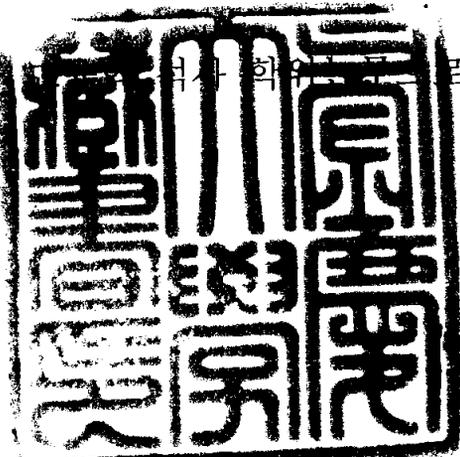
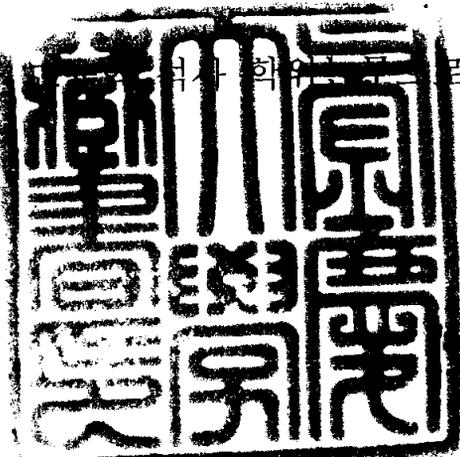


교육학석사 학위논문

테크놀로지를 활용한 교수학적 환경에서
대수적 연산 오류 지도에 관한 연구

지도교수 박 용 범

이 논문을  박용범 학위논문으로 제출함



2003년 8월

부경대학교 교육대학원

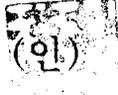
수학교육전공

탁 동 호

탁동호의 교육학석사 학위논문을 인준함

2003년 6월 20일

주 심 이학박사 표 용 수 

위 원 이학박사 박 진 한 

위 원 이학박사 박 용 범 

차 례

I. 서 론	1
1.1 연구의 필요성 및 목적	1
1.2 연구의 문제	3
1.3 용어의 정의	3
1.4 연구의 범위 및 제한점	4
II. 이론적 배경	5
2.1 수학적 오류의 특성 및 분류	5
2.2 대수 능력에 관한 중요한 요소	6
2.3 수학 교수·학습에서의 구성주의	8
2.4 수학 교육에서의 CAS의 활용	9
2.5 TI-92 그래핑 계산기의 특징	12
2.6 그래핑 계산기를 활용한 일차방정식 풀이	15
III. 연구의 방법 및 연구과제의 설정	17
3.1 연구의 대상	17
3.2 연구의 절차	17
3.3 실태 분석	17

IV. 연구의 실행	23
4.1 연구과제 1의 실행	23
4.2 연구과제 2의 실행	28
V. 연구 검증 결과 및 분석	39
5.1 검증 내용 및 방법	39
5.2 검증 결과	40
VI. 결론 및 제언	46
6.1 결론	46
6.2 제언	46
참고문헌	48
부록	

표 차례

[표 1] 수학교과와 흥미도에 대한 의식	18
[표 2] 수학교과 학습에 대한 태도	18
[표 3] 수학교과와 중요성에 대한 인식	19
[표 4] 수학교과를 싫어하는 이유	19
[표 5] 자율적인 학습 실태 조사	20
[표 6] 컴퓨터 학습 흥미도	20
[표 7] 수학교과 진단평가 결과 분석	21
[표 8] 지도 요소별 오류유형 조사	22
[표 9] Technology를 활용하는 수학교실의 수업 설계	23
[표 10] Technology를 활용하는 일차방정식의 풀이 수업설계	25
[표 11] 학습자에게 요구되는 영역별 학습내용 요소 분석표	29
[표 12] 영역별 오류 유형 분석표	33
[표 13] 검증 내용 및 방법	39
[표 14] 학업성취도 사전·사후 검사 점수의 비교	40
[표 15] 수학의 정의적 특성에 대한 학생의 반응도	41
[표 16] 학습지의 제작 활용에 대한 학생의 반응도	42
[표 17] Symbolic Math Guide를 활용한 수업에 대한 학생의 반응도	43
[표 18] 90분 수업에 대한 학생의 반응도	44

그림 차례

[그림 1] TI-92 그래핑 계산기	13
[그림 2] Home Mode에서의 일차방정식 풀이 화면	15
[그림 3] Symbolic Math Guide에서 일차방정식 풀이 화면	15
[그림 4] TI-92 활용 수업 모형도	27
[그림 5] 평가지의 제작 과정	29
[그림 6] 문제8에서의 protocol	30
[그림 7] 문제6에서의 protocol	30
[그림 8] 문제5에서의 protocol	31
[그림 9] 문제8에서의 protocol	31
[그림 10] 문제1에서의 protocol	32
[그림 11] [F4]를 누른 화면	35
[그림 12] 도구를 활용한 실행 조작	36

A Study on the Teaching of the Errors Algebraic Operation in the Didactical Environment Using Technology

Dong Ho Tak

Graduate School of Education
Pukyong National University

Abstract

This thesis will be a reference to equation teaching through analyzing types of errors found in problem-solving process of the first grade middle school students who get access to equation for the first time and clarifying error correction process using TI-92 Symbolic Math Guide.

When students find out the answers of simple equations using TI-92, they prefer finding out with forming algorithm guided by solving process using Symbolic Math Guide to getting the result only using the "Solve" function at Home Mode.

It is required in boring paper-pencil algebraic instruction to teach algebra under Technology circumstance that is easy of investigation studying and interest boosting.

I. 서 론

1.1 연구의 필요성 및 목적

현재 지필 위주의 환경에서 대수 분야의 학습은 주로 계산과 기능위주로 학습을 하도록 하고 있다. 중학교 1학년 교육과정에서 일차방정식의 풀이를 먼저 등식의 성질을 가르치고 이항의 방법으로 지도하고 있다. 이항의 방법은 학생들로 하여금 원리는 습득되지 않은 상태에서 계산과 기능위주로 학습하는 결과를 초래하였다. 예를 들면, $\frac{x}{3} = 2$ 에서 $x = 2 \times 3$ 로 되는 이유를 어떤 학생들은 이항 때문이라고 대답을 한다. 이것은 학생들이 개념형성의 오류와 대수적 구조를 정확하게 이해하지 못하고 넘어가는 데에서 오는 오류이다. 기능과 계산 위주의 수학 교육은 학생들이 수학을 싫어하게 하는 원인 중의 하나라고 생각한다.

방정식을 처음 다루는 중학교 1학년 시기에 방정식에 대한 학습이 중요하다. 방정식이 진정한 문제해결 수단으로 수학적인 힘의 바탕이 되려면 단순히 기계적인 것이 되어서는 안되며, 그 원리에 대한 충분한 이해와 그것을 전제로 한 문제 해결에서의 적용능력이 필요한 것이다. 따라서, 방정식을 처음으로 다루게 되는 중학교 1학년 학생들을 대상으로 방정식에 대한 이해 수준을 파악하고 방정식 문제해결 과정에서 학생들이 범하는 오류에 대한 근본적인 연구가 필요하다고 본다. (김차숙 · 류희찬, 2002)

최근 컴퓨터의 도입으로 대수 학습의 분야에도 변화를 볼 수 있다. “기술공학은 학교 대수의 강조점을 기호 조작으로부터 개념적인 이해, 기호감각, 그리고 수학적 모델링으로 옮겨가도록 하고 있다.”는 것이 NCTM의 주장이다. (장경운, 1998)

최근 학교 교육 현장은 다행히 변화하고 있다. 구성주의(Constructivism)에 입각한 학습자의 자기주도적 학습 또는 소집단 협력학습을 통한 교육이 강조되고 있다. 학습에 대한 평가 역시 단순 암기력이나 이해력을 평가하는 선택형 지필 검사가 아닌, 창의적 사고와 문제해결 과정을 평가하는 수행평가를 많이 하고 있다. 현대수학교육의 문제점으로 강의 중심의 교육과정, 교과서 중심의 획일적인 교육, 문제해결의 능력을 길러주는 자료의 빈약성, 학습진도의 고정화, 지나친 언어 중심적 강의 등을 지적하면서, 이러한 제반 수학교육의 문제를 해결하기 위한 가장 중요한 방법으로 컴퓨터의 활용을 적극 권장하였다. (신동선·류희찬, 2000)

우리나라 7차 교육과정에서도 테크놀로지의 적절한 활용과 도구화를 적극 권장하고 있다. 테크놀로지를 활용하는 학습환경은 학생들의 창의적 사고력과 문제해결력의 배양을 목적으로 다양한 탐구활동과 문제해결 과정에서 풍부한 경험을 제공한다. 현재 각 교실에 놓여 있는 컴퓨터 한 대만으로 수업을 하고자 할 때에는 교과서 내용을 그대로 프로젝트 화면에 옮겨 놓거나, 또는 어떤 수학적 성질을 시각적으로 제시만 하는, 극히 제한된 사용이 이루어지고 있어 테크놀로지 활용의 근본 취지가 현장학습에 반영하지 못하고 있다.(고상숙, 2000) 따라서 본 연구에서는 지필 환경하에서 일차방정식을 풀이하는 학생들에게서 나타나는 수학적 오류를 점검하고, 새로운 교육용 테크놀로지 환경하에서 대수적 연산 오류가 교정되는 교육적 가능성을 제시해 줄 수 있는지를 확인 할 수 있다는 점에서 중요할 뿐만 아니라, 테크놀로지의 활용이라는 교수학적 환경으로 인한 새로운 수학적 오류의 출현을 예상해 볼 수 있다는 점에서 중요하다.

본 연구의 목적은 새로운 교육용 테크놀로지를 활용한 교수학적 환경하에서 학생들이 일차방정식 풀이에서 나타나는 오류를 차치하는 가능성을 확인하고 뿐만 아니라, 수학에 대한 자신감과 긍정적인 생각을 갖도록 하

는 데 있으며 그 구체적인 내용은 다음과 같다.

첫째, Technology를 활용하는 수업을 통하여 탐구하고 수학적 개념을 발견하고 이해하는 수학을 가르치고자 한다.

둘째, 일차방정식 풀이에 대한 오류의 경향을 원인별로 분석한 후, 테크놀로지를 활용하여 오류가 변화되는 과정을 살펴보고자 한다.

1.2 연구의 문제

가. TI-92를 활용한 일차방정식 풀이의 오류를 교정하기 위하여 수업 설계를 어떻게 할 것인가?

나. 오류 원인 및 경향을 어떻게 분석하고, 오류 경향을 어떻게 분류 할 것인가?

1.3 용어의 정의

가. Symbolic Math Guide

교육용 계산기인 TI 92 Plus¹⁾안에 내장되어 있는 프로그램으로 대수적으로 연산 가능한 내용을 안내하여 학생들이 스스로 개념이나 규칙, 기능을 알 수 있도록 개발된 프로그램이다. 예를 들면, 전개, 방정식 풀이, 분수식 계산, 제곱근 풀이, 지수와 로그 계산, 도함수 개념, 미분과 적분 계산의 과정을 안내하여 대수적 알고리즘을 형성하게 한다.

1) Texas Instrument사의 Symbolic Graphing Calculator

나. 오류

본 연구에서의 오류란 일차방정식 문제 해결 과정에서 나타나는 수학적 오류를 의미하며 다음과 같은 5가지로 분류한다.

- ① 개념적 이해 미흡 오류 : 일차방정식 풀이에 필요한 기본적인 개념, 이해를 몰라 전혀 문제를 풀지 못한 경우를 말한다.
- ② 등식의 성질에 대한 오류 : 등식의 성질을 이해 못하거나 등식의 성질을 잘못 적용하는 경우를 말한다.
- ③ 이항에 대한 오류 : 이항의 뜻을 모르거나, 이항을 하였는데 틀린 경우를 말한다.
- ④ 계산 착오로 인한 오류 : 계산을 잘못하여 틀린 경우, 동류항 계산이 잘못된 경우를 말한다.
- ⑤ 기호화에 의한 오류 : 정답은 맞아도 기호를 빠뜨리거나 등호를 잘못 사용하는 경우, 기초적인 대수 기호를 다루는데 있어서의 오류를 말한다.

1.4 연구의 범위 및 제한점

가. 연구반은 중학교 1학년 1개반을 이질 집단으로 전·후 비교한다.

나. 연구의 특성상 비교반은 두지 않는다.

다. 중학교 수학 7 가 단계의 'IV. 일차방정식' 단원으로 제한한다.

라. 본 연구에서 사용될 학습지는 그래핑 계산기에 내장된 Symbolic Math Guide 프로그램을 활용하여 풀 수 있는 자료이며, 학습 자료의 내용이나 진행 속도, 수준은 학교 실정에 맞추었으며, 그래핑 계산기에 대한 자율연수 교재와 교과서 등의 자료를 바탕으로 제작한다.

마. 본 연구에서 사용한 평가 도구 중 일부는 자작도구를 사용하였으므로 타당도와 신뢰도가 다소 미흡할 수 있다.

II. 이론적 배경

2.1 수학적 오류의 특성 및 분류

오류에 대한 연구를 함으로써 학생들의 인지능력을 파악 할 수 있고 교수 학습시 더 효율적으로 교수를 할 수 있기 때문에, 수학교육에서 오류에 관한 연구는 오랜 역사를 지니고 있다.

Newell(1972)등은 오류가 과정적 지식의 형태를 가지고 있기 때문에 어떤 특정 조건만 만족되면 오류가 무의식적으로 나타난다고 하였다.

김차숙(2003)이 밝힌 몇몇 연구자들의 공통된 오류의 특성은 첫째, 오류들은 종종 '놀라운' 것이다. 왜냐하면 어느 기간 동안은 교사에 의해서 탐지되지 않은 채 남아있기 때문이다. 둘째, 오류들은 종종 매우 '지속적인' 것이다. 왜냐하면 학생들의 세상에 대한 지식이나 기억하기 쉬운 부호의 사용들을 반영하기 때문이다. 셋째, 오류들은 '체계적'이거나 '임시적'일 수 있다. 전자는 내재하는 정신 과정들을 나타내는 데에 훨씬 더 효과적인 반면에 임의적 오류들은 부주의와 종종있는 실수를 반영하며, 상대적으로 덜 중요하다. 넷째, 종종 오류들은 '의미를 무시한다' 그리하여 분명히 틀린 답이 문제시되지 않는 경우도 있다.

Brousseau(1986)은 오류가 발생하는 원인의 특징을 첫째, 오류는 수학의 기본적인 개념에 관한 오개념의 결과이다. 둘째, 오류는 종종 교사에 의한 체계적인 지도 과정의 결과로서 일어난다. 셋째, 오류는 학생들이 결함이 있는 절차를 사용하고 교사에 의해 잘못 인식된 오개념을 가짐으로써 발생하기 쉽다. 넷째, 학생들은 종종 문제해결을 위해 자신의 독창적이고 비형식적인 방법을 창안하는데, 이것들은 더욱 심각한 오류를 일으킨다.

Clements(1980)와 Newman(1981)은 오스트레일리아에서 5~7학년을 대

상으로 한 연구에서 학생들이 오류를 범하는 범주를 읽기 단계(Reading), 이해 단계(Comprehension), 변환 단계(Transformation), 처리 기술 단계(Process skill), 기록 단계(Encodimg), 부주의(Careless)로 단계별로 분류하였다. 이 연구에 의하면 학생들이 단계별 오답을 쓰게 되는 것은 처리 기술에서의 미숙함이나 부주의가 주원인이고 문제 그 자체에 대한 이해 측면에서의 부족함도 한 원인임을 밝히고 있다.

류한영(1999)은 중학교 3학년과 고등학교 1학년 학생을 대상으로 방정식을 푸는 과정에서 학생들이 범하는 오류의 유형을 기본 지식의 결여에서 오는 오류, 조건을 잘 이용하지 못하는 오류, 등식의 미숙에 따른 오류, 애매한 오류, 실수나 부주의로 인한 오류 등 다섯 개의 오류로 분류하였다.

