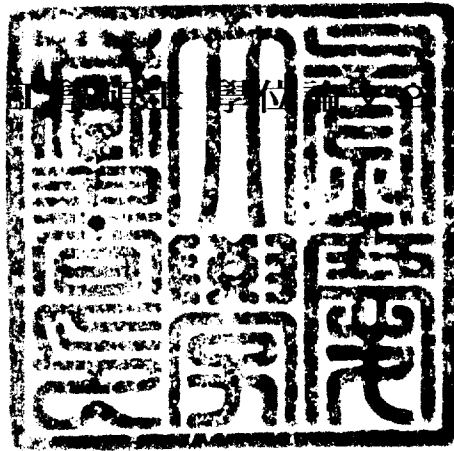


工學碩士 學位論文

정방형 M-QAM의 비트 오류
평가에 관한 연구

指導教授 金南虎

이 論文을 釜慶大學校 大學院 制御計測工學科로 提出함



2002年 8月

釜慶大學校 大學院

制御計測工學科

姜 富 景

姜富景의 工學碩士 學位論文을 認准함

2002年 6月 29日

主 審 工學博士

委 員 工學博士

委 員 工學博士

李 炯 基

金 南 虎

金 萬 高



목 차

Abstract

제1장 서 론	1
제2장 각종 변조 기법	3
2.1 펄스진폭변조	3
2.2 위상편이키잉	4
2.2.1 2진 PSK	4
2.2.2 4진 PSK	6
제3장 AWGN 채널에서 M진 직교진폭신호의 일반화된 BER 유도	8
3.1 시스템 모델	8
3.2 16-QAM 일 경우 BER	9
3.3 64-QAM 일 경우 BER	11
3.4 256-QAM 일 경우 BER	14
3.5 1024-QAM 일 경우 BER	18
3.6 임의의 정방형 M-ary QAM 일 경우 BER	22
제4장 시뮬레이션 및 결과	23
4.1 시스템 해석	23
4.2 시뮬레이션 결과	25
4.2.1 정방형 M-ary QAM 신호의 비트 오류	25
4.2.2 정방형 M-ary QAM 신호에 대한 Monte Carlo 시뮬레이션	26
4.2.3 블록 신호를 이용한 MSE 시뮬레이션	38
제5장 결 론	49
참고 문헌	50

A Study on the Bit Error Probability Evaluation of Square M-QAM

Pu-Kyung Kang

Department of Control and Instrumentation Engineering, Graduate School
Pukyong National University

Abstract

The current communication systems require high speed services as social progress is speedy. But because the frequency band available is limited, it is necessary to improve the transmission capacity in limited frequency bands. One of the solutions to this problem is multi-level modulation scheme enabling high speed data transmission in limited frequency bands.

One of the representative methods among multi-level modulation scheme is QAM(quadrature amplitude modulation). In QAM, two ASK(amplitude shift keying) is sent independently as one being in-phase channel, and the other being quadrature channel. Because the QAM method has information in amplitude as well as in phase, its capacity is said to be worse owing to noising by several amplitude changes.

There have been many efforts to obtain bit error probability about square M-ary QAM signals, and approximate expression could be obtained.

In this paper, general bit error probability equation of square M-ary QAM under AWGN(additive white gaussian noise) is derived and analyzed using Q -function and Gray coded bit mapping.

Further, by using Monte Carlo simulation, are compared binary signal

order mapping with Gray coded bit mapping for signal constellation and bit error probability of M-ary QAM signal according to SNR.

For objective judgement, by using block signal as a test signal through demodulation of square M-ary QAM signal and MSE(mean square error) according to SNR, the degree of information signal damage due to noise was evaluated.

The outline of this paper can be seen as follows.

In Chapter 2, various modulation schemes are described briefly, and in Chapter 3, the regularity of the inducing process is obtained from the bit error probability equation of QAM when M is 16, 64, 256, and 1024. From this, general BER expressions for arbitrary square M-ary QAM signal and Gray coded bit mapping are discussed.

In Chapter 4, the bit error probability equation of Chapter 3 is evaluated through Monte Carlo simulation for M-ary QAM signal under AWGN channel.

Lastly, in Chapter 5, the conclusion have evaluated for BER of M-ary QAM.

제 1장 서론

현대 사회의 급속한 발전과 더불어 다양한 통신 서비스를 요구하는 정보화 사회로 발전함에 따라 이동통신 시스템의 발달은 더욱 가속화되고 있다. 특히 사용자간의 단순한 음성 서비스 전송이 목적이었던 과거의 통신 개념과 달리, 최근에는 음성뿐만 아니라 이미지, 동영상, 고속 데이터 등의 각종 멀티미디어 정보를 시간과 장소에 구애받지 않고 언제 어디서나 고속으로 전송할 수 있는 통신 시스템이 요구된다.

그러나 사용할 수 있는 주파수 대역이 한정되어 있으므로 제한된 주파수 대역 내에서 시스템 성능을 유지하면서 대용량의 데이터를 전송해야 한다. 전송 대역폭이 제한되어 있고 고속의 정보 전송 속도가 필요한 경우에는 동일한 신호 속도를 유지하기 위해 변조 신호의 레벨 수를 증가시킴으로써 전송용량을 높일 수 있으며, 이런 문제를 해결하기 위해서 대역폭 효율이 뛰어난 다치변조방식(multi-level modulation scheme)을 이용하여 주어진 대역 내에서 높은 데이터율(data rate)로 전송한다. 다치변조방식 중 대표적인 것으로 직교진폭변조(QAM : quadrature amplitude modulation)방식이 있으며, 현재 다양한 연구가 진행되고 있다.

QAM 방식은 1960년에 Cahn에 의해 처음으로 도입되었으며[1], 1962년에는 동일한 주파수를 가지는 서로 직교하는 두 개의 반송파에 의해 진폭 변조, 복조되는 방식의 정방형-QAM 방식을 Campopiano가 소개하였다[2].

QAM 방식은 위상뿐만 아니라 진폭에도 정보를 포함하기 때문에, 여러 개의 진폭 레벨로 변화시킴으로 인해서 잡음의 간섭에 따른 성능 저하를 가져오는 단점이다.

따라서, QAM 신호에 대한 잡음의 영향을 평가하기 위해 비트 오류 확률을 구하는 많은 연구들이 발표되어 왔으며, 특정 M-ary QAM에 대한 비트 오류 확률과 근사화 된 비트 오류 확률을 구할 수 있다[3], [4].

본 논문에서는 가산성 백색 가우시안 잡음(AWGN : additive white gaussian noise) 채널에서 $M=16, 64, 256, 1024$ 일 때의 QAM 신호의 비트 오류 확률식을 Q -함수와 그레이 부호의 특징을 이용하여 계산하고, 그 결과로부터 유도 과정의 규칙성을 찾아내어, 임의의 정방형 M-ary QAM 신호에 대한 일반화된 비트 오류 확률식을 유도하였다.

또한, Monte Carlo 시뮬레이션을 통해, 유도된 이론식과 랜덤 신호를 사용하여 AWGN 채널에서 정방형 M-ary QAM 신호의 비트 오류 확률을 확인, 비교하고 평가하였다.

그리고 객관적인 판단을 위해 테스트 신호로서 블록 신호를 사용하여 SNR에 따른 정방형 M-ary QAM 신호의 복원과 평균자승오차(MSE : mean square error)를 통해, 잡음에 대한 원신호의 손상 정도를 평가하였다.

제 2장 각종 변조 기법

2.1 펄스진폭변조

펄스진폭변조(PAM : pulse amplitude modulation)파는 아날로그 신호를 일정하게 규칙적으로 배열된 구형 펄스열의 진폭으로 연속적인 정보신호의 순시 표본값에 따라 1:1 형태로 변화시킨 신호이다.

그림 1은 이상적인 임펄스 열로 정보신호 $s(t)$ 를 샘플링 한 다음, 각 임펄스를 원하는 펄스 형태로 만드는 PAM 신호의 생성 과정이다.

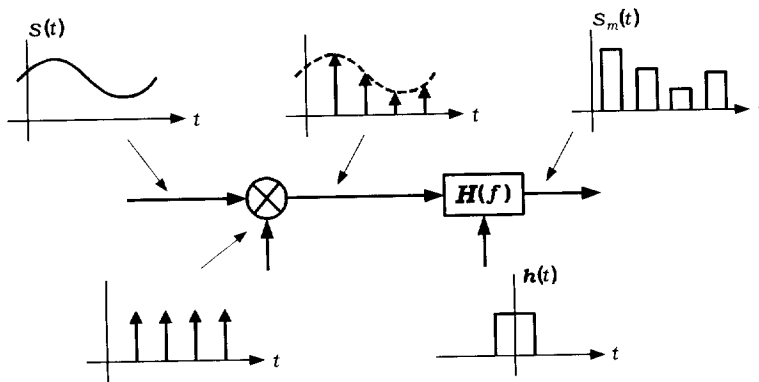


Fig. 1. The generate of PAM.

이와 같은 PAM파는 다음과 같다.

$$s_m(t) = C \sum_{n=-\infty}^{\infty} [1 + k_a s(nT_s)] h(t - nT_s) \quad (1)$$

여기서, C 는 단극성(unipolar) 펄스를 유지하도록 곱한 상수이고, $s(nT_s)$ 는 정보신호 $s(t)$ 의 n 번째 표본값, T_s 는 표본화 주기, $h(t)$ 는 펄스파형을 나타내며, k_a 는 $s(nT_s)$ 가 모든 n 에 대하여 단극성 펄스를

유지하도록 하기 위한 정수로서 진폭감도(amplitude sensitivity)라 부른다.
즉, k_a 는 다음을 만족하는 값이다.

$$1 + k_a s(nT_s) \geq 0 \quad (2)$$

PAM은 PSK, PCM 및 QAM을 위한 중간변조 방식으로 많이 사용된다.

2.2 위상편이키잉

위상편이키잉(PSK : phase shift keying)은 디지털 신호의 정보내용에 따라서 반송파의 위상을 변화시키는 방식으로, 2원 디지털 신호를 m 개의 비트로 입력을 받아들여서 $M=2^m$ 개의 위상으로 분할시킨 위상변조방식을 M 진 PSK(M-ary phase shift keying)라 부른다. 2진, 4진, 8진 PSK 등이 널리 사용되고 있다.

PSK 파는 일정한 포락선을 갖는 파형이기 때문에 전송로 등에 의한 레벨 변동의 영향을 적게 받으며, 심볼에러(symbol error)가 우수하고 변·복조 회로가 간단하다.

2.2.1 2진 PSK(BPSK)

BPSK(binary phase shift keying)에 의한 신호 전송은 ± 1 데이터 값에 따라 각각의 데이터 구간에 2종류의 위상을 갖는 정현파 중 하나를 전송하는 방식이며, 다음과 같다.

$$\begin{aligned} s(t) &= A \cos(2\pi f_c t + \psi_i) \\ &= A a_i \cos 2\pi f_c t \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, A 는 반송파의 진폭이며, $a_i = \pm 1$ 이다. 그리고 ϕ_i 는 정현파의 위상을 나타내며, $\phi_1 - \phi_2 = \pm 180^\circ$ 이다.

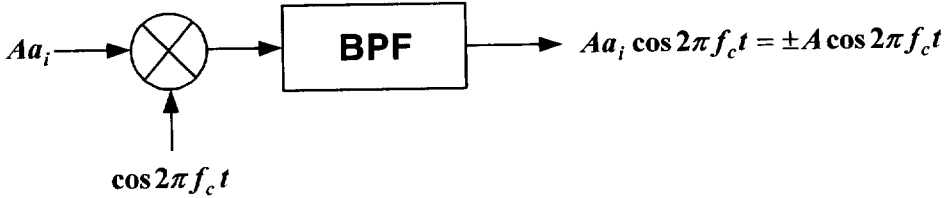


Fig. 2. BPSK generator.

식 (3)에 이상적인 곱셈기를 사용하여 실현한 BPSK 신호는 그림 2와 같다. PSK 신호의 포락선은 2원 데이터 1과 0에 관계없이 동일하고, 한 개의 반송주파수를 사용하기 때문에, PSK 신호의 복조방식으로는 동기검파만이 사용된다.

그림 3은 PSK 신호의 동기검파를 나타낸다. 여기서, θ 는 송신기와 수신기 사이의 통과거리의 함수이다.

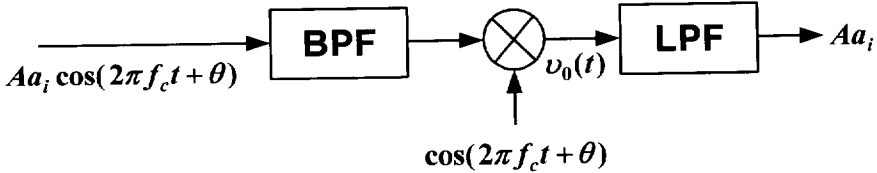


Fig. 3. Synchronous detection of BPSK signal.

그림 3에서 이상적인 동기검파기의 출력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 v_0(t) &= A a_i \cos^2(2\pi f_c t + \theta) \\
 &= \frac{1}{2} A a_i + \frac{1}{2} A a_i \cos 2(2\pi f_c t + \theta)
 \end{aligned} \tag{4}$$

따라서, 저역필터(LPF)를 통과하면 원하는 변조신호 $A a_i$ 를 얻는다.

2.2.2 4진 PSK(QPSK)

직 · 병렬 변환식을 사용한 QPSK(quadrature phase shift keying) 변조기의 일반적인 구성도와 신호 공간 다이어그램을 그림 4에 나타내었다. QPSK 변조기의 입력 데이터 열은 직 · 병렬 변환기에 의해서 분배된다.

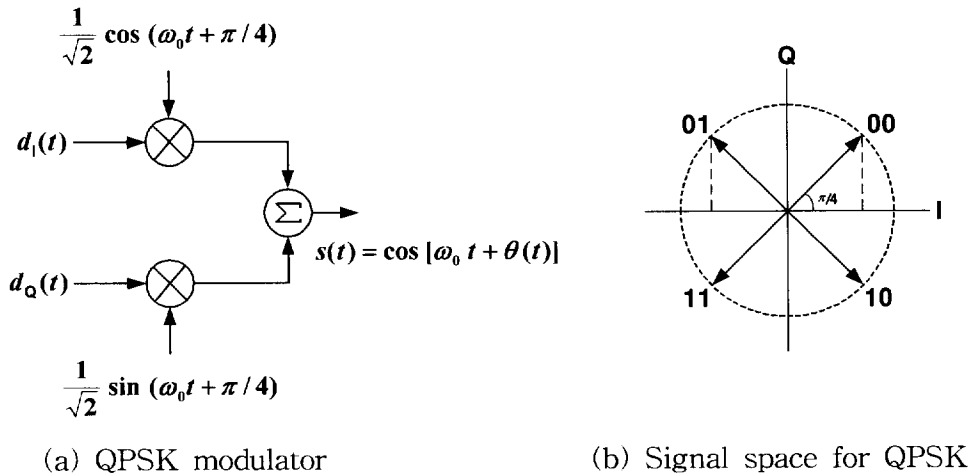


Fig. 4. Modulator and Signal space for QPSK.

