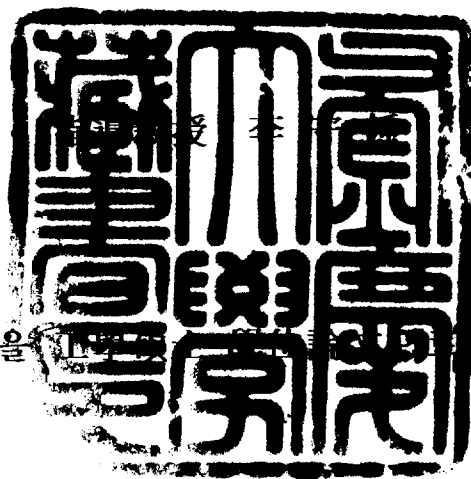


工學碩士學位論文

태엽스프링의 강성계수에 대한
연구



이 論文을 提出함

2006年 2月

釜慶大學校 産業大學院

機械設計學科

薛東鎭

이 論文을 薛東鎭의 工學碩士
學位論文으로 認准함

2005年 12月 9日

主

審 工學博士 金 亨 資



委

員 工學博士 朴 卿 東



委

員 工學博士 李 守 鍾



목 차

Abstract	2
List of Figures	4
List of Tables	6
List of Photos	7
Symbols	8
제 1장 서론	9
제 2장 이론적 근거	10
2-1 이론적 근거[1]	10
2-2 이론적 근거[2]	14
제 3장 실험 및 방법	19
3-1 실험방법	19
3-2 실험장치	22
제 4장 측정결과 및 고찰	25
4-1 측정결과	25
4-2 고찰	28
제 5장 결론	45
참고문헌	46
감사의 글	47

A Study on the Stiffness of Spiral Spring

Dong-Jin Seol

Department of Mechanical Design
Graduate School of Industry
Pukyong National University

Abstract

This is study about stiffness of spiral spring. Usually, the spiral spring is machine part. The spiral spring is used by power using elasticity in machine. The spiral spring is used at the reclining seat for an automobile, a window regulator and a throttle.

The spring stiffness has much influence on designing a spring. Therefore, in this study we researched spring stiffness by a theoretical analysis. And we tested spring stiffness of spiral spring. In other words, this paper is that calculated theoretical value and experimented.

When compared theoretical values and experimental value, was closely approximated.

If we use calculating theoretical values in industry field, it is considered there is practical application.

List of Figures

Fig. 1 Shape of Spiral Spring(1)	12
Fig. 2 Shape of Spiral Spring(2)	13
Fig. 3 Shape of Spiral Spring(3)	18
Fig. 4 Flowchart of Experiment	24
Fig. 5 Relationship between Torque and Angle of Spiral Spring by Experiment(Sample #A)	30
Fig. 6 Relationship between Torque and Angle of Spiral Spring by Experiment(Sample #B)	31
Fig. 7 Relationship between Torque and Angle of Spiral Spring by Experiment(Sample #C)	32
Fig. 8 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #A1)	33
Fig. 9 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #A2)	34
Fig. 10 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #A3)	35
Fig. 11 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #A)	36
Fig. 12 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #B1)	37

Fig. 13 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #B2)	38
Fig. 14 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #B3)	39
Fig. 15 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #B)	40
Fig. 16 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #C1)	41
Fig. 17 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #C2)	42
Fig. 18 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #C3)	43
Fig. 19 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #C)	44

List of Tables

Table 1. Specification of Spiral Spring	21
Table 2. Experimental Value of Spiral Spring	26
Table 3. Stiffness of Spiral Spring	27

List of Photos

Photo. 1 Sample of Spiral Spring 20

Photo. 2 Experimental Apparatus(FTP-V20D) 23

Symbols

b : 띠(band)의 폭[mm]

h : 띠(band)의 두께[mm]

l : 띠(band)의 길이[mm]

E : 탄성 계수[GPa]

M : 모멘트[kgf · mm]

σ : 응력[kgf/mm²]

θ : 변위각[rad]

k : 강성 계수[kgf · mm/rad]

n : 스프링 권선[회]

Z : 극단면 계수

W : 하중[kgf]

ϵ : 변형율

U : 저장에너지

제 1장 서론

스프링은 기계운동에 있어서 운동을 전달하거나 또는 충격을 완화, 흡수하는데 널리 이용되어 지는 기계요소이다.¹⁾

스프링은 형상에 따라 코일스프링, 겹판 스프링, 토션바, Belleville 스프링, 횡스프링, 태엽 스프링 등 그 종류가 다양하다.

태엽 스프링은 단면이 일정한 띠(帶, band) 형상의 재료를 한 평면상에서 소용돌이 형상으로 갖고, 한 끝에 토크를 주어 굽힘 탄성 변형 스프링으로 이용한 것으로 자동차 윈도우 레귤레이터, 시계의 태엽, 동력용 태엽 등에 주로 이용된다.^{2)~4)}

본고는 태엽 스프링의 강성을 이론적 해석에 의하여 구하고, 이를 실험에 의한 결과와 비교 검토 분석함으로써 정확한 스프링 상수값을 얻고, 산업기계 및 정밀기계 등에 유익하게 이용하고자 한다.

제 2장 이론적 근거

2-1 이론적 근거[1]

Fig. 1에 나타낸 바와 같이 띠철의 폭 b , 두께 h 의 형상인 소용돌이의 외단을 고정하고, 중심 O 둘레에 모멘트 $M = RW$ 가 작용하는 경우의 굽힘응력 σ 는 다음과 같다.

$$\sigma = \frac{M}{Z} = \frac{RW}{Z} \quad (1)$$

여기서, Z 는 단면계수이며, 띠철의 경우 $Z = \frac{bh^2}{6}$ 이므로 응력은 다음과 같다.

$$\sigma = \frac{6RW}{bh^2} \quad (2)$$

Fig. 2에서 변형율을 구하면

$$\epsilon = \frac{\frac{d}{2} \frac{d\theta}{d\alpha}}{\frac{D}{2}} = \frac{d}{D} \frac{d\theta}{d\alpha} \quad (3)$$

$\sigma = \frac{d}{D} \frac{d\theta}{d\alpha} E$ 이므로 d 대신에 h 로 두고 D 를 감은 평균지름으로 하고, 식 (2)와

같다고 두어서 $d\theta$ 를 구하면

$$d\theta = \frac{6RWDd\alpha}{bh^3E} \quad (4)$$

여기서 $d\alpha = 2n\pi$ 로 둘 때의 θ 를 구하면

$$\theta = \frac{12RW D n \pi}{bh^3 E} \quad (5)$$

가 된다.

또한 태엽의 띠철 총길이 l 은 $n\pi D$ 이므로

$$\theta = \frac{12RW l}{bh^3 E} \quad (6)$$

이 된다.

태엽에 저장되는 에너지 U 는

$$U = \frac{1}{2} R \theta W = \frac{\sigma^2 b h l}{6 E} = \frac{\sigma^2 V}{6 E} \quad (7)$$

가 된다. 단, $V = b h l$ 이며, 태엽의 체적이다.

따라서 스프링 상수 k 는 다음과 같다.

$$k = \frac{M}{\theta} = \frac{RW}{\frac{12RW l}{bh^3 E}} = \frac{bh^3 E}{12l} \quad (8)$$

식 (8)에서 $\frac{bh^3}{12}$ 은 구형판의 단면 2차 모멘트이므로

$$k = \frac{EI}{l} \quad (9)$$

가 된다.

