

공학박사 학위논문

자기 베어링 시스템의 모델링과
제어에 관한 연구

지도교수 양 주 호

이 논문을



학위논문

출함

2002년 8월

부경대학교 대학원

제어기계공학과

심 성 호

심성효의 공학박사 학위논문을 인준함

2002년 6월 29일

주	심	공 학 박 사	문	덕	홍	
부	심	공 학 박 사	김	창	화	(인)
위	원	공 학 박 사	장	지	성	
위	원	공 학 박 사	김	영	복	(인)
위	원	공 학 박 사	양	주	호	

목 차

Abstract	iii
제 1 장 서 론	1
1.1 연구 배경	2
1.2 기존 연구	3
1.3 연구 목적	5
1.4 연구 내용	6
제 2 장 자기 베어링 시스템의 모델링 및 동정	8
Nomenclature	9
2.1 서 언	12
2.2 자기 베어링 시스템의 수학적 모델링	12
2.2.1 시스템의 구성	12
2.2.2 수학적 모델링	15
2.2.2.1 탄성 로터계	15
2.2.2.2 전류 증폭기·전자석 코일의 회로 방정식	19
2.2.2.3 계측시스템	21
2.2.2.4 플랜트의 상태 공간 표현	21
2.3 주파수 응답 실험에 의한 동정 및 고찰	26
2.3.1 동정법	26
2.3.2 주파수 응답 실험과 동정 및 고찰	30
2.4 결 언	37
제 3 장 수치 해석을 통한 자기 베어링 시스템의 모델링	38
Nomenclature	39
3.1 서 언	42

3.2 수치 해석을 통한 자기 베어링의 수학적 모델링	42
3.2.1 탄성 로터계의 모드해석을 통한 저차원 모델화 이론	42
3.2.2 저차원화된 탄성 로터계의 동특성에 관한 수치 해석	48
3.2.2.1 고유치 해석	48
3.2.2.2 모드 해석	49
3.2.3 주변장치의 수학적 모델링	51
3.2.4 전체 시스템의 상태공간 표현	53
3.3 시뮬레이션과 실험 결과와의 비교 검토	56
3.4 결 언	58
제 4 장 제어기의 구성 및 부상 실험	59
Nomenclature	60
4.1 서 언	62
4.2 자기 베어링 시스템의 강체 모델링	63
4.3 제어기의 설계	67
4.4 부상 실험과 결과 고찰	74
4.5 결 언	84
제 5 장 결 론	85
참고문헌	88
부 록	93
Appendix A : 모델링과 동정 프로그램	94
Appendix B : F.E.M.에 의한 수치 해석 프로그램	100
Appendix C : PD 제어 시스템 설계 프로그램	118
Appendix D : PD 제어기 구현 프로그램	127
감사의 글	139

A Study on the Modeling and Control for the Magnetic Bearing System

Sung-Hyo Shim

Department of Control and Mechanical Engineering

The Graduate School

Pukyong National University

Abstract

Recently, the magnetic bearing is widely applied to the suspension of rotors on the rotary machineries because it has many advantages such as no noise, less mechanical friction, less heat generation and more. However, the magnetic bearing system is inherently an unstable, nonlinear and it is MIMO(multi-input-multi-output) system as well. Therefore, it requires a stabilizing controller and a mathematical modeling for the system. Many studies are devoted to the designs of the stabilizing controller and the analysis of the dynamic characteristics of the magnetic bearing system.

In chapter 2, it is considered to be a modeling and identification for the MIMO magnetic bearing system. The experimental study using a closed-loop identification method has been performed to obtain the nominal plant transfer function from the frequency responses, because the system is inherently unstable. It suggests a method of curve-fitting to obtain the coefficients of system and transfer function from the frequency responses by using the structure of the modeled system as well as the two controllers, which are different from each other. It is shown that there exist the coupling facts

between the two controllers from the frequency responses. Using these effects and the structure of the modeled system, it enables us to obtain the transfer functions of which have the same denominators.

In chapter 3, it is considered that a modeling problem for the MIMO magnetic bearing system of which rotor is flexible and has a complex shape. To obtain the nominal plant transfer functions, it has performed a numerical analysis based on the finite element method(F.E.M.) for the rotor's dynamics. As a result, a nominal model is obtained from the mode reducing process. The experiment has been performed to obtain the frequency responses, and it is compared with the simulation results.

In chapter 4, a controller is designed for the magnetic bearing control system based on the assumption that the rotor is regarded as a rigid body. In case of having a local control in each end of the rotor, the recovery performance is in low quality due to interfering rotation displacements with translation displacements. Therefore, it suggests a method of compensating positive displacements, which is caused by rotational motion of the rotor. It gives each control signal to the reflection of the each opposite side displacement. A PD controller, which is made of DSP, is designed by the suggested method. It performs the levitation experiments, and the method has been verified by the experimental results.

제 1 장 서 론

1.1 연구 배경

1.2 기존 연구

1.3 연구 내용

1.4 결 언

제 1 장 서 론

1.1 연구 배경

자기 베어링은 회전축을 전자기력에 의해서 완전 비접촉으로 지지하는 기계 요소이다. 자기 베어링은 회전축과 지지 요소가 비접촉이기 때문에 일반적으로 널리 쓰이고 있는 접촉식 베어링과는 달리 마찰, 열, 소음이 거의 없다. 따라서, 베어링 메탈의 마멸, 진동과 소음의 발생, 윤활유 및 그 냉각 장치를 구비해야 하는 등의 기계적 접촉식 베어링이 갖는 문제점들을 해결할 수 있다. 또한, 자기 베어링은 기계식 베어링에 비하여 지지 면적이 크므로 지지력이 분산·평균화되고 부드럽게 지지할 수 있다. 또한 지지 강성 및 댐핑을 바꾸거나 혹은 로터의 동특성을 모니터링하거나 하는 고도의 기능을 갖게 할 수 있으므로 이른바 꿈의 베어링이라고도 부르고 있다.

자기 베어링의 이러한 장점으로 인하여 각종 특수 펌프, 인공 위성, 인공 심장, 초고속·정밀 가공 기계, 발전기 등에 응용되고 있으며, 현재도 그 응용 범위가 점차 확대되어 가고 있는 추세^{1),2)}이다. 한편, 자기 베어링 시스템의 제어 대상인 하드웨어 요소는 본질적으로 불안정성·비선형성·다변수 특성을 가지고 있으므로, 자기 베어링으로서의 기능을 갖게 하기 위해서는 시스템을 안정화하는 제어기의 설계가 요구된다. 그리고 제어기의 설계를 위해서는 제어 대상에 대한 수학적인 모델링이 필요하다^{3),4)}.

한편, 종래에 시판된 자기 베어링 시스템에는 대부분 아날로그식 제어기가 장착되어 있는데, 이는 잡음 등에 의하여 신호 처리가 부정확할 뿐만 아니라 제어기의 열화, 기타 원인에 의해 시스템의 파라미터가 변동하기 쉬운 단점을 가지고 있다. 최근 마이크로프로세서의 비약적인 발달에 힘입어 DSP (digital signal processor : 디지털 신호 처리기) 등과 같은 마이크로프로세서

를 이용한 연속계에 가까운 제어기의 구현이 가능하게 됨에 따라, 아날로그식 제어기의 단점을 보완할 뿐만 아니라, 제어기 설계의 유연성을 가진 디지털 제어기의 중요성이 점차 인식되어 가고 있다⁵⁾.

1.2 기존 연구

현재까지의 자기 베어링에 대한 연구를 몇 부분으로 나누어 보면, 먼저 모델링 및 동정과 관련하여, 국외 연구로서 Matsumura 등⁶⁾은 자기 베어링에 의해 지지되는 축방향 회전체에 대해 수학적 모델을 유도하고, 정상 특성을 고려한 적분형 서보 시스템을 구성하여 시뮬레이션 및 부상 실험으로 모델링의 타당성을 검토하였다. Wanger 등⁷⁾은 능동 자기 베어링에 의해 지지되는 회전체의 동역학적인 모델을 구하고, 디지털 신호 처리방법(digital signal processing method)을 이용하여 파라미터 값을 추정하였다. Johnson 등⁸⁾은 고속 회전체의 자기 베어링에서 일어나는 간극 센서의 오차, 부상계의 동역학, 외란, 자이로스코프 효과 등을 감안한 자기 베어링의 모델링에 대해 연구를 수행하였다. Bleuler 등⁹⁾은 고속 분자 펌프(turbo-molecular pump : TMP)에 대해 제어 대상의 시정수를 뱅뱅 제어기(bang-bang controller)를 이용하여 추정한 후, PD 제어기의 파라미터의 안정 영역을 고찰하였다. 한편, 국내 연구로서 김¹⁰⁾, 이 등¹¹⁾은 모드 해석법을 이용하여 자기 베어링을 사용한 탄성축에 대해 수학적 모델을 구하고, 시뮬레이션과 실험을 통하여 복소 모드 시험법(complex modal testing method)에 의해 추정한 파라미터 값의 타당성을 검증하였다. 이 등¹²⁾은 자기 베어링에 사용되는 회전체의 표면에 존재하는 가공 형상 오차나 표면 조도가 실린더형 캐패시턴스 센서를 사용한 자기 베어링 회전체의 회전 궤적 측정에 미

치는 영향에 대하여 이론적으로 연구하였다.

또한 제어기 설계와 관련하여, 국외 연구로서 Matsushita 등^{13),14)}은 자기 베어링에 의해 지지되는 회전체의 진동 제어를 위한 주파수 응답, 불평형 응답, 안정성 등을 검토하기 위한 시뮬레이션 방법을 제안하였고, 탄성 회전체의 안정화 제어기 설계시 고차 모드의 스피로버(spill-over)에 의한 내부 안정성의 저하를 줄이기 위해 3차의 저역 통과 필터에 기초한 제어기 설계법을 제안하고 실험을 통하여 타당성을 검토하였다. Chen 등¹⁵⁾은 PID 제어기의 미분 동작에 퍼지 로직(fuzzy logic)을 부과한 제어기로 시뮬레이션을 통하여 타당성을 검토하였다. Oguchi 등¹⁶⁾은 자기 부상계에 대해 PD 제어기에서 I-PD 제어기로 변환하는 방식의 제어계와 가변 구조 제어기법(variable structure control method)을 이용한 제어계의 응답을 비교 검토하였고, Nonami 등¹⁷⁾은 가변 구조 제어기를 비선형성이 강한 자기 베어링의 제어기로 사용하여 PID 제어기와의 응답을 비교 검토하였다. Youcef 등¹⁸⁾은 자기 베어링의 선형, 비선형 모델의 급힘 모드를 고려하여 TDC(time delay control) 제어기법¹⁹⁾에 의한 제어기 설계에 관하여 연구하였다. Matsumura 등²⁰⁾은 LQ 제어 이론을 이용하여 자기 부상계의 제어기 설계에 관한 연구를 수행하였다. Cui 등²¹⁾은 자기 베어링의 회전체를 3개의 집중 질량을 갖는 탄성체로 생각하고, 고차 모드를 저차 모드로 간략화 했을 때의 모델링 오차를 불확실성으로 생각하여 H_{∞} 제어 이론에 의한 자기 베어링의 안정화 제어기 설계에 관한 연구를 수행하였다. Fujita 등²²⁾은 탄성보(flexible beam)의 모델링 오차나 파라미터 변동을 구조적 불확실성으로 간주하여 H_{∞} 제어기법 및 μ -합성법²³⁾에 의한 제어기 설계에 관한 연구를 수행하였고, Nonami 등²⁴⁾은 5축 자기 베어링에 지지되는 탄성 축계의 μ 합성법에 의한 제어기 설계를, 그리고 Sugie 등²⁵⁾은 상태 공간 선형화 방법에 의해 자기 부상계의 수학적 모델을 유도하고 H_{∞} 제어기법으로 제어기를 설계한 후 실험을 통하여 선형

화 방법의 타당성을 검증하였다. 한편 국내 연구로서 고 등²⁶⁾은 PID 제어를 사용한 능동 자기 부상 제어 시스템에 대한 연구, 이 등²⁷⁾은 능동 자기 베어링에 대한 아날로그 PD 제어기 설계에 관한 연구, 정 등²⁸⁾은 원추형 자기 베어링의 수학적 모델을 유도하고 PD 제어기를 설계하여 설계된 제어 시스템의 타당성을 검토하였다. 김 등²⁹⁾은 PID 제어기법에 퍼지 로직을 혼합한 제어기법을, 또한 김³⁰⁾과 이³¹⁾ 등은 LQ 제어 이론과 LQG/LTR 제어 이론 등을 이용하여 자기 부상계의 제어기 설계에 관한 연구를 수행하였다.

또한 최근에 개발된 자기 베어링 시스템들은 그 제어 알고리즘을 구체적으로 밝히고 있지 않으나 PID 제어기에 의한 제어 시스템이 대부분이고^{32)~35)}, 그 외 가변 구조 제어기법³⁶⁾, 퍼지 제어 이론을 적용한 연구가 다수 있으며, 최근 들어 강인성에 주목한 H_∞ 제어 이론을 실제 시스템에 적용하여 제어기를 설계한 연구가 보고되고 있다³⁷⁾.

1.3 연구 목적

이 연구의 목적은 시스템의 각 파라미터에 대한 정보가 없는 횡축형 자기 베어링 시스템에 대해 모델링과 동정의 한 방법을 제안하고, 아울러 탄성 로터에 대해 유한 요소법에 의한 수치 해석을 통하여 저차원화된 공칭 모델을 구하는데 있다. 또한 이 연구 대상과 같은 MIMO 자기 베어링 시스템에서 로터의 축 방향과 직각 방향으로의 회전 운동에 의해 발생하는 기울기 변위를 보상함으로써 로터의 평형점에서의 회복 성능을 개선하는 한 방법을 제안하고, DSP를 이용하여 제안된 제어칙을 소프트웨어적으로 구현한 뒤, 실험과 시뮬레이션을 통하여 자기 베어링 시스템의 모델링과 제안된 제어기 설계의 타당성을 검증하는데 있다

1.4 연구 내용

이 논문은 5장으로 이루어져 있다.

제1장에서는 이 연구와 관련된 종래의 연구 결과들을 살펴보고 이 연구의 목적 및 연구 내용에 대하여 기술한다.

제2장에서는 시스템의 각 파라미터에 대한 정보가 없는 이 연구 대상에 대한 모델링과 동정에 대한 한 방법을 제안한다. 먼저, 자기 베어링 시스템의 구조에 대한 정보를 가지고, 자기 부상 시스템, 전류 증폭기·전자석 코일의 회로 방정식, 계측 시스템으로 구분하여 모델링하고, 이로부터 상태 공간 방정식의 틀을 만든다. 그리고 제어기의 전달 함수를 모르는 기 장착된 제어기와 제어기의 전달 함수를 알고 있는 외부 제어기를 이용하여 페루프 응답 실험을 행한다. 그리고 이를 기본으로 모델식 중의 각 계수값을 튜닝하면서 얻은 공칭 플랜트 전달 함수를, 선형 분수 변환식에 대입하여 페루프 응답 실험 결과와 일치하도록 커브 피팅을 행하여, 각 전달 함수의 분모항이 같도록 동정함으로써 시스템의 각 계수값을 구한다.

제3장에서는 자기 베어링 시스템의 탄성 로터에 대해 유한 요소법에 의한 수치 해석을 통하여 저차원화된 공칭 모델을 구한다. 그리고 구해진 모델에 대한 주파수 응답 시뮬레이션 결과와 페루프 주파수 응답 실험 결과를 비교 검토하여 모델링의 타당성을 검증한다. 아울러 제2장에서 제안한 방법에 의한 모델링 결과와 이 장에서의 모델링 결과를 비교하여 그 타당성을 검증한다.

제4장은 제2장 및 제3장에 의한 방법으로 모델링된 제어 대상에 대해 로터를 강제 모드로 간주하여 간략화하여 모델링한다. 그리고 베어링 양단에서의 분산 제어 방식에 비해 로터의 평형점에서의 회복 성능을 개선하기 위하여 로터의 축 방향과 직각으로의 회전에 의해 발생하는 로터의 기울기 변위를 보상하는 한 방법을 제안한다. 이를 위하여 PD 제어칙으로 제어기를 설계하

고 DSP를 이용하여 제어를 구현한 뒤, 시뮬레이션과 실험을 통하여 설계된 제어기의 타당성을 검증한다.

끝으로 제5장에서는 이 연구에서 얻어진 결론을 요약하고 향후의 연구 방향을 제시한다.

제 2 장 자기 베어링 시스템의 모델링 및 동정

2.1 서 언

2.2 자기 베어링 시스템의 수학적 모델링

2.3 주파수 응답 실험에 의한 동정 및 고찰

2.4 결 언

Nomenclature

- A : 강체 모드와 굽힘 모드 합성 시스템 행렬
- A_{f1}, A_{f2} : 굽힘 모드 시스템 행렬의 각 부분 행렬
- A_{r1}, A_{r2} : 강체 모드 시스템 행렬의 각 부분 행렬
- A_{am} : 전류 증폭기 및 자기 코일 회로 행렬
- B : 강체 모드와 굽힘 모드 합성 입력 행렬
- B_f : 굽힘 모드 입력 행렬
- B_r : 강체 모드 입력 행렬
- b : 진폭 변수 벡터
- b_1, b_2 : 1차, 2차 모드 진폭 변수
- C : 강체 모드와 굽힘 모드 합성 출력 행렬
- C_f : 굽힘 모드 출력 행렬
- C_r : 강체 모드 출력 행렬
- C_1 : 전류 증폭기 회로 정전 용량 [C]
- F_l, F_r : 좌측, 우측 베어링력 [N]
- $G(s)$: 플랜트 전달 함수 행렬
- $G_{11}, G_{12}, G_{21}, G_{22}$: 각 플랜트 전달 함수
- $\tilde{G}_{11}, \tilde{G}_{12}, \tilde{G}_{21}, \tilde{G}_{22}$: 각 공칭 플랜트 전달 함수
- I_0 : 로터 회전 관성 모멘트 [$\text{kg}\cdot\text{m}^2$]
- i_b : 바이어스 전류 [A]
- $i_{c,l,r}$: 좌우 베어링 제어 전류 [A]

K : 강성 행렬

L : 전자석 코일 인덕턴스 [H]

l_t : 로터 전체 길이 [m]

l_1 : 로터 질량 중심점에서 베어링 중심점까지 거리 [m]

l_2 : 로터 좌우측단에서 센서까지 거리 [m]

l_3 : 로터 질량 중심점에서 센서까지 거리 [m]

M : 질량 행렬

m : 로터 질량 [kg]

P : 힘 함수 벡터

R_1 : 전류 증폭기 회로 저항값 [Ω]

R_L : 전자석 코일 저항값 [Ω]

r : 외부 여기 신호

$T_{y_1 u_1}$: u_1 으로부터 y_1 까지 페루프 전달 함수

$T_{y_2 u_1}$: u_1 으로부터 y_2 까지 페루프 전달 함수

$\hat{T}_{y_1 u_1}$: u_1 으로부터 y_1 까지 공칭 페루프 전달 함수

$\hat{T}_{y_2 u_1}$: u_1 으로부터 y_2 까지 공칭 페루프 전달 함수

u : 제어 입력 벡터

u_1, u_2 : 좌측, 우측 제어 입력 [V]

$V_{c,r}$: 좌우 제어기에서 발생된 제어 전압 [V]

$V_{s,r}$: 좌우측 센서 출력 전압 [V]

x : 강체 모드와 굽힘 모드의 합성 상태 벡터

x_f : 굽힘 모드 상태 벡터

- \mathbf{x}_r : 강체 모드 상태 벡터
- x_0 : 로터 질량 중심점에서의 수평 변위 [m]
- x_{bl}, x_{br} : 좌측, 우측 베어링 위치에서의 로터 수평 변위 [m]
- x_{sl}, x_{sr} : 좌측, 우측 센서 위치에서의 로터 수평 변위 [m]
- \mathbf{y} : 강체 모드와 굽힘 모드 합성 출력 벡터
- \mathbf{y}_f : 굽힘 모드 출력 벡터
- \mathbf{y}_r : 강체 모드 출력 벡터
- y_1, y_2 : 출력 [V]
- α_1 : 전류 증폭기 · 전자석 코일 회로 전류 계수 [Ω/H]
- α_2 : 전류 증폭기 · 전자석 코일 회로 전압 계수 [H^{-1}]
- $\beta_{1,2}$: 센서 변위-전압 계수 [V/m]
- η : 흡입력 계수 [$N \cdot m^2/A^2$]
- γ_1, γ_2 : 베어링 위치에서의 1차, 2차 모드 변위를
- γ_3, γ_4 : 센서 위치에서의 1차, 2차 모드 변위를
- θ : 로터의 축방향과 반시계 수평 방향으로 기울어진 각 [도]
- ζ_1, ζ_2 : 1차, 2차 모드 외력
- k_1, k_2 : 1차, 2차 모드 강성
- x_1 : 선형 로터 변위-베어링력 계수 [N/m]
- x_2 : 선형 베어링 전류-베어링력 계수 [N/A]
- μ_1, μ_2 : 1차, 2차 모드 질량
- $\omega_{1,2}$: 1, 2차 고유 진동수 [Hz]

2.1 서 언

이 장에서는 아날로그 제어기가 장착되어 있으면서 로터가 축방향과 직각으로 상하(수직) 방향 및 좌우(수평) 방향으로 운동하는 횡축형 자기 베어링 시스템(Magnetic Moments, LLC., 'MBC Turbo 500') 중 제어기를 제외한 나머지 전체 시스템(이하 '플랜트'라고 한다)을 모델링과 동정 실험의 대상으로 한다.

이 장의 목적은 플랜트의 구조에 대한 정보를 가지고 페루프 주파수 응답 실험을 통하여 공칭 플랜트 전달 함수를 구하는데 있다. 이를 위하여 이 연구에서는 플랜트가 본질적으로 불안정계이므로 제어기를 이용하여 축을 부상시킨 뒤 동정 실험을 행하는 페루프 동정법을 이용하며, 페루프 주파수 응답과 제어기 전달 함수를 가지고 공칭 플랜트 전달 함수를 구하는 한 방법을 제안한다.

2.2 자기 베어링 시스템의 수학적 모델링

2.2.1 시스템의 구성

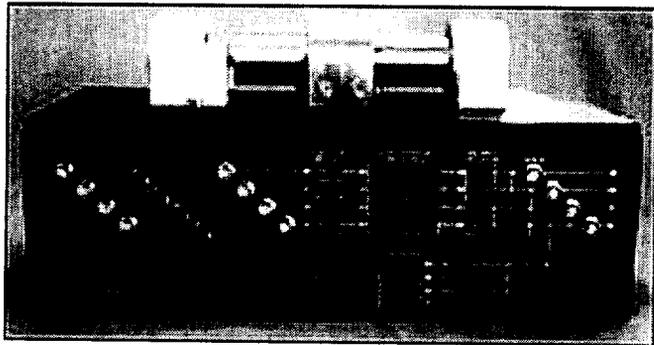


Fig. 2.1 Configuration of magnetic bearing control system

Fig. 2.1은 이 연구에 이용된 자기 베어링 제어 시스템의 외관을 나타낸 그림이며, Fig. 2.2는 그 중 수직 또는 수평 방향 중의 한 방향 성분에 대한 구성도를 나타낸 그림이다.

로터는 축방향에 직각인 수평 및 수직 방향으로 자유로이 운동을 하며, 비제어시 자기 베어링의 지지 강성은 무시할 수 있기 때문에 자유-자유 (free-free)축계로 간주될 수 있다^{38),39)}. Fig. 2.3은 로터의 실제 모양을 나타낸 그림으로 축 중앙부의 직경이 작은 곳은 알루미늄, 그 이외의 부분은 스테인리스강으로 만들어 졌다.

전자석은 축 양단 가까이에 위치하면서 축을 부상 지지시키기 위한 전자기력을 발생한다. 각 축단의 전자석은 축방향에 직각으로 수평 방향과 수직 방향으로 전자기력을 각각 발생시키며, 각각 2조의 코일이 감긴 말굽형 구조로 되어 있다.

양쪽 전자석의 외측에 설치된 센서는 홀 효과 센서로서, 서로 맞은 편에서 변위 신호를 검출하고 이를 차동 증폭하여 전압 신호로 변환한다.

아날로그 제어기는 연산증폭기, 저항, 콘덴서 등으로 구성되어 있으며, 변위 오차 신호를 입력 신호로 하여 제어 입력을 발생한다. 루프 절환 스위치는 아날로그 제어기를 회로에 연결하거나 차단할 수 있도록 한다. 제어기의 연결을 차단한 상태에서는 외부 제어기를 플랜트에 장착할 수 있다.

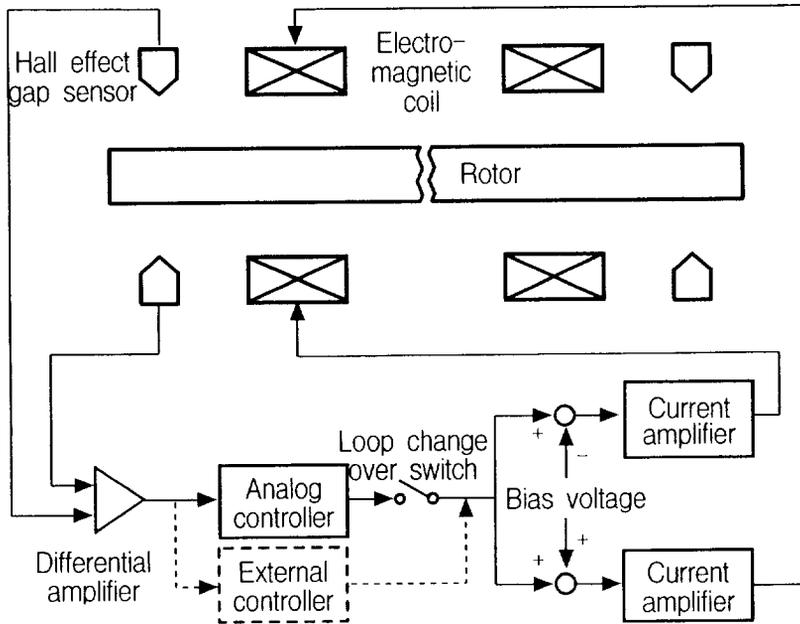


Fig. 2.2 Schematic diagram of magnetic bearing control system

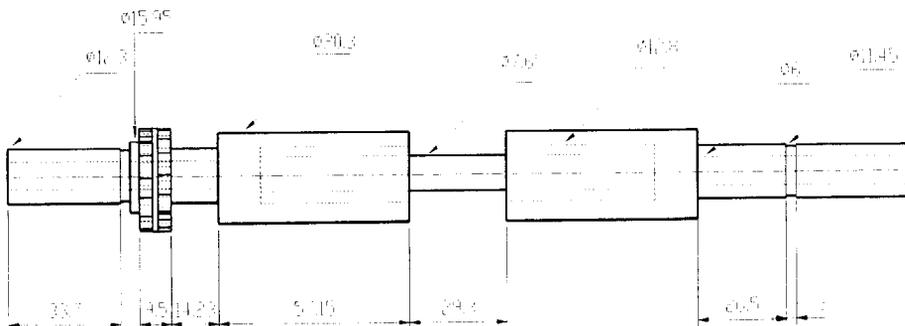


Fig. 2.3 Configuration of rotor

2.2.2 수학적 모델링

2.2.2.1 탄성 로터계

이 연구에서는 로터의 수평 방향 운동 성분만을 모델링한다. 로터의 수평 방향 운동은 강체 운동과 굽힘 운동의 합성으로 나타난다. 따라서, 로터의 운동을 강체 운동의 경우와 굽힘 운동의 경우로 나누어 모델링한 후 이를 합성하여 운동 방정식을 구한다.

