



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학석사학위논문

탄소성 표면의 표면 거칠기에 따른
접촉소음해석



2024년 02월

국립부경대학교대학원

지능로봇공학과

김경섭

공학석사학위논문

탄소성 표면의 표면 거칠기에 따른
접촉소음해석

지도교수 김 태 완

이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함.

2024년 02월

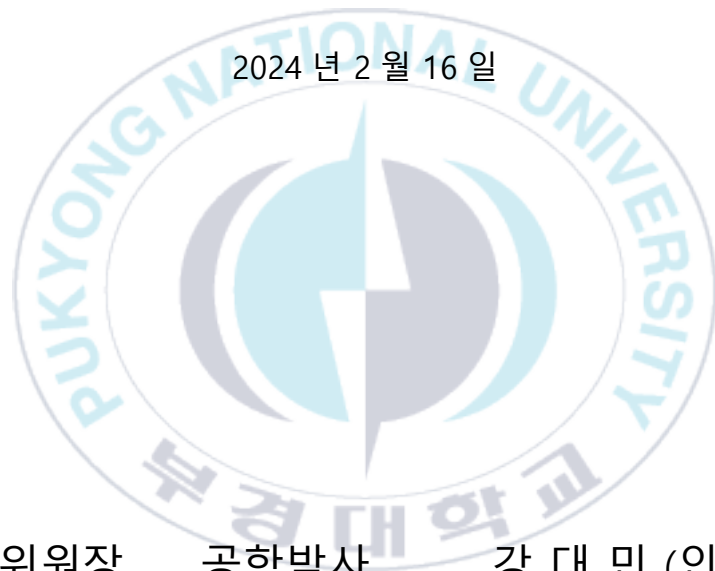
국립부경대학교대학원

지능로봇공학과

김경섭

김경섭의 공학석사 학위논문을 인준함.

2024년 2월 16일



위원장 공학박사 강 대 민 (인)

위 원 공학박사 박 영 환 (인)

위 원 공학박사 김 태 완 (인)

목 차

I.	표 목차	ii
II.	그림 목차	iii
1.	서론	1
1.1.	연구의 배경 및 동향.....	1
1.2.	연구 목적 및 범위	2
2.	이론적 배경	3
2.1	수치적 표면 생성.....	3
2.1.1.	표면거칠기의 정의	3
2.1.2.	표면 생성 절차	8
2.2	탄소성 접촉 해석.....	11
2.2.1.	Hertz 접촉응력	11
2.2.2.	거친 표면의 접촉해석.....	13
2.3	소음해석.....	19
3.	해석 결과	21
3.1.	해석 모델 및 표면 생성 결과	21
3.2.	접촉해석 결과	25
3.3.	소음해석 결과.....	37
4.	결론	44
5.	참고문헌	46
	영문초록.....	48

표 목차

Table 1 Material properties and analysis conditions



그림 목차

- Fig. 2.1 The surface roughness of the surface
- Fig. 2.2 Flowchart of generation of random rough surface
- Fig. 2.3 Numerically generated Gaussian rough surface of $R_a = 5\mu\text{m}$
- Fig. 2.4 Contact between two non-conformities
- Fig. 2.5 Contact geometry of sphere and plane
- Fig. 2.6 Flowchart of contact analysis
- Fig. 2.7 Restoration energy elasticity using deformation amount
- Fig. 3.1 Numerically generated surfaces according to R_a
- Fig. 3.2 Contact pressure of surface with $R_a = 0.01\mu\text{m}$ for different normal loads
- Fig. 3.3 Contact pressure of surface with $R_a = 0.1\mu\text{m}$ for different normal loads
- Fig. 3.4 Contact pressure of surface with $R_a = 1\mu\text{m}$ for different normal loads
- Fig. 3.5 Contact pressure of surface with $R_a = 5\mu\text{m}$ for different normal loads
- Fig. 3.6 Surface deformation of surface with $R_a = 0.01\mu\text{m}$ for different normal loads
- Fig. 3.7 Surface deformation of surface with $R_a = 0.1\mu\text{m}$ for different normal loads
- Fig. 3.8 Surface deformation of surface with $R_a = 1\mu\text{m}$ for different normal loads
- Fig. 3.9 Surface deformation of surface with $R_a = 5\mu\text{m}$ for different normal loads
- Fig. 3.10 Maximum contact pressure with applied normal loads for different surfaces
- Fig. 3.11 Ratio of plastic deformed area to Hertz contact area with applied normal load for different surfaces

- Fig. 3.12 A weighted SPL values of surfaces with various Ra for different normal loads under rolling contact
- Fig. 3.13 A weighted SPL values of surfaces with various Ra for different normal loads under various friction coefficients
- Fig. 3.14 Maximum A weighted SPL values of surfaces with various Ra for different normal loads under various friction coefficients



1. 서론

1.1. 연구의 배경 및 동향

많은 산업 분야에서 진동이나 소음 방출을 통해 기계 상태를 모니터링하고 진단한다. AE는 표면 위 또는 표면 내부의 구조적 변화로 인한 변형 에너지의 급격한 방출로 인해 발생하는 일시적인 탄성파이며, 이러한 AE의 기본 특성으로 인해 AE 기술의 시작은 주로 재료의 비파괴 검사이다. 고장 발생 시 경제적 피해는 크지만 직접적인 측정이 어려운 분야에서는 음향 방출을 활용한 간접 상태 모니터링의 중요성이 더욱 커지고 있다. AE는 표면 거칠기 및 표면 마모 예측을 통해 기계 노화를 진단하는 곳에도 사용하고, 또한 브레이크 패드의 뼈격거리는 소리 등의 소음 문제를 진단하고 소음을 방지하기 위한 설계에 있어서 AE 이론은 중요하다. 이러한 중요성을 배경으로 많은 연구자들이 AE에 대한 이론적 모델링을 추구해 왔다. 슬라이딩 접촉의 두 표면 사이의 돌기 접촉이 음향 방출의 주요 원인인 것으로 밝혀졌다[3, 4]. 표면 거칠기를 고려하는 가장 널리 사용되는 방법은 Baranov [5] 및 Fan 모델[6]과 같은 확률론적 기술을 사용하는 것이다. 그들은 탄성 변형된 돌기가 하중 제거로 인한 변형을 회복할 때 방출되는 에너지가 AE의 원인이라는 가설을 세웠다. 이러한 수학적 모델은 표면이 동일한 반경을 가진 돌기의 집합으로 가우스 분포를 갖는다고 가정하고 헤르츠 이론을 사용하여 접촉 특성을 계산하는 Greenwood Williamson[7] 이론을 기반으로 한다. Fan의 모델을 기반으로 Sharma는 스피어 기어[10, 11] 및 볼 베어링[12]에 대한 AE 모델을 개발했다. Sharma는 매끄러운 곡면과 거친 평판 사이의 접촉을 가정하고 여기에 Hertz의 이론을 적용하여 부채 모델을 점 접촉으로 확정했다. Liu et al. [2]은 미끄러짐과 진동의 영향을 고려하여 Sharma의 방법을 개선한 볼 베어링용 AE 모델을 제안했다.

1.2. 연구 목적 및 범위

거친 표면의 접촉압력을 해석하는 방법은 크게 확률론적 방법 및 결정론적 방법으로 구분된다. 전자는 특정 등가 곡률 이후 각 돌기에 대해 헤르츠 접촉을 가정하여 거친 표면의 돌기 곡률을 계산하는 방법이다. 후자는 대상지역의 그리드 시스템에 거친 표면의 높이 분포를 그대로 반영하여 접촉압력을 분석하는 것이다. 이상에서 언급된 AE에 대한 이론적 연구의 대부분은 이전의 확률론적 접근 방식을 기반으로 한다. 이러한 확률론적 모델은 잡음 수준을 간단하게 계산할 수 있다는 장점이 있지만, 다양한 거칠기와 형상 특성을 반영한다는 단점도 분명하다. 확률론적 접근 방식에는 앞서 언급한 것처럼 기어, 볼 베어링과 같은 점 접촉 모델이 있다. 그러나 이는 각 대상에만 유효한 수학적 모델이므로 새로운 형상에 적용하기가 어렵다는 단점이 있다. 이 논문은 표면 거칠기에 대한 결정론적 접근 방식을 사용하여 점 접촉의 마찰공학 과정을 수반하는 AE에 대한 이론적 연구를 제시합니다. 공과 표면이 거친 평판 사이의 미끄럼 접촉을 고려한다. 결정론적 모델에서는 거친 표면이 수치적으로 생성되므로 확률론적 방법보다 표면 특성을 더 직접적으로 고려한다. 결정론적 모델은 표면의 비가우시안 표면을 고려할 수 있을 뿐만 아니라 가우시안 표면의 공간 정보를 반영하고 구의 모양 변형도 고려할 수 있다.

따라서 본 모델은 다양한 실제 표면 및 점 접촉 모델에 적용하기에 더 적합할 것으로 예상된다.

제 2장 이론적 배경

2.1. 수치적 표면 생성

2.1.1 표면거칠기의 정의

고체의 실제표면은 형성 방법에 상관없이 기술되고 기하학적 형상에서 벗어나 불규칙적이고 다양한 모습을 이루어 지표면과 수많은 골과 봉우리에 교차하며 연결되어 있다. 접촉부 근방의 두 물체가 상대 운동하고 이러한 표면 형상은 윤활 및 마찰, 마멸에 큰 영향을 끼친다. 기계의 시스템과 성능 및 수명 등의 평가를 위해선 이에 대한 특성을 정확히 정의해야한다. 표면의 결(surface texture) 혹은 표면의 형상의 특성은 크기에 따라 형상오차, 파상도, 표면거칠기로 나눌 수 있다. 형상오차는 1차 편차는 제조 공정상 발생하는 오차로 원래의 형상에서 벗어난 것을 1차 편차라고한다. 파상도(waviness)는 Fig. 2.1에서 도시한 바와 같이 2차 편차는 표면 형상내에서의 파형 중 비교적 긴 파형을 의미하고 이는 표면 가공 중에 공구 및 소재 중 원하지 않는 진동발생에 기인한다. 표면 거칠기(surface roughness)는 3차 편차는 형상오차를 제외하고 거기에 파상도까지 제외한 불규칙한 성분으로 연삭, 절삭 및 연마과정에서 형성된다.

표면형상에 대한 연구가 진행되어 온 이래로 표면을 정확히 나타낼 수 있는 단일 변수는 알려진바 없다. 그러나 현재까지 가장 많이 쓰이는 단순한 거칠기 변수 두 가지는 중심선 평균값인 Ra(CLA)와 평균 제곱근인값인 Rq(RMS)이다. Ra는 다음 식으로 정의된다.

$$R_a = \frac{1}{L} \int_0^L |z| dx \quad (2.1)$$

여기서 z 는 평균면 위로 측정된 표면의 높이이며 x 는 표면의 좌표, L 은 측정 길이이다.

$$R_q = \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L z^2 dx} \quad (2.2)$$

접촉하는 두 표면사이의 접촉면적에 대한 실접촉면적의 비율을 가정하는 방식을 bearing area라 부른다. 즉 두 표면이 중심선에 가까워지면 실접촉면적의 비율은 증가하고 이것을 Abbot bearing area 곡선으로 확인할 수 있다[8, 13].

표면구조 및 거칠기 변수를 이해하기 위해선 통계적인 접근법을 고려하며, 표면 형상에 대한 누적 확률 함수(cumulative probability function)는 다음과 같이 정의된다.

$$P(z) = \int_{-\infty}^z \phi(z) dz \quad (2.3)$$

여기서, z 는 표면의 높이이고 $\phi(z)$ 는 표면 형상의 높이 분포 확률 밀도 함수(probability density function)이다. 이 확률 밀도 함수 $\phi(z)$ 는 z 와 $z + dz$ 사이에 존재하는 표면 형상 높이들이 분율함으로 z_1, z_2, \dots 등으로 이산화하고 z 값이 특정 높이에 발생하는 개수의 합으로 구할 수 있다.