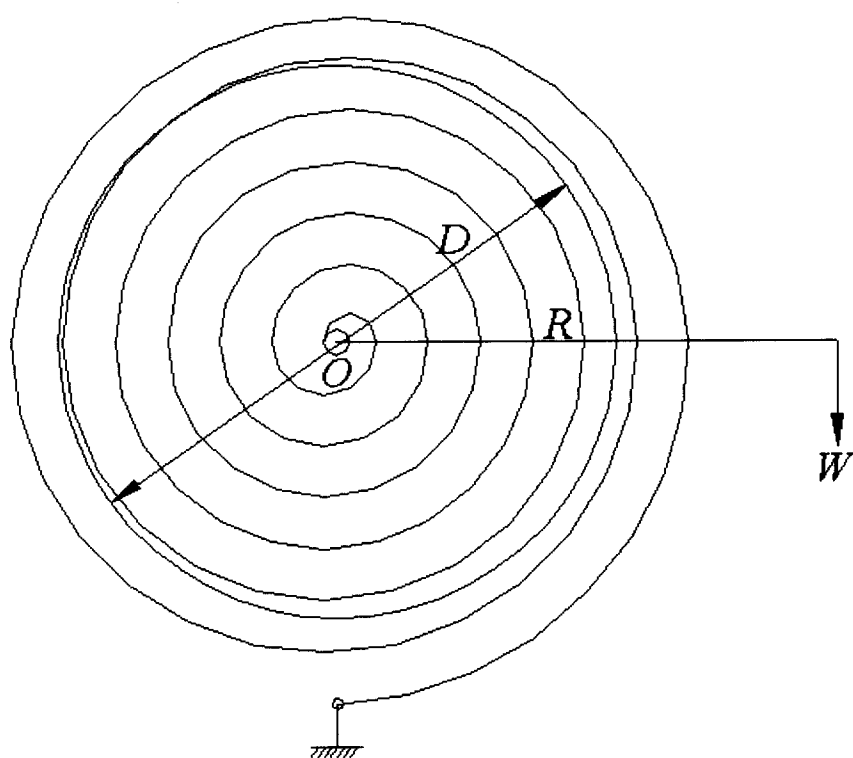


Fig. 1 Shape of Spiral Spring(1)

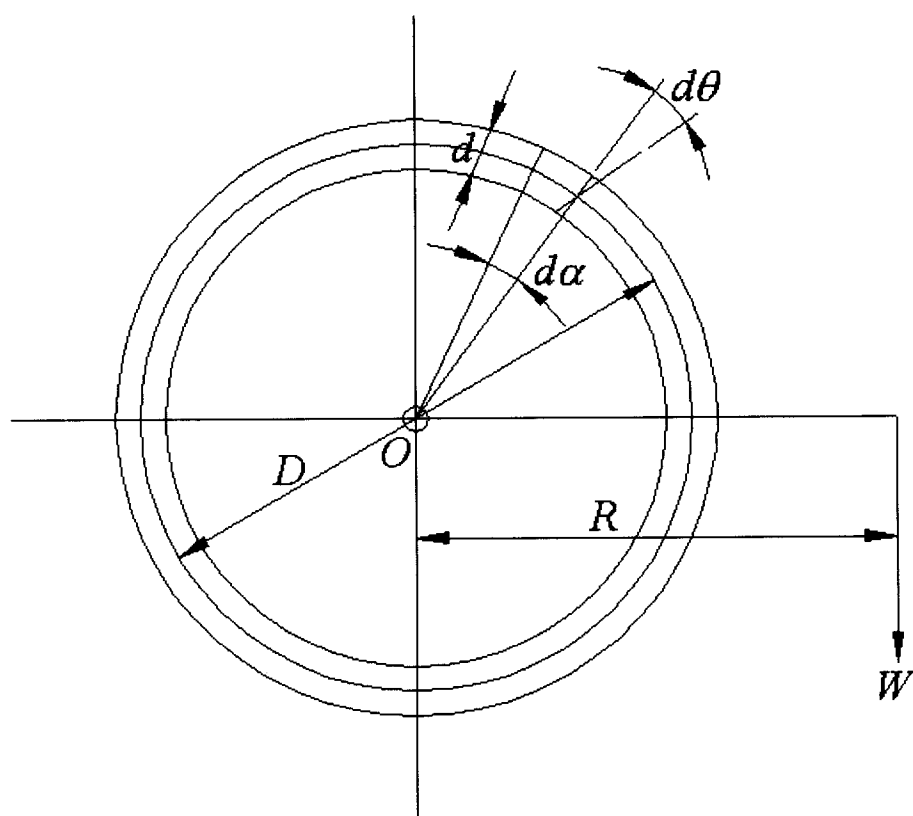


Fig. 2 Shape of Spiral Spring(2)

2-2 이론적 근거[2]

Fig. 3과 같이 권수가 많은 비접촉형 태엽 스프링의 외단이 고정되고, 내단이 권심(卷心)에 붙어있는 경우에 권심 토크 M_0 가 가하여지며 외단에서 접선방향으로 F , 반경방향으로 Q 되는 힘과 모멘트가 생기는 것으로 하면

$$M_0 = Fr + M_1 \quad (10)$$

이 된다.

또한 스프링의 임의의 점 (x, y) 에서의 굽힘모멘트를 M 이라 하면 다음과 같다.

$$M = F(r + y) + Mr - Qx \quad (11)$$

식 (10)에서 F 를 구하여 식 (11)에 대입하면

$$M = M_0 \left(1 + \frac{y}{r}\right) - M_1 \left(\frac{y}{r}\right) - Qx \quad (12)$$

가 얻어진다.

스프링의 미소길이 ds 에 저장되는 에너지는 보의 이론에서 $dU = M^2 ds / 2EI$ 이므로 스프링 전체에 저장되는 에너지를 구하는 데는 스프링의 유효길이를 l 이라 하면

$$U = \int_0^l dU = \int_0^l \frac{M^2}{2EI} ds \quad (13)$$

가 되며, 모멘트 M 은 스프링이 변형되더라도 일을 하지 않으므로 카스틸리아노의 정리에 의해

$$\frac{\partial U}{\partial M_1} = \int_0^l \frac{M}{EI} - \frac{\partial M}{\partial M_1} ds = 0 \quad (14)$$

이 된다.

식 (12)를 M_1 에 대하여 편미분하면 $\frac{\partial M}{\partial M_1} = -\frac{y}{r}$ 로 된다. 이것과 식 (12)의 M 의

값을 식 (14)에 대입하면 다음과 같다.

$$\int_0^l [M_0(1 + \frac{y}{r}) - M_1 \frac{y}{r} - Qx] \frac{y}{r} ds = 0 \quad (15)$$

또 M_0 에 의한 변위각 ϕ 는 식 (13)에 의해

$$\phi = \frac{\partial U}{\partial M_0} = \int_0^l \frac{M}{EI} \frac{\partial M}{\partial M_0} ds \quad (16)$$

가 얻어진다.

식 (12)를 M_0 에 대해서 편미분하면 $\partial M / \partial M_0 = +y/r$ 가 되므로 변위각은

$$\phi = \frac{1}{EI} \int_0^l [M_0(1 + \frac{y}{r}) - M_1 \frac{y}{r} - Qx](1 + \frac{y}{r}) ds \quad (17)$$

가 된다.

Q 역시 스프링이 변형되더라도 일을 하지 않으므로 M_1 의 경우와 같이

$$\frac{\partial U}{\partial Q} = \int_0^l \frac{M}{EI} \frac{\partial M}{\partial Q} ds = 0 \quad (18)$$

이 된다.

식 (12)에서 $\partial M / \partial Q = -x$ 가 되므로

$$\int_0^l [M_0(1 + \frac{y}{x}) - M_1 \frac{y}{r} - Qx] x ds = 0 \quad (19)$$

즉,

$$\int_0^l M_0 x ds + \int_0^l M_0 \frac{xy}{r} ds - \int_0^l M_1 \frac{xy}{r} ds - \int_0^l Qx^2 ds = 0 \quad (20)$$

가 된다.

같은 권수가 많을 경우는

$$\int_0^l x ds = 0, \int_0^l y ds = 0, \int_0^l xy ds = 0 \quad (21)$$

으로써 저장에 없으므로 식 (20)은 다음과 같다.

$$\int_0^l Qx^2 ds = 0$$

여기서 $\int_0^l x^2 ds \neq 0$ 이므로 $Q=0$ 이 되지 않으면 안되며 식 (10)과 $Q=0$ 를 쓰

면 식 (15)는

$$\int_0^l (M_0 - M_1) \frac{y^2}{r^2} ds = 0$$

이 된다. $\int_0^l (y^2/r^2) ds \neq 0$ 이기 때문에 위식이 성립하기 위해서는 $M_0 = M_1$ 이 되

지 않으면 안되며 이 조건을 식 (19)에 이용하면 $F=0$ 이다. 또 $Q=M_0=M_1$ 이

므로 식 (11)에 의해 $M=M_0$ 즉, 스프링 전체에 걸쳐서 굽힘모멘트는 일정하다.

따라서 $\int_0^l (y/r) ds = 0, \int_0^l ds = l$ 에 의해 식 (17)은 다음과 같이 된다.

$$\phi = \frac{M_0 l}{EI} \quad (22)$$

태엽 스프링을 자유상태에서 감기 시작할 때의 권수를 n 이라 하면 $n = \phi / 2\pi$ 이므로 두께와 폭을 각각 h, b 라 하면

$$n = \frac{6 M l}{\pi E b h^3} \quad (23)$$

가 된다.

