工學碩士 學位論文

웨이브렛을 이용한 잡음 제거 방법에 관한 연구

2002年 2月

釜慶大學校 大學院

制御計測工學科

裵 相 範

工學碩士 學位論文

웨이브렛을 이용한 잡음 제거 방법에 관한 연구

指導教授 金 南 虎

이 論文을 工學碩士 學位論文으로 提出함

2002年 2月

釜慶大學校 大學院

制御計測工學科

裵 相 範

裵相範의 工學碩士 學位論文을 認准함

2001年 12月 26日

主 審	工學博士	李 炯 基	(印)
委 員	工學博士	金 南 虎	(印)
委 員	工學博士	金 萬 高	(印)

목 차

A Study on Denoising methods using Wavelet

Sang-Bum Bae

Department of Control and Instrumentation Engineering,

Graduate School,

Pukyong National University

Abstract

As a society has progressed rapidly toward a highly advanced digital information age, a multimedia communication service for acquirement, transmission and storage of image and voice data have become commercialization externally and internally. In the process of digitalization or transmission of data, however, impulse and gaussian noise are generated by several causes, and researches for eliminating those noises have continued until now.

There are various methods for deleting noise now. The FFT(fast fourier transform)-based method out of them is incapable of giving time information about when a specific frequency element in signal comes about, and STFT(short time fourier transform) perceived by Gabor is capable of expressing time and features of frequency at the same time, however, the localization capabilities between time and frequency have a conflictive relationship. This means that when time(or frequency) resolution increases, frequency(or time) resolution decreases.

Therefore, wavelet transformation capable of multiresolution interpretation is applied to many fields of technology for overcoming these

limits for recent several years. Wavelet transformation disintegrates input signals into subsignals for expressing them in different resolutions and detail signals for expressing the remaining signals. As the result, the signals obtained from this progress include information about input signals at the same time and scale.

In AWGN(additive white gaussian noise) environment, the existing denoising methods using wavelet transform include SSNF(specially selective noise filtration) using a spatial correlation recognizing edge by a high correlation at an adjacent scale and OWT(orthogonal wavelet transform) applying soft-threshold. In correspondence to that, this thesis used NSSNF(new SSNF) applying a new parameter coefficient and UDWT(undecimated discrete wavelet transform) applying hard-threshold and compared and analyzed with the existing methods.

And the existing methods for removing impulse noise include the median filter, moving average, and so forth. But these methods have not detected these noises or have brought about distortion of the basic signal when impulse noises have a duration time or generate in the adjacent location. So, this thesis used the method of removing impulse noise using the B-wavelet.

For objective judgement, the test signals are used the Blocks, Bumps, HeaviSine and DTMF(dual tone multi frequency) and the SNR(signal-to-noise ratio) is used as a judgement criterion of an improvemental effect. This thesis simulated by the test signals which have added to SNR of 8[dB] equally in AWGN and a different size and sign individually in impulse noise.

제 1장 서 론

현대 사회가 디지털 정보화 시대로 급속히 발전함에 따라 영상 및 음성 데이터를 획득, 전송, 저장하기 위한 멀티미디어 통신서비스가 국내외적으로 상용화되고 있다. 그러나, 여전히 데이터를 디지털화하거나 전송하는 과정에서 여러 가지 원인에 의해 임펄스 잡음과 가우시안 잡음 등이 발생하고 있으며, 이러한 잡음을 제거하기 위한 연구는 계속되고 있다.

잡음 제거를 위한 방법들 중, FFT(fast fourier transform)에 기초한 방법은 신호내의 특정 주파수 성분에 대한 시간 정보를 알 수 없다. 그러므로, 서로 다른 주파수 성분과 시간대에 발생하는 신호에 대해 FFT를 수행하면, 특정 주파수의 발생 시간에 관계없이 항상 같은 결과를 나타낸다.

그리고, Gabor에 의해서 착안된 STFT(short time fourier transform)는 기저함수가 주파수의 scaling만을 갖는 푸리에 변환과는 달리, 시간 천이와 주파수의 scaling을 갖는 기저함수를 사용한다. 그러므로, 시간축으로 이동하는 윈도우에 의해 시간 국부성을 확보하고, 이것을 푸리에 변환하여 주파수 특성을 파악함으로써 시간과 주파수의 특성을 동시에 표현할 수 있지만, 시간과 주파수 국부성의 상충관계를 갖는다. 즉, 시간(또는 주파수) 해상도를 증가시키면, 주파수(또는 시간) 해상도는 감소하게 된다.

따라서, 이러한 한계를 극복하기 위해서 최근 다중 해상도 해석이 가능한 웨이브렛 변환이 많은 공학 분야에 응용되고 있다. 웨이브렛 변환은 입력 신호를 서로 다른 해상도로 표현하기 위한 부신호들과 나머지 신호들을 표현하기 위한 상세 신호들로 분해한다. 이와 같은 웨이브렛 변환에 사용되는 기저함수는 원형(prototype) 웨이브렛을 확장 또는 수축 그리고, 천이시킴으로써 얻는다.

웨이브렛을 이용한 기존의 가우시안 잡음 제거 방법에는 인접한 scale의 높은 상관관계에 의해 edge를 인식하는 공간적 상관도를 이용한 잡음 제거 방법(specially selective noise filtration)과 soft-threshold를 적용한 직교 웨이브렛 변환(orthogonal wavelet transform)등이 있다. 그리고, 본 논문에서는 새로운 파라메타 계수를 적용한 NSSNF(new SSNF)와 hard-threshold를 적용한 UDWT(undecimated discrete wavelet transform)를 사

용하여, 기존의 방법과 비교 분석하였다.[1)-6)]

기존의 임펄스 잡음 제거 방법으로는 median 필터와 moving average 등이 있으나, 이러한 방법들은 지속시간을 갖는 잡음과 인접해서 발생하는 잡음에 대해서 잡음을 검출하지 못하거나, 원신호의 왜곡을 초래하고 있다.[7)] 따라서, 본 논문에서는 B-wavelet을 이용한 임펄스 잡음 제거 방법을 사용하였다.

객관적인 판단을 위해, 테스트 신호로서 Blocks, Bumps, HeaviSine, 그리고 DTMF(dual tone multi frequency) 신호를 선택하고, 개선효과의 판단 기준으로 SNR(signal-to-noise ratio)을 사용하였다. Noisy 신호는 AWGN(additive white gaussian noise) 환경에 대해서, 원신호에 가우시안 잡음을 중첩하여 SNR을 8[㏈]로 하였다. 그리고, 임펄스 잡음 환경에 대해서는 서로 다른 크기와 부호를 갖는 임펄스 잡음을 동일한 시간에 원신호에 중첩하여 시뮬레이션하였다.

제 2장 웨이브렛

2.1 웨이브렛 변환

신호 $f(t) \in L^2(R)$이면, 연속 웨이브렛 변환(CWT)은 아래의 식 (1)과 같이 정의되며, *는 공액 복소를 의미하고, $\psi^*((t-b)/a)$는 푸리에 변환의 e^{-jwt}와 같은 기저함수이다.

$$(W_\psi f)(b,a) = |a|^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\,\psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (1)$$

$$a,\ b \in L^2(R) \quad a \neq 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)\, dt = 0 \quad (2)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2\, dt < \infty \quad (3)$$

여기서, a는 scale 파라메타이며, b는 translation 파라메타이다. 그리고, $\psi(t)$는 mother wavelet이라 하며, 식 (2)와 같이 전구간에서의 적분이 0이고, 식 (3)의 조건과 같이 유한한 에너지를 갖기 위해서는 전구간에서 그 크기의 합이 제한된 값을 가져야 하므로, 양과 음의 방향으로 갈수록 함수의 값은 영으로 감소해야 한다.

$$\psi_{a,b}(t) = \psi((t-b)/a)/\sqrt{a} \quad (4)$$

Mother wavelet $\psi(t)$의 이동과 확장에 의해 식 (4)의 baby wavelet이 얻어지며, scale 파라메타 a가 변함에 따라 창의 넓이가 확대 또는 축소된

다. 따라서, 짧은 지속시간을 갖는 고주파 신호에 대해서는 짧은 길이의 창함수를 사용하고, 긴 지속시간을 갖는 저주파 신호에 대해서는 긴 창함수를 사용하게 되어 주파수 영역에 따른 다중 해상도를 갖게 된다.

$$(W_\psi f)_d = 2^{-j/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi^*(2^{-j}t - k)\,dt \qquad j,\ k \in Z \tag{5}$$

이러한 연속 웨이브렛 변환을 이산적인 형태로 바꾸고, 계수 구현을 용이하게 하기 위해 scale 파라메타 $a = 2$로 하는 dyadic 웨이브렛 변환은 식 (5)와 같으며, 일반적으로 이산 웨이브렛 변환(DWT)이라 한다.