대부분 실제하는 표면들은 이러한 절차를 걸치면 곡선처럼 종 모양의 분포곡선이 되고, 이런 표면 높이 분포를 정규 분포(gaussian distribution)라 일컫는다. 표면 구조에 대한 유용한 정보는 확률 밀도 함수의 형태에 담겨있다. 통계학의 이론을 근거하여 분포의 모멘트를 계산하면 분포 곡선의 형태를 정량화시킬 수 있다. 즉, 표면 분포 n 차 모멘트 m_n 는 다음과 같이 정의된다.

$$m_n = \int_{-\infty}^{+\infty} z^n \phi(z) dz \quad (2.4)$$

1차 모멘트 m_1 는 표면 높이들의 평균치를 의미하여 표면 중심선에 대해서는 m_1 값은 0이 된다. 2차 모멘트 m_2 는 다음과 같이 정의된다.

$$m_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} z^2 \phi(z) dz \quad (2.5)$$

$\sqrt{m_2}$ 는 표준 편차(standard deviation)인 σ 와 같으며 또한 RMS 거칠기 R_q 의 높이 평균값 정의와 같으므로 $\sqrt{m_2} = R_q = \sigma$ 의 관계를 가진다. 3차 모멘트 m_3 는 skewness와 관련된 분포 곡선 대칭성 평가 값으로서 일반적으로 무차원화한 표준 편차 값을 skewness 값으로 표현할 수 있다.

$$Sk = \frac{m_3}{\sigma^3} = \frac{1}{\sigma^3} \int_{-\infty}^{+\infty} z^3 \phi(z) dz \quad (2.6)$$

Sk값은 정규분포 표면과 같은 대칭 분포를 갖는 표면으로 0이 되고 봉우리의 부가 제거되거나 깊게 굽힌 흔적이 있는 경우 형상의 표면의 나는 음(-)의 값을 가진다 따라서 보통의 Sk 음(-)의 값을 가질 경우는 길들이기(running-in) 과정을 거친 표면이나 연마된 표면인 경우에 해당된다. 반대로 양(+)의 Sk값을 가지는 경우는 표면의 봉우리가 높거나 골이 채워져 있을 경우에 가질 수 있다.

4차 모멘트 m_4 는 Kurtosis(Ku)와 관련된 분포 곡선의 뾰족한 정도를 평가하는 값으로서 Sk값 처럼 σ 값으로 무차원화하여 다음과 같이 Ku를 표현한다.

$$Ku = \frac{m_4}{\sigma^4} = \frac{1}{\sigma^4} \int_{-\infty}^{+\infty} z^4 \phi(z) dz \quad (2.7)$$

Ku값 3은 정규 분포를 갖는 표면이다. Ku값이 3이하일시 표면의 형상이 뾰

족한 봉우리와 깊은 골의 수가 상대적으로 적게 분포되어 있으며, 이러한 분포를 platikurtic이라 한다. 반대로 Ku 값이 3이상일시 뿔족한 봉우리와 깊은 골의 수가 상대적으로 많이 분포되어 있으며 이러한 분포를 leptokurtic라 부른다.



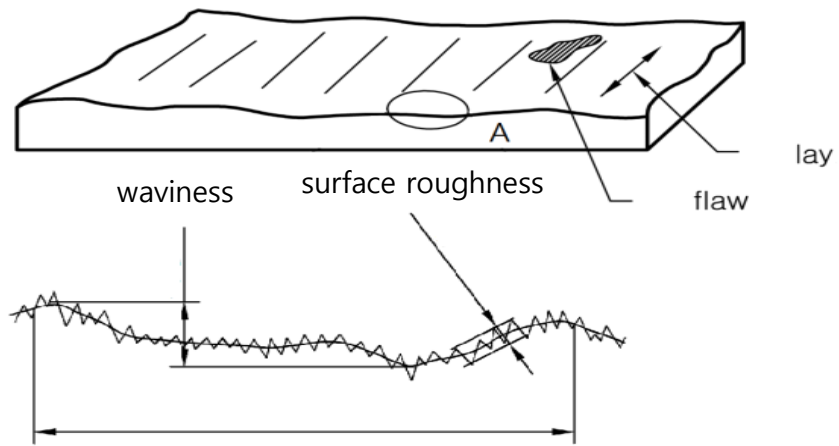


Fig. 2.1 The surface roughness of the surface

2.1.2 표면생성 절차

표면 거칠기를 해석하기 위해선 거칠기를 갖는 표면 데이터가 필요하다. 표면 거칠기는 2가지 방법으로 구할 수 있으며, 한 가지는 측정장비를 이용하거나 또 다른 방법으로는 수치적으로 표면을 생성하는 방법이다. 측정장비에 의한 측정방법은 정도가 높은 측정장비의 요구와 표면구조 해석을 위해 단면을 수 많이 측정하고 재배열을 해야한다는 점이 있다. 그러나, 수치적 방법의 장점은 2가지로 거칠기 높이의 상관관계를 원하는 형태로 쉽게 부여하고 거칠기 높이의 분포도 원하는 형태로 부여 할 수 있는 거칠기의 특성을 각 파라메타의 영향을 분리하여 사용할 수 있다.

확률 밀도 함수와 자기 상관 함수(autocorrelation function)은 표면 구조의 통계적 물성치로 특정 지어진다. 즉, 어떤 고려해야할 통계적 물성치를 갖는 면을 생성하는 편리한 방법은 미리 정해진 확률 밀도함수와 자기상관함수를 갖는 면을 생성하는 것이다. 면의 자기상관함수는 식(2.8)와 같이 정의된다.

$$R(\lambda_x, \lambda_y) = E(z(x, y) z(x + \lambda_x, y + \lambda_y)) \quad (2.8)$$

여기서, E는 기대 연산자 (expectancy operator)이며 λ_x 와 λ_y 는 x축 및 y축의 자기상관길이(autocorrelation length)이다.

표면 거칠기가 계수형태를 사용시 노드 번호 i,j를 사용하는 것이 편리하다. 즉, z_{ij} 가 $x = i\Delta x$, $y = j\Delta y$ 에서의 표면 거칠기 높이를 나타낸다면 R_{pq} 는 다음과 같이 정의된다.

$$R_{pq} = R(p\Delta_x, q\Delta_y) = E(z_{ij}, z_{i+p, j+q}) \quad (2.9)$$

여기서, Δ_x 와 Δ_y 는 샘플링(sampling) 간격이다.

Fig. 2.2은 표면 거칠기의 수치적 생성과정의 순서도이며, Fig. 2.3는 이상의 절차를 걸쳐 수치적으로 생성한 거친표면을 보여준다.



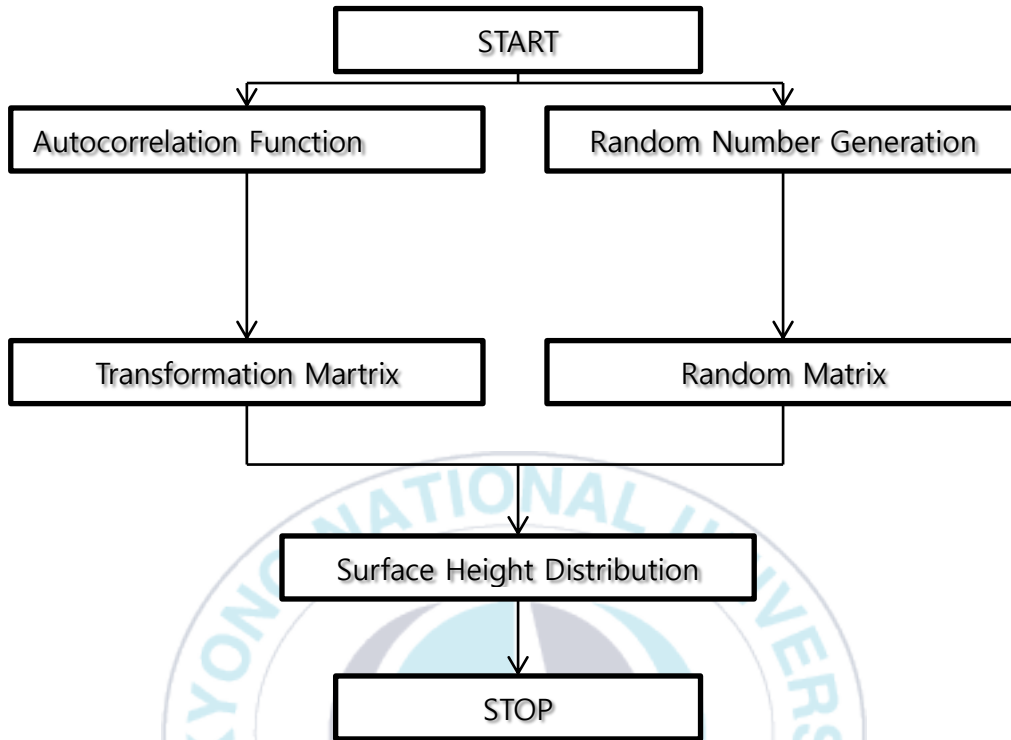


Fig. 2.2 Flowchart of generation of random rough surface

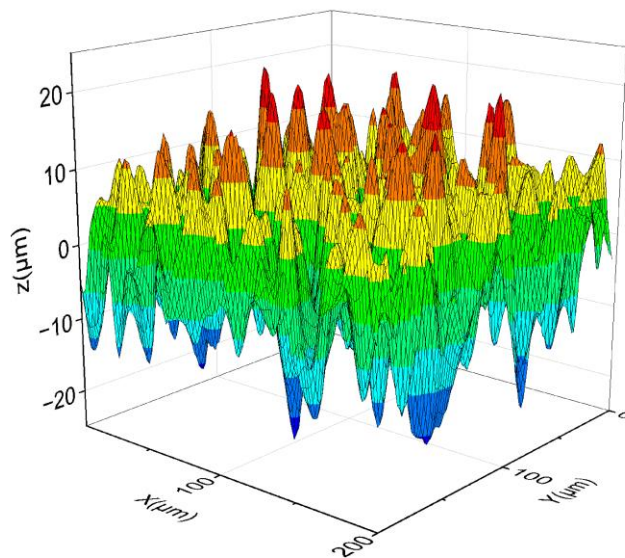


Fig. 2.3 Numerically generated Gaussian rough surface of $R_a = 5\mu\text{m}$

2.2 탄소성 접촉해석

2.2.1 Hertz 접촉응력

두 물체의 접촉시 두 물체는 같은 크기와 방향이 반대인 접촉력을 상대방에게 동시에 가하게 된다. 다시 말해, 한 물체가 상대방에게 힘을 가함과 동시에 동일한 힘을 상대방부터 받게 된다. 이것을 뉴턴의 법칙들중 작용-반작용 법칙 이라고 한다.

따라서 두 물체가 접촉하면 접촉면뿐만 아니라 내부에 응력이 발생하게 되고, 그 응력을 접촉응력이라고 부른다. 독일의 물리학자 Hertz는 이러한 변형과 응력, 접촉시 접촉면의 크기를 계산가능한 이론을 최초로 제시한 학자이다. Hertz 접촉응력은 형상은 구나 타원에 제한되지만, 접촉에 따른 거동을 규명하는 점에 큰 의미를 지니고 있다.

헤르츠 접촉이론은 핵심사항은 접촉면 내부에서 발생한 접촉압력은 접촉면의 중심부에서 최대가 되고 접촉면의 가장자리에서 0이되는 타원 모양으로 감소한다. 그리고 최대 전단응력은 접촉면의 중심부가 아니라 접촉점의 물체 내부로 들어간 지점에서 발생한다..