또 굽힘모멘트에 의한 공칭응력 σ 와 변위각에 대한 정수 k 는 $\sigma = \frac{6 M}{b k^2}$,

$k = \frac{EI}{l}$, $I = \frac{b h^3}{12}$ 을 대입하면

$$\frac{M}{\theta} = k = \frac{EI}{l} = \frac{b h^3 E}{12 l} \quad (24)$$

가 되며, 이론적 근거[1]의 식 (8), (9)와 식 (24)는 일치한다.¹⁾

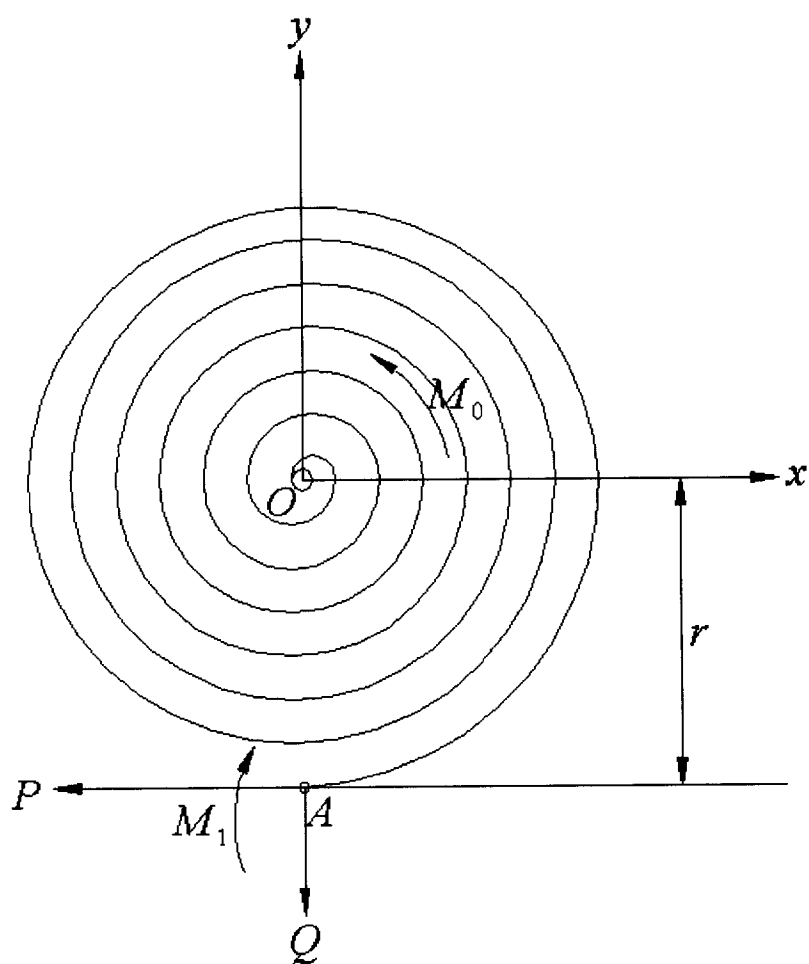


Fig. 3 Shape of Spiral Spring(3)

제 3장 실험 및 방법

3-1 실험방법

이상에서 제시한 태엽스프링의 스프링상수 이론식을 밝히기 위하여 실제로 사용되고 있는 태엽스프링을 대상으로 하여 정확한 강성계수를 구하기 위한 시험을 수행하고 토크와 변위각 사이의 관계를 측정에 의하여 구하였다.^{5)~10)}

시험을 위한 스프링의 샘플은 띠(band)의 길이를 달리한 3가지 종류(207.35mm, 212.35mm, 217.35mm)의 샘플에 대하여 각각 3가지씩의 샘플을 준비하여 총 9가지 샘플을 측정하였다. 재질(STS 304)과 가공방법을 같게 하였다.

실험에 의한 토크와 변위각, 스프링상수와 변위각과의 관계를 선도로써 나타내고 이론적 강성계수와 일치하는가를 검토하였으며, 그 오차범위가 실제 사용하는데 적절한가를 판단하였다.

Photo. 1은 시험한 스프링의 외관을 나타낸 것이며, Table 1.은 시험에 사용된 태엽스프링의 사양을 정리한 것이다.¹¹⁾

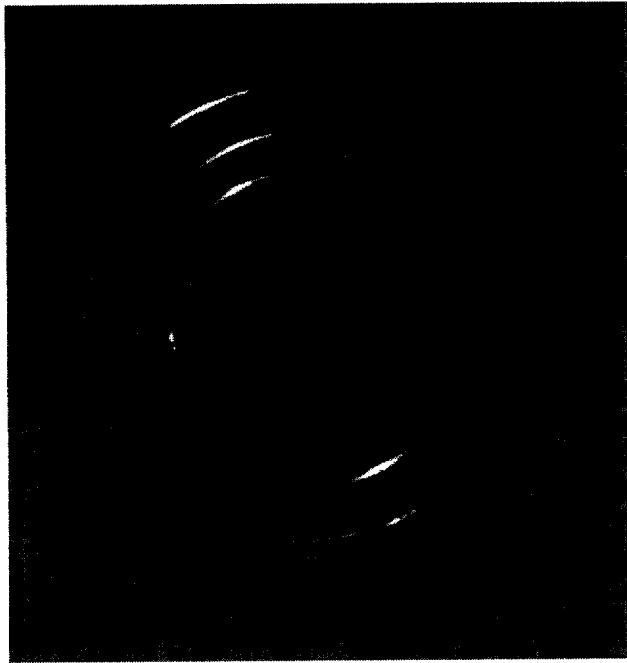


Photo. 1 Sample of Spiral Spring

Table 1. Specification of Spiral Spring

	A	B	C
Length of Band(mm)	207.35	212.35	217.35
Thickness(mm)	1	1	1
Width(mm)	5.5	5.5	5.5
Inner Diameter(mm)	19.8	19.8	19.8
Outer Diameter(mm)	34.2	34.2	34.2
Material	STS 304	STS 304	STS 304

3-2 실험장치

Photo. 2는 본 시험에 사용된 FTP-V20D(최대측정토크 1600 kgf·mm, 각변위 0.1~999.9 deg)의 외관을 나타낸 것이며, 장치의 구성은 마이크로 컴퓨터제어에 의한 시험기 시스템으로 구성되어 있다. 이 시험장치는 변위각을 먼저 설정하고, 그 변위각에 상응하는 하중과 토크를 측정한다.

Fig. 4는 본 시험에서 사용되는 측정의 흐름도(Flowchart)를 나타낸 것이다.



Photo. 2 Experimental Apparatus(FTP-V20D)