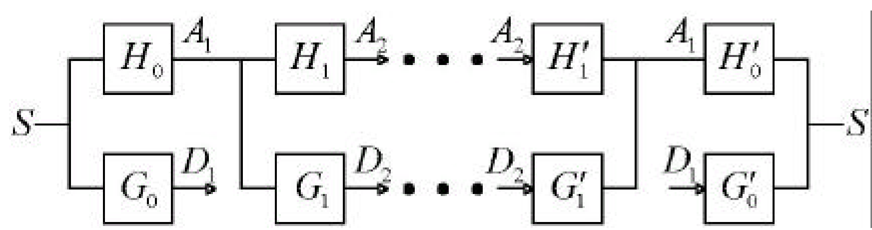


Fig. 1. Dyadic wavelet transform.

Dyadic 웨이브렛 변환을 위한 tree형태의 필터뱅크 구조는 그림 1과 같으며, 필터 F_j는 F_0의 각 계수들 사이에 $(2^j - 1)$ 개의 영을 놓는 것에 의해 얻어지므로, F_j의 대역폭은 F_0 대역폭의 $1/2^j$ 이다.

2.2 다중분해 분석

MRA (multiresolution analysis)에서, 부공간들은 식 (6)의 제곱적분 가능한 함수 공간(L^2)상에서 나타내어지며, 데이터는 이러한 부공간상에 함수를 사용해서 표현된다.[8)]

$$\cdots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \cdots \subset L^2 \tag{6}$$

$$\phi_{j,k}(t) = 2^{j/2}\phi(2^j t - k), \quad k \in Z \tag{7}$$

$$V_j = \mathrm{Span}_k \{\phi_{j,k}(t)\} \tag{8}$$

여기서, V_j 는 scaling 함수 공간이다. 그리고, 모든 scale 레벨에 대해서 식 (7)로 정의되는 scaling 함수는 이것의 선형결합으로 이루어지는 식 (8)과 같은 부공간들을 발생시킨다. 따라서, V_0 의 기저함수 $\phi(t)$ 는 V_1 의 기저함수 $\phi(2t)$ 의 선형결합으로 나타낼 수 있다.

$$V_j \oplus W_j = V_{j+1} \tag{9}$$

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2}\psi(2^j t - k), \quad k \in Z \tag{10}$$

$$\begin{aligned} L^2 &= V_j \oplus W_j \oplus W_{j+1} \oplus \cdots \\ &= \cdots \oplus W_{j-1} \oplus W_j \oplus W_{j+1} \oplus \cdots \\ &= \bigoplus_{j \in Z} W_j \end{aligned} \tag{11}$$

그리고, 식 (9)를 만족하는 웨이브렛 부공간 W_j 가 존재하며, 식 (10)의

선형결합으로 이루어지고, 식 (6)과 식 (9)로부터 확장된 식 (11)이 얻어진다. 여기서, $\oplus$는 직교합을 의미하며, 다음의 그림 2는 scaling 함수와 웨이브렛의 벡터공간이다.

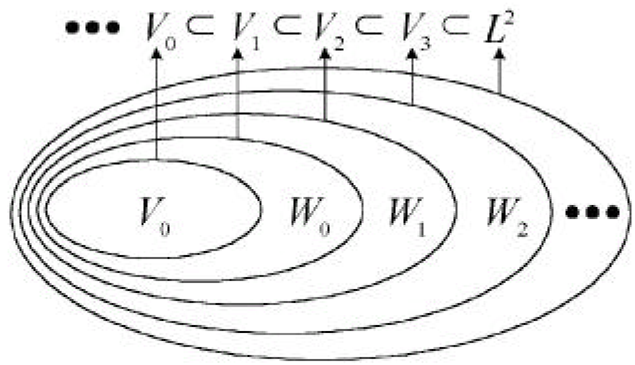


Fig. 2. Vector spaces.

$$f_N(t) = f_{N-1}(t) + g_{N-1}(t) \tag{12}$$

$$f_N(t) = g_{N-1}(t) + g_{N-2}(t) + \cdots + g_{N-M}(t) + f_{N-M}(t) \tag{13}$$

L^2에서의 모든 함수 $f(t)$는 적당한 scaling 함수와 scale 레벨 N을 선택함으로써 $f_N(t) \in V_N$에 의해서 표현되며, 식 (9)와 부공간들의 관계로부터 함수 $f_N(t)$는 식 (12), 식 (13)과 같이 된다.

여기서, $g_N(t) \in W_N$이며, 각각의 성분들은 다음의 식 (14), 식 (15)와 같다.

$$f_j(t) = \sum_{k \in Z} c_k^j \phi_{j,k}(t) \tag{14}$$

$$g_j(t) = \sum_{k \in Z} d_k^j \phi_{j,k}(t) \tag{15}$$

만약, $\phi(t)$ 가 MRA를 발생시킨다면, 그때 $\phi(t)$ 는 scaling 함수로 불려지고, 전형적인 scaling 함수의 예가 m차 B-spline N_m 이다.

$$N_1(t) = \begin{cases} 1, & \text{for } 0 \le t < 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{16}$$

$$N_m(t) = \frac{t}{m-1} N_{m-1}(t) + \frac{m-t}{m-1} N_{m-1}(t-1) \tag{17}$$

$$N_m\left(\frac{m}{2} + t\right) = N_m\left(\frac{m}{2} - t\right), \qquad t \in R \tag{18}$$

식 (16)은 1차 B-spline이며, 식 (17)은 m차와 $m-1$차 B-spline의 상호 간의 관계, 식 (18)은 중심에 대한 대칭성이다.

제3장 가우시안 잡음 제거 알고리즘

3.1 Scale에 따른 AWGN의 분산 σ_m^2

그림 1로부터 S가 N개의 데이터이며, 평균 0, 표준편차가 σ인 화이트 가우시안 잡음 $S_w(N, 0, \sigma^2)$ 이라고 가정할 때, 첫 번째 웨이브렛 변환 데이터 $D_1 = S * G_0$의 분산은 식 (19)와 같다.

$$\sigma_1^2 = Var[D_1] = Var[S * G_0] = \| g_n^0 \|^2 \cdot Var[S] = \sigma^2 \| g_n^0 \|^2 \tag{19}$$

$$\sigma_m^2 = \sigma^2 \| h_n^0 * h_n^1 * \cdots * h_n^{m-2} * g_n^{m-1} \|^2 \tag{20}$$

따라서, m번째 웨이브렛 변환 데이터의 분산은 그림 1의 피라미드 분해 구조로부터, 식 (20)과 같이 된다.

3.2 공간적 상관도를 이용한 잡음 제거

웨이브렛 변환 데이터에는 scale에 따라서 경계선에 의한 edge와 잡음에 의한 edge가 존재한다. 그리고, 경계선에 의한 edge는 일반적으로 잡음에 의한 edge보다 큰 값을 나타내며, 잡음에 의한 edge는 scale에 따라서 급속히 작아진다. 이러한 특징을 이용한 식 (21)의 인접한 scale에서 웨이브렛 계수들 간의 공간적 상관도는 경계선과 잡음의 판단 기준을 제시한다.

$$Corr_l(m, n) = \prod_{i=0}^{l-1} D(m+i, n), \qquad n = 1, 2, \ldots N \tag{21}$$

여기서, $D(m,n)$은 웨이브렛 변환 데이터를 의미하고, m은 scale index, n은 translation index이며, $l < M - m + 1$, M은 scale의 총수이다. 일반적으로 $l = 2$를 선택하여 인접한 두 scale에서 웨이브렛 변환 데이터의 상관도를 계산하며, 식 (21)의 공간적 상관함수 $Corr_l(m,n)$는 잡음을 억제하면서, 경계선의 중요한 특징을 강조시킨다.

SSNF 알고리즘은 우선, 모든 웨이브렛 scale m에 대해 상관함수 $Corr_2(m,n)$를 계산한 뒤, $\{D(m,n)\}$과 $\{Corr_2(m,n)\}$의 파워를 공식화하여, 식 (22)의 새로운 상관함수 $\{New\ Corr_2(m,n)\}$를 얻는다.

$$New\ Corr_2(m,n) = Corr_2(m,n)\sqrt{PD(m)/P\ Corr(m)} \qquad (22)$$

여기서, $P\ Corr(m) = \sum_n Corr_2\ (m,n)^2$, $PD(m) = \sum_n D\ (m,n)^2$ 이다.

그리고, 만약 $|New\ Corr_2(m,n)| \geq |D(m,n)|$이면, 그 점을 edge로서 판단한다. 그러나, fine scale에서 잡음은 경계선에 의한 edge를 제외하고는 가장 큰 계수값을 나타내므로, $|D(m,n)|$와 $|New\ Corr_2(m,n)|$의 비교에서 상당히 많은 잡음이 edge로서 인식된다.

$$|New\ Corr_2(m,n)| \geq \mu(m)\ |D(m,n)| \qquad (23)$$

이러한 문제를 해결하기 위해, NSSNF에서는 새로운 파라메타 $\mu(m)$를 도입하여, 식 (23)을 만족할 때 그 점을 edge로서 인식하고, $|D(m,n)|$의 데이터를 여과된 데이터 $D_{new}(m,n)$에 대치한다.

위와 같은 연산 과정은 m번째 웨이브렛 scale에서 $D(m,n)$의 파워가 어떤 reference 잡음의 파워와 거의 동등할 때까지 반복한다.

최종적으로, 어떤 웨이브렛 scale에서 벡터 $D_{new}(m,n)$를 얻고, 이것을 이용하여 신호를 복원한다.