김차숙(2003)은 중학교 1학년을 대상으로 일차방정식 문제 해결 과정에서 나타나는 오류를 이해의 오류, 처리 기술의 오류, 요구되지 않은 해답, 애매한 오류로 분류하였다.

이상에서 살펴본 것처럼 수학에서 발생하는 오류에 대한 연구가 다양한 측면에서 이루어지고 있음을 알 수 있다.

2.2 대수 능력에 관한 중요한 요소

Heugl은 근본적인 대수능력에 관한 중요한 요소로써 다음의 일곱 항목에 대하여 설명하고 있다.

기호연산 실행조작이 가능한 도구를 학교수학에 활용할 때 학생의 언어를 수학적 언어로 변환하는 과정을 수행한다면, 계산이 아닌 계산능력까지도 포함한 대수능력의 신장을 기대할 수 있다. 즉, 대화형 실행 매체가 기호연산 실행조작의 과정에서 구어체인 문장에서 형식어로 수학적 언어로 표현된 기호적인 대상의 세 단계를 구현하는 일련의 안내까지도 한다면 언

이능력으로부터 획득되는 교수학적 개념에도 일치 될 것이다.

구조인지 활동을 배경으로 기본적인 대수법칙에 관한 필수적인 지식으로써 수학적 지식 없이는 기호 연산 실행 조작을 성공적으로 수행할 수 없도록 하는 능력을 말하며, 기호 연산 실행 조작으로부터 획득된 결과와 구조를 해석한다. 이때, 다양한 과정을 수행하여 도달한 각각의 결과가 동등한지를 검토한다

수학적 지식과 능력을 검증하므로 해와 해에 대한 해석의 옳고 그름을 확정하고, 학생 스스로 발견할 수 있는 검증 전략이 포함되도록 한다. 좀더 높은 수준의 검증 능력은 실험적이며, 독자적인 학습과정을 통한 모델링에 대한 해석 능력까지도 포함한다. 왜냐하면 각각의 실행 조작으로부터 다른 결과를 얻을 수 있기 때문이다. 대수와 기본 알고리즘을 획득하게 되어 문제와 연계된 폭넓은 이해가 가능하게 한다.

목적으로서 규정된 상황 하에서 주어진 계산 과정을 수행하는 인간 능력을 말하며, 이는 알고리즘과는 구별된다. 여기서는 경험 수준의 대상과 계산 수준의 기호 사이의 관계를 설정함으로써, 수학적 개념과 의사소통이 가능케 한다. 다시 말해서 도구적 이해가 관계적 이해 수준에 필수적인가 하는 문제를 검증할 수 있어야 하고, 관계적 이해가 도구적 이해에 필수적 기법을 지원할 수 있도록 구성한다. 다시 말하면, 형식과 내용에 관한 이해가 서로 연계되도록 한다.

추상적인 사실에 관한 그래핑 표상으로서의 이해를 말한다. 함수의 특징과 가장 중요한 점을 발견하여 그래프를 그릴 수 있게 함으로써 개념에 관한 다양한 모형이 획득될 수 있다. 표상간의 이동으로 대수문제를 그래프를 활용하여 해결하며 이에 대한 분석 및 토론을 목표로 한다.

모듈이라 함은 학습자가 문제에 관한 모델을 갖는다는 것을 의미하며, 모듈을 사용한다 함은 스스로 계산을 수행하도록 하는 것을 의미한다. 학

생이 수식의 구조를 좀더 잘 이해할 수 있도록 단순화하면 알고리즘을 발견할 수 있을 것이며, 서술적 언어표현을 수학적 언어표현으로 변환하는 전략을 이 단계에서 구사할 수 있도록 한다.

근본적인 대수 능력을 조작하는데 필요로 하는 최소 기능을 습득하도록 구성한다. 최초로 사용할 때 발생할 수 있는 도구 사용의 장애를 최소화하기 위하여 각 단계에 필요한 기능에 대한 단편적인 예를 구성하여 도구에 대한 흥미를 갖도록 한다. 이러한 요소들을 고려함으로써 교사중심에서 소그룹의 학생 중심으로, 연역적 방법에서 귀납적 방법으로 교수 형태의 변화를 생각할 수 있다. 또한, 연습과 숙제, 그리고 시험에 이르는 일련의 수 학문제를 다루는 교수목표의 변화도 수반될 것이다. 이에 따르는 변화를 요약하여 보면, 지정된 내용을 수행하는 과정을 짐정하게 되며, 기법이 아닌 능력을 그리고 학습한 내용에 대하여 토론할 수 있는 능력의 배양이 교수목표로 될 것이다. 따라서, 교실 수업에서 사용되는 대화형 실행 매체는 핵심적인 내용 개념, 원리, 법칙 등을 구조적으로 혹은 통합적으로 습득하게 하기 위해 해당 내용에 대한 절차를 안내하거나 유도하는 방식으로 구성하고, 또, 그러한 내용을 중심으로 전체 내용이 연결 되도록 함으로써 단원간 연계성을 강조하여 학습자 자신이 분류한 스키마를 구성하는데 도움이 되도록 하여야 한다.(허만성, 2001)

2.3 수학 교수 · 학습에서의 구성주의

구성주의(constructivism)에 의한 교육은 학습자가 지식을 외부로부터 수용하여 습득하는 것이 아니라, 활발한 내적 인지적 활동을 통해 스스로 구성하는 것이다. 구성주의 입장에서 수학을 지도하기 위해서는 그 순서를 고려하여야 한다. 학습자가 새로운 수학적 개념을 형성하기 위해서는 그

개념의 기초가 되는 기습지식을 재구조화함으로써 새로운 주관적인 지식을 가지게 하며 이것을 다른 학생들에게 발표하고 토론함으로써 사회적으로 객관적인 지식을 구성하게 할 수 있다. 구성주의에 의한 학습지도 방법은 미국의 수학교육 개혁을 선도하는 CPMP(Core-Plus Mathematics Project; Hirsch 1997)가 개발한 교육과정과 교과서에 잘 나타나 있다. 첫째, 문제상황을 제시하고, 둘째, 소집단으로 구성된 학생들이 탐색하여, 셋째, 탐구하여 발견된 개념들을 발표와 토론을 하여, 넷째, 획득한 지식을 개별적으로 반성하고 적용하여, 다섯째, 다양한 수준의 연습문제를 개인의 능력에 맞게 학습하게 한다. 위의 학습지도의 특색은 소집단 활동을 탐구한 지식을 전체 학생들에게 공개하고 토론함으로써 지식에 대한 확신감과 객관성을 가지게 하는 것이다. (강옥기, 2000)

Kilpatrick는 첫째, 지식은 환경으로부터 수동적으로 받아들여지는 것이 아니라 인식 주체에 의해 능동적으로 구성되는 것이다. 둘째, ‘알게된다’는 것은 인식 주체가 자신의 경험세계를 스스로 조직화해 가는 적응과정이다. 셋째, ‘알게된다’는 것은 인식주체의 정신세계와는 독립적으로 이미 존재하고 있는 세계를 발견하는 것이 아니다.’ 라고 세 가지로 정리하였다.

2.4 수학 교육에서의 CAS의 활용

수학에 관련된 대상을 기호(symbol)로 처리하여 연산을 수행하는 컴퓨터 시스템으로써 수치계산과 대수적 연산을 수행하고 필요한 경우에 함수를 그래핑으로 처리하는 시스템을 통틀어 컴퓨터 대수 시스템(Computer Algebra System, CAS)으로 부르고 있다. 컴퓨터 대수 시스템을 기호연산 시스템으로 간주하기도 하는데, 그것은 기호를 사용한 수학적 연산을 수행한 후에 연산의 결과를 대수적인 정확한 결과와 함께 수치적으로 근사값을

계산해 내는 특징 때문에 붙여진 이름에서 연유된다. 수학 문제를 해결하는 알고리즘을 이해한 학생이라면 수식의 결과만 신속하게 처리하는 것이 다른 수학의 개념을 탐구하는데 더 도움이 될 것이지만, 문제해결의 단계를 이해하지 못하는 학생은 손으로 직접 문제를 풀어보면서 단계별 풀이과정을 습득하는 것이 바람직하다. 기호연산을 조작함으로써 풍부한 수학적 표현을 경험하게 되고, 대수적 기호 처리를 기하학적 표현으로 변환하는 과정을 살펴봄으로써 수학개념의 이해를 증진시키는 것이 컴퓨터 대수 시스템이 수학교육에 도입되는 근거가 된다.

CAS는 수학수업에서 상이한 형태들의 표현이용을 지원한다. 이것은 수학적 개념에 대한 기초적인 이해와 깊은 사고의 발전을 위해서 뿐만 아니라 표현과 해석의 영역에서의 기본적인 기능들의 발전을 위하여 적당한 교수방법으로 사용되어야 한다. 수학지식의 발견 과정은 ‘실험 > 정확 > 응용’의 세 단계를 거친다고 하였으며, 각 단계별 과정에 대한 설명은 다음과 같다. 첫째, 알고 있는 수학적 알고리즘을 이용해 문제를 푸는 과정에서 관찰된 바를 통해 어떤 개념을 추측한다. 둘째, 추측을 증명을 통해 이론으로 확정하고, 새로운 알고리즘을 실행한다. 셋째, 발견된 새로운 알고리즘을 활용한다. (김부윤 외 3인, 1998)

가. 테크놀로지의 원리(The Technology Principle)

계산기와 컴퓨터는 수학을 지도하고, 학습하고, 행하는데(doing) 중요한 도구들이다. 기하학, 통계학, 대수학, 측정을 포함한 수학의 모든 영역에서 학생들의 탐구를 지원 할 수 있다. 기술공학적 도구들이 사용 가능하면 학생들은 의사결정, 반사, 추론, 문제해결에 집중할 수 있다. 학생들은 테크놀로지를 적당하게 사용하면 더 많이 더 깊이 수학을 배울 수 있다. 테크놀로지는 학생들로 하여금 수학을 배우도록 도와줄 수 있다. 예를 들면, 계

산기와 컴퓨터를 가지고 학생들은 손으로 실행할 수 있는 것보다 더 많은 예제 혹은 묘사적인 형태를 조사할 수 있으므로 학생들은 쉽게 추측을 할 수 있다.

탐구행위 활동은 기호에 대한 이해의 속성에 지도의 목적을 두고 서술적인 기호를 학습자로 하여금 경험적이며 실질적으로 선정된 수학 언어로 기호를 탐구하게 한다. 반면에, 표현행위 활동은 제한된 안내에 따라 점진적으로 정형화 된 수학 언어인 기호의 의미를 학습자가 이해하는 과정이다.

나. 그래핑 계산기(TI-92 Plus)와 수학교육

TI-92는 수학 및 과학학습용으로 CASs(Computer Algebra Systems: 컴퓨터 대수체계)인 Derive 소프트웨어와 DGSs (Dynamic Geometry Systems: 동적기하체계)인 Cabri Geometry II와 Symbolic Math Guide가 내장되어 있어 기호연산 실행조작을 통해 개념을 형성할 수 있도록 고안된 제품이다.

수학의 실용성 측면에 있어 실생활 관련 문제를 수학적으로 이해하고 해결해 나가기 위해, 실생활과 수학 기호 및 개념 사이에 연관을 이어줄 도구로서 그래핑 계산기의 활용을 설명할 수 있다. Data Collection 장치인 CBR(Calculator-Based Ranger), CBL(Calculator-Based Laboratory)을 이용해 실험이나 조사로 얻은 자료전체의 경향을 그래프로 시각화하여 파악하고 그 변화를 가장 적절한 함수식으로 나타내어 해석할 수 있다. 또한 대수, 해석, 통계, 기하영역 등, 표상간 연계가 가능하여 다양한 현상을 표현하는 방정식과 함수 및 그의 그래프, 대응표를 통합적으로 다룰 수 있다. 조작활동에 의해 나타나는 결과 및 그 과정을 통해 학습자가 개념을 구성해가는 도구로 그래핑 계산기의 활용 목적을 설명할 수 있고, 이동의 용이성과 수학 학습 자체만을 위한 독자성, 설치의 간편성 등은 다른 공학용 도구가 안고 있는 문제점을 최소화하여 협동학습 및 개별학습의 보

조 도구로 그 기능을 수행해 갈 수 있다. (신도고, 2001)

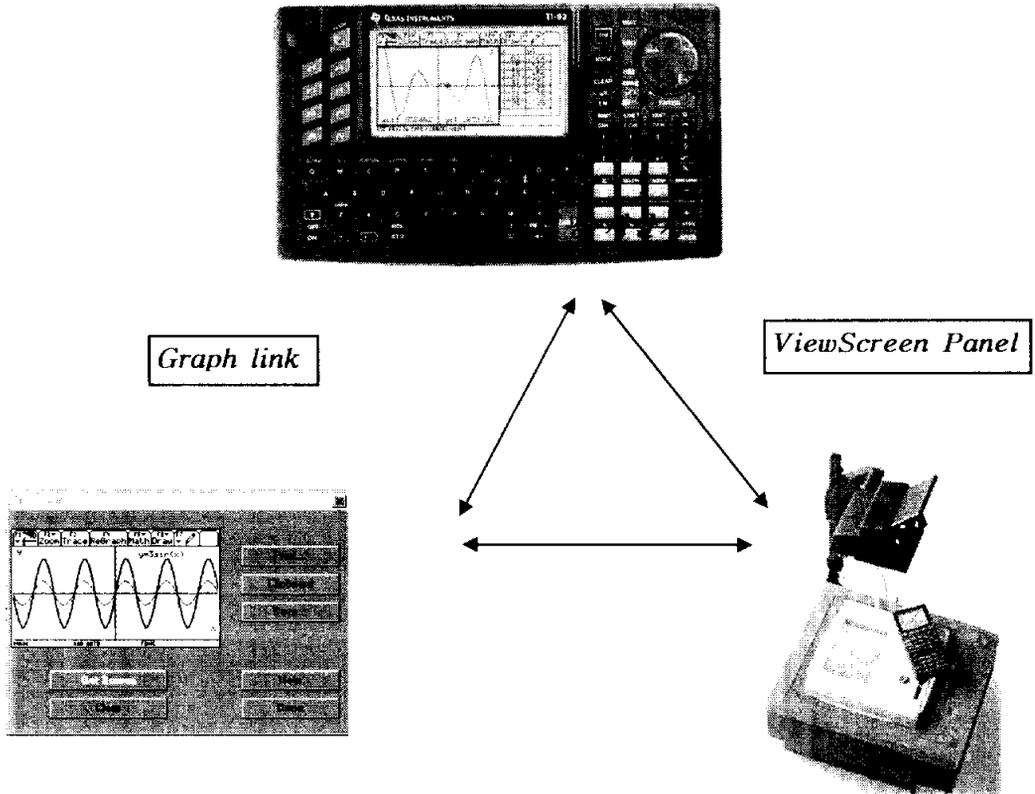
2.5 TI-92 그래핑 계산기의 특징

가. 외형적 특징

양손에 들고 어디서나 간편하게 휴대, 사용할 수 있는 크기로 수학적 내용을 학생이 선택한 문제 해결 방법에 따라 Key를 조작하면서 결과를 관찰하고 내재적으로 수학을 재구성하면서 인지할 수 있다. 교실에서의 학습 뿐만 아니라 언제 어디에서든 학생이 들고 다니면서 개인의 학습활동을 지원할 수 있다는 장점이 있다.

Link port를 이용하여 컴퓨터와 TI-92와 연결하여 자신이 만든 파일을 다른 학생들과 공유함으로써 개인의 수학 지식을 서로 토론, 비판하고 학생상호간의 수학적 정보를 교환할 수 있어 수학적 인식을 공유 발전시킬 수 있다. 실생활의 자료들을 수집하여 수학적으로 분석하고 우리 주위에서 일어나는 상황을 그대로 수학학습에 도입할 수 있다. 따라서 추상적으로 알고 있는 수학내용을 실생활 속에서 구체화시켜 인지할 수 있다.