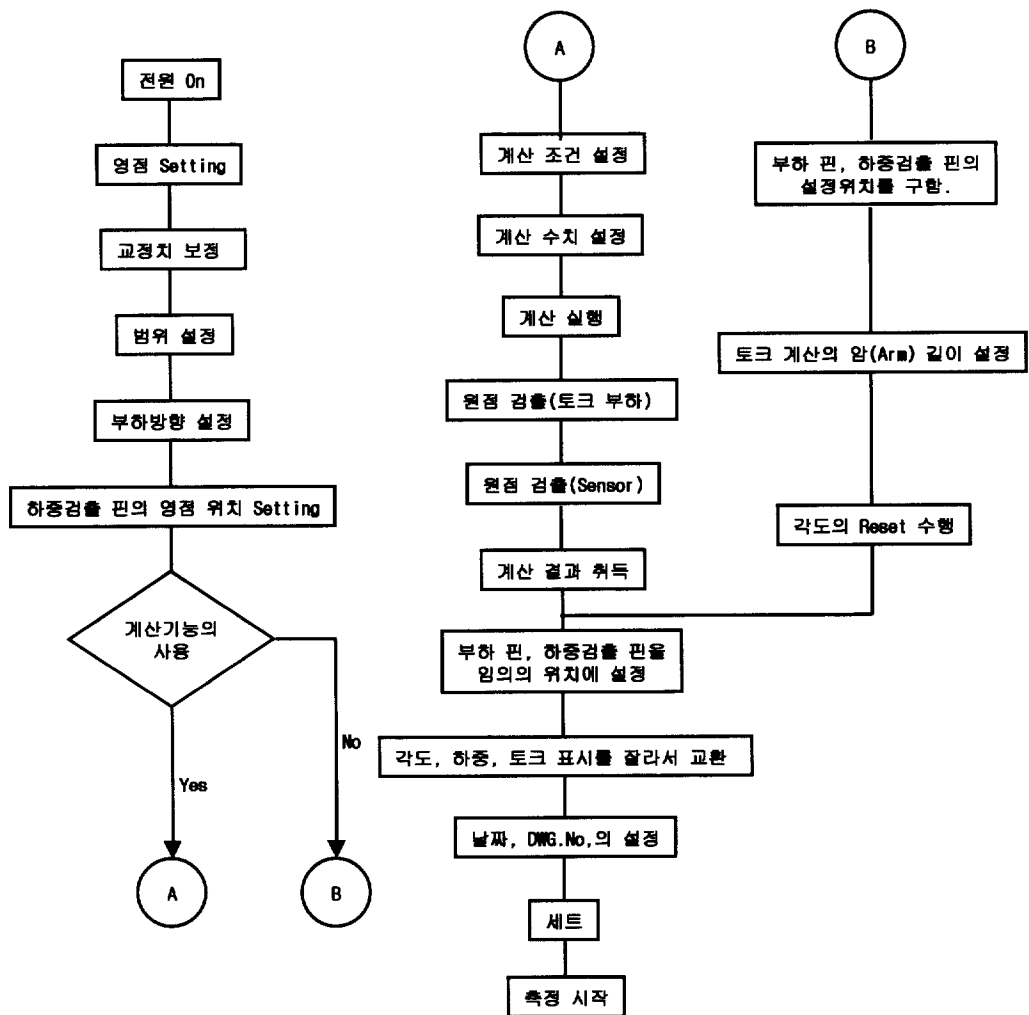


Fig. 4 Flowchart of Experiment

제 4장 결과 및 고찰

4-1 실험결과

Table 2.은 실험에 의한 실험치를 나타낸 것이다.

실험에 의한 스프링 강성계수는 다음과 같은 식 (25)에서 구할 수 있다. 여기서, T 는 실험에 의해 측정된 토크이며, θ 는 실험에 의해 측정된 변위각이다.

$$k = \frac{T}{\theta} \quad (25)$$

Table 3.은 실험에 의한 강성계수와 이론식에 의한 강성계수를 정리한 것이다.

Table 2. Experimental Value of Spiral Spring

Sample	Angle [deg]	Load [kgf]	Torque [kgf · mm]
#A1	30	0.68	15.06
	50	1.13	25.03
	70	1.64	36.33
#A2	30	0.66	14.62
	50	1.11	24.59
	70	1.63	36.10
#A3	30	0.69	15.28
	50	1.14	25.25
	70	1.66	36.77
#B1	30	0.63	13.95
	50	1.10	24.37
	70	1.59	35.22
#B2	30	0.65	14.40
	50	1.09	24.14
	70	1.60	35.44
#B3	30	0.66	14.62
	50	1.10	24.37
	70	1.60	35.44
#C1	30	0.61	13.51
	50	1.03	22.81
	70	1.52	33.67
#C2	30	0.63	13.95
	50	1.00	22.15
	70	1.51	33.45
#C3	30	0.62	13.73
	50	1.05	23.26
	70	1.56	34.55

Table 3. Stiffness of Spiral Spring

Sample	Angle [deg]	Experimental Value[kgf · mm/rad]	Theoretical Value[kgf · mm/rad]
#A1	30	28.77	30.50
	50	28.68	
	70	29.73	
#A2	30	27.92	
	50	28.17	
	70	29.55	
#A3	30	29.19	
	50	28.94	
	70	30.10	
#B1	30	26.63	30.12
	50	27.92	
	70	28.83	
#B2	30	27.50	
	50	27.67	
	70	29.00	
#B3	30	27.92	
	50	27.92	
	70	29.01	
#C1	30	25.80	30.11
	50	26.14	
	70	27.56	
#C2	30	26.65	
	50	25.38	
	70	27.37	
#C3	30	26.23	
	50	26.65	
	70	28.28	

4-2 고찰

Fig. 5, Fig. 6, Fig. 7는 각각 띠(band)의 길이에 따라 구별한 3가지 종류(207.35mm, 212.35mm, 215.35mm)에 따라 각각 3가지 Sample에 대한 실험에 의해 측정된 변위각과 토크를 나뉜 것이다. 토크와 변위각을 나타낸 것으로 변위각을 가로축에 주어 변위각에 따른 토크의 변화를 세로축으로 나타내었다.

Fig. 8, Fig. 9, Fig. 10, Fig. 11은 Sample A(207.35mm)에 대한 실험에 의해 측정된 실험치와 이론식에 의한 이론치를 비교한 것이다. 초기에 실험치와 이론치가 약간의 오차를 보이는 것은 띠(band)의 공차(公差) 및 스프링 제작 공차에 의한 것으로 판단된다. 초기의 약간의 오차 후 점점 실험치와 이론치가 거의 근접하는 결과를 보였다.

Fig. 12, Fig. 13, Fig. 14, Fig. 15는 Sample B(212.35mm)에 대한 실험치와 이론치를 비교한 것이며, Fig. 16, Fig. 17, Fig. 18, Fig. 19는 Sample C(215.35mm)에 대한 실험치와 이론치의 그래프이다.

Fig. 8에서 Fig. 19에서 밝혀진 바와 같이 이론식을 이용하여 계산한 스프링상수-변위각 관계가 모든 구간에 걸쳐 실험치와 비교적 잘 일치하고 있음을 알 수 있고, 스프링 상수가 초기에는 약간의 오차를 보이나 변위각의 사용구간에서는 거의 일치하고 있다.

이상에서 알 수 있듯이 실험에 의한 실험치와 이론식에 의한 이론치가 모든 구간에서 거의 일치하는 경향을 보이고 있으며, 실험치와 이론치의 약간의 오차는 실

힘에 의한 오차이거나, 스프링 제작에서 발생하는 오차로 생각할 수 있으며, 스프링의 사용구간에서 실험치와 이론치가 거의 일치함을 알 수 있다.

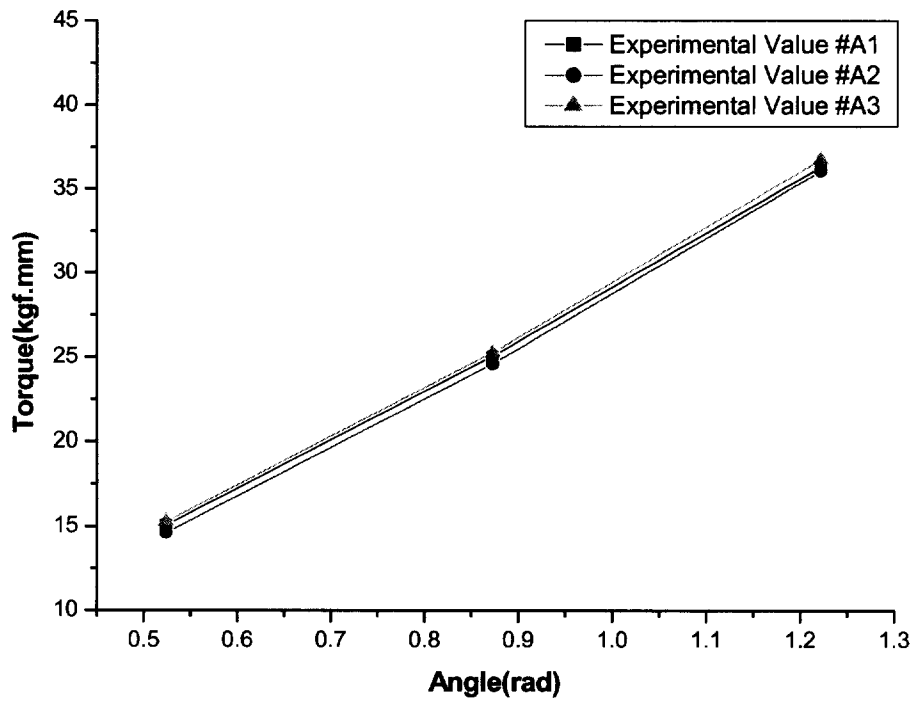


Fig. 5 Relationship between Torque and Angle of Spiral Spring by Experiment(Sample #A)