Hertz 이론의 가장 간단한 경우로서 강체인 구, 탄성체인 평판, 접촉영역의 중심에서 r만큼 떨어진 곳의 접촉압력과 수직변위는 각각 식 (2.10), (2.11)와 같다.

$$\sigma_z = p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{a}{r}\right)^2} \quad (2.10)$$

$$u_z = \frac{1-\nu^2}{E} \frac{\pi p_0}{4a} (2a^2 - r^2), r \leq a \quad (2.11)$$

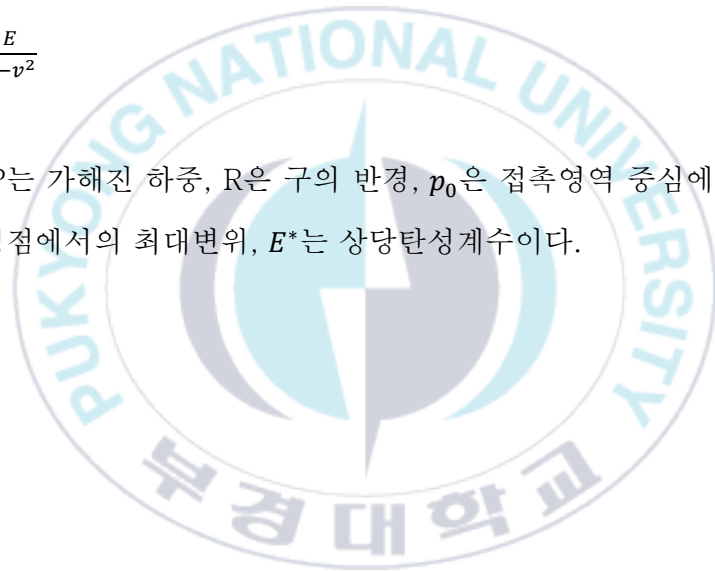
$$a = \left(\frac{3PR}{4E^*}\right)^{1/3} \quad (2.12)$$

$$p_0 = \frac{3P}{2\pi a^2} = \left(\frac{6PE^{*2}}{\pi^3 R^2}\right)^{1/3} \quad (2.13)$$

$$d_0 = \frac{a^2}{R} = \left(\frac{9P^2}{16RE^{*2}}\right)^{1/3} \quad (2.14)$$

$$E^* = \frac{E}{1-\nu^2} \quad (2.15)$$

여기에서 P 는 가해진 하중, R 은 구의 반경, p_0 은 접촉영역 중심에서의 최고압력, d_0 는 정점에서의 최대변위, E^* 는 상당탄성계수이다.



2.2.2 거친 표면의 접촉해석

Fig. 2.4과 같은 두 부적합(non-conformal) 탄성체의 수직하중과 접선하중이 작용할 때의 접촉면의 압력분포를 알기 위해 사각표면에 작용하는 균일한 분포하중에 의한 변위의 해를 이용하여 두 탄성체 사이의 접촉문제를 수식적으로 해석한다. Fig. 2.4과 같이 부적합 탄성체의 접촉영역이 다른 크기에 비해 매우 작으면 두 탄성체를 반무한체로 생각할 수 있다. 이때 두 탄성체의 표면을 매끄럽다고 가정한다. 두 탄성체의 최초 접촉점인 O에 수직하중 P와 접선하중 Q가 동시에 작용하여 표면위의 점 M(x, y, z)과 N(x, y, z)은 접촉영역에서 접한다. 표면 f(x, y)는 두 탄성체의 점 M(x, y, z), N(x, y, z)사이의 접촉 전 형태함수(Shape function)이고 e(x, y)는 접촉 후 형태 함수이다. 다음식 f(x, y)에서 e(x, y)는 두 탄성체 위의 점들에 하중을 가하며 변형된 식이다..

$$e(x,y) = f(x,y) + u_{z1}^P + u_{z2}^P + u_{z1}^Q + u_{z2}^Q - \delta \quad (2.16)$$

여기서 u_{z1}^P, u_{z2}^P 와 u_{z1}^Q, u_{z2}^Q 은 각각 수직하중 P와 접선하중 Q에 의한 두 탄성체의 표면 위의 두 점 M(x, y, z), N(x, y, z)에서의 변위로서 각 탄성체의 내부를 양의 방향으로 한다. δ 는 표면에서 멀리 떨어진 점 T₁, T₂의 유효강체변위(Effectively rigid displacement)이다.

접촉해석의 수치적 과정을 알기 위해 두 개의 구 또는 구의 접촉해석 절차를 소개한다.

Fig. 2.4에서 각 탄성체인 구의 주축방향 곡률이 같을 경우($R_{1x} = R_{1y} = R_{2x} = R_{2y}$) 즉, 두 개 사이의 탄성체 구의 접촉문제는 Fig. 2.5와 같이 제 3의 강체 구

와 반무한체 평판이 접촉을 하는 것을 증가시키고 해석한다. 구의 등가 곡률반경을 구하는 식은 다음과 같다.

$$R_{eq} = \left\{ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right\}^{-1} \quad (2.17)$$

여기서, $R_1 = R_{1x} = R_{1y}$, $R_2 = R_{2x} = R_{2y}$ 이다. Fig. 2.5에서 E_{eq} 는 상당탄성계수로서 다음과 같다.

$$E_{eq} = \left\{ \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right\}^{-1} \quad (2.18)$$

그리고 Fig. 2.5는 표면 위의 두 점 사이의 접촉 전 거리는 다음과 같다.

$$f(x, y) = R_{eq} - \sqrt{R_{eq}^2 - (x^2 + y^2)} \quad (2.19)$$

접선하중이 작용하지 않는 접선하중 두 탄성체 표면위의 점 $M(x, y, z)$, $N(x, y, z)$ 사이의 거리는 식 (2.21)과 같다. 여기서 u_{z1}^p, u_{z2}^p 와 u_{z1}^q, u_{z2}^q 는 각각 사각형의 조각표면에 작용하는 일정한 수직 분포 하중과 접선 분포 하중에 의한 변위 Love[9]와 Cho[1] 등의 변위해를 이용하였다.

접촉문제의 해석을 위해 구속조건의 반복연산을 필요로하고, 접촉영역안에서는

$$p(x, y) > 0, \quad e(x, y) = 0 \quad (2.20)$$

접촉영역 밖에서는

$$p(x, y) = 0, \quad e(x, y) > 0 \quad (2.21)$$

이다. 여기서 접촉압력은 $p(x, y)$ 라 하고, 변형한 강체면과 거친표면간의 거리를 $e(x, y)$ 라고한다. $E(x, y) = 0$ 은 접촉영역 내에서 사용하며, 식 (2.22)은 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\iint_{\Omega} u_{z1}^P + u_{z2}^P + u_{z1}^Q + u_{z2}^Q dx' dy' = \delta - e(x, y) \quad (2.22)$$

사각형의 조각면(patch)내에서는 일정한 압력을 가지므로 위 식은 단순 이산화 시킬 수 있다.

$$\sum_k^n \sum_l^m F_{i,j,k,l} p_{k,l} + \sum_k^n \sum_l^m F'_{i,j,k,l} p_{k,l} = \delta - e_i \quad (2.23)$$

여기서, n, m 는 접촉영역 Ω 내에서의 사각조각면의 수이고 $F_{i,j,k,l}$ 와 $F'_{i,j,k,l}$ 은 요소 (i,j) 에서의 수직 및 접선분포하중에 의한 요소 (k,l) 에서의 영향을 받는 영향함수(influence function)이다. 영향함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} F_{i,j,k,l} = C_1 & \left[(x + a) \ln \left\{ \frac{(y + a) + \sqrt{(y + a)^2 + (x + a)^2}}{(y - a) + \sqrt{(y - a)^2 + (x + a)^2}} \right\} \right. \\ & + (y + a) \ln \left\{ \frac{(x + a) + \sqrt{(y + a)^2 + (x + a)^2}}{(x - a) + \sqrt{(y + a)^2 + (x - a)^2}} \right\} \\ & + (x - a) \ln \left\{ \frac{(y - a) + \sqrt{(y - a)^2 + (x - a)^2}}{(y + a) + \sqrt{(y + a)^2 + (x - a)^2}} \right\} \\ & \left. + (y - a) \ln \left\{ \frac{(x - a) + \sqrt{(y - a)^2 + (x - a)^2}}{(x + a) + \sqrt{(y - a)^2 + (x + a)^2}} \right\} \right] \quad (2.24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F'_{i,j,k,l} = & -C_2 \left[(y + b) \ln\{(x + a)^2 + (y + b)^2\} + (y + a) \tan\left(\frac{y+b}{x+a}\right) \right. \\
& + (y - b) \ln\{(x - a)^2 + (y - b)^2\} + (x - a) \tan\left(\frac{y-b}{x-a}\right) \\
& - (y + b) \ln\{(x - a)^2 + (y + b)^2\} + (x - a) \tan\left(\frac{y+b}{x-a}\right) \\
& \left. - (y - b) \ln\{(x - a)^2 + (y - b)^2\} + (x + a) \tan\left(\frac{y-b}{x+a}\right) \right] \quad (2.25)
\end{aligned}$$

여기서, $C_1 = (1 - \nu_1^2) / \pi E_1 + (1 - \nu_2^2) / \pi E_2$, $C_2 = (1 - 2\nu_1)(1 + \nu_1) / 2\pi E_1 + (1 - 2\nu_2)(1 + \nu_2) / 2\pi E_2$ 이다.

Fig. 2.6는 접촉해석절차의 순서도로, 먼저 거친 표면을 수치적으로 생성하고 탄성변형량을 부여하며, 초기의 접촉점들의 수와 변형량을 계산한다. 그리고 돌기들의 상호 작용을 고려하기 위한 영향계수 행렬(influence matrix)를 구성하여 초기 접촉 압력을 계산한 다음, 음의 압력값을 갖는 접촉점은 배제시키고 새로운 접촉점 수에 대응하는 영향계수 행렬을 재구성하는 반복계산을 수행하여 접촉압력을 계산한다. 여기서 돌기의 항복강도를 고려하기 위해 접촉 압력이 항복강도 한계치 이상이 되면 3Y로 두고 다시 반복연산을 시행해 새로운 접촉 영역과 접촉 압력을 계산한다.

