

교 육 학 석 사 학 위 논 문

창의성 신장을 위한 지수-로그 단원의

교수-학습 모형 개발

이 논문을 교육대학원 석사학위논문으로 제출함



2004년 8월

부경대학교 교육대학원

수 학 교 육 전 공

석 정 은

석정은의 교육학석사 학위논문을 인준함

2004년 6월 18일

주 심 이학박사 표 용 수



위 원 이학박사 박 진 한



위 원 이학박사 박 용 범



목 차

Abstract	1
I. 연구의 필요성 및 목적	2
II. 이론적 배경	6
2.1 창의성의 개념	6
2.2 창의성의 구성요소	8
2.3 창의적인 문제 해결력의 신장	15
2.4 수학적 창의성의 특성	19
2.5 현행 교육과정의 연구	21
2.6 수학과 교육과정의 성격 및 목표	27
III. 교수-학습 모형의 실제	29
3.1 지수함수-로그함수 단원의 개관	29
3.2 단원의 이론적 배경	31
3.3 연구 대상	32
3.4 수업의 실제	33
IV. 결론	44
참고문헌	46
부 록	

Developing a Teaching-Learning Model of Exponential & Logarithmic Function for Enhancing Creativity

Jeong-Eun Seok

*Graduate School of Education
Pukyong National University*

Abstract

It became obvious that creative thinking is the key for the future generation to survive properly in future world. Thus it is essential to design a teaching procedure for developing creativity.

Therefore, this study will focused on developing teaching-learning materials for high school students to utilize in order to enhance creativity, and enhancing creativity of students by applying them in real teaching-learning situation to see the process of students' growing their interest in mathematics and finding out how math is applied in real lives and having students discover what kind of specific mathematical situations are around them.

Following contents will be discussed to achieve the purpose of this study.

1. Developing a teaching procedure for enhancing creativity.
2. Applying the procedure for real classroom.

Following conclusion will be produced by this study.

1. Students reduced their feeling against Exponential & Logarithmic Function, and they became active to find the similar pattern in real lives.
2. More concerns of teachers for creativity are needed and various and specific teaching-learning materials for enhancing creativity should be developed.
3. Specific and reliable assessment tool for creative problem-solving should be developed.

I. 연구의 필요성 및 목적

정보화, 다양화 시대로 불리며 급변하는 21세기에 지식의 개념도 많이 달라졌다. 과거의 지식은 거의 절대 불변의 진리로 여겨진 반면, 오늘날의 지식은 고정된 것이 아니라 그때그때마다 전개되는 상황에 유연하게 대처하는 상대적 지식에 더욱 가치를 두고 있다.

따라서 미래를 준비하는 입장에서의 수학 교수-학습은 단순한 수학적 지식이나 기능을 가르치는 것이 아니라, 학습자들이 주어진 상황을 이해하고, 이와 관련된 기존 수학 지식들을 이용하여 문제 상황을 종합적으로 분석하여, 스스로 문제를 해결할 수 있도록 이루어져야 한다. 이는 학습자들이 미래 사회에 능동적으로 대처하기 위해서는 기존의 지식을 축적, 활용하는 것뿐만 아니라, 새로운 행동 양식을 개발하고 환경의 변화에 적절히 대응해 나갈 수 있는 창의적인 힘을 키우도록 해야 한다는 것이다. 이를 위해 학습자들의 창의성 신장은 매우 중요하다 (신현용, 이종욱, 한인기, 창의성 신장을 위한 초등학교 수학 학습 자료 개발, 1999).

학교 수학교육의 목표로서 가장 중요하게 여겨지고 자주 등장하는 표현들 중의 하나가 ‘창의성 신장’이나 ‘창의성 개발’이라는 말이다. 다른 교과와 마찬가지로, ‘창의성 신장’은 수학교육에서 아주 중요하다.

창의성을 신장시키는 교육을 해야 한다는 주장은 한국 교육의 문제점을 지적할 때마다 대두되었다. 암기 위주의 주입식 교육의 문제를 해결할 수 있는 방안이 바로 창의적인 사고를 중시하는 교육이며, 예측 불가능한 미래 사회에 적절히 대처할 수 있는 인간 육성에 필요한 대안이 바로 창의적인 사고력을 기르는 교육이라는 것이다. 이런 주장은 많은 사람들이 공감하고 있으며, 이제는 창의적인 사고력을 기르는 교육이 중요하지 않다고

생각하는 사람이 거의 없을 정도다. 그러나 창의적인 사고력을 신장시키는 교육을 해야 한다는 주장은 아직도 학교의 벽에 걸린 구호에 지나지 않는 데에 문제가 있다. '창의성 신장'이라는 구호와 실제 학교에서 이루어지는 교육 사이에는 아직도 엄청난 괴리현상이 존재함을 흔히 볼 수 있다.

우리나라의 경우, 교육에 투입하는 시간과 노력은 다른 나라에 비해 많은데도 불구하고 학생들의 창의성은 부족하다는 것이 일반적인 견해이다. 또한 학생들이 저학년에서는 수학적 성적이 높으나, 고학년으로 갈수록 실력이 저하되어간다. 이것은 수학이 논리적이고 창의적인 탐구를 요하는 과목임에도 불구하고, 정형화된 문제 풀이에 몰두하게 되어 어느 수준에서는 포기하는 학생들이 많기 때문이다. 이 같은 현상의 이유로는 수학적 창의성을 신장시키는 교육의 부재와 창의성 개발 교육 방안의 부적절성을 들 수 있다(이대현, 박배훈, 수학적 창의성에 대한 소고, 1998).

더구나 사회가 요구하는 인간을 육성한다고 볼 수 있는 학교 현장에서는 아직도 학교에서 배우는 지식들은 현실과 동떨어진, 단지 상급학교 진학을 위한 도구로 여겨지고 있다. 특히, 수학은 학습자들이 가장 많은 시간과 노력을 기울이는 교과임에도 불구하고, 가장 어려우며 재미없는 과목으로, 살아가는데 많은 도움이 되지 않는 과목이라고 생각한다. 따라서 실생활에 수학이 어떻게 적용되는지, 우리 주위에서 벌어지는 수학적인 구체적인 상황이 어떤 것들이 있는지에 대해 고민해보고 찾아봄으로써 수학의 실용성이 학생들에게 저절로 익혀질 것이며, 그러한 상황들의 문제를 해결해봄으로써 창의성도 길러질 것이다.

학교교육과정의 정상적 운영을 통하여 학생들의 창의성을 신장시키고, 어떤 환경에서도 적응해 갈 수 있는 능력을 가진 인간을 육성하는 것이 현재 우리 교육이 안고 있는 과제이다. 학생들의 창의성 개발은, 학생들이 강한 내발적 동기 즉, 호기심을 가지고 있는 존재이고, 이것은 저절로 계발되는 것이 아니며, 적절한 교수·학습 환경과 사회·문화적 여건이 조성되어야

가능하다는 전제에서 출발한다(이대현, 박배훈, 수학적 창의성에 대한 소고, 1998).

수학은 세는 것을 비롯하여 물건을 사고팔거나, 재산을 관리하는 등 일상 생활에서뿐만 아니라 과학 기술 분야에서, 또는 다른 많은 학문에서 실제적으로 유용하게 이용되고 있다. 이렇게 우리 삶의 대부분의 영역에서 중요한 역할을 하는 것은 수학이 여러 가지 사고력과 창의성을 육성하는 데 도움을 주기 때문이라고 볼 수 있다. 특히 21세기 정보화 시대에는 어느 시대보다도 수학이 중요한 위치를 차지하게 될 것이며, 따라서 수학적 창의성이 있는 인재를 필요로 하게 될 것이다 (권오남 외, 수학적 창의성에서의 성별 차이에 관한 연구, 1998).

21세기 정보 사회에서는 기계적인 알고리즘의 수행과 적용을 넘어서 수학적 문제 상황에서 그 문제를 창의적으로 해결할 수 있는 능력이 요구된다. 이에 따라 현대 학교 수학교육에서는 어떻게 학습자에게 이러한 창의적 문제해결력을 길러줄 수 있는가가 당면 과제가 되고 있다. 그러나 교실현장의 수학교육에서는 대개 계산기능과 알고리즘 적용에서 크게 벗어나지 못하고 있는 것이 우리의 현실이다. 창의적 문제해결과 관련하여 볼 때 이러한 수학 교육과정의 문제는 근본적인 장애가 된다(권오남, 김정호, 1997).

제 7차 수학 교육과정(교육부, 1997)에서는 ‘수학의 기본적인 지식과 기능을 습득하고, 수학적으로 사고하는 능력을 길러, 실생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결할 수 있는 능력과 태도를 기른다’라고 함으로써 수학적 문제해결력이 수학교육의 궁극적인 목적이 됨을 강조하고 있고 단편적 사실보다는 심화된 개념적 이해를 도모하기 위하여 내용을 감소하였다.

수학교육에서 창의적 문제해결력 신장을 위해서는 교수학습 방법의 변화나 확산적 사고만을 강조하기보다는 수학교육과정 내용의 본질적인 변화가 함께 추구되어야 한다(권오남외, 창의적 문제해결력 중심의 수학 교육과정 적용 및 효과 분석, 2000).

본 연구의 목적은 고등학생들의 학습에 활용될 수 있는 창의성 신장을 위한 교수-학습 자료를 개발하고, 이를 실제 수업에 적용시켜 학생들이 수학에 흥미와 관심을 가지고 실생활에 수학이 어떻게 적용되는지 알아보며, 우리 주위에 수학적인 구체적인 상황은 어떤 것들이 있는지 찾아보게 함으로써 수학적 창의성을 신장시키고자 하는 데 있다.

이를 위한 일환으로, 창의성 신장을 위해 어떤 방향으로 교수-학습 모델들을 개발하여야 하는가에 대한 이론적인 근거를 찾아보고, 지수-로그함수 단원에서의 교수-학습 모형을 제시하고자 한다. 여기에서 제시된 교수-학습 모델들은 실생활에 직접 관련되는 실용과 응용의 능력을 길러 일상생활의 여러 가지 문제를 합리적이고 창의적으로 해결할 수 있는 능력을 길러주기 위해 실생활 속에 있는 상황을 수학적 개념으로 적용하였다. 수업 진행에 있어서는 학생들의 관심과 흥미를 높이고 학생들의 자기주도적 학습이 될 수 있도록 하며, 교사는 학생과의 상호작용을 통해 학습의 안내자와 조력자로서의 역할을 하는 것을 원칙으로 하였다.

II. 이론적 배경

요즘 많은 사람들이 창의성에 대해 이야기한다. 예전에는 ‘창의성’이란 일상생활에서는 흔하게 쓰이지 않았고 위대한 예술가나 과학자를 얘기할 때 간혹 들리는 정도였다. 그러나 지금은 과학이나 예술 분야뿐만 아니라, 기업, 정부, 스포츠 분야 등 거의 모든 분야에 ‘창의성’이란 말이 광범위하게 사용된다. 특히 학교 교육에서의 학습 자료에는 거의 예외 없이 창의성을 말하고 있다.

과거에는 창의성이란 무에서 유를 창조하는 것처럼 신이 영감으로 채워주는 빈 그릇으로 여기는 신비주의적인 접근으로 창의성을 영혼의 과정으로 보았지 과학적 연구대상으로는 보지 않았다. 그러나 최근에 와서는 창의성에 대한 과학적 연구가 이루어졌으며, 창의적 사고를 인지과정으로 생각하고 보다 객관적으로 창의성을 연구하는 인지적 접근, 창의성의 근원으로 성격변인, 동기변인, 사회·문화적 환경에 초점을 두는 사회-성격적 접근, 창의성의 다양한 측면을 설명하기 위해 여러 관점을 조합하는 통합적 접근 등을 통해 창의성 연구가 끊임없이 계속되고 있다(김동일, 창의적 문제 해결력 개념, 2001).

2.1 창의성의 개념

창의성에 대한 개념적 정의는 학자들의 접근 방법에 따라 매우 다양하다. 창의성에 대한 연구·이론·모델 등은 주로 창의적인 사람, 창의적인 과정, 창의적인 산물, 창의적인 환경에 중심을 두고 있다. 이러한 관심 영역의 차

이는 연구가들이 다른 눈을 통하여 창의성에 대한 연구를 실행하게 하며, 이에 따라 창의성에 대한 정의는 하나의 단일한 어구로 분명한 정의를 내리기가 어렵다.