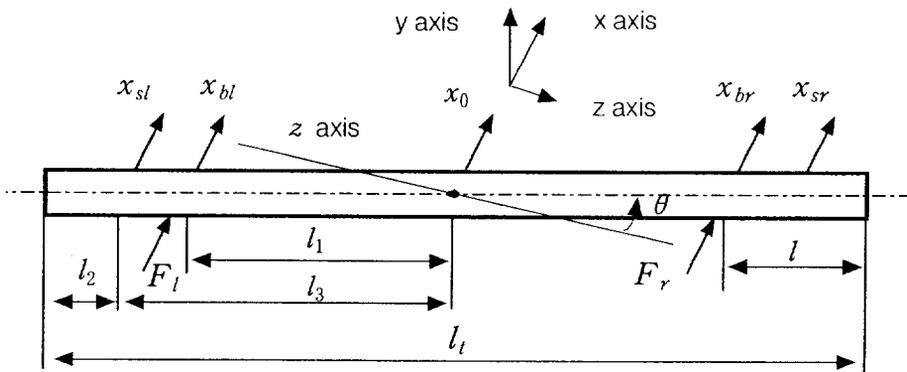


Fig. 2.4 Rigid body motion of rotor

Fig. 2.4는 로터가 강체라고 가정했을 때의 로터의 운동을 나타낸 그림이다. 로터의 강체 운동에 의해 발생한 수평 변위 중, 로터의 질량 중심점에서의 수평 변위를 x_0 , 좌우 베어링 위치에서의 수평 변위를 각각 x_{bl} , x_{br} (이하 첨자 중 l 은 좌측, r 은 우측을 나타냄), 좌우 센서 위치에서의 수평 변위를 각각 x_{sl} , x_{sr} 라 하고, 로터가 축방향인 z 축과 반시계 수평 방향으로 각 θ 만

큼 회전하였다고 하면, 이들 변위 변수 사이에는 식(2.1)에서 식(2.4)까지의 관계가 성립한다.

$$x_{bl} = x_0 - l_1 \sin \theta \quad (2.1)$$

$$x_{br} = x_0 + l_1 \sin \theta \quad (2.2)$$

$$x_{sl} = x_0 - l_3 \sin \theta \quad (2.3)$$

$$x_{sr} = x_0 + l_3 \sin \theta \quad (2.4)$$

여기서 l_1 은 회전체의 질량 중심점에서 베어링 중심점까지의 거리, l_3 는 회전체의 질량 중심점에서 센서까지의 거리이다. 그런데, 각 θ 가 매우 작은 값에 한정되어 있으므로 1차 근사화에 의해 $\sin \theta \cong \theta$, $\cos \theta \cong 1$ 이라 두면 식(2.1)에서 식(2.4)까지는 식(2.5)에서 식(2.8)까지로 표현된다.

$$x_{bl} = x_0 - l_1 \theta \quad (2.5)$$

$$x_{br} = x_0 + l_1 \theta \quad (2.6)$$

$$x_{sl} = x_0 - l_3 \theta \quad (2.7)$$

$$x_{sr} = x_0 + l_3 \theta \quad (2.8)$$

한편, 로터의 운동 방정식은 식(2.9)와 식(2.10)과 같이 된다.

$$\sum F = m\ddot{x}_0 = F_l + F_r \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \sum M = I_0 \ddot{\theta} &= F_r l_1 \cos \theta - F_l l_1 \cos \theta \\ &\cong F_r l_1 - F_l l_1 \end{aligned} \quad (2.10)$$

여기서 m 은 로터 질량, I_0 는 수직축에 대한 로터의 회전 관성 모멘트, F_l 및 F_r 는 각각 좌우 베어링에 의하여 로터에 미치는 힘이다.

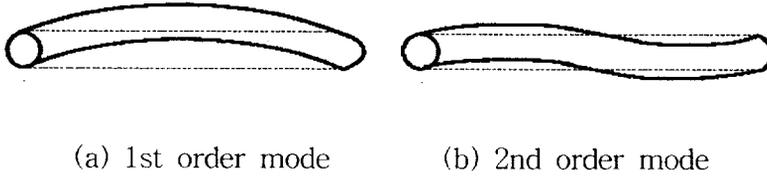


Fig. 2.5 Bending motions of rotor

Fig. 2.5는 로터가 강체 운동은 하지 않고 굽힘 운동만 한다고 가정했을 때의 축 운동 중 1차 굽힘 모드와 2차 굽힘 모드를 나타낸 그림이다. 이 로터는 연속계이므로 무수히 많은 굽힘 모드를 가지고 있으나, 이 연구에서는 저주파수의 두 굽힘 모드만 고려한다⁴⁰⁾.

먼저, 진폭 변수 벡터를 식(2.11)과 같이 정의한다.

$$\mathbf{b} \equiv \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

여기서 b_1 및 b_2 는 각각 1차 및 2차 모드 진폭 변수이다.

그러면, 좌우 베어링 위치에서의 로터의 수평 변위는 식(2.12)와 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} x_{bl} \\ x_{br} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_1 & \gamma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

여기서 γ_1, γ_2 는 각각 베어링 위치에서의 1차 모드 및 2차 모드 변위율이다.

또한, 좌우 센서 위치에서의 로터 수평 변위는 식(2.13)과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} x_{sl} \\ x_{sr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma_3 & -\gamma_4 \\ -\gamma_3 & \gamma_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

여기서 γ_3, γ_4 는 각각 센서 위치에서의 1차 모드 및 2차 모드 변위율이다.

한편, 로터의 굽힘 운동 방정식을 기술하기 위하여 질량 행렬 \mathbf{M} 과 강성 행렬 \mathbf{K} 및 힘 함수 벡터 \mathbf{P} 를 각각 식(2.14)와 같이 정의하면, 운동 방정식은 식(2.15)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &\equiv \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 \\ 0 & \mu_2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{K} &\equiv \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{P} &\equiv \begin{bmatrix} -\zeta_1 & -\zeta_1 \\ -\zeta_2 & \zeta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_l \\ F_r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.14)$$

여기서 μ_1 과 μ_2 는 각각 1차 및 2차 모드 질량이고, k_1 과 k_2 는 각각 1차 및 2차 모드 강성이며, ζ_1 과 ζ_2 는 각각 1차 및 2차 모드 외력이다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{b}} + \mathbf{K}\mathbf{b} = \mathbf{P} \quad (2.15)$$

이때, 로터의 1, 2차 고유 진동수 $\omega_{1,2}$ 는 식(2.16)으로 주어진다.

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{k_{1,2}}{\mu_{1,2}}} \quad (2.16)$$

한편, Fig. 2.4에서와 같이 로터가 변위 $x_{b,r}$ 만큼 이동하여 제어 전류 $i_{c,r}$ 가 자기적으로 서로 반대편에 위치하는 양 코일에 더해졌을 때, 로터가 받는 힘 $F_{l,r}$ 는 식(2.17)과 같다.

$$F_{l,r} = \eta \frac{(i_{c,r} + i_b)^2}{(x_{b,r} - g_n)^2} - \eta \frac{(i_{c,r} - i_b)^2}{(x_{b,r} + g_n)^2} \quad (2.17)$$

여기서 η 는 흡입력 계수, i_b 는 바이어스 전류, g_n 은 공칭 공극이다. 위 식을 $F_{l,r}=0$ 가 되는 평형점 $(x_{b,r}, i_{c,r})=(0,0)$ 에서 Taylor 급수 전개를 이용하여 선형화하면 식(2.18)과 같이 된다.

$$F_{l,r} = x_1 x_{b,r} + x_2 i_{c,r} \quad (2.18)$$

여기서, $x_1 = \frac{4\eta i_b^2}{g_n^3}$, $x_2 = -\frac{4\eta i_b}{g_n^2}$ 이다.

2.2.2.2 전류 증폭기 · 전자석 코일의 회로 방정식

Fig. 2.6은 전류 증폭기 및 전자석 코일의 회로도이다. 그림에서 $V_{c,r}$ 은 제어기에서 발생된 제어 전압이며, $i_{c,r}$ 은 제어 전류이다. R_1 과 C_1 은 각각 전류 증폭기 회로의 저항값과 정전 용량이며, R_L 과 L 은 각각 전자석 코일의

저항값과 유도 계수(인덕턴스)이다. 전류 증폭기는 1차계로서 저주파 통과 필터의 역할을 하고 있으며, 외부 제어기를 연결할 때에는 게인이 1이다. 전류 증폭기가 큰 대역폭을 가지며, 외부 제어기를 사용한다고 가정할 때, 전류 증폭기 · 전자석 코일의 회로 방정식은 식(2.19)와 같이 주어진다.

$$\frac{di_{c_{l,r}}}{dt} = -\alpha_1 i_{c_{l,r}} + \alpha_2 V_{c_{l,r}} \quad (2.19)$$

여기서, $\alpha_1 = R_L/L$, $\alpha_2 = 1/L$ 이다.

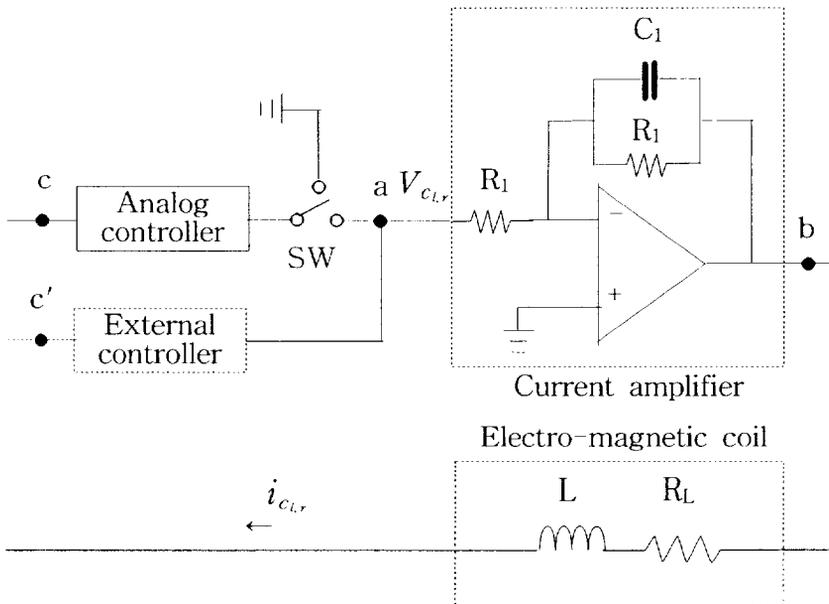


Fig. 2.6 Current amplifier and electro-magnetic coil

2.2.2.3 계측 시스템

변위 센서는 서로 반대편에 위치하고 있는 두 홀 소자의 전위차에 의해 변위의 계측이 가능하도록 되어 있고, 이 센서에 의해 계측된 축의 변위 $x_{s_{l,r}}$ 과 변환된 센서 전압 $V_{s_{l,r}}$ 사이의 관계는 사용된 홀 효과 센서의 일반적인 사양에 의해 식(2.20)으로 주어진다.

$$V_{s_{l,r}} = \beta_1 x_{s_{l,r}} + \beta_2 x_{s_{l,r}}^3 \quad (2.20)$$

식(2.20)을 평형점 $x_{s_{l,r}} = 0$ 지점에서 선형 근사화하면 식(2.21)과 같이 된다.

$$V_{s_{l,r}} = \beta_1 x_{s_{l,r}} \quad (2.21)$$

2.2.2.4 플랜트의 상대 공간 표현

로터의 강체 운동에 대한 운동 방정식인 식(2.9) 및 식(2.10), 베어링 위치에서의 변위에 관한 식(2.5) 및 식(2.6), 그리고 힘에 관한 식(2.18)과 전류 증폭기·전자석 코일의 회로 방정식인 식(2.19)를 조합한 상태 방정식은 식(2.22)와 같이 된다.

$$\dot{\mathbf{x}}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{r1} & \mathbf{A}_{r2} \\ 0 & \mathbf{A}_{am} \end{bmatrix} \mathbf{x}_r + \mathbf{B}_r \mathbf{u} \quad (2.22)$$

여기서,

$$\mathbf{A}_{r1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2\frac{x_1}{m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2\frac{x_1}{I_0} l_1^2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{r2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{x_2}{m} \alpha_2 & \frac{x_2}{m} \alpha_2 \\ 0 & 0 \\ -\frac{x_2}{I_0} l_1 \alpha_2 & \frac{x_2}{I_0} l_1 \alpha_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{am} = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 0 \\ 0 & -\alpha_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}_r = [x_0 \quad \dot{x}_0 \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad i_{c_l} \quad i_{c_r}]^T \quad (2.23)$$

$$\mathbf{B}_r = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (2.24)$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} V_{c_l} \\ V_{c_r} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

이다.

그리고 로터의 굽힘 운동에 대한 운동 방정식인 식(2.15), 베어링 위치에서의 변위에 관한 식(2.12), 힘에 관한 식(2.18), 그리고 전류 증폭기·전자석 코일의 회로 방정식인 식(2.19)를 조합한 상태 방정식은 식(2.26)과 같이 된다.

$$\dot{\mathbf{x}}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{r1} & \mathbf{A}_{r2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{am} \end{bmatrix} \mathbf{x}_f + \mathbf{B}_f \mathbf{u} \quad (2.26)$$

여기서,

$$\mathbf{A}_{f1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_1}{\mu_1} + 2\frac{\zeta_1}{\mu_1} x_1 \gamma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{k_2}{\mu_2} + 2\frac{\zeta_2}{\mu_2} x_1 \gamma_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{f2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{\zeta_1}{\mu_1} x_2 \alpha_2 & -\frac{\zeta_1}{\mu_1} x_2 \alpha_2 \\ 0 & 0 \\ -\frac{\zeta_2}{\mu_2} x_2 \alpha_2 & \frac{\zeta_2}{\mu_2} x_2 \alpha_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{am} = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 0 \\ 0 & -\alpha_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}_f = [b_1 \ \dot{b}_1 \ b_2 \ \dot{b}_2 \ i_{c_i} \ i_{c_r}]^T \quad (2.27)$$

$$\mathbf{B}_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (2.28)$$

이다.

따라서, 강체 운동과 굽힘 운동을 합성한 상태 방정식은 식(2.22)와 식(2.26)으로부터 식(2.29)와 같이 된다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (2.29)$$

여기서,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{r1} & 0 & \mathbf{A}_{r2} \\ 0 & \mathbf{A}_{f1} & \mathbf{A}_{f2} \\ 0 & 0 & \mathbf{A}_{am} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = [x_0 \ \dot{x}_0 \ \theta \ \dot{\theta} \ b_1 \ \dot{b}_1 \ b_2 \ \dot{b}_2 \ i_{c_i} \ i_{c_r}]^T \quad (2.30)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (2.31)$$

이다.

한편, 플랜트의 출력 방정식은 강제 운동과 굽힘 운동의 합성으로 구할 수 있다. 먼저, 강제 운동의 경우, 계측 시스템의 출력식인 식(2.21)과 센서 위치에서의 변위에 관한 식(2.7) 및 식(2.8)을 이용하면 출력 방정식은 식(2.32)와 같이 된다.

$$\mathbf{y}_r = \begin{bmatrix} V_{s,r} \\ V_{s,r} \end{bmatrix} = [\mathbf{C}_r \ 0] \mathbf{x}_r \quad (2.32)$$

여기서, $V_{s,r}$ 과 $V_{s,r}$ 는 각각 강제 운동시의 좌측 및 우측 변위에 대한 센서 출력 전압이다. 또한,

$$\mathbf{C}_r = \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 & -\beta_1 l_3 & 0 \\ \beta_1 & 0 & \beta_1 l_3 & 0 \end{bmatrix}$$

이다.

굽힘 운동인 경우에도 동일한 방법으로 식(2.21)과 식(2.13)을 이용하면 출력 방정식은 식(2.33)과 같이 된다.

$$\mathbf{y}_f = \begin{bmatrix} V_{s,f} \\ V_{s,f} \end{bmatrix} = [\mathbf{C}_f \ 0] \mathbf{x}_f \quad (2.33)$$

여기서, $V_{s,f}$ 과 $V_{s,f}$ 는 각각 굽힘 운동시의 좌측 및 우측 변위에 대한 센서 출력 전압이다. 또한,

$$\mathbf{C}_f = \begin{bmatrix} \beta_1 \gamma_3 & 0 & -\beta_1 \gamma_4 & 0 \\ \beta_1 \gamma_3 & 0 & \beta_1 \gamma_4 & 0 \end{bmatrix}$$

이다.

따라서, 최종적인 출력 방정식은 식(2.32)와 식(2.33)을 조합함으로써 식(2.34)와 같이 된다.

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} V_{s_l} \\ V_{s_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{s_l r} + V_{s_l f} \\ V_{s_r r} + V_{s_r f} \end{bmatrix} = \mathbf{C} \mathbf{x} \quad (2.34)$$

여기서,

$$\mathbf{C} = [\mathbf{C}_r \quad \mathbf{C}_f \quad \mathbf{0}]$$

이다.

한편, 플랜트의 전달 함수 행렬은 식(2.35)와 같이 된다.

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

2.3 주파수 응답 실험에 의한 동정 및 고찰

2.3.1 동정법

자기 베어링 시스템의 플랜트는 불안정한 계이므로, 이에 대한 동정 실험은 자기 베어링이 제어되어지는 상태에서만 가능하다. 즉, 일반적으로 사용되고 있는 여러 가지 개루프계 동정법 대신에 폐루프계 동정법을 이용해야 한다.

먼저, 이 연구에서는 로터의 수평 방향으로의 운동과 수직 방향으로의 운동이 서로 연성되어 있지 않다고 가정한다. 그러면, 자기 베어링 제어 시스템의 블록 선도는 Fig. 2.7과 같이 된다.

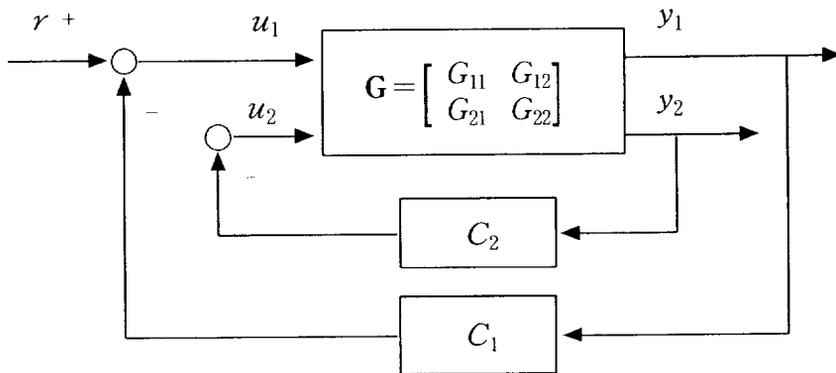


Fig. 2.7 Block diagram of the feedback control system for the magnetic bearing

Fig. 2.7에서 외부 입력 r 은 제어 시스템의 동정을 위한 여기 신호 (exciting signal)이다. 참고 문헌⁴¹⁾에서는 Fig. 2.7과 같은 제어 시스템에서 여기 신호 r 에 의해 변동하는 제어 입력 u_1 과 출력 y_1 을 계측하여 근사적으로 u_1 에서 y_1 까지의 개루프 전달 함수 $G_{11}(s)$ 로 간주하였다. 그러나, 이러한 경우 u_1 으로부터 y_1 까지의 폐루프 전달 함수 $T_{y_1u_1}$ 은 선형 분수 변환에 의해 식(2.36)과 같이 표현된다⁴²⁾.

$$T_{y_1u_1} = G_{11} - G_{12}C_2(1 + G_{22}C_2)^{-1}G_{21} \quad (2.36)$$

한편, u_1 으로부터 출력 y_2 까지의 폐루프 전달 함수 $T_{y_2u_1}$ 은 식(2.37)와 같이 표현된다.

$$T_{y_2u_1} = (1 + G_{22}C_2)^{-1}G_{21} \quad (2.37)$$

따라서, 식(2.36)은 식(2.38)과 같이 표현된다.

$$T_{y_1u_1} = G_{11} - G_{12}C_2T_{y_2u_1} \quad (2.38)$$

여기서, $G_{11}, G_{12}, G_{21}, G_{22}$ 는 각각 플랜트 전달 함수이며, \mathbf{G} 는 플랜트 전달 함수 행렬이다. 한편, G_{22} 및 G_{21} 은 이 연구에서 사용된 자기 베어링의 좌우 대칭인 구조적 특성상 각각 G_{11} 및 G_{12} 와 근사적으로 같다.

식(2.36) 우변 두 번째 항 중의 G_{12} 또는 G_{21} 은 물리적 특성상 저주파 대역에서는 그 크기가 작아 무시할 수 있으나, 공진점 부근에서는 무시할 수

없고, 아울러 G_{11} 과 특성이 같은 G_{22} 항을 포함하고 있기 때문에 두 번째 항의 영향을 무시하고 $T_{y_1u_1} \cong G_{11}$ 으로 간주하는 데에는 무리가 있다. 따라서, 이 연구에서는 좌우측 베어링에 그 값이 서로 같은 제어기를 장착한 경우와 그 값이 서로 다른 제어기를 장착한 경우의 페루프 주파수 응답 실험 결과를 비교하여 식(2.36) 또는 식(2.38)의 우변 둘째 항의 영향을 고찰하여 동정 과정에 이를 배제하는 방법을 택하였다.

한편, 자기 베어링 시스템에 장착된 제어기의 전달 함수를 알고, 페루프 주파수 응답 실험 결과로부터 $T_{y_1u_1}$, $T_{y_2u_1}$ 에 대한 커브 피팅을 하여 공칭 페루프 전달 함수 $\hat{T}_{y_1u_1}$, $\hat{T}_{y_2u_1}$ 을 구하면, 식(2.36)에서 식(2.38)으로부터 공칭 플랜트 전달 함수 \hat{G}_{11} 및 \hat{G}_{12} 를 구할 수 있다.

그러나, 이 연구 대상과 같이 MIMO 시스템인 경우에는, 제어기 설계용 상용 프로그램을 이용하여 커브 피팅을 하는 경우에 $\hat{T}_{y_1u_1}$, $\hat{T}_{y_2u_1}$ 두 전달 함수의 분모항을 같도록 맞추는 것이 매우 어려우며, 두 전달 함수의 분모항을 근사적으로 같게 맞추더라도 이렇게 구한 \hat{G}_{11} 및 \hat{G}_{12} 의 타당성을 선형 분수 변환식을 통하여 검증하는 것이 쉽지 않음을 연구 과정에서 확인할 수 있었다.

이에 따라 이 연구에서는 각 공칭 전달 함수 쌍의 분모항이 같도록 모듈화하여 동정하는 한 방법을 이용하였다. 즉, 2.2절에서 구한 시스템의 거동에 대한 수학적 모델링을 기본 구조 틀로 하여, 모델식의 각 계수에 임의의 값을 대입하여 이로부터 임의의 공칭 플랜트 전달 함수 쌍을 만든 뒤, 이를 식(2.37)과 식(2.36) 또는 식(2.37)에 대입하여 만든 페루프 응답 시뮬레이션 결과와 페루프 응답 실험 결과가 일치할 때까지 이들 계수값들을 튜닝함으로써, 분모항이 같은 \hat{G}_{11} 및 \hat{G}_{12} 쌍을 구하는 방법을 택하였다. 이때, 강제 운동 관련 계수값들과 굽힘 운동 관련 계수값들을 구분하여 튜닝하면 전체 커

브 피팅을 비교적 쉽게 행할 수 있다. 이 연구에서 튜닝할 계수의 수는 강제 운동과 관련하여 6개, 굽힘 운동과 관련하여 6개, 전류 증폭기·전자석 코일과 관련하여 1개으로써 모두 13개이다.

Fig. 2.8은 이 연구에서 주파수 응답 실험 결과와 모델식으로부터 공칭 플랜트 전달 함수를 구하는 커브 피팅 과정에 대한 흐름도이다.

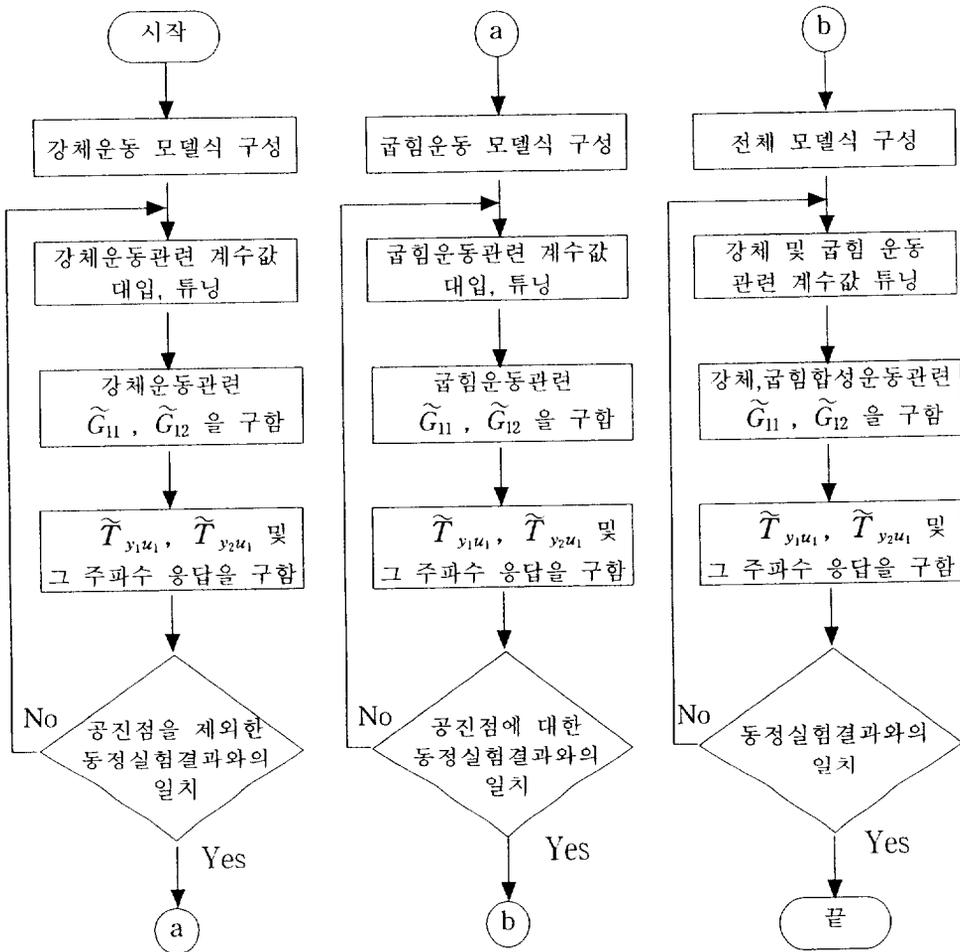


Fig. 2.8 Flow chart of curve fitting

2.3.2 주파수 응답 실험과 동정 및 고찰

2.3.1절을 근거로 아날로그 제어를 장착한 경우의 페루프 주파수 응답 실험을 다음과 같이 행하였다.

실험을 하기 위해 먼저 Fig. 2.6에서 좌·우의 아날로그 제어기 스위치 SW를 전류 증폭기측으로 모두 닫아 로터를 부상시킨다.

함수 발생기의 출력단을 좌측 또는 우측(실험에서는 좌측) 전류 증폭기의 입력단 'a'에 연결하여 1 [Hz] 에서 1 [kHz] 까지의 정현파 신호를 여기 신호 r 로서 인가한다. 이때, 전류 증폭기 출력단 'b'로부터 제어 입력 u_1 을, 좌·우의 각 제어기 입력단 'c'로부터 출력 y_1, y_2 를 오실로스코프로 측정하였다. 이때 오실로스코프의 부가적인 FFT 기능을 이용하여 주파수 응답 특성을 계측하였다.