여기서, 잡음이 화이트 가우시안이라고 가정하여, reference 잡음의 파워를 추정한다.

$\sqrt{PS/N}$ 은 수열 $S(N, 0, \sigma^2)$ 에 대해서 σ의 점근적인 추정치이며, 신호의 edge로서 인정되는 K 지점이 구해졌다고 가정할 때, $D'(m, n)$은 $D(m, n)$에서 구해지지 않은 지점들을 의미한다.

만약, $D'(m, n)$이 잡음에 의해 생성되었다면, $PD'(m)/(N-K)$은 σ_m^2 의 점근적인 추정치이며, $(N-K)\sigma_m^2$ 은 reference 잡음의 파워로서 사용된다.

$$D'(m, n) = D_s'(m, n) + D_n'(m, n) \tag{24}$$

$$\begin{aligned} PD'(m) &= (N-K) \cdot E\{D'(m, n)^2\} \\ &= (N-K) \cdot E\{D_s'(m, n)^2 \\ &\quad + D_n'(m, n)^2 + 2D_s'(m, n)D_n'(m, n)\} \\ &= (N-K) \cdot E\{D_s'(m, n)^2\} + (N-K) \cdot \sigma_m^2 \end{aligned} \tag{25}$$

실제로, $D'(m, n)$은 식 (24)와 같이 $D_s'(m, n)$과 $D_n'(m, n)$의 합이다. 여기서, $D_s'(m, n)$은 추정되는 원신호 성분의 웨이브렛 변환 데이터이며, $D_n'(m, n)$은 잡음의 웨이브렛 변환 데이터를 의미한다.

그리고, $D'(m, n)$의 파워는 식 (25)로 정의되고, 식의 전반부는 K 지점으로 구해지지 않은 원신호 성분이며, scale에 따라 증가한다. 그러나, 추정되는 잡음 성분인 식의 후반부는 scale에 따라 감소한다. 따라서, fine scale에서는 σ_m^2 이 크게 나타나며, coarse scale에서는 $E\{D_s'(m, n)^2\}$이 크게 나타난다.

3.3 표준편차 σ의 추정

잡음은 fine scale에서 민감하게 나타나므로, σ는 첫 번째 두 개의 scale로부터 추정된다.

만약, $|New\ Corr_2(1, n)| \geq \mu(1)\,|D(1, n)|$이면, $D(1, n)$의 데이터를 0으로 reset하고, $D(1, n)$의 나머지 데이터를 $\widehat{\widetilde{D}}(1, n)$로 대치한다. 이때 K 지점들이 완전히 제거됐다면, $\widehat{\widetilde{D}}(1, n)$는 잡음에 의해 생성된 것으로 추정된다.

$$\hat{\sigma} = \sqrt{P\widehat{\widetilde{D}}(1)/(N - K)}\ /\, \| g_n^0 \| \tag{26}$$

그러므로, $\sigma = \sigma_1 / \| g_n^0 \|$와 σ_1^2의 점근적 추정치 $P\widehat{\widetilde{D}}(1)/(N - K)$로부터 식 (26)의 추정된 표준편차를 얻는다.

3.4 Threshold에 기초한 잡음 제거

Threshold에 기초한 방법들은 잡음 제거에 효과적이며, 알고리즘이 매우 간단하다.

가우시안 잡음이 중첩된 noisy 신호를 웨이브렛 변환하여 웨이브렛 계수 w를 얻은 뒤, 각 scale m에서 hard-threshold 또는 soft-threshold를 적용한다. 그리고, 웨이브렛 영역에서 잡음이 제거된 데이터를 original 영역으로 역변환하여, 추정된 신호를 얻는다.

OWT에서, Donoho는 soft-threshold를 적용하였으며, 식 (27)과 같다.

$$\eta_t(w) = sgn(w)\,(|w| - t)_+ \tag{27}$$

여기서, $t = \sigma\sqrt{2 \log N}$이고, N은 신호의 길이이다.

그러나, 본 논문에서는 식 (28)의 hard-threshold를 적용한 UDWT 방법을 채택하였다.

$$\widehat{w}(m,n) = \begin{cases} w(m,n), & |w(m,n)| > t(m) \\ 0, & |w(m,n)| \le t(m) \end{cases} \tag{28}$$

여기서, $t(m) = c \cdot \sigma_m$ 이며, i.i.d.(independent and identically distributed) 가우시안 잡음 $S_w(N, 0, \sigma^2)$에 대해서, $t = \sigma, 2\sigma, 3\sigma, \cdots$가 잡음의 68.26%, 95.44%, 99.74% …를 제거하므로, 3 4사이의 c 값을 사용하였다.

제4장 임펄스 잡음 제거 알고리즘

Spline 함수의 우수한 규칙적인 특성과 수렴 비율, 국부성과 탄력성, 그리고 컴퓨터 실행에서의 간소성, basic wavelet의 부드러움과 대칭성에서 뛰어난 기하학적인 특성과 수학적 특성들 때문에 spline에 기초한 MRA는 잡음 제거 알고리즘에 유용하게 사용된다.

같은 차수의 모든 spline 함수 가운데서, B-spline과 상응하는 B-웨이브렛은 모두 선형위상필터로 귀착하는 특성을 갖고, 3보다 더 큰 차수의 B-웨이브렛은 최적의 시간-주파수 창을 가진다.[8)]

4.1 웨이브렛 분해

잡음이 존재하는 수열 $\{r(t_k)\}$는 spline 공간상에서 처리되기 위해, 식 (29)의 콘볼루션에 의해 spline 공간상에 mapping된다. 그리고, spline과 웨이브렛 계수는 식 (30)과 식 (31)의 콘볼루션에 의해 각 scale 레벨에 대해 계산되며, 신호에 중첩된 임펄스 잡음을 제거하기 위해 사용된다.

$$\{c_k^N\} = \{s_n\} * \{r(t_k)\}_{(\uparrow 2)} \tag{29}$$

$$\{c_k^j\} = [\{a_n\} * \{c_k^{j+1}\}]_{(\downarrow 2)} \tag{30}$$

$$\{d_k^j\} = [\{b_n\} * \{c_k^{j+1}\}]_{(\downarrow 2)} \tag{31}$$

식 (30)과 식 (31)의 가중수열 $\{a_n\}$과 $\{b_n\}$은 이론적으로 무한대의 길이이지만, 이들 수열들은 대칭성을 갖고 지수적으로 감쇠하므로, 실행에서 알맞게 절단되어 사용된다.

4.2 잡음 제거 알고리즘

각 scale 레벨에서 임펄스 잡음은 원신호에 비해 상대적으로 큰 웨이브렛 계수값을 가지므로, 본 논문에서는 잡음의 spline 계수를 FFT에 기초한 계수 교체 알고리즘을 사용하여 대치하였다.[9)]

이러한 접근에 앞서, 잡음의 임계치는 계수 수열이 전체적으로 일정하게 존재하지 않으므로, 더 작은 부분으로 분할된 국부 임계치를 적용하였다. 임계치는 $3\sigma \sim 4\sigma$ 사이의 값을 사용하여, 각 부분에서의 임계치를 계산하고, 임계치를 초과한 계수 값들의 index를 제외한 편차를 다시 계산하여, 원신호와 임펄스 잡음을 최대한 분리할 수 있도록 하였다.

일반적으로 임펄스 잡음과 신호의 edge 성분은 웨이브렛 계수에서 특성이 잘 나타나고, 같은 index k와 scale 레벨 j에서 spline과 웨이브렛 계수는 일치한다. 그러므로, 잡음이 존재하는 웨이브렛 계수의 index는 spline 계수에서 잡음을 제거하기 위해 사용된다.

최종적으로 구해진 임계치와 웨이브렛 계수를 비교하여, 잡음으로 인식되는 웨이브렛 계수를 0으로 reset하며, 같은 index의 spline 계수는 FFT에 기초한 계수 교체 알고리즘을 사용하여 대치한다. 또한, 임펄스 잡음과 원신호의 edge 성분은 광대역에서 존재하므로, FFT에 기초한 계수 교체 알고리즘에 의해 생성된 계수들은 더 낮은 저주파 대역에서 임펄스 잡음을 쉽게 검출 할 수 있도록 한다.

FFT에 기초한 계수 교체는 그림 3의 처리 과정을 따른다.

우선, 임펄스 잡음으로 가정되는 M개 데이터의 index 값을 새로운 수열 S로 대치한 후, 이것의 푸리에 변환을 구한다.

구해진 푸리에 변환 데이터로부터 더 낮은 scale에서 임펄스 잡음 검출을 용이하게 하기 위해, 고주파 영향을 비례적으로 증가시킨 새로운 주파수 w를 구한다.

이러한 새로운 주파수 w로부터 잡음의 영향을 받지 않는 계수의 model f_1, f_2를 구한다.