Sternberg(1999)는 여러 학자들의 창의성에 대한 개념적 정의를 종합하여 ‘창의성이란 독창적이고, 유용한 것을 만들어 내는 능력’이라고 규정하였지만, 이 역시 창의성에 관한 많은 정의 중 하나에 불과하다.

초기에 제시된 창의성 정의는 주로 유창성, 융통성, 독창성, 그리고 정교성을 포함하는 인지적인 관점을 반영한 것이었다. 최근에는 다양한 지적 능력, 인성, 지식, 환경의 총체적인 관점에서 정의되고 있다.

창의성과 관련된 몇 가지 대표적인 개념적 정의를 살펴보면 다음과 같다.

- 새롭고 신기한 것을 산출하는 힘(Guilford, 1970)
- 특정한 목적을 가지고 모인 집단에 의하여 지속적이고 유용하고 만족스러운 것으로 받아 들여진 신기한 작품을 만들어 내는 과정(Taylor, 1988)
- 하나의 새로운 결과를 야기하는 행동의 출현이며, 그것은 그 개인의 특성과 그 개인을 둘러싼 사건, 사람, 자료, 자기의 생활사의 어떤 상황 등에서 생성되는 과정(Rogers, 1962)
- 곤란한 문제를 인식하고 그것을 해결하지 위하여 아이디어를 내고, 가설을 세우고 검증하며, 그 결과를 전달하는 과정(Torrance, 1977)
- 다양한 요인이 복합적이며 역동적으로 상호 작용하여 나타나는 산출물로 신기성(novelty)과 적절성(appropriateness)이라는 두 요소를 포함하고 있어야만 창의적 행동이나 산출물이라고 말할 수 있다(Amabile, 1989).
- 창의성이란 비판적 사고, 창의적 사고, 초인지적 사고, 의사결정 사고 등과 같은 여러 가지 사고유형의 하나이면서, 모든 사고 유형이 총체적으로 결합되어 나타나는 가장 고차적인 사고능력을 말한다(교육심리학용어사전, 2000).

여기에서 창의성의 개념은 Guilford, Sternberg 등과 같이 창의성을 개인

의 사고 유형이나 능력으로 보는 관점, Taylor, Rogers, Torrance 등과 같이 창의성을 어떤 문제나 자극을 당면한 사태에서 시작하여 해결해 나가는 일련의 과정으로 보는 관점, 그리고 Amabile과 같이 창의성을 개인 또는 집단이 산출해 낸 창의적인 산물로 보는 관점으로 분류할 수 있다.

한편, 교육학 용어 사전(서울대학교 사범대학 교육연구소, 1986)에서 창의성(creativity)은 ‘새로운 관계를 지각하거나, 비범한 아이디어를 산출하거나 또는 전통적인 사고 유형에서 벗어나 새로운 유형으로 사고하는 능력’으로 정의했다. 창의성은 과거 경험의 재생에 의하지 않고 그와 다른 방법에 의한 문제해결의 방법 및 태도를 취한다. 즉, 창의성은 문제해결에 있어 기존의 사고 틀을 벗어나 새로운 방법으로 문제에 접근하고 해결해 가는 것에 관련된다는 것을 알 수 있다. 창의성을 한 개인에게, 축적된 지식과 경험을 바탕으로 새롭고 가치 있는 아이디어를 생산하는 능력이나 문제해결능력이라고 보고, 이를 토대로 창의성에 관해 알아보고자 한다.

2.2 창의성의 구성요소

창의성을 구성하는 요인에 대해서는 다양한 의견이 있다. 이는 각 학자들이 창의성의 개념에 접근하는 방식에 차이가 있기 때문이다.

창의성에 대한 관점을 분류하는 가장 대표적인 방법은 인지적 측면, 정의적 측면 그리고 통합적 관점으로 분류하는 것이다(박병기, 1998; 홍순정, 1999). 그러나 창의성에 대하여 동일한 관점을 가지는 학자라 하더라도 제시하는 창의성의 구성요인에는 차이가 나타난다.

가. 창의성의 인지적 측면

창의성을 인지적 측면으로 보는 시각에서는 문제해결을 위한 사고능력과 지식을 창의적 활동의 기본 요소로 보고 이를 바탕으로 창의성을 설명한다. 대표적인 학자는 Guilford, Mednick와 Torrance 등이 있다.

Guilford(1959)는 창의성이란 새로운 사고를 생산해 내는 능력이라고 설명하면서 창의성을 인간의 지적 능력의 한 특성으로 간주하였다. Guilford의 잘 알려진 3차원 지능구조모델(SOI)은 내용, 조작, 산출로 구성된다. 인간 지능에 의해 수행되는 1차원적 조작은 인지, 기억, 확산적 사고, 수렴적 사고, 평가로 분류된다. 2차원은 작용이 적용되는 내용에서의 다양한 형태를 나타내는 것으로 시각적, 청각적, 상징적 그리고 의미론적, 행동적인 것을 포함한다. 산출물의 차원인 3차원은 단위, 분류, 관계, 체계, 변형 그리고 함축성을 포함한다. Guilford는 특히, 확산적 사고 요인으로 독창성, 유창성, 융통성 등을 들고, 확산적 사고를 창의적 사고의 특징으로 간주했다. 여기서 창의적인 사고를 위해 필수적이라 생각한 확산적 사고란, 인간이 문제 상황에 대응하였을 때, 미리 정해진 정답을 갖지 않고 가능한 다양한 해결책을 산출하는 독창적인 사고를 의미한다. 그는 창의성에 관계되는 6가지 요소로 문제에 대한 민감성, 유창성, 독창성, 융통성, 정교성, 재정의 등을 제시하였다(이대현, 박배훈, 수학적 창의성에 대한 소고, 1998).

그런데 확산적 사고능력으로 창의성을 설명하려는 것은 실생활에서 창의성을 측정한다기보다는 지력 구조 모형을 미리 설정해 놓은 후 이를 입증하려는 것이라는 비판이 제기되었고 이러한 과정에서 창의성을 인지적 연합과정으로 설명하는 이론이 대두되었다.

창의성을 인지적 연합과정으로 설명한 대표적 학자는 Mednick(1977)이다. 그는 창의적인 생각이란 멀리 떨어진 생각들을 함께 묶는 형식을 띠고 있다고 하였다. 즉, 두 개 이상의 생각들을 새롭게 조합한 결과라는 견해이

다. 그는 창의적인 문제해결을 위해서는 무엇인가를 우연히 잘 발견해내는 능력과 유사한 점을 잘 파악하는 능력을 지니고 있어야 하며 무엇보다도 중재할 수 있는 능력을 지니고 있어야 한다고 주장하였다. 떨어져 있는 아이디어를 자주 결합시킬 수 있는 사람은 다른 사람들보다 창의적인 아이디어를 더 산출할 것이다. 따라서 창의적인 사고 과정이란 여러 요소를 연합하여 유용한 조합을 새로이 만들어내는 것이라고 개념화하였다.

Torrance(1977)는 창의적 사고를 결합·부족한 요인·방해요인 등을 인지하고 이에 관한 가설과 아이디어를 만들어 그 가설을 검증하고, 이를 수정 또는 재검증하여 최종적인 결과를 전달하는 과정이라고 하였다. 그가 개발하여 널리 사용되고 있는 TTCT(Torrance Tests of Creative Thinking)에서는 유창성, 융통성, 독창성, 그리고 정교성과 같은 인지적 요소를 창의성의 중요한 구성요인으로 간주하고 있다(김동일, 창의적 문제 해결력 개념, 2001).

창의성을 인지적 측면으로 보는 시각에서는 비록 학자들에 따라 조금씩 견해를 달리하고 있지만 공통적으로 중시하는 창의성 구성요인은 유창성, 융통성, 독창성, 정교성이다. 이 요인들을 자세히 살펴보면 다음과 같다.

(1) 유창성(fluency)

유창성이란 특정한 문제 상황에서 가능한 많은 아이디어나 반응을 산출하는 능력을 말한다. 창의적 사고의 궁극적인 목적이 보다 독창적이며 훌륭한 아이디어를 산출하는 데 있으므로 유창성이 높아서 아이디어를 많이 내면 낼수록 유용하고 효과적인 아이디어가 그 가운데 포함되어 있을 가능성은 더 커질 것이다. 따라서 유창성은 창의적 사고의 초기단계에 많이 요구되는 기능이다.

(2) 융통성(flexibility)

융통성은 생성해 내는 아이디어가 담고 있는 범주의 수를 말한다고 볼 수

있다. 이는 고정적인 사고방식에서 벗어나 여러 각도에서 다양한 해결책을 찾아내는 능력이다. 따라서 융통성 있는 사고를 하는 사람은 주어진 내용이 일반적으로 상상할 수 없는 것들을 강제로 결합해서 특이한 아이디어를 생산하는 능력을 가지고 있다. 홍순정(1999)은 고정적인 사고의 틀을 깨고 발상 자체를 전환시켜 융통성 있게 생각하는 것은 정답이 정해져 있지 않은 실생활의 복합적 문제 상황에서 특히 요구되는 것으로, 유창한 사고뿐 아니라 독창적인 사고의 판전이 된다고 하였다.

(3) 독창성(originality)

독창성은 남들이 흔히 만드는 것이 아닌 기발하고 독특한 아이디어를 산출하는 능력으로 창의적 사고에서의 최고 수준의 사고능력이라 볼 수 있으며 이상적인 목표이다. 이러한 사고는 평소에 가능한 특이하고 새로운 방식으로 문제를 해결하려는 태도를 가질 때 가능한, 사고에서의 독창성이 요구되는 이유는 그것이 보다 효율적인 문제해결을 할 수 있게 하고, 더 나아가 인간의 삶을 질적으로 고양시켜 준다는 데 있다.

(4) 정교성(elaborativeness)

정교성이란 생성해 낸 아이디어가 얼마나 자세하고, 세부적이며, 구체적인 수준의 것인지를 말한다. 사고가 피상적인 수준에 머물지 아니하고 보다 세부적으로 나아갈 수 있으면, 아이디어가 창의적일 가능성은 그만큼 더 커진다. 기본적인 아이디어를 보다 재미있고 완전한 것으로 다듬고 확대시켜 가는 것을 정교화(elaboration)한다고 말한다.

나. 창의성의 정의적 측면

창의성을 인간의 정의적 특성으로 보는 시각은 창의성을 욕구나 동기와 같은 성격의 일부로 혹은 태도로 설명하려는 입장으로 유년기에 있었던 문제 상황 극복 결과에 관심을 두는 정신분석학자나 자아실현에 관심을 두는

인본주의 학자에 의해 주로 연구된 관점이다.

Freud(1908-1959), Kris(1962), Kubie(1958) 등의 정신분석학자들은 창의성을 대개 유년기에 있었던 문제 상황을 극복한 결과라고 주장한다.

Freud는 인간의 행동이 무의식적 욕구와 외부로 나타나는 행위 사이의 갈등을 조사하는 것에 의해 설명될 수 있다고 믿었다. 그는 인간특성의 세 측면(id, ego, superego)을 가정하고, id로부터 끌어내어지는 충동의 승화된 행동과 창의성을 결합시켰다. 그에게 창의성은 생산적인 목적을 위하여 드러나지 않는 무의식적 충동을 이용하여 승화된 형태로 나타나는 것이다.

Kris는 프로이드의 창의성 이론에 약간의 수정안을 제시했다. 그에게 창의성은 두 개의 id의 욕망-성적 충동, 공격적인 본능-의 결과이다. 창의적인 공상은 '전의식'에서 일어난다. 이 '전의식'은 의식의 초보단계에서 나타나는 백일몽과 같은 말로 이해될 수 있다. 전의식에서 의식으로의 창의적인 사고의 이동은 문제의 전의식적 부화의 결과로 갑작스런 'Eureka'로 경험되어진다. Kubie는 창의적인 사고가 우리의 의식과 무의식 사이의 전의식 체계에서 일어난다고 주장했다(이대현, 박배훈, 수학적 창의성에 대한 소고, 1998).