2진 부호 입력 데이터 열 $\{d_k\} = \{d_0, d_1, \dots\}$ 을 I-채널과 Q-채널로 분리하여 각각 $\{d_I(t)\}$, $\{d_Q(t)\}$ 로 나타내면, 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \{d_I(t)\} &= d_0, d_2, d_4, \dots & (\text{짝수비트}) \\ \{d_Q(t)\} &= d_1, d_3, d_5, \dots & (\text{홀수비트}) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, $\{d_I(t)\}$ 와 $\{d_Q(t)\}$ 는 $d_k(t)$ 전송 속도의 1/2이다. 즉, $T_s = 2T_b$ 이다. 이와 같이 분리된 데이터 $\{d_I(t)\}$ 와 $\{d_Q(t)\}$ 에 따라 90°의 위상차를 갖는 2개의 반송파를 각각 BPSK에서처럼 변조시킨 후 합성하면 90°의 위상차를 갖는 2개의 BPSK를 선형으로 더한 것과 같다.

그러므로 BPSK의 한 채널을 I(in-phase)-채널이라고 부르고, 다른 채널을 Q(quadrature)-채널이라 부른다. 따라서, QPSK의 출력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 s(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} d_I(t) \cos\left(2\pi f_0 t + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{\sqrt{2}} d_Q(t) \sin\left(2\pi f_0 t + \frac{\pi}{4}\right) \\
 &= \cos[2\pi f_0 t + \theta(t)]
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

여기서, f_c 는 반송파의 주파수이고 $d_I = \cos \theta(t)$, $d_Q = \sin \theta(t)$ 이다.

제 3장 AWGN 채널에서 M진 직교진폭신호의 일반화된 BER 유도

M진 직교진폭신호의 비트 오류 확률식을 AWGN 채널에서 Q-함수와 그레이 부호 매핑 관계를 이용하여 효율적이고, 정확한 계산을 위한 일반적인 표현식을 유도하였다. 일반적으로 Q-함수는 통신 시스템에서 확률을 계산할 때 사용되고, 그레이 부호로 된 신호 배치도의 한 심볼은 인접하는 다른 심볼과 단지 하나의 비트만 다르며, 또한 신호 배치가 규칙적이다.

3.1 시스템 모델

QAM은 제한된 대역에서 데이터 전송 효율의 향상을 위해 완전히 독립적인 2개의 데이터 신호를 직교하는 2개의 반송파인 코사인파와 사인파로 각각 ASK(amplitude shift keying) 변조한 후, 두 신호를 합성해서 동일한 통신로에 송출시키는 변조방식이다.

그림 5는 일반적인 직교진폭변조(QAM)의 변조기이다.

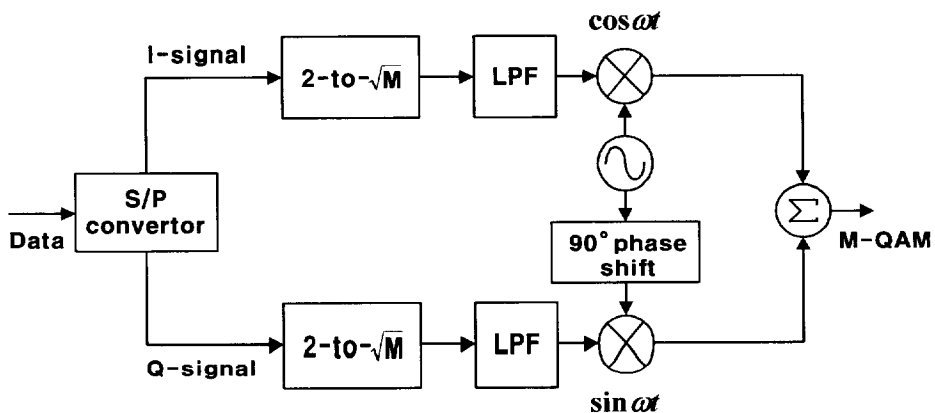


Fig. 5. QAM modulator.

QAM 신호는 다음과 같이 나타낸다.

$$s(t) = U_I(t) \cos 2\pi f_c t - U_Q(t) \sin 2\pi f_c t, \quad 0 \leq t \leq T_s \quad (7)$$

여기서, $U_I(t)$ 와 $U_Q(t)$ 는 각각 데이터 계열에 의해서 정해지는 정보 신호이고, 코사인파 항을 동상 신호 성분, 사인파 항을 직교 신호 성분이라 한다. 그리고 f_c 는 반송파 주파수, T_s 는 심볼 간격이고, 이것은 $T_s = mT_b$ 에 의한 비트 간격과 관계된다.

$m = \log_2 M$ 은 심볼 당 비트를 나타내고, $U_I(t)$ 와 $U_Q(t)$ 는 $\sqrt{M}$ -레벨을 가지며 $\{\pm d, \pm 3d, \dots, \pm(\sqrt{M}-1)d\}$ 로 정해져 배치된다. 여기서, $2d$ 는 constellation point로서, 인접 신호 심볼간의 최소 유클리드 거리를 나타내며, d 는 다음 관계식에 의해 계산된다.

$$d = \sqrt{\frac{3m \cdot E_b}{2(M-1)}} \quad (8)$$

여기서, E_b 는 직교진폭변조 신호의 각 비트 에너지이다.

신호간의 심볼 배치는 그레이 부호로 정의한다. 그레이 부호 심볼 배치에서, m -bit 심볼은 인접한 다른 심볼과 단지 하나의 비트만이 다르다. 그러므로 m -bit 심볼에서 심볼에러 결과는 단지 하나의 비트 에러를 수반한다. 이 때, 신호 점은 서로 동일한 확률 값을 가지며, 완벽하게 반송파를 추정하는 최적의 동기 검파, 주파수 추정, 그리고 심볼 동기라고 가정한다.

3.2 16-QAM 일 경우 BER

그림 6은 정방형 16-QAM 신호의 배치도이다. 여기서, 각 심볼은 4-비트 심볼 $i_1 q_1 i_2 q_2$ 로 표현하고, i_1 과 i_2 는 동상 성분 비트, q_1 과 q_2 는 직교 성분 비트를 나타낸다.

그림 6에서 동상 성분 비트 i_1 과 직교 성분 비트 q_1 의 결정 경계는 다음과 같다.

$$\begin{array}{ll} \text{if} & I, Q \geq 0 \quad \text{then} \quad i_1, q_1 = 0 \\ \text{if} & I, Q < 0 \quad \text{then} \quad i_1, q_1 = 1 \end{array} \quad (9)$$

이 경우에, 각 성분의 첫 번째 동상 성분 비트 i_1 과 직교 성분 비트 q_1 이 오류가 될 확률은 다음과 같다.

$$P_b(1) = \frac{1}{2} \left[Q \left\{ \sqrt{\frac{4\gamma}{5}} \right\} + Q \left\{ 3\sqrt{\frac{4\gamma}{5}} \right\} \right] \quad (10)$$

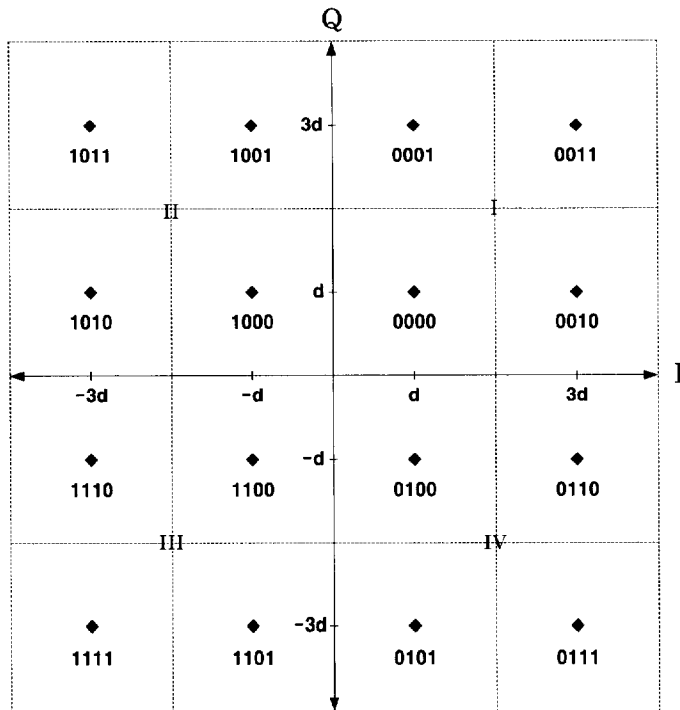


Fig. 6. Square 16-QAM constellation.

그리고 세 번째 비트와 네 번째 비트인 i_2 와 q_2 의 결정 경계는 다음과 같다.

$$\begin{array}{llll} \text{if} & I, Q \geq 2d & \text{then} & i_2, q_2 = 1 \\ \text{if} & -2d \leq I, Q < 2d & \text{then} & i_2, q_2 = 0 \\ \text{if} & -2d > I, Q & \text{then} & i_2, q_2 = 1 \end{array} \quad (11)$$

따라서, i_2 와 q_2 성분이 오류가 될 확률은 다음과 같다.

$$P_b(2) = \frac{1}{2} \left[2Q\left\{\sqrt{\frac{4\gamma}{5}}\right\} + Q\left\{3\sqrt{\frac{4\gamma}{5}}\right\} - Q\left\{5\sqrt{\frac{4\gamma}{5}}\right\} \right] \quad (12)$$

여기서, $\gamma = \frac{E_b}{N_0}$ 는 비트 당 신호 대 잡음비이고, 유클리드 거리는 식 (8)

에 의해 $d = \sqrt{\frac{2E_b}{5}}$ 이다.

또한, $Q(\cdot)$ 는 Q -함수로 다음과 같이 정의된다.

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du \quad (13)$$

결과적으로, 정방형 16-QAM 신호에 대한 정확한 평균 BER은 식 (10)과 식 (12)에서 주어진 비트 오류 확률 평균에 의해 구해지며, 다음과 같다.

$$P_{16\text{-QAM}} = \frac{1}{2} [P_b(1) + P_b(2)] \quad (14)$$

3.3 64-QAM 일 경우 BER

그림 7은 그레이 부호로 매핑 된 정방형 64-QAM 신호의 배치도이다.

여기서, 각 심볼은 동상 성분 i_1, i_2, i_3 와 직교 성분 q_1, q_2, q_3 비트인 6-비트로 이루어지며, 이 때 한 심볼은 $i_1q_1i_2q_2i_3q_3$ 로 구성된다.

신호 배치도의 위상은 동상 성분과 직교 성분의 8-레벨로 분해되고, 동상 성분과 직교 성분의 진폭은 $7d, 5d, 3d, d, -d, -3d, -5d$, 그리고 $-7d$ 이며, 3-bit 그레이 부호로 표현하면, $011, 010, 000, 001, 101, 100, 110$ 그리고, 111 로 각각 할당된다.

그럼 7에서 동상 성분 비트 i_1 과 직교 성분 비트 q_1 의 결정 경계는 다음과 같다.

$$\begin{array}{ll} \text{if } I, Q \geq 0 & \text{then } i_1, q_1 = 0 \\ \text{if } I, Q < 0 & \text{then } i_1, q_1 = 1 \end{array} \quad (15)$$

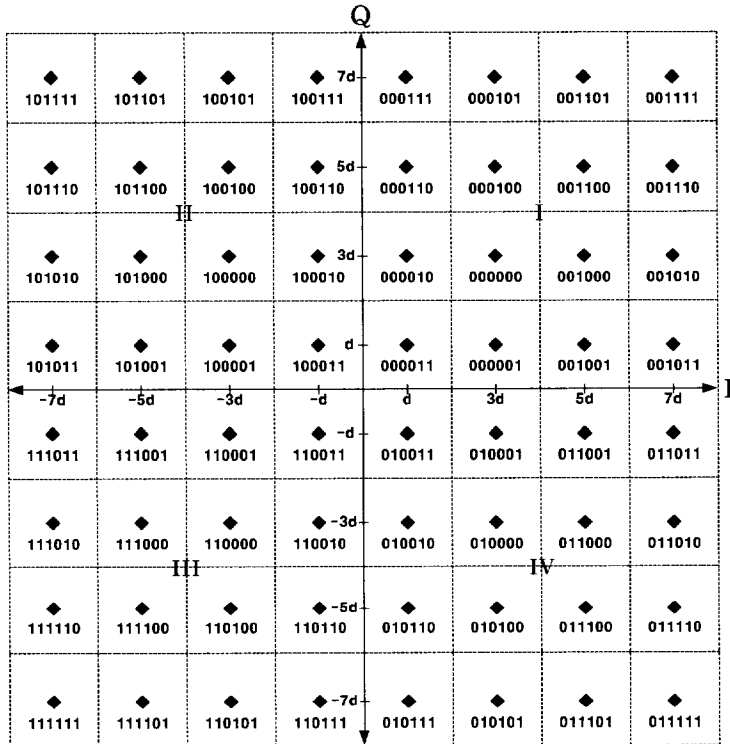


Fig. 7. Square 64-QAM constellation.

따라서, 각 성분의 첫 번째 비트가 오류가 될 확률은 다음과 같다.

$$P_b(1) = \frac{1}{4} \left[Q\left\{\sqrt{\frac{2\gamma}{7}}\right\} + Q\left\{3\sqrt{\frac{2\gamma}{7}}\right\} + Q\left\{5\sqrt{\frac{2\gamma}{7}}\right\} + Q\left\{7\sqrt{\frac{2\gamma}{7}}\right\} \right] \quad (16)$$

각 성분의 두 번째 비트인 동상 성분 비트 i_2 와 직교 성분 비트 q_2 의 결정 경계는 다음과 같다.

$$\begin{array}{llll} \text{if} & & I, Q \geq 4d & \text{then} \quad i_2, q_2 = 1 \\ \text{if} & -4d \leq & I, Q < 4d & \text{then} \quad i_2, q_2 = 0 \\ \text{if} & -4d > & I, Q & \text{then} \quad i_2, q_2 = 1 \end{array} \quad (17)$$

여기서, 유클리드 거리 d 는 식 (8)에 의해 $d = \sqrt{\frac{E_b}{7}}$ 이다. 따라서, 각 성분의 두 번째 비트가 오류가 될 확률은 다음과 같다.

$$P_b(2) = \frac{1}{4} \left[2Q\left\{\sqrt{\frac{2\gamma}{7}}\right\} + 2Q\left\{3\sqrt{\frac{2\gamma}{7}}\right\} + Q\left\{5\sqrt{\frac{2\gamma}{7}}\right\} + Q\left\{7\sqrt{\frac{2\gamma}{7}}\right\} - Q\left\{9\sqrt{\frac{2\gamma}{7}}\right\} - Q\left\{11\sqrt{\frac{2\gamma}{7}}\right\} \right] \quad (18)$$

각 성분의 세 번째 비트인 동상 성분 비트 i_3 와 직교 성분 비트 q_3 의 결정 경계는 다음과 같다.

$$\begin{array}{llll} \text{if} & & I, Q \geq 6d & \text{then} \quad i_3, q_3 = 1 \\ \text{if} & 2d \leq & I, Q < 6d & \text{then} \quad i_3, q_3 = 0 \\ \text{if} & -2d \leq & I, Q < 2d & \text{then} \quad i_3, q_3 = 1 \\ \text{if} & -6d \leq & I, Q < -2d & \text{then} \quad i_3, q_3 = 0 \\ \text{if} & -6d > & I, Q & \text{then} \quad i_3, q_3 = 1 \end{array} \quad (19)$$

따라서, 각 성분의 세 번째 비트가 오류가 될 확률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 P_b(3) = & \frac{1}{4} \left[4Q\left\{\sqrt{\frac{2\gamma}{7}}\right\} + 3Q\left\{3\sqrt{\frac{2\gamma}{7}}\right\} - 3Q\left\{5\sqrt{\frac{2\gamma}{7}}\right\} \right. \\
 & - 2Q\left\{7\sqrt{\frac{2\gamma}{7}}\right\} + 2Q\left\{9\sqrt{\frac{2\gamma}{7}}\right\} + Q\left\{11\sqrt{\frac{2\gamma}{7}}\right\} \\
 & \left. - Q\left\{13\sqrt{\frac{2\gamma}{7}}\right\} \right] \quad (20)
 \end{aligned}$$

결과적으로, 정방형 64-QAM 신호에 대한 정확한 평균 BER은 식 (16), 식 (18), 식 (20)에서 주어진 오류 확률 평균에 의해 구해지며, 다음과 같다.

$$P_{64\text{-QAM}} = \frac{1}{3} [P_b(1) + P_b(2) + P_b(3)] \quad (21)$$

3.4 256-QAM 일 경우 BER

그림 8은 그레이 부호로 매핑 된 정방형 256-QAM 신호의 배치도이다. 여기서, 각 심볼은 8-비트로, 동상 성분 i_1, i_2, i_3, i_4 와 직교 성분 q_1, q_2, q_3, q_4 비트로 이루어지며, 한 심볼은 $i_1 i_2 i_3 i_4 q_1 q_2 q_3 q_4$ 의 8-비트로 구성된다.