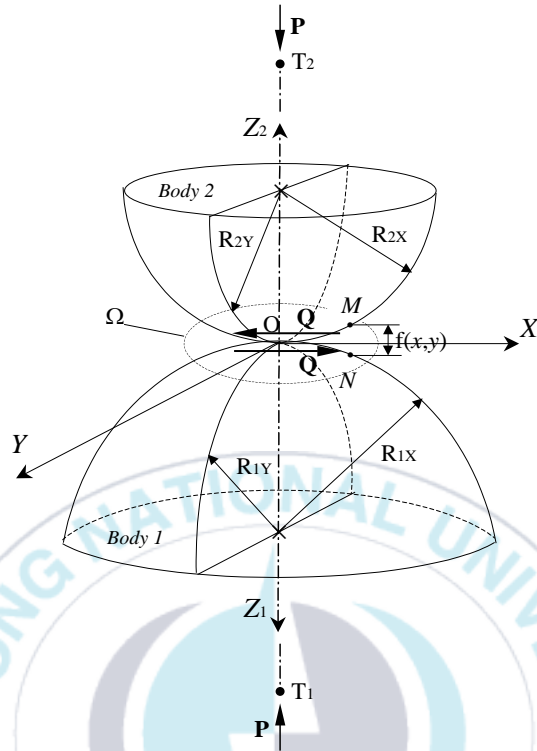


Fig. 2.4 Contact between two non-conformities

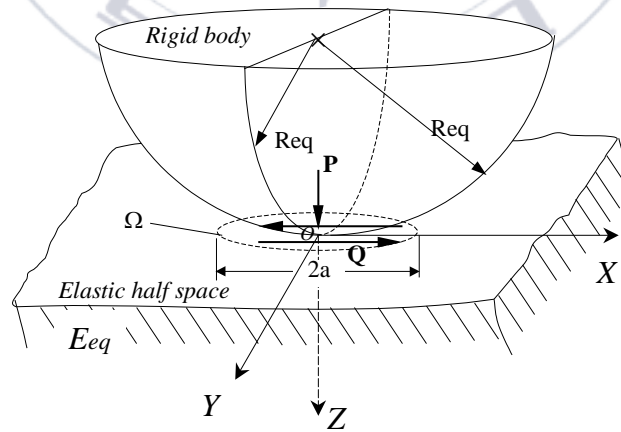


Fig. 2.5 Contact geometry of sphere and plane

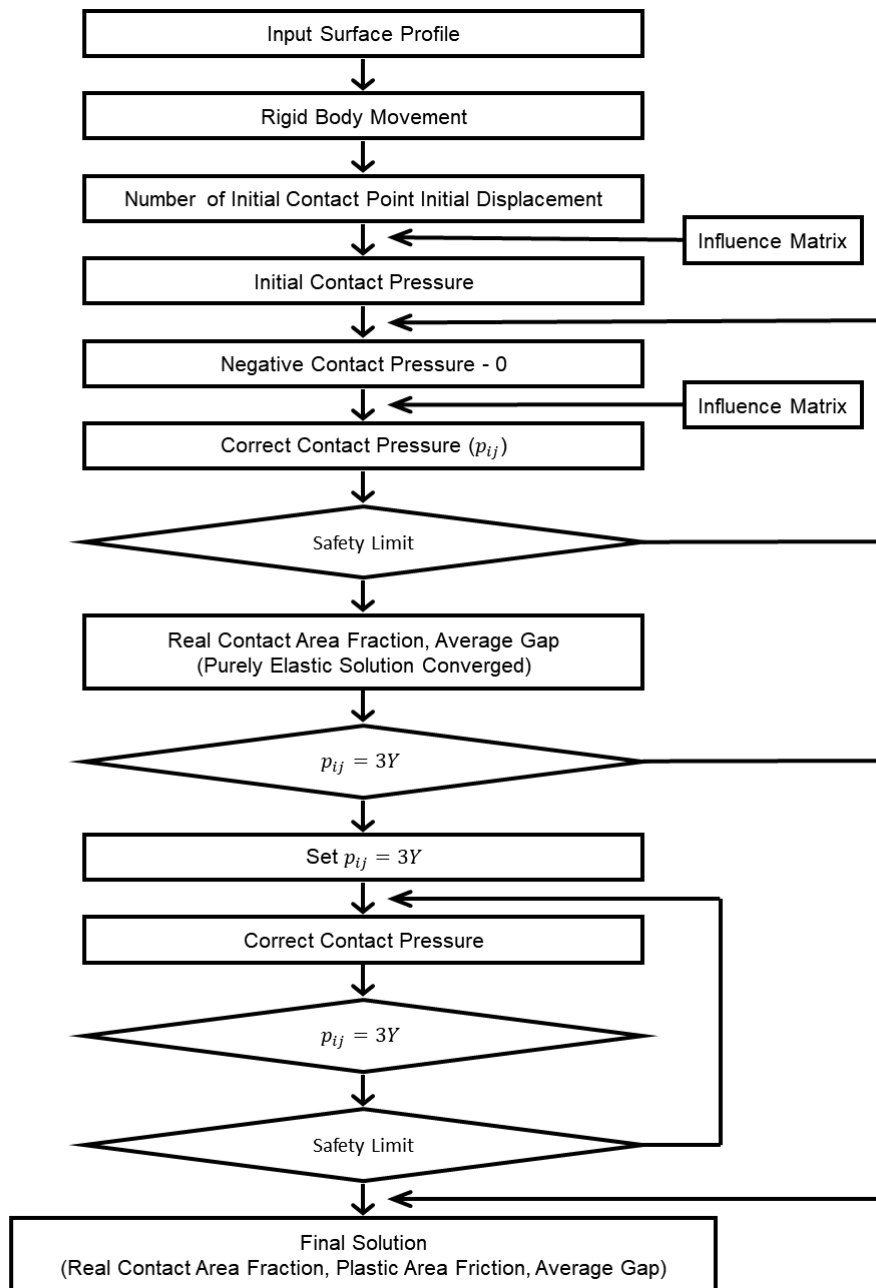


Fig. 2.6 Flowchart of contact analysis

2.3 소음해석

소음 이론은 돌기가 탄성 복원할 때 방출되는 탄성 에너지에서 소음을 계산한 값이다.

Fig. 2.7의 F값은 돌기에 작용하는 수직력이고, 돌기 수직 변형량은 V라고 한다. $V_{t_{i+1}} - V_{t_i}$ 인 경우는 돌기가 탄성 복원을 한다
시간 dt 동안 노드 하나에서 방출되는 탄성 에너지는 다음과 같다.

$$E_n = \frac{V_{t_{i+1}} - V_{t_i}}{dt} F_{t_c} \quad (2.26)$$

시간 dt 동안 전체 노드에서 방출되는 탄성 에너지는 다음과 같다.

$$E_{total} = \sum_{n=1}^{n_{node}} E_n \quad (2.27)$$

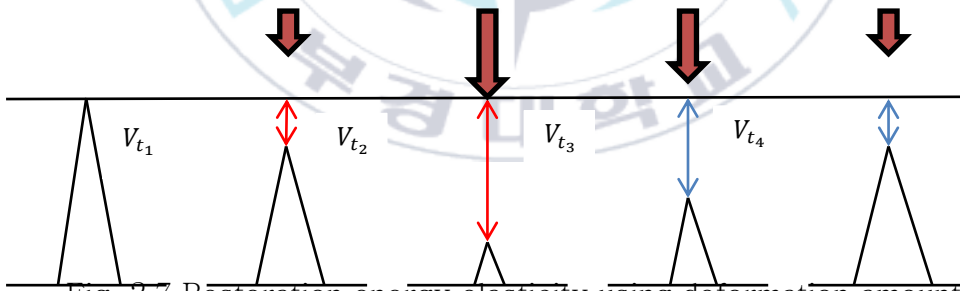


Fig. 2.7 Restoration energy elasticity using deformation amount

소음에서 사용되는 용어들은 단위 시간당 음원이 방출하는 공기 중 음원 에너지(Sound power level)인 SWL과 음압으로 음의 세기를 나타내는 음원 에너지(SPL)이 있으며, 주파수 대역에 따라 귀에 들리는 소음을 보정한 값인 A-weighted SPL(A_SPL)이 있다.

소음원에서 발생하는 압력 진폭의 실효값과 기준 음향 인텐시티 레벨을 각각 p, p_0 라 할 때, 음향 파워레벨(SPL)의 계산식은 다음과 같다.

$$L_a = 10 \log \left(\frac{P}{p_0} \right)^2 \quad (2.28)$$

만약 어떤 지점 1, 2, ..., n 의 돌기접촉으로부터 입사되는 음압레벨의 각각을 $SPL_1, SPL_2, \dots, SPL_n$ 라 할 때, 이들 소음의 합은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} L_a &= 10 \log \left[\left(\frac{P_1}{P_r} \right)^2 + \left(\frac{P_2}{P_r} \right)^2 + \dots + \left(\frac{P_n}{P_r} \right)^2 \right] \\ &= 10 \log \left[10 \frac{SPL_1}{10} + 10 \frac{SPL_2}{10} + \dots + 10 \frac{SPL_n}{10} \right] \end{aligned} \quad (2.29)$$



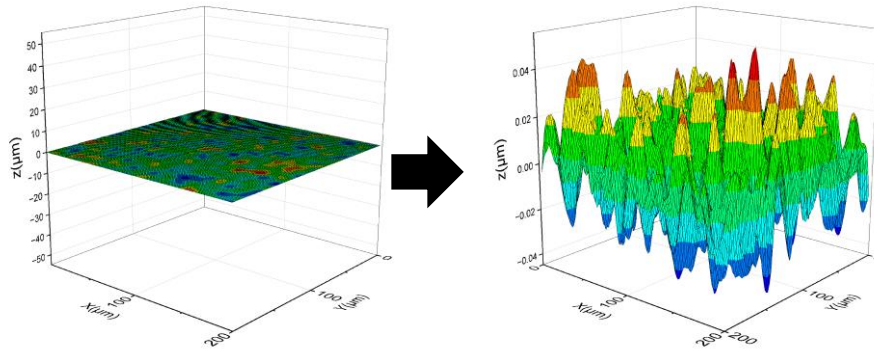
제 3장 해석 결과

3.1 해석 모델 및 표면 생성 결과

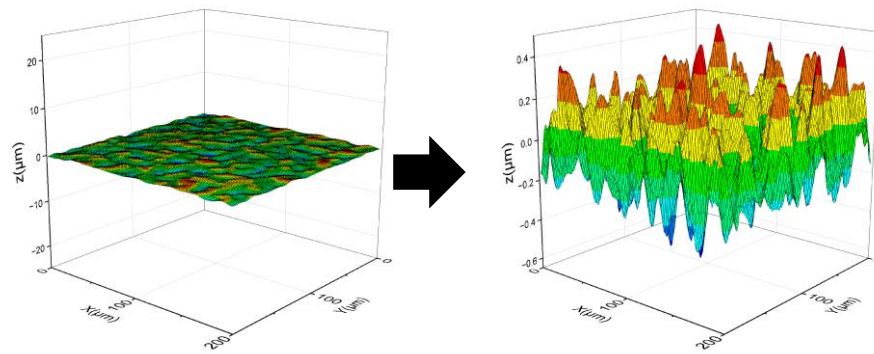
본 논문의 탄소성 표면거칠기의 소음해석의 해석 모델로는 다양한 표면 거칠기를 갖는 평판에 지름 10mm 매끄러운 구가 미끄럼 운동을 할 때 접촉 소음 해석을 수행하였다. Table 3.1은 해석에 사용한 구와 평판의 기계적 물성치 및 해석조건에 대해 정리한 것이다. 평판의 경우 가우시안 표면으로 가정하여 Ra값만을 변화시켜 표면 거칠기의 높이에 대한 소음의 영향을 살펴보고자 하였고 부가한 하중의 크기는 탄성영역에 소성이 발생하는 하중 범위로 5N에서 100N까지 해석하였으며 마찰의 영향을 살펴보기 위해 구를 마찰 상태인 마찰계수 0인 경우와 미끄럼 마찰상태인 마찰계수가 0.15 및 0.3인 경우에 대해 해석하고자 하였다.

Fig. 3.1은 탄소성 표면 거칠기 Ra값 별로의 표면을 생성한 결과이다. 폴리싱, 연마, 연삭, 선삭 등의 표면 가공 후 생성 될 수 있는 표면 거칠기를 고려하여 Ra 0.01 μm , 0.1 μm , 1 μm , 5 μm 를 갖는 4종류의 표면을 생성하였다. Fig. 3.1 (a)와 (b) 그림에서 오른쪽 그림은 확대하여 나타낸 것이다.

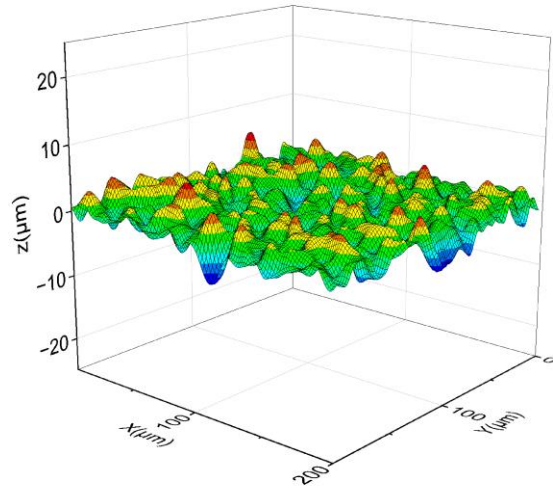
표면 생성의 수치적 해석에서는 random함수를 사용하므로 동일한 Ra값을 갖는 표면이라도 형상은 달라질 수 있다. 따라서 한 조건당 5개의 표면을 생성하여 접촉 및 소음 해석 시 평균치를 계산하여 결과를 정리하였다.