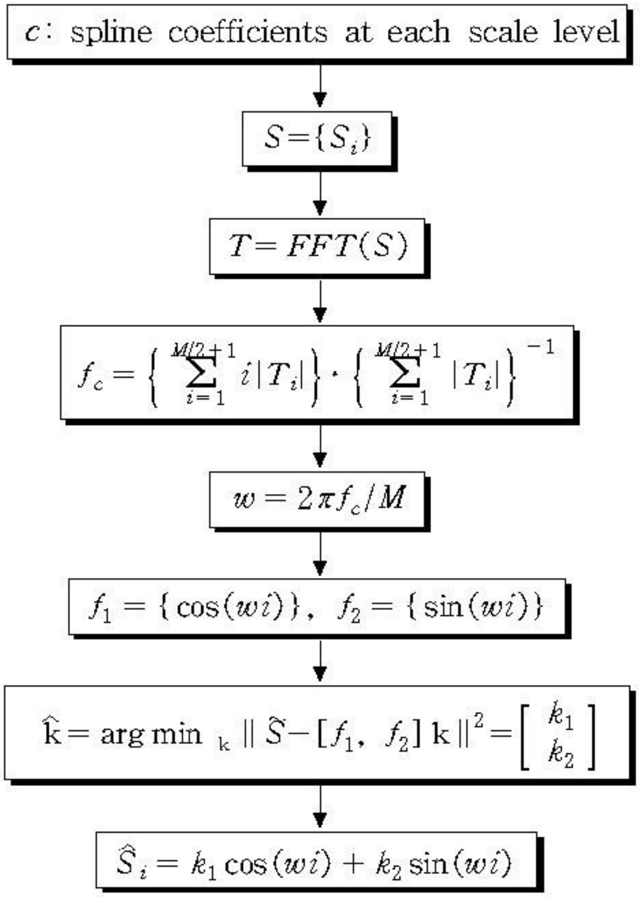


Fig. 3. FFT-based coefficient replacement algorithm.

그리고, 잡음이 없는 M개의 새로운 수열 $\tilde{S}$를 구하여, norm 내부의 값이 최소가 되는 독립 변수인 가중치를 구함으로써 잡음으로 가정되는 index의 계수는 새로운 계수 $\hat{S}$로 대치된다.

웨이브렛을 이용한 여러 가지 잡음 제거 알고리즘에서 가우시안 잡음과 원신호의 edge 성분은 웨이브렛 계수와 임계값을 사용해 분리되며, 임펄스 잡음과 원신호의 edge 성분은 웨이브렛에 의한 신호의 slope를 이용해 간단하게 분리된다.

4.3 웨이브렛 복원

임펄스 잡음이 섞인 계수는 잡음 제거 과정을 거친 후, 추정된 계수 $\{\tilde{c}_k^j\}$와 $\{\tilde{d}_k^j\}$로 교체된다.

그리고, fine scale의 spline 계수는 추정된 계수와 식 (32)의 두 scale 사이의 관계로부터 구해진다.

$$\{\tilde{c}_k^j\} = \{p_n\} * \{\tilde{c}_k^{j-1}\}_{(\uparrow 2)} + \{q_n\} * \{\tilde{d}_k^{j-1}\}_{(\uparrow 2)} \tag{32}$$

여기서, 가중 수열 $\{p_n\}$과 $\{q_n\}$은 식 (33)과 식 (34)에 의해 구해진다. 결과적으로 얻어진 추정된 $\tilde{c}_k^N$ 는 식 (35)에 의해 복원된 신호를 만든다.

$$p_k = p_{m,k} = \begin{cases} 2^{-m+1}\binom{m}{k}, & \text{for} \quad 0 \le k \le m \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{33}$$

$$q_k = q_{m,k} = \begin{cases} \dfrac{(-1)^k}{2^{m-1}} \cdot \displaystyle\sum_{l=0}^{m} \binom{m}{l} N_{2m}(k+1-l), \\ \qquad \text{for} \quad 0 \le k \le 3m-2 \\ 0, \qquad \text{otherwise} \end{cases} \tag{34}$$

$$\hat{r}(t_k) = \{v_n\} * \{\tilde{c}_k^N\}_{(\downarrow 2)} \tag{35}$$

여기서, 수열 $\{v_n\}$은 m차 B-spline $N_m(t)$ 를 구하면 된다.

제5장 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서는 성능 평가의 객관적 판단을 위해, 시뮬레이션의 테스트 신호로서 Blocks, Bumps, HeaviSine, 그리고 DTMF 신호를 사용하였다.

신호의 길이는 2048 sample, sample rate는 200[㎑]이며, noisy 신호는 AWGN 환경에 대해서, 원신호에 SNR 8[㏈]의 가우시안 잡음을 중첩하였다. 그리고, 임펄스 잡음 환경에 대해서는 4 sample의 지속시간과 각기 다른 크기와 부호를 갖는 임펄스 잡음을 동일한 시간에 원신호에 중첩하였다.

5.1 가우시안 잡음 제거

본 논문에서는 가우시안 잡음에 대해서, 기존의 SSNF 방법과 새로운 파라메타를 추가한 NSSNF 방법, 그리고 soft-threshold를 적용한 OWT와 hard-threshold를 적용한 UDWT로 시뮬레이션 하였다.

그림 4에서 그림 7은 각각 Blocks과 Bumps 그리고, HeaviSine과 DTMF number 7에 대한 시뮬레이션 결과이다.

각각의 그림에서 그림 (a)는 원신호이며, 그림 (b)는 SNR 8[㏈]의 가우시안 잡음이 중첩된 noisy 신호이다. 그리고, 그림 (c)는 SSNF, 그림 (d)는 NSSNF, 그림 (e)는 OWT, 그림 (f)는 UDWT 방법에 의해 잡음을 제거한 뒤 복원한 신호이다. 그림배치로부터 SSNF와 NSSNF, OWT와 UDWT의 개선 효과를 비교하여, 본 논문에서 사용된 방법들의 우수성을 나타내었다.

그리고, 그림 8은 각각의 테스트 신호에 대해서, noisy 신호의 SNR에 대한 SNR_G(처리 후 SNR과 처리 전 SNR의 차)이다. 비교를 위해 모든 방법들에 대한 개선 효과를 함께 나타내었으며, open type은 기존의 방법들이고, solid type은 새로운 방법들이다.

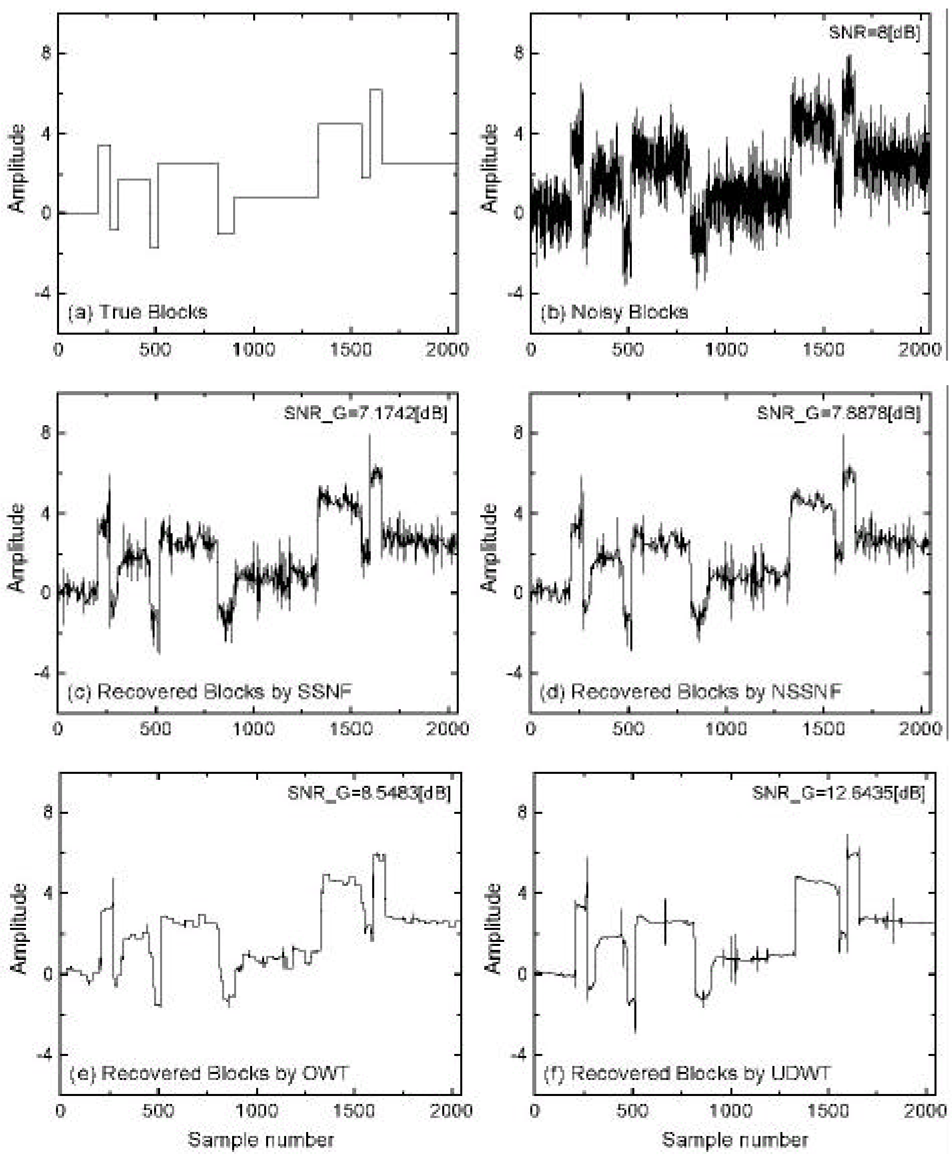


Fig. 4. Blocks signal.

