 않고 있다. 교육과정에는 고등학교 2학년에서 수학Ⅰ을, 자연계 3학년에서는 수학Ⅱ와 미분과 적분을 선택하여 공부하도록 되어있지만, 대부분의 일반계 고등학교에서는 대학입시에 쫓겨 2학년에서 이들 과목들을 모두 이수하는 것을 전제로 수업을 진행하고 있다. 이는 교사와 학생 모두에게 과중한 수업부담이 되고있으며, 불안감에 사로잡힌 자연계 학생들은 학교에서 배우지도 않은 수학Ⅱ 교과에 대한 과외를 받게 만드는 부작용을 낳고 있다. 그밖에도 형식적으로 실시하는 수행평가와, 지필고사의 절대평가제도 실시에 따른 교과 점수 부풀리기로 학생들의 학력저하는 날로 심화되어 가고 있다. 또한, 교육 수요자 중심의 수준별 반 편성은 현실적으로 어려움이 많아 형식적으로 반 편성만 하고 예전과 같은 방식으로 수업을 진행하는 경우도 있다고 한다. 평가를 하지 않는 재량활동 역시 대학입시 교과 위주로 편성되어 수학 교사들의 수업 부담을 가중시키고 있다.

우리가 수학을 공부하려면 몇 개의 공리를 제외하고는 용어의 정의에서 출발하여 정리, 법칙, 성질 등을 단계적으로 학습하게 된다. 수학은 용어 정의와 기호의 약속을 통하여 복잡한 문장을 간단 명료하게 나타내기 때문에 어느 교과보다도 기호에 대한 약속과 용어의 정의에 대한 이해가 무엇보다 중요하다.

대학에서 가르치는 전공수학의 용어는 대수학과 해석학 등 분야에 따라 여러 가지 용어를 사용할 수 있지만, 기초지식이 부족하여 수학공부에 두려움을 느끼는 대다수의 학생들에게 여러 가지 수학용어가 일관성 없이 추가되고 삭제되는 교과서에서, 수많은 참고서와 문제집에서 접하는 용어들을 비롯하여 학생을 가르치는 교사조차 서로 다른 용어를 사용하는 것은 수학 교과에 대한 더 많은 부담을 주게되어 학습효과를 떨어지게 할 뿐이다.

그러므로 중고등학교에 나오는 수학의 모든 용어들을 일관성 있게 연구하여 통일된 용어로 재구성하여 연구과제나 교과서 뒤 부분에 해설서 또는 찾아보기로 수록하여 참고자료로 활용할 수 있다면 수학 학습에 도움이 될 것으로 생각하고 이를 제안하는 바이다. 최근 출판된 일부 교과서에 실생활 및 응용문제를 비롯한 공학용 계산기를 이용한 계산문제 등 차별화된 문제와 교과서 마지막 부분에 용어 해설을 위한 찾아보기를 수록한 것은 학생들의 수학 학습에 많은 도움을 줄 것으로 생각한다.

참 고 문 헌

- 1) 고동욱 외4인(1989), 「수학Ⅱ」, 금성교과서
- 2) 교육부(1997), 「초·중등학교 교육과정 해설」, 교육부 고시 제1997-15호.
- 3) 김승욱(1999), 「거리공간론 입문」, 경문사
- 4) 박두일 외1인(1983), 「수학Ⅰ」, 어문각
- 5) 박을용외 3인(1976), 「소항목 수학사전」,창원사
- 6) 박을용외 3인(1990), 「수학 대사전」, 한국전산연구원
- 7) 부산교육연수원(2001), 「고등학교 수학교육과정」
- 8) 서태영외 4인(1995), 「공통수학」,동아출판사
- 9) 송춘근(2000), 「Root 공통수학」, 교학사
- 10) 양승갑외 8인(2001), 「수학10 가, 나」
- 11) 장태환외 3인(1983), 「수학Ⅰ」, 삼화서적
- 12) 최상기외 5명(2002), 「수학Ⅰ」, 고려출판사
- 13) 최용준(1995), 「해법 일반수학」,친재교육
- 14) 홍성대(1989), 「수학Ⅰ의 정석」,성지사
- 15) 홍성대(1995), 「일반수학의 정석」,성지사
- 16) Serge Lang(1970), 「Linear Algebra」, Addison-Wesley Pub. Co.