그림 8에서 256-QAM 신호의 각 성분의 첫 번째 비트인 동상 성분 비트 i_1 과 직교 성분 비트 q_1 의 결정 경계는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \text{if } I, Q \geq 0 \quad \text{then } i_1, q_1 &= 0 \\
 \text{if } I, Q < 0 \quad \text{then } i_1, q_1 &= 1
 \end{aligned} \quad (22)$$

따라서, 각 성분의 첫 번째 비트가 오류가 될 확률은 식 (23)과 같다.

$$\begin{aligned}
P_b(1) = & \frac{1}{8} \left[Q\left\{\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} + Q\left\{3\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} + Q\left\{5\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} \right. \\
& + Q\left\{7\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} + Q\left\{9\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} + Q\left\{11\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} \\
& \left. + Q\left\{13\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} + Q\left\{15\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} \right]
\end{aligned} \quad (23)$$

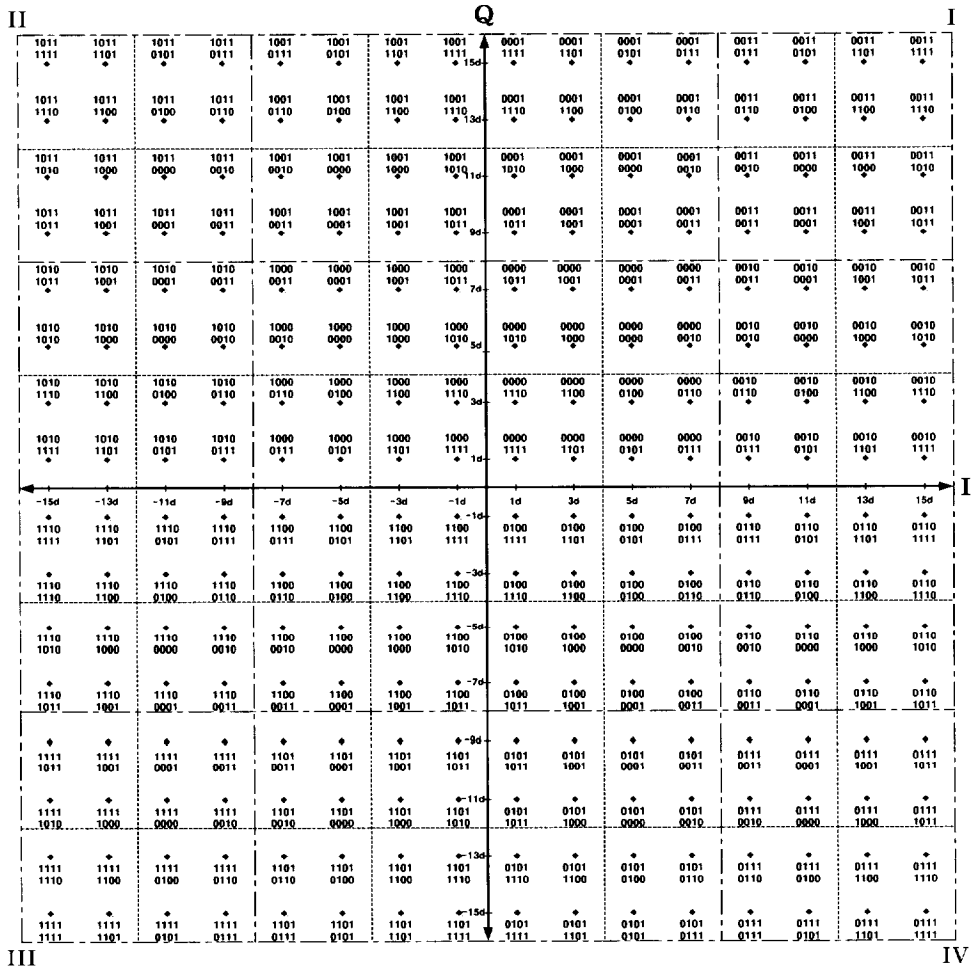


Fig. 8. Square 256-QAM constellation.

각 성분의 두 번째 비트인 동상 성분 비트 i_2 와 직교 성분 비트 q_2 의 결정 경계는 다음과 같다.

$$\begin{array}{llll}
 \text{if} & & \text{I, Q} \geq 8d & \text{then } i_2, q_2 = 1 \\
 \text{if } -8d \leq & \text{I, Q} < 8d & \text{then } i_2, q_2 = 0 \\
 \text{if } -8d > & \text{I, Q} & \text{then } i_2, q_2 = 1
 \end{array} \quad (24)$$

따라서, 각 성분의 두 번째 비트가 오류가 될 확률은 식 (25)와 같다.

$$\begin{aligned}
 P_b(2) = & \frac{1}{8} \left[2Q\left\{\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} + 2Q\left\{3\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} + 2Q\left\{5\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} \right. \\
 & + 2Q\left\{7\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} + Q\left\{9\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} + Q\left\{11\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} \\
 & + Q\left\{13\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} + Q\left\{15\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} - Q\left\{17\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} \\
 & \left. - Q\left\{19\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} - Q\left\{21\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} - Q\left\{23\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} \right] \quad (25)
 \end{aligned}$$

여기서, 유클리드 거리 d 는 식 (8)에 의해 $d = \sqrt{\frac{4E_b}{85}}$ 이다.

각 성분의 세 번째 비트인 동상 성분 비트 i_3 와 직교 성분 비트 q_3 의 결정 경계는 다음과 같다.

$$\begin{array}{llll}
 \text{if} & & \text{I, Q} \geq 6d & \text{then } i_3, q_3 = 1 \\
 \text{if } 2d \leq & \text{I, Q} < 6d & \text{then } i_3, q_3 = 0 \\
 \text{if } -2d \leq & \text{I, Q} < 2d & \text{then } i_3, q_3 = 1 \\
 \text{if } -6d \leq & \text{I, Q} < -2d & \text{then } i_3, q_3 = 0 \\
 \text{if } -6d > & \text{I, Q} & \text{then } i_3, q_3 = 1
 \end{array} \quad (26)$$

따라서, 각 성분의 세 번째 비트가 오류가 될 확률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
P_b(3) = & \frac{1}{8} \left[4Q\left\{\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} + 4Q\left\{3\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} + 3Q\left\{5\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} \right. \\
& + 3Q\left\{7\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} - 3Q\left\{9\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} - 3Q\left\{11\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} \\
& - 2Q\left\{13\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} - 2Q\left\{15\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} + 2Q\left\{17\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} \\
& + 2Q\left\{19\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} + Q\left\{21\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} + Q\left\{23\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} \\
& \left. - Q\left\{25\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} - Q\left\{27\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} \right] \quad (27)
\end{aligned}$$

마지막 비트인 각 성분의 네 번째 동상 성분 비트 i_4 와 직교 성분 비트 q_4 의 결정 경계는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
& \text{if} & & \text{I, Q} & \geq & 14d & \text{then } i_3, q_3 = 1 \\
& \text{if} & 10d \leq & \text{I, Q} & < & 14d & \text{then } i_3, q_3 = 0 \\
& \text{if} & 6d \leq & \text{I, Q} & < & 10d & \text{then } i_3, q_3 = 1 \\
& \text{if} & 2d \leq & \text{I, Q} & < & 6d & \text{then } i_3, q_3 = 0 \\
& \text{if} & -2d \leq & \text{I, Q} & < & 2d & \text{then } i_3, q_3 = 1 \\
& \text{if} & -6d \leq & \text{I, Q} & < & -2d & \text{then } i_3, q_3 = 0 \\
& \text{if} & -10d \leq & \text{I, Q} & < & -6d & \text{then } i_3, q_3 = 1 \\
& \text{if} & -14d \leq & \text{I, Q} & < & -10d & \text{then } i_3, q_3 = 0 \\
& \text{if} & -14d > & \text{I, Q} & & & \text{then } i_3, q_3 = 1
\end{aligned} \quad (28)$$

따라서, 각 성분의 네 번째 비트가 오류가 될 확률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
P_b(4) = & \frac{1}{8} \left[8Q\left\{\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} + 7Q\left\{3\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} - 7Q\left\{5\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} \right. \\
& - 6Q\left\{7\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} + 6Q\left\{9\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} + 5Q\left\{11\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} \\
& \left. - 5Q\left\{13\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} - 4Q\left\{15\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} + 4Q\left\{17\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} \right] \quad (29)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 3Q\left\{19\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} - 3Q\left\{21\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} - 2Q\left\{23\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} \\
& + 2Q\left\{25\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} + Q\left\{27\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\} - Q\left\{29\sqrt{\frac{8\gamma}{85}}\right\}
\end{aligned}$$

결과적으로, 정방형 256-QAM 신호에 대한 정확한 BER은 식 (23), 식 (25), 식 (27), 그리고 식 (29)에 주어진 오류 확률 평균에 의해 다음과 같다.

$$P_{256-QAM} = \frac{1}{4} [P_b(1) + P_b(2) + P_b(3) + P_b(4)] \quad (30)$$

3.5 1024-QAM 일 경우 BER

그림 9는 정방형 1024-QAM 신호의 제 I 사분면 신호 배치도이다. 여기서, 각 심볼은 동상 성분 i_1, i_2, i_3, i_4, i_5 와 직교 성분 q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 의 10-비트로 이루어지며, 한 심볼은 $i_1q_1i_2q_2i_3q_3i_4q_4i_5q_5$ 로 구성된다.

제 I 사분면의 동상 성분 비트와 직교 성분 비트의 첫 번째 비트는 00 ($i_1 = 0, q_1 = 0$)이며, 그레이 부호의 규칙성에 의해, 제 II 사분면의 동상 성분과 직교 성분의 첫 번째 비트는 10이고, 그 다음 각 동상 성분 비트와 직교 성분 비트는 제 I 사분면을 Q축에 대해 대칭한 것과 동일하다.

제 III 사분면과 제 IV 사분면은 동상 성분과 직교 성분의 첫 번째 비트를 제외하고 I, II 사분면을 I 축에 대해 대칭한 것과 동일하다. 제 III, IV 사분면의 동상 성분과 직교 성분의 첫 번째 비트는 각각 $i_1 = 1, q_1 = 1, i_1 = 0, q_1 = 1$ 이다.

1024-QAM 신호의 각 성분에 대한 비트 오류 확률은 앞의 M=16, 64, 256 방식과 동일하게 구한다.

따라서, 각 성분의 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째, 다섯 번째 비트가 오류가 될 확률은 식 (31)~식 (35)와 같다.

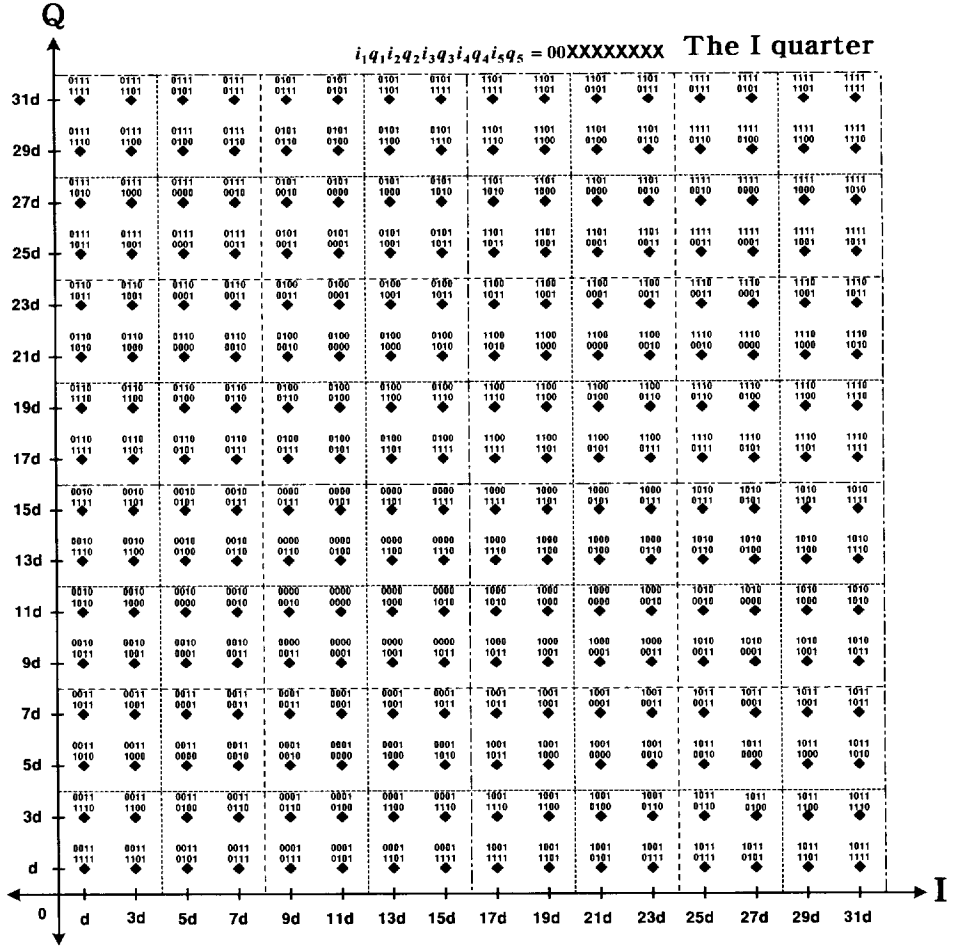


Fig. 9. Square 1024-QAM constellation.