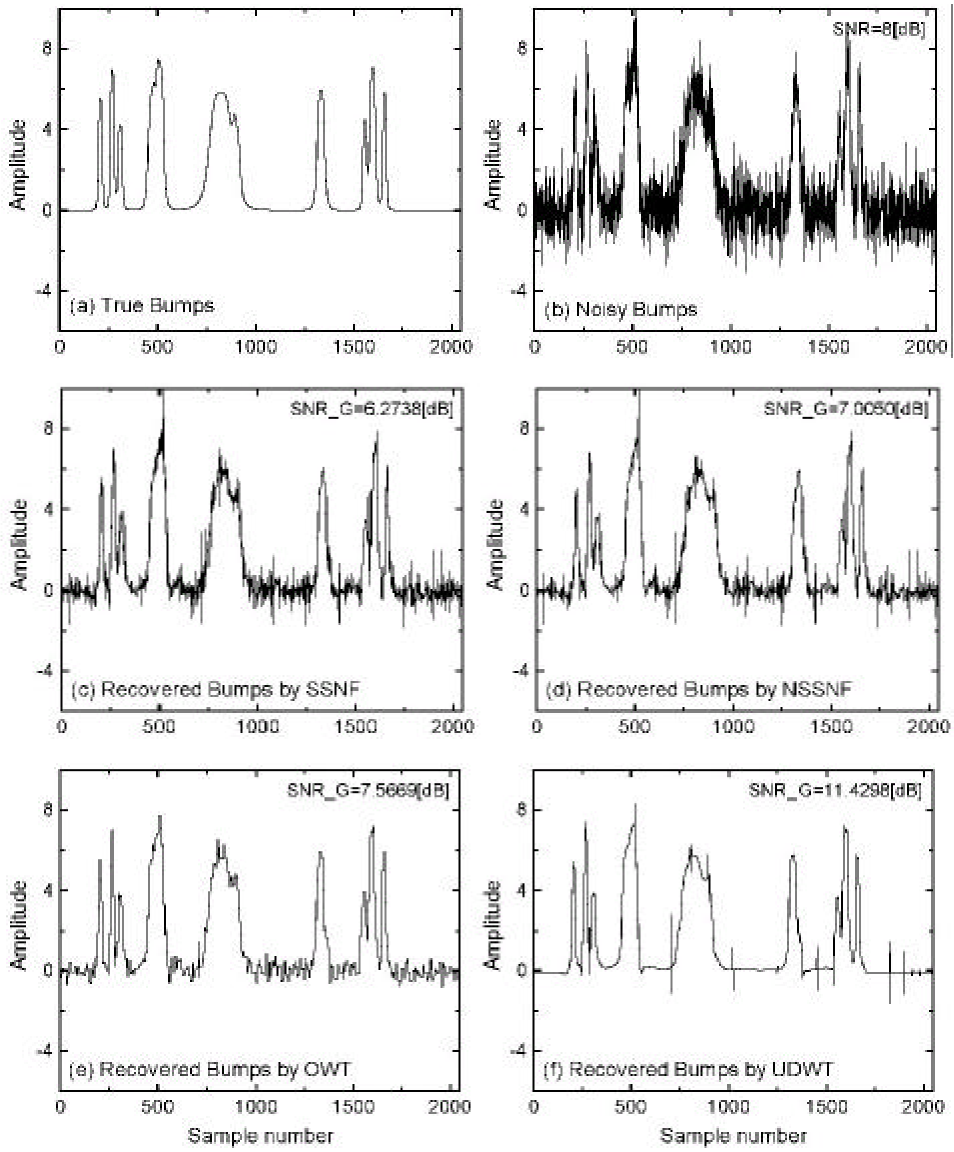


Fig. 5. Bumps signal.

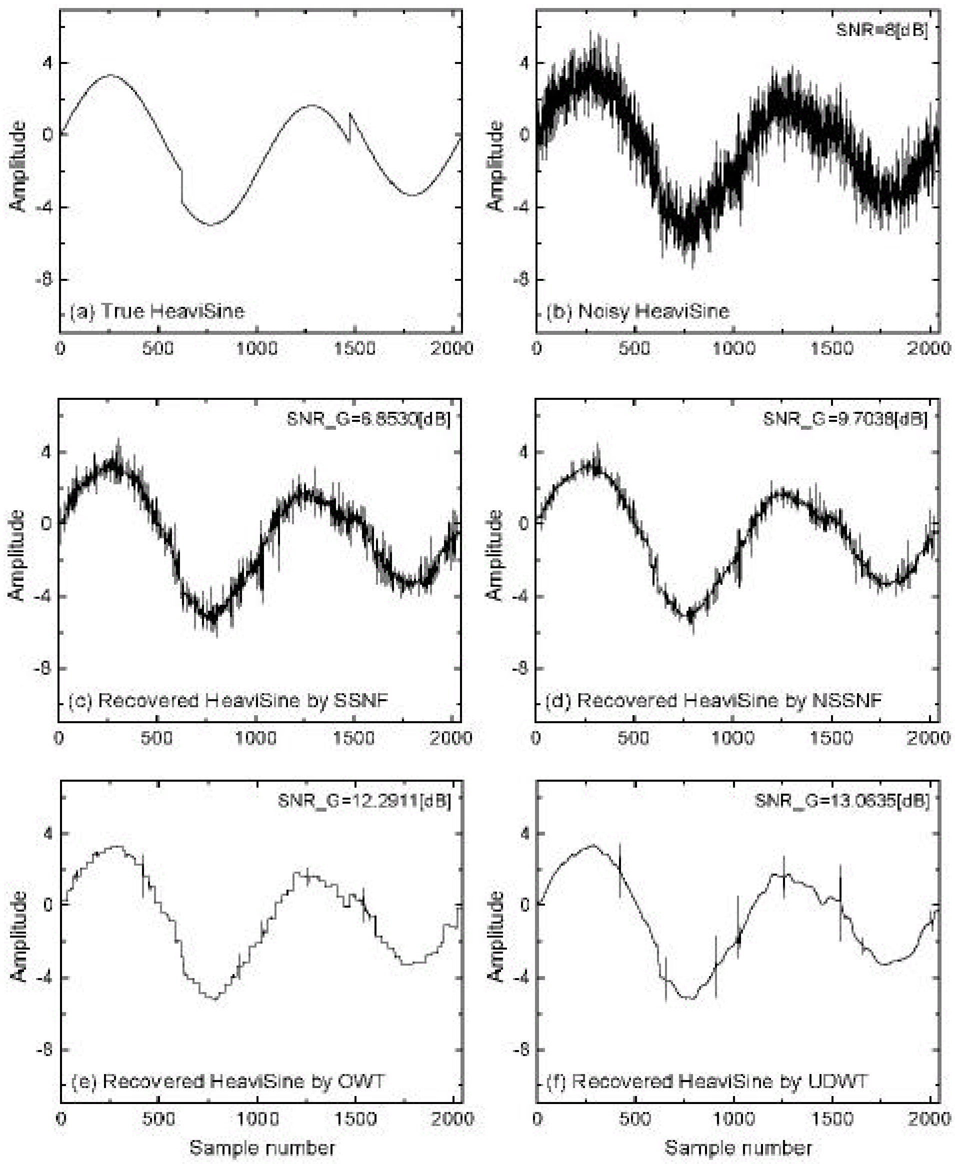


Fig. 6. HeaviSine signal.