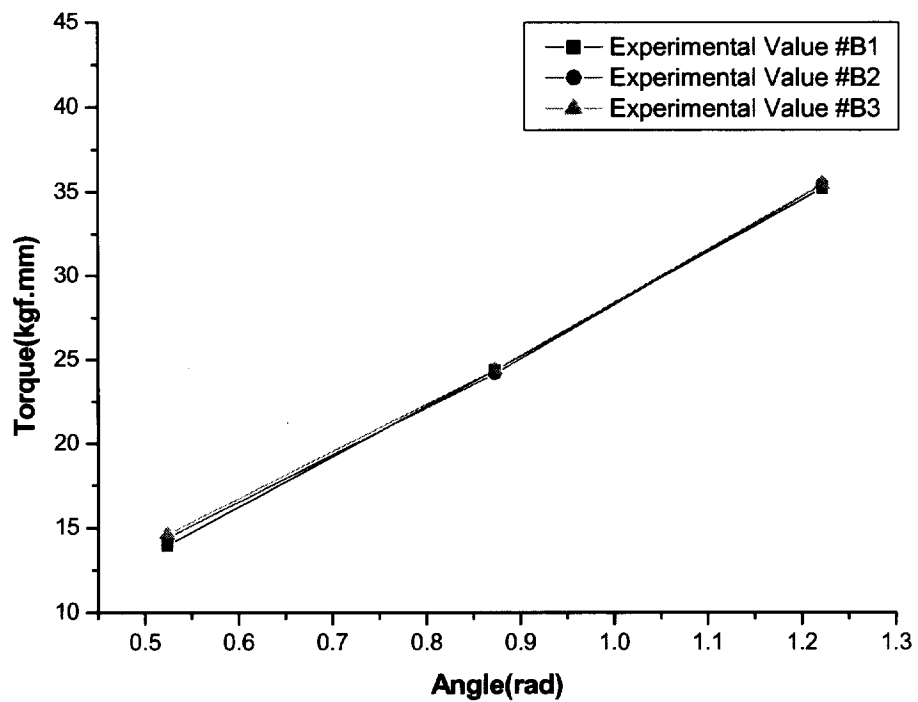


Fig. 6 Relationship between Torque and Angle of Spiral Spring by Experiment(Sample #B)

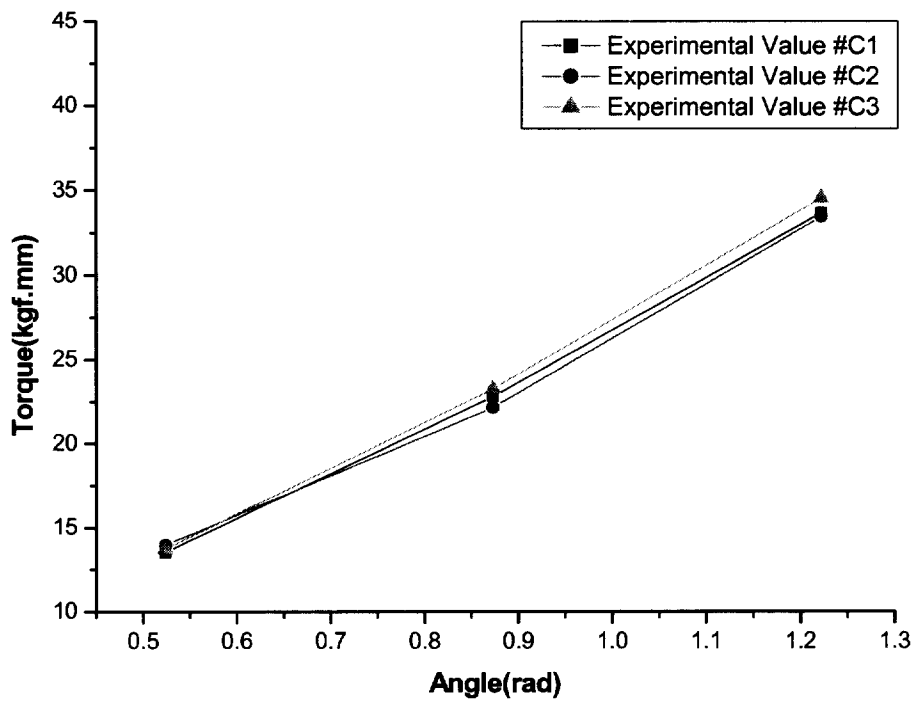


Fig. 7 Relationship between Torque and Angle of Spiral Spring by Experiment(Sample #C)

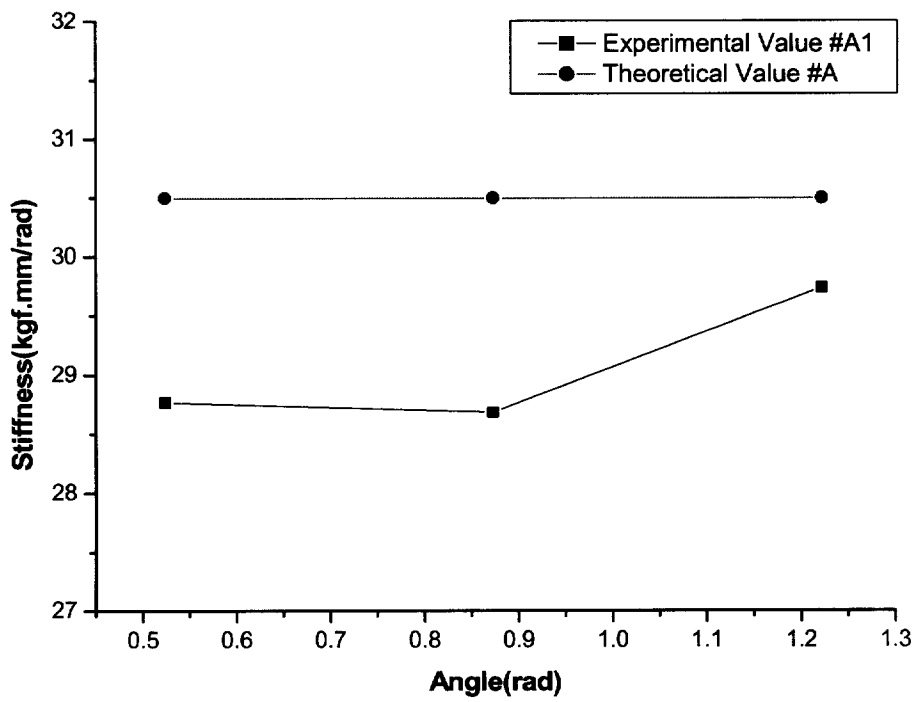


Fig. 8 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #A1)

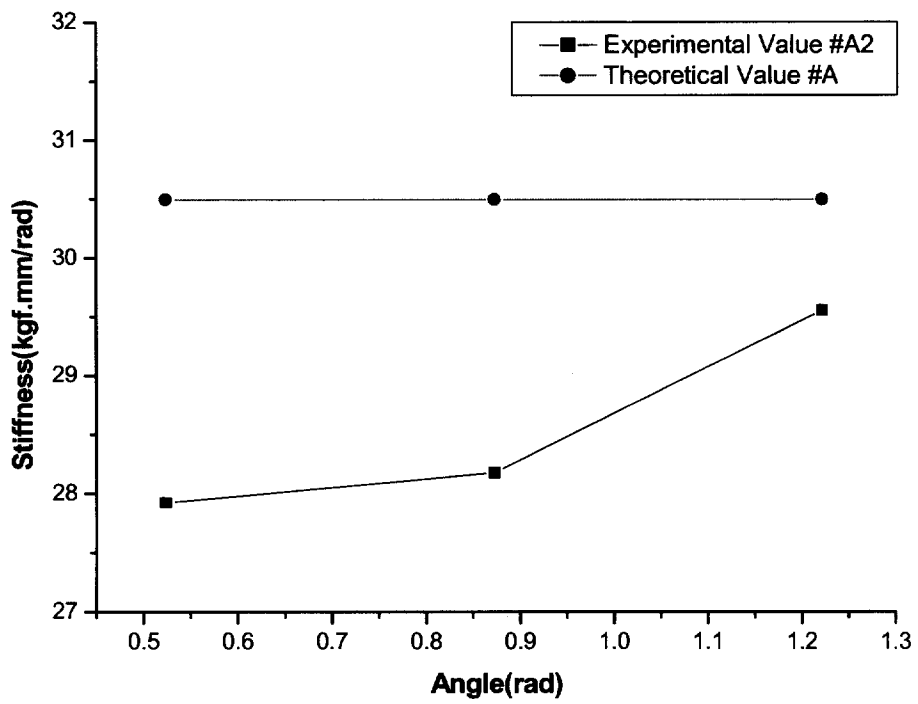


Fig. 9 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #A2)