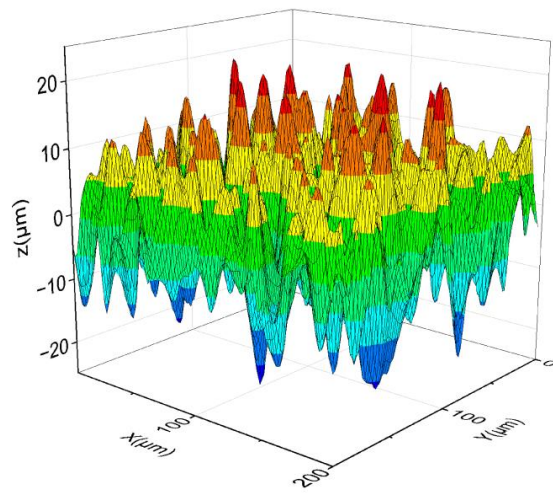
(a) $Ra = 0.01\mu\text{m}$



(b) $Ra = 0.1\mu\text{m}$



(c) $Ra = 1\mu\text{m}$



(d) $Ra = 5\mu\text{m}$

Fig. 3.1 Numerically generated surfaces according to Ra

Table. 3.1 Material properties and analysis conditions

Sphere	Radius(mm)	10
	Young's modulus(GPa)	210
	Poission ratio	0.3
	Hardness(GPa)	2.1
Plate	Radius(mm)	1E+ 100
	Young's modulus(GPa)	210
	Poission ratio	0.3
	Hardness(GPa)	1E+ 100
	Skewness	0
	Kurtosis	3
	Autocorrelation length(μm)	10
	Ra(μm)	0.01, 0.1, 1, 5
Load(N)		5, 20, 50, 100
Friction coefficient		0, 0.15, 0.3

3.2 접촉해석 결과

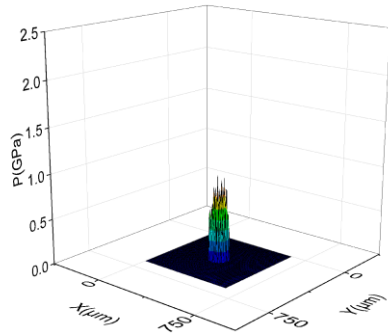
Fig. 3.2에서 Fig. 3.5는 네 가지 Ra 값을 갖는 표면에 대해 수직 하중 변화에 따른 접촉압력의 형상을 3차원으로 도시한 것이다. Fig. 3.2의 $Ra=0.01\mu\text{m}$ 표면의 경우 하중이 증가함에 따라 접촉압력과 접촉면적이 증가함을 알 수 있고 하중 100N의 조건에서도 최대접촉압력은 소성변형의 한계치인 2.1GPa 이하로 나타남을 알 수 있다. Fig. 3.3부터 Fig. 3.5까지 $Ra\ 0.1\ \mu\text{m}$ 이상의 표면에서는 모두 최대접촉압력이 소성변형의 한계치에 도달한 것을 나타냈다. 표면이 거칠어지고 하중이 증가하면서 소성변형된 접촉면적이 증가함을 알 수 있다.

Fig. 3.6에서 Fig. 3.9는 네 가지 Ra 값을 갖는 표면에 대해 수직 하중 변화에 따른 평판의 탄성 변형량의 형상을 도시한 것이다. Fig. 3.6의 $Ra=0.01\mu\text{m}$ 표면의 경우 평판의 표면이 거의 경면에 가깝기 때문에 탄성변형량의 형상이 매끄럽게 변형된 것을 알 수 있고 Fig. 3.7에서 Fig. 3.9까지 표면거칠기가 거칠어질수록 변형의 형상이 표면거칠기의 영향이 크게 나타남을 알 수 있다. 또한 표면거칠기가 거칠어질수록 전체적인 탄성변형량의 최대치는 낮아지는 것을 알 수 있는데 이는 접촉압력의 한계를 표면 경도치로 제한하였기 때문에 접촉면적이 넓어지면서 변형량의 크기가 줄어드는 것으로 생각할 수 있다.

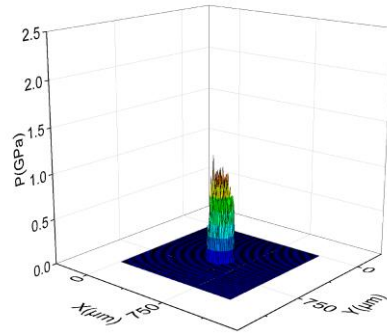
Fig. 3.10은 하중 증가에 따른 네 가지 표면에서 발생하는 최대 접촉압력을 도시한 것으로 $Ra=0.01\mu\text{m}$ 표면에서는 모든 하중조건에서 소성한계치 이내의 압력을 보임을 알 수 있고 $Ra=0.1\mu\text{m}$ 이상의 표면에서는 모든 하중조건에서 소성한계치에 도달한 것을 나타낸다. Fig. 3.11은 네 가지 표면에 대해 Hertz 접촉 면적 대비 소성변형된 면적의 비를 하중 증가에 따라 도시한 것이다. 여기서 Hertz 접촉 면적은 구와 평판이 모두 매끄럽다고 가정하였을 때 발생하는 접촉면적을 의미한다. $Ra=0.01\mu\text{m}$ 표면에서는 모든 하중조건에서 소성변형률은 0이며 $Ra=0.1\mu\text{m}$ 이상의 표면에서는 하중이 증가함에 따라 소성변형

율도 증가하는 것을 알 수 있다. 상대적으로 낮은 하중에서의 소성변형율의 증가에 비해 하중이 증가함에 따라 소성변형율은 완만하게 증가됨을 알 수 있다. $Ra=1\mu\text{m}$ 인 표면에서는 $Ra=0.1\mu\text{m}$ 인 표면에 비해 모든 하중조건에서 약 1.5배 정도 높은 소성변형율을 보이고 있으며 $Ra=5\mu\text{m}$ 인 표면은 $Ra=1\mu\text{m}$ 인 표면과 거의 유사한 소성변형율이 발생함을 알 수 있다.

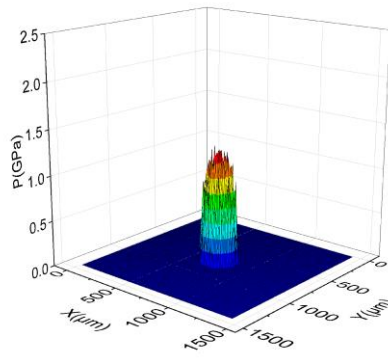




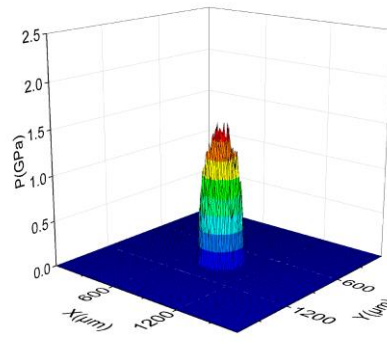
(a) Load 5N



(b) Load 20N

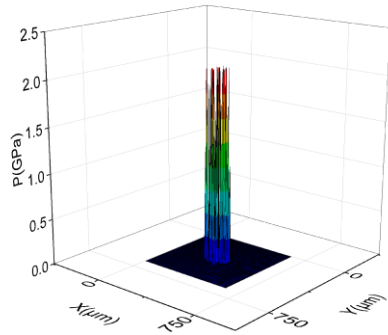


(c) Load 50N

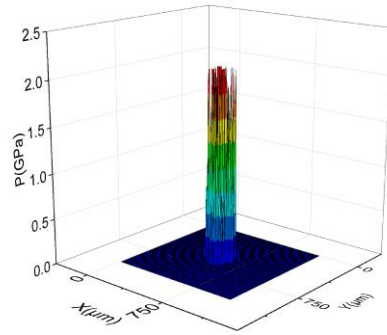


(d) Load 100N

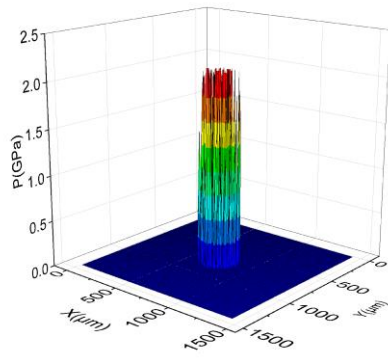
Fig. 3.2 Contact pressure of surface with $R_a = 0.01\mu\text{m}$ for different normal loads



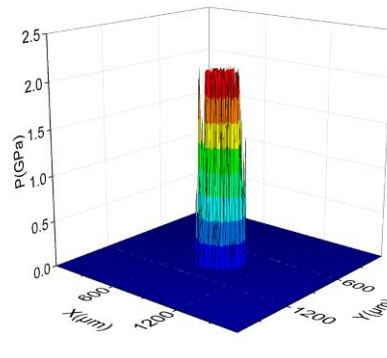
(a) Load 5N



(b) Load 20N

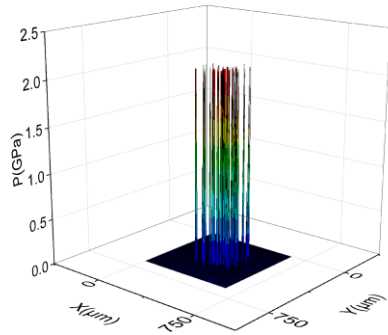


(c) Load 50N

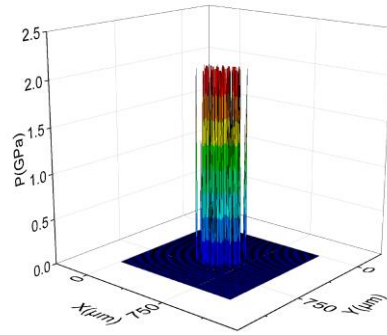


(d) Load 100N

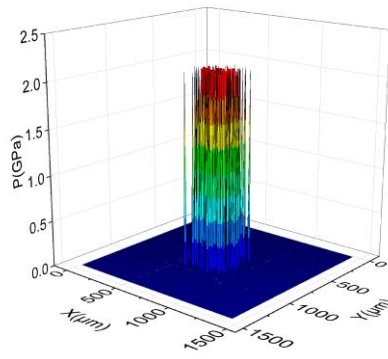
Fig. 3.3 Contact pressure of surface with $R_a = 0.1\mu\text{m}$ for different normal loads



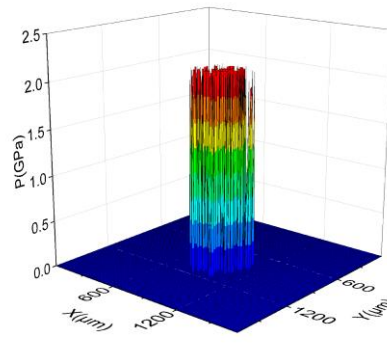
(a) Load 5N



(b) Load 20N

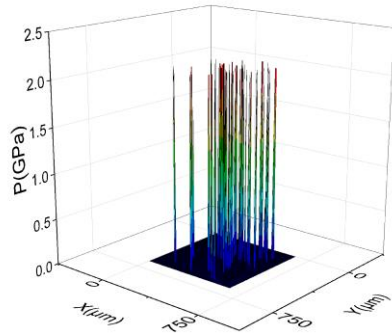


(c) Load 50N

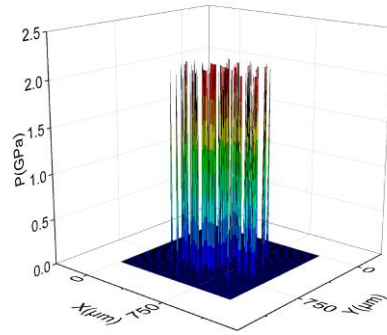


(d) Load 100N

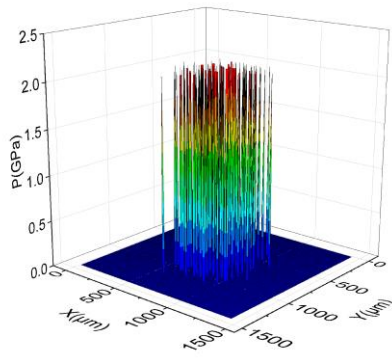
Fig. 3.4 Contact pressure of surface with $R_a = 1\mu\text{m}$ for different normal loads



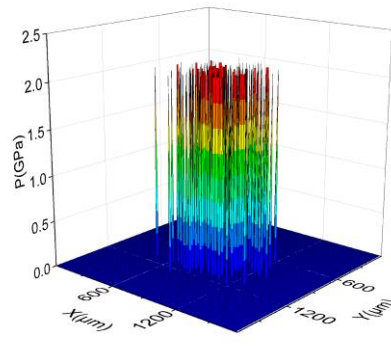
(a) Load 5N



(b) Load 20N

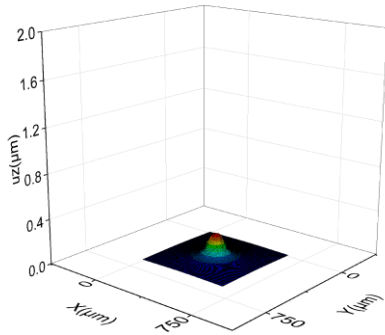


(c) Load 50N

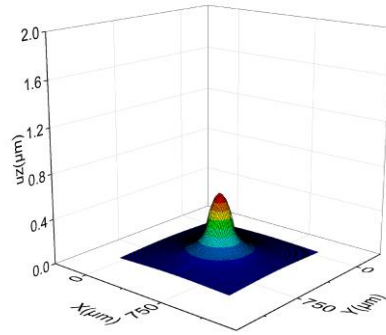


(d) Load 100N

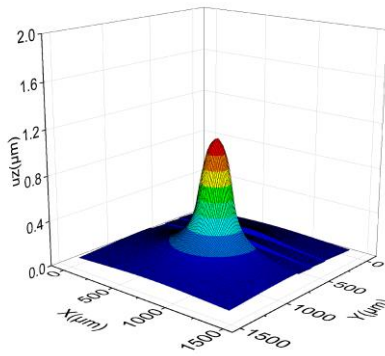
Fig. 3.5 Contact pressure of surface with $R_a = 5 \mu\text{m}$ for different normal loads