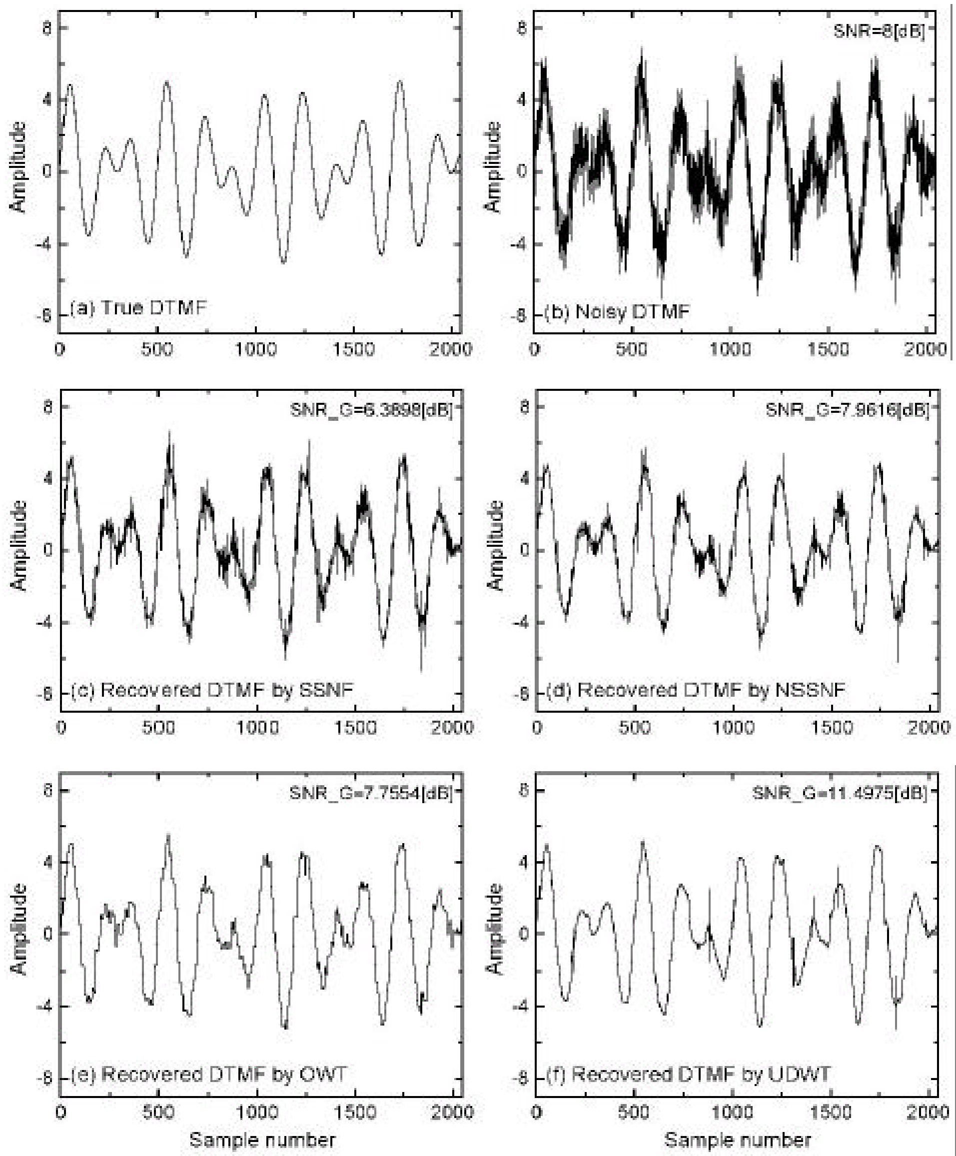
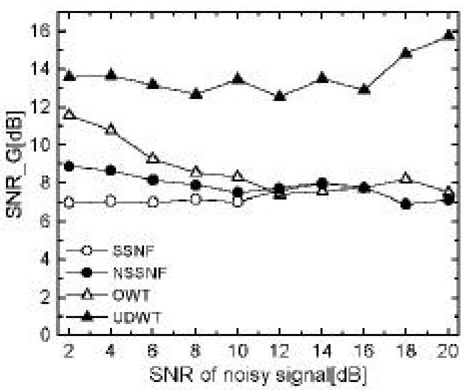
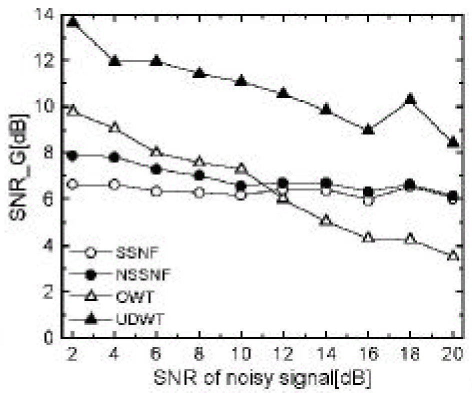


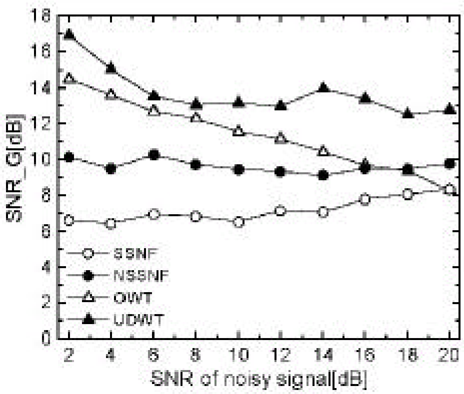
Fig. 7. DTMF signal.



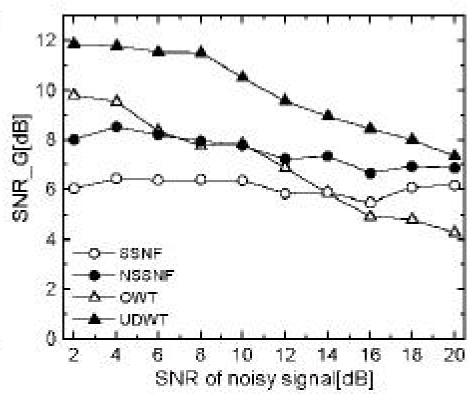
(a) Blocks



(b) Bumps



(c) HeaviSine



(d) DTMF

Fig. 8. SNR_G of signal for each methods.

Table 1. SNR_G for SNR 8[dB].

unit : [dB]

signal / method	Blocks	Bumps	HeaviSine	DTMF
SSNF	7.1742	6.2738	6.8530	6.3898
NSSNF	7.8878	7.0050	9.7038	7.9616
OWT	8.5483	7.5669	12.2911	7.7554
UDWT	12.6435	11.4298	13.0635	11.4975

SNR 8[dB]의 noisy 신호에 대한 시뮬레이션 결과는 표 1과 같다. 표 1에서 NSSNF 방법과 UDWT 방법은 모든 테스트 신호에 대해서 기존의 방법들보다 각각 우수한 개선 효과를 나타내었다.

위의 시뮬레이션 결과로부터 공간적 상관도를 이용한 잡음 제거 방법에서 NSSNF 방법이 SSNF 방법보다 같거나 우수한 특성을 나타내었으며, 본 논문에서 사용한 파라메타 계수 벡터에 의해서는 낮은 SNR 영역에서 더 큰 개선 효과를 얻었다. 그리고, threshold에 기초한 방법에서는 UDWT 방법이 OWT 방법에 비해 시각적으로 유연할 뿐만 아니라 잡음 제거 효과가 우수하였다.

결과적으로, OWT에 의한 방법은 down-sampling과 up-sampling에 의해 시각적으로 유연하지 못한 형태를 나타낸다. 그리고, 공간적 상관도를 이용한 방법들은 시각적으로 좀 더 유연하면서 edge 성분들을 잘 검출하고 있으나, 여전히 많은 잡음을 포함하고 있다.

공간적 상관도를 이용한 방법과 OWT의 비교에서, OWT는 낮은 SNR 영역에서는 공간적 상관도를 이용한 방법들보다 더 큰 잡음 제거 효과를 나타내지만, 높은 SNR 영역으로 갈수록 개선 효과가 현저히 저하하였다. 그리고, UDWT에 의한 방법은 AWGN 환경의 모든 테스트 신호에 대해서 다른 방법들에 비해, 가장 우수한 SNR 이득을 나타내었다.

5.2 임펄스 잡음 제거

본 논문에서는 임펄스 잡음에 대해서, *B*-wavelet에 기초한 알고리즘을 사용하였으며, 잡음 제거 과정에서 FFT에 기초한 계수 교체 알고리즘과 웨이브렛에 의한 신호의 slope를 이용하였다.

다음의 그림 9는 원신호에 중첩된 임펄스 잡음이다. Peak-to-peak가 5의 크기를 갖는 각각의 테스트 신호에 대해서, 임펄스 잡음은 -5에서 +6까지의 크기를 갖도록 하였다.