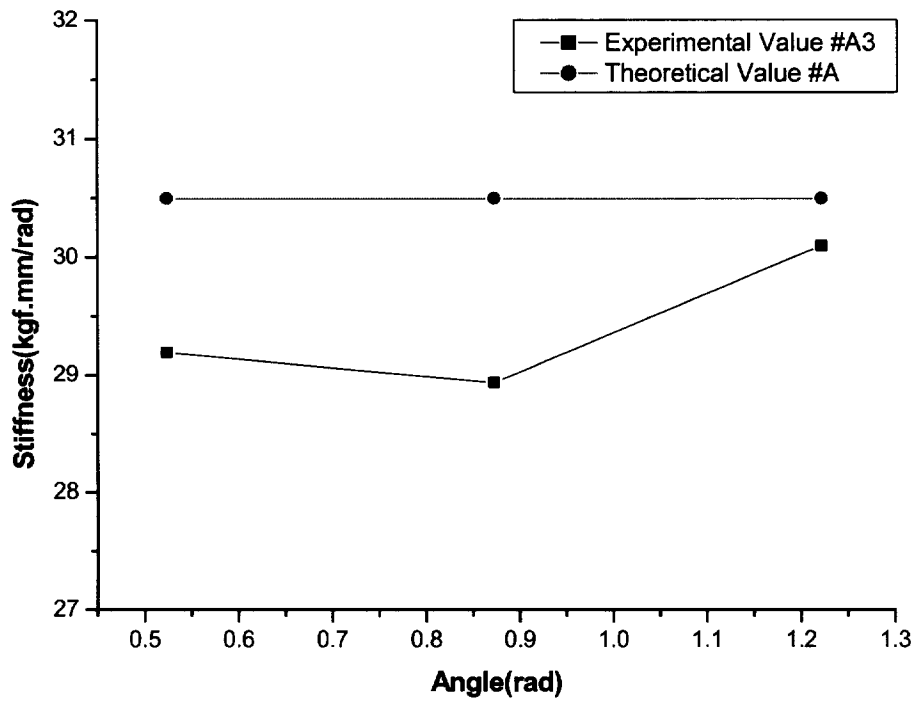


Fig. 10 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #A3)

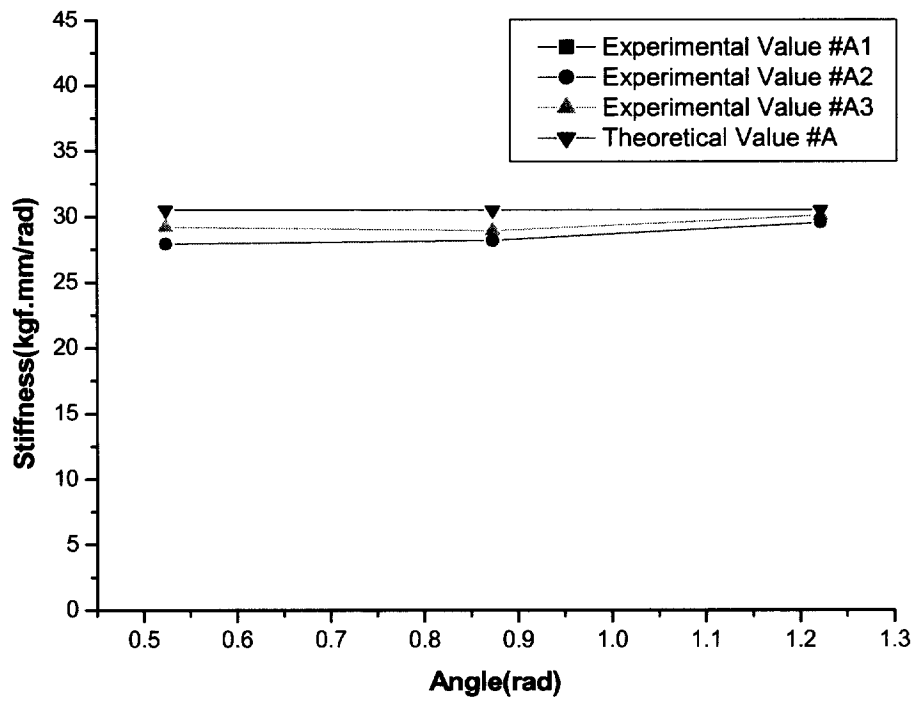


Fig. 11 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #A)

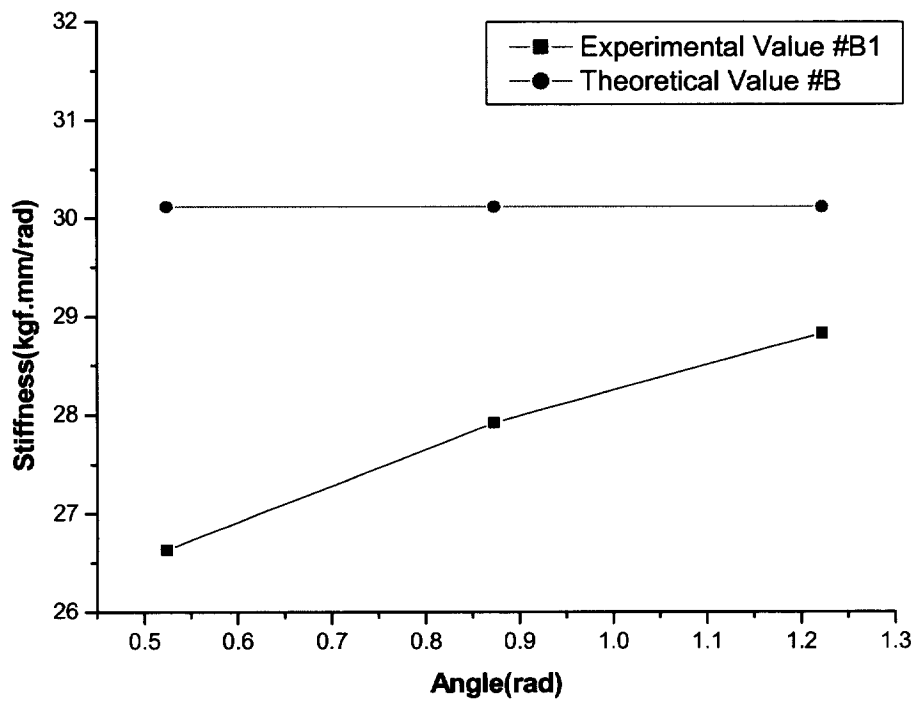


Fig. 12 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #B1)

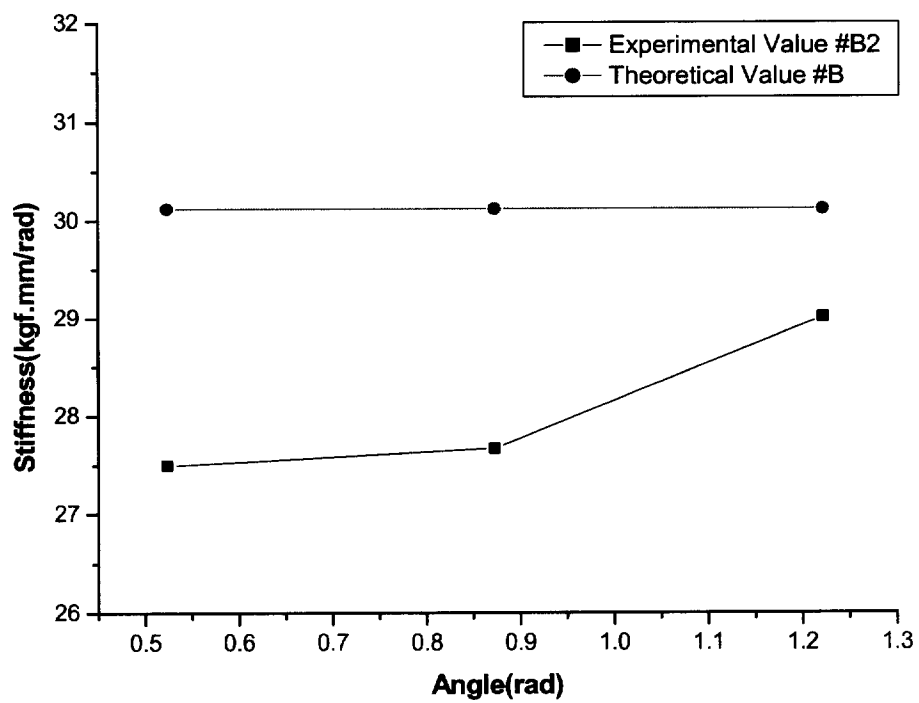


Fig. 13 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #B2)