$$\begin{aligned}
 P_s(1) = & \frac{1}{16} \left[Q\left\{\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + Q\left\{3\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + Q\left\{5\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + Q\left\{7\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + Q\left\{9\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} \right. \\
 & + Q\left\{11\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + Q\left\{13\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + Q\left\{15\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + Q\left\{17\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + Q\left\{19\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} \\
 & + Q\left\{21\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + Q\left\{23\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + Q\left\{25\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + Q\left\{27\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + Q\left\{29\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} \\
 & \left. + Q\left\{31\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} \right]
 \end{aligned} \tag{31}$$

$$\begin{aligned}
P_b(2) = & \frac{1}{16} \left[2Q\left\{\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + 2Q\left\{3\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + 2Q\left\{5\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + 2Q\left\{7\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + 2Q\left\{9\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} \right. \\
& + 2Q\left\{11\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + 2Q\left\{13\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + 2Q\left\{15\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + Q\left\{17\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + Q\left\{19\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} \\
& + Q\left\{21\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + Q\left\{23\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + Q\left\{25\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + Q\left\{27\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + Q\left\{29\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} \\
& + Q\left\{31\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} - Q\left\{33\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} - Q\left\{35\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} - Q\left\{37\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} - Q\left\{39\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} \\
& \left. - Q\left\{41\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} - Q\left\{43\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} - Q\left\{45\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} - Q\left\{47\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} \right] \quad (32)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_6(3) = & \frac{1}{16} \left[4Q\left\{\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + 4Q\left\{3\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + 4Q\left\{5\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + 4Q\left\{7\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + 3Q\left\{9\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} \right. \\
& + 3Q\left\{11\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + 3Q\left\{13\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + 3Q\left\{15\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} - 3Q\left\{17\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} - 3Q\left\{19\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} \\
& - 3Q\left\{21\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} - 3Q\left\{23\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} - 2Q\left\{25\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} - 2Q\left\{27\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} - 2Q\left\{29\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} \\
& - 2Q\left\{31\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + 2Q\left\{33\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + 2Q\left\{35\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + 2Q\left\{37\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + 2Q\left\{39\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} \\
& + Q\left\{41\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + Q\left\{43\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + Q\left\{45\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} + Q\left\{47\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} - Q\left\{49\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} \\
& \left. - Q\left\{51\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} - Q\left\{53\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} - Q\left\{55\sqrt{\frac{10\tau}{341}}\right\} \right] \quad (33)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_b(4) = & \frac{1}{16} \left[8Q\left\{\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + 8Q\left\{3\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + 7Q\left\{5\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + 7Q\left\{7\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} - 7Q\left\{9\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} \right. \\
& - 7Q\left\{11\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} - 6Q\left\{13\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} - 6Q\left\{15\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + 6Q\left\{17\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + 6Q\left\{19\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} \\
& + 5Q\left\{21\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + 5Q\left\{23\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} - 5Q\left\{25\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} - 5Q\left\{27\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} - 4Q\left\{29\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} \\
& - 4Q\left\{31\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + 4Q\left\{33\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + 4Q\left\{35\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + 3Q\left\{37\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + 3Q\left\{39\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} \\
& - 3Q\left\{41\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} - 3Q\left\{43\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} - 2Q\left\{45\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} - 2Q\left\{47\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + 2Q\left\{49\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} \\
& \left. + 2Q\left\{51\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + Q\left\{53\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + Q\left\{55\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} - Q\left\{57\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} - Q\left\{59\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} \right] \quad (34)
\end{aligned}$$

$$P_5(5) = \frac{1}{16} \left[16Q\left\{\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + 15Q\left\{3\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} - 15Q\left\{5\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} - 14Q\left\{7\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + 14Q\left\{9\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} \right. \\ \left. + 13Q\left\{11\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} - 13Q\left\{13\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} - 12Q\left\{15\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + 12Q\left\{17\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + 11Q\left\{19\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} \right]$$

$$\begin{aligned}
& -11Q\left\{21\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} - 10Q\left\{23\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + 10Q\left\{25\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + 9Q\left\{27\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} - 9Q\left\{29\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} \\
& - 8Q\left\{31\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + 8Q\left\{33\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + 7Q\left\{35\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} - 7Q\left\{37\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} - 6Q\left\{39\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} \\
& + 6Q\left\{41\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + 5Q\left\{43\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} - 5Q\left\{45\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} - 4Q\left\{47\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + 4Q\left\{49\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} \\
& + 3Q\left\{51\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} - 3Q\left\{53\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} - 2Q\left\{55\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + 2Q\left\{57\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} + Q\left\{59\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} \\
& - Q\left\{61\sqrt{\frac{10\gamma}{341}}\right\} \Big] \tag{35}
\end{aligned}$$

결과적으로, 1024-QAM의 비트 오류 확률은 식 (31), (32), (33), (34), 그리고 식 (35)에 의해 다음과 같다.

$$P_{1024\text{-QAM}} = \frac{1}{5}[P_b(1) + P_b(2) + P_b(3) + P_b(4) + P_b(5)] \tag{36}$$

3.6 임의의 정방형 M-ary QAM 일 경우 BER

M 값에 따른 정방형 M-ary QAM 신호의 비트 오류 확률식의 규칙성으로부터 다음과 같은 일반화된 식을 얻는다.

$$P_{\text{MQAM}} = \frac{1}{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{a=1}^{\log_2 \sqrt{M}} P_b(a) \quad (37)$$

여기서, $P_b(a)$ 는 다음과 같다.

$$P_b(a) = \frac{1}{\sqrt{M}/2} \sum_{t=0}^{(1-2^a)\sqrt{M}-1} \left[(-1)^{\lceil \zeta \rceil} \left\{ 2^{a-1} - \left\lceil \zeta + \frac{1}{2} \right\rceil \right\} \right. \\ \left. \cdot Q \left\{ (2t+1) \sqrt{\frac{6(\log_2 M) \gamma}{2(M-1)}} \right\} \right] \quad (38)$$

여기서, $M = 2^l$ (l 은 짝수), $\zeta = \frac{t \cdot 2^{a-1}}{\sqrt{M}}$ 이며, $\lceil \zeta \rceil$ 는 ζ 보다 크지 않은 최대 정수를 나타낸다. $P_b(a)$ 는 동상 성분과 직교 성분의 각각 a 번째 ($a = 1, 2, 3, \dots, \log_2 \sqrt{M}$)비트가 오류가 될 확률이며, $a=1$ 인 경우 Q -함수 앞의 상수는 항상 “1”이다.

제 4장 시뮬레이션 및 결과

그레이 부호로 매핑 된 정방형 M-ary QAM 신호의 비트 오류 확률에 대한 앞장의 이론식과 실제 Monte Carlo 시뮬레이션을 통한 정방형 M-ary QAM 신호의 비트 오류 확률을 구한다.

또한, 그레이 부호 매핑과 단순 2진 순차 매핑 사이의 비트 오류 확률을 시뮬레이션 하였다.

4.1 시스템 해석

그림 10은 정방형 M-ary QAM 신호에 대한 Monte Carlo 시뮬레이션 시스템 모델이다.

여기서, 랜덤 수 발생기(RNG : random number generator)는 M개의 가능한 $\log_2 M$ 비트로 구성되는 정보 심벌을 발생시킨다.

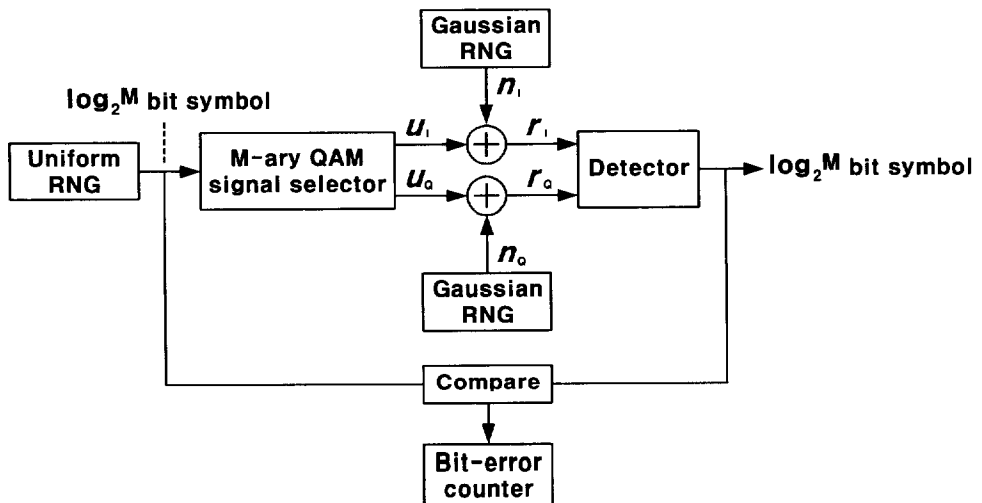


Fig. 10. Block diagram of Monte Carlo simulation for M-ary QAM.

정보 심볼들은 각 신호 배치도에 따라 매핑 되고 ($M = 16$ 일 때 그림 6, $M = 64$ 일 때 그림 7), 두 가우시안 RNG들은 잡음 성분 $[n_I, n_Q]$ 를 발생시킨다. 따라서, 수신된 신호는 다음과 같다.

$$\gamma = [u_I + n_I \quad u_Q + n_Q] \quad (39)$$

검파기는 수신 신호 γ 의 거리를 계산하여 가장 근접한 신호점을 결정하고, 오차 계수기는 검출된 심볼의 각 비트에서 비트 오류를 계산한다.

각 심볼의 평균 에너지는 다음과 같다.

$$E_{as} = \frac{2(4^{m/2} - 1)}{3} d^2 \quad (40)$$

여기서, $m = \log_2 M$ 이고, E_{as} 는 각 심볼의 에너지, d 는 유클리드 거리를 나타낸다. 따라서, 각 심볼의 비트에너지 $E_b = E_{as} / \log_2 M$ 이다.

그림 11은 Monte Carlo 시뮬레이션에 사용한 2진 순차 매핑이다.

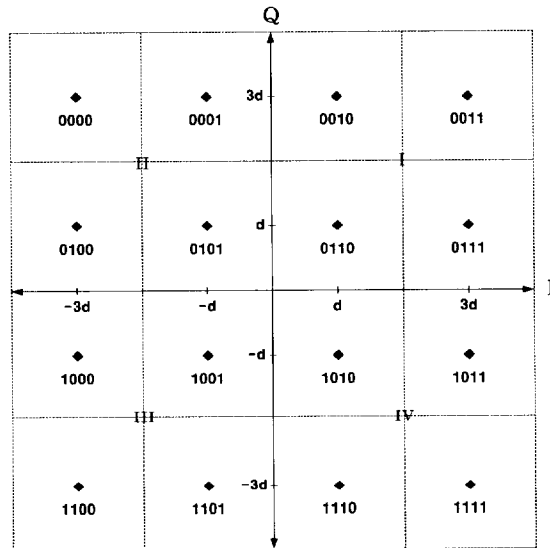


Fig. 11. Square 16-QAM constellation with order mapping.

4.2 시뮬레이션 결과

4.2.1 정방형 M-ary QAM 신호의 비트 오류

그림 12는 제 3장에서 구한 정방형 M-ary QAM 신호의 이론식을 이용하여, SNR 증가에 따른 BER에 대한 시뮬레이션 결과이다.

16-QAM일 경우, 원신호는 SNR이 약 15[dB]에서 잡음 없이 수신되며, M이 클수록, 잡음에 대한 신호의 세기가 16-QAM에 비해 SNR≒5[dB] 정도씩 증가한다.

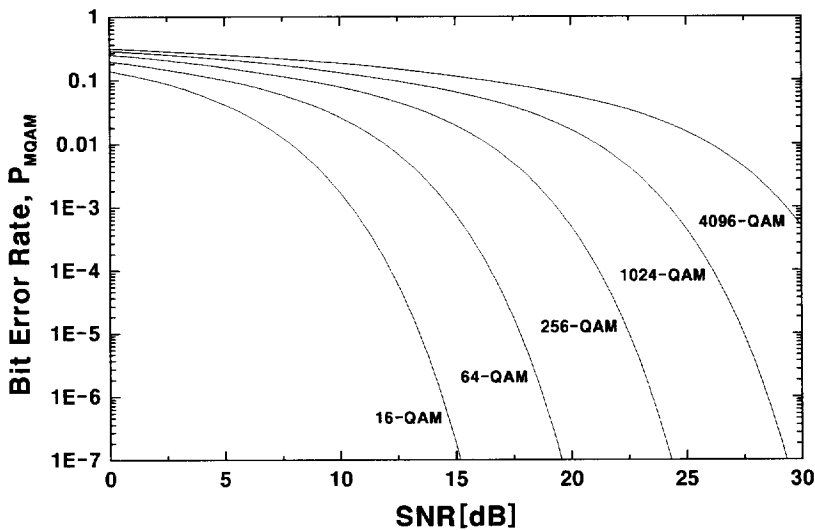


Fig. 12. BER performance of square M-ary QAM.

4.2.2 정방형 M-ary QAM 신호에 대한 Monte Carlo 시뮬레이션

그림 13에서 그림 22까지는 랜덤 수 발생기에 의해 생성된 데이터(10000 samples)를 이용하여 실제 Monte Carlo 시뮬레이션을 행한 결과이다. 각 그림의 (a), (b), (c)는 정방형 M-ary QAM 신호의 SNR에 따른 I, Q-채널의 신호 분포도를 나타낸다. SNR이 클수록 심볼간의 결정 영역 즉, 유클리드 거리가 넓어지고, 이에 따라 BER 수치가 작아짐을 알 수 있다.

그림 14, 16, 18, 20, 22는 16, 64, 256, 1024, 4096-QAM 신호의 이론식과 그레이 부호 매핑과 2진 순차 매핑한 경우의 비트 오류 확률에 대한 시뮬레이션 결과이다.

그림 14에서 SNR이 12[dB] 일 때, 이론식의 BER과 그레이 부호 매핑의 BER은 각각 0.000139, 0.000125로 거의 일치하였으며, 2진 순차 매핑의 BER은 0.000225로 그레이 부호 매핑보다 1.8배 정도 증가하였다.

그림 16에서 SNR이 18[dB] 일 때, 이론식의 BER과 그레이 부호 매핑의 BER은 각각 0.000006, 0.000017로 거의 일치하였으며, 2진 순차 매핑의 BER은 0.000067로 그레이 부호 매핑보다 3.9배 정도 증가하였다.

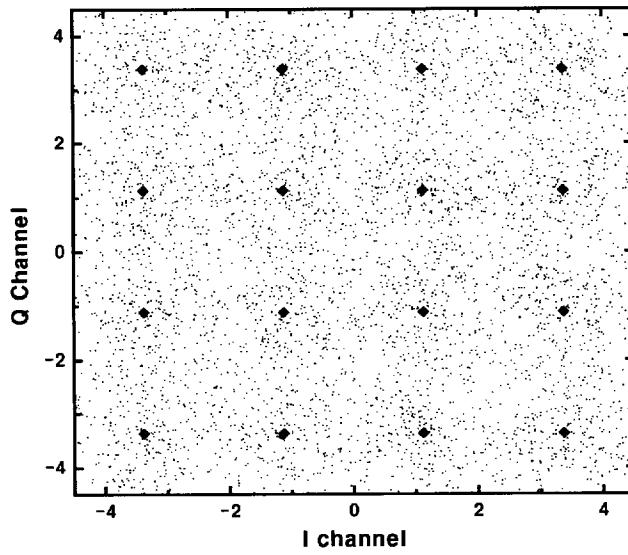
그림 18에서 SNR이 22[dB] 일 때, 이론식의 BER과 그레이 부호 매핑의 BER은 각각 0.000026, 0.000025로 거의 일치하였으며, 2진 순차 매핑의 BER은 0.000063으로 그레이 부호 매핑보다 2.5배 정도 증가하였다.

그림 20에서 SNR이 24[dB] 일 때, 이론식의 BER과 그레이 부호 매핑의 BER은 각각 0.001288, 0.00139로 거의 일치하였으며, 2진 순차 매핑의 BER은 0.00276으로 그레이 부호 매핑보다 2배 정도 증가하였다.