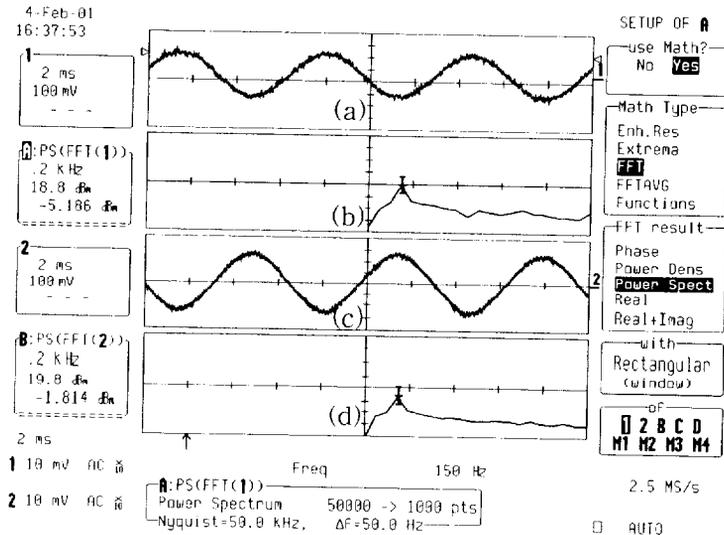


Fig. 2.9 Measurement of u_1 and y_1

Fig. 2.9의 (a)와 (c)는 각각 여기 신호의 주파수가 150 [Hz] 일 때 디지털 오실로스코프로 제어 입력 u 와 출력 y 를 계측한 것을 나타내고 있으며, Fig. 2.9의 (b)와 (d)는 이 신호를 FFT로 해석한 주파수 응답 신호를 나타내고 있다.

페루프 주파수 응답 실험 결과로부터 공칭 플랜트 전달 함수를 구하기 위해서는 식(2.38)과 같이 여기 신호 입력측 반대편 제어기의 값을 알고 있어야 한다. 이를 위해 이 연구에서는 DSP를 이용한 외부 디지털 제어기를 구성·장착하여 응답 실험을 행하였다. 이때, 좌·우 제어기 중에서 한쪽(실험에서는 좌측)에는 아날로그 제어기를 사용하였으며, 반대편(실험에서는 우측)에는 Fig. 2.6에서 스위치 SW를 접지측으로 닫아 아날로그 제어기를 끊은 뒤 외부 디지털 제어기를 전류 증폭기 전단 'a'에 연결하였다. 응답 실험은 아날로그 제어기를 장착한 경우의 페루프 주파수 응답 실험의 경우와 동일하게 행하였다. 이때, 외부 제어기로는 공칭 플랜트 전달 함수 유도의 편의상 간단한 비례 제어기로 구성하였으며, 공진이 일어나는 부근에서는 여기 신호의 진폭을 적절히 작게 조절하여 인가하였다.

이렇게 계측된 제어 입력 u_1 과 출력 y_1 및 제어 입력 u_2 과 출력 y_2 의 주파수 응답 결과는 각각 Fig. 2.10 및 Fig. 2.11의 ■ 및 ● 표시와 같다.

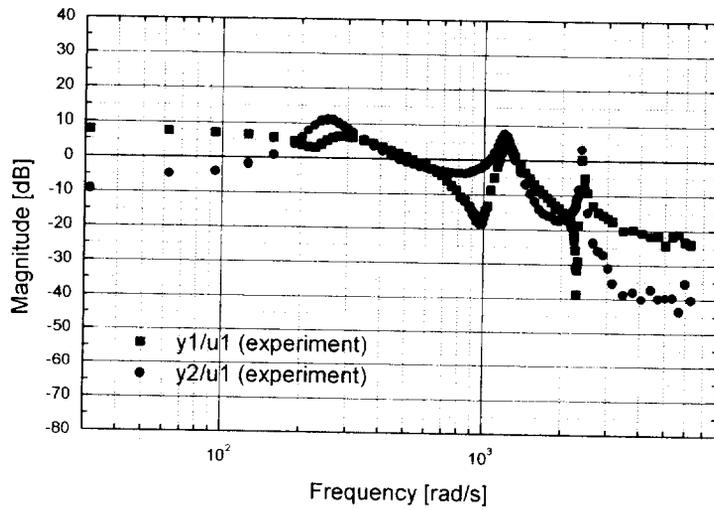


Fig. 2.10 Frequency response of y_1/u_1 and y_2/u_1
(Case of both analog controllers)

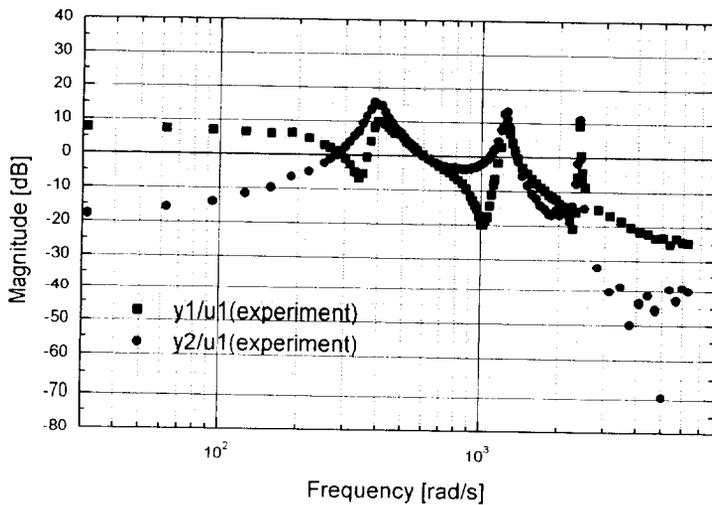


Fig. 2.11 Frequency response of y_1/u_1 and y_2/u_1
(Case of analog controller and external controller)

Fig. 2.10과 Fig. 2.11로부터 저주파에서 고주파 쪽으로 약 1145 [rad/s] 및 2395 [rad/s] 부근의 두 번째 공진점과 세 번째 공진점은 두 경우가 모두 비슷하나 첫 번째 공진점은 서로 다르게 나타났다. 이는 식(2.36) 또는 식(2.38)의 우변 둘째 항에 의해 나타난 것으로 추정되며, 이로써 두 번째 공진 주파수와 세 번째 공진 주파수는 로터의 굽힘 모드에 의한 고유 진동수임을 알 수 있다.

Fig. 2.12는 2.3.1절에서 제안한 방법으로 구한 \hat{G}_{11} 및 \hat{G}_{12} 에 대한 주파수 응답을 나타낸 그림이며, Fig. 2.13은 그때의 $\hat{T}_{y_1 u_1}$, $\hat{T}_{y_2 u_1}$ 와 페루프 응답 실험 결과를 비교한 그림이다. 또한 그때의 모델식 중의 각 계수값은 다음과 같으며, 공칭 전달 함수는 식(2.39) 및 식(2.40)과 같이 주어진다.

$$2 \frac{x_1}{m} = 5.9 \times 10^4$$

$$2 \frac{x_1}{I_0} l_1^2 = 1.1 \times 10^5$$

$$\frac{x_2}{m} \alpha_2 = 1.1 \times 10^5$$

$$\frac{x_2}{I_0} l_1 \alpha_2 = 1.8 \times 10^6$$

$$\alpha_1 = 1.5 \times 10^4$$

$$-\frac{k_1}{\mu_1} + 2 \frac{\zeta_1}{\mu_1} x_1 \gamma_1 = -1.4 \times 10^6$$

$$-\frac{k_2}{\mu_2} + 2 \frac{\zeta_2}{\mu_2} x_1 \gamma_2 = -5.6 \times 10^6$$

$$\frac{\zeta_1}{\mu_1} x_2 \alpha_2 = 1.1 \times 10^5$$

$$\frac{\xi_2}{\mu_2} x_2 \alpha_2 = 5.6 \times 10^4$$

$$\beta_1 = 1.0 \times 10^4$$

$$\beta_1 l_3 = 1.3 \times 10^3$$

$$\beta_1 \gamma_3 = 1.8 \times 10^4$$

$$\beta_1 \gamma_4 = 1.5 \times 10^4$$

$$\tilde{G}_{11} (= \tilde{G}_{22}) =$$

$$\begin{aligned} & -7.276 \times 10^{-12} s^9 - 8.9407 \times 10^{-8} s^8 + 6260000000.0003 s^7 + 9390000000002.5 s^6 \\ & + 3.560836 \times 10^{16} s^5 + 5.341254 \times 10^{20} s^4 + 2.310187 \times 10^{22} s^3 + 3.465280 \times 10^{26} s^2 \\ & - 1.951437 \times 10^{27} s - 2.927156 \times 10^{31} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & s^{10} + 30000 s^9 + 231831000 s^8 + 204930000000 s^7 + 1.543638 \times 10^{15} s^6 \\ & + 1.999047 \times 10^{17} s^5 + 1.498006 \times 10^{21} s^4 - 3.838590 \times 10^{22} s^3 \\ & - 2.878434 \times 10^{26} s^2 + 1.526448 \times 10^{27} s + 1.144836 \times 10^{31} \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$\tilde{G}_{12} (= \tilde{G}_{21}) =$$

$$\begin{aligned} & -7.276 \times 10^{-12} s^9 - 1.7881 \times 10^{-7} s^8 - 100000000.0006 s^7 - 1500000000004.25 s^6 \\ & + 1.056400 \times 10^{15} s^5 + 1.584600 \times 10^{19} s^4 - 1.126991 \times 10^{22} s^3 - 1.690486 \times 10^{26} s^2 \\ & + 1.980793 \times 10^{26} s + 2.971189 \times 10^{30} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & s^{10} + 30000 s^9 + 231831000 s^8 + 204930000000 s^7 + 1.543638 \times 10^{15} s^6 \\ & + 1.999047 \times 10^{17} s^5 + 1.498006 \times 10^{21} s^4 - 3.838590 \times 10^{22} s^3 \\ & - 2.878434 \times 10^{26} s^2 + 1.526448 \times 10^{27} s + 1.144836 \times 10^{31} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Fig. 2.13에 나타난 바와 같이 $\tilde{T}_{y_1 u_1}$, $\tilde{T}_{y_2 u_1}$ 와 페루프 응답 실험 결과의 저주파 대역 및 두 공진점의 위치가 거의 일치함을 알 수 있다.

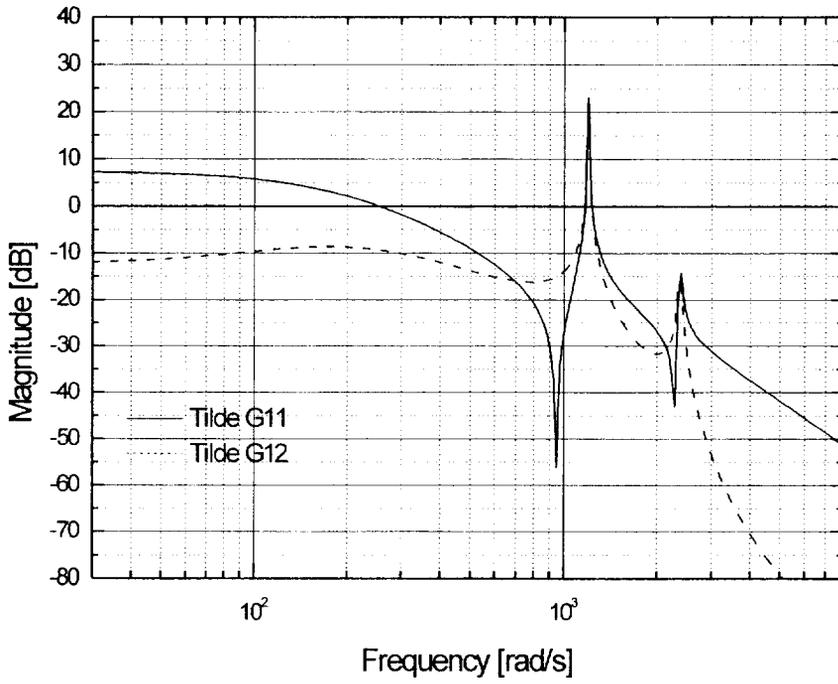


Fig. 2.12 Frequency responses of \widetilde{G}_{11} , \widetilde{G}_{12}

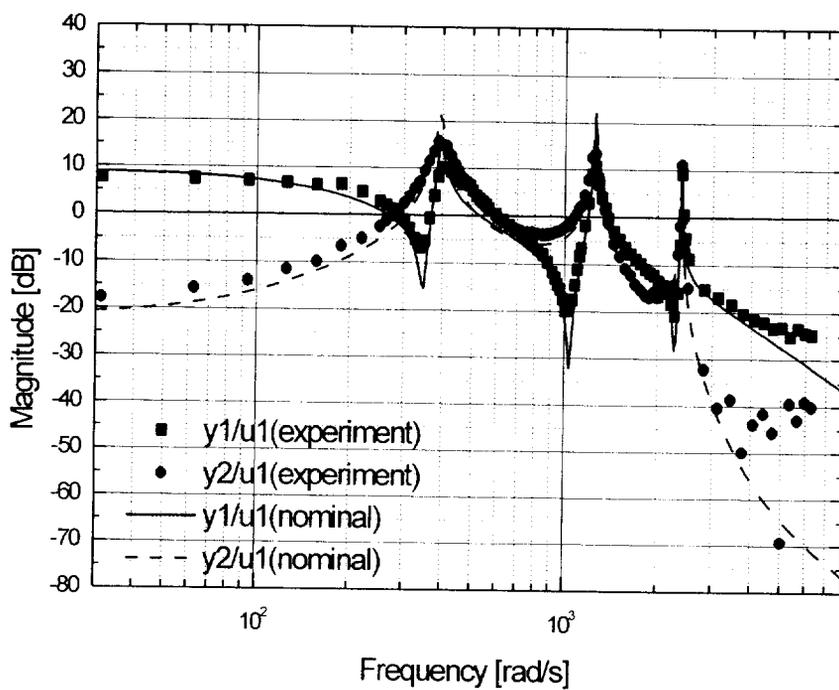


Fig. 2.13 Comparison of Experiment and Nominal y_1/u_1 and y_2/u_1
 (Case of analog controller and external controller)

2.4 결 언

이 장에서 제안한 방법을 이용하여 동정한 횡축형 자기 베어링 시스템 모델의 시뮬레이션과 실험 결과를 비교 검토하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

1) 플랜트의 구조에 대한 정보를 가지고 수학적 모델링을 행하고, 이를 기본 틀로하여 모델식 중의 각 계수값을 튜닝하면서 얻은 공칭 플랜트 전달 함수를, 선형 분수 변환식에 대입하여 페루프 응답 실험 결과와 일치하도록 커브 피팅을 행함으로써, 각 전달 함수의 분모항이 같도록 모듈화하여 플랜트를 동정할 수 있었다.

2) 양측 자기 베어링에 전달 함수가 서로 같은 제어기를 장착한 경우와, 전달 함수가 서로 다른 제어기를 장착하여 행한 페루프 주파수 응답 실험을 서로 비교함으로써, 상대편 제어기에 의한 영향이 나타나는 부분과 플랜트의 고유 진동수를 구분하여 찾아낼 수 있었다.

3) 공칭 전달 함수들을 구하기 위한 커브 피팅에 있어서 강제 운동 관련 계수값들과 굽힘 운동 관련 계수값들을 구분하여 튜닝함으로써, 전체 커브 피팅을 비교적 쉽게 행할 수 있었다.

4) 이 연구 대상과 같이 구조가 대칭성을 가져 튜닝을 위한 계수의 수가 적은 MIMO 시스템에서는, 이 연구에서 제시한 방법이 공칭 플랜트 전달 함수를 구하는데 유용할 것이라 사료된다.

제 3 장 수치 해석을 통한 자기 베어링 시스템의 모델링

3.1 서 언

3.2 수치 해석을 통한 자기 베어링 시스템의 수학적 모델링

3.3 시뮬레이션과 실험 결과와의 비교 검토

3.4 결 언

Nomenclature

\mathbf{a} : 저차원화된 모드 좌표계 변위 벡터

\mathbf{b} : 저차원화된 모드 좌표계 힘 함수 벡터

C_1 : 전류 증폭기 회로 정전 용량 [C]

\mathbf{f} : 물리 좌표계 힘 벡터

\mathbf{f}_B : 자기 베어링에 의해 받는 힘 벡터

$\mathbf{G}(\mathbf{s})$: 플랜트 전달 함수 행렬

$G_{11}, G_{12}, G_{21}, G_{22}$: 각 플랜트 전달 함수

$\tilde{G}_{11}, \tilde{G}_{12}, \tilde{G}_{21}, \tilde{G}_{22}$: 각 공칭 플랜트 전달 함수

h_1, \mathbf{H}_1 : 센서 변위-전압 계수 [V/m], 변위-전압 계수 벡터

\mathbf{i}_c : 자기 베어링에 흐르는 제어 전류 벡터

$i_c^{L,R}$: 좌우측 전자석 코일에 흐르는 제어 전류 [A]

\mathbf{K} : 강성 행렬

$\hat{\mathbf{K}}$: 저차원화된 모드 강성 행렬

$\hat{\mathbf{K}}$: 모드 강성 행렬

\hat{k}_i : i 번째 진동형 강성 계수

L : 전자석 코일 인덕턴스 [H]

\mathbf{M} : 질량 행렬

$\hat{\mathbf{M}}$: 모드 질량 행렬

$\hat{\mathbf{M}}$: 저차원화된 모드 질량 행렬

\hat{m}_i : i 번째 진동형 질량 계수

N : 모멘트 [N·m]
 n : 절점수
 \mathbf{p} : 모드 좌표계 힘 벡터
 \mathbf{q} : 모드 좌표계 변위 벡터
 R_1 : 전류 증폭기 회로 저항값 [Ω]
 R_L : 전자석 코일 저항값 [Ω]
 r : 전체 자유도
 S : 전단력 [N]
 $T_{y_1 u_1}$: u_1 으로부터 y_1 까지 페루프 전달 함수
 $T_{y_2 u_1}$: u_1 으로부터 y_2 까지 페루프 전달 함수
 $\tilde{T}_{y_1 u_1}$: u_1 으로부터 y_1 까지 공칭 페루프 전달 함수
 $\tilde{T}_{y_2 u_1}$: u_1 으로부터 y_2 까지 공칭 페루프 전달 함수
 \mathbf{u}_1 : 저차원화된 모드 좌표계 제어 입력 벡터
 u_1, u_2 : 제어 입력 [V]
 V_S^L, V_S^R : 좌우측 센서 전압 [V]
 \mathbf{V}_S : 센서 전압 벡터
 \mathbf{x} : 물리 좌표계에서의 변위 벡터
 \mathbf{x}_B : 좌우의 자기 베어링 지지점에서의 변위 벡터
 \mathbf{x}_S : 센서 검출점에서의 변위 벡터
 x_S^L, x_S^R : 좌우측 센서 검출점에서의 변위 [m]
 x_B^L, x_B^R : 자기 베어링 지지점에서의 변위 [m]
 y : 각 절점의 횡변위 [m]

y_1, y_2 : 출력 [V]

z_1 : 저차원화된 모드 좌표계에서의 상태 벡터

θ : 각 절점의 각 변위 [도]

Φ : 진동형 행렬(Modal matrix)

3.1 서 언

이 장은 구조가 비교적 복잡할 뿐만 아니라 장경비가 큰 플렉시블한 탄성 로터에 대해, 유한 요소법을 이용한 수치 해석을 통하여 시스템을 모델링하는데 그 목적이 있다. 또한, 제어기의 구현을 용이하게 하기 위해, 저차원화된 공칭 모델을 구하고, 주파수 응답 실험 결과와 구해진 공칭 모델에 대한 응답 시뮬레이션 결과의 비교로부터 그 타당성을 검증한다. 여기서 주파수 응답 실험 결과는 제2장의 결과를 이용하였다.

3.2 수치 해석을 통한 자기 베어링 시스템의 수학적 모델링

3.2.1 탄성 로터계의 모드 해석을 통한 저차원 모델화 이론

이 장에서는 탄성 로터계를 여러 개의 유한 요소(finite element)로 나누는 이산화 과정을 통하여, 이산계(discrete system)로 모델링한다. 모델링의 간략화를 위하여 수직 방향과 수평 방향의 연성의 영향이 작다고 가정하고 중력 작용의 유무를 제외하면, 수평 및 수직 방향의 동특성이 동일하므로 이 장에서는 수평 방향 운동 성분만을 모델링한다.

로터계의 좌단과 우단 그리고 각 요소 사이의 결합점을 절점(node)이라 할 때, Fig. 3.1과 같이 탄성 로터계가 n 개의 절점을 갖는다면, 탄성 로터계의 면내 굽힘 진동을 해석할 경우, 각 절점은 횡방향과 회전 방향의 2개의 자유도를 가지므로, 탄성 로터계의 전체 자유도 r 은 $2n$ 이 된다. 그리고 절점과 절점 사이는 관성과 탄성을 갖는 보 요소로 모델링되고, 수치 계산시에는 4×4 의 크기를 갖는 보 요소의 질량 행렬과 강성 행렬이 사용된다⁴³⁾.

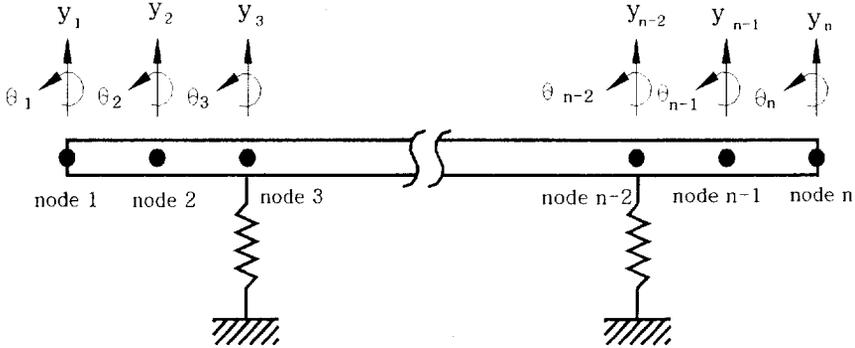


Fig. 3.1 Analytical model

감쇠를 무시할 수 있는 탄성 로터계의 운동 방정식을 행렬식으로 나타내면 식(3.1)과 같다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f} \quad (3.1)$$

여기서 행렬의 크기가 $r \times r$ 인 행렬 \mathbf{M} 과 \mathbf{K} 는 해석 대상인 탄성 로터계의 전체 질량 행렬과 강성 행렬이며, 해석적으로 분할된 보요소(beam element)의 질량 행렬과 강성 행렬을 조립하여 구할 수 있다. $\ddot{\mathbf{x}}$, \mathbf{x} 및 \mathbf{f} 는 각각 물리 좌표계의 전체 가속도 벡터, 변위 벡터 및 힘 벡터이다. 변위 벡터는 식(3.2)와 같이 각 절점의 횡변위 y_i 와 각변위 θ_i ($i=1, 2, \dots, n$)로 구성되며, r 개의 성분을 갖는다. 힘 벡터는 식(3.3)과 같이 전단력 S 와 모멘트 N 으로 구성되며, r 개의 성분을 갖는다.

$$\begin{aligned}\mathbf{x} &= \{x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{r-1}, x_r\}^T \\ &= \{y_1, \theta_1, y_2, \theta_2, \dots, y_n, \theta_n\}^T\end{aligned}\quad (3.2)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{f} &= \{f_1, f_2, f_3, f_4, \dots, f_{r-1}, f_r\}^T \\ &= \{S_1, N_1, S_2, N_2, \dots, S_n, N_n\}^T\end{aligned}\quad (3.3)$$

식(3.1)에서 힘 벡터를 제거한 후, 고유치 문제를 풀면 r 개의 고유 벡터, 즉, 진동형 벡터를 구할 수 있고, 진동형 행렬(modal matrix) Φ 는 진동형 벡터를 이용하여 식(3.4)와 같은 크기가 $r \times r$ 인 정방 행렬로 만들 수 있다.

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \dots & \Phi_{1j} & \dots & \Phi_{1r} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \dots & \Phi_{2j} & \dots & \Phi_{2r} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ \Phi_{i1} & \Phi_{i2} & \dots & \Phi_{ij} & \dots & \Phi_{ir} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ \Phi_{r1} & \Phi_{r2} & \dots & \Phi_{rj} & \dots & \Phi_{rr} \end{bmatrix}\quad (3.4)$$

여기서, 하첨자 i 는 각 절점의 자유도 번호를 나타내고, j 는 각 모드의 차수를 나타낸다. 식(3.1)에 진동형 행렬의 전치 Φ^T 를 곱하고, 식(3.5)의 좌표 변환을 행하면, 진동형 벡터의 직교성에 의해 식(3.6)과 같이 모드 좌표계의 운동 방정식을 구할 수 있다.

$$\mathbf{x} = \Phi \mathbf{q} \quad (3.5)$$

$$\hat{\mathbf{M}} \ddot{\mathbf{q}} + \hat{\mathbf{K}} \mathbf{q} = \mathbf{p} \quad (3.6)$$

여기서 $\ddot{\mathbf{q}}$, \mathbf{q} 및 \mathbf{p} 는 각각 모드 좌표계의 전체 가속도 벡터, 변위 벡터 및

힘 함수 벡터이며, 계의 전체 자유도가 r 이므로, 각각 r 개의 성분으로 구성된다. 구체적으로 변위 벡터와 힘 함수 벡터는 각각 식(3.7)과 식(3.8)과 같다.

$$\mathbf{q} = \{q_1, q_2, \dots, q_r\}^T \quad (3.7)$$

$$\mathbf{p} = \{p_1, p_2, \dots, p_r\}^T = \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{f} \quad (3.8)$$

그리고 $\widehat{\mathbf{M}}$ 과 $\widehat{\mathbf{K}}$ 는 모드 질량 행렬과 모드 강성 행렬이고, 행렬 \mathbf{M} 과 \mathbf{K} 가 실대칭 행렬일 때, 식(3.9) 및 (3.10)과 같이 각각 r 개의 대각 요소로 구성된다.

$$\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi} = \widehat{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \widehat{m}_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \widehat{m}_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \widehat{m}_i & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \widehat{m}_r \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\Phi} = \widehat{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \widehat{k}_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \widehat{k}_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \widehat{k}_i & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \widehat{k}_r \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

여기서, \widehat{m}_i 와 \widehat{k}_i 는 각각 i 번째 진동형 질량 계수와 강성 계수이다.

탄성 로터가 r 개의 자유도를 갖는 것으로 모델링하면, 해석적으로 r 개의 진동형 벡터를 구할 수 있지만, 일반적으로 탄성 로터의 동특성에 지배적인 것은 저차의 몇몇 진동형 벡터이므로, 이 장에서는 1차에서 4차까지의 저주파수 진동형 벡터만 고려한다. 따라서 저차원화된 운동 방정식은 식(3.11)과

같이 된다.

$$\tilde{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{a}} + \tilde{\mathbf{K}}\mathbf{a} = \mathbf{b} \quad (3.11)$$

여기서, 저차원화된 모드 질량 행렬 $\tilde{\mathbf{M}}$ 과 강성 행렬 $\tilde{\mathbf{K}}$, 그리고 저차원화된 모드 좌표계의 변위 벡터 \mathbf{a} 는 각각 식(3.12)에서 식(3.14)와 같다. 그리고 r 개의 성분으로 구성된 물리 좌표계의 힘 벡터 \mathbf{f} 중에서 실제로 로터에 작용하는 외력의 자유도가 전체 힘 벡터 \mathbf{f} 중에서 i 번째와 j 번째라면, 저차원화된 모드 좌표계의 힘 함수 벡터 \mathbf{b} 는 식(3.15)와 같다.

$$\tilde{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \hat{m}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{m}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{m}_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{m}_4 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$\tilde{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \hat{k}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{k}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{k}_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{k}_4 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$\mathbf{a} = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}^T \quad (3.14)$$

$$\mathbf{b} = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}^T = \tilde{\Phi}^T \mathbf{f} \quad (3.15)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \Phi &= \begin{bmatrix} \Phi_{i1} & \Phi_{i2} & \Phi_{i3} & \Phi_{i4} \\ \Phi_{j1} & \Phi_{j2} & \Phi_{j3} & \Phi_{j4} \end{bmatrix} \\ \mathbf{f} &= \{f_i, f_j\}^T \end{aligned} \quad (3.16)$$

이다.