반면에 Maslow(1968), Rogers(1962) 등과 같은 인본주의 학자들은 창의성을 인간의지의 산물이고 잘 적응된 정신적 발달의 절정으로 보았다. 이들은 창의성을 개인의 욕구나 동기로서 설명하고자 했다. 이들은 창의성의 구성요인으로 개방성, 모호함에 대한 참을성, 자발성 등을 강조하였다.

Maslow는 인간 욕구의 계층에 근거하여 '자기실현 창의성'을 제시했다. 그에 따르면, 높은 수준의 '자기실현 창의성'을 유지하는 사람들은 모든 일을 창의적으로 하는 경향이 있다는 것이다. 그에 따르면 창의성은 '모든 또는 대부분의 인간에게 태어날 때부터 주어지는 기본적인 특성·인간의 본성·잠재력이며, 사람들이 문화화 됨에 따라 사라지거나 망각되어 가는 것이다.

Rogers는 창의성을 건강한 인간 성장의 산물이며 개인과 환경과의 상호작용을 통하여 새로운 산물을 산출하는 것으로 보았다. 그는 상호작용이 일어나게 하는 창의성과 연합된 특성으로, 경험의 개방성, 평가의 내적 위치, 요소와 개념들을 다루는 능력을 들고 있다.

또한 Terman(1925)과 같이 순수하게 창의성에 관심을 가진 연구자들도 있는데 이들은 창의적인 사람들이 구체적으로 나타내는 성격특성을 강조하였다. 즉, 독립성, 자율성, 주도성 그리고 개방성을 지니며 자기 수용적이고 자신감이 있고, 상상과 사고를 많이 하는 사람을 창의적인 사람으로 보았다.

창의성의 정의적 관점에 따른 창의성의 구성요인도 학자들에 따라 조금씩 다르지만 공통적으로 중시하는 구성요인은 개방성, 자발성, 호기심, 모험심 등이다(김동일, 창의적 문제 해결력 개념, 2001).

다. 창의성에 대한 통합적 관점

최근의 창의성 연구에서는 창의성이 발현되기 위해서 인지적, 정의적, 환경적 요인들이 통합적으로 나타나야 한다고 보는 경우가 많다. 이러한 통합적 관점으로 창의성을 설명하고 있는 학자들과 그들의 견해를 살펴보면 다음과 같다.

Treffinger(1980)는 창의성을 인지적인 요인과 정의적인 요인 간의 조합으로 보았다. 그는 인지적인 면과 정의적인 면이 동시에 통합적으로 작용하여 창의적인 학습을 촉진하는 모형을 제안하였는데 이 학습모형은 확산적 사고뿐만 아니라 수렴적 사고까지도 창의성에 포함시킨 통합적인 모형이다(김동일, 창의적 문제 해결력 개념, 2001).

Sternberg & Lubart(1995)의 ‘투자이론’에 따르면 창의적인 사람은 ‘싸게 사서 비싸게 파는’ 증권 투자가에 비유될 수 있다고 말한다. 이처럼 아이

디어의 세계를 증권지 세계에 비유하여 창의적인 사람을 설명하는 것이 투자이론이다. 이 이론에 의하면 창의성은 여섯 가지의 서로 특유하지만 그러나 관련되어 있는 '자원의 요소'들이 수렴할 것을 요구한다. 이 여섯 가지는 지적 능력(지능), 지식, 사고 양식, 성격, 동기, 환경이다. 그런데 이 여섯 가지 자원 요소들은 서로 약한 것을 부분적으로 채워주는 보상관계이거나, 자원 요소들 간에 상호작용이 일어나 서로 상승작용을 일으킬 수도 있으나 한 요소가 어느 수준을 이루지 못하면 다른 요소들은 전혀 작용할 수 없을 수도 있다고 보았다. 또한 Sternberg는 창의성을 지능, 인지 스타일 및 성격/동기라는 세 가지 심리적 속성이 교차하는 교집합으로 이해하고 있다(김영채, 창의적 문제해결, 2002).

Gardner(1993)는 창의성에 관한 여러 가지 측면의 연구들을 종합하여 창의적인 개인의 특성들을 분석하고 있다. 그는 창의적인 개인을 그가 활동한 역사적 맥락과 관련시켜 보고, 위대한 창의적인 사람은 각각의 영역에서 혁명적 변화가 일어날 수 있는 적절한 시간과 적절한 장소에 있었던 것 같이 보인다고 말한다.

Urban(1995)은 창의성을 해결해야 할 문제, 문제를 산출물로 만들어 가는 과정, 창의성을 드러내는 산출물, 창의적인 일에 관여하는 사람의 성격, 창의성이 발현되기 위해 필요한 외부 환경의 4요소로 나타내었다.

Woodman과 Schoenfeldt(1990)는 기존의 창의성 이론들에서 언급했던 확산적 사고, 인성, 동기 등과 관련 변인들을 함께 고려하는 창의성에 대한 총체적 접근으로서의 상호작용 모형을 제시하였다. 여기에서는 선행조건, 행동, 결과로 이어지는 창의적 행동과정이 상황적, 사회적 영향 등의 외적 요인 및 인성, 인지적 능력 등의 내적 요인과 상호 작용하여 창의성이 발현되는 것으로 설명하고 있다.

이와 같이 통합적 관점의 연구자들은 창의성을 단순히 어느 한 요인으로 분석하지 않고 여러 요인이 상호 관련되어 영향을 주는 종합적 모형이라는

데에 의견을 같이 하고 있다(김동일, 창의적 문제 해결력 개념, 2001).

2.3 창의적인 문제 해결력의 신장

가. 창의적인 문제 해결을 위한 교육적 접근

창의적인 문제 해결이란 이전의 경험에서 얻은 해결구조 내지 해결원리를 현재의 문제에 창의적으로 (수정하고 변형하며 또는 새로운 내용에 적용하는 등) 적용하는 것이라 말할 수 있다. 논리적으로 보더라도 문제 해결과 창의적 사고는 밀접하게 연관되어 있다. 창의적 사고는 새로운 결과를 생성하며, 문제 해결에는 새로운 장면에 대한 새로운 반응을 요구하기 때문이다.

창의적 문제 해결을 위한 교육적 접근법에는 많은 이론이 있는데, 창의적인 사고의 과정을 몇 개의 단계로 나누어 이들 각각의 단계를 분석함으로써 창의성을 이해하려는 시도의 선구자는 Wallas(1926)이다. 그는 창의적인 사고과정을 준비(preparation), 부화(incubation), 발현(inspiration), 검증(verification)의 4단계로 나누어 해석하고 있다.

준비단계는 주어진 문제의 배경정보를 흡수하고, 문제에 대하여 생각하여 가능한 최선의 아이디어를 산출하는 단계이다. 부화단계에서는 문제에 대하여 의식적으로 생각하지 않으며, 문제 해결자는 문제와 관련이 없는 활동을 한다. 이 단계는 그의 이론의 핵심으로, 문제 해결의 미완성 상태에서, 휴식하는 동안에 문제 해결에 관한 기발한 해결책이 떠오르기 쉽다는 것이다. 이 단계는 의식적으로 다른 일을 함으로써 문제를 부화하는 경험인 문제를 그냥 잊고 있는 상태보다 능률적이라는 것으로, 해답이 막 나오

려는 암시를 갖게 된다. 발현단계는 지금까지 찾고 있던 문제 해결책이 본격적으로 떠오르는 단계이다. 검증단계는 문제 해결책으로서의 아이디어의 타당성, 효용성, 적절성 등을 검증하고, 그 결과에 따라 완전한 아이디어로 정교하게 정리하는 것이다. 만약 아이디어가 불만족스럽다고 판단되면 다시 전 과정을 수행한다.

창의성 개발을 위해 가장 활발히 사용되고 있는 프로그램 또는 개발 방법의 하나가 브레인스토밍(Brain Storming)이다(Osborn, 1963). 이 방법은 하나의 문제를 놓고 여러 사람들이 자유롭게 다양하고 많은 해결 방법을 제시하여 문제를 해결하는 방법이다. 대체로 5-10명 정도의 집단을 대상으로 하며 몇 가지 규칙(비판금지, 변형, 많은 양의 아이디어, 파격적인 아이디어)을 지키게 된다.

40여년을 거쳐 여러 학자들에 의해 연구되어온 CPS(Creative Problem Solving)모델은 요소 접근법을 취하며 문제 해결의 전체과정을 단계적으로 접근한다. CPS는 광범위하게 적용할 수 있지만 특히 새롭고 유용한 해결을 필요로 할 때 효과적이다. Isaksen & Treffinger(1987)는 CPS의 여섯 단계(관심 영역 발견, 자료의 발견, 문제 발견, 아이디어 발견, 해결안 발견, 수용안 발견)를 ‘문제의 이해’, ‘아이디어 산출’과 ‘실행을 위한 계획’의 세 가지의 더 큰 요소 속에 포함시키고 있다. 그리고 이들보다 더 구체적인 수준으로 CPS의 각 단계에는 발산적 사고와 수렴적 사고의 두 가지 국면이 있어 이들 간의 역동적 균형을 강조한다. 첫째 국면인 발산적 사고에서는 많은, 다양한, 그리고 독특한 대안들을 생성해 내는 것이 강조된다. 두 번째 국면은 산출된 대안들을 분석하고 개발하고 다듬는 수렴적 사고이다.

CPS체계에서 가장 기본적인 수준으로는 구체적인 도구, 즉 사용하는 기법을 들 수가 있다. 여기서 ‘도구’ 또는 ‘기법’이라 부르는 것은 CPS의 각 단계에서 조작(사고)을 수행할 때 사용하는 ‘구조화된 접근법’을 말하는데,

이들 기법들은 발산적 사고와 수렴적 사고 중 어느 하나를 강조하고 있다. 예컨대 발산적 사고를 위한 ‘브레인스토밍’ 기법과 같은 것을 말한다.

또 흔히 체크리스트법이라고 알려진 기법의 일종으로 SCAMPER 기법이 있는데 이는 개선하고자 하는 대상에 대하여 여러 각도에서 생각의 방향을 바꾸어 가면서 대안을 모색하는 방법이다. 여기에는 일곱 가지 생각의 실마리를 제공하는 기법들이 있는데, 대체하기(substitute), 결합하기(combine), 응용하기(adapt), 모양 바꾸기(modification), 다른 용도로 사용하기(put to other uses), 필요 없는 것 제거하기(eliminate), 다르게 배열해 보기(rearrange)가 있다(김동일, 창의적 문제 해결력 개념, 2001).

나. 창의적 사고력을 위한 교수-학습

창의적인 교수-학습의 모습을 창의적인 문제 해결의 과정으로 접근해 보면 거기에 포괄되는 영역, 즉 창의적 사고의 기능과 전략을 좀더 분명하게 이해하기가 쉬워진다. 창의적 학습은 문제, 결손, 지식에서의 괴리나 모순, 또는 빠져 있거나 불필요한 요소 등에 대하여 민감해 지거나 그것들을 자각하는 과정에서부터 시작한다. 즉, 창의적 학습은 ‘호기심’ 내지 ‘긴장’에서 시작한다. 학습자는 이러한 긴장 속에서 정보 사이의 간격을 매우려고 하며 문제를 발견하고 정의하고자 한다. 다음으로는 해결 대안들을 생성해 내고 이들을 검증하고 보완해서 보다 완전하고 만족스러운 해결책에 이르고자 하는 것이다. 이러한 일련의 구조적인 학습경험을 설계하고, 계획하고, 지도하는 것에는 교사의 역할이 결정적이라 할 수 있다. 창의적 교수-학습을 위해서는 창의적 환경(분위기, 여건)을 마련하고, 창의적 태도와 성격을 개발하며, 사고의 과정(사고 기능과 전략)을 가르치는 것이 필요할 것이다.

Torrance(1970)는 학습과정에 포함되는 창의적 문제 해결 활동에 포함되

어 있는 기본적인 특징들을 불완전성과 개방성, 어떤 것을 생산하고 그것을 사용하는 것, 학습자의 질문을 사용하는 것 등의 세 가지로 정리했으며, Guilford(1977)는 창의적 사고력 수업의 방법으로 문제를 확대시켜라, 문제를 하위 문제로 나누어라, 질문을 하라, 판단을 유보하라, 확장된 노력을 하라와 같은 몇 가지를 제시하였다.