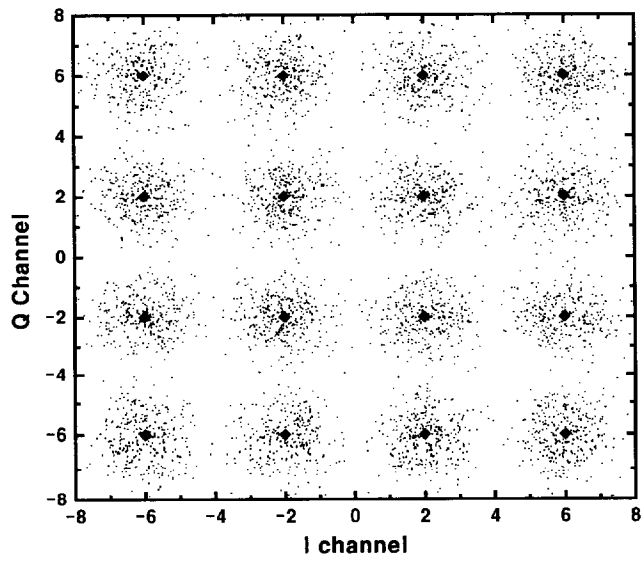
그림 22에서 SNR이 26[dB] 일 때, 이론식의 BER과 그레이 부호 매핑의 BER은 각각 0.010069, 0.010192로 거의 일치하였으며, 2진 순차 매핑의 BER은 0.019642로 그레이 부호 매핑보다 1.9배 정도 증가하였다.

이와 같이 비트 오류 확률에 있어 그레이 부호 매핑이 2진 순차 매핑보다 1.2~4배 정도 향상됨을 알 수 있다.

표 1은 이론식의 BER과 Monte Carlo 시뮬레이션으로 구한 BER을 비교한 것이며, 그림 23에서 정방형 M-ary QAM 신호의 전체적인 BER을 그래프로 나타내었다.



(a) SNR=5dB, BER=0.41792



(b) SNR=10dB, BER=0.00174

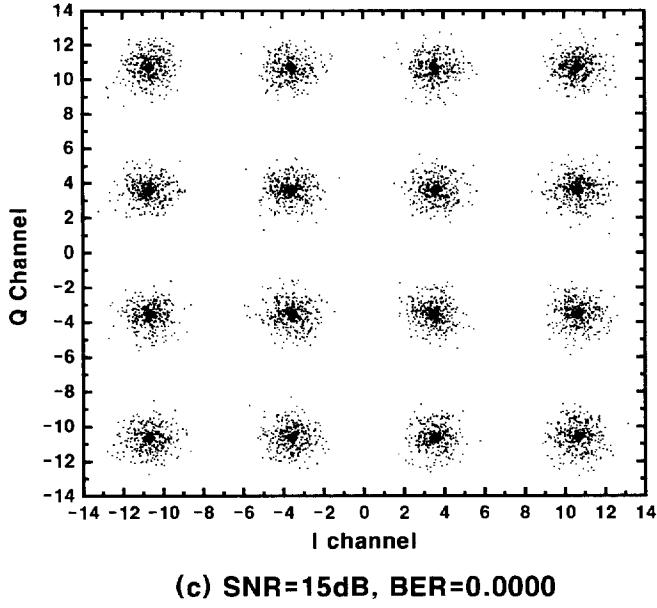


Fig. 13. 16-QAM constellation for Monte Carlo simulation.

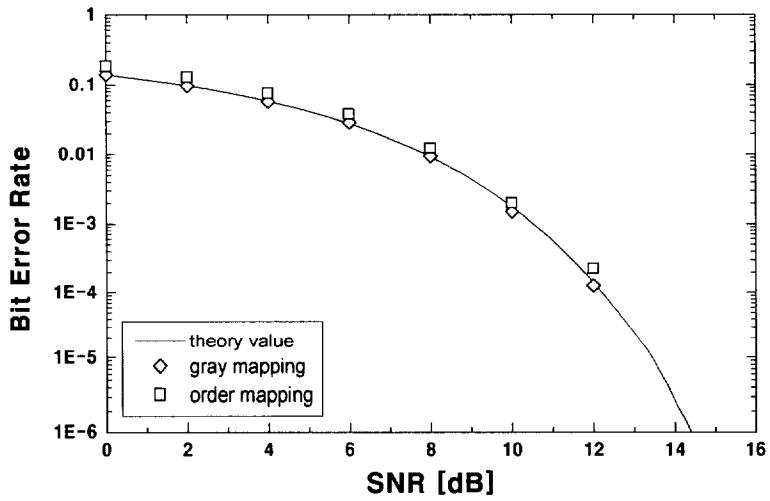
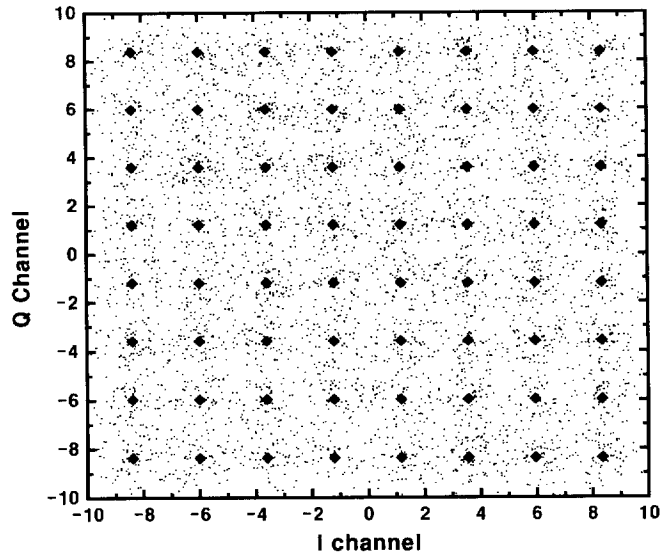
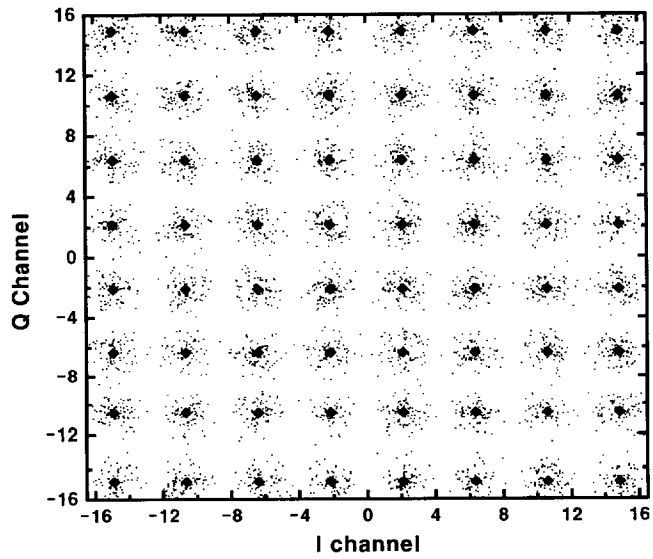


Fig. 14. BER of square 16-QAM.



(a) SNR=10dB, BER=0.02653



(b) SNR=15dB, BER=0.00077

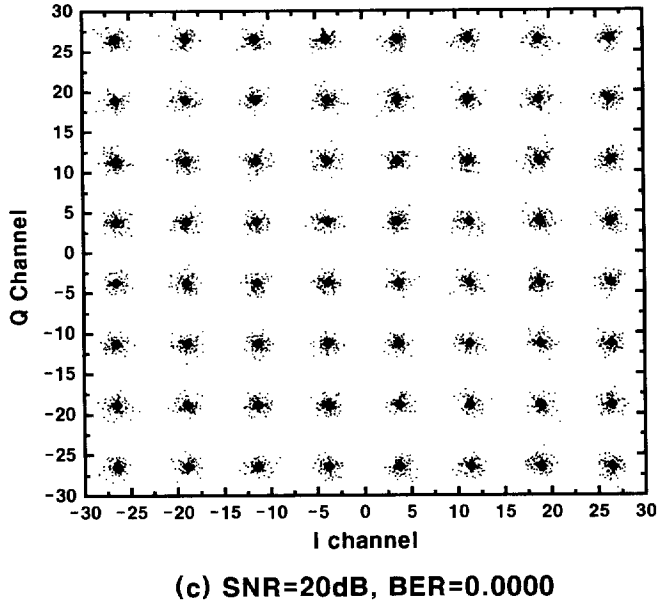


Fig. 15. 64-QAM constellation for Monte Carlo simulation.

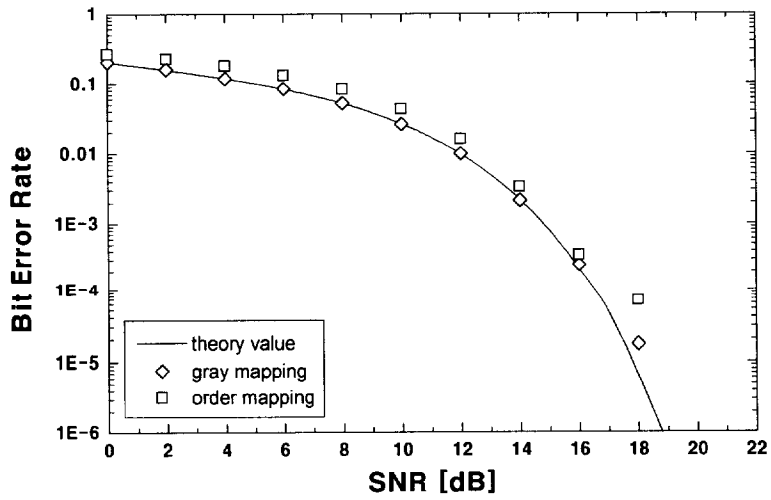
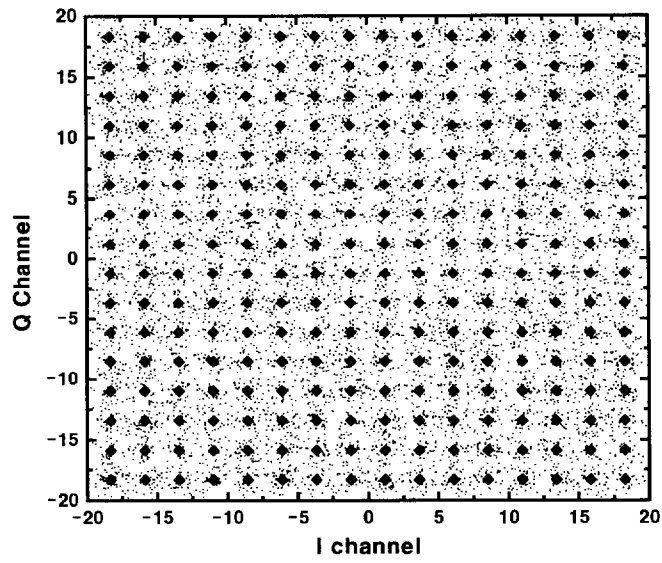
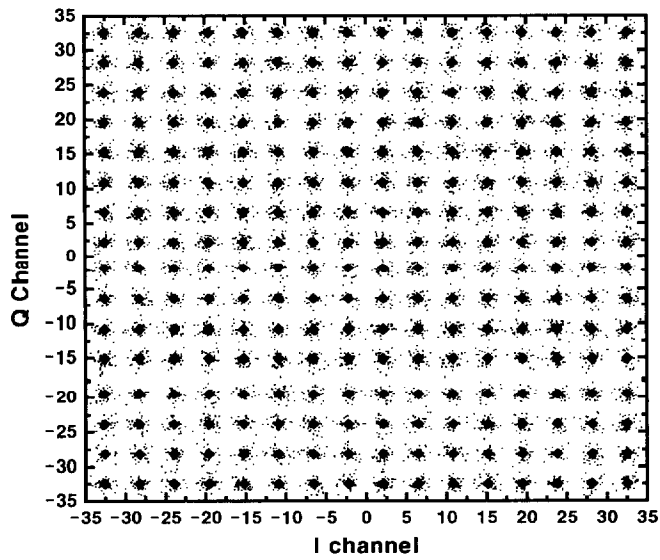


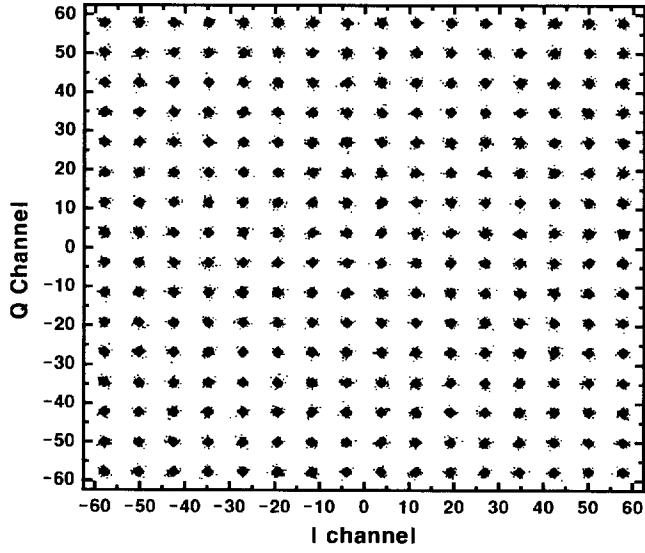
Fig. 16. BER of square 64-QAM.



(a) SNR=15dB, BER=0.01980



(b) SNR=20dB, BER=0.00051



(c) SNR=25dB, BER=0.0000

Fig. 17. 256-QAM constellation for Monte Carlo simulation.