TV나 OHP를 이용하여 Screen에 투사, 동적으로 화면을 관찰하고, 교사가 제시하려는 수학적 내용을 학생들과 함께 보면서 사고할 수 있게 한다. 현재 일선학교의 수학교실에 설치되는 컴퓨터와 43인치 TV와 비교했을 때 기존의 학습도구(OHP)를 활용할 수 있다는 이점이 있다. (이월숙, 2002)



[그림 1] TI-92 그래핑 계산기

나. 내용적 특징

문제를 인식하고 풀이하는 과정에서 “어떻게 해결할 것인가?”를 다양한 방법을 통하여 인지하여 수학적 문제해결능력을 배양할 수 있다. 문제풀이 방법과 과정을 알고 있다면 그 과정에 따라 계산기를 조작하여 지필 계산에서 나타날 수 있는 계산 실수의 부담을 경감시켜 줄 수 있다. Home Mode와 Symbolic Math Guide을 이용하여 수식을 연산하고 풀이 과정과 결과를 한 화면에서 관찰할 수 있어 자신이 선택한 연산의 옳고, 그름을 판단하여 잘못된 부분을 교정하여 수학적 알고리즘을 발견할 수 있다.

Y=Editor에 식을 입력하면 신속, 정확하게 그래프를 나타내기 때문에 여러 개의 그래프를 한 화면에 나타내어 비교, 분석할 수 있다. Window Editor와 Zoom기능을 이용하여 함수의 범위를 지정, 그래프의 형태를 자세히 관찰 할 수 있다. 또한, 함수값, 최대값, 최소값, 두 그래프의 교점, 적분, 미분, 변곡점 등을 그래프를 보면서 구할 수 있다. 예를 들어 연립방정식의 해를 구하는 방법에 있어 두 식을 그래프로 나타내고 두 그래프의 교점을 찾아, 계산이 아닌 직접 그래프를 보면서 시각적으로 이해할 수 있다. 식의 변화를 통해 그래프를 관찰, 개념을 학생 스스로 확인하고, 문제에 접근할 수 있다. 그리고, Split Screen으로 Graph모드와 Table모드를 동시에 나타내고 비교, 분석하여 대응관계를 이끌어낸다.

Cabri Geometry II가 내장되어 있어 점, 직선, 삼각형, 원 등 기본적인 기하도형을 학생들이 자유로운 변환을 통해 기하학을 연구할 수 있다. 수학적 아이디어를 기하로 나타내어 대수나 해석간의 데이터를 공유할 수 있어서 단원별 연계수업이 가능하다.

Data/Matrix Editor라는 Spread Sheet 형으로 자료를 입력하는 프로그램이 있어 통계 분석 및 통계 그래프를 Scatter, xy line, Box Plot, Histogram으로 나타낼 수 있어 실제 생활 자료를 가지고 통계학습을 할 수 있다.

CBR이나 CBL을 이용하여 실생활의 자료를 실험을 통하여 입력해서 그래프로 나타내어 그래프의 의미를 해석하는 수학적 사고능력을 배양한다. 실생활에서 수학과 관련된 자료를 찾아 나타냄으로써 학생들에게 수학의 필요성을 인식시킬 수 있고, 자신의 주변에서 인식한 수학적 개념을 다시 실생활에 적용시킬 수 있다. (김부윤 외 3인, 1998)

2.6 그래핑 계산기를 활용한 일차방정식 풀이

가. Home Mode에서의 일차방정식 풀이

[그림 2]와 같이 식을 입력하고 학생들이 등식의 성질을 알고 있다면 학생 스스로 풀이 과정을 습득 할 수 있다. 한편, 자기가 푼 것을 F2의 Solve기능을 이용하여 정답을 즉각적으로 확인 할 수도 있다.

양변에 x 를 빼면

양변에 1을 빼면

양변에 2를 나누면

F1	F2	F3	F4	F5	F6
←	Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up
$3 \cdot x + 1 = x - 2$					
$(3 \cdot x + 1 = x - 2) - x$					
$(2 \cdot x + 1 = -2) - 1$					
$\frac{2 \cdot x = -3}{2}$					
$\text{solve}(3 \cdot x + 1 = x - 2, x)$					
$\text{solve}(3 \cdot x + 1 = x - 2, x)$					
MAIN		RAD AUTO		FUNC 5/30	

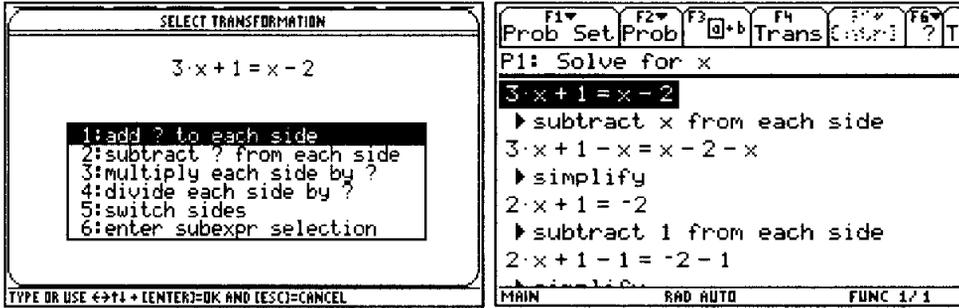
[그림 2] Home Mode에서의 일차방정식 풀이 화면

나. Symbolic Math Guide를 활용한 일차방정식의 풀이

[APPS]를 누르고 Symbolic Math Guide프로그램을 열어 Variable에 원하는 파일명을 저장하고, [F2]를 누른 후 다시 [F2]의 Solve 기능에서 일차방정식을 선택하면 아래의 화면이 나타난다.

[그림 3] Symbolic Math Guide에서 일차방정식 풀이 화면

문제를 입력하고 [F4]의 Trans를 누르면 대수적 알고리즘을 학생들이 스스로 탐색할 수 있는 화면이 나온다. 비슷한 구조가 있고 전혀 다른 구조도 있다. 학생들은 여러 가지 단계를 선택하면서 풀이 과정을



이해 할 수 있다. 한편, 구해진 x 의 값이 해가 되는지 [F7] 6: Verify Solution으로 검산도 가능하다.

본 논문에서는 그래핑 계산기에 내장되어 있는 Symbolic Math Guide 프로그램을 활용하여 대수적 연산 능력을 기르고자 하였다.

Ⅲ. 연구의 방법 및 연구과제의 설정

2.1 연구의 대상 : 본교 1학년 10반 34명

2.2 연구의 절차

단계	구분	추진내용	시기
계 획 단 계	문헌 연구	· 문헌 연구	2002 .01 02
	기초 조사	· 설문지 작성	03
	계획 수립	· 실태조사 및 분석, 실행목표 설정	03
		· 연구계획서 작성	04
실 행 단 계	실행 1단계	· 그래핑 계산기를 활용한 수업설계	03~05
		· 학습지 개발	03~05
		· 교수학습 모형 개발	05
	실행 2단계	· 연구자 수업연구	05
· 수업 실시		06~07	
정 리 단 계	검증 및 평가	· 연구결과 검증 및 분석	10~12
		· 연구결과의 평가	
	연구 논문	· 연구 논문 작성	2003.01~03

3.3 실태 분석

가. 수학교과 학습실태 조사 [부록 1]

본교 1, 2, 3학년 표집학생 107명을 대상으로 설문 조사한 결과 분석은 [표 1]과 같다. (상: 그렇다, 중: 그저 그렇다, 하: 그렇지 않다)

1) 수학교과에 대한 흥미도에 대한 의식 조사 분석

[표 1] 수학교과에 대한 흥미도에 대한 의식

조사 번호	조 사 항 목	백분율(%)		
		상	중	하
1	나는 수학 문제를 풀면 신이 난다.	19	40	41
2	수학 문제를 풀 때, 내가 푼 방법과 다른 학생들이 푼 방법이 다를 때가 많다.	23	55	22
3	나는 수학에 대해 좋은 느낌을 갖고 있다.	29	46	25

<분석> 수학에 대해 좋은 느낌을 가진 학생이 30% 이상이나, 다른 학생과 풀이 방법이 다르고, 문제 풀이가 재미없는 학생이 40% 이상 나타난 것으로 보아 수학교과에 대한 흥미가 낮은 것으로 분석된다.

2) 수학교과 학습에 대한 태도 조사 분석

[표 2] 수학교과 학습에 대한 태도

조사 번호	조 사 항 목	백분율(%)		
		상	중	하
4	나는 급방 답이 나오지 않는 문제를 푸는 것을 좋아한다.	45	34	21
5	나는 수학 문제를 다양한 방법으로 풀기를 좋아한다.	27	45	28
6	나는 정답이 나올 때까지 열심히 푸는 성질을 가지고 있다.	20	46	34

<분석> 급방 답이 나오는 문제를 좋아하는 학생이 45%, 다양한 방법으로 풀기를 좋아하는 학생이 27%, 끈기 있게 문제 풀기를 좋아하는 학생이 20%정도 나타난 것으로 보아 과제를 수행해야 한다는 의무감으로 수업에 참여하거나 참고서에 나와 있는 풀이 방법을 익히는 학생이 많다는 것을 의미한다. 학생들의 학습 태도가 자기 주도적으로 학습을 하는 학생이 적은 것으로 보여 진다.

3) 수학교과와 중요성에 대한 인식 조사 분석

[표 3] 수학교과와 중요성에 대한 인식

조사 번호	조 사 항 목	백분율(%)		
		상	중	하
7	누구나 수학을 배워야 된다고 생각한다.	33	42	25
8	나는 수학을 잘하는 친구를 좋아한다.	28	51	21
9	나는 수학을 응용하는 직장에서 일하고 싶다.	10	35	55

<분석> 수학을 배워야 된다고 학생들이 인식하며, 수학을 잘하는 친구를 좋아한다. 그러나 수학을 응용하는 직장에서 일하고 싶은 것은 낮게 나타난 것으로 보아 수학의 중요도를 잘 모르고 있는 것으로 나타났다.

4) 수학교과를 싫어하는 이유 조사 분석

[표 4] 수학교과를 싫어하는 이유

반 응 항 목	구 분	백분율(%)
① 어려워서		38
②재미가 없어서		22
③복잡해서		28
④기타		12

<분석> 수학을 싫어하는 이유는 수학을 어려워하고 복잡하며 재미없는 것으로 나타났으며 기초학력 부진의 원인으로 생각된다.

5) 자율적인 학습 실태 조사 분석

‘스스로 수학 공부를 하다가 모르는 문제가 있으면 어떻게 하나요?’ 라는 질문에 대한 반응 내용을 조사 분석한 결과는 [표 5]와 같다.

[표 5] 자율적인 학습 실태 조사

반 응 항 목	구 분	백분율(%)
① 학습을 도와주는 사람이 있다.		9
② 모르면 그대로 넘어간다.		60
③ 친구의 것을 보고 한다.		16
④ 참고서를 보고 한다.		6
⑤ 기타		9

<분석> 조력자가 있는 학생이 9%로 대부분의 학생이 친구의 것을 보고하거나, 모르면 그대로 넘어가고 있으며, 모르는 문제에 대한 해결 방법을 찾지 못하여 학습 결손이 점점 심화되어 가고 있다.

6) 컴퓨터 학습 흥미도 조사 분석

‘수학공부를 컴퓨터로 해 보고 싶은가?’ 라는 질문에 대한 반응 내용을 조사 분석한 결과는 [표 6]과 같다.

[표 6] 컴퓨터 학습 흥미도

전혀 그렇지 않다	그렇지 않다	보통이다	조금 그렇다	정말 그렇다
0	0	6	6	88

<분석> 컴퓨터를 이용한 수학과 학습에 대한 욕구는 응답한 학생이 88%로 나타나 대부분의 학생이 매우 적극적인 반응을 보이고 있는 것으로 보아, 학생들은 전통적인 학습 방법보다는 개별적이고, 다양한 방법의 학습에 관심이 높은 것으로 해석된다.

나. 수학 교과 학력 실태 조사 [부록 2]

1) 수학교과 진단평가 결과 분석

학년초에 중학교 1학년은 아직 일차방정식 단원을 배우지 않았으므로 본교 2학년 32명을 대상으로 10문제의 일차방정식 풀이 영역의 진단평가를 실시한 결과를 분석한 내용은 [표 7]과 같다.

[표 7] 수학교과 진단평가 결과 분석

점수 빈도	40미만	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89	90이상	계	점수 평균
%	9	22	20	30	12	6	1	100	50.31

<분석> 학업 성취도가 60점 미만인 학생이 51%로 수학과에 대한 학습 결손이 매우 심각한 편이며, 개념적 혼돈 상태가 가중되어 가는 규칙적인 오류 현상들이 나타났다.

2) 지도 요소별 오류 유형 조사

위에서 실시한 진단평가 결과 문자와 식 영역에서 일차방정식의 지도 요소별로 오류유형을 조사한 내용은 [표 8]과 같다.

- ①개념적 이해 미흡 오류 : 전혀 문제를 풀지 못한 경우
- ②등식의 성질에 대한 오류 : 등식의 성질을 이해 못하거나 등식의 성질을 잘못 적용하는 경우
- ③이항에 대한 오류 : 이항을 하였는데 틀린 경우
- ④계산 착오로 인한 오류 : 계산을 잘못하여 틀린 경우
- ⑤기호화에 의한 오류 : 정답은 맞아도 기호를 빠뜨리거나 등호를 잘못 사용하는 경우

[표 8] 지도 요소별 오류 유형 조사

오류유형 지도요소	①에 대한 오류	②에 대한 오류	③에 대한 오류	④에 대한 오류	⑤에 대한 오류	오류율 (%)
1. $x+5=11$	2 (6.3%)	1 (3.1%)			2 (6.3%)	5 (15.6%)
2. $x-3=7$	2 (6.3%)	1 (3.1%)			1 (3.1%)	4 (12.5%)
3. $3x=-9$	2 (6.3%)				1 (3.1%)	3 (9.4%)
4. $-\frac{x}{4}=3$	2 (6.3%)	2 (6.3%)	1 (3.1%)	1 (3.1%)	1 (3.1%)	7 (21.2%)
5. $7x-50=3x+11$	4 (12.5%)	5 (15.6%)		1 (3.1%)	3 (9.4%)	13 (40.6%)
6. $-3x+7=8x-5$	3 (9.4%)	4 (12.5%)		3 (8.4%)	1 (3.1%)	11 (34.4%)
7. $4(x-1)=2x+8$	3 (8.4%)	2 (6.3%)		5 (15.6%)	3 (9.4%)	13 (40.6%)
8. $0.2x-3=0.5x$	5 (15.6%)	3 (9.4%)		4 (12.5%)	1 (3.1%)	13 (40.6%)
9. $\frac{x-8}{5}=\frac{x}{3}$	4 (12.5%)	9 (28.1%)		5 (15.6%)		18 (56.3%)
10. $\frac{1}{2}x-0.75x=\frac{2x-7}{6}$	4 (12.5%)	12 (37.5%)		5 (15.6%)	1 (3.1%)	22 (68.8%)
오류율(%)	31 (28.4%)	39 (35.8%)	1 (0.9%)	24 (22.0%)	14 (12.8%)	

<분석> 등식의 성질 영역에서 35.8%, 전혀 문제를 못푸는 개념 이해에 대한 오류도 28.4%의 오류율을 보여, 개념적 혼돈과 절차적 방법, 알고리즘, 그리고 규칙의 적용에서 나온 오류를 많이 범하고 있었다.

IV. 연구의 실행

4.1 연구과제 1의 실행

TI-92 Symbolic Math Guide를 활용할 수 있는 수업설계와 수학활동 학습지를 제작·적용한다.