Sternberg(1996)는 창의적 사고력을 배우고 가르치는데 사용할 수 있는 25개의 전략들을 제시하고 있는데 그 중 몇 가지를 살펴보자.(김영채, 창의적 문제해결, 2002)

(1) 창의적 사고 기능의 교수-학습

- 창의적 문제 해결의 단계와 여러 가지의 사고 기법들을 직접적으로 가르치고 연습하며, 나아가 교과학습에 적용한다.
- 수업이나 평가의 내용과 활동이 창의적 사고를 요구해야 한다.
- 창의적 사고를 위한 시간을 허용해야 한다.
- 창의적인 활동과 아이디어를 격려한다.
- 창의적 인물 재료를 이용한다.
- 창의적 협동 활동을 격려한다.
- 옳은 질문과 좋은 응답을 격려한다.
- 문제를 분석하고 재정의 할 줄 알게 한다.

(2) 창의적 사고 태도의 교수-학습

- 창의적 사고의 모범을 보인다.
- 자신감을 가지게 한다.
- 분별 있는 모험을 격려한다.
- 애매성을 인내하도록 격려한다.
- 실수를 허용한다.
- 장애를 확인하고 극복한다.

- 다른 사람의 입장에서 생각하기를 격려한다.

(3) 창의적 초인지 기능의 교수 학습

- 자기 책임을 가르친다.
- 자기 조정의 능력을 격려한다.
- 만족을 지연시킬 줄 알게 한다.
- 환경과 기회를 찾고 선택하기를 격려한다.

2.4 수학적 창의성의 특성

교육 목적에는 창의적 노력의 중요성에 대한 자각의 증진과 창의적인 태도와 기능의 개발 등이 포함되어 있다. 그리고 이러한 목적을 달성하는 데는 Torrance의 ‘아동을 위한 강령’과 거기에 담긴 철학이 큰 시사가 될 수 있을 것이다. 이 강령의 본질은 창의적인 사람이란 자기가 하는 일을 진정으로 사랑하는 것이란 그의 결론에 기초하고 있다.

창의성에 대한 연구들이 다양하게 진행되어 왔지만, 창의성에 대한 교육적인 측면의 결론은 대체로 다음과 같이 일치한다.

‘창의성은 과정이다. 모든 사람들에게 창의성은 존재한다. 창의성은 개인적·사회적 과정이다. 창의성은 재능의 복합체이다. 창의성은 많은 분야에 적용된다. 창의성은 환경의 영향을 받는다. 창의성은 개발될 수 있다’(Lunaas, 1968; Balka, 1974). 이런 맥락에서 수학적 창의성의 특성에 대한 선행 연구를 고찰하고자 한다.

수학적 창의성은 일반적인 창의성과 무관하지 않다(Hadamard, 1945). 수학에서 창의적 능력의 특성에 대하여 Hadamard(1990)는 다양한 단계를 포함하는 창의적 사고과정을 강조했다. 그는 준비, 부화, 조명으로 이어지는 사고과정을 제안했다. 이는 Wallas의 개념과 유사한 것으로 부화기에서의

통찰이 창의적 문제 해결과정의 초점임을 강조한다.

Armbruster(1989)은 창의적인 사고과정은 의식적인 과정과 무의식적인 과정의 상호작용의 반복으로 가능하다고 지적하고, 부화와 발현은 일어나는 순간에는 의식이 개입되지 않지만 그 이전에는 많은 의식적인 노력들이 전제되어야한다고 했다(송상헌, 1998).

창의성을 측정하는 일은 Guilford의 확산적 사고와 관련된 몇 개의 하부 테스트로 구성된 검사와 Torrance에 의한 MTCT(The Minnesota Tests of Creative Thinking)등이 있으나(Balka, 1974), 창의성에 대한 구성요인과 판별가능성에는 일치된 견해가 없다. 그럼에도 불구하고 수학에서 수학적 창의성을 판별하고 측정하고자 하는 시도들은 계속되어 왔다. Balka(1974)는 학생들이 가진 수학적인 특별한 특성과 창의적인 학생들을 판별하는 도구 개발의 필요성을 강조하고, 지필평가를 통해 수학적 창의성을 측정할 수 있는 구체적인 방안을 제시하였다. 또한 그는 유창성, 융통성, 독창성을 측정하기 위한 수학적 창의성 측정 문항을 개발하여 중학생을 대상으로 측정하였고, 이를 통해 개발한 측정 도구의 타당성을 구축하였다.

많은 연구들이 공통적으로 들고 있는 수학적 창의성을 나타내는 특징으로는 민감성, 유창성, 융통성, 독창성, 정교성 등을 들 수 있다 (윤종건, 1996, 임선하, 1996, 서울시교육청, 1997). 민감성은 문제에 예민한 관심을 보이고, 문제에 대한 탐색의 범위를 넓히는 능력이다. 이것은 문제 이해 단계에서 문제 상황을 특정한 관점에서만 보지 않도록 하고, 고정된 사고와 지배적인 아이디어를 벗어나야 한다는 것을 의미한다. 또한 사고의 기능적 고착성(functional fixedness)을 탈피해야 한다. 유창성은 문제 상황에서 의미 있는 여러 가지 반응이나 아이디어를 산출하는 능력으로 의미 있는 반응의 개수로 판별할 수 있다. 융통성은 서로 다른 범주 및 유형의 아이디어를 산출하는 능력으로 반응의 유형별 가지 수로 판별된다. 독창성은 다른 사람들과는 다른 아이디어를 산출하는 능력이다. 정교성은 산출한 결과를 보

다 구체화하고 세밀하게 다듬어 내는 능력이라고 할 수 있다. 이 특징에는 해결된 문제에 대한 선택과 평가가 요구되며, 산출결과에 대한 수학적 용어, 기호 및 개념의 사용이 매끄럽게 전개되어야 한다.

수학교육 현장에서 창의적인 사고의 이해와 격려는 수학 교육자에게 중요하다. 학습자는 수학자들이 수학을 발견하는 것과 같이 그들에게 주어진 문제를 해결하도록 지도되고 격려되어야 한다. 결론적으로, 교수학적인 측면에서 수학적 창의성이란 ‘수학적인 문제 상황에서 학습자가 기지의 사실이나 스스로 창안한 전략이나 방법을 이용하여 새롭고 가치 있는 결과(문제해결)를 산출해내는 능력’이라고 정의할 수 있다. 따라서 수학교육의 목적도 학생들이 창의적인 문제 해결과정을 통해 수학적인 문제를 해결하는 것에 두어야 할 것이다.

2.5 현행 교육과정의 연구

21세기 정보화 사회에서는 수학을 사용한 정보를 이해하는 능력, 얻어진 정보가 타당한지를 판단하는 능력, 수학을 사용한 정보를 다른 사람과 직접 또는 간접으로 교환하는 능력, 실생활이나 다른 교과 영역에서 수학적 지식을 사용하여 문제를 구성하고 해결하는 문제 해결력 등을 포함하는 수학적 힘(mathematical power)을 필요로 한다. 수학적 힘이란 탐구하고 예측하며 논리적으로 추론하는 능력, 수학에 관한 수학을 통한 정보교환, 수학 내에서 또는 수학과 다른 학문적 영역 사이의 아이디어를 연결하는 능력, 문제 해결이나 어떤 결정을 내려야 할 때 수량과 공간에 관한 정보를 찾고 평가하고 사용하려는 성향과 자신감을 포함한다. 수학적인 힘을 기르기 위해서는 수학의 기본 지식, 추론 능력, 문제 해결력, 수학적 아이디어

의 표현 및 교환능력, 그리고 사고의 유연함, 인내, 흥미, 지적 호기심, 창의성을 길러주는 다양한 교수-학습 방법을 필요로 한다.

이번 수학과 교육과정의 개정의 기본은 수학적 힘의 신장으로 설정하였으며, 이를 구현하기 위한 실천적인 항목들로, 개인의 능력 수준과 진로의 고려, 수학적 기본 지식의 습득, 학습자의 활동 중시, 수학적 흥미와 자신감의 고양, 계산기, 컴퓨터 및 구체적 조작물의 적극적인 활용, 다양한 교수·학습 방법과 평가의 활용을 선정하였으며, 이에 대한 구체적인 사항은 다음과 같다.

가. 개인의 능력 수준과 진로를 고려한 수학교육

여태껏 학교에서는 능력 차이가 다양한 학생들이 한 교실에 혼재되어 있어 개인차가 심한 수학과와 경우 일부 학생을 제외한 대다수의 학생들은 자신의 능력에 맞지 않는 수학을 획일적으로 학습하고 있는 실정이다.

새 교육과정에서는 초등학교 1학년부터 고등학교 1학년까지 10년간을 국민 공통 기본 교육 기간으로 정하고 이 기간 동안 수학과와 10개의 단계(하위단계를 기준으로 보면 20개의 단계)를 설정한 단계형 수준별 교육과정을 운영한다. 따라서 학생들은 학년에 관계없이 자기 능력과 수준에 맞는 단계에서 수학을 학습할 수 있다. 또, 고등학교 2, 3학년 과정에서는 더욱 높은 수준의 수학, 실생활과 관련된 수학, 컴퓨터의 활용에 관련된 수학 등 다양한 선택 과목을 제시하고 있으므로, 학생들은 계열의 구분 없이 자기의 능력, 진로 및 적성에 맞는 수학 과목을 선택하여 학습할 수 있다.

나. 수학의 기본 지식을 중시하는 수학교육

초·중등학교에서 수학을 지도하는 중요한 목적은 수학 학습을 통하여 논리적이고 합리적인 사고력을 기르고, 수학의 지식과 기능을 실생활 문제의 해결이나 다른 과목 학습에 도구적으로 활용할 수 있게 하며, 수학적 소양을 갖추게 함으로써 필요한 경우 스스로 학습하고 활용할 수 있게 하기 위한 것이다. 따라서 학교수학은 수학적 사실들의 단순한 암기나 문제풀이 기능 숙달에 국한되어서는 안되며 수학의 기본적인 지식, 즉 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙을 이해하고, 기초적인 계산 기능을 익히게 해야 한다. 수학의 기본 지식이 갖추어져 있을 때 발전된 수학을 학습할 수 있으며, 계산기나 컴퓨터 등의 과학기술을 효과적으로 활용할 수 있다. 새 교육과정은 수학적 사실의 단순한 암기나 계산 기능 숙달을 지양하고 수학의 기본 지식을 중시한다.

다. 학습자의 활동을 중시하는 수학교육

전통적인 교사의 설명식 학습 지도는 간단한 수학적 사실을 이해하고 활용하는 측면에 있어서는 효과적일 수도 있지만 수학적 개념이나 원리, 법칙을 학생 스스로가 탐구, 발견하고 창조하는 능력을 기르는 데는 적절하지 않다. 수학적 지식을 구성해가는 능력을 기르기 위해서는 학생들 스스로가 관찰, 조작, 분석, 종합하는 활동을 통하여 수학적 원리나 법칙을 예측하고 추론할 수 있어야 한다. 학생들 상호간의 토론과 협력 학습 활동은 수학적 개념을 바르게 이해하고 문제를 다양한 방법으로 해결하는 능력을 기르고 수학 학습에 대한 흥미와 자신감을 갖는데 도움이 된다.

라. 학생의 능력, 흥미, 진로에 적합한 수학교육

최근의 수학 성취도 국제 비교 연구에 나타난 바에 의하면, 우리나라 학생들은 대단히 우수한 성적임에도 불구하고, 대다수 학생들은 수학 학습에 대하여 큰 흥미를 느끼지 못하고 있으며 수학에 대한 자신감 역시 결여되어 있는 것으로 나타나고 있다. 여러 가지 이유가 있겠지만, 상급학교 진학을 위하여, 수학에 대한 단편적인 지식의 습득과 문제풀이 기교 습득에 치중한 학습의 결과도 그 중요한 이유가 될 것이다. 학생들이 수학 학습에 대하여 흥미와 자신감 같은 수학적 성향 및 태도는 수학 학습의 성취도에 적지 않은 영향을 미친다고 할 수 있다. 수학 학습에 대한 흥미와 자신감을 길러 주기 위해서는 학생의 수준에 맞는 내용을 자기 주도적으로 학습하여 성취감을 갖게 하고, 학생이 자유롭게 사고하고 탐구하며, 문제 해결을 위한, 수학적인 활동을 할 수 있도록 배려되어야 할 것이다.