여기서 상태 벡터 \mathbf{z}_1 과 제어 입력 \mathbf{u}_1 을 각각 식(3.17)과 식(3.18)과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_1 &\equiv \{ \mathbf{a}^T, \dot{\mathbf{a}}^T \}^T \\ &= \{ q_1, q_2, q_3, q_4, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3, \dot{q}_4 \}^T \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{f} \quad (3.18)$$

그러면 상태 방정식은 식(3.19)와 같이 된다.

$$\dot{\mathbf{z}}_1 = \mathbf{A}_1 \mathbf{z}_1 + \mathbf{B}_1 \mathbf{u}_1 \quad (3.19)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\hat{\mathbf{M}}^{-1} \hat{\mathbf{K}} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_1 &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \hat{\mathbf{M}}^{-1} \Phi^T \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.20)$$

이다.

한편, 물리 좌표계의 전체 변위 벡터 \mathbf{x} 중에서 i 번째와 j 번째 자유도 성분

으로 출력 \mathbf{y}_1 벡터를 선정한다면, 출력 벡터는 식(3.21)과 같이 된다.

$$\mathbf{y}_1 = \{x_i, x_j\}^T \quad (3.21)$$

따라서, 출력 방정식은 식(3.5)로부터 식(3.22)와 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{C}_1 \mathbf{z}_1 \quad (3.22)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_1 &= [\ \emptyset \quad \mathbf{0}] \\ &= \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} & \phi_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} & \phi_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.23)$$

이다.

3.2.2 저차원화된 탄성 로터계의 동특성에 관한 수치 해석

3.2.2.1 고유치 해석

이 장에서는 Fig. 2.3과 같은 자기 베어링 로터계를 총 34개의 보요소(전체 70자유도)로 모델링한 후, 경계 조건을 양단 자유로 고려하여, 고유치 해석을 수행하였다.

Fig. 3.2는 1차부터 4차까지의 횡방향 고유 모드를 구한 후, 각 진동 차수 별로 가장 큰 절점의 횡변위를 1로 하여 고유 모드를 정규화한 것이다. 1차와 2차 고유 모드는 강체 모드였고, 수치 해석 결과 고유 진동수는 거의 0

[rad/s] 였다. 3차와 4차 고유 진동수는 각각 1145 [rad/s] 와 2398 [rad/s] 였다.

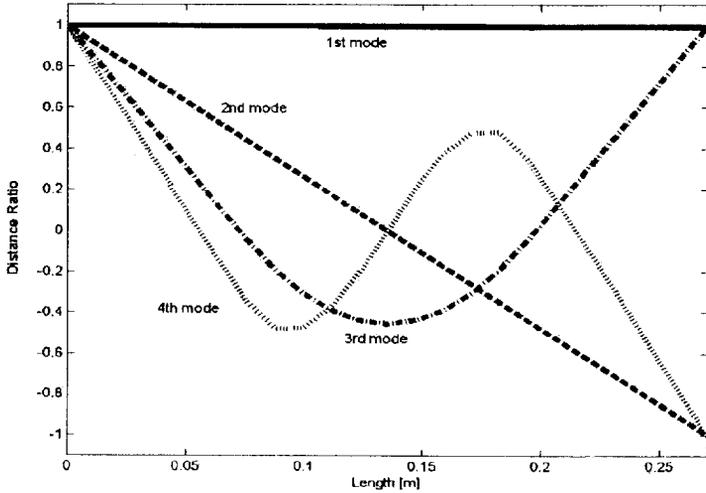


Fig. 3.2 Plots of the first four mode shapes of the free-free rotor system.

3.2.2.2 모드 해석

이 연구에서는 탄성 로터계에 대하여 70개의 자유도를 갖는 것으로 모델링하여 고유치 해석을 수행하였다. 따라서, 70개의 진동형 벡터를 구할 수 있지만, 이 연구에서는 전체 운동에 지배적인 1차에서 4차까지의 저주파수 진동형 벡터만을 고려하였다. 1차에서 4차까지의 진동형 벡터로 구한 저차원화된 모드 질량 행렬 $\hat{\mathbf{M}}$ 과 강성 행렬 $\hat{\mathbf{K}}$ 는 각각 식(3.24)와 식(3.25)와 같다.

$$\widehat{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} 8.7749 \times 10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4.2586 \times 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0598 \times 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.2125 \times 10^{-5} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$\widehat{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.3887 \times 10^1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6.9721 \times 10^1 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

또한, 모드 해석을 통하여 구한 로터계에서 좌우측 센서 검출점에서의 변위 x_S^L , x_S^R 와 자기 베어링 지지점에서의 변위 x_B^L , x_B^R 는 식(3.26) 및 식(3.27)과 같다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_S^L \\ x_S^R \end{bmatrix} &= \widetilde{\boldsymbol{\phi}}_S \mathbf{a} \\ &= \begin{bmatrix} -1.6900 \times 10^{-1} & -2.2050 \times 10^{-2} & -1.2803 \times 10^{-2} & 9.5357 \times 10^{-3} \\ -1.6900 \times 10^{-1} & 2.2050 \times 10^{-2} & -1.2803 \times 10^{-2} & -9.5357 \times 10^{-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_B^L \\ x_B^R \end{bmatrix} &= \widetilde{\boldsymbol{\phi}}_B \mathbf{a} \\ &= \begin{bmatrix} -1.6900 \times 10^{-1} & -1.8760 \times 10^{-2} & -9.1252 \times 10^{-3} & 5.9053 \times 10^{-3} \\ -1.6900 \times 10^{-1} & 1.8760 \times 10^{-2} & -9.1252 \times 10^{-3} & -5.9053 \times 10^{-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.27)$$

그리고 저차원화된 모드 좌표계의 힘 함수 벡터 \mathbf{b} 도 식(3.28)과 같이 로터계 좌우측 베어링에서의 힘 벡터 $\{f_B^L, f_B^R\}^T$ 로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{b} = \widetilde{\boldsymbol{\phi}}_B^T \mathbf{f} \quad (3.28)$$

$$= \begin{bmatrix} -1.6900 \times 10^{-1} & -1.6900 \times 10^{-1} \\ -1.8760 \times 10^{-2} & 1.8760 \times 10^{-2} \\ -9.1252 \times 10^{-3} & -9.1252 \times 10^{-3} \\ 5.9053 \times 10^{-3} & -5.9053 \times 10^{-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_B^L \\ f_B^R \end{bmatrix}$$

3.2.3 주변 장치의 수학적 모델링

Fig. 2.6에서 증폭기·전자석 코일의 회로 방정식은 식(3.29)와 같이 주어진다.

$$\frac{di_C^{L,R}}{dt} = -\alpha_1 i_C^{L,R} + \alpha_2 V_C^{L,R} \quad (3.29)$$

여기서, $i_C^{L,R}$ 은 좌우측 전자석 코일에 흐르는 제어 전류이다. 또한, $\alpha_1 = R_L/L$, $\alpha_2 = 1/L$ 이며, R_L 과 L 은 각각 전자석 코일의 저항값과 유도 계수이다. 식(3.29)를 상태 공간 방정식으로 표현하면 식(3.30) 및 식(3.31)과 같이 된다.

$$\dot{\mathbf{z}}_2 = \mathbf{A}_2 \mathbf{z}_2 + \mathbf{B}_2 \mathbf{u}_2 \quad (3.30)$$

$$\mathbf{y}_2 = \mathbf{C}_2 \mathbf{z}_2 \quad (3.31)$$

여기서,

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 0 \\ 0 & -\alpha_1 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$$\mathbf{z}_2 = \{i_c^L, i_c^R\}^T \quad (3.33)$$

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \alpha_2 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

$$\mathbf{u}_2 = \{V_c^L, V_c^R\}^T \quad (3.35)$$

$$\mathbf{y}_2 = \{i_c^L, i_c^R\}^T \quad (3.36)$$

$$\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

이다.

한편, 센서 검출점의 변위 벡터 \mathbf{x}_S 와 센서 전압 벡터 \mathbf{V}_S 사이의 관계는 식(3.38)로 주어진다.

$$\mathbf{V}_S = \mathbf{H}_1 \mathbf{x}_S \quad (3.38)$$

여기서,

$$\mathbf{V}_S = \{V_S^L, V_S^R\}^T \quad (3.39)$$

$$\mathbf{x}_S = \{x_S^L, x_S^R\}^T \quad (3.40)$$

$$\mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} h_1 & 0 \\ 0 & h_1 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

이며, V_S^L, V_S^R 은 변환된 좌우측의 센서 전압, 그리고 h_1 및 \mathbf{H}_1 은 각각 센서의 변위-전압 계수와 그 벡터이다.

또한, 좌우의 자기 베어링 지지점에서의 변위 벡터 \mathbf{x}_B , 자기 베어링에 흐

르는 제어 전류 벡터 \mathbf{i}_C , 그리고 자기 베어링에 의해 받는 힘 벡터 \mathbf{f}_B 사이의 관계는 식(3.42)로 주어진다.

$$\mathbf{f}_B = \mathbf{K}_{p1}\mathbf{x}_B + \mathbf{K}_{p2}\mathbf{i}_C \quad (3.42)$$

여기서,

$$\mathbf{f}_B = \{f_B^L, f_B^R\}^T \quad (3.43)$$

$$\mathbf{x}_B = \{x_B^L, x_B^R\}^T \quad (3.44)$$

$$\mathbf{i}_C = \{i_C^L, i_C^R\}^T \quad (3.45)$$

$$\mathbf{K}_{p1} = \begin{bmatrix} k_{p1} & 0 \\ 0 & k_{p1} \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

$$\mathbf{K}_{p2} = \begin{bmatrix} k_{p2} & 0 \\ 0 & k_{p2} \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

이다. 또한, $k_{p1} = \frac{4\eta i_b^2}{g_n^3}$, $k_{p2} = \frac{4\eta i_b}{g_n^2}$ 이며, η 는 흡입력 계수, i_b 는 바이어스 전류, g_n 은 공칭 공극이다.

3.2.4 전체 시스템의 상태공간 표현

탄성 로터의 저차원화된 상태 방정식인 식(3.19), 베어링 지지점에서의 변위에 관한 식(3.27), 저차원화된 베어링 지지점에서의 힘 함수 벡터인 식(3.28), 전류 증폭기·전자석 코일에 대한 상태 방정식인 식(3.30) 그리고 자기 베어링에 의해 받는 힘에 관한 식(3.42)를 조합한 상태 방정식은 식(3.48)

과 같이 된다.

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A} \mathbf{z} + \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (3.48)$$

여기서,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ (-\tilde{\mathbf{M}}^{-1}\tilde{\mathbf{K}} + \tilde{\mathbf{M}}^{-1}\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_B^T \mathbf{K}_{p1} \tilde{\boldsymbol{\Phi}}_B) & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{M}}^{-1}\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_B^T \mathbf{K}_{p2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{z} &= \{ \mathbf{z}_1^T, \mathbf{z}_2^T \}^T \\ &= \{ q_1, q_2, q_3, q_4, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3, \dot{q}_4, i_C^L, i_C^R \}^T \end{aligned} \quad (3.50)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_2 = \{ V_c^L, V_c^R \}^T \quad (3.52)$$

이다.

또한, 탄성 로터의 저차원화된 출력 방정식인 식(3.22)와 계측 시스템의 출력 방정식인 식(3.38)을 조합한 출력 방정식은 식(3.53)과 같이 된다.

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{z} \quad (3.53)$$

여기서,

$$\mathbf{y} = \{ V_S^L, V_S^R \}^T \quad (3.54)$$

$$\mathbf{C} = [\mathbf{H}_1 \tilde{\boldsymbol{\Phi}}_S \quad \mathbf{0}] \quad (3.55)$$

한편, 플랜트의 전달 함수 행렬은 식(3.56)과 같이 된다.

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

또한, 탄성 로터계에 대한 모드 해석 결과와 제2장에서 구한 주변 장치에 대한 모델식 중의 각 계수값을 이용하여 구한 각 전달 함수는 식(3.57) 및 식(3.58)과 같다.

$$G_{11}(= G_{22}) = \frac{-7.276 \times 10^{-12}s^9 - 8.9407 \times 10^{-8}s^8 + 7517033463.0576s^7 + 112755501945864s^6 + 4.110145 \times 10^{16}s^5 + 6.165217 \times 10^{20}s^4 + 2.047542 \times 10^{22}s^3 + 3.071313 \times 10^{26}s^2 - 1.620271 \times 10^{27}s - 2.430406 \times 10^{31}}{s^{10} + 30000s^9 + 231748996.6716s^8 + 202469900147.176s^7 + 1.52425932062636 \times 10^{15}s^6 + 1.720521 \times 10^{17}s^5 + 1.289288 \times 10^{21}s^4 - 3.306853 \times 10^{22}s^3 - 2.479743 \times 10^{26}s^2 + 1.191719 \times 10^{27}s + 8.937890 \times 10^{30}} \quad (3.57)$$

$$G_{12}(= G_{21}) = \frac{-7.276 \times 10^{-12}s^9 - 1.1921 \times 10^{-7}s^8 - 20755914.5812s^7 - 3.113387 \times 10^{11}s^6 + 3.073503 \times 10^{15}s^5 + 4.610254 \times 10^{19}s^4 - 1.293653 \times 10^{22}s^3 - 1.940479 \times 10^{26}s^2 + 1.306222 \times 10^{26}s + 1.959332 \times 10^{30}}{s^{10} + 30000s^9 + 231748996.6716s^8 + 202469900147.176s^7 + 1.52425932062636 \times 10^{15}s^6 + 1.720521 \times 10^{17}s^5 + 1.289288 \times 10^{21}s^4 - 3.306853 \times 10^{22}s^3 - 2.479743 \times 10^{26}s^2 + 1.191719 \times 10^{27}s + 8.937890 \times 10^{30}} \quad (3.58)$$

3.3 시뮬레이션과 실험 결과와의 비교 검토

Fig. 3.3은 이상의 수치 해석을 통하여 구한 제어를 제외한 전체 시스템 (이하 ‘플랜트’라고 한다)의 공칭 전달 함수 G_{11} 과 G_{12} 의 주파수 응답을 나타낸 그림이며, 이 연구 대상과 같이 좌우 대칭의 구조를 갖는 경우에는 $G_{22} \simeq G_{11}$, $G_{21} \simeq G_{12}$ 가 된다.

이 연구의 대상인 자기 베어링 시스템은 본질적으로 불안정계이므로 페루프 주파수 응답 실험을 행하였다. 로터의 수평 방향 운동과 수직 방향 운동이 서로 연성되어 있지 않다고 가정할 때의 자기 베어링 제어 시스템의 블록 선도는 Fig. 2.7과 같이 주어진다. Fig. 2.7에서 u_1 , y_1 , C_1 은 각각 자기 베어링 좌측(또는 우측)의 제어 입력, 출력, 제어기 전달 함수이며, u_2 , y_2 , C_2 는 각각 그 반대편의 제어 입력, 출력, 제어기 전달 함수이다. 실험에서 C_1 은 그 값을 모르는 기 장착된 아날로그 제어를 사용했으며, C_2 는 DSP를 이용한 외부의 디지털 제어기로서 게인이 2.0인 비례 제어기를 사용하였다. 페루프 전달 함수, 제어기 전달 함수, 플랜트 전달 함수 사이의 관계는 식 (2.36)에서 식(2.38)과 같은 선형 분수 변환식으로 주어진다.

Fig. 3.4는 수치 해석을 통해 얻은 플랜트 전달 함수의 타당성을 검증하기 위해서 선형 분수 변환식에 이를 대입한 시뮬레이션 응답과 주파수 응답 실험 결과를 나타낸 그림이다. Fig. 3.4에서 저주파에서 고주파 쪽으로 두 번째 및 세 번째 나타나는 공진 주파수는 각각 1145 [rad/s] 와 2395 [rad/s] 로서, 각각 3.2절에서 수치 해석적으로 구한 3차와 4차 고유 진동수와 거의 일치하였다. 또한, 첫 번째 나타나는 공진은 선형 분수 변환식 식(3.1)의 우변 둘째 항에 의해 나타난 것으로 추정된다.

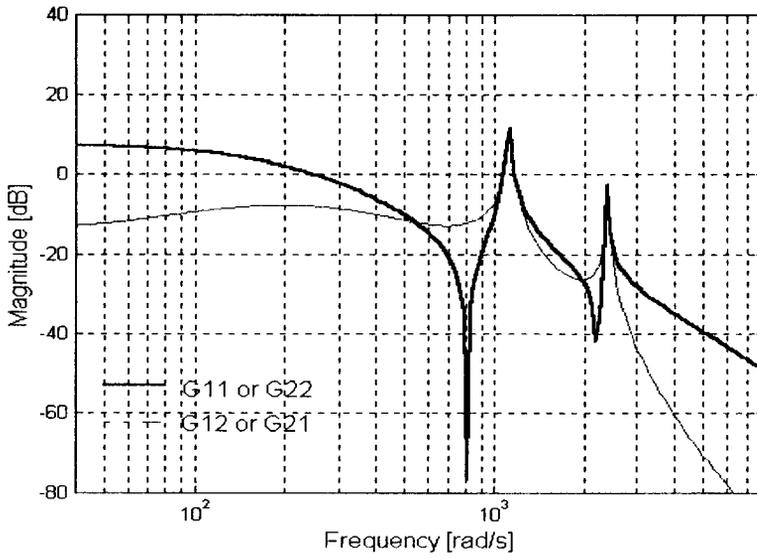


Fig. 3.3 Frequency responses of nominal plant G_{11} , G_{12}

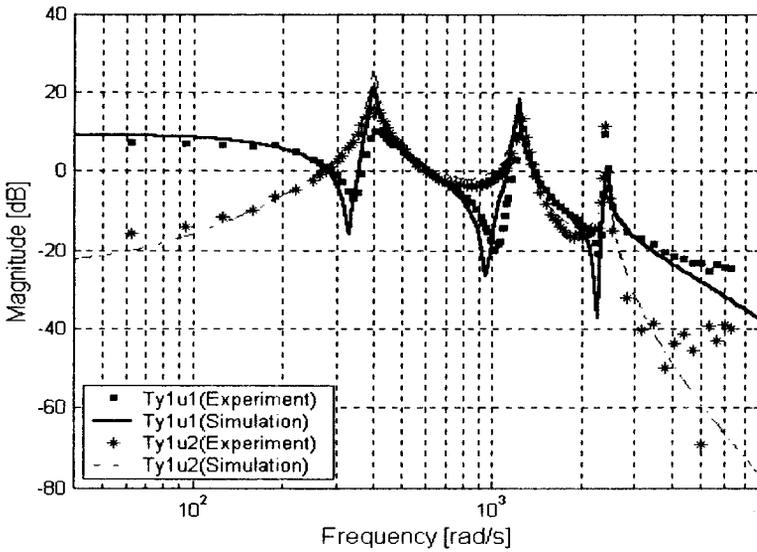


Fig. 3.4 Frequency response of y_1/u_1 and y_2/u_1

3.4 결 언

이 장에서는 횡축형 자기 베어링 시스템의 탄성 로터에 대해 유한 요소법에 의한 수치 해석을 통하여 저차원화된 공칭 모델을 구하고, 구해진 모델에 대한 주파수 응답 시뮬레이션 결과와 페루프 주파수 응답 실험 결과를 비교 검토하였다. 그 결과 두 결과가 거의 일치하였으며, 아울러 제 2장의 결과와도 거의 일치하였다.

제 4 장 제어기의 구성 및 부상 실험

4.1 서 언

4.2 자기 베어링 시스템의 강체 모델링

4.3 제어기의 설계

4.4 부상 실험과 결과 고찰

4.5 결 언

Nomenclature

A_r : 강체 모드 시스템 행렬

B_r : 강체 모드 입력 행렬

C_r : 강체 모드 출력 행렬

C_1 : 전류 증폭기 회로 정전 용량 [C]

F_b, F_r : 좌측, 우측 베어링력 [N]

$G(s)$: 플랜트 전달 함수 행렬

$G_{11}, G_{12}, G_{21}, G_{22}$: 각 플랜트 전달 함수

I_0 : 로터의 회전 관성 모멘트 [$\text{kg}\cdot\text{m}^2$]

$i_{c,r}$: 좌우 제어 전류 [A]

$K_1(s)$: 병진 변위 보상기

$K_2(s)$: 기울기 변위 보상기

K_{dx} : 병진 속도 게인

K_{dt} : 각 속도 게인

K_p : 비례 게인

K_{px} : 병진 변위 게인

K_{pt} : 각 변위 게인

L : 전자석 코일 인덕턴스 [H]

l_1 : 로터 질량 중심점에서 베어링 중심점까지 거리 [m]

l_3 : 로터 질량 중심점에서 센서까지 거리 [m]

m : 로터 질량 [kg]

R_1 : 전류 증폭기 회로 저항값 [Ω]

- R_L : 전자석 코일 저항값 [Ω]
- r : 외부 여기 신호
- T_d : 미분 계수
- \mathbf{u} : 제어 입력 벡터
- u_1, u_2 : 좌측, 우측 제어 입력 [V]
- u_x : 병진 변위에 대한 제어 입력 [V]
- u_t : 기울기 변위에 대한 제어 입력 [V]
- $V_{c,l,r}$: 좌우 제어기에서 발생한 제어 전압 [V]
- $V_{s,l,r}$: 좌우측 센서 출력 전압 [V]
- \mathbf{x}_r : 강체 모드 상태 벡터
- x_0 : 로터 질량 중심점에서의 수평 변위 [m]
- x_{bl}, x_{br} : 좌측, 우측 베어링 위치에서의 로터 수평 변위 [m]
- x_{sl}, x_{sr} : 좌측, 우측 센서 위치에서의 로터 수평 변위 [m]
- \mathbf{y}_r : 강체 모드 출력 벡터
- y_1, y_2 : 좌우측 출력 [V]
- α : 전류 증폭기 · 전자석 코일 회로 게인
- β_1 : 센서의 선형 변위-전압 계수 [V/m]
- λ : 기울기 변위 반영 게인
- θ : 로터의 축방향에 반시계 수평 방향으로 기울어진 각 [도]
- x_1 : 선형 로터 변위-베어링력 계수 [N/m]

4.1 서 언

현재 실용화되고 있는 자기 베어링형 회전 기계의 대부분은 강체 로터로 설계되어 있다. 강체 로터는 탄성 로터에 비해 제어기 설계가 용이하고 진동·제어 문제에 대한 대응이 쉽다. 자기 베어링의 로터에 대한 기본적인 지지 기능은 스프링과 댐핑으로서, 로터의 변위에 비례한 스프링력(비례 제어)과 속도에 비례한 댐핑력(미분 제어)을 발생하도록 하는 것이 제어의 기본 원리이다⁴⁴⁾.

한편, 종래에 시판된 자기 베어링 시스템에는 대부분 아날로그식 제어기가 장착되어 있는데, 이는 잡음 등에 의하여 신호 처리가 부정확할 뿐만 아니라 제어기의 열화, 기타 원인에 의해 시스템의 파라미터가 변동하기 쉬운 단점을 가지고 있다. 최근 마이크로프로세서의 비약적인 발달에 힘입어 DSP 등과 같은 마이크로프로세서를 이용한 연속계에 가까운 제어기의 구현이 가능하게 됨에 따라, 아날로그식 제어기의 단점을 보완할 뿐만 아니라, 제어기 설계의 유연성을 가진 디지털 제어기의 중요성이 점차 인식되어 가고 있다.

한편, 양단을 자기력으로 지지하고 있는 횡축형 자기 베어링에서는 일반적으로 로터의 병진 운동과 x 축 또는 y 축 둘레의 회전 운동(기울기 운동)이 간섭하므로, 베어링 양단을 각각 분산 제어할 경우에는 원만한 제어 성능을 확보하기가 어렵다. 따라서 이러한 간섭에 의한 변위를 보상하는 제어기의 설계를 필요로 하게 된다.

이 장에서는 횡축형 자기 베어링에 대해, 제어 대상인 로터를 강체 모드로 모델링한 뒤, 로터의 병진 운동과 회전 운동의 간섭을 보상하는 집중형 제어기를 PD 제어칙으로 설계하고 DSP를 이용하여 제어기를 구현한 뒤, 시뮬레이션과 실험을 통하여 설계된 제어기의 타당성을 검증한다.

4.2 자기 베어링 시스템의 강체 모델링

Fig. 2.2와 같은 자기 베어링 시스템에서 Fig. 2.4와 같이 로터를 강체 운동하는 것으로 간주하고, Fig. 2.6와 같은 전류 증폭기 및 자기 코일 회로에서, 외부 제어기의 출력단에서 전류 증폭단까지의 게인을 1로 하며 전자 코일의 인덕턴스의 영향을 무시할 경우, 전체 시스템의 상태 방정식은 식(4.1)과 같이 주어진다.

$$\dot{\mathbf{x}}_r = \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r + \mathbf{B}_r \mathbf{u} \quad (4.1)$$

여기서,

$$\mathbf{A}_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 \frac{x_1}{m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \frac{x_1}{I_0} l_1^2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_r = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{x_2}{m} \alpha & \frac{x_2}{m} \alpha \\ 0 & 0 \\ -\frac{x_2}{I_0} l_1 \alpha & \frac{x_2}{I_0} l_1 \alpha \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}_r = [x_0 \quad \dot{x}_0 \quad \theta \quad \dot{\theta}]^T$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} V_{c1} \\ V_{c2} \end{bmatrix}$$

이며, x_1 , x_2 는 각각 선형 로터 변위-베어링력 계수 및 베어링 전류-베어링력 계수, I_0 는 수직축에 대한 로터의 회전 관성 모멘트이다. 또한 전자 코일

에 있어서 인덕턴스의 영향을 무시할 경우 $\alpha = 1/R_L$ 이다.

한편, 출력 방정식은 식(4.2)와 같이 주어진다.

$$\mathbf{y}_r = \begin{bmatrix} V_{s_i} \\ V_{s_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 & -\beta_1 l_3 & 0 \\ \beta_1 & 0 & \beta_1 l_3 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_r \quad (4.2)$$

여기서, β_1 은 센서에서의 변위-전압 계수이다.

이상의 상태 공간 방정식으로부터, 전체 시스템의 전달 함수 행렬을 구하면 식(4.3)과 같이 되며, 전체 시스템의 블록 선도는 Fig. 4.1과 같다.