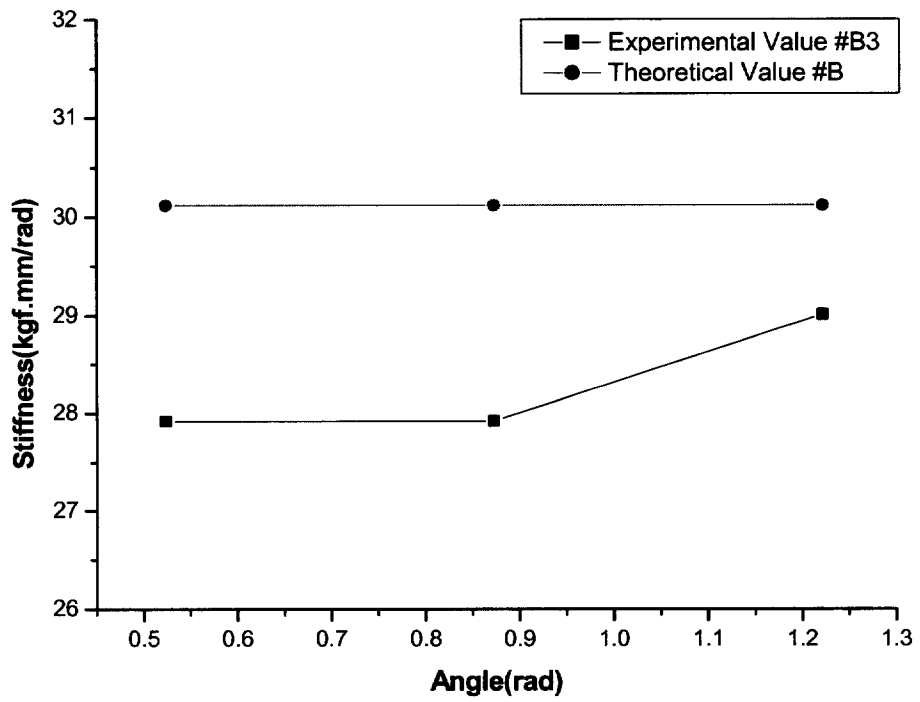


Fig. 14 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #B3)

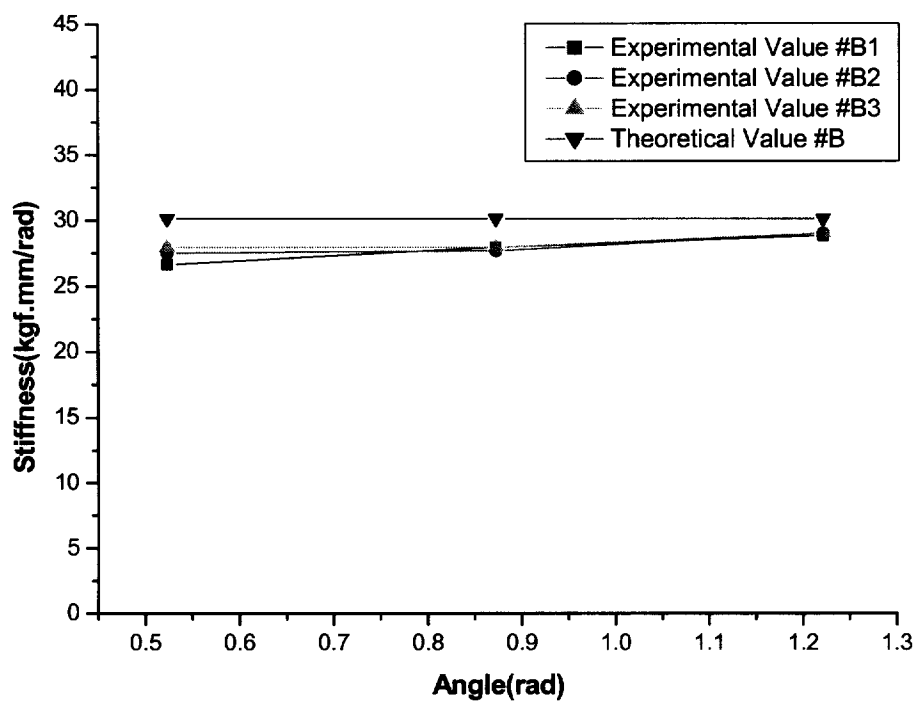


Fig. 15 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #B)

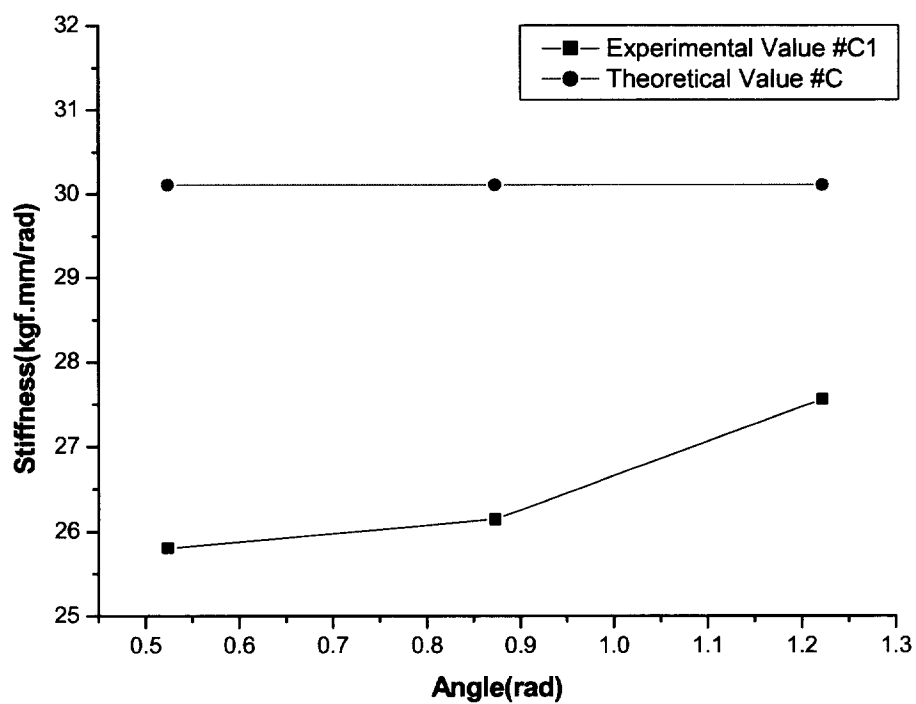


Fig. 16 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #C1)

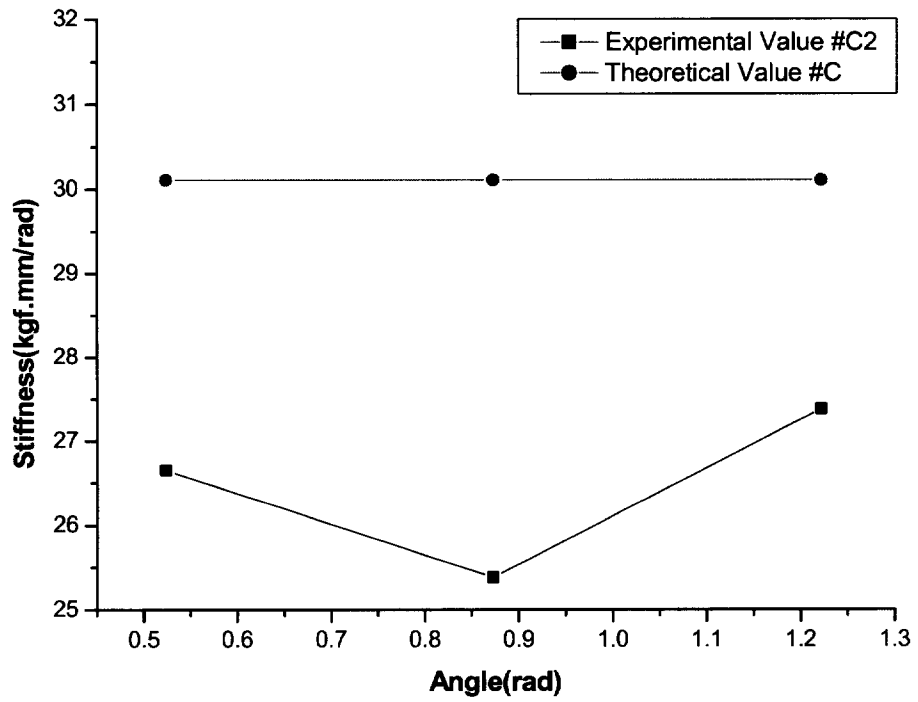


Fig. 17 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #C2)