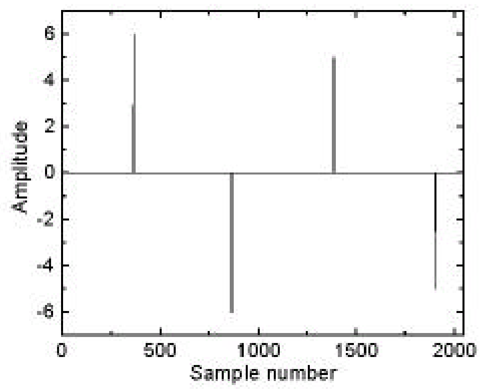
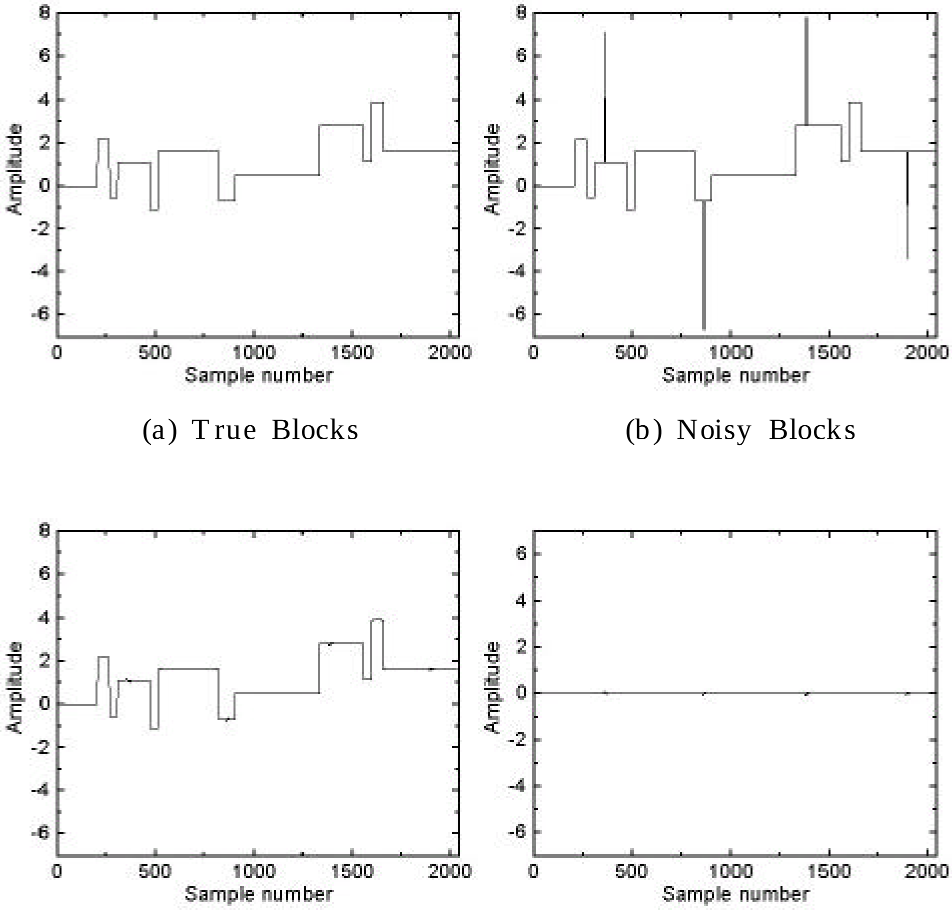


Fig. 9. Impulse noise.

±x림 10에서 그림 13은 각각 Blocks과 Bumps 그리고, HeaviSine과 DTMF number 7에 대한 시뮬레이션 결과이다.

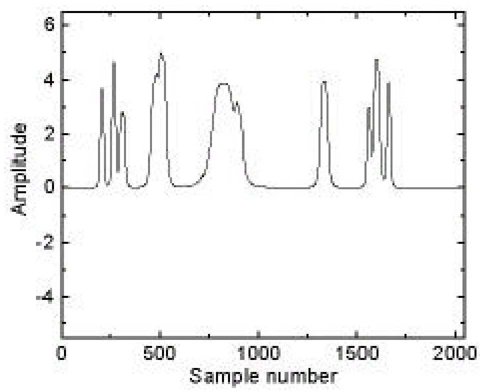
각각의 그림에서 그림 (a)는 원신호이며, 그림 (b)는 그림 9의 임펄스 잡음이 원신호에 중첩된 noisy 신호이다. 그리고, 그림 (c)는 본 논문의 알고리즘에 의해 임펄스 잡음을 제거한 뒤 복원한 신호이다. 그림 (d)는 원신호와 복원된 신호 사이의 오차 신호이며, 잡음 제거 효과를 시각적으로 판단하기 위해 그림 9의 임펄스 잡음과 같은 scale로 나타내었다.



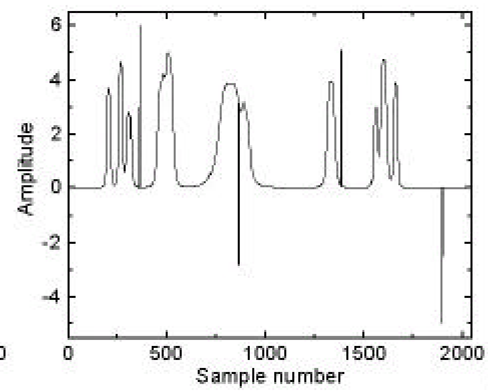
(a) True Blocks (b) Noisy Blocks

(c) Recovered Blocks (d) Error value

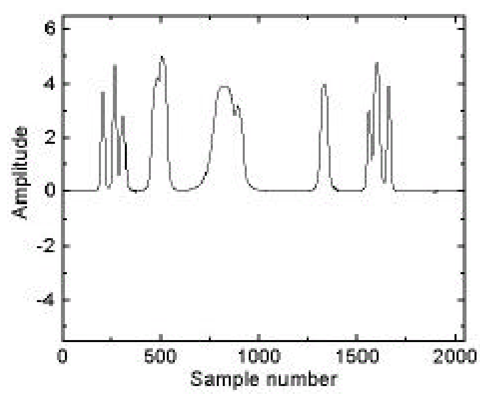
Fig. 10. Blocks signal.



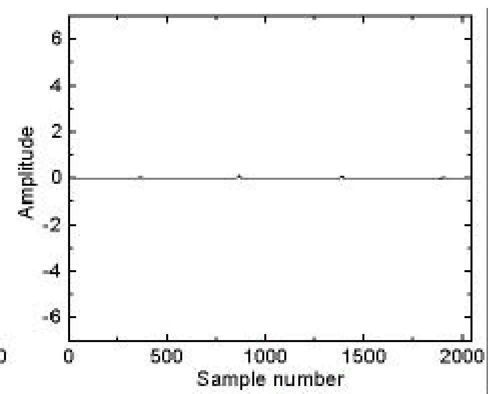
(a) True Bumps



(b) Noisy Bumps

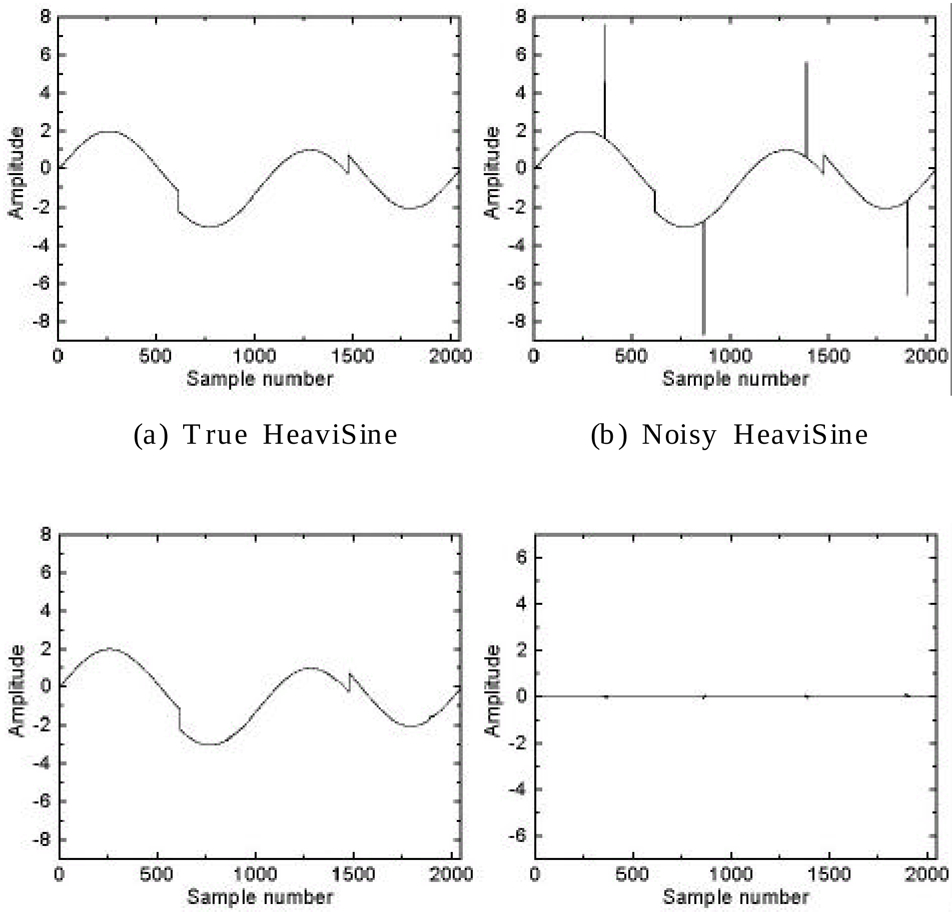


(c) Recovered Bumps



(d) Error value

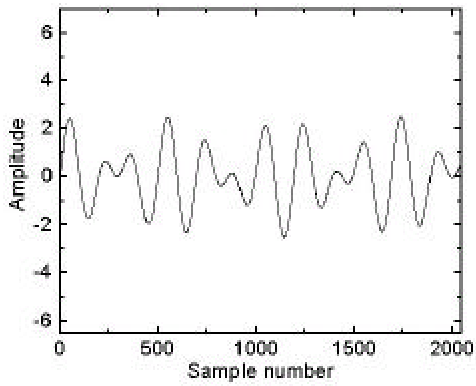
Fig. 11. Bumps signal.