가. Technology를 활용한 수학교실의 수업설계

수학교실에서 수업과제는 Technology활용에 따라서 Open형 과제와 Closed형 과제로 구분하여 [표 9]와 같이 설계한다. (허만성, 2001)

[표 9] Technology를 활용하는 수학교실의 수업 설계

과제 준비		
설정	목적과 목표	<ul style="list-style-type: none"> · 가르치는 내용에 대한 목적은 무엇인가? · 교사가 다루는 내용에 대하여 학생이 배우는 목적은?
	과제 설정	<ul style="list-style-type: none"> · 목적과 목표에 도달하도록 적절한 학생의 자주적 활동을 할 수 있는 과제와 학습자와 관련이 있는 상황을 선택한다.
	과제 범위	<ul style="list-style-type: none"> · 다른 교과와 내용을 포함시킬 것인가? · 단지 수학교과 내용만 다룰 것인가?
	시간 배정	<ul style="list-style-type: none"> · 수업시간에 해결할 것인가? · 수업과 개별학습 시간을 더하여 해결할 것인가?
	과제에 대한 해결 계획	<ul style="list-style-type: none"> · 통합 교과와 내용이 포함시킬 경우 각 교과에 대한 범위, 목적, 연계 및 해결의 실마리를 구상한다. · 어떤 수학 지식이 필요한가를 계획한다. · 서로 다른 수학 표상간의 연계가 있는가를 계획한다.
	과제 분류	<ul style="list-style-type: none"> · Open형 : 실제적이며 수학적인 문제 상황이 문맥에 삽입되어 있어서 수학적 개념을 이해하도록 구성된 탐구 행위 활동의 과제. · Closed형 : 절차에 따라 개념적 이해에 이르는 표현 행위 활동 유형의 과제

과제 실행		
Open 형	준비 단계	교사는 학습자와 과제의 주제에 대해 토론하며, 강한 흥미를 발생시키고 또한 학습자의 생각으로 의견을 제출하며, 그룹별로 혹은 개별로 과정 수행할 것인가를 결정한다.
	실행 단계	학습자는 예상되는 결과에 대하여 간략히 기술한다. 학습자는 실험하고, 교사는 단지 학습에 용이한 역할을 한다.
Closed 형	준비 단계	교사는 과제에 대한 토론 후, 무엇 그리고 어떻게 실험하는지에 대하여 자세한 개요가 주어진 실험을 위한 자료를 제공한다.
	실행 단계	학습자는 교사의 지도 하에 그룹 혹은 개인별로 자신들의 실험으로 학습한다.
<p><실험> 학생들의 머리 속에서 이루어지는 실제의 수학적 작용의 수학을 구성하는 과정을 알기 위한 방법이다. 교사는 직접 가르치는 것이 아니라 학습자와 직접 상호작용을 통하여 수학개념의 의미를 파악하고, 학습자 나름대로의 수학을 구성해 가도록 격려한다.</p>		

과제 결과에 대한 평가		
교사	동료교사와 함께 평가	<ul style="list-style-type: none"> · 과제의 개념이 학습자에게 명확하게 정의되었는가? · 학습자에게 적절한 수준의 수학적 요구였는가? · 적절한 교수 전략이었는가? · 학습자는 설정한 주제 모두를 다루었는가? · 다시 학습에 적용할 때, 어떤 부분을 바꾸겠는가?
학습자	직접	<ul style="list-style-type: none"> · 학습자는 구두로 자신들의 학습요점을 발표를 통해 결과를 보고한다. · 교사는 학습자가 프로젝트를 실행하는 과정과 결과발표의 자료를 관찰하여 기록한다.
	간접	<ul style="list-style-type: none"> · 학습자의 문제 이해력과 과정 및 문제 해결능력을 평가하기 위하여 학습자의 기술내용을 평가한다. · 학습자는 자신이 발견한 것에 대하여 서술적/형식적 언어로 기술할 수 있는가?

1) Technology를 활용하는 일차방정식의 풀이 수업설계 작성

[표 10] Technology를 활용하는 일차방정식의 풀이 수업설계

시간배정: 90분	1학년 7 가 단계 IV. 일차방정식			
학습 목적		추론	연결	의사소통
	개념형성과 이해	●		
	절차적 지식			●
	문제해결			
	실생활에서 생기는 문제를 방정식으로 나타내어 풀게 함으로써 방정식이 우리 생활과 밀접한 관계를 가지고 있음을 깨달아 수학에 흥미를 갖는다.			
학습목표	TI 92의 Symbolic Math Guide를 활용하여 여러 가지 일차방정식을 풀 수 있다.			
과제 분류	closed형 (연역적 학습 활동모형)			
과제 범위	일차방정식과 그 해			
과제 설정	준비 단계	<ul style="list-style-type: none"> · (일차방정식)=0의 꼴로 나타나는 방정식을 일차방정식임을 확인한다. · 등식의 성질을 상기하면서 이항의 뜻과 일차방정식의 풀이를 이해하도록 한다. · 간단한 일차방정식에서 복잡한 일차방정식의 해를 구한다. · TI 92 Plus 계산기의 Symbolic Math Guide를 이용하여 직접 풀 것과 비교해 볼 수 있도록 한다. 		
	실행 단계	<ul style="list-style-type: none"> · 주어진 문제의 오류를 찾아내어 옳게 고쳐 본다. · Symbolic Math Guide를 이용하여 일차방정식의 해를 구해 본다. · 학생이 원하는 풀이 방법의 단계를 선택한다. · 구한 x의 값이 해가 되는지 검산하여 확인한다. · 각 조별로 여러 가지 일차방정식을 풀어 발표한다. 		

결과 평가	교사 (동료 교사와 함께 평가)	<ul style="list-style-type: none"> · 일차방정식 풀이 방법을 공식처럼 외우지 않고 문제풀이 과정의 순서에 맞게 알고리즘화하여 풀게 했는가? · 방정식이 해를 구한 후 검산을 하여 상황에 맞는 옳은 해를 구했는지 확인하는 습관을 갖도록 지도하였는가? · 여러 가지 유형의 일차방정식을 각 유형에 맞는 풀이 방법에 따라 풀 수 있도록 지도하였는가? · 학습자에게 적절한 수준의 수학적 요구였는가? · 적절한 교수 전략이었는가? · 설정한 주제를 학습자가 모두 다루었는가? · 활용된 수학개념을 학습자가 충분히 이해하였는가?
	학습자	<ul style="list-style-type: none"> · 괄호를 풀 때에는 부호를 주의하고, 괄호 속의 모든 수에 곱했는지 확인하였는가? · 등식의 성질을 충분히 이해하지 못한 채 일차 방정식을 기계적으로 암기하여 풀고 있는 것이 아닌가? · 서술내용을 보고 오류를 발견하는가? · 연필로 종이에 써서 풀이 할 때와 계산기의 버튼으로 풀 때의 차이점에 대해 느끼는가?

나. 수학활동 학습지 제작 [부록 3]

1) 수학활동 학습지 개발의 동기

- 가) TI-92로 수업하기에 적합한 중학교 수준의 학습자료가 양적, 질적으로 부족하였다.
- 나) 다양한 수업모형을 구현하는데 본 학습자료가 효과적일 것이다.
- 다) 학생들의 흥미를 이끌어 문제 해결 활동을 적극적으로 할 수 있고 자기 주도적 학습 능력을 신장시킬 수 있을 것이다.
- 라) 자신의 수준에 맞는 수학적 개념을 학습할 수 있도록 사고를 유도할 수 있을 것이다.

2) 제작 방향

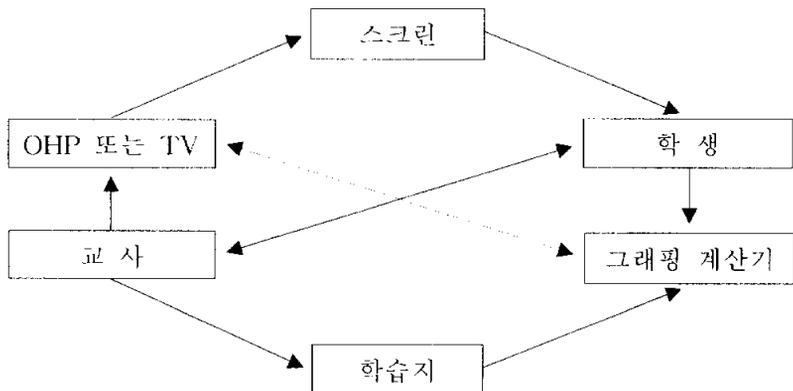
- 가) 학생들의 의도에 따라 자유롭게 조건을 바꾸어 실행 조작을 함으로써 수학적 내용에 접근 할 수 있도록 한다.
- 나) 시각적으로 관찰 할 수 있는 학습이 진행되어 학습자가 직관적으로 수학적 개념을 파악할 수 있게 한다.
- 다) 학습자의 질문에 계산기가 대수적 연산의 결과를 변화시키는 응답을 함으로써 학습자와 서로 상호작용을 가질 수 있게 한다.

다. 교수-학습의 실제

1) 교수 학습의 전략 방침

- 가) 조편성은 4인 1조로 하고, 그래핑 계산기 활용에 대한 학생의 반응과 수학활동 학습지(Worksheet) 내용의 이해력을 기준으로 편성한다.
- 나) 조별로 상호 토론하고 자료를 수집하여 학생 스스로 문제를 해결하고, 그 결과를 얻을 수 있게 한다.
- 다) 학생이 학습활동의 주체가 되고, 교사는 보조자로서 역할을 하는 수업 형태가 되도록 한다.

2) 그래핑 계산기의 활용을 위한 수업모형도



[그림 4] TI-92 활용 수업 모형도

3) 수업모형의 적용

- 가) 학습 내용을 Teacher Kit와 OHP Screen 또는 33인치 TV에 연결하여 보여줌으로써 추상적인 수학내용을 시각화하여 일차방정식의 풀이 과정을 안내 받도록 한다.
- 나) 교재의 내용을 재구성하여 학생들이 스스로 관찰하고 탐구하면서 개념을 구성해 나갈 수 있도록 한다.
- 다) 계산기 활용 수업은 주당 2시간을 연달아 90분간으로 하고 나머지 2시간은 45분 수업으로 한다.
- 라) 수학활동 학습지를 활용한 교수 학습 과정안을 [부록 4]와 같이 작성하여 활용하였다.

4) 수업관찰 내용

학생들이 방정식의 해를 구할 때 Home Mode에서 Solve로 결과만 보는 것보다 Symbolic Math Guide에서 과정을 선택하면서 해를 구하는 것을 더 선호하는 경향을 가진 학생들이 2/3정도 눈에 띄었다. 그러한 경향을 보인 학생들은 더 많이 Symbolic Math Guide를 활용하려 하였으며 계산기를 주었을 때 자신감 있게 방정식의 해를 Symbolic Math Guide로 관찰하려 하였고, 이로 인해 등식의 성질을 더 명확하게 이해하게 되었다고 말하였다. 그러나 1/3 정도는 계산기를 사용하지 않고 기계적인 방법으로 풀려고 하였다. 예를 들면, 이항을 하였을 때 부호가 왜 바뀌는지 이유를 모르고 암기 위주의 풀이를 하였다.

4.2 연구과제 2의 실행

오류의 원인을 지도 영역별로 분석한 후 오류의 경향을 유형화하여 Symbolic Math Guide를 활용하여 지도한다.

가. 영역별 학습내용 요소 분석

지도 영역과 내용, 그리고 학습계열을 파악하기 위하여 학습자에게 요구되는 학습내용의 요소를 [표 11]과 같이 분석하였다.

[표 11] 학습자에게 요구되는 영역별 학습내용 요소 분석표

내 용	학 습 내 용 요 소
방정식과 그 해	○ 방정식의 해(근) ○ 미지수 ○ 항등식
등식의 성질	○ $a=b$ 이면 $a+b=a+b$ ○ $a=b$ 이면 $a-b=a-b$ ○ $a=b$ 이면 $a \times b=a \times b$ ○ $a=b$ 이면 $a \div b=a \div b$ (단, $b \neq 0$)
일차방정식의 풀이	○ 일차방정식의 뜻과 풀이 ○ 괄호를 포함한 일차방정식의 풀이 ○ 소수, 분수가 있는 방정식의 풀이

나. 오류 유형 분석을 위한 진단평가 실시

오류 경향을 유형별로 분류하기 위하여 진단평가를 실시하였다. 풀이의 유형별로 계산 과정을 세분하여 문항을 분석하고 교과서를 참조하여 연구자가 직접 제작한 검사지를 10문항으로 구성하였다. 평가지의 제작과정은 [그림 5]와 같으며, 연구반 학생 34명을 대상으로 40분간 검사를 실시하였다.



[그림 5] 평가지의 제작 과정

다. 오류 유형의 설정

본 연구에서는 일차방정식 풀이 과정에 있어 5개의 오류 유형을 설정하였으며, 각 유형별 예를 학생들의 protocol을 이용하여 다음과 같이 제시하였다.

1) 개념적 이해 미흡 오류

일차방정식 풀이에 필요한 기본적인 개념, 이해를 몰라 전혀 문제를 풀지 못한 경우를 말한다. [그림 6]은 [그림 6]은 양변에 10을 곱할 때에 3에는 곱하지 안 했고, 동류항 계산을 할 때에도 오류가 있으며, $3x=3$ 에서 3을 나누어야 할 것을 이항과 혼돈을 하여 우변에서 3-3을 하였다.

8. $0.2x - 3 = 0.5x$

$$2x - 5x = 3$$

$$3x = 3$$

$$x = 0$$

[그림 6] 문제8에서의 protocol

2) 등식의 성질에 대한 오류

등식의 성질을 이해 못하거나 등식의 성질을 잘못 적용하는 경우를 말한다. [그림 7]은 등식의 성질을 무시한 채 양변에 상수항 -12를 나누어

6. $-3x + 7 = 8x - 5$

$$-3x - 8x = -5 - 7$$

$$-11x = -12$$

$$x = \frac{-12}{-11}$$

(2)

[그림 7] 문제6에서의 protocol

3) 이항에 대한 오류

이항의 뜻을 모르거나, 이항을 하였는데 틀린 경우를 말한다. [그림 8]은 좌·우변의 -50 과 $3x$ 를 이항 할 때에 부호를 바꾸지 않고 이항을 하여 계산을 한 오류라고 볼 수 있다.

5. $7x - 50 = 3x + 11$

$7x + 3x = -50 + 11$

$10x = -39$

$x = -\frac{39}{10}$

The student's work shows the equation $7x - 50 = 3x + 11$. They moved $3x$ to the left and -50 to the right, resulting in $7x + 3x = -50 + 11$. This is an error because the sign of -50 should have changed to $+50$ when moved. The final answer is $x = -\frac{39}{10}$.

[그림 8] 문제5에서의 protocol

4) 계산 착오로 인한 오류

계산을 잘못하여 틀린 경우, 동류항 계산이 잘못된 경우를 말한다. [그림 9]는 마지막 부분에서 $-3x = 30$ 의 양변을 -3 으로 나누었을 때 부호 계산을 잘 못하여 생긴 오류라고 볼 수 있다.

8. $0.2x - 3 = 0.5x$

$2x - 30 = 5x$

$2x - 5x = 30$

$-3x = 30$

$x = 10$

The student's work shows the equation $0.2x - 3 = 0.5x$. They multiplied both sides by 10 to get $2x - 30 = 5x$. They then moved $5x$ to the left, resulting in $2x - 5x = 30$. This is an error because the sign of 30 should have changed to -30 when moved. The final answer is $x = 10$.

[그림 9] 문제8에서의 protocol

5) 기호화에 의한 오류

정답은 맞아도 기호를 빠뜨리거나 등호를 잘못 사용하는 경우, 기초적인 대수 기호를 다루는데 있어서의 오류를 말한다. [그림 10]은 앞부분에 등호를 붙이지 말아야 할 곳에 등호를 붙인 경우이다.