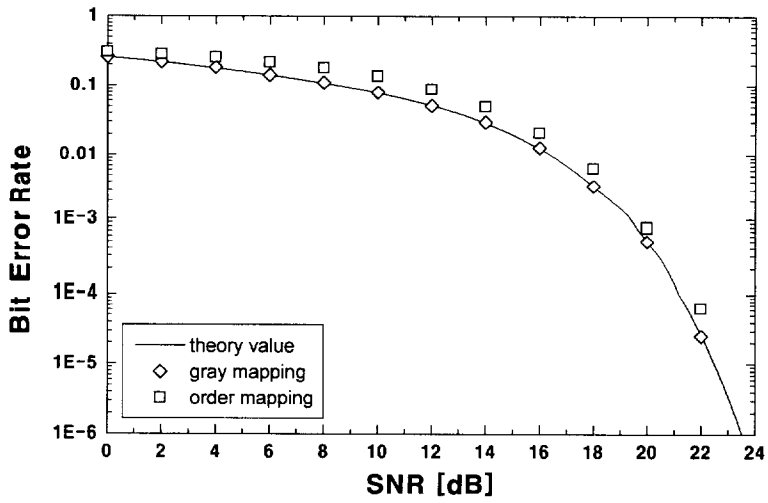
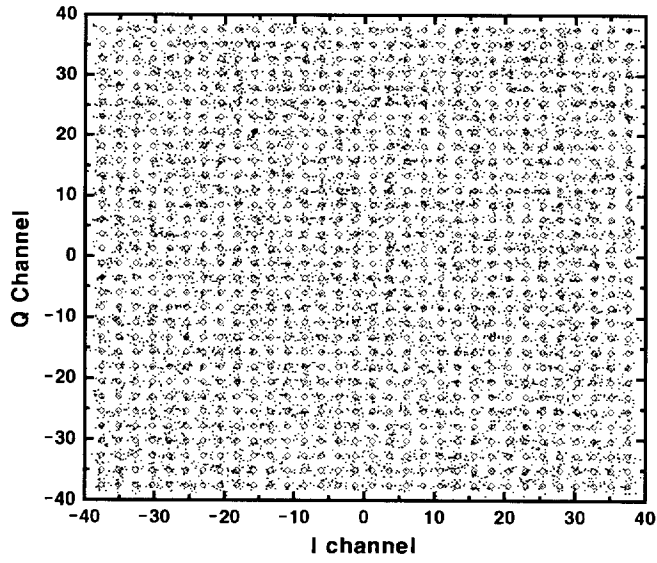
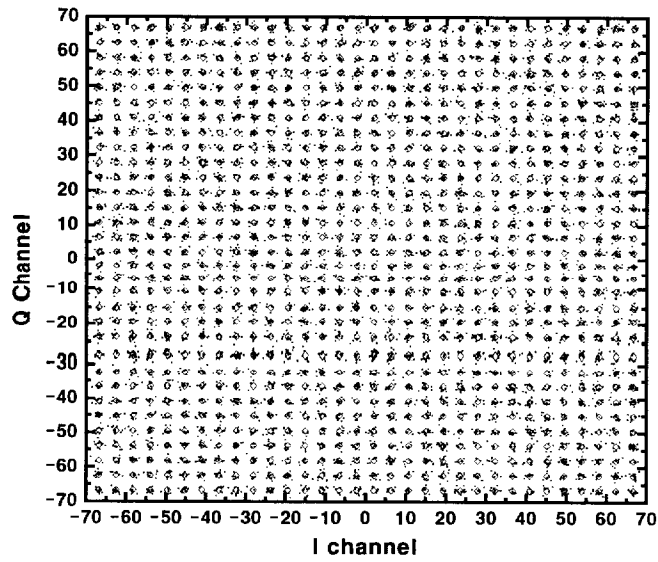


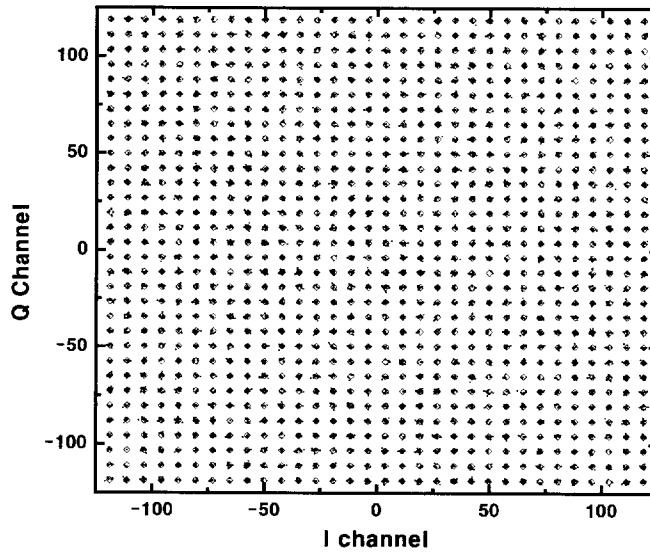
Fig. 18. BER of square 256-QAM.



(a) SNR=20dB, BER=0.01682



(b) SNR=25dB, BER=0.00045



(c) SNR=30dB, BER=0.0000

Fig. 19. 1024-QAM constellation for Monte Carlo simulation.

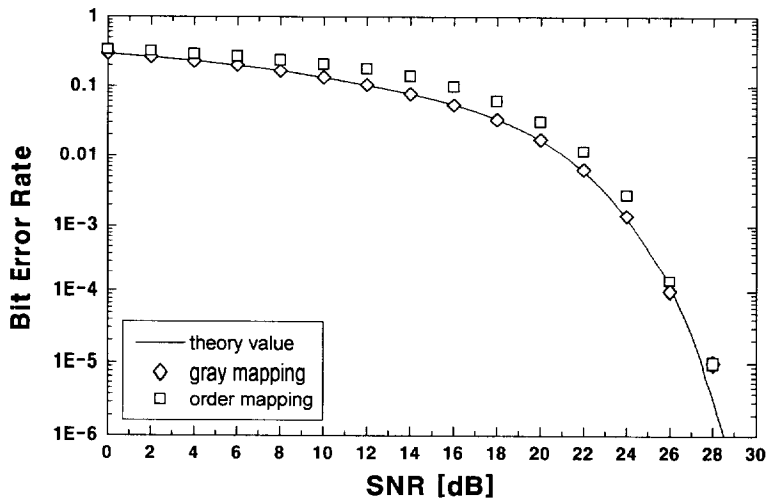
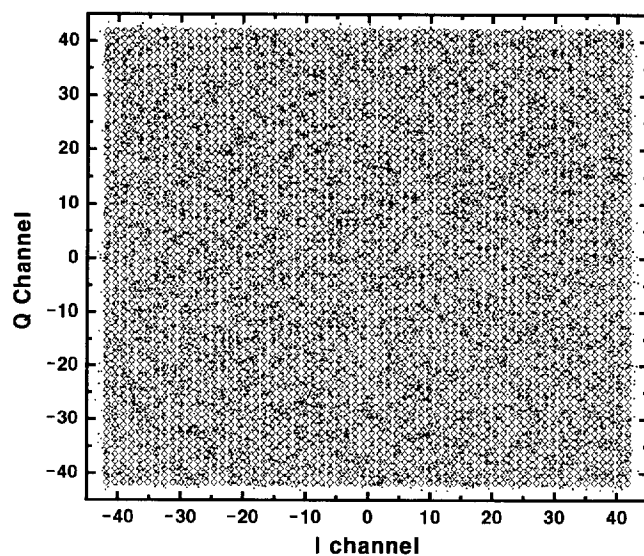
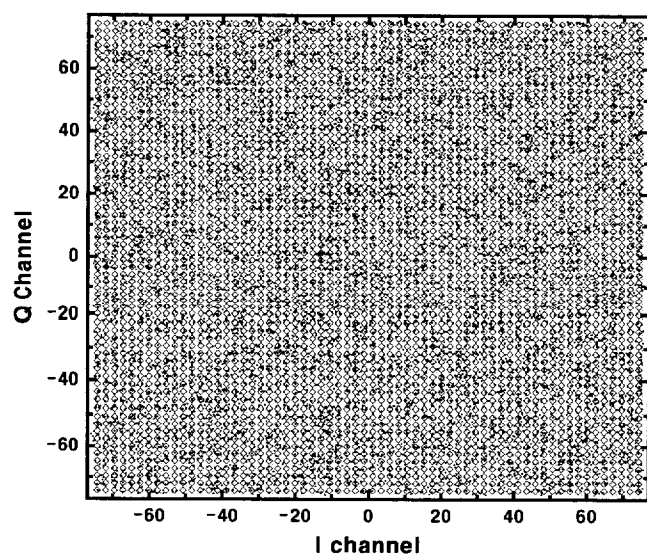


Fig. 20. BER of square 1024-QAM.



(a) SNR=20dB, BER=0.05796



(b) SNR=25dB, BER=0.01566

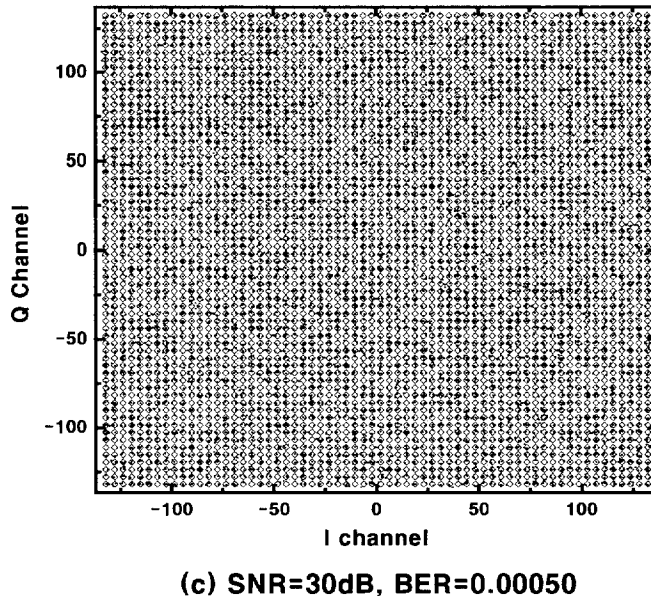


Fig. 21. 4096-QAM constellation for Monte Carlo simulation.

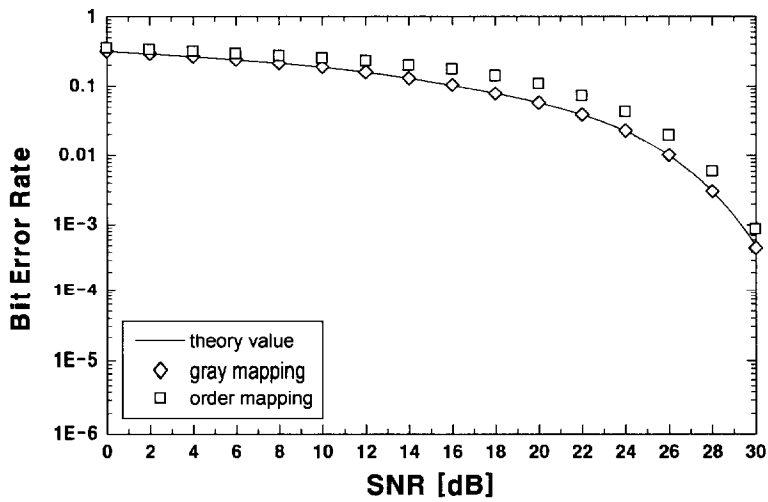


Fig. 22. BER of square 4096-QAM.

Table 1. BER for square M-ary QAM.

M-QAM SNR		16 QAM	64 QAM	256 QAM	1024 QAM	4096 QAM
0 dB	Theory	0.140982	0.199841	0.254607	0.290937	0.316467
	Gray	0.140400	0.199650	0.253837	0.291380	0.315983
5 dB	Theory	0.041893	0.100792	0.159345	0.214821	0.253276
	Gray	0.041625	0.100624	0.146913	0.216347	0.248654
10 dB	Theory	0.001754	0.026533	0.078596	0.133457	0.186441
	Gray	0.001475	0.026100	0.079025	0.133210	0.187292
15 dB	Theory	0.000	0.000772	0.019803	0.065738	0.116448
	Gray	0.000	0.000685	0.018994	0.064785	0.117645
20 dB	Theory	0.000	0.000	0.000505	0.016820	0.057959
	Gray	0.000	0.000	0.000500	0.017150	0.057483
25 dB	Theory	0.000	0.000	0.000	0.000450	0.015659
	Gray	0.000	0.000	0.000	0.000462	0.015384
30 dB	Theory	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000497
	Gray	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000458

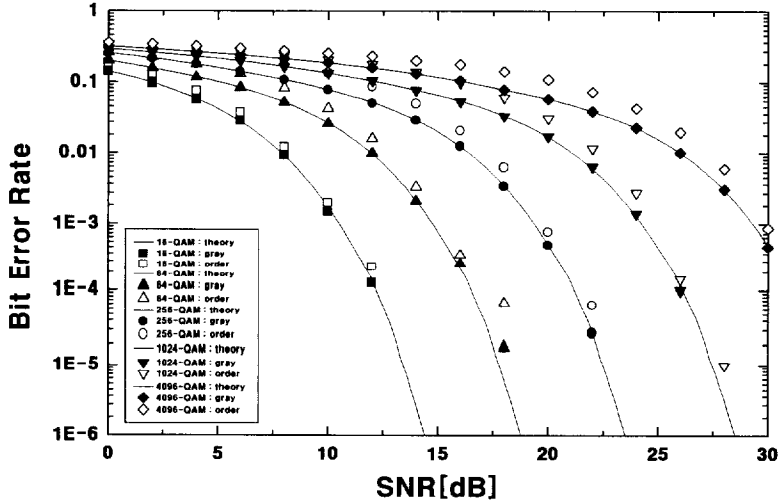


Fig. 23. BER performance of square M-ary QAM for Monte Carlo simulation.

4.2.3 블록 신호를 이용한 MSE 시뮬레이션

성능 평가를 위해, 시뮬레이션의 테스트 신호로서 길이가 1000 sample인 그림 24의 블록 신호를 사용하여, AWGN 채널에서 랜덤 수 발생기에 의해 생성된 랜덤 잡음을 원신호에 중첩하고, 수신 신호의 파형과 평균자승오차(MSE : mean square error)에 대한 시뮬레이션을 하였다.

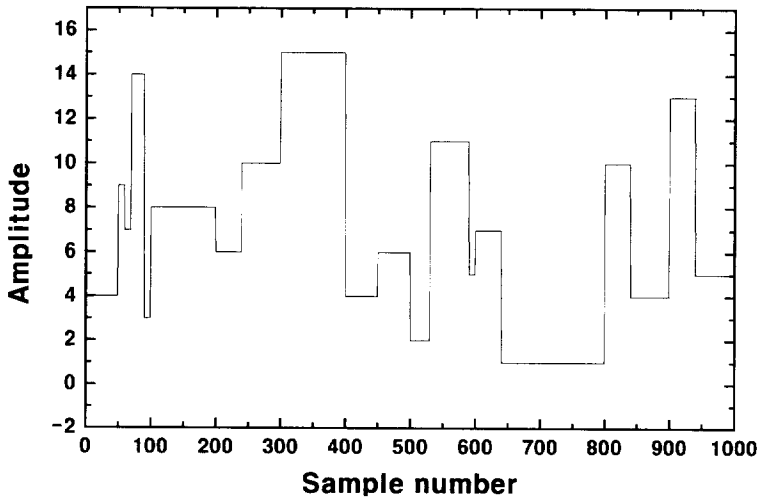
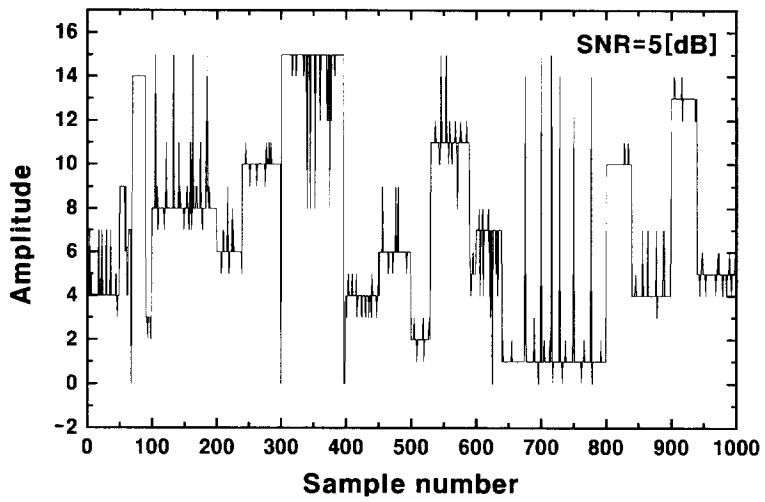


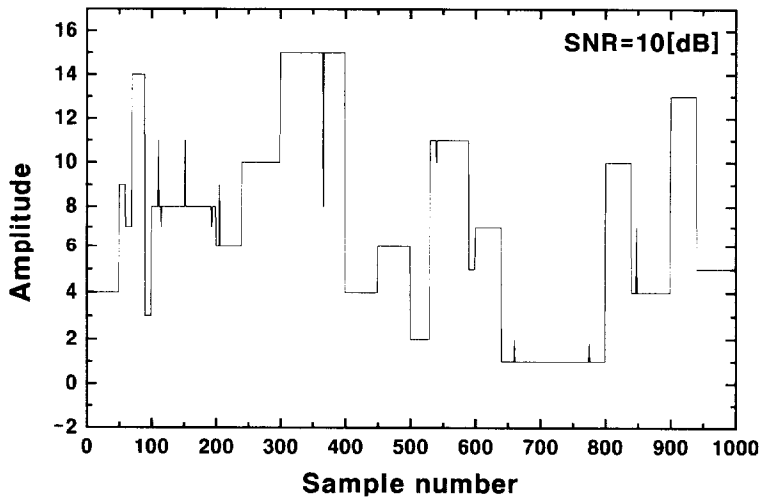
Fig. 24. True Blocks.