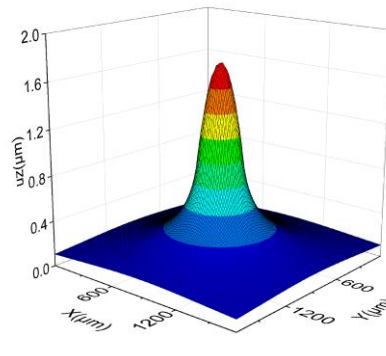
(a) Load 5N



(b) Load 20N

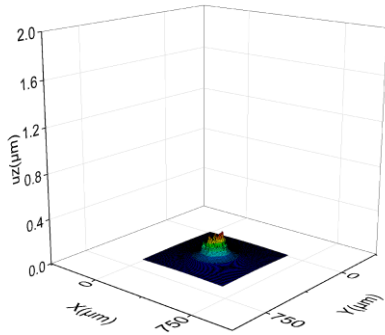


(c) Load 50N

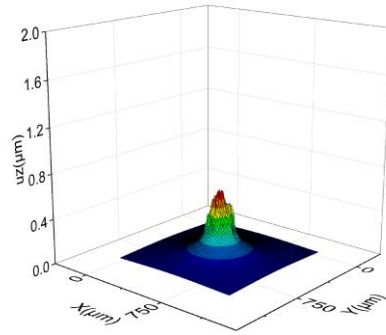


(d) Load 100N

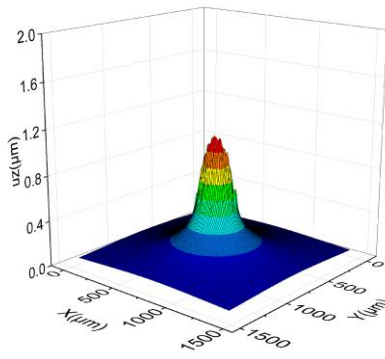
Fig. 3.6 Surface deformation of surface with $R_a = 0.01\mu\text{m}$ for different normal loads



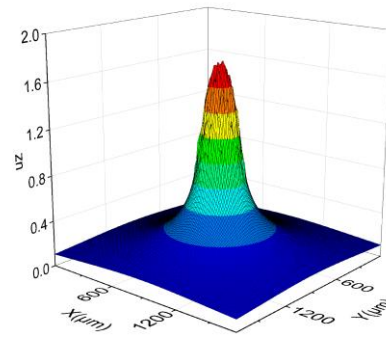
(a) Load 5N



(b) Load 20N

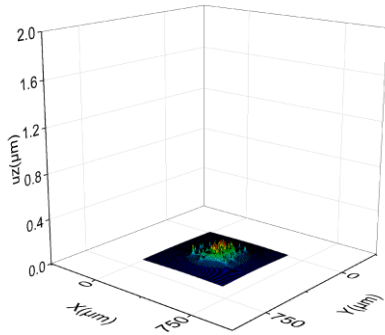


(c) Load 50N

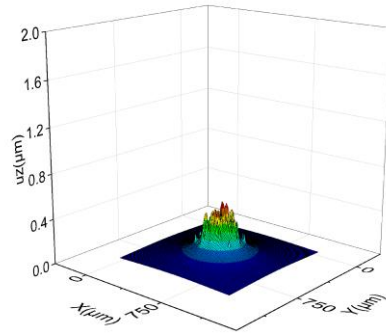


(d) Load 100N

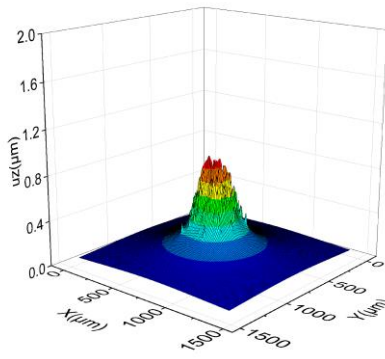
Fig. 3.7 Surface deformation of surface with $R_a = 0.1\mu\text{m}$ for different normal loads



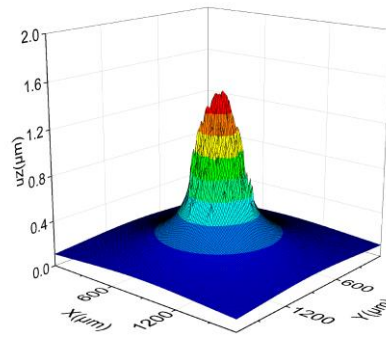
(a) Load 5N



(b) Load 20N

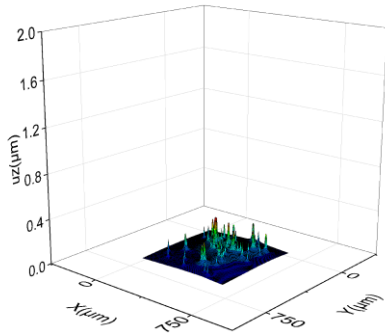


(c) Load 50N

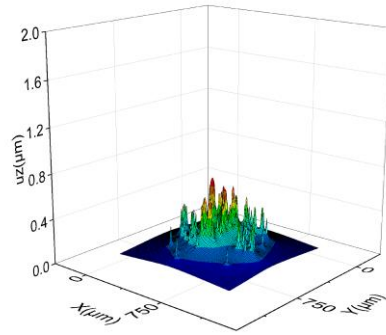


(d) Load 100N

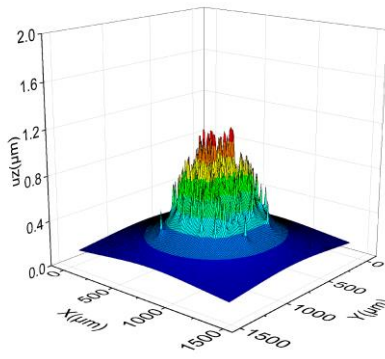
Fig. 3.8 Surface deformation of surface with $R_a = 1\mu\text{m}$ for different normal loads



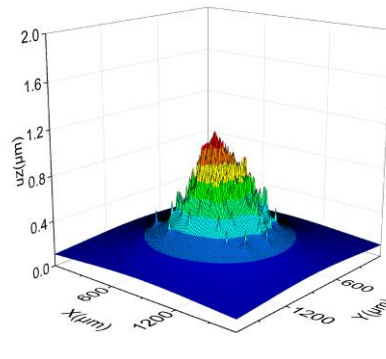
(a) Load 5N



(b) Load 20N



(c) Load 50N



(d) Load 100N

Fig. 3.9 Surface deformation of surface with $R_a = 5\mu\text{m}$ for different normal loads

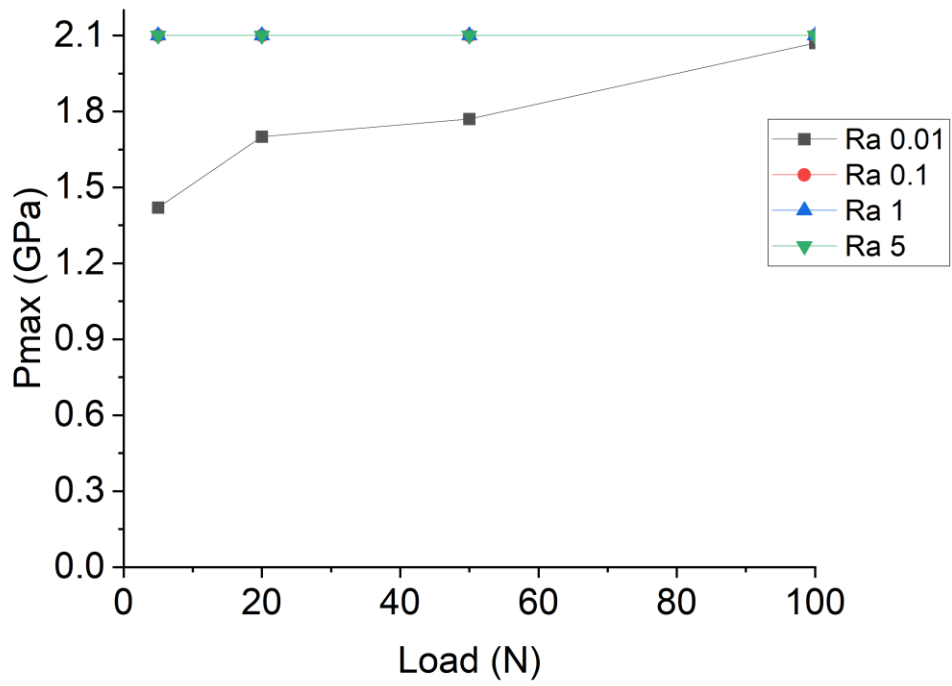


Fig. 3.10 Maximum contact pressure with applied normal loads for different surfaces

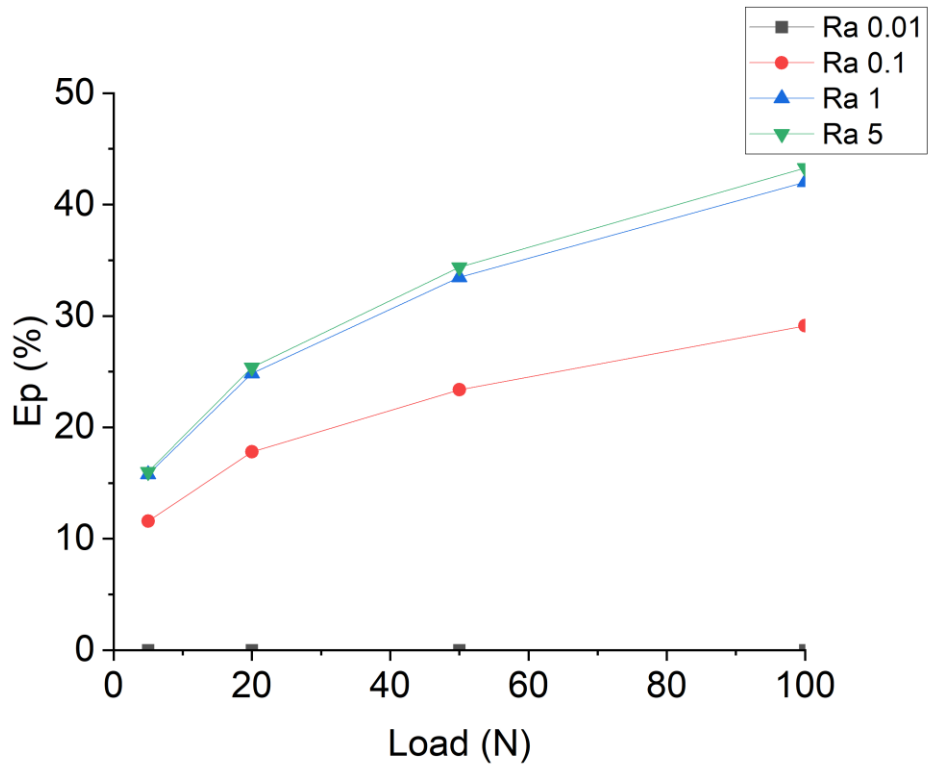


Fig. 3.11 Ratio of plastic deformed area to Hertz contact area with applied normal load for different surfaces

3.3 소음해석 결과

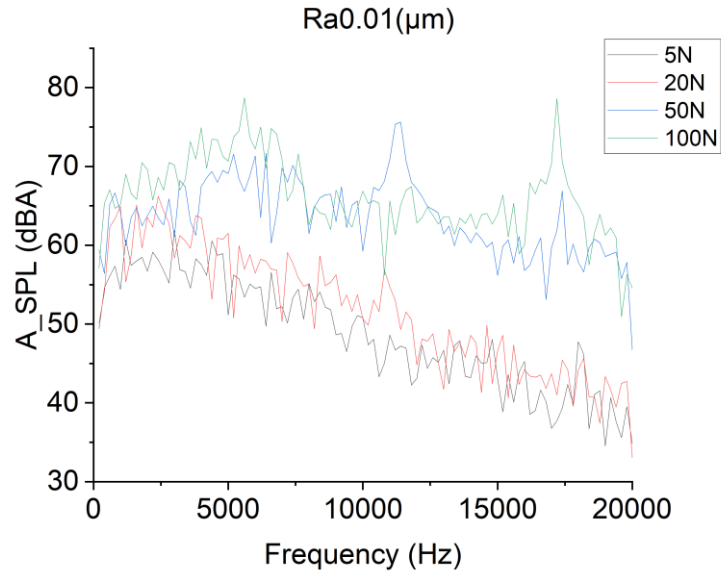
Fig. 3.12은 매끄러운 구가 마찰이 없는 상태를 가정하여 네 종류의 표면거칠기를 갖는 표면들 위에 구름 운동을 할 때 발생하는 소음 결과를 도시한 것이다. 표면 거칠기가 증가할수록 발생하는 가청주파수 범위내의 소음레벨이 증가하는 결과 값을 알 수 있다. Fig. 3.12(a)의 $Ra=0.01\mu\text{m}$ 인 경면 수준의 표면에서는 20N이하의 하중인 경우와 50N 이상의 하중인 경우의 소음 수준이 높은 주파수 대역에서 큰 차이가 남을 알 수 있다. 이는 탄성변형량의 차이에 기인하는 것으로 하중이 증가 할수록 고주파 성분의 표면거칠기에 의한 변형량의 크기가 두드러지게 나타나기 때문으로 사료된다. $Ra = 0.1\mu\text{m}$ 이상인 표면에서는 일반적으로 스켈소음으로 인식되는 70dB이상의 소음들이 발생하고 하중이 증가함에 따라 소음레벨이 증가하는 것으로 나타났다.