1. $x + 5 = 11$

$= x + 5 = 11$

$= x = 11 - 5$

$= x = 6$

[그림 10] 문제1에서의 protocol

라. 영역별 오류 유형 분석

학업 부진의 원인을 진단하고 오류 교정을 위한 학습지도 전략안을 마련하기 위하여 일반적이고, 비교적 규칙적으로 나타나는 오류를 대상으로 오류 원인 및 경향 분석을 하였다. 계산상의 단순한 실수로 인한 오류는 분석 대상에서 제외하였으며, 오류가 얼마만큼 되어 있는가 하는 것보다는 어디에 결함이나 오류가 있는가의 오류 원인에 중점을 두고 경향을 분석하였다. 영역별로 나타난 오류 유형을 분석한 결과는 [표 12]와 같다.

[표 12] 영역별 오류 유형 분석표

단계	영역	오류 유형	오류수 (명)	비율 (%)
I	일차방정식 의 뜻과 풀이	㉠ 개념적 이해에 대한 미흡으로 인한 오류	12	17.6
		㉡ 등식의 성질에 대한 오류	10	14.7
		㉢ 이항에 대한 오류	6	8.8
		㉣ 계산의 착오에 대한 오류	4	5.9
		㉤ 기호화에 의한 오류	4	5.9
II	괄호를 포함한 방정식의 풀이	㉠ 개념적 이해에 대한 미흡으로 인한 오류	33	25.3
		㉡ 등식의 성질에 대한 오류	28	16.5
		㉢ 이항에 대한 오류	15	10.6
		㉣ 계산의 착오에 대한 오류	10	7.1
		㉤ 기호화에 의한 오류	9	5.1
III	소수, 분수가 있는 방정식의 풀이	㉠ 개념적 이해에 대한 미흡으로 인한 오류	55	53.9
		㉡ 등식의 성질에 대한 오류	14	13.7
		㉢ 이항에 대한 오류	6	5.9
		㉣ 계산의 착오에 대한 오류	25	24.5
		㉤ 기호화에 의한 오류	5	4.9

1) 오류의 원인

- 가) 명확한 개념이 형성되어 있지 못한 상태에서 수식의 반복적이고, 기계적인 계산 방법에만 익숙해져 있음으로 인하여 개념적인 이해 부족으로 인한 오류가 가장 많이 발생되고 있다.
- 나) 방정식 풀이에 대한 다양한 지도 자료의 부족과 교과서 중심의 전통적인 지도 방법에 원인이 있는 것으로 여겨진다.
- 다) 기호 조작에 대한 구체적 조작물 활용 기회의 부족으로 인한 것으로 생각된다.

2) 지도 대책

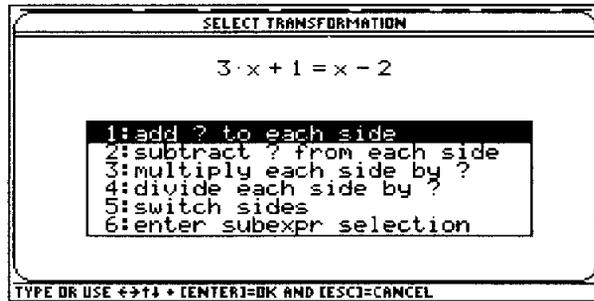
- 가) 오류의 원인에 따라서 오류 경향을 유형화하고, 자기주도적 학습전략안을 마련한다.
- 나) 개념 형성을 위해 학생들의 학습 경험을 구두 언어와 기호에 연결시키려는 지속적인 노력을 한다.
- 다) TI 92의 Symbolic Math Guide를 활용하여 풀이 과정을 안내 받을 수 있는 학습지를 개발·적용한다.
- 라) 학습자 입장에서 교재 내용의 표현을 재구성하여 학습자 스스로 쉽게 이해하고 학습할 수 있게 한다.
- 마) 학생들이 쉽게 이해할 수 있는 탐구 학습 과정안을 제작한다.

마. 오류 교정 지도 방안

대부분의 오류 원인이 명확하게 개념을 형성하지 못한 것에서 오는 것으로 판단되므로 기호 연산 실행 조작 도구를 활용한 수학 개념 형성 과정에 관하여 Bernhard Kutzler가 설명한 아래의 단계에 따라 지도하고자 하였다.

1) 문제 제시

계산기에 문제를 입력하고 [F4]를 누르면 아래 [그림 6]과 같이 나타나면 학습자는 이전에 구성된 지식 체계를 바탕으로 어떻게 풀 것인가를 생각한다.



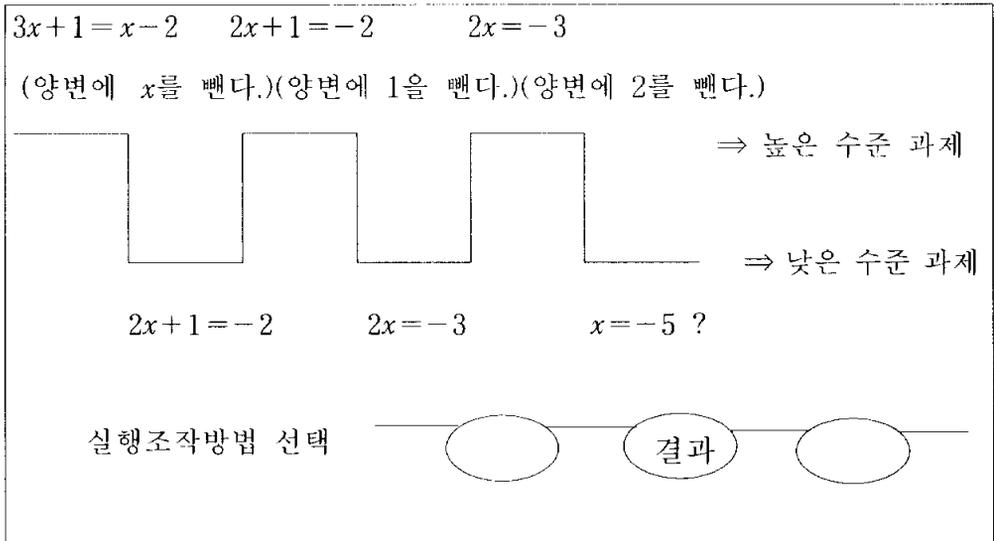
[그림 11] [F4]를 누른 화면

2) 문제 풀이 방법 선택

학습자는 영어를 모르더라도 화면의 1번을 선택했을 때의 과정과 2번을 선택하였을 때의 과정을 직접 실행하여 보면서 서로 연관성이 있다는 것을 스스로 발견 할 수 있다. 한편, 시행착오의 과정에서 대수적 알고리즘을 습득할 수 있다.

3) 과정 실행을 통한 결과 도출

문제 풀이 방법의 과정 실행인 높은 수준 과제와 그 과정에 따른 결과인 낮은 수준 과제를 분리하여 변화 과정을 구체적으로 제시함으로써 대상들의 관계에 집중하면 지식의 선택적 구성 원리가 가능하다. 기호 연산 실행 조작을 수행하는 도구를 사용하는 과정에서 학습자는 [그림 7]과 같은 과정으로 구성한다. (부산대, 2001)



[그림 12] 도구를 활용한 실행 조작

4) Symbolic Math Guide를 활용한 오류 교정지도 내용

대체로 개념 이해의 오류를 보인 학생은 절차적 처리 기술의 오류도 범하는 경향을 보였다. 따라서, 암기와 숙달에 앞서 개념과 원리에 대한 완전한 이해가 전제된 후에 방정식 풀이를 숙달시키는 것이 필요한 것이다. 다음은 학생이 틀린 문제에 대하여 Symbolic Math Guide를 활용하여 개념 형성 오류 지도와 절차적 오류를 지도할 때 본 연구자와 학생간의 토의 중 일부이다.

가) 개념 형성 오류 지도

T: 네가 틀린 문제를 계산기의 Symbolic Math Guide를 이용하여 과정을 알아보자. 프로그램을 열어 식을 입력하여 보렴.

S: 예. (아래 그림과 같이 프로그램을 열어 식을 입력한다.)

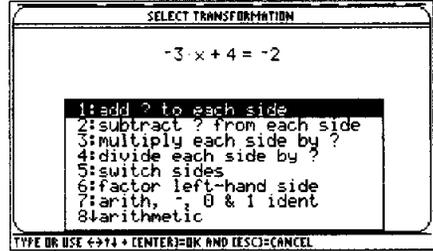
T: 먼저 무엇을 해야 될까?

S: 좌변의 4를 오른쪽으로 이항을 해야 돼요.

T: 이 계산기에는 이항이라는 것이 없는데 어떻게 하지?

그 대신에 [F4]를 눌러 찾아보렴 해
를 구하는 방법이 있을 테니까?

S: ([F4]를 누르고 생각한다.) 1번을 해
볼까요?

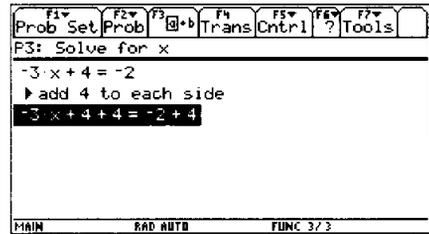


T: 그래. 한 번 해보렴.

S: ([Enter]하고 4를 누르고 [Enter], [Enter]를 누른다.) 어, 양변에 4씩 더해지는
데요.

T: 그렇게 되면 어떻게 될까?

S: 좌변의 상수항이 자꾸 커지는데요.
[F4]의 2번을 해볼까요?



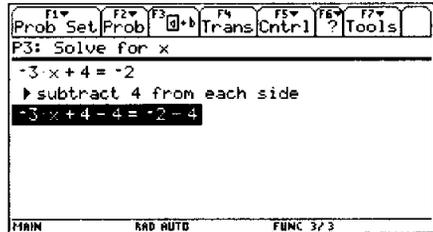
T: 그래. 스스로 찾아봐.

S: (커서를 위로 올려 원래의 식 $-3x + 4 = -2$ 위에 놓고 [F4]를 누르고
2번을 선택하여 4를 누르고 [Enter], [Enter]를 누른다.) 어, 양변에 4씩 빼지
네요. 2번이 맞네요.

T: 그래. 잘했어.

S: 선생님 그러면, 1번은 안되나요?

T: 글썸. 뭘 것도 같은데. 한 번 찾아볼
래?



S: (커서를 다시 위로 올려 원래의 식 $-3x + 4 = -2$ 위에 놓고 [F4]를 누
르고 1번을 선택하여 많은 숫자를 누르면서 찾아본다.) 선생님 못 찾겠
어요. 힌트 하나만 주세요.

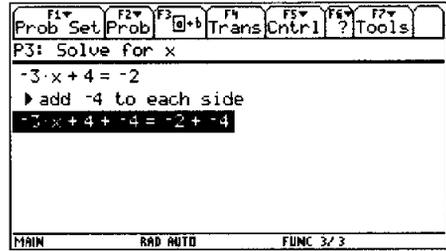
T: 반대로 생각을 하여 보렴.

S: 어떻게요?

T: 양수의 반대 숫자는 무엇이지?

S: (-4를 올려본다.) 아하, -4를 더하면
되는구나?

T: 잘했어. 4를 빼다는 의미와 4를 더
한다는 의미는 같다는 사실을 유리
수의 뺄셈에서 배웠잖아.

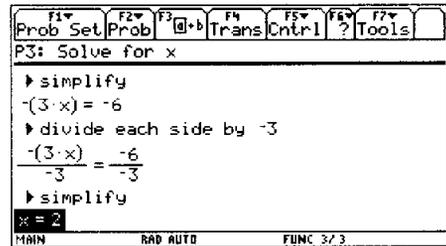


S: 기억나요. 선생님, 다음 단계는 어떻게 하면 되나요.

T: 그것도 [F4]를 눌러서 생각해 보렴.

S: (커서를 $-3x = -6$ 위에 놓고 [F4]를 누르고 3번을 선택하여 찾아본다.)

3번은 양변에 숫자가 곱하여 저서 숫자가 자꾸 커지는데요. 4번을 눌러
찾아보겠습니다. ([F4]의 4번을 선택
하여 찾아본다.) 4번은 양변에 숫자
가 나누어지네요. 양변을 나누는 것
이 맞네요. 【교정】



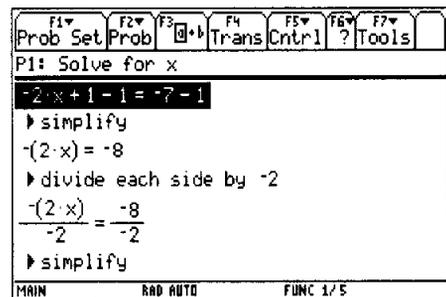
나) 절차적 오류 지도

S: 선생님, 숫자가 넘어가면 부호가 바뀌지않아요.

T: 글썸다. 모든 수가 그렇지는 않을텐데. 다른 문제를 입력하여 찾아보렴.
뺄셈과 음수는 다를 텐데?

S: (새로운 문제를 만들어 찾아본다.)

아하, 덧셈, 뺄셈은 등호를 넘어가서
반대로 계산하면 되고, x 앞의 숫
자는 곱셈이 생략되었으므로 나누
어야 되는군요. 【교정】



V. 연구 검증 결과 및 분석

5.1 검증 내용 및 방법

일차방정식 풀이에서 Symbolic Math Guide를 활용하여 오류를 교정하고 일차방정식 풀이 능력이 얼마나 신장되었나를 알아보기 위하여 학생들이 작성한 학습지의 기록내용, 수업관찰록, 학생들과의 면담, 성취도 평가를 통하여 검증을 하였다.

[표 13] 검증 내용 및 방법

항 목	검 증 내 용	검증 방법	대상	시기
학업성취도 변화	성적 비교 변화	*1학기 중간·기말고사 성적의 평균과 표준편차 전후 비교	연구반 (34명)	'02년 5월 7월
수학의 정의적 특성에 대한 학생의 반응	흥미도, 이해도, 참여도 학습의욕의 변화, 학력신장에 미친 효과	*설문지를 통한 백분율 비교 분석	"	11월
학습지에 대한 학생의 반응	학습지의 수준, 분량	"	"	"
수업에 대한 학생의 반응	흥미도, 이해도, 쉬운 이유, 어려운 이유	"	"	"
90분 수업에 대한 학생의 반응	만족도, 필요성, 필요한 이유, 불필요한 이유	"	"	"
T1-92 수업에 대한 학생의 소감 및 의견	자기평가, 찬성 의견, 반대 의견	소감문 분석	"	3월 ~ 11월
교사의 수업관찰 및 정리	동료교사의 수업관찰, 연구자의 수업관찰	수업관찰록 분석	교사	"

5.2 검증 결과

가. 학업성취도 변화

TI-92 그래핑 계산기를 활용한 수업이 수학과 학력 신장에 미치는 영향을 알아보기 위하여 본교의 1학기 중간고사와 기말고사 점수의 평균과 표준편차는 [표 14]와 같이 나타났다.

[표 14] 학업성취도 사전·사후 검사 점수의 비교

집 단	사 전 검 사(중간)			사 후 검 사(기말)		
	학생수	평균	표준편차	학생수	평균	표준편차
연구반	34	57.3	26.5	34	65.4	22.8

<분석> 평균은 사전검사 보다 사후검사가 8.1점 향상되었다. 그리고 사후검사의 표준편차가 낮은 것으로 보아 계산기를 활용한 수업 후 점수의 분포가 평균을 중심으로 모여있는 것으로 나타났다. 이는 일차방정식 단원의 수업에서 계산기의 Symbolic Math Guide를 활용한 수업이 학생들의 학력 신장에 효과가 있었다고 볼 수 있다.

나. 수학의 정의적 특성에 대한 학생의 반응도

계산기를 활용한 수업에 대한 정의적인 특성에 대한 학생의 반응도를 알아보기 위하여 설문지 조사를 실시한 결과 및 분석은 [표 15]와 같다.