그림 26, 28, 30, 32, 34는 SNR에 따른 16, 64, 256, 1024, 4096-QAM의 평균자승오차에 대한 시뮬레이션 결과이다.

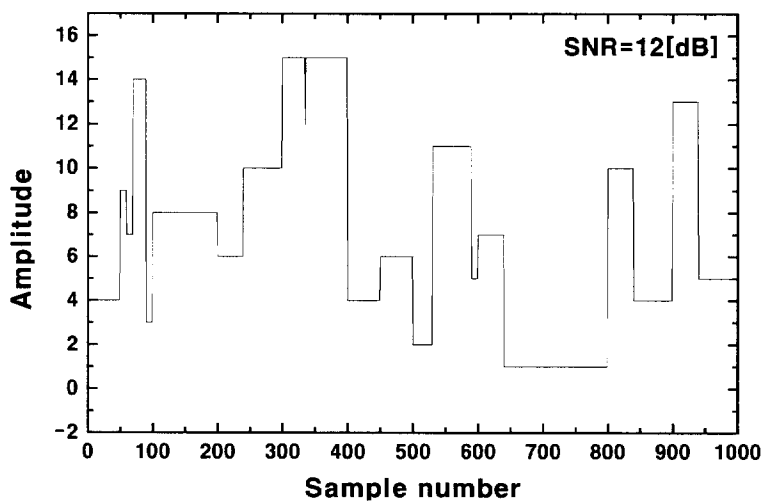
시뮬레이션 결과로부터, SNR이 클수록 수신된 신호는 잡음 없이 원신호에 추정함을 보였다. 16-QAM 일 경우 $\text{SNR} \approx 14[\text{dB}]$, 64-QAM 일 경우 $\text{SNR} \approx 18[\text{dB}]$ 이며, 256-QAM 일 경우 $\text{SNR} \approx 22[\text{dB}]$, 1024-QAM 일 경우 $\text{SNR} \approx 26[\text{dB}]$ 에서 MSE가 “0”으로 감소되었다.



(a) SNR=5[dB]



(b) SNR=10[dB]



(c) SNR=12[dB]

Fig. 25. Received signal in case of square 16-QAM.

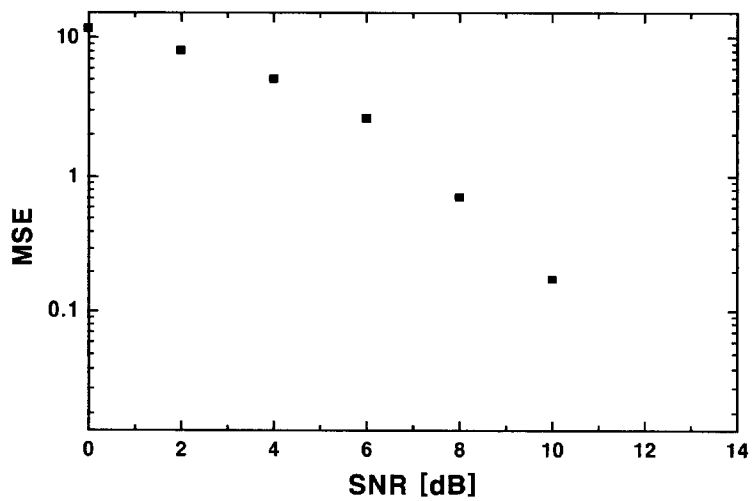
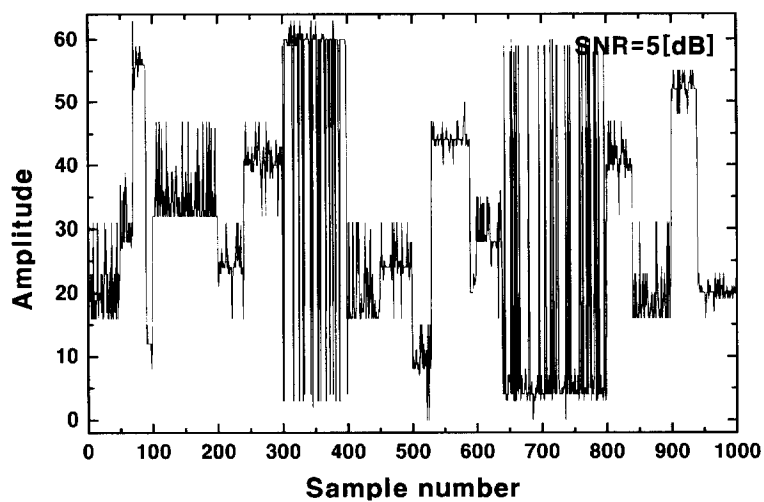
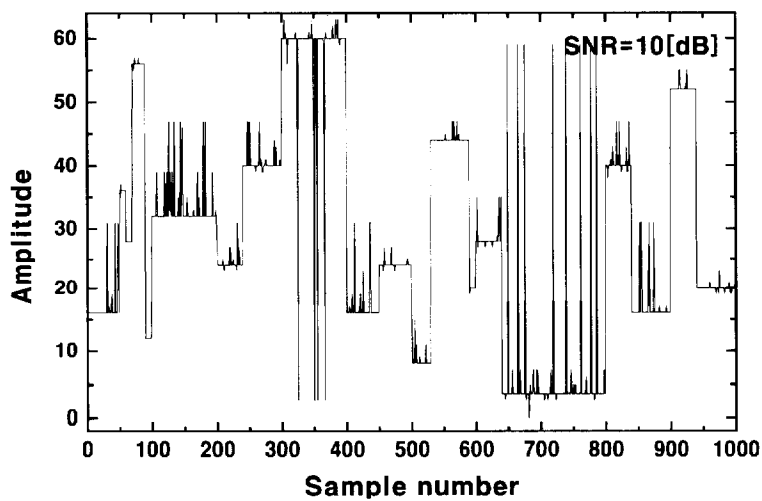


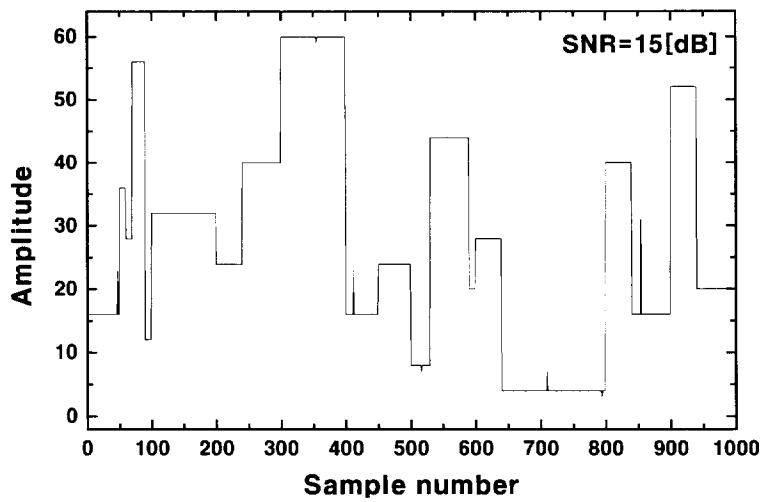
Fig. 26. MSE for square 16-QAM.



(a) SNR=5[dB]



(b) SNR=10[dB]



(c) SNR=15[dB]

Fig. 27. Received signal in case of square 64-QAM.

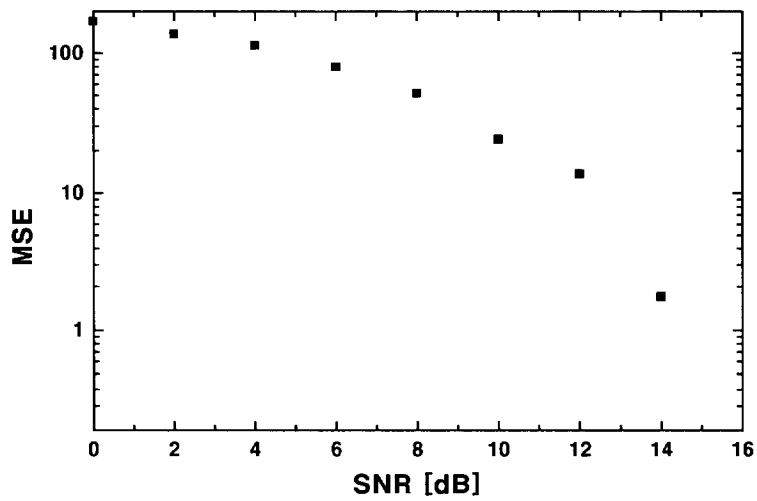
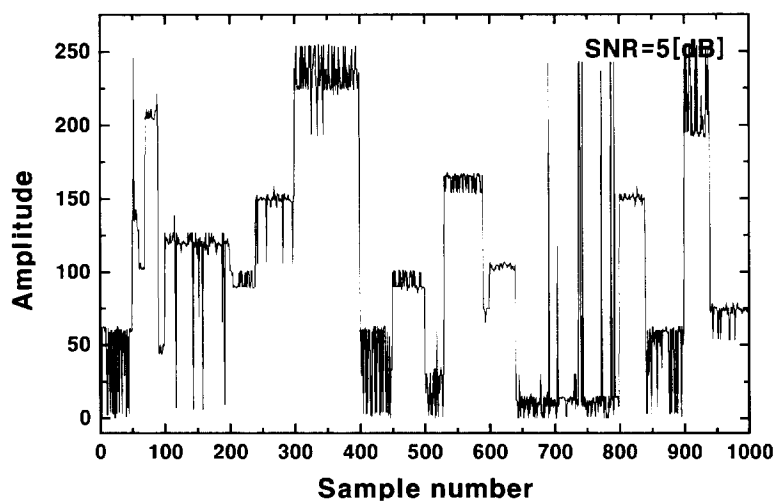
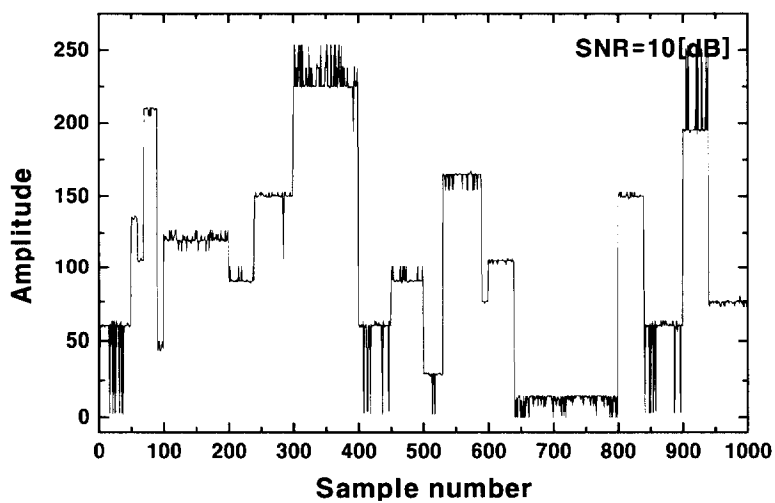


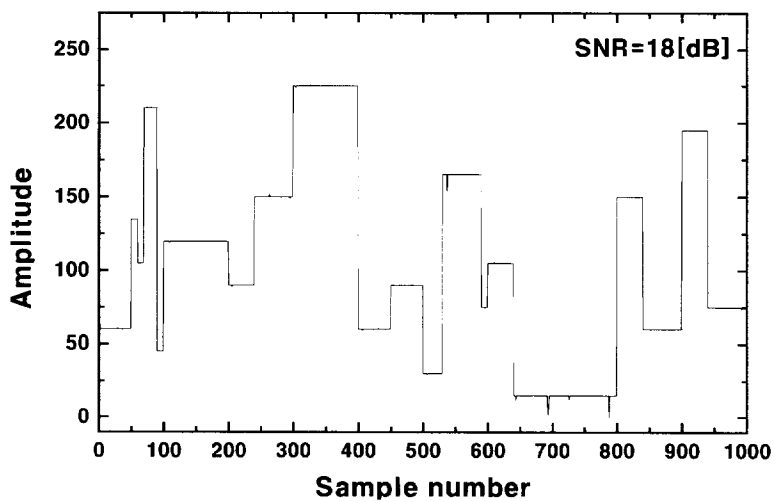
Fig. 28. MSE for square 64-QAM.



(a) SNR=5[dB]



(b) SNR=10[dB]



(c) SNR=18[dB]

Fig. 29. Received signal in case of square 256-QAM.