또한, 다양한 학생의 개인차를 인정하고 각자의 능력에 맞는 학습내용과 수준을 선정하여 학습할 수 있는 기회를 제공하며, 다양한 선택과목을 제시하여 학생의 진로에 적합한 학습의 기회를 제공하여야 한다.

마. 다양한 학습 도구를 활용하는 수학교육

수학과 교수-학습의 전 과정을 통하여 내용과 소재에 따라 적절하고 다양한 교육 기자재를 적극 활용하여 학습의 효과를 높이도록 해야 한다. 특히, 계산기나 컴퓨터는 수학을 학습하고 지도하는 과정에서 중요한 도구로 사용될 수 있음은 여러 학자들의 연구에서 밝혀진 바 있으며, 미국을 비롯한 선진국에서는 이미 오래 전부터 각급 학교의 수학교육에서 계산기와 컴퓨터를 도입하고 있다. 실생활의 수학적 문제들은 복잡한 계산을 포함하는 경우가 많다. 계산기나 컴퓨터는 복잡한 계산을 신속하고 정확하게 처리하

며 수학적 개념, 원리의 이해를 용이하게 한다. 수학교육에서 수학적 사고력, 문제 해결력 향상을 위해 계산기나 컴퓨터가 적절하고 유용하게 활용되어야 할 것이다. 이와 같이 계산기와 컴퓨터는 수학적 개념의 이해, 수학적 사고력, 문제 해결력, 창의적인 사고력을 기르기 위해 사용될 수 있으나, 교육적 효과를 극대화하기 위해서는 적절한 내용, 시기, 소재에 따라 수학의 기초 기능을 저해하지 않는 범위에서 조심스럽게 도입되어야 할 것이다.

7차 교육과정에서는 수학의 전 영역에서 계산기나 컴퓨터를 사용함으로써 복잡한 계산을 수행하기 위한 불필요한 시간의 낭비를 줄이고, 수학적 사고력, 문제 해결력, 수학에 대한 흥미와 호기심을 길러 줄 수 있도록 장려하고 있다.

바. 다양한 교수-학습 방법과 평가 방법을 활용하는 수학교육

새 수학과와 수준별 교육과정을 운영하기 위해서는, 또한 수학적 힘의 함양을 강조하고 이를 구현하기 위해서는 현재보다 훨씬 다양한 교수-학습 방법이 강구되어야 할 것이다. 수학 수업으로는 흔히 일제식 설명수업을 시행하고 있으나, 그 밖에 토론, 프로젝트 수행, 탐구 활동, 소집단 활동 등을 적극적으로 도입할 수 있으며, 능력별 이동식 수업, 열린 수업, 개별화된 교수-학습 등 다양한 교수-학습 방법과 계산기, 컴퓨터, 영상 매체 등 적절한 과학기술을 활용해야 한다.

오늘날 학교 수학이 직면하고 있는 많은 문제점들 가운데 하나는 잘못된 평가 관행에서 비롯된다고 주장하는 사람들이 많이 있다. 학교에서 이루어지는 대부분의 학습 평가는 수학적 사고력이나 문제 해결력의 평가보다는 수학의 단편 지식이나 문제풀이 기교에 치중하는 경향이 많다. 평가는 교수-학습의 통합된 일부로서 학생들의 성취기준을 파악하고 적절한 보충학

습이나 심화학습이 이루어지도록 하여야 한다. 수학과 교수-학습에서 학습 지도의 평가는 획일적인 객관식 선다형 위주의 방식을 지양하고 교수-학습의 전개 국면에 따라 진단 평가, 형성 평가, 총괄 평가 등의 적절한 평가 방식을 취하여 실시하되, 다음과 같은 면을 고려하여 교수-학습 목표에 충실한 평가가 될 수 있도록 한다.

첫째, 평가는 일련의 수학 교수-학습 과정의 일부분으로서 시행되고, 평가의 결과가 차후 연계되는 수학 학습의 발전적인 교수-학습을 위한 참고자료가 될 수 있도록 한다.

둘째, 수학 학습의 지도를 담당하는 교사의 지도 활동 측면에 대해서도 자발적인 평가를 함으로써 발전적인 수학 학습 지도 개선의 참고 자료로 사용할 수 있도록 한다.

셋째, 수학과 학습에서 전반적으로 요구되는 다음 사항을 중점 평가한다.

- ① 수학 내용의 기본적인 개념, 원리, 법칙의 이해
- ② 수학 내용과 관련된 문제 상황이나 문제를 수학적으로 접근, 조직, 해결하는 수학적인 힘
- ③ 실생활의 현상이나 사태를 수학적으로 관찰, 분석, 사고하는 태도
- ④ 수학 내용과 관련된 유연하고 다양한 사고력과 창의성
- ⑤ 수학에 대한 바람직한 가치관이나 수학 학습에 대한 관심과 흥미의 정도
- ⑥ 자신의 생각을 수학적으로 표현하고 교환할 수 있는 능력

넷째, 목표 지향적인 결과 중심의 평가보다는 과정 중심적인 평가를 강조한다.

다섯째, 객관적인 선다형 위주의 평가를 지양하고 주관식 지필검사, 프로젝트 평가, 포트폴리오, 관찰 및 면담 등의 다양한 평가 방법을 활용함으로써, 종합적인 수학 학습 평가가 이루어질 수 있게 한다.

여섯째, 수학 학습에 있어서의 인지적 능력의 평가와 아울러 수학적 소양

을 길러주기 위한 수학적 태도 및 가치 인식 등의 정의적인 성향을 평가할 수 있는 도구를 개발하여 적용한다.

사. 문제 해결력을 강조하는 수학교육

수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙을 습득하고 이를 활용하여 수학의 복잡한 문제나 실생활의 문제를 해결할 수 있는 수학적 능력의 함양이 필요하다. 논리적 사고력, 추론 능력, 수학적 문제 해결력의 향상은 수학교육의 중요한 목표인 바, 이러한 목표는 수학 교육에서 거듭 강조되어 왔다. 여기서 추론 능력이란 귀납, 유추 등을 통한 일반성의 추론 능력과 어떤 사실의 진위를 주어진 가정과 참으로 알려진 명제들을 중심으로 하여 논리적으로 설명할 수 있는 능력, 즉 연역적 사고력을 말한다. 추론 능력을 통한 문제 해결력을 강화함으로써 어떤 문제 상황에서 합리적으로 사고하고 판단하며, 창의적으로 문제를 해결할 수 있게 될 것이다(강행고, 제 7차 수학과 교육과정 개정의 기본 방향, 1998).

2.6 수학과 교육 과정의 성격 및 목표

수학은 실재하는 사물보다 그들 사이에 존재하는 것으로 인지되는 성질을 파악하고 그들 사이의 관계를 규명하기 위한 학문으로, 논리성, 추상성, 구조성, 직관성, 계통성을 그 특징으로 한다. 학교 수학은 이와 같은 학문으로서의 수학의 성격과 더불어 일반 교육으로서의 수학, 삶의 기반이 되는 수학, 준비 교육으로서의 수학을 그 목표로 한다고 볼 수 있다.

‘일반 교육으로서의 수학’이란 민주 시민으로서의 전인적인 인간을 형성하는 것을 목적으로 한다. 즉, 논리적으로 사고하고 합리적으로 문제를 해결

하는 능력을 길러 줌으로써, 사회규범을 준수하고 질서를 지키며 합리적인 근거로 자신의 의사를 결정할 수 있는 능력을 길러 주기 위한 것이다.

‘삶의 기반이 되는 수학’이란 수학이 실생활에 직접 관련되는 실용과 응용의 능력을 길러 일상생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 창의적으로 해결할 수 있는 능력을 길러 주기 위한 것이다.

‘준비 교육으로서의 수학’이란 장차 상급학교에 진학해서 수학 또는 다른 학문을 습득하는 데 필요한 수학의 기초 개념과 기능을 습득시키기 위한 것이다.

현행 교육과정에서의 수학과 목표는 ‘수학적 힘의 신장’으로 집결될 수 있는데, 이전의 ‘문제 해결력의 신장’보다 광의의 개념이라고 할 수 있다. 여기서 ‘수학적 힘’이란 탐구하고 예측하며 논리적으로 추론하는 능력, 수학에 관한 또는 수학을 통한 정보 교환 능력, 수학 내에서 또는 수학과 다른 학문적 영역 사이의 아이디어를 연결하는 능력, 문제 해결이나 어떤 결정을 내려야 할 때 수량과 공간에 관한 정보를 찾고 평가하고 사용하려는 성향과 자신감을 포함하는 것으로, 인지적인 측면과 정의적인 측면을 모두 포괄한다(강옥기, 제 7차 수학과 교육과정 시안 연구, 1997).

이러한 이론에 근거하여 지수-로그함수의 주어진 유형별 선택에 따른 실생활에 연관된 문제를 실제 교수-학습에 적용하게 되면 학생들은 여러 가지 문제 상황을 수학적으로 해결하는 능력을 기를 수 있을 것이다. 이것은 또한 학생들의 창의성 신장에 많은 도움이 될 것이라 예상된다.

Ⅲ. 교수-학습 모형의 실제

본 장에서는 제 7차 교육과정 고등학교 수학 I 의 '지수함수와 로그함수'단원의 내용 중에서 두 가지 활동 영역을 선정하여 지도 모형을 설계하였다.

여기서 제시하는 수업 지도 방법은 앞서 논의한 연구의 필요성과 이론적 배경을 바탕으로 여러 가지 시도를 통한 연구자의 경험을 토대로 하여 고등학교에서 직접 지도한 모형을 제시한 것이다.

창의성 신장을 위해 학습 요소를 어떻게 연결하여 학습의 효율을 높일 수 있는가에 중점을 두고 직접 제작한 학습 수행지(Work-Sheet)를 수업에 적용하였다.

3.1 지수함수—로그함수 단원의 개관

가. 단원의 구성

이 단원은 심화 선택 과정 수학 I 의 내용 중에서

(1) 지수함수

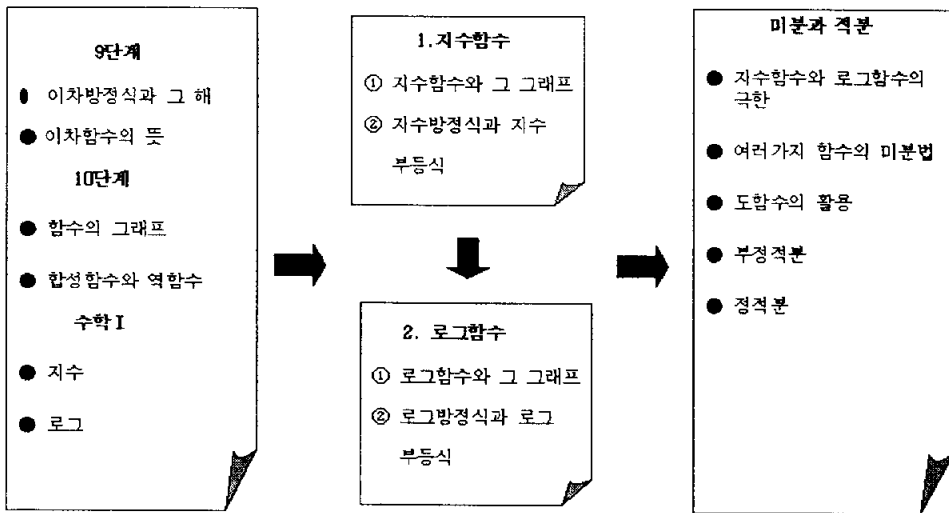
- 1) 지수함수와 그래프
- 2) 지수방정식과 지수부등식

(2) 로그함수

- 1) 로그함수와 그 그래프
- 2) 로그방정식과 로그부등식

에 대한 내용으로 구성되어 있다.

나. 지수-로그함수 개념 연결 구조



다. 단원의 지도 목표

(1) 지수함수

- (가) 지수함수의 뜻을 알게 한다.
- (나) 지수함수의 그래프를 그려 보고, 그 성질을 알게 한다.
- (다) 지수방정식과 지수부등식을 풀 수 있게 한다.

(2) 로그함수

- (가) 로그함수의 뜻을 알게 한다.
- (나) 로그함수의 그래프를 그려 보고, 그 성질을 알게 한다.

(다) 로그방정식과 로그부등식을 풀 수 있게 한다.