Fig. 3.13은 네 종류의 표면거칠기를 갖는 표면에 대한 마찰계수의 변화에 따른 소음 레벨을 부가 하중별로 도시한 것이다. 마찰계수의 변화에 따른 소음레벨의 차이는 거의 나타나지 않음을 알 수 있다. 이는 본 해석에서는 소음을 유발하는 탄성변형량을 표면의 수직방향으로 변화하는 성분만을 고려하였기 때문에 마찰계수를 고려한 경우에서도 마찰력에 의한 표면의 수직방향의 변형량만을 고려하였기 때문에 소음 레벨의 증가가 크지 않은 것으로 사료된다. 만약 마찰력에 따른 수평방향의 변형량을 고려한다면 보다 큰 소음레벨의 변화가 있을 것으로 생각된다.

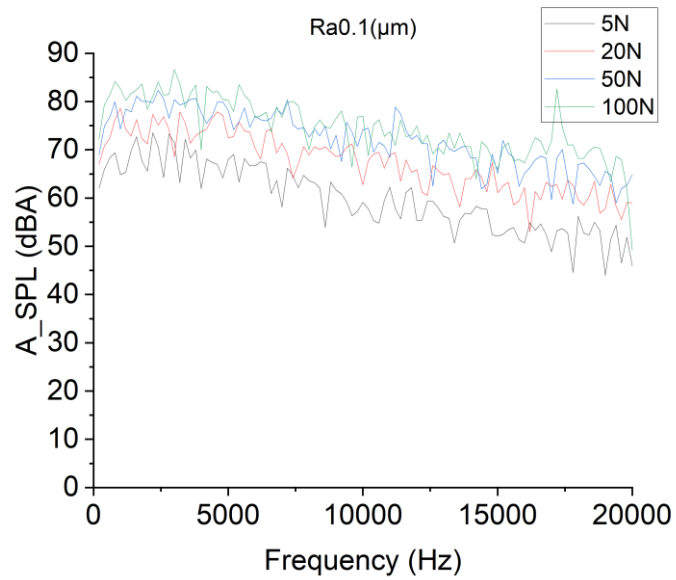
Fig. 3.14는 각각 0, 0.15, 0.3인 3가지 마찰 계수에 대해 각각의 표면거칠기를 갖는 표면의 하중 증가에 따른 최대 소음치의 변화를 도시한 것이다. 세가지 마찰계수종류 모두에서 $Ra=0.01\mu\text{m}$ 인 표면에 비해 $Ra = 0.1\mu\text{m}$ 이상의 표면에 대한 최대 소음치가 10에서 15dB정도 증가하는 것을 알 수 있다. 수직하중 20N과 50N의 범위만 살펴보면 마찰이 없는 상태에서는 $Ra = 1\mu\text{m}$ 인 표면이 가장 높은 소음치를 보이거나 마찰이 있는 상태에서는 $Ra = 0.1\mu\text{m}$ 인 표면이

상대적으로 높은 소음치를 보였다. 또한 하중 증가에 따른 최대 소음의 증가율은 구름마찰에서는 $Ra = 5\mu\text{m}$ 인 표면이, 마찰이 존재하는 경우에는 $Ra = 1\mu\text{m}$ 인 표면이 가장 크게 나타났다.

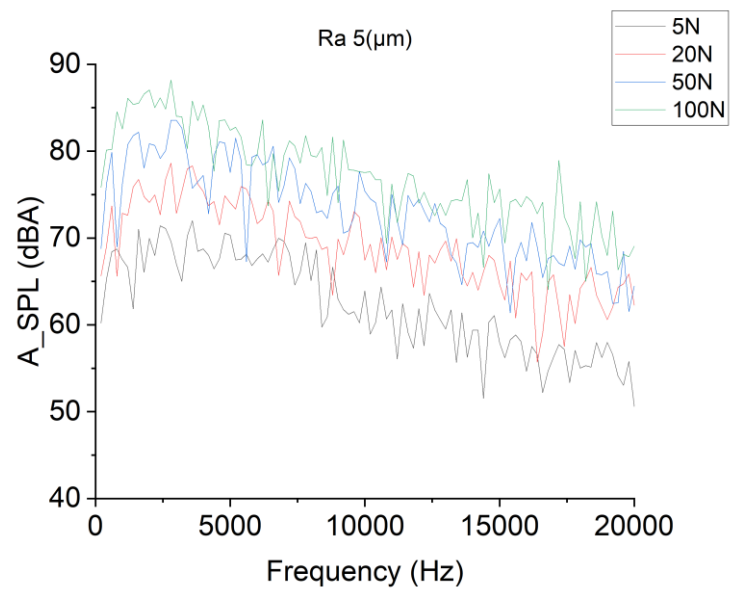
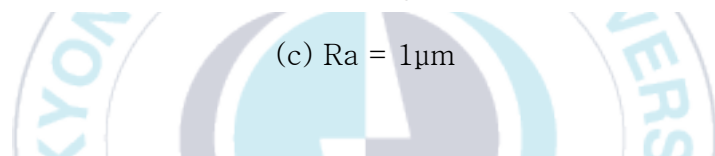
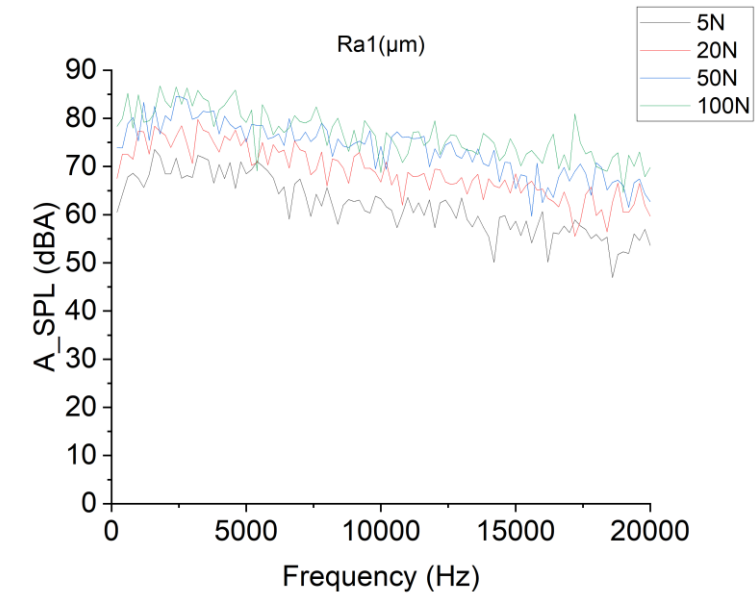




(a) Ra = 0.01 μm

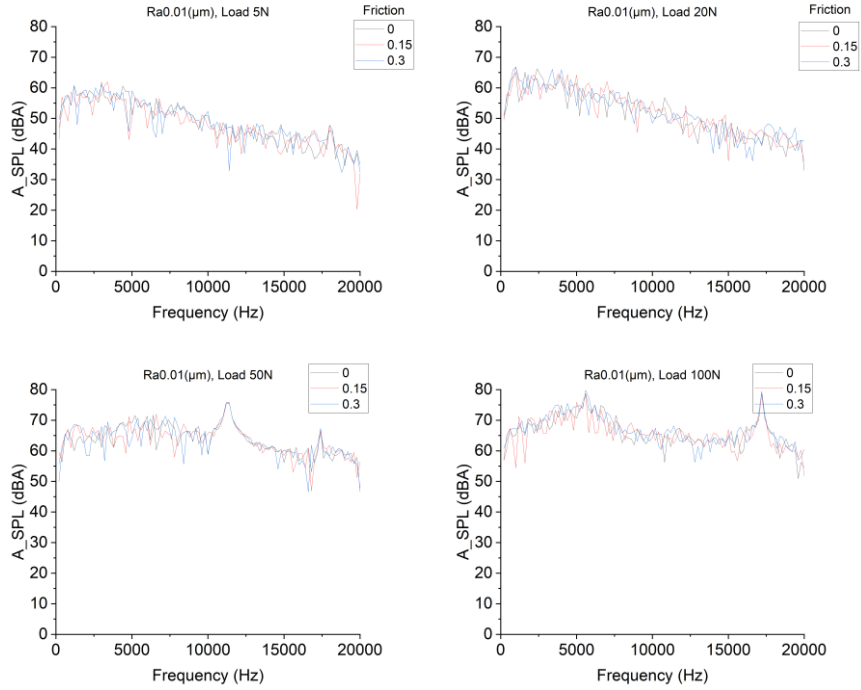


(b) Ra = 0.1 μm

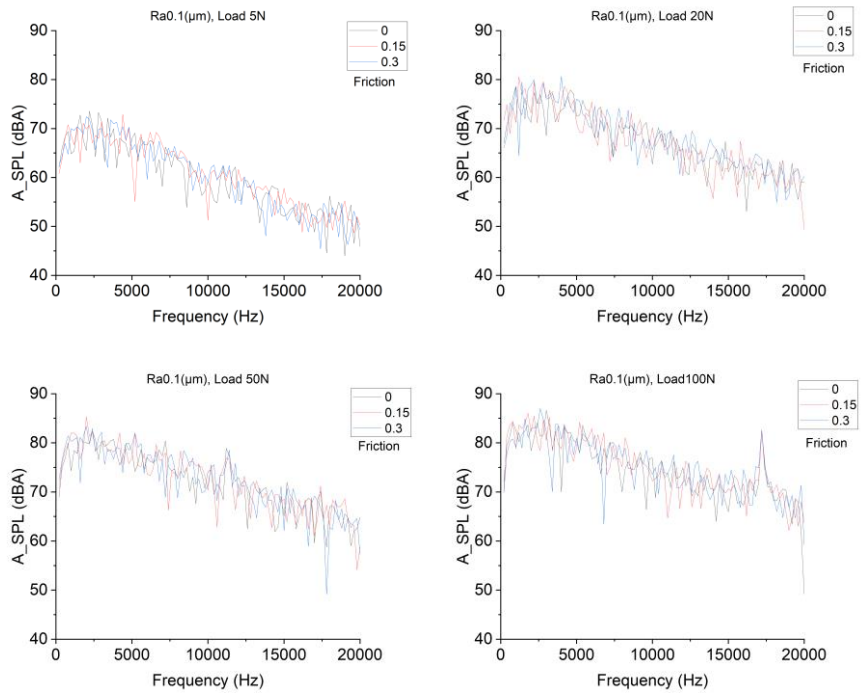


(d) Ra = $5\mu\text{m}$

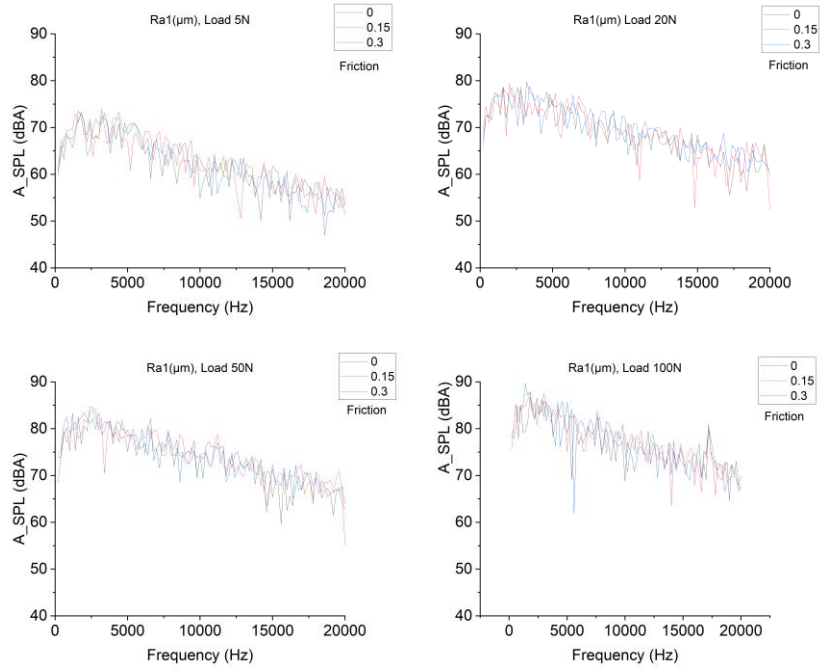
Fig. 3.12 A weighted SPL values of surfaces with various Ra for different normal loads under rolling contact