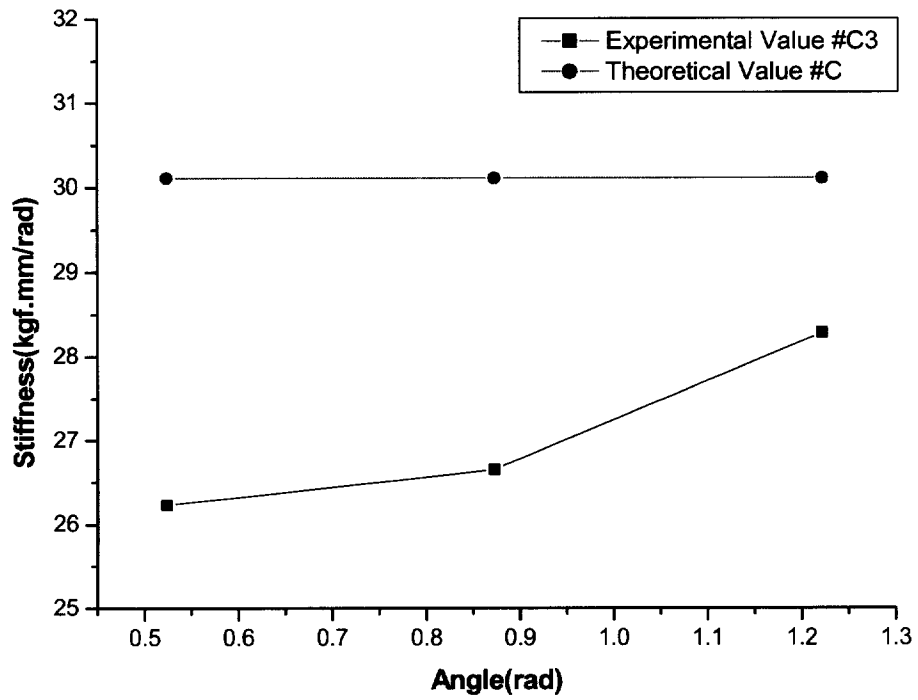


Fig. 18 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #C3)

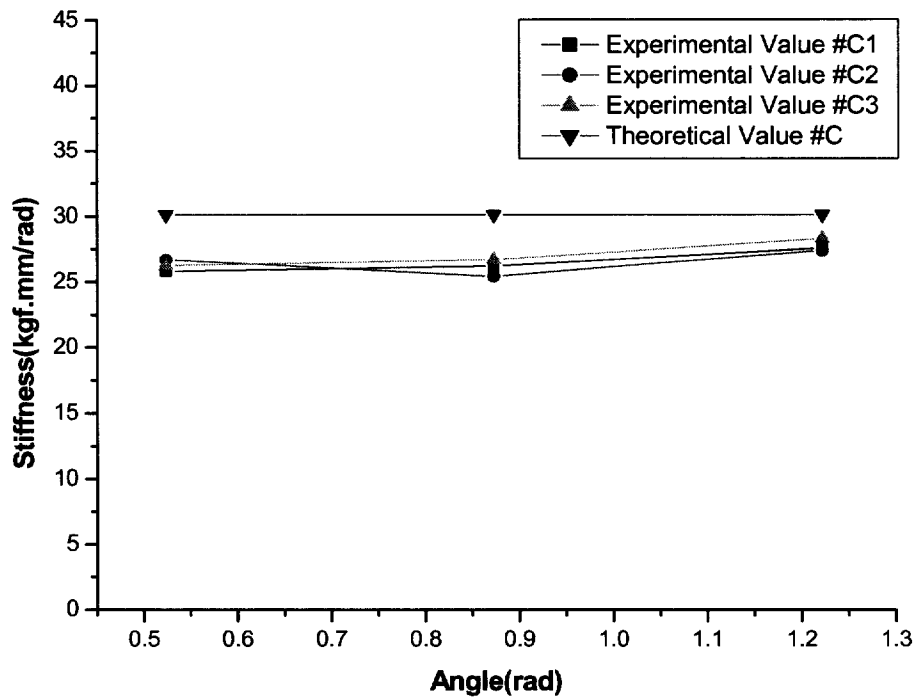


Fig. 19 Comparison Stiffness of Spiral Spring(Sample #C)

제 5장 결론

태엽스프링의 실험에 의한 스프링 강성과 이론식에 의한 스프링 강성을 비교하여 본 결과 실험에 의한 스프링 강성과 이론 스프링 강성이 거의 근접하는 값을 보이는 것을 알 수 있었다.

따라서 본고에서 살펴본 바와 같이 산업현장에서 태엽스프링의 설계시에 이론식에 의해서 스프링 강성을 계산하여도 요구되는 태엽스프링의 성능을 충분히 실현할 수 있으리라 사료된다.

참고문헌

- 1) 丸善, ばね, ばね技術研究會 編, (1982)
- 2) 尾田十八, 宅津義定, 機械設計工學, 培風館, (2001)
- 3) 鄭善謨, 韓東哲, 標準機械設計學, 東明社, pp.470~479, (2003)
- 4) 宋地復, 金進郁, 新機械設計, 普成閣, pp.643~644, (1994)
- 5) S. J. Lee and J. S. Wang, "A study for the stiffness of wave washer spring", 한국박용기관학회지, Vol.20, No.3, pp.206~213, (1996)
- 6) S. J. Lee and J. S. Wang, "A study on the non-linearity of wave washer spring", 한국박용기관학회지, Vol.21, No.3, pp.246~255, (1997)
- 7) 李京浩, 王之錫, 벨로즈 종방향 강성에 관한 연구, 한국박용기관학회지, Vol.23, No.4, pp.504~513, (1999)
- 8) 김병락, "Belleville Spring의 剛性に 대한 基礎的 研究", 부경대학교 산업대학원, (1998)
- 9) 김형섭, "Pitch angle이 Helical spring의 剛性値에 미치는 影響에 대한 研究". 부경대학교 산업대학원, (1999)
- 10) 오동영, "Spiral spring의 강성에 대한 기초적 연구", 부경대학교 산업대학원, (2002)
- 11) 한국산업규격 스프링 제도, KS B 0005, 한국표준협회, (1995)

감사의 글

이 논문이 완성되기까지 부족한 저를 아낌없는 지도와 격려로 이끌어 주시고 삶의 교훈을 주신 이수종교수님께 깊은 감사의 말씀을 올립니다.

아울러 바쁘신 중에도 높은 학식으로 저의 논문을 다듬어 주신 김형자 교수님과 박경동 교수님, 그리고 오늘이 있기까지 많은 관심과 가르침을 주신 기계설계학과 의 여러 교수님께도 감사를 드립니다.

또 정말 바쁘신 중에도 저의 논문 실험을 위하여 몰심양면으로 걱정해주시고 스프링 분야에 대해서 아낌없는 조언을 주신 (주)대동스프링의 박상형 부장님께도 지면을 빌어 감사의 말씀을 올립니다.

그리고 저의 논문을 마무리 하는데 적극 도움을 준 박사과정의 김진훈군에게도 감사드립니다.

끝으로 늘 자식의 건강을 걱정해주시고 사랑을 베풀어주신 어머니, 깊은 이해와 관심으로 보살펴 주신 장인, 장모님 그리고, 항상 나의 사업과 건강을 위해서 사랑으로 감싸주고 격려해 준 나의 사랑스런 아내와 믿음으로 항상 나를 잘 따라준 큰 딸 길숙이와 수능으로 고생하면서도 웃음을 잃지 않는 작은 딸 혜련이에게 고마움을 전하고 이 결실의 기쁨을 함께 하고자 합니다.

2006년 2월

설 동 진