[표 15] 수학의 정의적 특성에 대한 학생의 반응도

(N=34)

설문 영역	설문내용	응답자수(명)	응답율(%)
계산기 수업의 흥미도	아주 재미있었다.	7	20.6
	재미있었다.	19	55.9
	그저 그렇다.	5	14.7
	재미 없었다.	1	2.9
	아주 재미없었다.	2	5.9
계산기를 수업의 수업내용에 대한 이해도	너무 잘 이해되었다.	2	5.9
	잘 이해되었다.	16	47.0
	보통으로 이해되었다.	10	29.4
	잘 이해 되지 않았다.	4	11.8
	전혀 이해 되지 않았다.	2	5.9
계산기 수업에 대한 참여도	아주 적극 참여하였다.	4	11.8
	적극 참여하였다.	17	50.0
	보통 적극 참여하였다.	7	20.6
	잘 참여하지 않았다.	5	14.7
	전혀 참여하지 않았다.	1	2.9
계산기 수업으로 인한 학습의욕의 변화	학습의욕이 높아졌다.	24	70.6
	별로 차이가 없었다.	7	20.6
	학습의욕이 떨어졌다.	4	11.8
계산기 수업이 학력신장에 미친 효과	효과가 많이 있었다.	6	17.7
	효과가 조금 있었다.	22	64.7
	전과 변함이 없었다.	3	8.8
	전보다 효과가 더 없었다.	2	5.9
	효과가 전혀 없었다.	1	2.9

<분석> 계산기를 활용한 수업의 흥미도는 '아주 재미있었다.'와 '재미 있었다.'가 76.5%로 연구전 수학교과 흥미도 조사의 59% 보다 17.5% 향상되었다. 수업내용에 대한 이해도 반응에서는 54.9%가 이해가 잘된 것으로 반응하였다. 수업에 참여한 정도는 61.8%가 적극적으로 참여하였다고 하였으며, 학습의욕의 변화는 70.6%가 학습의욕이 높아졌다고 하였다. 계산기 수업이 학력신장에 미친 효과는 82.4%가 효과가 있었다고 하였다. 이는 기호 연산 조작이 가능한 새로운 수업매체인 TI 92 계산기의 활용으로 학생들의 흥미를 자극하여 적극적인 수업참여와 스스로의 탐구·조

작활동이 학생들의 수업내용 이해를 도와 학습의욕을 높여주었다고 볼 수 있다.

다. 학습지 제작 활용에 대한 학생의 반응도

학습지의 제작 활용에 대한 만족도를 알아보기 위하여 설문조사를 실시한 결과 및 분석은 [표 16]과 같다.

[표 16] 학습지의 제작 활용에 대한 학생의 반응도 (N=34)

설문 영역	설문내용	응답자수(명)	응답율(%)
학습지의 수준	매우 쉬운 편이었다.	3	8.8
	쉬운 편이었다.	4	11.8
	적당한 편이었다.	19	45.9
	어려운 편이었다.	7	30.6
	아주 어려운 편이었다.	1	2.9
90분 수업으로서의 학습지 분량	매우 적절하였다.	3	8.8
	적절하였다.	20	58.8
	그저 그렇다.	8	23.5
	많았다.	2	5.9
	매우 많았다.	1	2.9

<분석> 계산기 활용을 위한 학습지의 수준이 쉽고 적당하였다가 66.5%나 되었으며, 90분 수업으로서의 학습지분량은 적절하였다고 응답한 학생이 67.6%에 달하였다. 그러나, 33.5%는 어렵다고 답하여 더 쉽고 새로운 학습지의 개발 연구가 필요하다.

라. Symbolic Math Guide를 활용한 수업에 대한 학생의 반응도

[표 17] Symbolic Math Guide를 활용한 수업에 대한 학생의 반응도

설문 영역	설문내용	응답자수(명)	응답율(%)
Symbolic Math Guide를 활용한 수업의 흥미도	아주 재미있었다.	7	20.6
	재미있었다.	16	47.1
	그저 그렇다.	7	20.6
	재미없었다.	3	8.8
	아주 재미없었다.	2	5.9
Symbolic Math Guide를 활용한 수업의 이해도	매우 이해가 잘 되었다.	2	5.9
	이해가 잘 되었다.	15	44.1
	보통이다.	13	38.2
	이해가 잘 안 되었다.	2	5.9
	전혀 이해가 안 되었다.	2	5.9
Symbolic Math Guide로 한 수업이 쉬운 이유	과정을 안내하여 주기 때문	11	55.0
	등식의 성질로 풀기 때문	5	25.0
	정답 확인을 즉각하기 때문	1	5.0
	탐구활동에 도움을 줌으로	3	15.0
Symbolic Math Guide로 한 수업이 어려운 이유	영어로 되어 있어서	9	52.9
	과정이 복잡하여	5	29.4
	처음 해보는 것이어서	3	17.7

<분석> Symbolic Math Guide를 활용한 수업이 재미있었다고 응답한 학생이 67.7%로 나타났다. 수업의 이해도의 질문에는 ‘이해가 잘되었다.’고 응답한 학생이 50%이고 ‘보통이다.’라고 응답한 학생이 38.2%로 나타난 것은 교수·학습 지도 방법에 더 많은 연구가 필요하다. 과정을 안내하여주기 때문에 Symbolic Math Guide를 활용하는 수업이 쉽다고 하였고, 중학교 1학년 학생들에게는 영어로 되어 있어서 어려운 것으로 나타났다. 메뉴가 한글화로 되어 있으면 더 쉽게 접근이 가능할 것이다.

마. 90분 수업에 대한 학생의 반응도

[표 18] 90분 수업에 대한 학생의 반응도

(N=34)

설문 영역	설문내용	응답자수(명)	응답율(%)
계산기로 90분 수업을 한 것에 대한 만족도	아주 좋았다.	4	11.8
	좋았다.	13	38.2
	별로 모르겠다.	13	38.2
	만족하지 않는다.	2	5.9
	전혀 만족하지 않는다.	2	5.9
계산기 수업의 90분 수업에 대한 필요성	반드시 필요하다.	3	8.8
	필요하다.	18	52.9
	별로 모르겠다.	10	29.4
	필요하지 않는다.	2	5.9
	전혀 필요 없다.	1	2.9
90분 수업이 필요한 이유	과제를 1시간만에 해결 못하므로	16	51.6
	교실 이동하기가 귀찮아서	9	29.0
	계산기 정리하기가 귀찮아서	6	19.4
계산기 수업의 적당한 시간	1주일에 4시간 전부	3	8.8
	1주일에 3시간	9	26.5
	1주일에 2시간	13	38.2
	1주일에 1시간	3	8.8
	필요한 경우에만	6	17.7

<분석> 90분 수업에 대해 만족하는 학생이 50% 정도 밖에 되지 않는 것으로 보아 90분 수업에 대한 연구가 필요하다. 반면, 51.6%는 과제해결을 위하여 90분 수업이 필요하다고 응답하였다. 90분 수업이 불만인 이유는 지루하고, 학습의 집중도가 떨어지기 때문이라고 응답하였다. 계산기 수업의 주당 시간은 2~3시간을 선호하였다.

마. 계산기 활용시의 유의점

본 연구에서 드러난 수학 교수·학습에서 계산기를 활용한 수업의 한계와 유의점을 살펴보고자 한다. 첫째, 학교 수학의 전통적인 표기 방식과 계

산기의 표기 방식에서의 차이점이 학생들에게 혼란을 야기할 수 있다. 예컨대, 일차방정식 $2x+3=7$ 을 TI 92 계산기의 Home Mode에서 풀려고 할 때, 양변에 3을 빼면 계산기 화면에 $(2x+3=7)-3$ 으로 나타난다. 어떤 학생들은 지필 환경에서 $2x+3=7-3$ 으로 푸는 학생을 발견하였다. 둘째, 학습해야 할 수학 내용보다는 교수·학습을 보조하는 도구인 계산기로 관심이 집중되는 메타인지 이동²⁾이라는 극단적인 교수학적 현상이 발생할 위험이 있다. 실제로 본 연구자가 수업을 진행하는 동안에도 이러한 현상이 종종 발생하였다. 설명에 집중해야 하는 시간임에도 불구하고 몇몇 학생들은 계산기를 조작하는 것에만 열중하였다. 학습에 방해가 되는 메타인지 이동 현상이 일어나게 해서는 안될 것이다. 셋째, 학생들이 계산기를 흥미로워 한다는 이유로 수학 학습을 학생들에게 계산기와 학습지만 맡겨 두어서는 곤란하다. 계산기 활용 시간을 너무 많이 주었더니 학생들의 통제 위험이 들었고, 장난하고 노는 학생들이 많이 생겨 본시 학습의 목표를 달성하지 못하는 시간이 많았다. 교사의 적절한 설명과 학생들의 계산기 활동이 함께 잘 조화되었을 경우에 계산기의 효과가 배가된다고 할 수 있다.

한편, 본 연구자는 계산기 활용 수업을 성공적으로 이끌기 위해서는 무엇보다도 교사의 치밀한 사전 계획과 준비가 필요하다는 사실을 알 수 있었다. 사전 준비가 철저하면 수업 시간에는 교사의 역할은 주로 보조자의 역할을 하면 된다.

2) 메타인지 이동이란 교사의 교수학적 노력의 초점이 수학적 지식에 있는 것이 아니라 이를 교수하기 위한 모델에 있는 경우이다. 예를 들어 색깔 단추를 이용하여 양수와 음수의 개념을 도입할 때, 수학적 의미가 그러한 모델에 묻혀 버리는 경우를 말한다. 메타인지 이동은 학생의 개인화/배경화의 과정을 용이하게 하는 반면에 학생의 수학을 수학자의 수학과는 사뭇 다른 형태로 이끌 수 있는 위험성이 있다. (Balacheff, 19970)

VI. 결론 및 제언

6.1 결론

본 연구의 연구 과정과 연구 결과의 검증을 통하여 얻어진 결론은 다음과 같다.

- 가. 방정식의 해를 구할 때 Home Mode에서 Solve로 결과만 보는 것 보다 Symbolic Math Guide에서 과정을 선택하며 해를 구하는 것을 더 선호하였다.
- 나. 교과서 내용을 재구성한 수학활동 학습지의 사용으로 개인차에 따른 일차방정식 풀이의 오류를 줄일 수 있었다.
- 다. 수학활동 학습지는 자기주도적으로 수학적 개념 형성과 자기 반성, 동기유발, 그리고 수학의 가치와 수학에 대한 태도, 학습자의 정서적 변화 상태를 관찰 할 수 있었다.
- 라. 지필 환경에서 보다 계산기의 실행조작으로 인한 교수·학습이 대수적 알고리즘을 잘 이해하였다.
- 마. 학생들로 하여금 수학에 대한 태도, 흥미 유발, 자신감과 긍정적인 생각을 가질 수 있게 하였다.

6.2 제언

이상의 연구 결과를 바탕으로 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

- 가. 본 연구에서는 이미 형성된 수학적 오류들에 대한 교정을 위해 교육용 테크놀로지를 활용한 교수학적 환경의 변화를 시도하였다. 이 과정

에서 기존의 오류들이 어느 정도 교정되기는 하였으나, 반면에 새로운 오류들이 발생하기도 하였다. 그러므로 테크놀로지가 지닌 교수학적 한계점을 인식하고 새로운 교수학적 환경하에서의 오류를 교정하기 위한 교사의 역할에 대한 논의가 더 이루어져야 한다.

나. 기존의 계산력 위주의 대수교육에서 탈피하여 테크놀로지를 활용한 수업이 창의력과 문제해결력을 키우기 위해서는 학습목표에 도달할 수 있는 Open형 과제의 학습지 개발이 필요하다.

다. 테크놀로지를 도입한 교수학적 환경은 학생들로 하여금 일상적인 경험과 형식적인 수학의 세계를 의미 있게 연결시킬 수 있게 할 뿐만 아니라, 학교수학에서 다룰 수 있는 문제의 영역을 확장시키고 그 내용을 재배열화 시키는데 영향을 줄 수 있다. 그러므로 기존의 지필환경하에서 전개되었던 수학 학습 내용을 테크놀로지적 환경에 맞도록 재구성하는 연구가 체계적으로 이루어져야 할 것이다.

라. 계산기를 활용한 방정식 풀이기법이 학생들에게 좀더 유용하려면 테크놀로지를 활용하는 수학교육 방법에 대한 교사의 신념의 변화가 필요하므로 교사의 전문성 향상을 위한 효율적인 교사 재교육의 기회가 필요하다.

마. 대수 교육의 새로운 장을 열게 하는 소프트웨어와 하드웨어가 우리의 기술과 언어로 제작되어 학교교육 현장에 보급될 수 있도록 다방면의 지원과 협조가 요구된다.

참고문헌

- [1] 강옥기(2000), 수학과 학습지도와 평가론, 서울, 경문사.
- [2] 고상숙(2000), 우리의 현장은 변하고 있는가? 수학수업에서 교사의 낭면과제, 대한수학교육학회 2000년도 추계 수학교육학연구발표대회 논문집, PP. 87-111.
- [3] 김부유 외 3인(1998), 중등수학교육에서 Symbolic Graphing Calculator를 활용한 수업모형과 IT's 작성, 대한수학교육학회 1998년도 추계 수학교육학연구발표대회 논문집, PP. 325-347.
- [4] 김재관(2000), 오류원인 분석에 따른 오류유형별 단계적 지도가 『분수 계산능력 향상』에 미치는 영향, 한국교총 현장교육연구보고서.
- [5] 김정희(2000), 그래픽 계산기를 활용한 수학기념 연계 지도의 실제, 부경대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- [6] 김차숙·류희찬(2002), 중학교 1학년 학생들의 일차방정식에 대한 오류 분석과 교정에 관한 연구, 대한수학교육학회 2002년도 동계 수학교육학연구발표대회 논문집, PP. 405-426
- [7] 나귀수(1999), 그래프 계산기를 활용한 수학 부진아 지도, 대한수학교육학회 1999년도 춘계 수학교육학연구발표대회 논문집, PP. 345-362.
- [8] 류희찬(1998), 컴퓨터를 활용한 수학교육의 이론과 실제, 대한수학교육학회 1998년도 추계 수학교육학연구발표대회 논문집, PP. 29-43.
- [9] 박용범 외 2인(1999), 수학기념의 자기주도적 구성을 위한 교수·학습 모델 개발, 한국수학교육학회지 시리즈E 수학교육논문집, 제9집, PP. 97-114.
- [10] 부산대학교 부설 중등교육연수원(2001), 제7차 교육과정에서 그래픽 계산기(TI-92)의 수학과 교수·학습의 실제 심화과정 교재, 부산대학교.
- [11] 신도고등학교(2001), 멀티미디어 환경을 이용한 수학과 교실수업개선 방안, 연구학교 운영 보고서, 신도고등학교.
- [12] 신동선·류희찬(2000), 수학교육과 컴퓨터, 서울 ; 경문사.
- [13] 이월숙(2002), 그래픽 계산기 활용 및 학습과제를 통한 함수 영역의 이해력 증진, 한국교총 현장교육연구보고서.
- [14] 이종영(1999), 컴퓨터 환경에서의 수학 학습-지도에 관한 교수학적 분석, 서울대학교 대학원 박사학위 논문.
- [15] 장경윤(1998), 대수교육에서의 컴퓨터 활용과 전망, 대한수학교육학회 1998년도 추계 수학교육학연구발표대회 논문집, PP. 45-64

- [16]허만성(2001), 중등학교 수학교실에서 컴퓨터 대수와 동적기하를 포함한 Tool 과 그 개념을 활용한 Technology에 관한 연구, 대한수학교육학회 2001년도 추계 수학교육연구발표대회 논문집, PP. 961-982.
- [17]Bernhard, K.(1999), *Hand-Held Technology in Mathematics and Science Education*. A Collection of papers. Edward d. Laugbaum(Ed.). The Algebraic Calculator as a Pedagogical tool for Teaching Mathematics.
- [18]Balacheff, N., Cooper, M., Shutherland, R., & Warfield,V.(1997), *Theory of Didactical Situation in Mathematics*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- [19]Helmut, H.(1999), The Necessary fundamental algebraic competence in the age of Computer Algebra System, *Proceedings of the 5th ACDC Summer Academy*.
- [20]Kaput, J., Roschelle, J.(1999), *The Mathematics of change and variation form a millennial perspective: New content, new context*. In C. Hoyles, C. Morgan, G. Woodhouse (Eds.). Studies in Mathematics Education Series 10, Rethinking the Mathematics Curriculum. London. Falmer press.
- [21]Texas Instruments(1995), *TI-92 Graphing Calculator Guidebook*, Texas Instruments.
- [22]Texas Instruments(2000), *TI-89/TI-92 Plus Guidebook, Symbolic Math Guide*, Texas Instruments.