3.2 단원의 이론적 배경

가. 지수함수와 지수변화의 법칙

다항함수와 분수함수를 유리함수라 하고, 유리함수가 아닌 함수를 초월함수라 한다. 초월함수에는 지수함수와 로그함수, 삼각함수 등이 있다.

다항함수는 주어진 변수에 대하여 유한 번 곱하고 유한 번 더하는 셈을 나타내는데, 도형의 크기, 제품의 생산비와 수익금, 반딧불이의 밝기 등과 같이 실생활에서 그 보기를 쉽게 찾을 수 있다.

이분법으로 번식하는 박테리아나 식물성 플랑크톤의 개체 수는 시간에 따른 지수함수로 나타난다. 일반적으로, 시간에 따른 어떤 물질의 질량(또는 개체 수)의 증가속도(또는 감소속도)가 현재 있는 질량에 비례할 때, 그 물질의 질량은 지수함수로 나타난다. 이를 지수변화의 법칙(The law of exponential Growth)이라 부른다. 자연계의 많은 현상이 지수변화의 법칙을 따르는데 그 중에서 증가하는 것은 생물들의 개체 수, 자라나는 세포의 질량, 공기 중에서 냉각되고 있는 물질의 온도 등이 있다. 또한 다른 지수함수의 유형으로는 SAT점수, 바이러스의 전염 과정 등이 있으며, 로그함수의 유형으로는 산성도(PH), 지진의 규모와 지진의 강도 사이의 관계 등을 들 수 있다.

지수변화의 법칙은 미분방정식으로 나타나고, 이를 풀면 지수함수로 나타난다. 시간 x 에 따른 주어진 물질의 질량(개체 수)을 y 라 하면, 변화속도

$\frac{dx}{dy}$ 가 현재 있는 질량, y 에 비례하므로 $\frac{dx}{dy} = ky$ (k : 비례상수)

따라서 $\frac{1}{y} dy = k dx$, $\int \frac{1}{y} dy = \int k dx$

$\ln y = kx + C$ 이고, $y = e^{kx+C} = e^C \cdot e^{kx}$

$x=0$ 일 때, $y=A$ 라 하면, $y_{x=0} = e^C = A$

$y = A e^{kx}$, $A = y_{x=0}$

이 때, 증가하는 경우에는 $k > 0$ 이고 감소하는 경우에는 $k < 0$ 이다.

나. 지수함수와 로그함수의 정의

지수함수와 로그함수는 대부분 교과서와 같은 방법으로 정의한다. 즉, $a > 0$ 이고, $a \neq 1$ 인 밑 a 에 대하여 연속적인 값을 갖는 함수 $y = a^x$ 을 정의하고, 그의 역함수로 $y = \log_a x$ 를 정의한다.

지수함수나 로그함수를 다른 방법으로 정의할 경우에도 위에서 정의한 것과 같은 함수가 된다. 예를 들면, 적분을 이용하여 로그함수를 정의하고, 그의 역함수로서 지수함수를 정의한다.

3.3 연구 대상

본 연구는 부산광역시 소재의 B고등학교 3학년 여학생 2개 학급을 선정하여 그 대상으로 한 것으로, 수학 I 단계의 지수-로그 단원의 제한된 영역에서만 연구한 것이다.

3.4 수업의 실제

가. 지수함수에서의 초월수 e 적용

초월수 e 의 등장은 학생들에게 자연스럽지 않다. 하늘에서 뚝 떨어지듯이 나타난 초월수 e 는 아이들에게 수학에 대한 반감만 더해 줄 수 있으며 자신은 수학을 잘 할 수 없다는 잘못된 좌절만 심어 줄 수도 있다.

여기에서는 예금이자의 복리계산으로 초월수 e 를 찾아보는 예를 적용함으로써 학습자들이 초월수에 대한 거리감을 줄일 수 있도록 하였다.

(1) 예제

지수함수의 증가에 대해 은행에 예금하여 연속적 복리계산으로 이자가 붙어갈 때 총 적립금을 생각해 보자.

1. 원금이 P 원, 연이율 r 로 예금했을 때 1년 후의 적립금은?
2. 이와 같이 계속하면 t 년 후 총 적립금은 얼마일까?
3. 예금이자를 좀더 자주(분기별, 매달, 매일, 1년에 n 회) 적용하면 적립금은 얼마나 될까?

(가) 지도 사례

- ① 원금이 P 원, 연이율 r 로 예금했을 때 1년 이후의 예금액은 다음과 같이 증가한다.

$$P_1 = P + Pr = P(1 + r)$$

- ② 이와 같이 계속하여 t 년 후의 예금액은 다음과 같이 패턴을 가지고 나타난다.

처음 $P = P$

1년 후 $P_1 = P(1 + r)$

2년 후 $P_2 = P_1(1 + r) = P(1 + r)^2$

3년 후 $P_3 = P_2(1 + r) = P(1 + r)^3$

.....

t 년 후 $P_t = P_{t-1}(1 + r) = P(1 + r)^t$

③ 예금이율을 1년에 n 회 이율을 적용하면 매회 이율은 $\frac{r}{n}$ 이 되고,

t 년 후 금액 $A = P(1 + \frac{r}{n})^{nt}$

이것을 연속적 복리계산이라 한다.

여기서 $\frac{n}{r} = m$ 이라 하자. 그러면

$$\begin{aligned} A &= P(1 + \frac{r}{n})^{nt} \\ &= P(1 + \frac{1}{m})^{mrt} \\ &= P[(1 + \frac{1}{m})^m]^{rt} \end{aligned}$$

m 이 연속적으로 증가한다면, $(1 + \frac{1}{m})^m$ 은 e 에 한없이 접근할 것이다.

따라서 우리는 다음과 같이 적립금의 식을 표현할 수 있다.

$$A = [P(1 + \frac{1}{m})^m]^{rt} = P e^{rt}$$

(예) 예제. 100만원을 연이율 12%로 예금할 때, 1년에 한 번 계산하는
예금에 대한 1년 후의 원리합계와 1년에 12번 복리로 계산하는 원리합계
중 어느 쪽이 더 큰가?

① 1번 이율을 적용할 때

$$S(1) = 100(1 + 0.12)^1 = 112 \text{ (만원)}$$

② 매달 이율을 복리로 적용할 때

$$S(12) = 100\left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{12} \approx 112.682 \text{ (만원)}$$

③ n회 복리로 적용할 때

$$S(n) = 100\left(1 + \frac{0.12}{n}\right)^n \text{ (만원)}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \lim_{n \rightarrow \infty} S(n) &= \lim_{n \rightarrow \infty} 100\left(1 + \frac{0.12}{n}\right)^n = 100 \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{\left(1 + \frac{0.12}{n}\right)^{\frac{n}{0.12}}\right\}^{0.12} \\ &= 100e^{0.12} \approx 112.749 \text{ (만원)} \end{aligned}$$

12번의 복리의 경우가 더 크지만 같은 기간 동안 복리 횟수를 한없이 늘려도 원리합계가 한없이 증가하지는 않음을 확인할 수 있다.

(나) 지도상의 유의점

수열 단원의 학습에서 공식의 암기로 t년 후의 적립금을 등비수열의 합 $\frac{P(1+r)\{(1+r)^n-1\}}{(1+r)-1}$ 으로 생각하는 학생들이 의외로 많았다. 이는 원리합계의 대부분의 문제가 그런 유형인 까닭으로 보인다. 이에 매년 넣는 적금이 아니라 예금이라고 주의를 환기시킬 필요가 있을 것 같다.

보충 설명까지 다 끝난 후의 학생들은 그 전에 배운 e의 정의 ($e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$, $e = \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$)를 다시 되돌아보며 수학자들이 만들어 낸 별 쓸데도 없는 골치 아픈 수가 아니라 우리에게 필요한 것이라는 느낌을 받았다는 반응을 보였다. 또한 학생들은 초월수 e가 상징적이며 멀리 있는 무리수가 아니라 실제 생활에 엄연히 적용되는 수라는 것을 알게 되었으며, 아주 자연스럽게 등장한 수라는 느낌을 받았다고 했다. 그러므로써

e 와 관련된 여러 지수 로그함수의 문제에 대해서도 거리감을 줄였으며 문제를 적극적으로 해결하려는 모습을 보였다.

나. 지수-로그함수의 수학적 유형 적용

학생들은 지수-로그 함수가 막연하게 수학책에만 존재하는 것으로 알고 있다. 따라서 이 단원은 그냥 별 다른 흥미 없이 어쩔 수 없이 한다는 생각으로 대하는 것이 현실이다.

이에 지수-로그함수의 수학적 유형을 제시해주고 이에 따른 실생활 문제를 해결해보는 것은 매우 의미 있는 일일 것이다. 더불어 지수-로그함수에 대한 친근감을 가질 것이며 이 단원에 대한 자신감도 높일 수 있을 것이다.

<지수-로그함수의 수학적 유형>

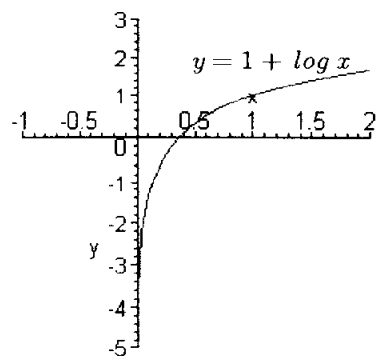
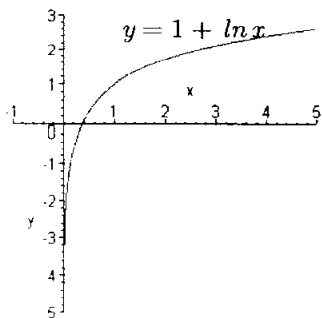
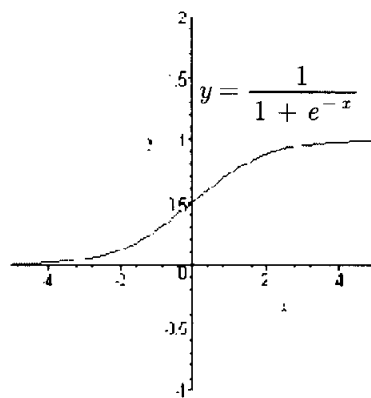
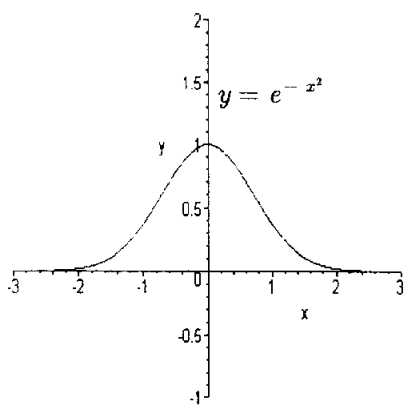
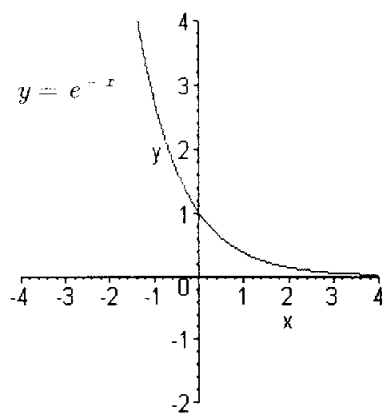
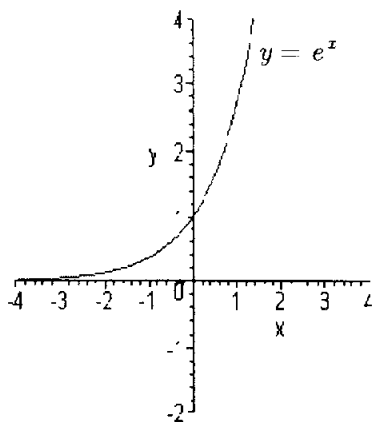
① 지수 변화(증가, 감소) 유형 : $y = a e^{bx}$ ($b > 0$:증가, $b < 0$:감소)

② 가우스분포 함수 : $y = a e^{-\frac{(x-b)^2}{c}}$

③ S자형 증가 유형 : $y = \frac{a}{1 + b e^{-rx}}$

④ 로그 유형 : $y = a + b \ln x$ or $y = a + \log x$

이들 그래프의 기본 유형은 다음과 같다.



(1) 예제 - 개체 수 증가

초파리의 개체 수는 지수변화법칙(Exponential Growth Model)에 따라 증가한다고 한다.