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

여기서,

$$G_{11} = \frac{(b_1 a c_1 + b_2 a c_2) s^2 - (b_1 a c_1 a_2 + b_2 a c_2 a_1)}{s^4 - (a_1 + a_2) s^2 - a_1 a_2}$$

$$G_{12} = \frac{(b_1 a c_1 - b_2 a c_2) s^2 - (b_1 a c_1 a_2 - b_2 a c_2 a_1)}{s^4 - (a_1 + a_2) s^2 - a_1 a_2}$$

$$G_{22} = G_{11}, \quad G_{21} = G_{12},$$

자기 베어링 시스템에 대한 동정 실험⁴⁵⁾과 수치 해석⁴⁶⁾을 통하여 구한 모델식 중의 각 계수값과 공칭 전달 함수는 다음과 같으며, 이때의 자기 베어링 시스템의 공칭 전달 함수에 대한 주파수 응답은 Fig. 4.2와 같다.

$$a_1 = 2 \frac{x_1}{m} = 5.9 \times 10^4$$

$$a_2 = 2 \frac{x_1}{I_0} l_1^2 = 1.1 \times 10^5$$

$$b_1 \alpha = \frac{x_2}{m} \alpha = 7.1$$

$$b_2 \alpha = \frac{x_2}{I_0} l_1 \alpha = 1.2 \times 10^2$$

$$c_1 = \beta_1 = 1.0 \times 10^4$$

$$c_2 = \beta_1 l_3 = 1.3 \times 10^3$$

$$G_{11}(= G_{22}) = \frac{221935.4839s^2 - 16713548387.0968}{s^4 - 169000s^2 + 6.490000 \times 10^9}$$

$$G_{12}(= G_{21}) = \frac{-80000s^2 + 1100645161.2903}{s^4 - 169000s^2 + 6.490000 \times 10^9}$$

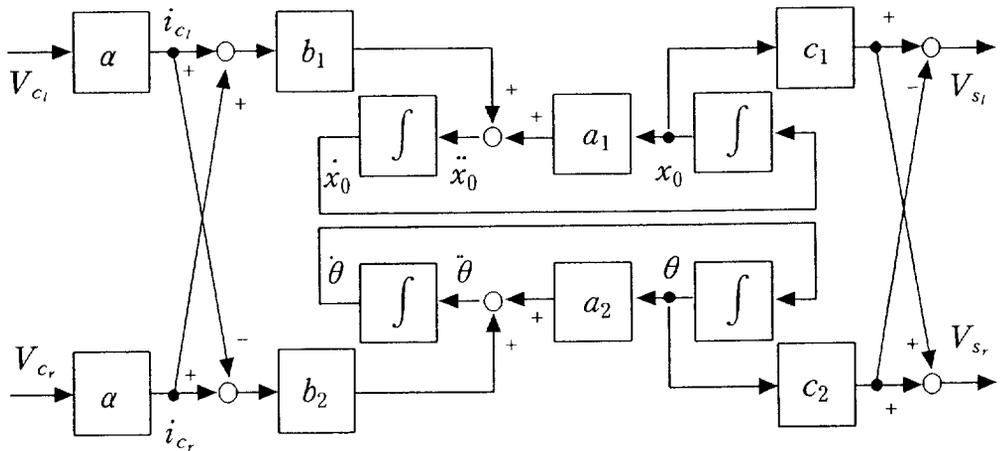


Fig. 4.1 Block diagram of the magnetic bearing system in the case of rigid body model

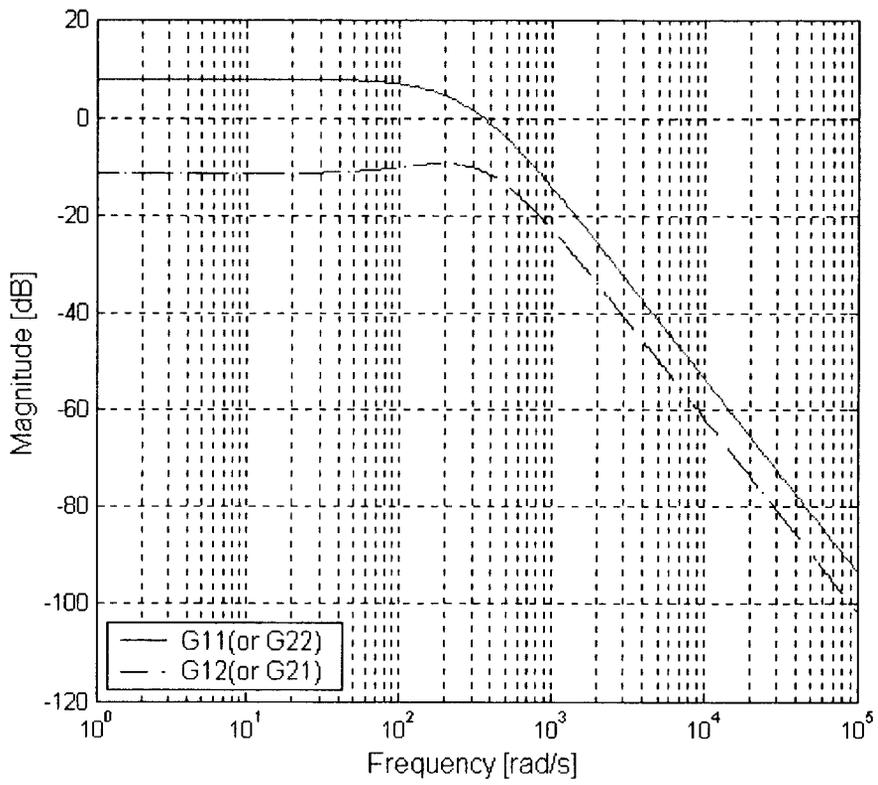


Fig. 4.2 Frequency responses of the magnetic bearing system in the case of rigid body model

4.3 제어기의 설계

이 절에서는 앞 절에서 구한 시스템의 상태 공간 방정식을 근거로 하여, 강체 로터의 부상 안정을 위한 제어기를 설계하고자 한다.

좌우측 베어링에서 발생하는 제어력이 각측 베어링에 작용할 때, 강체 로터는 병진 운동을 하는 것 외에도 x 축 또는 y 축 둘레의 회전 운동을 한다. 그런데 로터의 회전 운동은 서로 반대측단의 변위에도 영향을 미치므로 이를 고려하지 않으면 원만한 제어 성능을 확보하기 어렵다. 따라서, 이 장에서는 Fig. 4.3과 같이 상호 반대측단의 변위를 자기측 제어 신호에 반영함으로써, 회전 운동에 의한 음의 변위(이하 기울기 변위) 발생을 보상함과 동시에 병진 운동에 의한 평형점으로서의 회복 성능을 개선하는 한 방법을 제안한다. 즉, 로터의 반대측단의 변위를 검출하여 식(4.5)과 같이 주어지는 제어기를 통하여 발생된 신호를 자기측 제어 신호에 첨가한다.

Fig. 4.3은 이 연구에서 제안하는 제어 시스템의 블록 선도이다. 좌우(또는 상하)측의 제어기 $K_1(s)$ 는 PD 제어기로서 식(4.4)와 같이 주어지며, 기울기 변위를 보상하기 위한 제어기는 식(4.5)와 같이 주어진다.

$$K_1(s) = K_p(1 + T_d s) \quad (4.4)$$

$$K_2(s) = \lambda K_1(s) \quad (4.5)$$

여기서 λ 는 반대측 센서의 출력 전압에 대한 반영 계인이다.

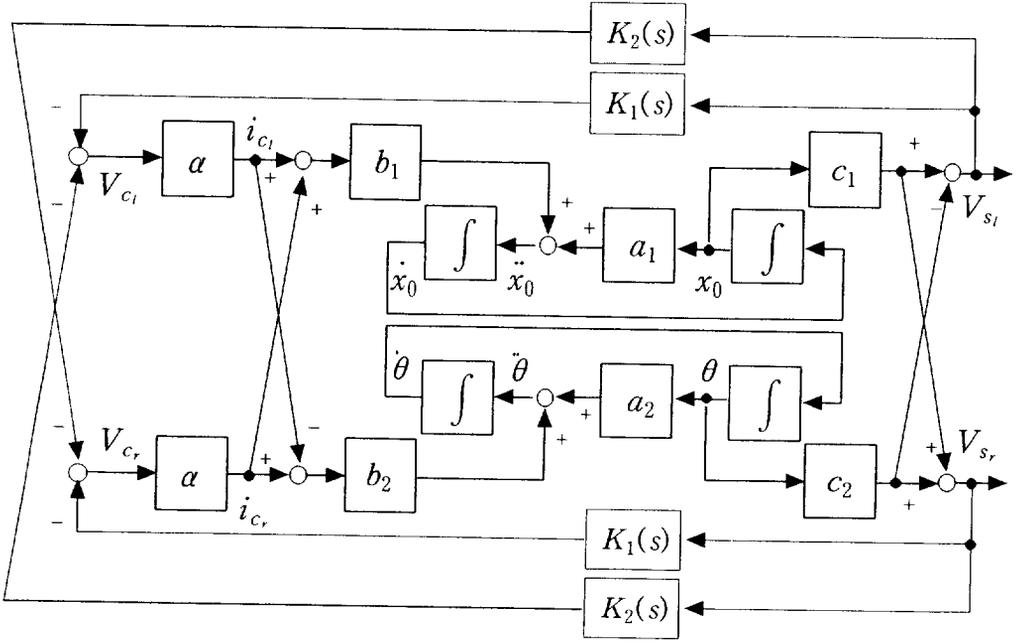


Fig. 4.3 Block diagram of control system

이 연구에서 제안하는 제어 방식의 이론적 근거는 다음과 같다. 즉, 식(4.1)을 풀어쓰면 식(4.6) 및 식(4.7)과 같이 된다.

$$m\ddot{x}_0 = k_{mx}x_0 + x_2\alpha V_{c_i} + x_2\alpha V_{c_r} \quad (4.6)$$

$$I_0\ddot{\theta} = k_{m_t}\theta - x_2l_1\alpha V_{c_i} + x_2l_1\alpha V_{c_r} \quad (4.7)$$

여기서, $k_{mx} = 2x_1$, $k_{m_t} = 2x_1l_1^2$ 이다.

한편, 병진 변위에 대한 제어 입력 u_x 와 기울기 변위에 대한 제어 입력

u_t 를 각각 식(4.8) 및 식(4.9)와 같이 정의한다.

$$u_x \equiv x_2 \alpha V_{c_i} + x_2 \alpha V_{c_r} \quad (4.8)$$

$$u_t \equiv -x_2 l_1 \alpha V_{c_i} + x_2 l_1 \alpha V_{c_r} \quad (4.9)$$

그러면, 식(4.6), 식(4.7) 및 식(4.8), 식(4.9)로부터 식(4.10) 및 식(4.11)과 같이 u_x 는 x_0 의 함수로, u_t 는 θ 의 함수로 표현되어 진다.

$$m \ddot{x}_0 - k_{mx} x_0 = u_x \quad (4.10)$$

$$I_0 \ddot{\theta} - k_{m\theta} \theta = u_t \quad (4.11)$$

그런데, 식(4.8) 및 식(4.9)로부터 식(4.12) 및 식(4.13)과 같이 V_{c_i} , V_{c_r} 은 u_x , u_t 의 함수로 표현할 수 있다.

$$V_{c_i} = \frac{1}{2x_2 \alpha} u_x - \frac{1}{2x_2 l_1 \alpha} u_t \quad (4.12)$$

$$V_{c_r} = \frac{1}{2x_2 \alpha} u_x + \frac{1}{2x_2 l_1 \alpha} u_t \quad (4.13)$$

따라서 V_{c_i} , V_{c_r} 은 식(4.14)와 식(4.15)와 같이 x_0 , \ddot{x}_0 와 θ , $\ddot{\theta}$ 의 상태 피드백으로 표현할 수 있다.

$$V_{c_i} = \frac{1}{2x_2 \alpha} (m \ddot{x}_0 - k_{mx} x_0) - \frac{1}{2x_2 l_1 \alpha} (I_0 \ddot{\theta} - k_{m\theta} \theta) \quad (4.14)$$

$$V_c = \frac{1}{2x_2\alpha} (m\ddot{x}_0 - k_{mx}x_0) + \frac{1}{2x_2l_1\alpha} (I_0\ddot{\theta} - k_{m\theta}\theta) \quad (4.15)$$

여기서, 각 제어 입력으로서의 상태 피드백 제어칙을 각각 식(4.16) 및 식(4.17)과 같이 둔다.

$$u_x \equiv -K_{px}x_0 - K_{dx}\dot{x}_0 \quad (4.16)$$

$$u_\theta \equiv -K_{p\theta}\theta - K_{d\theta}\dot{\theta} \quad (4.17)$$

그러면, 로터의 운동 방정식은 식(4.10), 식(4.11)와 식(4.16), 식(4.17)로부터 식(4.18) 및 식(4.19)와 같이 주어진다.

$$\ddot{x}_0 = \frac{k_{mx}}{m}x_0 - \frac{K_{px}}{m}x_0 - \frac{K_{dx}}{m}\dot{x}_0 \quad (4.18)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{k_{m\theta}}{I_0}\theta - \frac{K_{p\theta}}{I_0}\theta - \frac{K_{d\theta}}{I_0}\dot{\theta} \quad (4.19)$$

여기서,

$$K_{px} = 2x_1\alpha\beta_1(1+\lambda)K_p \quad (4.20)$$

$$K_{dx} = 2x_1\alpha\beta_1(1+\lambda)K_pT_d \quad (4.21)$$

$$K_{p\theta} = 2x_1\alpha\beta_1(1-\lambda)K_p \quad (4.22)$$

$$K_{d\theta} = 2x_1\alpha\beta_1(1-\lambda)K_pT_d \quad (4.23)$$

이다.

그리고, 이때의 자기 베어링 제어 시스템의 블록 선도는 Fig. 4.4와 같다.

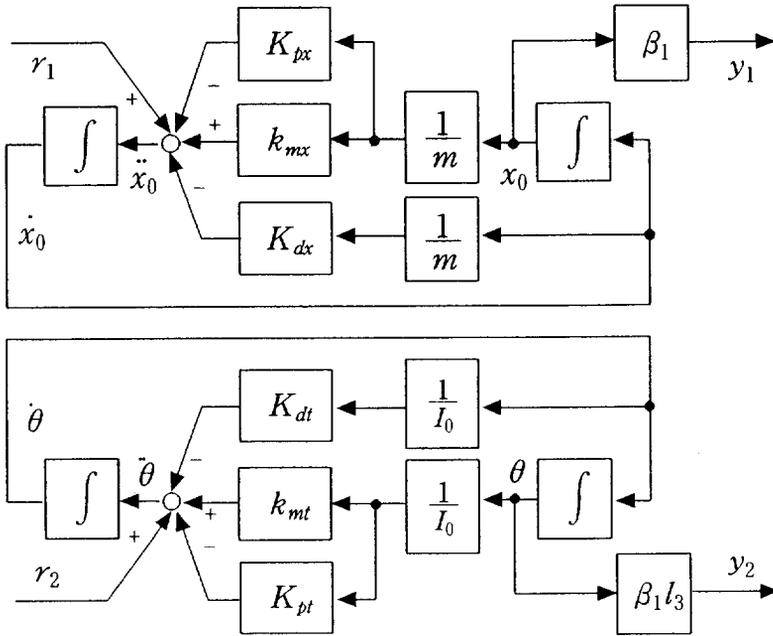


Fig. 4.4 Block diagram of PD control system

여기서, 식(4.18)과 식(4.19)를 라플라스 변환을 하여 페루프 시스템의 특성 방정식을 구하면 식(4.24)와 같이 되며, 이로부터 페루프 극점의 안정 영역은 Routh-Hurwitz 안정도 판별법을 이용하여 식(4.25) 및 식(4.26)과 같이 구할 수 있다.

$$(ms^2 + K_{dx}s + K_{px} - k_{mx})(I_0s^2 + K_{dt}s + K_{pt} - k_{mt}) = 0 \quad (4.24)$$

$$K_{dx}(K_{px} - k_{mx}) > 0 \quad (4.25)$$

$$K_{dt}(K_{pt} - k_{mt}) > 0 \quad (4.26)$$

한편, 제안된 제어기에 의한 제어 시스템에서, 자기 베어링 시스템과 각 제어기의 전달 함수를 각각 식(4.27), 식(4.28) 및 식(4.29)와 같이 놓을 때, r_1 에서 y_1 까지 페루프 전달 함수와 r_2 에서 y_1 까지 페루프 전달 함수는 각각 식(4.30)와 식(4.31)로 나타낼 수 있다.

$$G_{11}(s) = \frac{N_{G_{11}}(s)}{D_{G_{11}}(s)}, \quad G_{12}(s) = \frac{N_{G_{12}}(s)}{D_{G_{12}}(s)} \quad (4.27)$$

$$G_{21}(s) = \frac{N_{G_{21}}(s)}{D_{G_{21}}(s)}, \quad G_{22}(s) = \frac{N_{G_{22}}(s)}{D_{G_{22}}(s)} \quad (4.28)$$

$$K_1(s) = \frac{N_{K_1}(s)}{D_{K_1}(s)}, \quad K_2(s) = \frac{N_{K_2}(s)}{D_{K_2}(s)} \quad (4.29)$$

$$\frac{Y_1(s)}{R_1(s)} = \frac{D_{K_1}(s)(N_{G_{11}}(s)N_A(s) - N_B(s)N_{G_{21}}(s))}{N_A(s)N_A(s) - N_B(s)N_B(s)} \quad (4.30)$$

$$\frac{Y_1(s)}{R_2(s)} = \frac{D_{K_1}(s)(N_{G_{12}}(s)N_A(s) - N_B(s)N_{G_{22}}(s))}{N_A(s)N_A(s) - N_B(s)N_B(s)} \quad (4.31)$$

여기서,

$$N_A(s) = D_{K_1}(s)D_{G_{12}}(s) + N_{G_{11}}(s)N_{K_1}(s) + N_{G_{12}}(s)N_{K_2}(s)$$

$$N_B(s) = -N_{G_{11}}(s)N_{K_2}(s) - N_{G_{12}}(s)N_{K_2}(s)$$

이다.

식(4.16) 및 식(4.17)을 좌우 베어링 위치에서의 로터의 변위 x_{bl} , x_{br} 에 관한 제어 입력식으로 변환하면 식(4.32) 및 식(4.33)과 같이 된다.

$$u_{xl} = -K_p(1 + T_d s)x_{bl} - \lambda K_p(1 + T_d s)x_{br} \quad (4.24)$$

$$u_{xr} = -K_p(1 + T_d s)x_{br} - \lambda K_p(1 + T_d s)x_{bl} \quad (4.25)$$

식(4.24)의 특성 방정식의 근이 원하는 정착 시간 내에 들고 최대 오버슈트의 제한을 만족하는 곳에 위치하도록 PD 제어기의 파라미터 K_p 와 λ 및 T_d 를 시행 착오를 거쳐 선정된 결과, $K_p=1.2$, $\lambda=0.4$, $T_d=0.0002$ 로 결정하였으며, Fig. 4.5는 이때의 페루프 시스템에 대한 주파수 응답을 나타낸 그림이다.

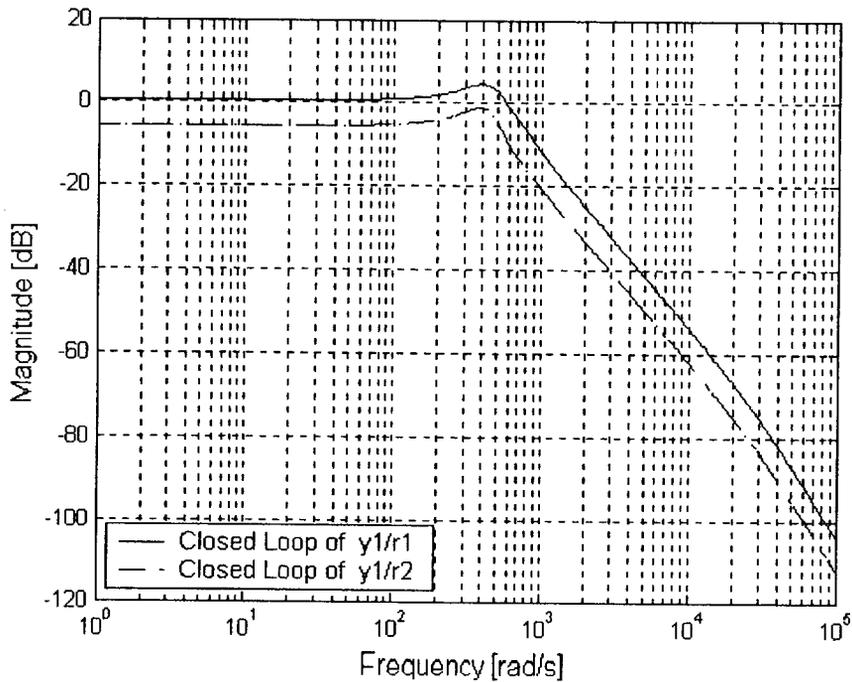


Fig. 4.5 Frequency responses of closed loop system

4.4 부상 실험과 결과 고찰

Fig. 4.6는 이 연구에서 제안된 제어 방법의 타당성을 검증 위한 실험 장치를, Fig. 4.7은 디지털 제어기를, 그리고 Fig. 4.8은 실험 장치의 개략도를 나타낸 그림이다. 여기서, 굵은 점선 부분은 DSP가 제어기로서 담당하는 부분이다.

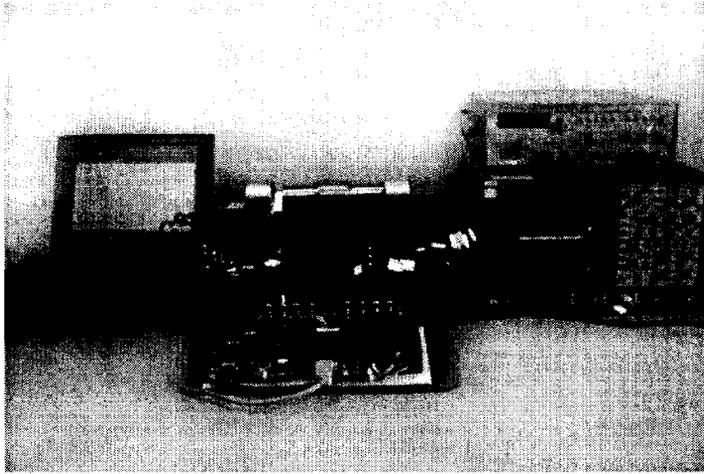


Fig. 4.6 Configuration of experimental apparatus

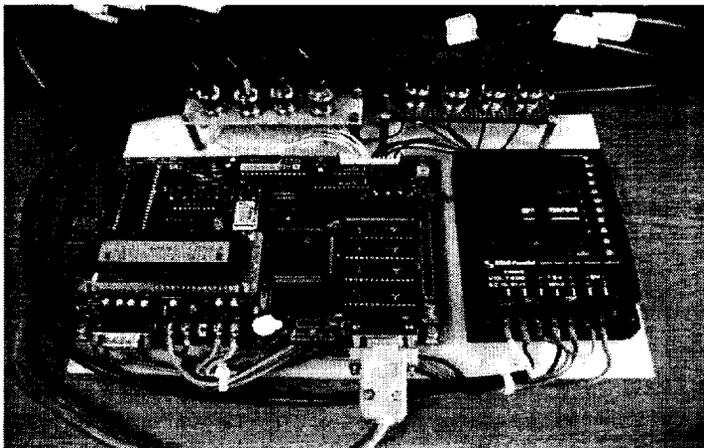


Fig. 4.7 Configuration of digital controller

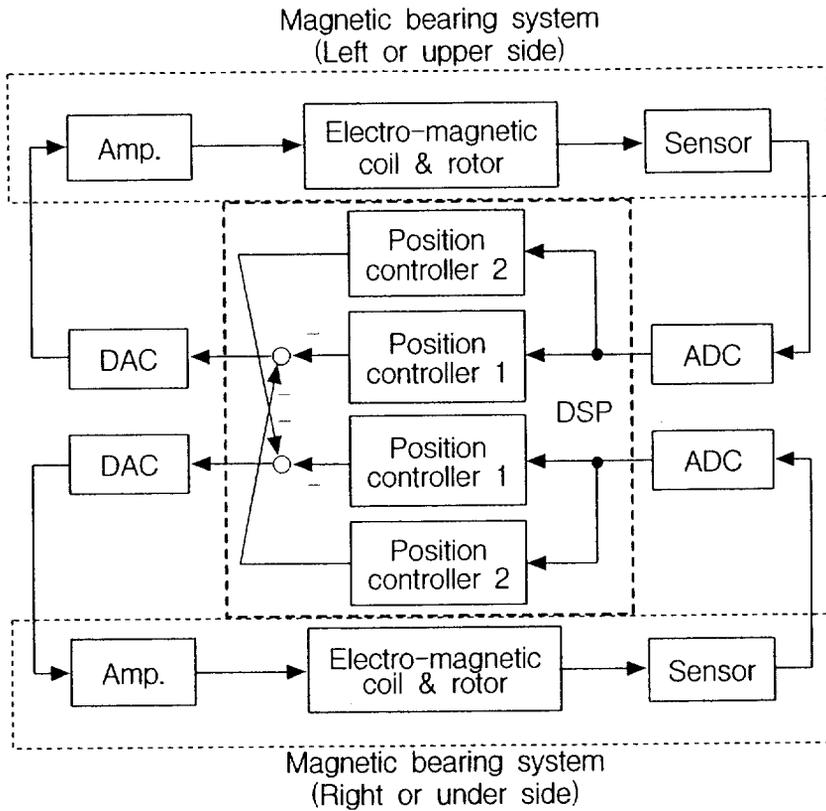


Fig. 4.8 Schematic diagram of the experimental apparatus

또한, 이 연구에서 사용된 제어기의 하드웨어 구성은 Table. 4.1과 같다.

Table. 4.1 제어기 구성 하드웨어

종 류	소 자 명	사 양	용 도
DSP	TMS320C32	32비트 부동소수점 연산	마이크로프로세서
EPLD	EPM7064	EEPROM형	I/O 어드레스 매핑
EPROM	27C512	64KB	외부 프로그램 로딩
SRAM	KM68257	32비트 워드	사용자 프로그램 및 데이터
ADC	MAX122	12비트 8채널 -5~+5V 2.6us(500Ksps)	A/D 컨버터
MUX	DG508	8×1	아날로그 멀티플렉서
DAC	AD664	12비트 4채널 -5~+5V	D/A 컨버터
PPI	8255A	2×8비트, 4×4비트 포트	병렬입출력 인터페이스
PCI	8251A	64/38.4Kbaud	직렬통신 인터페이스
	MAX232		RS-232C 직렬통신

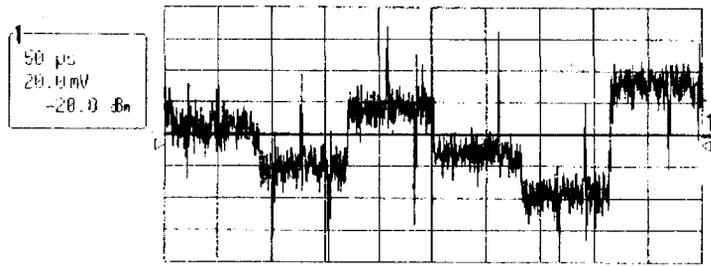
이 연구에서 마이크로프로세서로 사용된 DSP는 TI(Texas Instrument)사의 TMS320C32이다. 이 마이크로프로세서는 RISC(Reduced Instruction Set Computer) 프로세서로서 고속의 연산과 마이크로 컨트롤러에 비견되는 입출력 장치를 가지고 있다. 특히, 수정된 하바드 구조와 함께 2개의 DMA

(Direct Memory Access) 장치 및 명령어의 파이프 라인 처리, 곱셈기의 하드웨어 구현 등을 통해 1사이클 1명령이 가능하다. 이러한 TMS320C32의 주요 기능 및 특징을 요약하면,

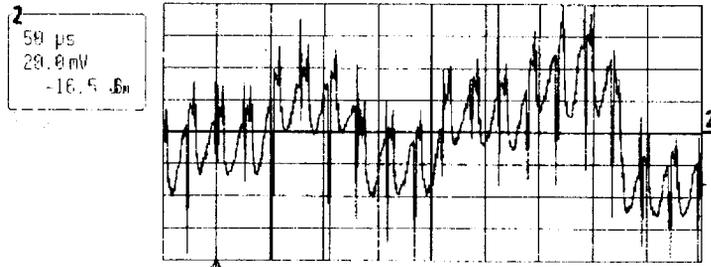
- ① 연산 방식과 구조에 있어, 32비트 부동소수점 연산방식, 수정된 하바드 구조(3개의 내부버스, 1개의 외부버스), 레지스터 중심 구조.
 - ② 처리 속도에 있어, 50MHz 클럭 주파수, 2 클럭 1동작 사이클.
 - ③ 명령어에 있어, ALU와 곱셈기 사용하여 2개 명령을 단일 사이클에 실행, 조건부 블랜치, call, return 명령을 단일 사이클에 실행, 블록 반복 처리, 단일사이클 분기 가능, 멀티프로세싱 가능.
 - ④ 내부 구조에 있어, 8개의 40/32비트 확장 정밀 레지스터(누산기 기능), 8개의 32비트 보조 레지스터, 40/32비트 부동소수점/정수 산술 및 논리 연산장치(ALU), 40/32비트 부동소수점/정수 곱셈기, 32비트 barrel shifter, 보조 레지스터와 보조 레지스터 연산기를 갖는 2개의 어드레스 발생기.
 - ⑤ I/O에 있어, I/O와 CPU 동시 동작 수행용 2채널 DMA 제어기, 2개의 32비트 타이머, 8/16/24/32비트 전송용 1개의 직렬포트, 벡터형 인터럽트.
- 등이다⁴⁷⁾.