부록 차례

[부록 1] 학생들의 수학과 학습 실태에 대한 설문조사-학생용	1
[부록 2] 일차방정식에 대한 진단평가	2
[부록 3] 수업에 활용한 수학활동 학습지 (Closed형)	3
[부록 4] 수학활동 학습지 자료를 활용한 교수-학습 과정안	5
[부록 5] 결과 분석을 위한 학생용 설문지	8
[부록 6] 학생이 작성한 자기 평가지	10
[부록 7] 학생이 작성한 수학활동 학습지 결과물 (앞면)	11
[부록 8] 학생들이 작성한 수학활동 학습지 결과물 (뒷면)	12
[부록 9] 그래핑 계산기를 활용한 수업에 대한 학생의 의견	13

[부록 1] 학생들의 수학과 학습 실태에 대한 설문조사 - 학생용

본 설문지는 학생들의 수학교육에 대한 흥미도와 학습실태를 조사하여 선생님의 수업지도 방향에 대하여 연구하기 위한 것입니다. 해당 번호에 V 표시하여 주시기 바랍니다.

2002년 3월 수학 선생님이

1. 나는 수학문제를 풀면 신이 난다.
① 그렇다. ② 중간이다. ③ 그렇지 않다.
2. 나는 수학문제를 풀 때, 내가 푼 방법과 다른 학생들이 푼 방법이 다를 때가 많다.
① 그렇다. ② 중간이다. ③ 그렇지 않다.
3. 나는 수학에 대하여 좋은 느낌을 가지고 있다.
① 그렇다. ② 중간이다. ③ 그렇지 않다.
4. 나는 금방 답이 나오지 않는 문제를 푸는 것을 좋아 한다.
① 그렇다. ② 중간이다. ③ 그렇지 않다.
5. 나는 수학 문제를 다양한 방법으로 풀기를 좋아 한다.
① 그렇다. ② 중간이다. ③ 그렇지 않다.
6. 나는 정답이 나올 때까지 열심히 푸는 성질을 가지고 있다.
① 그렇다. ② 중간이다. ③ 그렇지 않다.
7. 누구나 수학을 배워야 된다고 생각한다.
① 그렇다. ② 중간이다. ③ 그렇지 않다.
8. 나는 수학을 잘하는 친구를 좋아 한다.
① 그렇다. ② 중간이다. ③ 그렇지 않다.
9. 나는 수학을 응용하는 직장에서 일하고 싶다.
① 그렇다. ② 중간이다. ③ 그렇지 않다.
10. 수학 과목을 싫어하는 이유는 ?
① 학습을 도와주는 사람이 있다. ② 모르면 그대로 넘어간다.
③ 친구의 것을 보고 한다. ④ 참고서를 보고 한다. ⑤ 기타
11. 스스로 수학 공부를 하다가 모르는 문제가 있으면 어떻게 하나요?
① 다닌다. ② 다니지 않는다.
12. 수학교육을 컴퓨터로 해 보고 싶은가?
①전혀 그렇지 않다. ②그렇지 않다. ③보통이다.④그렇다.⑤정말 그렇다.

[부록 2] 일차방정식에 대한 진단평가

본 평가는 학생들의 일차방정식에 대한 오류를 진단하여 그 방안을 모색하기 위한 연구용입니다. 주어지는 시간은 20분 이내입니다.

2002년 3월 수학 선생님이

※ 다음 일차방정식을 풀이하십시오. (반드시 계산 과정을 1개 이상 기술하십시오.)

1. $x+5=11$	2. $x-3=7$
3. $3x=-9$	4. $-\frac{x}{4}=3$
5. $7x-50=3x+11$	6. $-3x+7=8x-5$
7. $4(x-1)=2x+8$	8. $0.2x-3=0.5x$
9. $\frac{x-8}{5}=\frac{x}{3}$	10. $\frac{1}{2}x-0.75x=\frac{2x-7}{6}$

[부록 3] 수업에 활용한 수학활동 학습지 (Closed형)

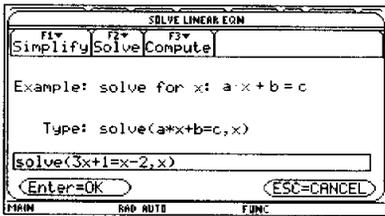
()조 ()역할

분류기호	단원명	학습 주제	학습일자	학번	이름
1-IV-2	IV.일차방정식의 풀이	Symbolic Math Guide를 이용한 일차방정식 풀이 1	월		
소요시간			일		
90분			교시		

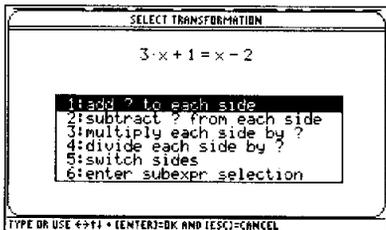
1. symbolic Math Guide를 이용해 일차방정식

$3x + 1 = x - 2$ 을 풀어보자.

1) 아래와 문제를 입력한다.



2) [F4]Trans를 누르고 과정을 생각한다.



3) 선택한 내용과 그 결과를 적는다.

양변에 1을 빼면, $3x + 1 - 1 = x - 2 - 1$

간단히 하면, $3x = x - 3$

양변에 x 를 빼면, $3x - x = x - 3 - x$

간단히 하면, $2x = -3$

양변에 2를 나누면, $x = -\frac{3}{2}$

OK

▶[AIPS]를 눌러 1: FlashApps...

EnterJ

Symbolic Math Guide ▶New Variable에 파일명 저장

EnterJ, EnterJ,

F2, 1:New Problem 선택,

F2, 1:Linear Eqn 선택

▶활용 방법

A. 문제 입력

B. [F4] Trans를 누른다.

C. 풀이 방법의 단계 선택

결과 확인

D. 간단히(simplify)하고자 할 때

는 EnterJ

E. 단계 선택이 잘못된 부분이

발견되면, 그 부분에 cursor를

두고, [F1] 7: Delete Step을

이용해 삭제

F. 다른 풀이 방법을 적용해

보고자 할 때는 그 부분에

cursor를 두고, [F4] 선택

G. 구해진 x 의 값이 해가 되는

사 [F7] 6:Verify Solution으로

검산

2. 다음 일차방정식 $2x - 3 = 5$ 를 풀어보자.

풀이방법	결과

· 구해진 x 의 값이 해가 되는지 [F7] 6: Verify Solution으로 검증하자.

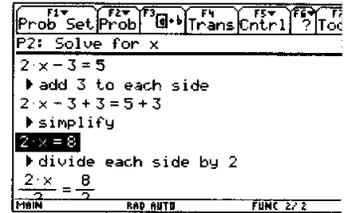
3. 일차방정식 $x + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ 을 풀어라.

풀이방법	결과

4. 일차방정식 $4(x+1) = 2x+8$ 의 풀이방법과 결과를 위의 처럼 기술하여 보자.

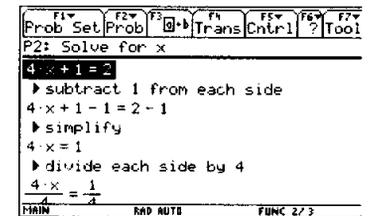
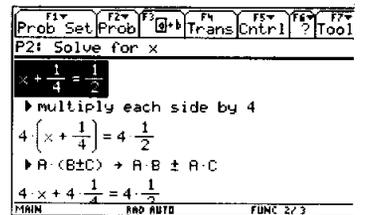
2.

▶ [F2] 1: New Problem Enter]

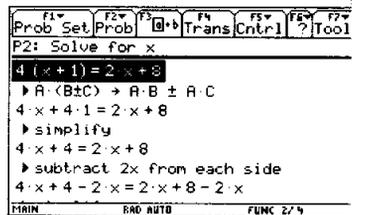


3.

▶ [F2] 1: New Problem Enter]

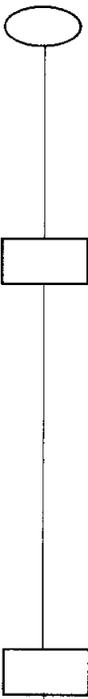


4.



[부록 4] 수학활동 학습지 자료를 활용한 교수-학습 과정안

단 원	IV. 일차방정식 3. 일차방정식의 풀이	차 시	4~5/12
학습목표	· TI-92의 Symbolic Math Guide를 활용하여 여러 가지 일차방정식을 풀 수 있다.		
학습자료	· TI 92 그래핑 계산기 · 프로젝션 TV · 수학활동 학습지	학습형태	일제학습, 협동학습, 개별학습

단 계	시 간	학습 흐름	교수-학습 활동		자료 및 유의점
			교 사	학 생	
시작	5'	 <ul style="list-style-type: none"> ◆ 인사 ◆ 학습 분위기 조성 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ 인사 ◆ 조별로 앉는다. - 8개조(이질집단) 	<ul style="list-style-type: none"> · 프로 젝션 TV · PPT 자료 	
도입 (전체)		<ul style="list-style-type: none"> ◆ 전시 학습 확인 ◆ 학습목표 제시 ◆ 수학활동 학습지 배부 및 학습할 내용 설명 ◆ TI-92 계산기 배부 프로그램 열기 설명 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ 파워포인트를 보면서 지난 시간에 배웠던 방정식과 해, 등식의 성질을 상기하고 확인한다. ◆ 학습목표 확인 ◆ 수학활동 학습지의 내용을 확인한다. ◆ TI-92의 작동 여부 및 Symbolic Math Guide 프로그램이 열리는지 확인한다. 		
준비 (전체)	5'	<ul style="list-style-type: none"> ◆ 과제해결에 필요한 TI-92 계산기 Key 사용법을 설명한다. 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ 과제해결에 필요한 TI-92 계산기의 Key 사용법을 익힌다. 	<ul style="list-style-type: none"> · 학습지 · TI-92 	

단 계	시 간	학습 흐름	교수-학습 활동		자료 및 유의점
			교 사	학 생	
실 행	35'		<ul style="list-style-type: none"> ◆ 보조학생 배치 ◆ $x+6=12$의 예를 들어 [F4]의 기능에 대하여 설명한다. ◆ 이해하지 못한 조의 조장에게 방법을 제시한다. ◆ 수학활동 학습지를 해결한 조를 확인하면서 보충 설명해 준다. 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ 학습지를 보면서 교사의 설명대로 계산기로 하여 본다. 1. $2x-1=5$의 풀이를 관찰하고 풀이 과정을 학습지에 기록한다. 2. $x+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$의 풀이를 관찰하고 풀이 과정을 학습지에 기록한다. ◆ 수학활동 학습지를 완성한 조는 문제를 만들어 탐색한다. 	<ul style="list-style-type: none"> · TI-92 · 학습지 · 순회하며 동료 학생간의 원만한 협동학습이 이루어지도록 격려
				<ul style="list-style-type: none"> ◆ 수학활동 학습지의 관찰 내용을 조별로 발표하도록 한다. $2x-1=5$의 풀이 $x+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$의 풀이 ◆ 1,2,3조는 문제1), 4,5,6조는 문제2), 7,8조는 문제3) 풀게 한다. ◆ 임의로 한 조의 한 학생을 지명하여 풀이 과정을 화면에 제시하여 설명하도록 함. 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ 수학활동 학습지에 따라 관찰한 내용을 발표한다. ◆ 조별 발표를 통해 다른 조와 비교한다. ◆ 오류를 찾아내어 옳게 고친다. ◆ 1,2,3조는 문제1), 4,5,6조는 문제2), 7,8조는 문제3)을 푼다. ◆ 임의로 지명된 학생은 TI-92를 직접 조작하여 TV로 화면에 제시하고 설명.

단 계	시 간	학습 흐름	교수-학습 활동		자료 및 유의점
			교 사	학 생	
적용	35'	<ul style="list-style-type: none"> ◆ 괄호를 포함한 방정식을 풀 때에는 분배법칙을 이용하여 괄호를 먼저 풀고, 등식의 성질을 이용하여 TI-92를 활용하여 풀이하고 설명한다. 예) $4(x-1) = 2x+8$ ◆ 소수가 있는 방정식은 양변에 알맞게 곱하여 소수를 정수로 고쳐서 푸는 예를 TI-92를 활용하여 설명한다. 예) $0.2x-3 = 0.5x$ ◆ 일차방정식 풀이를 퍼즐 형식의 게임으로 된 문제를 풀게 한다. ◆ 퍼즐의 정답을 공개한다. 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ 교사의 설명대로 같이 TI-92로 하여 본다. -조원들 끼리 서로 오류를 비교한다. ◆ 각자의 오류를 교정 보완한다. ◆ 각자 문제를 만들어 풀어 본다. ◆ 풀이 방법의 단계를 생각하여 선택한다. ◆ 일차방정식 풀이를 퍼즐 게임으로 풀어 본다. ◆ 퍼즐의 정답을 확인한다. 	<ul style="list-style-type: none"> · 학생들이 작성하는 학습지를 관찰하여 이해정도 파악 · PPT 자료 · 프로젝션 TV · TI-92 · 퍼즐게임 문제지 	
정리 및 차시 예고	10'	<ul style="list-style-type: none"> ◆ 지금까지 배운 내용을 요약 정리하고 질문을 받는다. ◆ 계산기 정리 지도 ◆ 차시 학습 예고 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ 수업한 내용을 정리하고 의문 사항을 질문 한다 ◆ 계산기 정리 ◆ 차시 학습 확인 	<ul style="list-style-type: none"> · PPT 자료 	

[부록 5] 결과 분석을 위한 학생용 설문지

지금까지 실시한 계산기 수업을 반성하고 다음 수업을 준비하기 위한 자료를 사용하고자 합니다. 성실하게 당해 주시기 바랍니다. (해당하는 번호에 V 표시 하세요.)

2002년 10월

1. 계산기를 활용한 수업이 재미있었는가?
① 아주 재미있었다. ② 재미있었다. ③ 그저 그렇다.
④ 재미없었다. ⑤ 아주 재미없었다.
2. 계산기를 활용한 수업이 학습 내용에 대해 어느 정도 이해가 되었는가?
① 너무 잘 이해되었다. ② 잘 이해되었다. ③ 보통으로 이해되었다.
④ 잘 이해되지 않았다. ⑤ 전혀 이해되지 않았다.
3. 계산기 수업에 어느 정도 참여하였는가?
① 아주 적극 참여하였다. ② 적극 참여하였다. ③ 보통 참여하였다.
④ 잘 참여하지 않았다. ⑤ 전혀 참여하지 않았다.
4. 그래핑 계산기를 활용한 수업은 학습 동기나 학습 의욕에 어떤 변화가 있었다고 생각하는가?
① 개별화된 수업으로 학습 의욕이 높아졌다.
② 이전의 수업과 별로 차이가 없었다.
③ 새로운 학습 방법에 익숙하지 못하여 학습 의욕이 떨어졌다.
5. 그래핑 계산기를 활용한 수업이 자신의 학력신장에 미친 효과에 대해서 어떻게 생각하는가?
① 효과가 많이 있었다. ② 효과가 조금 있었다. ③ 전과 변함이 없었다.
④ 전보다 효과가 더 없었다. ⑤ 효과가 전혀 없었다.
6. 그래핑 계산기를 활용한 수업내용과 학습지의 수준은 어떠했는가?
① 매우 쉬운 편이었다. ② 대체로 쉬운 편이었다. ③ 적당한 편이었다.
④ 어려운 편이었다. ⑤ 매우 어려운 편이었다.
7. 수업시간 중 활용한 학습지의 분량은 90분 수업으로 적절하였는가?
① 매우 적절하였다. ② 적절하였다. ③ 그저 그렇다.
④ 많았다. ⑤ 매우 많았다.