초파리는 2일 후 100마리가 되고, 4일 후 300마리로 증가한다. 5일 후에는 몇 마리가 되겠는가?

(가) 지도 사례

t 일 후의 개체 수를 y 라 하자.

주어진 조건에 따라 지수변화유형의 함수 $y = a e^{bt}$ 를 도입한다.

$$t=2\text{일 때 } 100 = a e^{2b}$$

$$t=4\text{일 때 } 300 = a e^{4b}$$

여기서 a, b 를 구하여 보자.

$$100 = a e^{2b} \text{에서 } a = \frac{100}{e^{2b}}$$

$$300 = a e^{4b} = \left(\frac{100}{e^{2b}}\right) e^{4b}$$

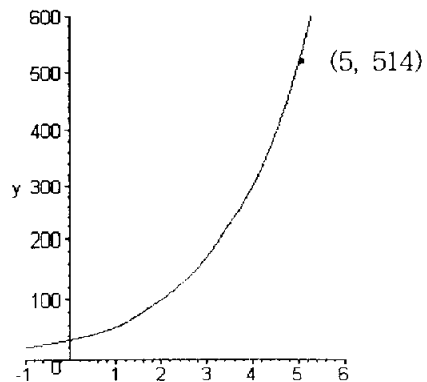
$$\frac{300}{100} = e^{2b}, \quad \ln 3 = 2b$$

$$\therefore b = \frac{1}{2} \ln 3,$$

$$a = \frac{100}{e^{2(\frac{1}{2} \ln 3)}} = \frac{100}{e^{\ln 3}} = \frac{100}{3} = 33. \dots$$

따라서

$$y = 33 \cdot e^{5 \cdot \frac{1}{2} \ln 3} \approx 514(\text{마리})$$



$\langle y = 33e^{\frac{1}{2} \ln 3 \cdot x}$ 의 그래프>

(나) 지도상의 유의점

학생들은 계산하는 것이 조금 까다로우면 쉽게 포기해버리려는 경향이 있다. 계산기의 사용으로 계산의 수고를 덜어줌으로써 문제에 대한 접근이 훨씬 용이해질 것이다. 또한 근사값의 계산에 있어 유효숫자에 따른 오차도 자연스럽게 생각해볼 수 있도록 유도한다.

학생들은 주어진 모형에 맞는 예를 해결하는 것에 재미있어 했고, 10일 후 또는 1달 후의 개체 수를 구해 보기도 했으며 다른 예도 찾아보고 싶다고 했다. 정리 단계에서는 그래프를 보여주고 지수증가함수의 유형을 이해하게 한다.

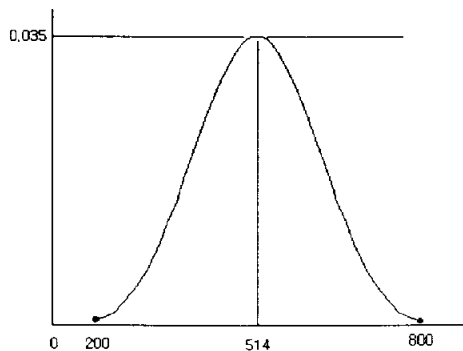
(2) 예제 - SAT점수

2001년 SAT 수학점수가 다음과 같이 나타났다.

$$y = 0.0035 e^{-(x-514)^2/22.538} \quad (200 \leq x \leq 800)$$

이 함수의 그래프를 이용해 SAT점수의 평균을 추측하여 보자.

(가) 지도 사례



< $y = 0.0035 e^{-(x-514)^2/22.538}$ 의 그래프>

$x = 514$ 일 때, $y = 0.0035$ 이다.

따라서 평균 점수는 514점으로 볼 수 있다.

(나) 지도상의 유의점

그래프를 보고 정규분포 대한 개념을 확인하게 하고, 그것이 지수함수와 연관이 있음을 자연스럽게 느끼도록 한다. 또한 그래프를 보고 좌우 대칭임을 발견해 평균을 기준으로 좌우 점수분포가 50% 정도가 되는 것을 확인할 수 있게 한다.

(3) 예제 - S자 증가 유형

전체 학생의 40 % 이상이 독감에 감염되면 휴교를 하는 학교가 있다. 이 학교의 5000명의 학생 중 한 학생이 독감에 걸렸다. 이 학생이 걸린 독감 바이러스는 다음과 같은 속도로 전염된다고 알려져 있다.

$$t \geq 0, y = \frac{5000}{1 + 4999e^{-0.8t}} \quad (y \text{는 } t \text{일 후 감염되는 학생의 수})$$

이 규칙이 변함없이 적용된다고 할 때

- ① 5일 후 독감에 감염된 학생 수를 구해 보자.
- ② 며칠 후 학교가 휴교를 하게 될까?

(가) 지도 사례

- ① $t = 5$ 을 대입하면

$$y = \frac{5000}{1 + 4999e^{-0.8 \times 5}} = \frac{5000}{1 + 4999e^{-4}} \approx 54(\text{명})$$

② 5000명의 40 %는 2000명이므로

$$2000 = \frac{5000}{1 + 4999 e^{-0.8t}}$$

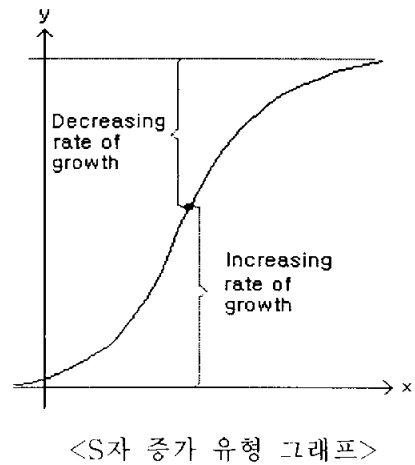
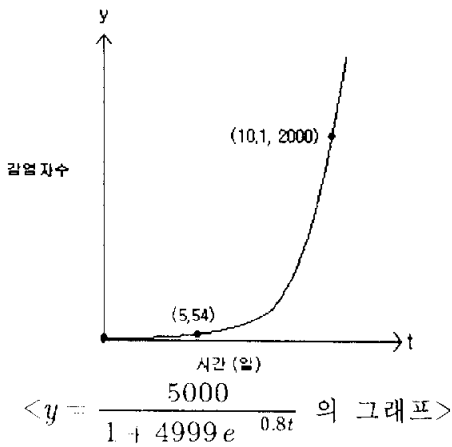
$$1 + 4999 e^{-0.8t} = 2.5$$

$$e^{-0.8t} = \frac{1.5}{4999}$$

$$-0.8t = \ln \frac{1.5}{4999}$$

$$\therefore t = -\frac{1}{0.8} \ln \frac{1.5}{4999} \approx 10.1$$

따라서 약 10일 후에 휴교를 할 것이다.



(나) 지도상의 유의점

단순히 식에 대입하고 계산기를 이용해 수치를 구하는 것이 전부가 아니라 우리의 일상생활에 수학적 모델이 많이 존재함을 알게 한다. 학생들은 우리가 처할 수 있는 분해 상황이 매끄러운 공식으로만 해결되는 것이 아님을 느끼게 되었고, 앞으로 일어날 수 있는 일의 추측에 수리적인 도구가 유용하다는 것을 알게 되었다. 특히 이분제의 수학적 모형의 전체 그래프를 통해 부분적인 급격한 증가이후에 완만한 증가를 보이는 것에 자연스럽게 갖는 것의 의미를 새로이 해석하는 모습을 보이기도 했다.

(4) 예제 지진의 강도

리히터 지진계에서 지진의 강도 I 에 따른 규모 R 은 다음과 같다.

$$R = \log \frac{I}{I_0} \quad (I_0 = 1 \text{은 최소강도})$$

다음 지진이 일어난 두 곳의 지진 강도를 비교하여 보자.

1) 1923년 동경의 $R=8.3$

2) 2001년 엘살바도르의 $R=7.7$

(가) 지도 사례

$$I_0 = 1, \quad R = 8.3 \text{이므로} \quad 8.3 = \log I$$

$$\therefore I = 10^{8.3} = 199,526,000$$

$$R = 7.7 \text{에서} \quad 7.7 = \log I$$

$$\therefore I = 10^{7.7} = 50,119,000$$

따라서 두 곳의 지진 강도의 비는

$$\frac{199,526,000}{50,119,000} \approx 4$$

여기에서 강도의 차는 비록 0.6밖에 되지 않으나, 1923년에 일어났던 일본

의 지진강도가 2001년 엘살바도르의 그것보다 4배 정도 강하였다는 것을 알 수 있다.

(나) 지도상의 유의점

일상에서 지진의 강도로 알고 있는 접하는 진도를 서로 다른 두 지역을 비교함으로써 진도의 차이와 실제로 느끼는 지진의 강도의 크기 또는 피해 정도가 얼마인지를 확인하게 한다. 이를 통해 학생들은 실생활에서 우리가 접하는 수치를 절대적으로 받아들이는 것은 오류를 범할 수 있으며, 정보를 접했을 때 이를 수학적으로 분석해 실질적인 해석을 하는 것이 매우 의미 있는 일이라는 것을 깨우치게 되었다.

IV. 결 론

미래를 준비하는 입장에서 수학 교수-학습은 단순한 수학적 지식이나 기능을 가르치는 것은 아니다. 학습자들이 주어진 상황을 이해하고, 이와 관련된 기존 수학 지식들을 이용하여 문제 상황을 종합적으로 분석하여, 스스로 문제를 해결할 수 있도록 이루어져야 한다. 이는 학습자들이 미래 사회에 능동적으로 대처하기 위해서는 기존의 지식을 축적, 활용하는 것뿐만 아니라, 새로운 행동 양식을 개발하고 환경의 변화에 적절히 대응해 나갈 수 있는 힘을 키우도록 해야 한다는 것이다. 창의성을 축적된 지식과 경험을 바탕으로 새롭고 가치 있는 아이디어를 생산하는 능력이나 문제 해결능력이라고 보면 학교 교육에서 창의성 신장에 큰 비중을 두어야 한다는 것이 명백해진다.

보통 창의성 교육이라고 하면 가르치는 내용이 창의적인 것이라고 생각하기 쉽지만, 수업 방식의 차이가 창의성 신장에 밀접한 관련이 있다는 연구 결과가 많이 있다. 심지어는 단지 교사가 창의성에 관심을 가지고 있는 그 자체가 학생들의 창의성 신장에 커다란 도움을 준다는 사례도 있다. 이는 창의성 신장을 위한 교과 내용의 연구도 중요하지만 교사의 의식 전환이 가장 필요하다고 역설하고 있다. 현재 우리나라의 교육여건과 교육과정 속에서 참된 창의성 교육은 힘든 일임이 틀림없다.

이러한 배경에서 본 연구는 지수-로그 단원에서의 실생활에 있는 상황에 수학적 개념을 적용할 수 있는 예를 찾아 학습 수행지를 제작하고 이를 실제 수업에 적용함으로써 일상생활의 여러 가지 문제를 합리적이고 창의적으로 해결할 수 있는 능력을 기르도록 하였다. 여기에서 교사는 단지 학습의 안내자와 조력자로서의 역할을 하여 학생들이 자기주도적으로 학습할

수 있도록 하였다.

초월수 e 의 도입과 지수·로그 유형별 실생활 문제를 적용시키는 이 교수-학습 모델의 적용으로 지수 로그 단원에 대한 학생들의 거리감을 줄일 수 있었으며, 다른 비슷한 유형을 실생활에서 찾아보는 것에 적극적인 태도를 기르고, 이를 통해 문제해결능력이 향상되어 창의성이 신장되었다.

현실적으로 학교 현장에서는 수많은 제약 조건이 상존하고 있어 학생들에게 스스로 수학적 지식을 구성해 나가도록 지도한다는 것은 한낱 허구에 지나지 않는다는 비판적 견해도 있다. 그러나 미래지향적인 교육의 당위성을 받아들이고 우리의 현실을 끊임없이 개선해 나가려는 노력이 일선 학교의 교사들에게 필요하다고 생각된다.