프로세서가 가지고 있는 이상의 여러 기능들을 이용하여 제어를 소프트웨어적으로 구현한다. 제어기는 샘플링 시간(Sampling time)을 30 [μ s] 로 하여 쌍선형 변환법⁴⁸⁾에 의해 이산화한 후, C 언어로 프로그래밍하여 구현하였다. 프로그램에서, 샘플링 시간을 단축하기 위하여 실행 시간이 많이 소요되는 루틴과 하드웨어 의존도가 높은 루틴은 어셈블리 언어 파일로 작성하여 이를 C 언어에서 호출하여 연결하는 방법을 사용하였다.

Fig. 4.9는 부상 중인 로터에 발생된 변위에 대해 DSP로 입력되는 센서 출력 신호와 DSP에 의해 계산되어 DAC를 통하여 출력되고 있는 제어 입력 신호를 나타내고 있다.



(a) Input(sensor output signal)



(b) Output(control input signal)

Fig. 4.9 Input and output of digital controller

Fig. 4.10은 기존에 장착되어 있는 아날로그 진상 보상기를 이용하여 분산 제어를 한 경우의 임펄스 입력에 대한 시응답을 나타낸 그림이며, Fig. 4.11 은 이 장에서 제안한 방법에 의해 설계된 제어기를 장착한 경우의 임펄스 입력에 대한 시응답을 나타낸 그림이다. 또한, Fig. 4.12와 Fig. 4.13은 외력을 가해 로터를 베어링 공극 한 쪽 끝에 있게 한 다음, 외력을 제거했을 때 평형점으로 회복하는 시응답을 나타낸 그림이다. 각 응답 실험을 비교해 보면 이 연구에서 제안한 제어 방법이 분산 제어에 비해 평형점으로의 회복 및 안정 성능을 많이 개선하고 있음을 알 수 있다. 한편, 양 베어링에서 분산적으로 PD 제어를 한 경우에는 전 T_d 영역에서 부상 안정이 불가능하였다. 또

한, 제안된 방법에 의한 제어기를 사용한 경우, 자기 베어링 시스템을 로터의 축방향에 직각 방향으로 각각 360° 회전시켰을 경우에도 각각 부상 안정 상태를 유지하는 양호한 성능을 보였다.

Fig. 4.14와 Fig. 4.15는 각각 제안한 방법에 의해 설계된 제어기를 장착한 경우의 임펄스 입력에 대한 시응답 시뮬레이션과 평형점에서의 회복 시응답 시뮬레이션을 각 실험 결과와 비교한 그림이다. Fig. 4.14와 Fig. 4.15로부터 시뮬레이션과 실험의 두 시응답 결과가 거의 유사함을 알 수 있으며, 이로부터 모델링 및 제어기 설계의 타당성을 검증할 수 있었다.

1-May-02
19:25:17

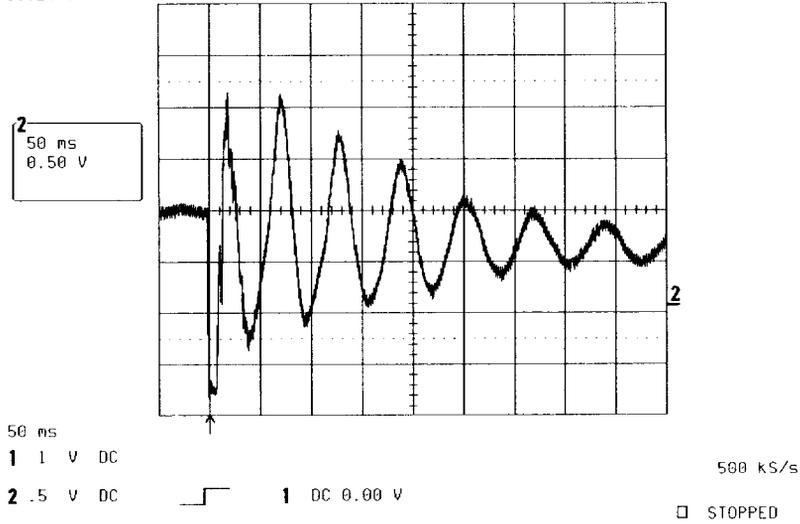


Fig. 4.10 Time response for the impulse disturbance in the case of local control method by using analog lead compensator

1-May-02
6:29:38

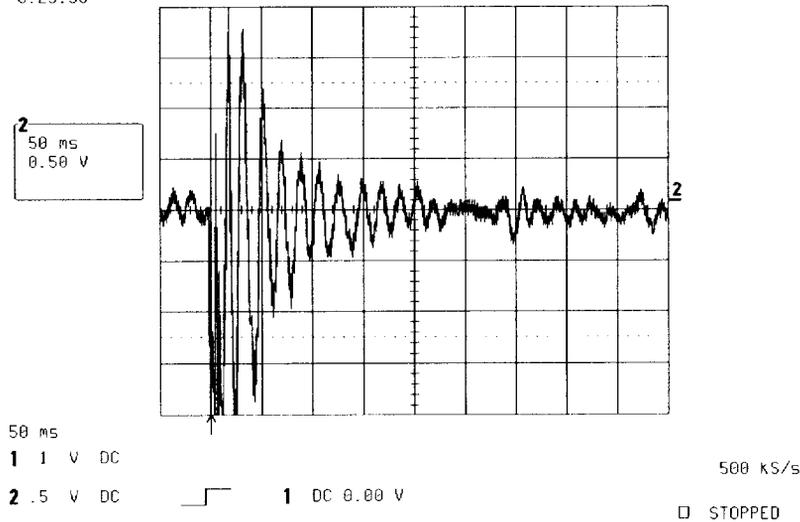


Fig. 4.11 Time response for the impulse disturbance in the case of suggested control method by using external digital PD controller

1-May-02
21:45:03

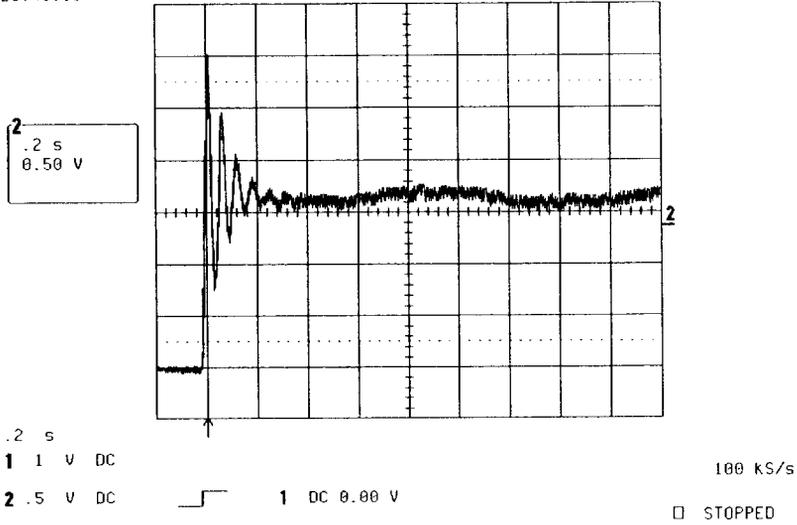


Fig. 4.12 Recovery performance in the case of local control method by using analog lead compensator

1-May-02
21:52:03

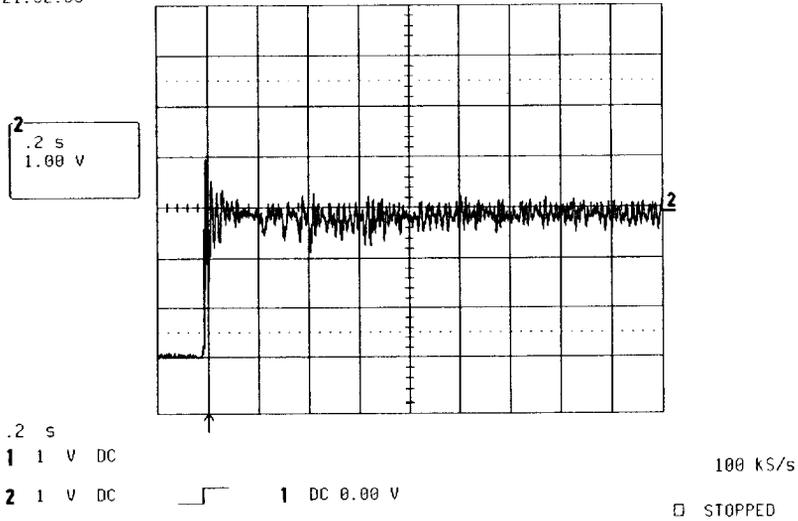
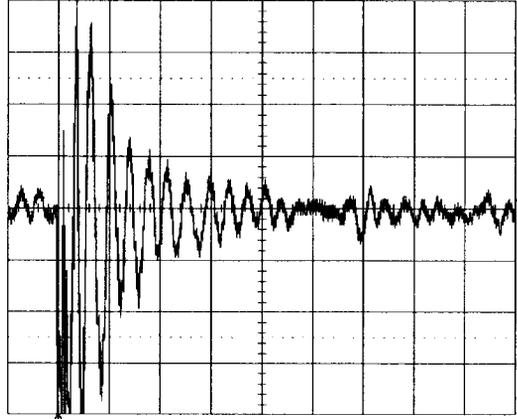


Fig. 4.13 Recovery performance in the case of suggested control method by using external digital PD controller

1-May-02
6:29:38

2
50 ms
0.50 V



50 ms

1 1 V DC

2 .5 V DC

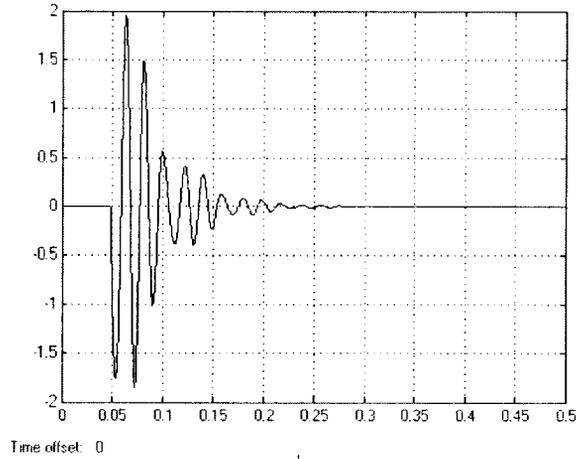


1 DC 0.00 V

500 kS/s

□ STOPPED

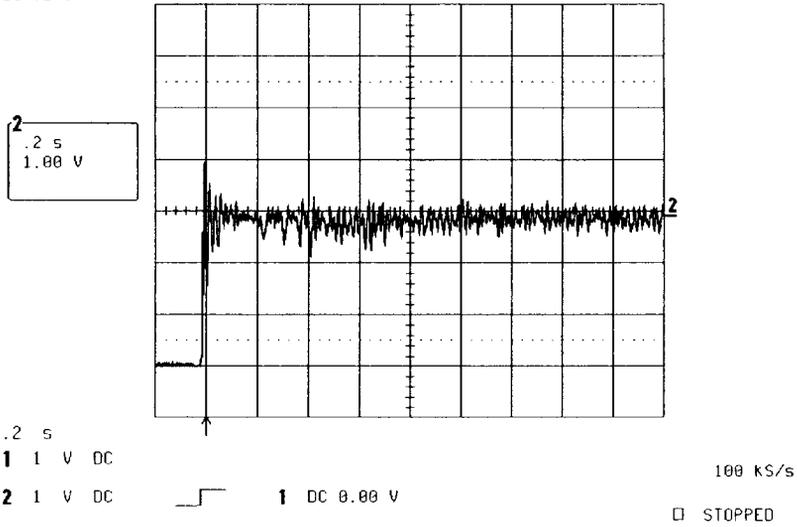
(Experiment)



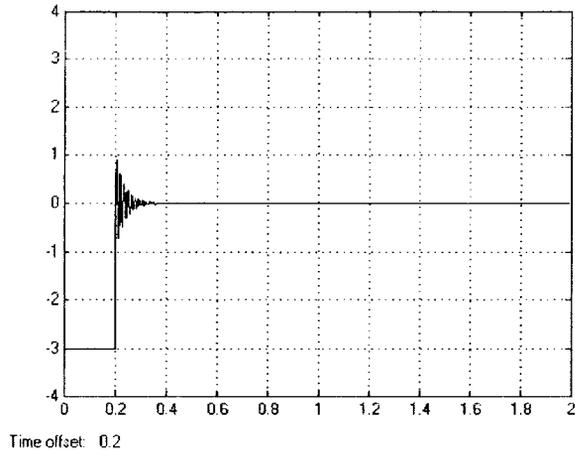
(Simulation)

Fig. 4.14 Comparison of experimental result and simulation for the time responses of the impulse disturbance

1-May-02
21:52:03



(Experiment)



(Simulation)

Fig. 4.15 Comparison of experimental result and simulation for the recovery performance

4.5 결 언

이 장에서는 횡축형 자기 베어링에 대해, PD 제어칙을 이용하여 로터의 축 방향과 직각으로의 회전 운동에 의한 기울기 변위를 보상하는 제어 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 반대측 센서의 출력을 검출하여 이를 자기축 제어 입력에 반영함으로써 로터의 기울기 변위를 보상하는 것이다. 임펄스 응답 실험 및 외란 제거시의 평형점 회복 성능 실험 결과로부터 베어링 양단에 서의 분산 제어 방법에 비해 정착 안정 및 회복 성능이 개선되는 것을 확인 하였다. 아울러 실험 결과와 시뮬레이션 결과의 비교로부터 모델링 및 제어 기 설계의 타당성을 검증하였다.

제 5 장 결 론

제 5 장 결 론

이 연구에서는 시스템 파라미터에 대한 정보가 없는 기 제작된 자기 베어링 시스템에 대해 시스템의 모델링과 동정을 위한 한 방법을 제안하고, 아울러 강제로 간주할 수 있는 자기 베어링 시스템에 대해 성능 개선을 위한 제어기 설계의 한 방법을 제안하였다. 이 연구에서의 제어 대상은 MIMO 시스템이기 때문에 동정 실험으로부터 시스템의 파라미터 값을 직접 구할 수 없었으나 커브 피팅을 통하여 시스템의 전달 함수의 각 계수값을 구할 수 있었다. 또한 탄성 로터계를 유한 요소법을 이용하여 저차원화된 공칭 플랜트로 모델링하였는데, 커브 피팅을 통하여 얻은 결과와 거의 일치하고 있음을 확인할 수 있었다. 그리고 이상의 결과로부터 구한 시스템의 정보를 가지고 로터를 강체 로터로 모델링한 후, 베어링 양단 분산 제어에 비해 회복 성능을 개선하기 위한 제어기의 설계를 제안하였다. 설계된 제어기에 대한 구현은 DSP를 이용하였으며, 실험 결과 회복 성능이 양호함을 확인할 수 있었다.

이상을 각 장별로 요약하면 다음과 같다.

(1) 제2장에서는 플랜트의 구조에 대한 정보를 이용하여 페루프 주파수 응답 실험을 통하여 공칭 플랜트 전달 함수를 구하는 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 기 제작된 시스템을 이용하는 산업 현장에서 쉽게 적용할 수 있다. 그러나 시행 착오법에 의한 커브 피팅을 이용하였기 때문에 튜닝해야 할 계수의 수가 많은 비대칭 구조의 시스템, 입출력이 많은 시스템, 그리고 고차 모드에서는 적용하기가 곤란한 점이 있다.

(2) 제3장에서는 탄성 로터계를 유한 요소법에 의한 수치 해석을 통하여 시스템을 모델링하였다. 이 방법은 제2장에서 제안한 방법의 한계성 극복할 수 있으며, 고차 모드까지 확대 적용할 수 있다. 그러나, 탄성 로터계 이외의

주변 시스템에 대한 정보도 필요하다.

(3) 제4장에서는 로터를 강체로 간주하여 시스템을 모델링한 후, 베어링 양단 분산 제어 방법에 비해 로터의 평형점에서의 회복 성능을 개선할 수 있는 집중형 PD 제어 시스템 설계의 한 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 반대측 센서의 출력을 검출하여 이를 자기측 제어 입력에 반영함으로써 로터의 기울기 변위를 보상하는 것이다. 이 방법은 로터를 강체로 간주하여 설계하였기 때문에 탄성 로터에 대해서는 이용시 검토가 필요하다.

향후 로터를 탄성 로터로 고려할 경우와 로터의 고속 회전시의 제어기 설계 및 실험이 앞으로의 과제이다.

참 고 문 헌

- 1) 日本電気学会, 1993, “磁気浮上と磁気軸受”, コロナ社, pp. 13~14, 153~154.
- 2) 田上, 丸山, 1993, “磁気軸受超高速回転機”, 技報安川電気, pp. 174~177.
- 3) Tsui, B. Y., 1972, “The Effect of Instinct Magnetic Properties on Permanent Magnet Repulsion”, IEEE Trans. on Magnetic, MAG-8, 2.
- 4) 吉川, 星野, 中島, 1988, “非線型性と速度項を考慮した磁気軸受の有限要素法による磁界解析”, 電気学会全国大会, p. 1647.
- 5) 김종식, 1996, “선형 제어 시스템 공학”, 청문각, p. 537.
- 6) Matsumura, F. and T. Yoshimoto, 1986, “System Modeling and Control Design of a Horizontal-Shaft Magnetic Bearing System”, IEEE Trans. on Magnetic Vol. Mag-22 No.3, pp. 196~203.
- 7) Wagner, N. G and W. D. Poetruszkea, 1988, “Identification of Rotor Dynamic Parameters on a Test Stand with Active Magnetic Bearing”, Proc. of the 2nd Int. Symp. on Magnetic Bearing, pp. 289~302.
- 8) Johnson, R. G., D. Pang, J. Kirk and D. Anand, 1992, “Physical Modeling of High Speed Magnetic Bearing Systems”, Proc. of the 3rd Int. Symp. on Magnetic Bearing, pp. 474~482.
- 9) Bleuler, H., J. Jeon, T. Higuchi and H. Ueyama, 1994, “Self-tuning Control for Magnetic Bearings” Proc. of the 4th Int. Symp. on Magnetic Bearing, pp. 85~88.
- 10) Kim. J and C. Lee, 1992, “Flexible Rotor System Identification and Vibration Control by using a Magnetic Bearing”, Proc. of the 3rd Int. Symp. on Magnetic Bearing, pp. 123~132.
- 11) Lee, C., Y. Ha and C. Kim, 1994, “Identification of Active Magnetic

- Bearing System Using Magnetic Force Measurement”, Proc. of the 4th Int. Symp. on Magnetic Bearing, pp. 305~309.
- 12) 이상호, 정성천, 장인배, 한동철, 1995, “자기베어링용 로우터의 형상오차에 대한 실린더형 캐패시턴스 센서의 측정 특성에 관한 연구”, 韓國精密工學會誌, 第12卷, 第3號, pp. 23~31.
 - 13) Matsumura, O., T. Yashida and N. Takahashi, 1990, “Rotor Vibration Simulation Method for Active Magnetic Bearing Control”, Proc. of the 2nd Int. Symp. on Magnetic Bearing, pp 139~145.
 - 14) Matsushita, O., N. Takahashi and M. Takagi, 1992, “Third Order LPF Type Compensator for Flexible Rotor Suspension”, Proc. of the 3rd Int. Symp. on Magnetic Bearing, pp. 3~12.
 - 15) Chen, H. and P. Lewis, 1992, “Rule-Based Damping Control for Magnetic Bearings”, Proc. of the 3rd Int. Symp. on Magnetic Bearing, pp. 25~34.
 - 16) Oguchi, K. and K. Okada, 1992, “Contactless Starting and Positioning Co-A Steel Ball in Single-axis Magnetic Suspension Device by Variable Structure Control”, Proc. of the 3rd Int. Symp. on Magnetic Bearing, pp. 60~72.
 - 17) Nanami, K. and H. Yamagushi, 1992, “Robust Control of Magnetic Bearing System by Means of Sliding Mode Control”, Proc. of the 3rd Int. Symp. on Magnetic Bearing, pp. 537~548.
 - 18) Youcef, K., S. Reddy and I. Vithiananthan, 1990, “A Digital Time Delay Controller for Active Magnetic Bearings”, Proc. of the 2nd Int. Symp. on Magnetic Bearing, pp. 15~22.
 - 19) Youcef, K. and O. Ito, 1987.6, “Controller Design for System with Unknown Dynamics”, Proceedings of American Control Conference.

- 20) Matsumura, H., M. Fujita and K. Okawa, 1990, "Modeling and Control Of Magnetic Bearing Systems Achieving a Rotation around the Axis of Inertia", Proc. of the 2nd Int. Symp. on Magnetic Bearing, pp. 273~280.
- 21) Cui, M. and K. Monami, 1992, " H_∞ Infinitive Control of Flexible Rotor-Magnetic Bearing Systems", Proc. of the 3rd Int. Symp. on Magnetic Bearing, pp. 505~516.
- 22) Fujiga, M., F. Matsumura and T. Mamerikawa, 1992, " μ -Analysis and Synthesis of a Flexible Beam Magnetic Bearing Suspension System", Proc. of the 3rd Int. Symp. on Magnetic Bearing, pp. 495~504.
- 23) μ -Analysis and Synthesis Toolbox User's Guide, 1991, The Math Works Inc.
- 24) Nabami, K. and T. Ito, 1994, " μ Synthesis of Flexible Rotor Magnetic Bearing Systems", Proc. of the 4th Int. Symp. on Magnetic Bearing, pp. 73~78.
- 25) Sugie, T., K. Shimizu and J. Imura, 1992, " H_∞ Infinitive Control with Exact Linearization and Its Application to Magnetic Levitation Systems", 第21回 制御 理論 symposium, pp. 505~516.
- 26) 고정석, 김대곤, 김경웅, 1994, "능동 자기베어링의 디지털 제어에 관한 연구", 大韓機械學會 '94年度 秋季學術大會論文集, pp. 450~454.
- 27) 이승원, 박철우, 이상조, 박영필, 1992, "능동 자기 베어링의 설계와 실험적 동특성", 大韓機械學會 92秋季學術大會論文集.
- 28) Jeong, H., C. Kim and C. Lee, 1994, "Modeling and Control of Cone-Shaped Active Magnetic Bearing System", Proc. of the 4th Int.

- Symp. on Magnetic Bearing, pp. 23~28.
- 29) Kim, J, and J. Kyung, 1993, "Fuzzy Expert PID Control of Magnetic Bearing System", Asia-Pacific Vibration Conference, November, pp. 462~467.
 - 30) 김중식, 박전수, 1991, "자기부상 시스템의 보드선도 모델링 및 LQR/LTR 제어기 설계", 大韓機械學會論文集, 第15卷, 第5號, pp. 1620~1634.
 - 31) 이승욱, 이건복, 1994, "자기 부상 시스템의 디지털 제어", 大韓機械學會論文集, 第18卷, 第9號, pp. 2312~2321.
 - 32) 松村文夫, 1994, "磁気軸受 とその関連技術", 日本電気学会論文集D, 第114卷, 第12号, pp. 1200~1210.
 - 33) 森井, 川田, 1992, "オイルレス遠心圧縮機の開発", ミツビシ重工技報, pp. 1~4.
 - 34) 田上, 丸山, 1993, "磁気軸受超高速回転機", 技報安川電気, pp. 174~177.
 - 35) 小林, 吉田, 1993, "磁気軸受式ガス液化用高速サブマージモータポンプ", 時報, No. 153, pp. 8~7.
 - 36) 田・野波, 1994, "離散時間スライディングモード制御による弾性モータ・磁気軸受系の高速度回転時特性", 日本機械学会論文集(C編), 60, 580, pp. 4142~4149.
 - 37) 하영호 이종원, 1994, "지능형 마그네틱 베어링", 大韓機械學會誌, 第34卷, 第10號, pp. 742~755.
 - 38) 이동주, 홍춘희, 박종권, 2001, "자기 베어링의 기초와 응용", 시그마프레스, pp. 29~130.
 - 39) 日本電気学会, 1993, "磁気浮上と磁気軸受", コロナ社, p. 176.
 - 40) Craig, Jr. R. R., 1981, "Structural Dynamics", John Wiley & Sons, Inc., pp. 210~216, 251~257.
 - 41) Morse, N., R. Smith and B. Paden, 1996, "Magnetic Bearing Lab #2: Magnetic Bearing System Identification", MBC 500 Magnetic Bearing

- System Operating Instructions, pp. 6~13.
- 42) 野波健蔵, 西村秀和, 平田光男, 1999, “MATLABによる 制御系設計”, 東京電機大学出版局, pp. 145~146.
 - 43) Inman, D. J., 1996, “Engineering Vibration”, Prentice Hall, pp. 412~419.
 - 44) 이동주, 홍준희, 박종권, 2001, “자기 베어링의 기초와 응용”, 시그마프레스, pp. 1~2.
 - 45) 심성효, 김창화, 양주호, 2001, “자기 베어링 시스템의 모델링 및 동정에 관한 연구”, 한국동력기계공학회지, 제5권 제4호 pp. 44~52.
 - 46) 심성효, 최명수, 김창화, 문덕홍, 양주호, 2001, “자기 베어링 시스템의 모델링 및 동정에 관한 연구”, 한국동력기계공학회지, 제5권 제4호 pp. 53~60.
 - 47) 윤덕용, 1999, “TMS320C32 마스터”, Ohm사, pp. 24~43.
 - 48) Shahian, G., M. Hassul, 1993, “Control System Design Using Matlab”, Prentice Hall Inc., pp. 270~273.