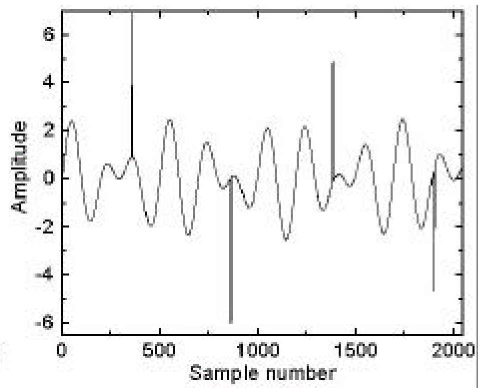
(a) True HeaviSine (b) Noisy HeaviSine

(c) Recovered HeaviSine (d) Error value

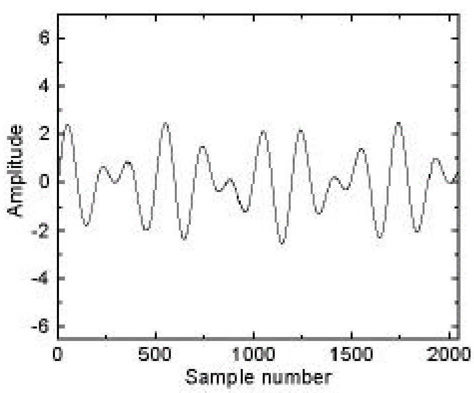
Fig. 12. HeaviSine signal.



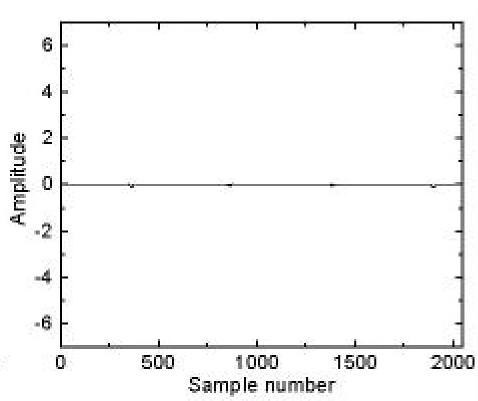
(a) True DTMF



(b) Noisy DTMF



(c) Recovered DTMF



(d) Error value

Fig. 13. DTMF signal.

임펄스 잡음에 대한 시뮬레이션 결과로부터, Blocks 신호에 대한 그림 10의 (c)에서 신호의 edge 성분과 임펄스 잡음은 우수하게 분리·검출되어, 본 논문에서 제안된 알고리즘의 타당성을 입증하고 있으며, 그림 10의 (d)에서 임펄스 잡음의 진폭은 평균 35.3478[㏈] 감소되었다.

그리고, Bumps 신호에 대한 그림 11의 (c)로부터 복원된 신호는 대부분의 임펄스 잡음이 제거되었으며, 그림 11의 (d)에서 임펄스 잡음의 진폭은 평균 39.6534[㏈] 감소되었다.

HeaviSine 신호에 대한 그림 12의 (c)로부터 신호의 edge 성분과 임펄스 잡음은 우수하게 분리·검출되었으며, 그림 11의 (d)에서 임펄스 잡음의 진폭은 평균 38.1992[㏈] 감소되었다.

그리고, DTMF number 7에 대한 그림 13의 (d)에서 임펄스 잡음의 진폭은 평균 33.6290[㏈] 감소되었다.

결과적으로, 모든 테스트 신호에 대해서 임펄스 잡음의 진폭은 전체적으로 36.7073[㏈] 감소하였으며, 그림 10과 그림 12의 테스트 신호에 존재하는 신호의 edge 성분과 임펄스 잡음은 본 논문에서 제안된 알고리즘에 의해 분리·검출되어 edge 성분만 복원되는 우수한 개선 효과를 나타내었다.

제 6장 결 론

본 논문에서는 가우시안과 임펄스 잡음 환경에서 웨이브렛을 이용한 새로운 잡음 제거 방법을 제시하여, 기존의 방법과 비교 분석하였다.

가우시안 잡음 제거 방법은 새로운 파라메타 계수를 적용한 NSSNF와 hard-threshold를 적용한 UDWT를 사용하였다. 공간적 상관도를 이용한 NSSNF 방법은 reference 잡음의 파워와 original 잡음의 표준편차를 추정하고, 새로운 파라메타 $\mu(m)$를 도입하여 융통성있는 SNR 이득 특성을 얻었으며, 본 논문에서 사용한 파라메타 계수 값에 의해서는 기존의 SSNF 방법에 비해 항상 우수한 SNR 이득 특성을 얻었다. 그리고, threshold에 기초한 UDWT 방법에서는 hard-threshold를 적용하여, 기존의 OWT 방법에 비해 항상 우수한 SNR 이득 특성을 얻었으며, 알고리즘이 간단하고, AWGN 환경에서 다른 방법들과 비교하여 가장 우수한 잡음 제거 효과를 나타내었다.

그리고, 임펄스 잡음 제거 방법은 B-wavelet을 사용하였고, 잡음 제거 과정에서 FFT에 기초한 계수 교체 알고리즘과 웨이브렛에 의한 신호 slope를 이용하였다. 시뮬레이션 결과, 임펄스 잡음의 진폭은 전체적으로 36.7073[㏈] 감소하였으며, 신호의 edge 성분과 임펄스 잡음을 분리·검출하여 신호의 왜곡을 최소화하였다.

따라서, 본 논문에서 사용된 잡음 제거 방법들은 서로 다른 잡음 환경에서 우수한 성능을 나타내므로, 이러한 알고리즘을 종속접속하면 복합 잡음 환경에서도 우수한 잡음 제거 효과가 있으리라 사료된다.

참 고 문 헌

[1] Y. Xu et al., "Wavelet transform domain filters: A spatially selective noise filtration technique", IEEE Trans. Image Processing, vol. 3, Nov. 1994.

[2] D. Donoho, "Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage", J. Amer. Statist. Assoc., vol. 90, no. 432, 1995.

[3] D. Donoho, "Denoising by soft-thresholding", IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 41, 1995.

[4] D. Donoho, "Wavelet shrinkage: Asymptopia?", J. R. Stat. Soc., Series B, vol. 57, pp. 301-369, 1995.

[5] Q. Pan, L. Zhang, G. Dai, and H. Zhang., "Two Denoising Methods by Wavelet Transform", IEEE Trans. Signal Processing, vol. 47, Dec. 1999.

[6] 배상범, 김남호, “AWGN 환경에서 웨이브렛을 이용한 잡음 제거 방법에 관한 연구”, 한국해양정보통신학회논문지 제5권 제5호, pp. 853-860, 2001. 9.

[7] A. K. Jain, Fundamentals of Digital Image Processing. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1989.

[8] C. K. Chui, An Introduction to Wavelets. Boston, MA: Academic, 1992.

[9] P. L. Ainsleigh and C. K. Chui, "A *B*-Wavelet-Based Noise-Reduction Algorithm", IEEE Trans., Signal Processing, vol. 44, no. 5, pp. 1279-1284, May 1996.

[10] M. Vetterti and C. Herly, "Wavelet and filter banks: Theory and design", IEEE Trans. Signal Processing, vol. 40, Sept. 1992.

[11] I. Daubechies, "Orthogonal bases of compactly supported wavelets", Commun. Pure Appl. Math., vol. 41, 1988.

감 사 의 글

본 논문이 완성되기까지 부족한 저에게 학문에 대한 의미를 부여해 주시고, 아낌없는 사랑과 가르침으로 보살펴 주신 김남호 교수님께 깊이 감사드립니다. 그리고, 바쁘신 와중에도 본 논문의 심사를 맡으시면서 좋은 논문으로 완성되도록 가르침을 주신 이형기 교수님, 김만고 교수님께 감사드리며, 석사과정을 마치기까지 언제나 세심한 관심으로 지켜봐 주신 부경대학교 제어계측공학과 최연욱 교수님, 변기식 교수님, 황용연 교수님, 안영주 교수님께도 감사의 말씀을 올립니다.

언제나 저와 함께 하면서 따뜻한 격려를 아끼지 않았던 김남수, 강부경, 후배 이상준, 임재환, 구본석에게 감사드리며, 아울러 선배 김승영, 백승필, 신봉철, 후배 강민구, 한학식, 박성진에게도 감사의 말을 전합니다. 그리고, 먼 곳에서 언제나 저에게 힘이 되어준 따뜻한 친구 신용진, 조환균, 명성완에게 감사드리며 건승하시기를 바랍니다.

또한, 오랜 세월동안 저를 믿고 사랑해주신 장인, 장모님 그리고, 처남, 처형, 처제 내외분께도 머리 숙여 감사드리며, 저희 가족의 일에 관심과 조언을 아끼지 않으신 우태자 여사님께도 깊은 감사의 말씀을 드리며, 그 외에 이름을 밝히지 않은 여러 분들의 도움에 감사의 뜻을 전합니다.

지금까지 부족한 저에게 언제나 변함 없이 하늘보다 높은 사랑으로 돌봐주신 부모님, 형을 대신하여 가정의 큰 기둥이 되어준 동생, 넓은 마음으로 묵묵히 인내와 정성으로 뒷바라지해준 아내 그리고, 지금 가족의 사랑을 받고 건강하게 자라고 있는 하늘이에게 너무나 보잘 것 없는 작은 결실을 바치며, 앞으로 더욱 더 열심히 노력할 것을 다짐합니다.

2001 년 12 월

배 상 범 올림