8. 일차방정식 단원을 계산기의 Symbolic Math Guide를 활용한 수업은 분필로 수업 한 것 보다 재미있었는가?
 ① 아주 재미있었다. ② 재미있었다. ③ 그저 그렇다.
 ④ 재미 없었다. ⑤ 아주 재미없었다.
9. Symbolic Math Guide를 활용한 수업은 이해가 잘 되었는가?
 ① 매우 이해가 잘 되었다. ② 이해가 잘 되었다. ③ 보통이다.
 ④ 이해가 잘 안 되었다. ⑤ 전혀 이해가 안 되었다.
10. Symbolic Math Guide를 활용한 일차방정식 풀이 수업이 이해하기 쉬웠다면 그 이유는 무엇이라고 생각하는가?(9번의 ①,②,③ 응답자만)
 ① 계산 과정을 안내하여 주기 때문 ② 등식의 성질로 풀 수 있기 때문
 ③ 정답 확인을 할 수 있기 때문 ④ 탐구활동에 도움을 주기 때문
 ⑤ 그 외 ()
11. Symbolic Math Guide를 활용한 일차방정식 풀이 수업이 어려웠다면 그 이유는 무엇이라고 생각하는가? (9번의 ③,④를 응답한 학생만)
 ① 과정이 영어로 되어 있기 때문 ② 복잡하기 때문
 ③ 그 외 ()
12. 일 주일에 네 시간 중에서 두 시간은 계산기 수업을 하였고, 두 시간은 분필 수업을 하였는데 어떠하였는가?
 ① 아주 좋았다. ② 좋았다. ③ 별로 모르겠다.
 ④ 만족하지 않는다. ⑤ 전혀 만족하지 않는다.
13. 계산기 수업을 90분하는 것에 대하여 어떻게 생각하는가?
 ① 반드시 필요하다. ② 필요하다. ③ 별로 모르겠다.
 ④ 필요하지 않는다. ⑤ 전혀 필요하지 않는다.
14. 두 시간 연달아 90분 수업이 필요하다면 그 이유는?
 (13번의 ①, ②, ③을 응답한 학생만 하세요.)
 ① 과제를 한 시간만에 해결 못하므로 ② 교실 이동하기가 귀찮아서
 ③ 계산기 정리하기가 좋아서
15. 계산기 수업을 앞으로 계속한다면 몇 시간이 적당한가?
 ① 1주일에 4시간 전부 ② 1주일에 3시간 정도 ③ 1주일에 2시간 정도
 ④ 1주일에 1시간 정도 ⑤ 필요한 경우에만

수고하였습니다.

[부록 6] 학생이 작성한 자기 평가지

학생들에게 1주일에 한 번씩 계산기 수업을 마치고 아래의 양식에 맞추어 기록한 것을 ‘학습지 모음집’ 맨 앞에 부착하도록 하였다.

1학년 (10)반 (8)번 성 명 (이○○)

♣ 오늘 나의 수업은 (좋았음 : ○ , 보통임 : △ , 좋지 못함 : ×)

월/일	학습 주제	학습 참여도	학습 태도	느낀점 및 개선할 점
3/13	양수와 음수	○	×	처음 보는 기계(99-92)를 가지고 공부하니 신기하고 재미있었다.
3/18	덧셈과 뺄셈	○	○	영어로 되어 있어서 뜻을 잘 모르고 필요한 기능을 모두 알 때 까지는 시간이 더 필요하겠다
3/27	곱셈과 나눗셈	○	○	별로 어려운 것은 없었지만 계산이 많이 틀렸다
5/1	문자의 사용	△	△	처음에는 헛갈렸지만 하다 보니 재미있었다
5/17	식의 계산	○	○	오랜만에 해보니 재미있고 쉬웠다
5/22	입차식의 계산	○	○	식을 쉽게 나타낼 방법을 알았다
5/29	수의 마술	○	○	숫자로도 마술을 부리는게 신기했다.
6/5	등식의 성질	○	○	양변에 같은 수를 +, -, ×, ÷을 어떤 수를 하여도 등식은 성립한다는 것을 알았다.
6/12	입차방정식 풀기	○	△	지난주에 배운 것을 오늘 활용 해보았다
9/18	함수의 그래프	○	○	정비례 반비례의 정확한 뜻을 알.
9/25	생활속의 함수	○	○	우리 생활속에도 함수가 유용하게 쓰이는 것을 알았다.
10/2	히스토그램과 도수분포다각형	○	○	99-92로 히스토그램과 도수분포 다각형을 그릴 수 있게되었다
10/9	평균	○	○	평균을 구하는 원리를 알았다
10/16	그래프 그리기	○	○	계산기로 그래프를 쉽게 그릴 수 있는 것을 알았다.
10/23	도형의 기초	○	○	자도 필요 없이 직선, 반직선, 선분 등을 그릴 수 있는 것이 신기했다

[부록 7] 학생이 작성한 수학활동 학습지 결과물 (앞면)

수학활동 학습지

(7) 조 (자립이) 역활

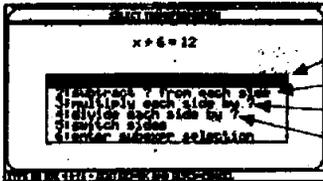
분류기호	단원명	학습 주제	학습일자	학년	이름
1-IV-2	IV. 일차방정식	Symbolic Math	6 월	11018	전승환
소요시간 90분		Guide를 활용한 일차방정식 풀이	12 월 5/6 교시		

Symbolic Math Guide를 이용해 일차방정식을 풀어보자.

1. Solve Linear Equation $x + 6 = 12$

단계 1. 위의 방정식을 입력한다.

단계 2. [F4]Trans를 누르고 풀이 과정을 생각하여 보자.



- 양변에 더한다.
- 양변에 뺀다.
- 양변에 곱한다.
- 양변에 나눈다.

단계 3. 1번을 선택하여 나온 풀이 설명과 결과를 기술한다.

풀이 설명	결과
양변에 -6을 더하면	$x + 6 + (-6) = 12 + (-6)$
간단히 하면	$x = 6$

단계 4. 2번을 선택하여 나온 풀이 설명과 결과를 기술한다.

풀이 설명	결과
양변에 6을 빼면	$x + 6 - 6 = 12 - 6$
간단히 하면	$x = 6$

단계 5. 구해진 x 의 값이 해가 되는지 [F7] 6: Verify Solution으로 검사한다.

▶ 프로그램 열기

[APPS]를 눌러 1: FlashApps... [Enter]

Symbolic Math Guide ▶ New

Variable에 원하는 파일명 저장

[Enter], [Enter], F2, 1: New Problem, [Enter]

F2, 1: Linear Equ, [Enter]

▶ 활용 방법

A. 방정식 입력, x

$$x + 6 = 12, x$$

B. (F4)Trans를 누르고, 원하는 풀이 방법의 단계를 생각한다.

C. 다른 풀이방법의 단계를 선택한다.

D. 선택에 의해 나타난 결과를 확인한다

E. 이해 안되는 부분이 발견되면,

그 부분에 cursor를 두고,

(F4)Trans를 누르고 다시 한다.

F. 나타난 결과의 값을 간단히 정리(simplify)하고자 할 때는

[Enter]를 누른다.

[부록 8] 학생들이 작성한 수학활동 학습지 결과물 (뒷면)

2. 일차방정식 $2x-3=5$ 를 풀어보자.

풀이 설명	결과
식을 세운다	$2x-3=5$
양변에 3을 더한다	$2x-3+3=5+3$
양변에 2를 나눈다	$2x=8 \Rightarrow x=4$
x 는 4이다.	$x=4$

· 구해진 x 의 값이 해가 되는지 [F7] 6: Verify Solution으로 검사하자.

3. 일차방정식 $x + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ 을 풀어라.

풀이방법	결과
식을 세운다	$x + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$
양변에 4를 곱한다	$4x + 1 = 2$
양변에 1을 빼는다	$4x + 1 - 1 = 2 - 1$
양변에 4를 나눈다	$4x \div 4 = 1 \div 4$
x 는 $\frac{1}{4}$ 이다	$x = \frac{1}{4}$

4. 일차방정식 $4(x+1)=2x+8$ 의 풀이방법과 결과를 위의처럼 기술하여 보자.

- ①식을 세운다 ④ $4(x+1)=2x+8$
 ②양변에 4를 곱한다 ⑤ $4x+4=2x+8$
 ③양변에 4를 빼는다 ⑥ $4x+4-4=2x+8-4$
 ⑦양변에 2를 나눈다 ⑦ $2x+4=2x+4$
 ⑧양변에 있는 x 를 좌변에서 없애기 ⑧ $x+x=2$
 ⑨ x 는 2이다 ⑨ $x=2$

5. 바둑돌 15개를 2개의 주머니에 같은 개수만큼 넣었더니 3개가 남았다. 한 개의 주머니에 넣은 바둑돌의 개수를 x 라고 할 때, x 를 구하는 단계를 적어 보자.

- ①식을 세운다 ① $x \times 2 + 3 = 15$
 ②양변에 3을 빼는다 ② $x \times 2 + 3 - 3 = 15 - 3$
 ③양변에 2를 나눈다 ③ $x \times 2 \div 2 = 12 \div 2$
 ④ x 는 6이다 ④ $x = 6$

결론: 한개의 주머니에 들어 있는 바둑돌의 개수는 6개.

2.

▶ [F2] 1: New Problem [\(New\)](#)

3.

▶ [F2] 1: New Problem [\(New\)](#)

[부록 9] 그래핑 계산기를 활용한 수업에 대한 학생의 의견

학생들에게 계산기 수업에 대하여 찬성하는 학생은 찬성의 의견을 반대하는 학생은 반대의 의견을 적게 하였다. 34명의 학생 중에서 24명의 학생은 찬성의 의견, 10명의 학생은 반대의 의견 의견을 적었다. 그 중에서 찬성 의견 3명, 반대 의견 2명에 대한 내용이다.

♥ 계산기 수업에 대한 찬성 의견 1

11007 전○○

처음 중학교에 입학했을 때 수학 시간이 되었다. 그런데 수학 시간에 선생님께서 조그만 계산기를 들고 오시는 것이었다. 수학은 선생님께서 공식을 가르쳐 주고 우리들이 스스로 문제를 풀어야만 해야된다는 고지식한 생각을 가지고 있는 나에게는 참으로 충격이었다. 하지만 선생님께서는 99-92 나는 그래핑 계산기를 이용해 수학의 원리를 파헤쳐 나간다면 일취월장하듯이 수학 실력이 늘 것이라는 말씀을 하셨다. 그 다음 계산기를 우리들에게 나누어주고 기본 원리를 가르쳐 주셨다.

보통 집에서 계산만 하는 계산기가 아닌 한편의 전자 선생님이라 할 만큼 수학의 원리가 쑥쑥 들어왔다. 옛날은 수학이 싫었지만 내가 잘 이해하니 자연적으로 수학이 좋아졌다. 지금부터 수학 시험을 쳐도 자신감이 생기고 수행평가도 계산기로 하니 부담감이 많이 없어졌다. 또한 계산기 수업으로 인해 발표할 때 설명하는 것이 쉬워졌다. 하지만 계산기 수업을 하면서 나 스스로 문제를 푸는 시간이 줄어들었기 때문에 양산이나 기타 셀 능력이 많이 늘지 않는 것 같은데 이 점을 고려해서 두 가지 능력을 혼용해서 수업을 한다면 더욱더 재미있고 유익한 수학 시간이 될 것 같다.

♥ 계산기 수업에 대한 찬성 의견 2

11002 함○○

우리 사상중학교는 다른 학교와 달리 처천당 시설의 계산기 수업을 하고 있다. 입학하여 계산기를 보았을 때 기능이 별로 없고 간단한 줄로만 알았는데 그러나 계산기 앞에는 아주 많은 기능이 들어 있었다. 나는 계산기로 방정식도 푼고 함수의 그래프도 그렸다. 난 그 중에서 방정식 이해가 제일 잘 되었다. 빨리 풀 수 없는 단점이 있지만 원리를 확실히 알 수 있는 계기가 되었다. 그러나, 난 계산기 수업의 교실이 마음에 안 든다. 너무 열폐된 공간인 것 같다. 2시간 동안 속이 맨날 울렁울렁 그건다. 그리고 계산기 수업 때 다른 생각을 하다가 내용이 넘어가면 그 다음 내용은 모르게 된다. 선생님께서 계산기로 시험을 친다면 친구들이 좀더 집중을 하게 될 것이라는 생각이 든다. 계산기 수업을 계속하였으면 좋겠다.

♥ 계산기 수업에 대한 찬성 의견 3

11029 박○○

계산기 수업의 장점은 방정식을 푼 때에 원리에 입각한 등식의 성질로 계산과정을 찾아야 하기 때문에 기계적인 방정식의 풀이보다는 개념과 원리를 중요시하는 것 같다. 그리고 계산만 하는 지루함도 적은 것 같다. 두 시간이 빨리 지나간다. 우리가 몇 십분에 걸쳐 그래프와 도수분포표를 만드는 반면에 계산기로는 몇 분도 채 되지 않아서 만드는 간편함도 있다. 그러나 어떨 때는 이러한 편리함이 허무해 질 때도 있다. 계산기로만 한다면 막상 시험을 볼 때는 어떻게 대처를 해야 할 것인가? 그러나 그런 간편함이 좋을 때가 많다. 팔 아파게 떨기하는 고통을 덜어 주었다. 이 계산기는 많은 공식과 저장 할 수 있는 능력이 있다. 21세기에 이어 22~23세기는 곧 자동화 컴퓨터의 시대이다. 이런 계산기의 수업은 앞으로 지향 할 좋은 본보기가 될 것이라고 생각한다.

♣ 계산기 수업에 대한 반대 의견 1

11024 김○○

처음 계산기 수업을 할 때에는 이해가 가지 않고 어려워서 짜증도 많이 났지만 계속 하고 또 하고 하니 재미가 있고 흥미도 있으며 공부가 재미있었다. 그리고 난 우리 학교에서는 수탁 공부하는 수업 방법이 다양해서 다른 학교아이들 한 데 자랑을 했다. 그런데 볼만도 있다. 우리가 직접 풀지를 못하니 계산능력이 떨어지는 것이다. 그리고 계산하는 게 나오면 왜 이렇게 되는지 이해가 가지 않았다. 그래도 이 제는 수탁시간이 기다려지고 다른 과목보다 재미가 있다. 그리고 계산기 수업만 하지 말고 선생님께서 직접 가르쳐 주시고 시험도 쳤으면 좋겠다. 그래야만 우리의 수탁능력을 알 수 있을 것 같다. 학원에서나 문제집의 수탁문제를 풀면 계산기라 달라서 이해가 잘 가지 않는다. 그래서 나는 계산기 수업을 반대한다

♣ 계산기 수업에 대한 반대 의견 2

11034 하○○

계산기 수업이 하게 되면 좋은 점과 나쁜 점이 생기게 된다. 좋은 점은 수업을 빨리 진행시켜 진도가 다 나가면 다시 복습을 할 수 있다. 또 영어를 배우고 있는 것 같다. 나는 좋은 점보다 나쁜 점이 많다고 생각한다. 첫째, 나의 산수 능력이 떨어지는 것 같다. 수탁은 풀고 또 풀어서 해당과 문제를 이해 할 수 있게 되는데 직접 계산해 봐야 할 것을 계산기가 해버리면 계산능력도 떨어지고 이해가 잘 될 수 없다. 둘째, 무슨 수업시간인지 알 수가 없다. 수탁시간에 영어가 나오지 않아 컴퓨터 수업을 하는 것 같다는 생각이 든다. 셋째, 기능을 몰라서 친구나 선생님의 도움이 받을 때가 많다. 계산기를 자기 혼자만으로도 할 수 있어야 하는데 그렇지 못하다. 그렇게 되면 나도 수업을 못하고 친구들도 덩달아 수업을 듣지 못하게 되는 것이다. 그러므로 나는 계산기 수업을 반대한다.