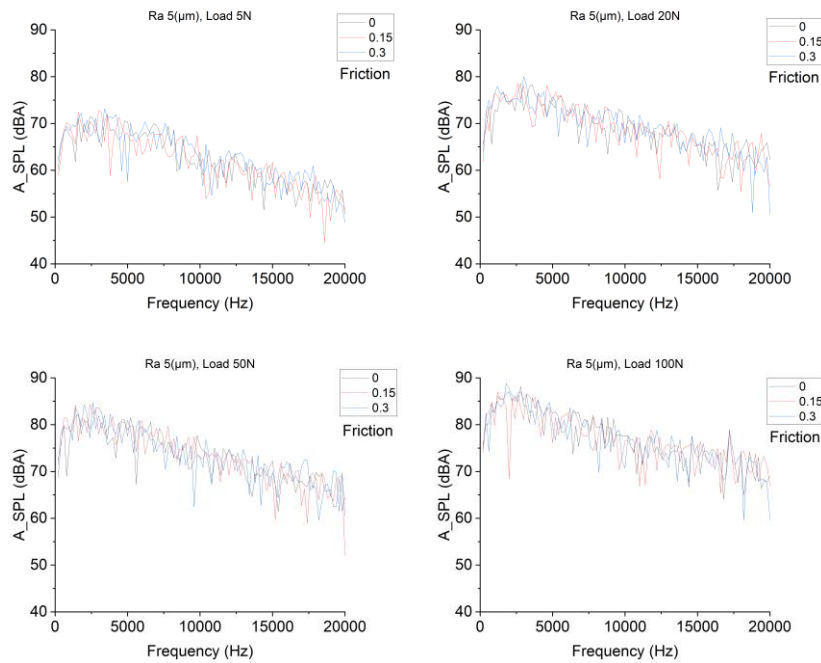
(a) $Ra = 0.01\mu\text{m}$



(b) $Ra = 0.1\mu\text{m}$

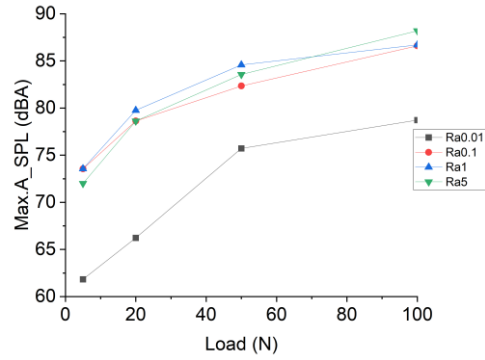


(c) $Ra = 1\mu m$

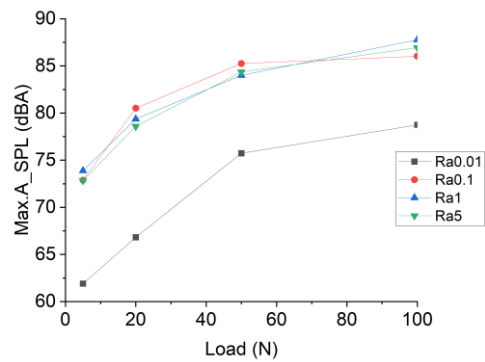


(d) $Ra = 5\mu m$

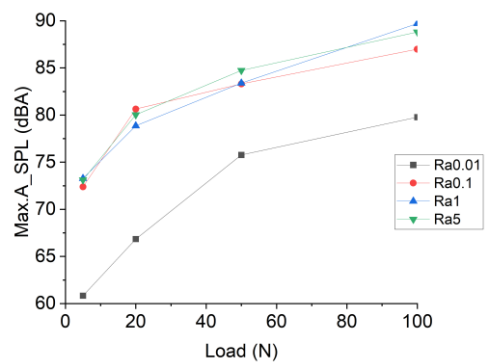
Fig. 3.13 A weighted SPL values of surfaces with various Ra for different normal loads under various friction coefficients



(a) $\mu = 0$



(b) $\mu = 0.15$



(c) $\mu = 0.3$

Fig. 3.14 Maximum A weighted SPL values of surfaces with various Ra for different normal loads under various friction coefficients

제 4 장 결론

본 논문에서는 다양한 높이 분포의 표면거칠기를 갖는 표면에 구가 상대운동할 때 발생하는 접촉소음을 결정론적 기법으로 수치해석하였다. 표면의 탄소성 변형을 고려하여 돌기의 탄성복원시 발생하는 탄성에너지를 기반으로 발생되는 가청 주파수대의 소음레벨을 계산한 방법을 적용하여 다음의 결론을 얻었다.

- (1) $R_a = 0.01\mu\text{m}$ 표면의 경우 하중이 증가함에 따라 접촉압력과 접촉면적이 증가함을 알 수 있고, 하중 100N 의 조건에서도 최대접촉압력은 소성변형의 한계치인 2.1GPa 이하로 나타났다. $R_a = 0.1\mu\text{m}$ 이상의 표면에서는 모두 최대접촉압력이 소성변형의 한계치에 도달한 것이 나타났고 표면이 거칠어지고 하중이 증가하면서 소성변형된 접촉면적이 증가함을 알 수 있다.
- (2) $R_a = 1\mu\text{m}$ 인 표면에서는 $R_a = 0.1\mu\text{m}$ 인 표면에 비해 모든 하중조건에서 약 1.5 배정도 높은 소성변형율을 보이고 있으며 $R_a = 5\mu\text{m}$ 인 표면은 $R_a = 1\mu\text{m}$ 인 표면과 거의 유사한 소성변형율이 발생하였다.
- (3) $R_a = 0.01\mu\text{m}$ 인 표면에 비해 $R_a = 0.1\mu\text{m}$ 이상의 표면에 대한 최대소음치가 10 에서 15dB 정도 증가하였고 $R_a = 0.1\mu\text{m}$ 이상인 표면에서는 일반적으로 스켈소음으로 인식되는 70dB 이상의 소음들이 발생하고 하중이 증가함에 따라 소음 레벨도 증가하였다.

- (4) 본 논문에서는 돌기의 수직방향 변위만을 고려하였기 때문에 마찰력에 따른 소음레벨의 영향을 크게 나타나지 않는 것으로 보였다.
- (5) 본 연구에서는 돌기의 탄소성 변형을 기반으로 한 해석적인 방법으로 표면거칠기에 따른 접촉 소음의 영향을 고찰하였고 향후 실험적인 검증을 통해 기계 구동부의 저소음을 위한 최적의 표면을 제시할 수 있을 것으로 사료된다.



5. 참고문헌

- [1] Cho, Y. J., Kim, T. W. and Lee, M. J., "The stress field in body caused by the tangential force of a rectangular on a semi-infinite solid," *KSILE Int. J.*, 2(1), pp. 29-34, 2001.
- [2] Liu J, Xu Y, Pan G. A combined acoustic and dynamic model of a defective ball bearing. 2021;501:116029
- [3] Boness RJ, McBride SL, Sobczyk M. Wear studies using acoustic emission techniques. *Tribology International*. 1990;23(5):291-295.
- [4] Boness RJ, McBride SL. Adhesive and abrasive wear studies using acoustic emission techniques. *Wear*. 1991;149(1-2):41-53.
- [5] Baranov V, Kudryavtsev E, Sarychev G, Schavelin V. Friction of solids and nature of acoustic emission. 2007;(53):10.
- [6] Fan Y, Gu F, Ball A. Modelling acoustic emissions generated by sliding friction. 2010;268(5-6):811-815.
- [7] Greenwood J. A., and Williamson J. B. P., 1966, "Contact of Nominally Flat Surfaces," *Proc. Roy. Soc.*, Vol. A295, pp.300-319.
- [8] H. Gagnall, *Exploring Surface Texture*, 1986, Rank Taylor Hobson, London.
- [9] Love, A. E. H., "Stress produced in a semi-infinite solid by pressure on part of the boundary," *Phil. Trans, Royal Society, A228*, pp. 377-420, 1929.

- [10] Sharma RB, Parey A, Tandon N. Modelling of acoustic emission generated in involute spur gear pair. 2017;393:353-373
- [11] Sharma RB, Parey A. Modelling of acoustic emission generated due to pitting on spur gear. 2018;86:1- 20.
- [12] Sharma RB, Parey A. Modelling of acoustic emission generated in rolling element bearing. 2019;144:96- 112.
- [13] T. R. Toomas, Rough Surface, 1982, Longman.



Contact noise analysis according to surface roughness for elastic-plastic surface

Kyoungseop Kim

Department of Intelligent Robot Engineering,
Pukyong National University

Although the economic damage is great in the event of a failure, the importance of indirect condition monitoring using sound emission is increasing in areas where direct measurement is difficult. AE plays a role in diagnosing mechanical aging through surface roughness and surface wear prediction. Against this importance, many researchers have pursued theoretical modeling of AE. It was found that gear meshing of the contacts of the protrusions is the main cause of AE generation. In this paper, the contact noise generated when a sphere moves relative to a surface having surface roughness of various heights was numerically analyzed using a deterministic technique. In consideration of the deformation of the surface, the following conclusion was obtained by applying the method of calculating the noise level within the audible frequency based on the elastic energy generated during the elastic restoration of the protrusion.

In the case of a surface with $R_a = 0.01 \mu\text{m}$, it can be seen that the contact pressure and contact area increase as the load increases, and even under the condition of a load of 100N, the maximum contact pressure was 2.1GPa or less, which is the limit of plastic deformation. It was found that the maximum contact pressure reached the limit of plastic deformation for all surfaces with $R_a = 0.1 \mu\text{m}$ or more, and it can be seen that the plastic deformation contact area increases as the surface becomes rough and the load increases. A surface with $R_a = 1 \mu\text{m}$ shows a plastic deformation rate about 1.5 times higher under all load conditions than a surface with $R_a = 0.1 \mu\text{m}$, and a surface with $R_a = 5 \mu\text{m}$ has a plastic deformation rate almost similar to that of the surface with $R_a = 1 \mu\text{m}$.

Compared to a surface with $R_a = 0.01 \mu\text{m}$, the maximum noise value for a surface with $R_a = 0.1 \mu\text{m}$ or more increased by about 15 dB at 10 and the noise level increased as the load increased. In this paper, since only the vertical displacement of the protrusion was considered, it was found that the effect of the noise level by the friction force was not significantly shown. In this study, the effect of contact noise due to surface roughness was examined using an analytical method based on the elastomeric deformation of the protrusion, and it is believed that the optimal surface for low noise of the machine driving unit can be presented through experimental verification in the future.