부 록

Appendix A : 【 모델링과 동정 프로그램 】

Appendix B : 【 F.E.M.에 의한 수치 해석 프로그램 】

Appendix C : 【 PD 제어 시스템 설계 프로그램 】

Appendix D : 【 PD 제어기 구현 프로그램 】

Appendix A

【 모델링과 동정 프로그램 】

이 프로그램은 제 2장에서 플랜트 전달 함수의 각 계수값을 동정하는 프로그램이다.

```
% =====  
%  
% Identification of the MBC-500 Magnetic-Bearing System  
% (In the Case of the Rigid & Flexible Mode)  
% model_Ident.m 2001.07.30  
% Programmed by Sunghyo-Shim  
% =====  
  
clf  
clear all  
format long e  
w = logspace(1,4,300);  
  
% =====  
% Magnetic-Bearing System Matrices  
% =====  
  
% === symbolic variables, parameters & constant ===  
  
syms k1 k2 k3 k4 k5 k6 ap1 ap2 a1 a2 bt1 bt2 L l l_2  
syms c1 c2 r1 r2 r3 r4 d1 d2  
  
% ===== Structure of System Matrices =====  
  
Af=[ 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0
```

```

2*a1*k1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0
0, 0, 2*a2*k1*(L/2-1), 0, 0, 0, 0, 0
0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0
0, 0, 0, 0, -d1+2*c1*k1*r1, 0, 0, 0
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1
0, 0, 0, 0, 0, 0, -d2+2*c2*k1*r2, 0 ];
Bf=[0 0 ; a1*k2 a1*k2 ; 0 0 ; -a2*k2 a2*k2
0 0 ; -c1*k2 -c1*k2 ; 0 0 ; -c2*k2 c2*k2];
Cf=[bt1 0 -bt1*(L/2-1_2) 0 -bt1*r3 0 -bt1*r4 0
bt1 0 bt1*(L/2-1_2) 0 -bt1*r3 0 bt1*r4 0 ];
Df=[0 0 ; 0 0];

```

```

% =====
%           Amplifier-Magnetic Coil System Matrices
% =====

```

```

Aa = [-ap1 0 ; 0 -ap1] ; Ba = [ap2 0 ; 0 ap2];
Ca = [ 1 0 ; 0 1 ] ; Da = [0 0 ; 0 0];

```

```

% =====
%           Plant Matrices
% =====

```

```

[Apf,Bpf,Cpf,Dpf]=series(Aa,Ba,Ca,Da,Af,Bf,Cf,Df);
%pause

```

```

% =====
%           Substitution(Tunning) the Value of the Plant Coefficients
% =====

```

```

% ===== Rigid mode =====
Ar1=5.9e+004;
Ar2=1.1e+005;
Ar3=1.1e+005;

```



```
% ===== Eigenvalue of plant =====
```

```
Flexible_MBC_eig = eig(Anf);
```

```
% =====
```

```
%           Bode Plot of G11 G12 G21 G22
```

```
% =====
```

```
[n_G1,d_G1] = ss2tf(Anf,Bnf,Cnf,Dnf,1);
```

```
[n_G2,d_G2] = ss2tf(Anf,Bnf,Cnf,Dnf,2);
```

```
n_G11 = n_G1(1,1:11);  n_G12 = n_G1(2,1:11);
```

```
d_G11 = d_G1;          d_G12 = d_G1;
```

```
n_G21 = n_G2(1,1:11);  n_G22 = n_G2(2,1:11);
```

```
d_G21 = d_G2;          d_G22 = d_G2;
```

```
[mag11,phase11,w]=bode(n_G11,d_G11,w);
```

```
[mag12,phase12,w]=bode(n_G12,d_G12,w);
```

```
semilogx(w,20*log10(mag11),'r',w,20*log10(mag12),'g'),grid
```

```
title( 'Bode Plot of G11(red color) & G12(green color) ')
```

```
xlabel( ' Freq. [rad/s] '), ylabel( ' Gain [dB] ')
```

```
axis([10 10000 -100 40 ])
```

```
pause
```

```
[mag21,phase21,w]=bode(n_G21,d_G21,w);
```

```
[mag22,phase22,w]=bode(n_G22,d_G22,w);
```

```
semilogx(w,20*log10(mag21),'r',w,20*log10(mag22),'g'),grid
```

```
title( 'Bode Plot of G21(red color) & G22(green color) ')
```

```
xlabel( ' Freq. [rad/s] '), ylabel( ' Gain [dB] ')
```

```
pause
```

```
[a11,b11,c11,d11]= tf2ss(n_G11,d_G11);
```

```
G11 = pck(a11,b11,c11,d11);
```

```

[a12,b12,c12,d12]= tf2ss(n_G12,d_G12);
G12 = pck(a12,b12,c12,d12);
G21 = G12;   G22 = G11;
pause

% =====
%                               Verify Ty1u1 & Ty2u1
% =====
C2 = 1.2;
Ty2u1 = mmult(minv(madd(1, mmult(C2,G22))), G21);
Ty1u1 = msub(G11, mmult(mmult(G12, C2), Ty2u1));

% ===== Prior Unknown T.F. =====
z11 = 350; z12=250; z13=3.68; p11=400; p12=600; p13= 6.0;
n_d = p11*p12*conv(conv([1 z11],[1 z12]), [1 z13]);
d_d = z11*z12*conv(conv([1 p11], [1 p12]), [1 p13]);

% ===== Ty1u1 =====
Experiment_Ty1u1_dat;
semilogx(rps,20*log10(g),'.'),grid, hold on

[a_y1u1, b_y1u1, c_y1u1, d_y1u1] = unpck(Ty1u1);
[n_y1u1,d_y1u1] = ss2tf(a_y1u1, b_y1u1, c_y1u1, d_y1u1);
n_y1u11 = conv(n_d,n_y1u1);   d_y1u11 = conv(d_d,d_y1u1);

[mag_y1u1,phase_y1u1,w]=bode(n_y1u1,d_y1u1,w);
[mag_y1u12,phase_y1u12,w]=bode(n_d,d_d,w);
[mag_y1u11,phase_y1u11,w]=bode(n_y1u11,d_y1u11,w);

%semilogx(w,20*log10(mag_y1u11),'b')
semilogx(w,20*log10(mag_y1u12),'r', w,20*log10(mag_y1u11),'b')
axis([10 10000 -100 40 ])
pause

```

```

% ===== Ty2u1 =====
Experiment_Ty2u1_dat:semilogx(rps,20*log10(g),'*')

[a_y2u1, b_y2u1, c_y2u1, d_y2u1] = unpck(Ty2u1);
[n_y2u1,d_y2u1] = ss2tf(a_y2u1, b_y2u1, c_y2u1, d_y2u1);
n_y2u1 = conv(n_d,n_y2u1); d_y2u1 = conv(d_d,d_y2u1);
[mag_y2u1,phase_y2u1,w]=bode(n_y2u1,d_y2u1,w);
semilogx(w,20*log10(mag_y2u1),'r')
axis([10 10000 -100 40 ])

```

Appendix B

【 F.E.M.에 의한 수치 해석 프로그램 】

이 프로그램은 제 3장에서 유한 요소법에 의한 자기 베어링 시스템에 대한 수치 해석 프로그램이다.

```
% =====  
%  
% Numerical Analysis by F.E.D.  
% ( for the MBC-500 Magnetic-Bearing System)  
% model_Analysis.m 2001. 08. 20  
% Programmed by Sunghyo-Shim & Myungsoo-Choi  
%  
% =====
```

```
function fem3
```

```
clf  
clear all  
format short e  
w = logspace(-1,5,500);  
% eigen analysis of a beam using FEM
```

```
%=====
```

```
% input data for control parameters
```

```
%=====
```

```
nnel=2; % number of nodes per elements  
ndof=2; % number of dofs per node  
nmode=4; % 계산 모드수
```

```
% main system
```

```

main_nel=26; % number of elements
main_node=main_nel+1; % number of nodes
main_s dof=main_node*ndof; % total system dofs

% subsystem 1
sub1_nel=4; % number of elements
sub1_node=sub1_nel+1; % number of nodes
sub1_s dof=sub1_node*ndof; % total system dofs

% subsystem 2
sub2_nel=4; % number of elements
sub2_node=sub2_nel+1; % number of nodes
sub2_s dof=sub2_node*ndof; % total system dofs

%global system
nel=main_nel+sub1_nel+sub2_nel;
node=main_node+sub1_node+sub2_node-2; % number of nodes
s dof=node*ndof; % total system dofs

%=====
%          material and geometric properties
%=====

% 요소 길이
L(1)=4.2e-3;
L(2)=19.5e-3;
L(3)=10.0e-3;
L(4)=3.0e-3;
L(5)=6.5e-3;
L(6:7)=10.0e-3;
L(8)=12.65e-3;
L(9:18)=11.83e-3;
L(19)=12.65e-3;
L(20:21)=10.0e-3;

```

```
L(22)=6.5e-3;  
L(23)=3.0e-3;  
L(24)=10.0e-3;  
L(25)=19.5e-3;  
L(26)=4.2e-3;  
main_length=sum(L)
```

```
Ls1(1:4)=11.125e-3;  
Ls2(1:4)=11.125e-3;
```

```
% 요소 직경
```

```
d_out(1:3)=12.20e-3;  
d_out(4)=11.45e-3;  
d_out(5:7)=12.30e-3;  
d_out(8)=20.30e-3;  
d_out(9:18)=7.65e-3;  
d_out(19)=20.30e-3;  
d_out(20:22)=12.30e-3;  
d_out(23)=11.45e-3;  
d_out(24:26)=12.20e-3;
```

```
d_in(1:3)=6e-3;  
d_in(4)=6e-3;  
d_in(5:7)=6e-3;  
d_in(8)=0;  
d_in(9:18)=0;  
d_in(19)=0;  
d_in(20:22)=6e-3;  
d_in(23)=6e-3;  
d_in(24:26)=6e-3;
```

```
ds1_out(1:4)=20.30e-3;  
ds1_in(1:4)=13e-3;  
ds2_out(1:4)=20.30e-3;
```

```

ds2_in(1:4)=13e-3;

% 요소 종탄성계수[N/m^2]
E(1:26)=193e9;
E(9:18)=70e9;

Es1(1:4)=193e9;
Es2(1:4)=193e9;

% 요소 밀도 [kg/m^3]
de(1:26)=8027;
de(9:18)=2770;

des1(1:4)=8027;
des2(1:4)=8027;

% 베어링 지지점 (절점)
sensorL=2;
sensorR=26;
bearingL=3;
bearingR=25;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

for ii=1:main_nel

    A(ii)=pi*(d_out(ii)^2-d_in(ii)^2)/4; % cross-section area of element [m^2]
    I(ii)=pi*(d_out(ii)^4-d_in(ii)^4)/64; % second moment of inertia [m^4]

end

for ii=1:sub1_nel

    As1(ii)=pi*(ds1_out(ii)^2-ds1_in(ii)^2)/4; % cross-section area of element

```

```

    Is1(ii)=pi*(ds1_out(ii)^4-ds1_in(ii)^4)/64; % second moment of inertia

end

for ii=1:sub2_nel

    As2(ii)=pi*(ds2_out(ii)^2-ds2_in(ii)^2)/4; % cross-section area of element
    [m^2]
    Is2(ii)=pi*(ds2_out(ii)^4-ds2_in(ii)^4)/64; % second moment of inertia [m^4]

end

massmain=de.*A.*L;
masss1=des1.*As1.*Ls1;
masss2=des2.*As2.*Ls2;
mass=sum(massmain)+sum(masss1)+sum(masss2)

sensorLdof=sensorL*ndof-1 % 센서 횡방향 자유도
sensorRdof=sensorR*ndof-1 % 센서 횡방향 자유도
bearingLdof=bearingL*ndof-1 % 베어링 횡방향 자유도
bearingRdof=bearingR*ndof-1

%=====
%          applied constraints
%=====

%bcdof(1)=3; % dof is constrained
%bcdof(2)=19;

%bcval(1:nbc)=0;

```

```

%=====
%      initialization of matrices and vectors
%=====
kk=zeros(sdof, sdof);
mm=zeros(sdof, sdof);
ff=zeros(sdof, 1);
index=zeros(nnel*ndof, 1);

%=====
% computation of element matrices and vectors and their assembly
%=====
for iel=1:main_nel

    index=feeldof(iel, nnel, ndof);

    [k, m]=febeam2(E(iel), L(iel), I(iel), A(iel), de(iel));
    [kk]=feasmb1(kk, k, index);
    [mm]=feasmb1(mm, m, index);

end

% subsystem 1
indexs1(1,:)=[17  18  55  56];
indexs1(2,:)=[55  56  57  58];
indexs1(3,:)=[57  58  59  60];
indexs1(4,:)=[59  60  61  62];

for iel=1:sub1_nel

    [k, m]=febeam2(Es1(iel), Ls1(iel), Is1(iel), As1(iel), des1(iel));
    [kk]=feasmb1(kk, k, indexs1(iel,:));
    [mm]=feasmb1(mm, m,indexs1(iel,:));

end

```

```

% subsystem 2
indexs2(1,:)= [63 64 65 66];
indexs2(2,:)= [65 66 67 68];
indexs2(3,:)= [67 68 69 70];
indexs2(4,:)= [69 70 37 38];

for iel=1:sub2_nel

    [k, m]=febeam2(Es2(iel), Ls2(iel), Is2(iel), As2(iel), des2(iel));
    [kk]=feasmb1(kk, k, indexs2(iel,:));
    [mm]=feasmb1(mm, m, indexs2(iel,:));

end

%=====
%          solve for eigenvalues
%=====
%[kk, mm]=feaplycs(kk, mm, bcdof);

% Eigenvalue analysis

%kk(bearingLdof,bearingLdof)+1;
%kk(bearingRdof,bearingRdof)+1;

aboutone=1+1.0e-10;
kk(bearingLdof,bearingLdof)=kk(bearingLdof,bearingLdof)*aboutone;
kk(bearingRdof,bearingRdof)=kk(bearingRdof,bearingRdof)*aboutone;

[tempVV,tempDD]=eig(kk,mm);

% 고유치 (Eigenvalue)
WnNoSort=sqrt(diag(tempDD)); % 무순서 고유각진동수
[Wn,Wnorder]=sort(WnNoSort);

```

```

Hz=Wn/2/pi;
Hz1to5=Hz(1:5);
Wn1to5=Wn(1:5)

```

```

%=====
%           print Natural frequencies
%=====

```

```

%fprintf('\n natural frequency \n ');
%for num=NBC+1:SDOF
%fprintf(' %d %6.9f [Hz] \n ', num-NBC, Hz(num));
%end

```

```

%=====
%           mode shape & normalization
%=====

```

```

XX=tempVV(:,Wnorder);

```

```

% 정규화
for ii=1:main_node
    YY(ii,:)=XX(ii*2-1,:);
end

```

```

% 최대값 1로 정규화
for ii=1:nmode
    [YYmax,maxpoint]=max(abs(YY(:,ii)));
    YYmax=YY(maxpoint,ii);
    YY(:,ii)=YY(:,ii)/YYmax;
end

```

```

%YY(sensorL,3)/YY(bearingL,3)
%YY(sensorL,4)/YY(bearingL,4)

```

```

Xaxis(1)=0;
for ii=1:main_nel
    Xaxis(ii+1)=L(ii)+Xaxis(ii);
end

Yaxis=YY(1:main_node,1:nmode);

for ii=1:nmode
    plot(Xaxis,Yaxis(:,ii),'-',Xaxis,zeros(main_node,1),'-') % ii차 고유모드
    axis([0 main_length -1.1 1.1])
    xlabel('Length [m]')
%   grid on
%   title([num2str(ii) ' 차 모드 : ' num2str(Hz(ii)) ' Hz'])
    hold on
%   pause
end

%=====
%       orthonormalized the eigenvectors
%=====

%Factor=diag(XX'*mm*XX);
%Vnorm=XX*inv(sqrt(diag(Factor)));
%Wn=diag(sqrt(Vnorm'*kk*Vnorm)); % Natural Frequency

modal_mass=diag(XX'*mm*XX);
modal_spring=diag(XX'*kk*XX);
modal_Wn=sqrt(modal_spring./modal_mass);
modal_Hz=modal_Wn/2/pi;
%XX(5,1)
%XX(5,2)
%XX(5,3)
%XX(5,4)

```

```

%=====
%    print Natural frequencies by orthonormalization
%=====

%fprintf('\n natural frequency \n ');
%for num=NBC+1:SDOF
%fprintf(' %d %6.9f [Hz] \n ', num-NBC, Wn(num)/2/pi);
%end

%===== [ function definition ] =====
function [kk, mm]= feaplycs(kk, mm, bcdof)

n=length(bcdof);
sdoF=size(kk);

for i=1:n

    c=bcdof(i);

    for j=1:sdoF

        kk(c, j)=0;
        kk(j, c)=0;

        mm(c, j)=0;
        mm(j, c)=0;

    end

    mm(c,c)=1;

end
end

```

```
%-----  
function [kk]=feasmb1(kk, k, index)
```

```
edof=length(index);  
for i=1:edof  
    ii=index(i);  
  
    for j=1:edof  
        jj=index(j);  
        kk(ii, jj)=kk(ii,jj)+k(i,j);  
    end  
end
```

```
%-----
```

```
function [index]=feeldof(iel, nnel, ndof)
```

```
edof=nnel*ndof;  
start=(iel-1)*(nnel-1)*ndof;  
  
for i=1:edof  
    index(i)=start+i;  
end
```

```
%-----
```

```
function [k, m]=febeam2(E, L, I, A, de)
```

```
% stiffness matrix  
s=E*I/L^3;  
k=s*[12          6*L      -12          6*L  
      6*L      4*L^2     -6*L      2*L^2  
     -12     -6*L       12         -6*L  
      6*L      2*L^2     -6*L      4*L^2 ];
```

```

% consistent mass matrix
cm=de*A*L/420;
m=cm*[156      22*L      54      -13*L
      22*L      4*L^2     13*L     -3*L^2
      54      13*L      156      -22*L
     -13*L     -3*L^2    -22*L      4*L^2];

```

```

%-----

```

```

% === symbolic variables, parameters & constant ===

```

```

syms Q ddotQ q1 q2 q3 q4
syms M m1 m2 m3 m4
syms K k1 k2 k3 k4
syms Rho r1 r2 r3 r4
syms Fb Fbl Fbr
syms Plb Plb1 Plb2 Plb3 Plb4
syms Pls Pls1 Pls2 Pls3 Pls4
syms Xb xbl xbr
syms Xs xsl xsr
syms Kp1 kp1
syms Kp2 kp2
syms Ap1 ap1
syms Ap2 ap2
syms lc lcl lcr
syms Vs H1 h1

```

```

% === Deriving Rotor & Sensor System Matrices =====

```

```

Q = [ q1 ; q2 ; q3 ; q4 ];
Plb = [ -Plb1 -Plb2 -Plb3 Plb4
        -Plb1 Plb2 -Plb3 -Plb4 ];
Pls = [ -Pls1 -Pls2 -Pls3 Pls4
        -Pls1 Pls2 -Pls3 -Pls4 ];
Xb = Plb*Q; % (1)

```

```
Xs = Pls*Q; % (2)
```

```
M = [ m1 0 0 0; 0 m2 0 0 ; 0 0 m3 0; 0 0 0 m4];
```

```
K = [ k1 0 0 0; 0 k2 0 0 ; 0 0 k3 0; 0 0 0 k4];
```

```
Rho = [ -Plb1 -Plb1 ; -Plb2 Plb2 ; -Plb3 -Plb3 ; Plb4 -Plb4 ];
```

```
Kp1 = [ kp1 0 ; 0 kp1 ]; % Force
```

```
Kp2 = [ kp2 0 ; 0 kp2 ];
```

```
H1 = [ h1 0 ; 0 h1]; %sensor
```

```
lc = [ lcl ; lcr ];
```

```
Fb = Kp1*Xb + kp2*lc ; % (3)
```

```
ddotQ = -inv(M)*K*Q + inv(M)*Rho*Fb ;% (4)
```

```
expand(ddotQ);
```

```
Vs = h1*Pls*Q ;
```

```
%pause
```

```
% =====
```

```
% Rotor & Sensor System Matrices
```

```
% =====
```

```
Ars = [ zeros(4,4) diag(ones(4,1))  
        -inv(M)*K+inv(M)*Rho*Kp1*Plb zeros(4,4) ];
```

```
Brs = [ zeros(4,2) ; inv(M)*Rho*Kp2 ];
```

```
Crs = h1*[ Pls zeros(2,4) ];
```

```
Drs = [ 0 0 ; 0 0 ];
```

```
%pause
```

```
% =====
```

```
% Magnetic Coil System Matrices
```

```
% =====
```

```
Amc = [-ap1 0 ; 0 -ap1] ; Bmc = [ap2 0 ; 0 ap2];
```

```
Cmc = [ 1 0 ; 0 1 ] ; Dmc = [0 0 ; 0 0];
```

```

% =====
%           Magnetic-Bearing Plant System Matrices
% =====
[Ap,Bp,Cp,Dp]=series(Amc,Bmc,Cmc,Dmc, Ars,Brs,Crs,DrS);
%pause

% =====
% Substitution the value of constant & paramters to plant
% =====
% ===== Rotor =====
% ===== modal mass =====
m1 = 8.7749e-3; m2 = 4.2586e-5; m3 = 1.0598e-5; m4 = 1.2125e-5;

% ===== modal stiffness =====
k1 = 0 ; k2 = 0 ; k3 = 1.3887e+1 ; k4 = 6.9721e+1;

% ===== modal Displacement =====
Pls1 = 1.6900e-1 ; Pls2 = 2.2050e-2;
Pls3 = 1.2803e-2 ; Pls4 = 9.5357e-3;
Plb1 = 1.6900e-1 ; Plb2 = 1.8760e-2;
Plb3 = 9.1252e-3 ; Plb4 = 5.9053e-3;

% ===== modal external force =====
r1 = Plb1 ; r2 = Plb2 ; r3 = Plb3 ; r4 = Plb4;

% ===== Magnetic Coil Force =====
kp1=7.0000e+003;
kp2=7.0000 ;

% ===== Sensor =====
h1=1.0000e+004;

% ===== Amplifier & Magnetic Coil =====
ap1=1.5000e+004;

```

ap2=3.7500e+003;% 3.5

% ===== Numerical System Matrices of Plant =====

A1= -1/m1*k1+2/m1*r1*kp1*Plb1;
A2= 2/m1*r1*kp1*Plb3;
A3= -1/m1*r1*kp2*ap2;
A4= -1/m1*r1*kp2*ap2;
A5= -1/m2*k2+2/m2*r2*kp1*Plb2;
A6= -2/m2*r2*kp1*Plb4;
A7= -1/m2*r2*kp2*ap2;
A8= 1/m2*r2*kp2*ap2;
A9= 2/m3*r3*kp1*Plb1;
A10= -1/m3*k3+2/m3*r3*kp1*Plb3;
A11= -1/m3*r3*kp2*ap2;
A12= -1/m3*r3*kp2*ap2;
A13= -2/m4*r4*kp1*Plb2;
A14= -1/m4*k4+2/m4*r4*kp1*Plb4;
A15= 1/m4*r4*kp2*ap2;
A16= -1/m4*r4*kp2*ap2;

An = [0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0
0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0
0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0
A1, 0, A2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, A3, A4
0, A5, 0, A6, 0, 0, 0, 0, 0, A7, A8
A9, 0, A10, 0, 0, 0, 0, 0, 0, A11, A12
0, A13, 0, A14, 0, 0, 0, 0, 0, A15, A16
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -ap1, 0
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -ap1];

Bn = [0, 0; 0, 0; 0, 0; 0, 0; 0, 0; 0, 0; 0, 0; 0, 0; 0, 0; 0, 0; 1, 0; 0, 1];


```

xlabel(' Frequency [rad/s] '), ylabel(' Magnitude [dB] ')
axis([10 10000 -100 20 ])

[a11,b11,c11,d11]= tf2ss(n_G11,d_G11); G11 = pck(a11,b11,c11,d11);
[a12,b12,c12,d12]= tf2ss(n_G12,d_G12); G12 = pck(a12,b12,c12,d12);

G21 = G12;   G22 = G11;

pause

% =====
%                               Verify Ty1u1 & Ty2u1
% =====

C2 = 1.2;
Ty2u1 = mmult(minv(madd(1, mmult(C2,G22))), G21);
Ty1u1 = msub(G11, mmult(mmult(G12, C2), Ty2u1));

% ===== Prior Unknown T.F. =====
z11 = 350; z12=250; z13=3.68; p11=400; p12=600; p13= 6.0;
n_d = p11*p12*conv(conv([1 z11],[1 z12]), [1 z13]);
d_d = z11*z12*conv(conv([1 p11], [1 p12]), [1 p13]);

% ===== Ty1u1 =====
Experiment_Ty1u1_dat:semilogx(rps,20*log10(g),'.'), grid, hold on

[a_y1u1, b_y1u1, c_y1u1, d_y1u1] = unpck(Ty1u1);
[n_y1u1,d_y1u1] = ss2tf(a_y1u1, b_y1u1, c_y1u1, d_y1u1);

%n_y1u1 = conv(n_d,n_y1u1);   d_y1u1 = conv(d_d,d_y1u1);

n_y1u11 = conv(n_d,n_y1u1);   d_y1u11 = conv(d_d,d_y1u1);

[mag_y1u1,phase_y1u1,w]=bode(n_y1u1,d_y1u1,w);

```

```

[mag_y1u12,phase_y1u12,w]=bode(n_d,d_d,w);
[mag_y1u11,phase_y1u11,w]=bode(n_y1u11,d_y1u11,w);

%semilogx(w,20*log10(mag_y1u11),'b')
semilogx(w,20*log10(mag_y1u12),'r', w,20*log10(mag_y1u11),'b')
axis([10 10000 -100 40 ])
%pause

% ===== Ty2u1 =====
Experiment_Ty2u1_dat;semilogx(rps,20*log10(g),'*')

[a_y2u1, b_y2u1, c_y2u1, d_y2u1] = unpk(Ty2u1);
[n_y2u1,d_y2u1] = ss2tf(a_y2u1, b_y2u1, c_y2u1, d_y2u1);
n_y2u1 = conv(n_d,n_y2u1); d_y2u1 = conv(d_d,d_y2u1);
[mag_y2u1,phase_y2u1,w]=bode(n_y2u1,d_y2u1,w);
semilogx(w,20*log10(mag_y2u1),'r')
axis([10 10000 -100 40 ])
%title( 'Bode Plot of Ty1u1(blue color), Ty2u1(blue color) '),
xlabel(' Frequency [rad/s] '), ylabel(' Magnitude [dB] ')
disp('END of MBC_Theory_Freq file')