창의성을 축적된 지식과 경험을 바탕으로 새롭고 가치 있는 아이디어를 생산하는 능력이나 문제해결능력이라고 볼 때, 학교 교육에서 창의성 신장에 큰 비중을 두어야 한다는 것은 명백해 보인다. 따라서 좀더 다양하고 구체적인 창의성 신장을 위한 교수-학습 자료가 개발되어야 하겠고 무엇보다 창의성에 대한 교사의 관심이 절대적으로 필요하다 하겠다. 더불어 창의적 문제 해결력의 신장을 확인하기 위한 구체적이고 신뢰성 있는 도구의 개발이 필요하다.

참고문헌

- [1] 강옥기(1997), 제 7차 수학과 교육과정 시안 연구, 대한수학교육학회 논문집 7(2), pp.45-62.
- [2] 강행고(1998), 제 7차 수학과 교육과정 개정의 기본 방향, 한국수학교육학회지 시리즈E 수학교육프로시딩 7, pp.7-19.
- [3] 권오남·김정효·윤희선·박재희·태혜경·윤태숙(2000), 창의적 문제해결력 중심의 수학 교육과정 적용 및 효과분석, 한국수학교육학회지 시리즈F 수학교육학술지 5, pp.87-116.
- [4] 권오남·송상헌·박경미·임형·허라금(1998), 수학적 창의력에서의 성별 차이에 관한 연구, 대한수학교육학회논문집 8(2), pp.723-743.
- [5] 김동일(2001), 창의적 문제 해결력 개념, 교육인적자원부 주최 제 1기 영재교육담당교원 직무연수, pp. 165-172, 한국교육개발원.
- [6] 김영채(2002), 창의적 문제 해결, 서울: 교육과학사.
- [7] 박용범·김한희·박일영(1999), 수학개념의 자기주도적 구성을 위한 교수·학습 모델 개발, 한국수학교육학회지 시리즈E 수학교육논문집 9, pp. 97-114.
- [8] 박형빈·서경식(2003), 수학문제의 창의적 해결력 신장에 관한 연구, 한국학교수학회논문집 6(1), pp. 1-17.
- [9] 서울특별시교육청(1997), 창의성 신장을 돕는 중학교 수학과 학습평가 방법.
- [10] 송상헌(1998), 수학 영재성 측정과 판별에 관한 연구, 서울대학교 박사 학위 논문.
- [11] 신세호 역(1984), 창의력 개발을 위한 교육, 서울: 교육과학사.

- [12] 신현용·이종욱·한인기(1999), 창의성 신장을 위한 초등학교 수학 학습자료 개발, 한국수학교육학회지 시리즈F 수학교육학술지 4, pp. 33-52.
- [13] 심재봉·이우식(2000), 다양한 문제분석을 통한 창의적인 문제해결력 신장, 한국수학교육학회지 시리즈F 수학교육학술지 5, pp. 175-194.
- [14] 유운재(2002), 수학적 창의성 검사, 한국수학교육학회지 시리즈F 수학교육학술지 7, pp. 1-22.
- [15] 유운재(2003), 창의적 수학문제해결력 검사도구이 요소, 한국수학교육학회지 시리즈E 수학교육논문집 17, pp. 159-168.
- [16] 이대현·박배훈(1998), 수학적 창의력에 대한 소고, 대한수학교육학회 논문집 8(2), pp. 679-690.
- [17] 이복순(2003), 수학 학습 동기유발을 위한 교수-학습 자료 개발, 한국 교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- [18] Ron Larson & Robert P. Hostetler(2004), *Precalculus*, Boston New York: Houghton Mifflin Company
- [19] Sternberg, R. J.(1977), *Intelligence, information processing and analogical reasoning: The componential analysis of human abilities*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- [20] Torrance, E. P.(1962), *Guiding creative talent*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

부록 차례

[부록1] 학습 수행지를 활용한 교수-학습 과정안	1
[부록2] 학습 수행지(초월수 e 의 적용)	3
[부록3] 학습 수행지(지수변화유형)	4
[부록4] 학습 수행지(가우스분포함수)	5
[부록5] 학습 수행지(S자 증가 유형)	6
[부록6] 학습 수행지(로그 유형)	7

단 계	수 업 호 름 도	교 수 · 학 습 활 동	유의점 및 학습 자료
전 개 (30)		▶ 학습 수행지의 문제를 해결하도록 한다. · 문제 해결에 어려움이 있는 경우 서로 협의를 하도록 하며 학생들 간에 원활한 협동이 이루어질 수 있도록 격려한다. · 교사는 부진아 지도뿐만 아니라, 적극적인 조력자의 역할을 담당한다. - 학생들이 학습목표에 도달하기 위해 진지하게 문제 해결에 임하고 있는가? - 공부 잘하는 학생 중에 혼자서만 해결하는 학생은 없는가? - 오개념을 가지고 전혀 다른 방향으로 학습지를 해결하고 있지 않은가? · 학생들의 학습지를 관찰하여 이해 정도를 파악하고 오류를 수정할 수 있도록 유도한다.	
정 리 (10)		▶ 전체적으로 학습 수행지의 결과를 확인한다. · 학습 수행지를 완성한 후 해결 과정과 느낀 점을 발표하도록 한다. · 보완이 필요하거나 잘못 알고 있는 부분에 대해 설명하고 의문점이나 질문에 대해 답해준다. · 학습한 내용에 대해 정리하고 e가 적용되는 지수·로그 함수에 대한 차시 내용을 확인해본다.	PPT 자료 프로젝션 TV

[부록2] 학습 수행지 (초월수 e 의 적용)

WORK-SHEET (초월수 e 를 밑으로 하는 지수함수 적용)							
학번	31210	성명	김정민	일시		확인	

[물음] 지수함수의 증가에 대해 흔히 잘 알려져 있는 예로서 은행에 예금하여 연속적 복리계산으로 어자가 붙어갈 때 총 적립금을 생각해 보자.

1. 원금이 P 원, 연이율 r 로 예금했을 때 1년 이후의 적립금은?

$$P(1+r)$$

2. 이와 같이 계속하여 1년 후의 적립금은 얼마일까?

$$P(1+r)^2$$

3. 예금이자를 좀더 자주 적용(분기별, 매달, 매일 등)하면 - 1년에 n 회 적용 - 적립금은 얼마나 될까?

$$P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

$$P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

$$P \left(1 + \frac{r}{365}\right)^{365t}$$

$$n \text{ 회 } P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt} = P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{rnt}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt} = P(e)^{rt}$$

$$r = x \Rightarrow$$

[부록3] 학습 수행지 (지수변화유형)

WORK-SHEET (Exponential Growth Model)							
학번	31212	성명		일시		확인	

[물음] 초파리의 개체 수는 지수변화법칙 (Exponential Growth Model, $y = ae^{bx}$)에 따라 증가한다고 한다.

초파리는 2일 후 100마리가 되고, 4일 후 300마리로 증가한다. 5일 후에는 몇 마리가 되겠는가?

2일 후 100 마리

$$100 = ae^{2b}$$

4일 후 300 마리

$$300 = ae^{4b}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{ae^{2b}}{ae^{4b}} = \frac{1}{e^{2b}}$$

$$3 = e^{2b}$$

$$\ln 3 = 2b$$

$$\therefore b = \frac{1}{2} \ln 3$$

$$100 = a e^{1.03}$$

$$100 = 3a$$

$$\therefore a = \frac{100}{3}$$

$$\therefore y = \frac{100}{3} e^{\ln 3 \cdot \frac{5}{2}}$$

$$= \frac{100}{3} e^{\frac{5}{2} \ln 3}$$

$$= \frac{100}{3} \cdot 3^{\frac{5}{2}}$$

$$= 100 \cdot 3^{\frac{5}{2}}$$

$$= 300\sqrt{3} \approx 300 \times 1.73$$

$$\approx 519$$

519 마리

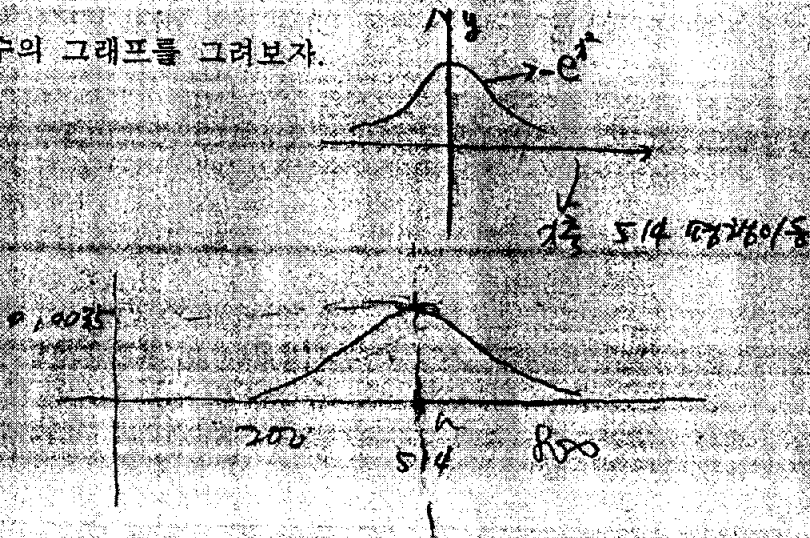
[부록4] 학습 수행지 (가우스분포함수)

WORK-SHEET (Gaussian Model)						
학번	31205	성명	김민아	일자		확인

[문음] 2001년 SAT 수학점수가 다음과 같은 정규분포로 나타났다.

$$y = 0.0035 e^{-\frac{(x-514)^2}{22,538}} \quad (200 \leq x \leq 800)$$

1. 이 함수의 그래프를 그려보자.



2. 그래프로부터 SAT점수의 평균을 추측하여 보자.

514점

514점

[부록5] 학습 수행지 (S자 증가 유형)

WORK-SHEET (Logistic Growth Model)							
학번	31216	성명	박한영	일시		확인	

[물음] 전체 학생의 40% 이상이 독감에 감염되면 휴교를 하는 학교가 있다. 이 학교의 5000명의 학생 중 한 학생이 독감에 걸렸다. 이 학생이 걸린 독감 바이러스는 다음과 같은 속도로 전염된다고 한다.

$$t \geq 0, y = \frac{5000}{1 + 4999e^{-0.2t}} \quad (y \text{는 } t \text{일 후 감염되는 학생의 수})$$

이 규칙이 변함없이 적용된다고 할 때

1. 5일 후 독감에 감염된 학생 수를 구해 보자.

$$t=5 \quad e=2.7$$

$$y = \frac{5000}{1 + 4999e^{-0.2t}} = \frac{5000}{1 + 4999(2.7)^{-1}} = \frac{5000}{1 + 4999 \times \frac{5000}{53.92}} = \frac{5000}{1 + \frac{4999 \times 5000}{53.92}} = \frac{5000}{1 + \frac{499900}{53.92}} = \frac{5000}{1 + 9268} = \frac{5000}{9269} \approx 0.54$$

2. 며칠 후 학교가 휴교를 하게 될까?

$$5000 \times 0.4 = 2000 \text{명 이상이면 휴교}$$

11일 후.

$$\frac{5000}{1 + 4999e^{-0.2t}} = 2000$$

$$1 + 4999e^{-0.2t} = 2.5$$

$$4999e^{-0.2t} = 1.5$$

$$e^{-0.2t} = \frac{1.5}{4999}$$

$$-0.2t = \ln \frac{1.5}{4999}$$

$$t = \frac{-1}{0.2} \ln \frac{1.5}{4999} \approx 10.1$$

[부록6] 학습 수행지 (로그 유형)

WORK-SHEET (Logarithmic Model)							
학번	41203	성명	강은정	일시		확인	

[물음] 리히터 지진계에서 지진의 강도 I 에 따른 규모 R 은 다음과 같다.

$$R = \log \frac{I}{I_0} \quad (I_0 = 1 \text{은 최소강도})$$

다음 지진이 일어난 두 곳의 지진 강도를 구하여보자.

1) 1923년 동경의 $R=8.3$

$$\log I = 8.3$$

$$I = 10^{8.3}$$

2) 2001년 엘살바도르의 $R=7.7$

$$\log I = 7.7$$

$$I = 10^{7.7}$$

3) 위 두 곳의 지진의 강도를 비교하여 보자.

$$10^{8.3} : 10^{7.7} = 10^{0.6}$$

∴ 동상지진이 약 $10^{0.6}$ 배

$$\log 10^{0.6} = \log t$$

10배

3.981

$$\log t = 0.6$$

∴ 4배