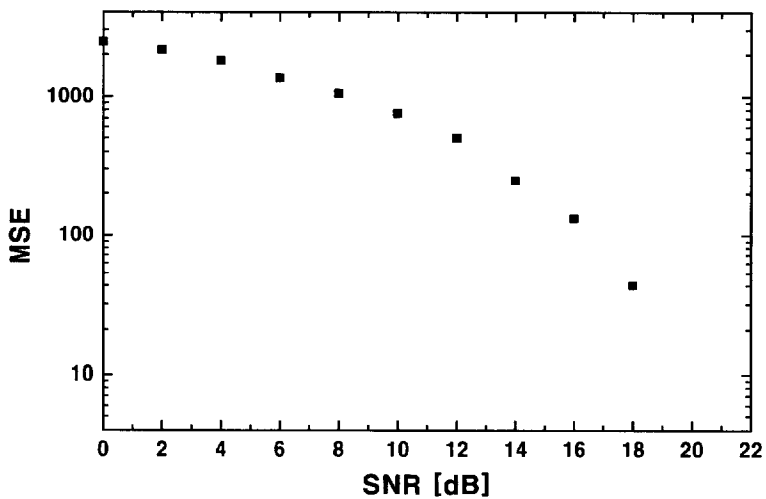
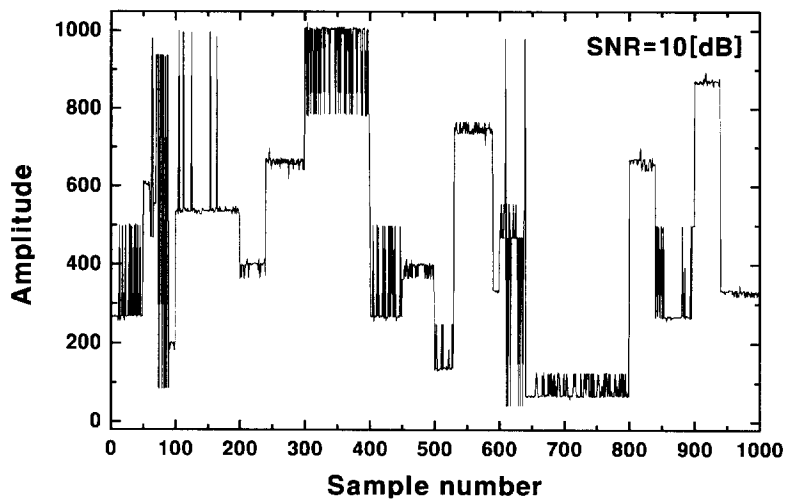
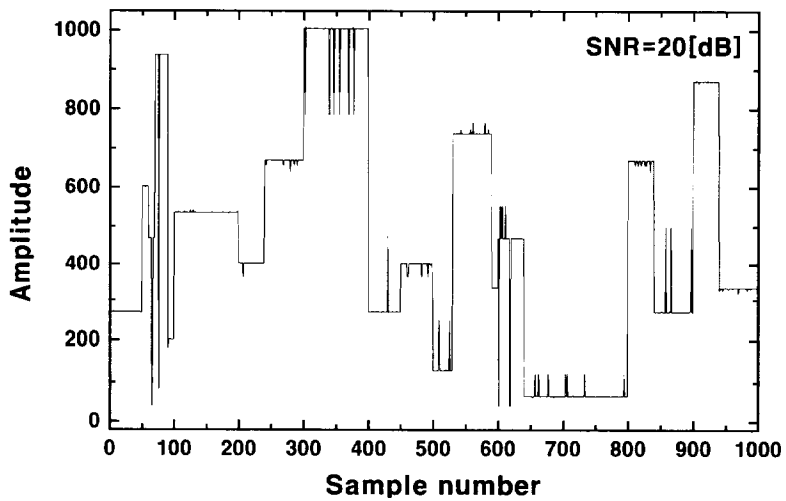


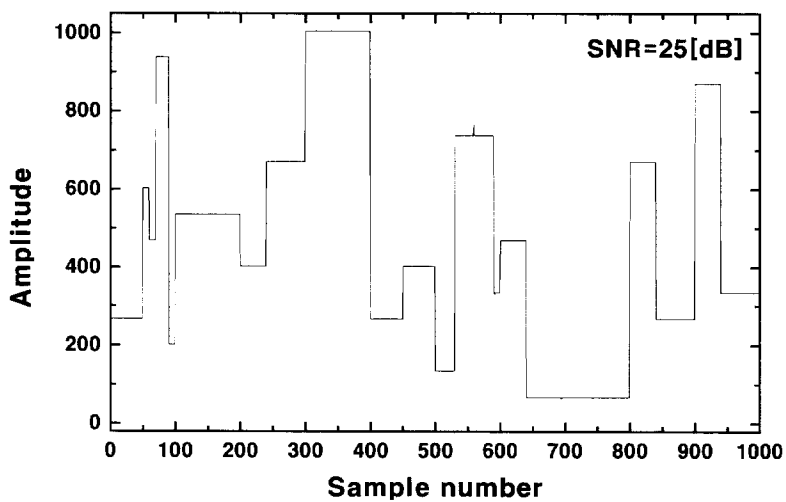
Fig. 30. MSE for square 256-QAM.



(a) SNR=10[dB]



(b) SNR=20[dB]



(c) SNR=25[dB]

Fig. 31. Received signal in case of square 1024-QAM.

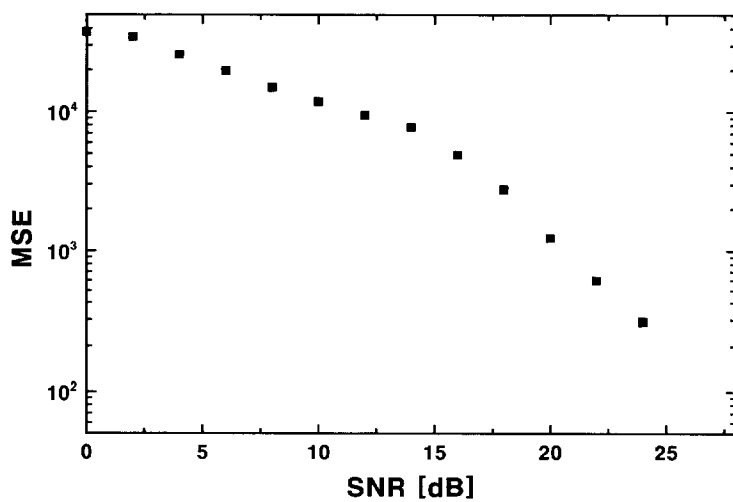
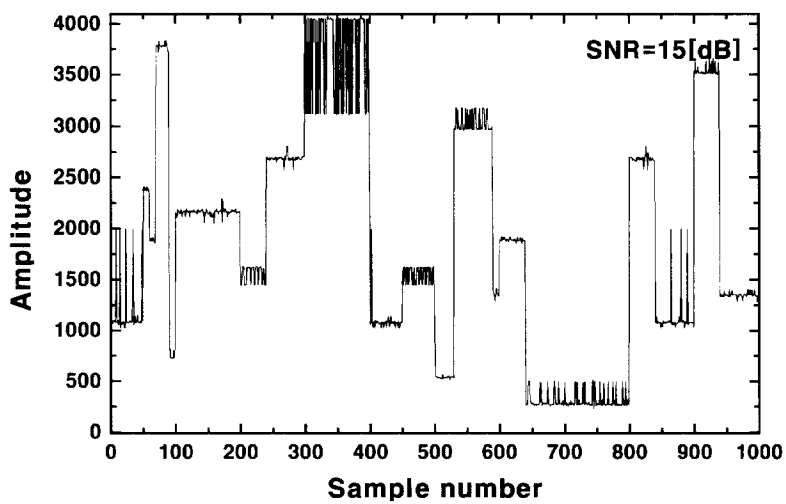
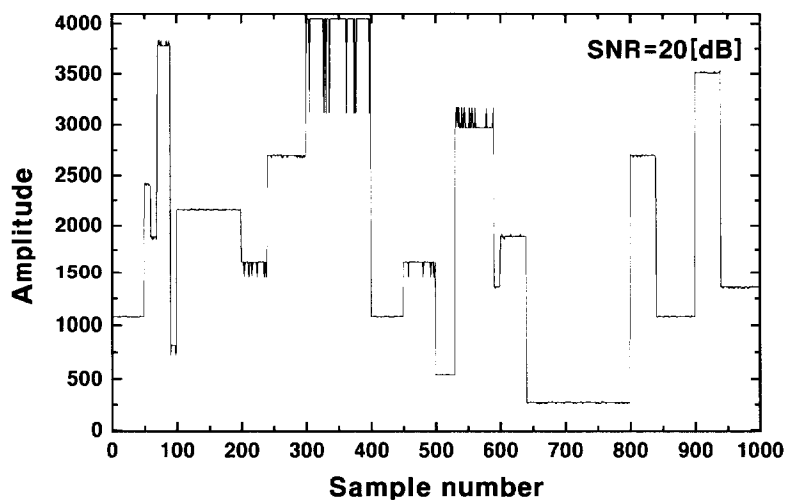


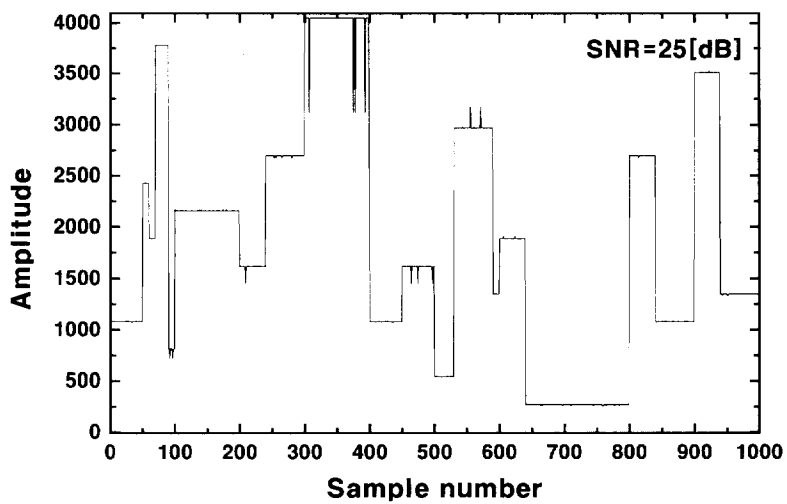
Fig. 32. MSE for square 1024-QAM.



(a) SNR=15[dB]



(b) SNR=20[dB]



(c) SNR=25[dB]

Fig. 33. Received signal in case of square 4096-QAM.

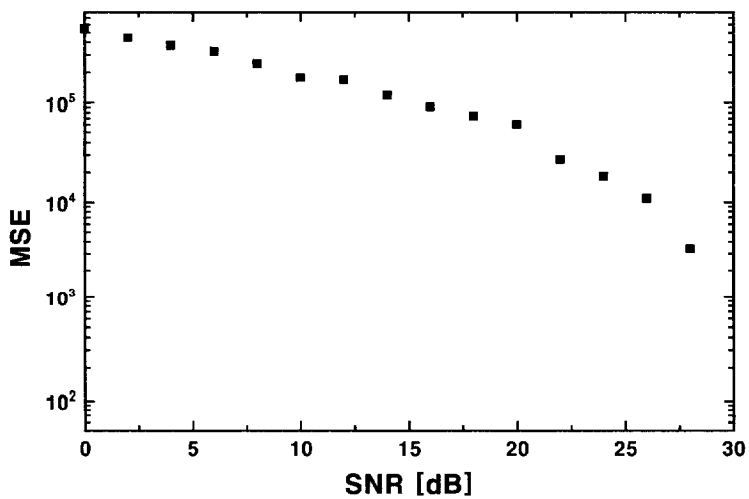


Fig. 34. MSE for square 4096-QAM.

제 5장 결 론

현대 멀티미디어 통신 시스템은 음성, 이미지 및 동영상 등 다양한 서비스를 제공한다. 이와 같은 서비스를 제공하기 위해서는 넓은 주파수 대역폭이 요구되지만 통신에 사용 할 수 있는 주파수 대역폭은 제한되어 있다.

QAM 방식은 제한된 대역폭 내에서 많은 정보신호를 전송 하고자 할 때 적합한 변조 방법이다. 그러나 QAM 방식은 주파수 대역폭 사용의 효율성이 우수한 반면에 차수를 높이면 그에 비례하여 전송되는 정보신호의 오류가 증가하게 된다.

본 논문에서는 정방형 QAM 신호의 정보 손상 정도를 평가하기 위해 Q -함수와 그레이 부호 매핑을 사용하여 AWGN 채널에서 정방형 QAM 신호의 일반적인 비트 오류 확률식을 유도하였다.

그리고 이론식의 정확한 검정을 위해, AWGN 채널에서 Monte Carlo 시뮬레이션을 실행하여, 유도한 이론식의 BER과 시뮬레이션에 의한 BER이 동일함을 나타내었다. 그 결과 SNR이 5[dB]일 때, 16, 64, 256, 1024, 4096-QAM 신호에 대한 이론식의 BER과 Monte Carlo 시뮬레이션 결과에 대한 BER 차는 각각 0.000268, 0.000168, 0.0124, 0.001526, 0.004622 정도의 미소한 오차로 동일함을 보였다.

또한, 정보신호로 블록 신호를 사용하여 SNR에 따른 신호의 오류 정도와 평균자승오차를 사용하여 잡음에 대한 원신호의 손상 정도를 나타내었다.

따라서, 유도된 정방형 QAM 신호의 비트 오류 확률을 통해 효율적으로 대역폭을 사용하여 정보 신호를 전송 할 수 있으며, 어떤 정방형 M-ary QAM 신호의 비트 오류 확률도 정확히 분석할 수 있으리라 사료된다.

참 고 문 헌

- [1] C. R. Cahn, "Combined digital phase and amplitude modulation communications system", IRE Trans Comms. vol.CS-8, pp.150~155, Sep. 1960.
- [2] C. N. Thomas and B. G. Glazer, "A coherent digital amplitude and phase modulation system", IEEE Trans. Comms., vol.CS-10, pp.90~95, Mar. 1962.
- [3] L. Yang and L. Hanzo, "A Recursive Algorithm for the Error Probability Evaluation of M-QAM", IEEE Comm. Letters, vol.4, No.10, pp.304~306, Oct 2000.
- [4] J. Lu, K. B. Letaief, J. C-I Chuang and Ming L. Liou, "M-PSK and M-QAM BER Computation Using Signal-Space Concepts", IEEE Trans. Commum. vol.47, No.2, pp.181~184, Feb. 1999.
- [5] M. I. Irshid and I. S. Salous, "Bit error probability for coherent M-ary PSK system", IEEE Trans. Commum. vol.39, pp.349~352, Mar. 1991.
- [6] D. Yoon, K. Cho, and J. Lee, "Bit Error Probability on M-ary Quadrature Amplitude Modulation", IEEE VTC Fall 2000.
- [7] L. Hanzo, W. T. Webb, Modern Quadrature Amplitude Modulation Principles and Application for Fixed and Wireless Communications, Pentech Press : London, 1994.
- [8] L. Hanzo, W. T. Webb and T. Keller, Sigle and Multi-Carrier Quadrature Amplitude Modulation, John Wiley & Sons, 2000.
- [9] John G. Proakis Masoud Salehi. Contemporary communication system using Matlab, PWS Publishing Company, 1997.

감사의 글

본 논문이 완성되기까지 부족한 저를 자식처럼 아껴주시고, 학문뿐만 아니라 사회인으로서의 행동 양식에 대해 항상 좋은 말씀으로 가르쳐 주신 김남호 교수님께 진심으로 감사드립니다.

바쁘신 와중에도 좋은 논문으로 완성되도록 조언을 주신 이형기 교수님, 김만고 교수님께 감사드리며, 부족한 저를 대학생활동안 지도해 주신 최연욱 교수님, 변기식 교수님, 황용연 교수님, 안영주 교수님, 신춘식 선생님께 깊은 감사의 말씀을 드립니다.

많은 시간들을 함께 생활하며 동고동락을 같이 한 동기인 연구실의 배상범, 김남수에게 고마움을 전하고, 언제나 아무 말 없이 잘 따라주고 도와준 후배 이상준, 구본석, 임재환, 유정휘, 서민정, 그리고 시스템제어 연구실의 한학식, 박성진, 임상진, 박기원, 정성대 후배에게도 고마움을 전합니다. 이제는 의젓한 사회인으로 자기 일에 성실히 임하고 있을 김승영, 신봉철 선배님과 제어계측공학과 업무를 함께 맡으면서 항상 예의로 대해 준 강민구 후배, 그리고 함께 공부했던 형재필, 채정우 후배에게도 감사를 전합니다.

언제나 나에게 용기와 힘을 실어 주며, 친구라는 따뜻한 단어를 느끼게 해주는 손승희, 김영삼, 박기환, 김기영, 강대원, 이수길, 김귀선 누님과 대학 동기인 김유춘, 장관영, 그리고 최윤정양과 후배 이희진양에게 깊은 감사와 늘 행복하기를 기원합니다.

오늘이 있기까지 헌신적인 사랑과 믿음으로 보살피 주신 부모님께 이 논문을 바치며, 멀리서 항상 동생을 걱정해 주신 큰형님내외분과 작은형님내외분, 그리고 큰누나내외분께 감사를 드리며, 뒤에서 보살피며 돌봐준 작은 누나와 자형, 여동생 정화와 매제에게도 감사의 말씀을 전합니다.

끝으로 이제부터 시작이라는 각오로 부끄러움 없는 삶을 살기 위해 항상 노력하며, 남을 위해 봉사 할 수 있는 사람이 될 것을 이 작은 결심 앞에서 다짐합니다.

2002년 7월

강 부 정 올림