```

Appendix C

【 PD 제어 시스템 설계 프로그램 】

이 프로그램은 제 4장에서의 PD 제어 시스템 설계 프로그램이다.

```
% =====  
%  
%      Design of PD Controller  for the rigid_body system  
%      (MBC-500 Magnetic-Bearing System)  
%      PD_Control_Rigid_body.m    2002.01.05  
%      Programmed by Sunghyo-Shim & Changhwa-Kim  
%  
% =====  
  
clf  
clear all  
format long e  
w = logspace(1,4,300);  
  
% =====  
%      Substitution the Value of the Plant Coefficients  
% =====  
% ===== Substitution the Value of the Plant Coefficients =====  
Ar1=5.9e+004;  
Ar2=1.1e+005;  
Ar3=1.1e+005;  
Ar4=1.8e+006;  
  
Cr1=1.0e+004;  
Cr2=1.3e+003;  
  
ap1=1.55e+004;%1.5  
ap2=4.68e+003;
```

```
% ===== Structure of System Matrices for Rigid Body Model =====
```

```
AL=[ 0 1 0 0  
     Ar 0 0 0  
     0 0 0 1  
     0 0 Ar2 0 ];
```

```
BL=[ 0 0 ; Ar3/ap1 Ar3/ap1 ; 0 0 ; -Ar4/ap1 Ar4/ap1];
```

```
CL=[ Cr1 0 -Cr2 0  
     Cr1 0 Cr2 0 ];
```

```
DL=[ 0 0 ; 0 0];
```

```
[n_G1,d_G1] = ss2tf(AL,BL,CL,DL,1);
```

```
[n_G2,d_G2] = ss2tf(AL,BL,CL,DL,2);
```

```
n_G11 = n_G1(1,1:5); n_G12 = n_G1(2,1:5);
```

```
d_G11 = d_G1; d_G12 = d_G1;
```

```
n_G21 = n_G2(1,1:5); n_G22 = n_G2(2,1:5);
```

```
d_G21 = d_G2; d_G22 = d_G2;
```

```
[mag_G11,phase_G11,w]=bode(n_G11,d_G11,w);
```

```
[mag_G12,phase_G12,w]=bode(n_G12,d_G12,w);
```

```
%semilogx(w,20*log10(mag_G11),'r', w,20*log10(mag_G12),'k'),grid
```

```
%pause
```

```
[a11,b11,c11,d11]= tf2ss(n_G11,d_G11);
```

```
G11 = pck(a11,b11,c11,d11);
```

```
[a12,b12,c12,d12]= tf2ss(n_G12,d_G12);
```

```
G12 = pck(a12,b12,c12,d12);
```

```
G21 = G12; G22 = G11;
```

```

% =====
%                               Verify Ty1u1 & Ty2u1
% =====

C2 = 1.2;
Ty2u1 = mmult(minv(madd(1, mmult(C2,G22))), G21);
Ty1u1 = msub(G11, mmult(mmult(G12, C2), Ty2u1));

% ===== Prior Unknown T.F. =====
z11 = 350; z12=250; z13=3.68; p11=400; p12=600; p13= 6.0;
n_d = p11*p12*conv(conv([1 z11],[1 z12]), [1 z13]);
d_d = z11*z12*conv(conv([1 p11], [1 p12]), [1 p13]);

% ===== Ty1u1 =====
Experiment_Ty1u1_dat;semilogx(rps,20*log10(g),'.'), grid, hold on

[a_y1u1, b_y1u1, c_y1u1, d_y1u1] = unpck(Ty1u1);
[n_y1u1,d_y1u1] = ss2tf(a_y1u1, b_y1u1, c_y1u1, d_y1u1);

%n_y1u1 = conv(n_d,n_y1u1);    d_y1u1 = conv(d_d,d_y1u1);
n_y1u11 = conv(n_d,n_y1u1);    d_y1u11 = conv(d_d,d_y1u1);

[mag_y1u1,phase_y1u1,w]=bode(n_y1u1,d_y1u1,w);
[mag_y1u12,phase_y1u12,w]=bode(n_d,d_d,w);
[mag_y1u11,phase_y1u11,w]=bode(n_y1u11,d_y1u11,w);

%semilogx(w,20*log10(mag_y1u11),'b')
semilogx(w,20*log10(mag_y1u12),'r', w,20*log10(mag_y1u11),'b')
axis([10 10000 -100 40 ])
pause

% ===== Ty2u1 =====
Experiment_Ty2u1_dat;semilogx(rps,20*log10(g),'*')

```

```

[a_y2u1, b_y2u1, c_y2u1, d_y2u1] = unpk(Ty2u1);
[n_y2u1,d_y2u1] = ss2tf(a_y2u1, b_y2u1, c_y2u1, d_y2u1);
n_y2u1 = conv(n_d,n_y2u1); d_y2u1 = conv(d_d,d_y2u1);
[mag_y2u1,phase_y2u1,w]=bode(n_y2u1,d_y2u1,w);
semilogx(w,20*log10(mag_y2u1),'r')
axis([10 10000 -100 40 ])
%title( 'Bode Plot of Ty1u1(blue color), Ty2u1(blue color) '),
xlabel(' Frequency [rad/s] '), ylabel(' Magnitude [dB] ')
disp('END of MBC_Theory_Freq file')

% =====
%          Design of PD_PD Controller & Link Simulation
% =====

Kp= 1.2 %0.006->0.94
lamda=0.4
Td=0.0002 % stable 0.00008~0.005 K=1.0
Tf= 0.000004 % Td/30 %

numKs1=Kp*[Td 1];
denKs1=[Tf 1];
[AKs1,BKs1,CKs1,DKs1]=tf2ss(numKs1,denKs1);
Ks1=pck(AKs1,BKs1,CKs1,DKs1);

numKs2=lamda*numKs1;
denKs2=denKs1;
[AKs2,BKs2,CKs2,DKs2]=tf2ss(numKs2,denKs2);
Ks2=pck(AKs2,BKs2,CKs2,DKs2);

%=====  Designed Discrete Controller =====

sys=tf(numKs1,denKs1)
c2d(sys, 0.00003, 'tustin')

```

```

%===== Plot of Rigid body model =====

[mag_G11,phase_G11,w]=bode(n_G11,d_G11,w);
[mag_G12,phase_G12,w]=bode(n_G12,d_G12,w);

semilogx(w,20*log10(mag_G11),'k', w,20*log10(mag_G12),'k') ,grid
pause

%=====
%                Control Input Matrix
%=====

% ===== Rotor =====
LI=0.270/2;
Lr=0.270/2;
L=LI+Lr;
m=0.260;
% ===== Force =====
Kil=Ar3/ap1*m ;
Kir=Ar3/ap1*m ;

%=====
EI1=Lr/(2*L*Kil);
EI2=1/((L^2)*Kil);
Er1=LI/(2*L*Kir);
Er2=1/((L^2)*Kir);

%=====
ELp1= Cr1/ap1*ap2*Kp;
ELp2=Cr1/ap1*ap2*Kp*lamda;
ELd1=ELp1*Td;
ELd2=ELp2*Td;

%=====

```

```

Kpx=1/EI1*(1+lmda)/2*ELp1;
Kpt=1/EI2*(1-lmda)/2*ELp1;
Kdx=1/EI1*(1+lmda)/2*ELd1;
Kdt=1/EI2*(1-lmda)/2*ELd1;

```

```

%=====

```

```

KI1=Lr*(-Kpx);
KI2=Lr*(-Kdx);
KI3=Kpt;
KI4=Kdt;
Kr1=LI*(-Kpx);
Kr2=LI*(-Kdx);
Kr3=-Kpt;
Kr4=-Kdt;

```

```

%===== Control Input Matrix =====

```

```

KA=ap1/ap2/L/Kil*[ KI1 KI2 KI3 KI4 ; Kr1 Kr2 Kr3 Kr4 ];
pause

```

```

%=====
%           Closed Loop Transfer Function
%=====

```

```

num_K1 = Kp*[ Td 1];      den_K1 =[Tf  1];
num_K2 = lamda *num_K1;   den_K2 =den_K1;
clc

```

```

' 피드백 제어기 K1(s)'
printsys(num_K1,den_K1)

```

```

' 피드백 제어기 K2(s)'
printsys(num_K2,den_K2)

```

```

n_G11_1 = n_G11.*[0 0 1 0 1];
d_G11_1 = d_G11;
[magr_y,phaser_y,w] = bode(n_G11,d_G11,w);
[magr_y_1,phaser_y,w] = bode(n_G11_1,d_G11,w);
semilogx(w,20*log10(magr_y),w,20*log10(magr_y_1)),grid
pause

n_G11 = n_G11_1;

[ A_K1, B_K1, C_K1, D_K1] = tf2ss(num_K1,den_K1);
[ A_K2, B_K2, C_K2, D_K2] = tf2ss(num_K2,den_K2);

K1_s = pck(A_K1, B_K1, C_K1, D_K1);
K2_s = pck(A_K2, B_K2, C_K2, D_K2);
pause

den_A = conv(conv(den_K1,d_G11),den_K2);
num_A1 = den_A;
num_A2 = conv(conv(num_K1,n_G11),den_K2);
num_A3 = conv(conv(num_K2,n_G12),den_K1);
num_A = num_A1 + num_A2 + num_A3;

den_B = conv(conv(den_K2,d_G11),den_K1);
num_B1 = conv(conv(num_K2,n_G11),den_K1);
num_B2 = conv(conv(num_K1,n_G12),den_K2);
num_B = num_B1 + num_B2;

num_A_1 = num_A.*[0 0 1 1 1 1 1];
den_A_1 = den_A.*[0 0 1 1 1 1 1];
[magr_y,phaser_y,w] = bode(num_A,den_A,w);
[magr_y_1,phaser_y,w] = bode(num_A_1,den_A_1,w);
semilogx(w,20*log10(magr_y),w,20*log10(magr_y_1),'r'),grid
pause
clc

```

```

%-----
disp(' Closed Loop Transfer Function  r1  -->  y1 ')
num_C = num_A;    den_C = den_A;
num_D = num_B;    den_D = den_B;

den_y1r1_1 = conv(num_A,num_C);
den_y1r1_2 = conv(num_B,num_D);
den_y1r1 = den_y1r1_1 - den_y1r1_2;

num_y1r1_1 = conv(n_G11,num_A);
num_y1r1_2 = conv(num_B,n_G21);
num_y1r1_3 = num_y1r1_1-num_y1r1_2;
num_y1r1 = conv(den_K1,num_y1r1_3);

sys=tf(num_y1r1,den_y1r1);
[msys] = minreal(sys);
[num_y1r1_1,den_y1r1_1] = tfdata(msys,'v');

roots(num_y1r1_1)

' r1에서 y1까지의 극점'
eigenvalue_y1r1 = roots(den_y1r1_1)

[magr_y,phaser_y,w] = bode(num_y1r1,den_y1r1,w);
[magr_y_1,phaser_y,w] = bode(num_y1r1_1,den_y1r1_1,w);
semilogx(w,20*log10(magr_y),'k'),grid,hold on
title('Bode plot closed loop transferfunction  r1  -->  y1 ')
pause
clc

%-----
disp(' Closed Loop Transfer Function  r2  -->  y1 ')
den_y1r2_1 = conv(num_A,num_C);

```

```

den_y1r2_2 = conv(num_B,num_D);
den_y1r2 = den_y1r2_1 - den_y1r2_2;

num_y1r2_1 = conv(n_G12,num_A);
num_y1r2_2 = conv(num_B,n_G22);
num_y1r2_3 = num_y1r2_1-num_y1r2_2;
num_y1r2 = conv(den_K1,num_y1r2_3);

sys=tf(num_y1r2,den_y1r2);
[msys2] = minreal(sys);
[num_y1r2_1,den_y1r2_1] = tfdata(msys2,'v');
roots(num_y1r2_1)
' r2에서 y1까지의 극점'
eigenvalue_y1r2 = roots(den_y1r2_1)

[magr_y,phaser_y,w] = bode(num_y1r2,den_y1r2,w);
[magr_y_1,phaser_y,w] = bode(num_y1r2_1,den_y1r2_1,w);
semilogx(w,20*log10(magr_y),'m'),hold off
title('Bode plot closed loop transferfunction r2 --> y1 ')
pause
clc

%-----
plot(eigenvalue_y1r1,'r*'), hold on
plot(eigenvalue_y1r2,'k.')
axis([-1000 50 -2000 2000]),grid
hold off

```



```

float    B01 = B1*0.4;

float e0[DIM_E], u0[DIM_U];
float e1[DIM_E], u1[DIM_U];
float e2[DIM_E], u2[DIM_U];
float e3[DIM_E], u3[DIM_U];

float e00[DIM_E], u00[DIM_U];
float e01[DIM_E], u01[DIM_U];
float e02[DIM_E], u02[DIM_U];
float e03[DIM_E], u03[DIM_U];

float PI = 3.141592654;

int    ADC_integer;                /* A/D read data */

float Offset;                      /* offset voltage */
float ADC_float;
float DAC_scale_volt = 409.6;      /* 2048/5 for FS = 5[V] */
float ADC_scale_volt = 2.44140625E-3; /* 5/2048 for FS = 5[V] */

float Deg_to_Rad = 6.283185307E-1; /* degree-to-radian constant */
float DAC_scale_sin = 143.359997558; /* 2048*0.35/5 for 0.35[V] */

float AD_offset = 0.32 ;
float DA_offset = -0.05;
float IO_ratio = 1.05 ;

void initial_var();
void Read_offset();
void c_int09();
void c_int10();
void LCD_hex(int number);
void LCD_1d2(double number);

```

```

void Set_timer();
void Set_timer1();
void X1_X2_Read_offset();
float  Float_AD(int ad_ch_num);
void  DA_Float(int da_ch_num, float da_value);

```

```

/* ===== */
/*      User-Defined Functions      */
/* ===== */

```

```

void initial_var()
{
    int i;
    for(i=0;i<DIM_U;i++) u0[i]=0.0;
    for(i=0;i<DIM_U;i++) u1[i]=0.0;
    for(i=0;i<DIM_U;i++) u2[i]=0.0;
    for(i=0;i<DIM_U;i++) u3[i]=0.0;

    for(i=0;i<DIM_U;i++) u00[i]=0.0;
    for(i=0;i<DIM_U;i++) u01[i]=0.0;
    for(i=0;i<DIM_U;i++) u02[i]=0.0;
    for(i=0;i<DIM_U;i++) u03[i]=0.0;

    for(i=0;i<DIM_E;i++) e0[i]=0.0;
    for(i=0;i<DIM_E;i++) e1[i]=0.0;
    for(i=0;i<DIM_E;i++) e2[i]=0.0;
    for(i=0;i<DIM_E;i++) e3[i]=0.0;

    for(i=0;i<DIM_E;i++) e00[i]=0.0;
    for(i=0;i<DIM_E;i++) e01[i]=0.0;
    for(i=0;i<DIM_E;i++) e02[i]=0.0;
    for(i=0;i<DIM_E;i++) e03[i]=0.0;
}

```

```

/* ===== read offset voltage of A/D converter circuit ===== */
void Read_offset()                /* read offset */
{ asm("    LDI 00000110B,IOF    "); /* select ADC CH7 */
  *ADC_MUX = 0x03;
  *DAC_CH3 = 0x0800;             /* output DAC3 with 0[V] */
  Delay_us(3);
  *ADC_START = 0x00;
  Delay_us(1);
  asm("Read_off:TSTB    0080H,IOF    "); /* wait for EOC */
  asm("    BZ Read_off    ");
  asm("    LDI @_ADC_CS,AR0    "); /* read ADC CH7 */
  asm("    LDI*AR0,R0    ");
  asm("    ASH 20,R0    "); /* select lower 12 bit, */
  asm("    ASH -20,R0    "); /* as adjust 12 bit ADC */
  asm("    FLOAT R0    ");
  asm("    MPYF @_ADC_scale_volt,R0");
  asm("    STF R0,@_Offset    ");
}

```

```

void LCD_hex(int number)          /* display XXXXH number on LCD */
{ int i, j;

  for(j = 8; j >= 0; j -- 4)
  { i = (number >> j) & 0x000F;
    if(i < 10) LCD_data(i + '0');
    else      LCD_data(i - 10 + 'A');
  }
}

```

```

void LCD_1d2(double number)      /* display X.XX number on LCD */
{ int i;

  if(number >= 0) LCD_data('+');
  else            LCD_data('-');
}

```

```

number = fabs(number);
i = (int)number;
LCD_data(i + '0');

LCD_data('.');

i = (int)((number - (int)number) * 10.);
LCD_data(i + '0');

i = (int)((number * 10. - (int)(number * 10.)) * 10.);
LCD_data(i + '0');
}

void Set_timer()
{
    *Timer0_GCR = 0x02C0;          /* set Timer 0 */
    *Timer0_PR = (int)(12500000 * SEMPLEING_TIME);
}

void Set_timer1()
{
    *Timer1_GCR = 0x02C0;          /* set Timer 1 */
    *Timer1_PR = (int)(12500000 * SEMPLEING_TIME);
}

/* ===== Transmit Data to PC ===== */
void TX_dat(int data)    /* transmit a character by 8251A */
{ for(;;)
    { Delay_us(3);
      if((0x01 & *PCI_CW) == 0x01)
        { *PCI_DATA = data; return; }
    }
}

```

```

void TX_char(int character)    /* transmit a character by 8251A */
{ for(;;)
    { Delay_us(3);
      if((0x01 & *PCI_CW) == 0x01)
        { *PCI_DATA = character; return; }
    }
}

```

```

void TX_string(char *string){
while(*string != '\0')
    { TX_char(*string); string++; }
}

```

```

float  Float_AD(int ad_ch_num)
{ float value;

    int i = 1;    /* if i=0, then ADC_Ch is internal,
                  if i=1, then ADC_Ch is External ADC */

    if (i==0)
        asm("    LDI00000110B,IOF");
    else
        asm("    LDI00000010B,IOF");
    *ADC_MUX = ad_ch_num;

    Delay_us(3);
    *ADC_START = 0x00;
    Delay_us(1);
    asm("Check_EOC:TSTB    0080H,IOF ");
    asm("    BZ Check_EOC  ");
    asm("    LDI @_ADC_CS,AR0 "); /* read A/D */
    asm("    LDI *AR0,R0    ");
    asm("    ASH  20,R0    ");
    asm("    ASH  -20,R0   ");
}

```

```

asm("      STI R0,@_ADC_integer");
asm("      FLOAT R0      ");
asm("      MPYF  @_ADC_scale_volt,R0 ");
asm("      STF   R0,@_ADC_float  ");

/*LCD_command(0xC1);
LCD_hex(ADC_integer);
LCD_command(0xC8);
LCD_1d2(ADC_float);
*/
return(ADC_float);

/* value =ADC_float ;
return(value);  */
}

void X1_X2_Read_offset()                /* read offset */
{
int ad_ch_num0, ad_ch_num1,ad_ch_num2, ad_ch_num3, i;
float ad_value0=0.0, ad_value1=0.0,ad_value2=0.0, ad_value3=0.0;

ad_ch_num0 = 0;
ad_ch_num1 = 1;
ad_ch_num2 = 2;
ad_ch_num3 = 3;

for(i=0;i<5;i++){ ad_value0 += Float_AD(ad_ch_num0); }
for(i=0;i<5;i++){ ad_value1 += Float_AD(ad_ch_num1); }
for(i=0;i<5;i++){ ad_value2 += Float_AD(ad_ch_num2); }
for(i=0;i<5;i++){ ad_value3 += Float_AD(ad_ch_num3); }

/* AD_offset0 = 0.2*ad_value0;
AD_offset1 = 0.2*ad_value1; */
}

```

```
void DA_Float(int da_ch_num, float da_value)
```

```
{  
    float da_y;  
    da_y = 409.5*da_value;  
    *(DAC_CH0+ da_ch_num) = (int)da_y + 0x0800;  
}
```

```
void Test_LED()
```

```
{  
    asm(" LDI  @_PPI_PA,  AR2 ");  
    asm("  LDI ++AR2(2),R0");  
    asm("  XOR  00000001B,R0");  
    asm("  STIR0,++AR2(2) ");  
}
```

```
/* ===== Timer 0 interrupt service routine ===== */
```

```
void c_int09()
```

```
{  
    int ad_ch_num0, da_ch_num0, ad_ch_num1, da_ch_num1, ad_ch_num2,  
    da_ch_num2, ad_ch_num3, da_ch_num3,i;  
    float da_value0, da_value1, ad_value0, ad_value1, da_value2, da_value3,  
    ad_value2, ad_value3;
```

```
    ad_ch_num0 = 0;
```

```
    ad_ch_num1 = 1;
```

```
    ad_ch_num2 = 2;
```

```
    ad_ch_num3 = 3;
```

```
    da_ch_num0 = 0;
```

```
    da_ch_num1 = 1;
```

```
    da_ch_num2 = 2;
```

```
    da_ch_num3 = 3;
```

```

ad_value0 = Float_AD(ad_ch_num0) ;
ad_value1 = Float_AD(ad_ch_num1) ;
ad_value2 = Float_AD(ad_ch_num2) ;
ad_value3 = Float_AD(ad_ch_num3) ;

```

```

e0[DIM_E-1] = ad_value0 + AD_offset;
e1[DIM_E-1] = ad_value1 + AD_offset;
e2[DIM_E-1] = ad_value2 + AD_offset;
e3[DIM_E-1] = ad_value3 + AD_offset;

```

```

e00[DIM_E-1] = ad_value2 + AD_offset;
e01[DIM_E-1] = ad_value3 + AD_offset;
e02[DIM_E-1] = ad_value0 + AD_offset;
e03[DIM_E-1] = ad_value1 + AD_offset;

```

```

/* ===== Test Input_Output offset =====*/
/* da_value0 = IO_ratio*(e0[DIM_E-1]+ DA_offset);
da_value1 = IO_ratio*(e1[DIM_E-1]+ DA_offset);
da_value2 = IO_ratio*(e2[DIM_E-1]+ DA_offset);
da_value3 = IO_ratio*(e3[DIM_E-1]+ DA_offset); */

```

```

/* ===== PD_PD Contoller ===== */
/* ( Td s + 1 ) + kp*( Td s + 1 ) */

```

```

u0[DIM_U-1] = A1*u0[DIM_U-2] + B0*e0[DIM_E-1] + B1*e0[DIM_E-2];
u1[DIM_U-1] = A1*u1[DIM_U-2] + B0*e1[DIM_E-1] + B1*e1[DIM_E-2];
u2[DIM_U-1] = A1*u2[DIM_U-2] + B0*e2[DIM_E-1] + B1*e2[DIM_E-2];
u3[DIM_U-1] = A1*u3[DIM_U-2] + B0*e3[DIM_E-1] + B1*e3[DIM_E-2];

```

```

u00[DIM_U-1] = A01*u00[DIM_U-2] + B00*e00[DIM_E-1] +
B01*e00[DIM_E-2];

```

```

u01[DIM_U-1] = A01*u01[DIM_U-2] + B00*e01[DIM_E-1] +
B01*e01[DIM_E-2];

```

```

u02[DIM_U-1] = A01*u02[DIM_U-2] + B00*e02[DIM_E-1] +

```

B01*e02[DIM_E-2];

u03[DIM_U-1] = A01*u03[DIM_U-2] + B00*e03[DIM_E-1] +

B01*e03[DIM_E-2];

da_value0 = IO_ratio*(u0[DIM_U-1] + u00[DIM_U-1] + DA_offset) ;

da_value1 = IO_ratio*(u1[DIM_U-1] + u01[DIM_U-1] + DA_offset) ;

da_value2 = IO_ratio*(u2[DIM_U-1] + u02[DIM_U-1] + DA_offset) ;

da_value3 = IO_ratio*(u3[DIM_U-1] + u03[DIM_U-1] + DA_offset) ;

DA_Float(da_ch_num0, da_value0);

DA_Float(da_ch_num1, da_value1);

DA_Float(da_ch_num2, da_value2);

DA_Float(da_ch_num3, da_value3);

for(i=1;i<DIM_U;i++){ u0[i-1]=u0[i];}

for(i=1;i<DIM_U;i++){ u1[i-1]=u1[i];}

for(i=1;i<DIM_U;i++){ u2[i-1]=u2[i];}

for(i=1;i<DIM_U;i++){ u3[i-1]=u3[i];}

for(i=1;i<DIM_U;i++){ u00[i-1]=u00[i];}

for(i=1;i<DIM_U;i++){ u01[i-1]=u01[i];}

for(i=1;i<DIM_U;i++){ u02[i-1]=u02[i];}

for(i=1;i<DIM_U;i++){ u03[i-1]=u03[i];}

for(i=1;i<DIM_E;i++){ e0[i-1]=e0[i];}

for(i=1;i<DIM_E;i++){ e1[i-1]=e1[i];}

for(i=1;i<DIM_E;i++){ e2[i-1]=e2[i];}

for(i=1;i<DIM_E;i++){ e3[i-1]=e3[i];}

for(i=1;i<DIM_E;i++){ e00[i-1]=e00[i];}

for(i=1;i<DIM_E;i++){ e01[i-1]=e01[i];}

for(i=1;i<DIM_E;i++){ e02[i-1]=e02[i];}

for(i=1;i<DIM_E;i++){ e03[i-1]=e03[i];}

```

asm(" LDI  @_PPI_PA, AR2 ");
asm("  LDI  ++AR2(2),R0 ");
asm("  XOR  00000001B,R0");
asm("  STIR0,++AR2(2) ");

/* Test_LED(); */
Set_timer();
}

/* ===== Timer 1 interrupt service routine ===== */
void c_int10()
{
/* Set_timer1(); */
}

/*===== */
/* Timer 0 & Timer 1 interrupt Vector Table */
/*===== */

asm(" .sect  \".vector\" ");
asm("IVT: .space 9 ");
asm(" .word  _c_int09  "); /* Timer 0 */
asm(" .word  _c_int10  "); /* Timer 1 */
asm(" .data  ");
asm("_ITTP: .word  IVT  ");

/*===== */
/* Main Program */
/*===== */
void main()
{ int counter = 1, character;

Init_DSP(); Delay_ms(50); /* initialize DSP, 8255A, LCD */
Init_8255();

```

감사의 글

먼저 학위 과정과 이 논문이 완성되기까지 자상한 가르침과 한없는 인내로 지도해 주신 양주호 지도 교수님께 깊은 감사를 드리며, 앞으로도 학문적 자세를 더욱 견지함으로써 그동안 가르쳐 베풀어주신 은혜에 조금이라도 보답 하고자 합니다.

아울러, 이 논문을 심사해 주시고 좋은 논문이 될 수 있도록 미흡한 점을 바로잡아 주신 문덕홍 교수님, 장지성 교수님, 김영복 교수님, 김창화 교수님께 깊은 감사를 드립니다.

그리고, 학위 과정 동안 많은 가르침을 주신 이일영 교수님, 한규일 교수님, 또한 지켜봐 주시고 격려해 주신 안수길 교수님, 고성위 교수님, 김시영 교수님, 정병진 교수님, 정석권 교수님께도 감사를 드립니다.

또한, 늦은 학문에 매진할 수 있도록 계속하여 격려를 보내준 동기 고대권 교수님, 구자삼 교수님, 남기완 교수님, 이석모 교수님, 문창권 교수님께도 감사의 마음을 전합니다.

특히 이 학위 연구 대상의 시발 연구자로서 그동안 이 논문이 완성되기까지 항상 친절함 마음으로 조언과 지도를 아끼지 않으셨던 김창화 교수님께 진심으로 고마움의 말씀을 드리며, 또한 이 연구가 결실을 맺을 수 있도록 공동 연구로 도와주신 최명수 교수님께도 감사드립니다. 아울러 연구실 선배로서, 학문적 토론자로서 여러 가지 조언을 해주신 정해중 교수님, 변정환 교수님, 정광교 검사관님, 이학도 선생님, 박태원 선생님, 이재원 선생님, 최교호 교수님께도 감사드립니다. 그리고 논문 원고 정리를 비롯한 여러 방면에서 애써준 김영완 선생, 창유 선생, 정황훈군, 김재윤군에게도 고마움의 글을 전합니다.

아울러 그동안 좋은 연구를 할 수 있도록 여러모로 배려해 주신 최성달 교육장님, 김성근 교장선생님, 홍무성 교장선생님, 정연순 교감선생님, 김영달 교감선생님, 이효교 교감선생님, 그리고 관심과 격려를 아끼지 않으셨던 여러 동료 선생님들께 감사드리며, 이 작은 연구를 밑거름으로 하여 보다 좋은 교육자가 되고자 노력하겠습니다.

끝으로 연구실로의 먼길을 오갈 때 항상 걱정으로 기도해 주시는 어머니, 긴 학위 과정 동안 비었던 자리를 큰 희생과 사랑으로 채워주고 후원해 준 동료 교사이자 아내인 최난희 선생님, 그리고 공부하는 아빠를 항상 자랑스러워하며 잘 키운 사랑하는 딸 민경이, 아들 민건이와 함께 이 작은 결실을 함께 나누렵니다.

2002년 7월 9일 심 성 호 올림