



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

工學碩士學位論文

자립형 무인 자전거 로봇에 관한
연구



2012年 2月

釜慶大學校大學院

制御計測工學科

李俊熙

工學碩士 學位論文

자립형 무인 자전거 로봇에 관한
연구

指導教授 李 炯 基

이 論文을 工學碩士 學位論文으로 提出함



2012年 2月

釜慶大學校大學院

制御計測工學科

李俊熙

李俊熙의 工學碩士 學位論文을 認准함

2011年 12月



主 審 工學博士 崔 然 旭



委 員 工學博士 安 永 珠



委 員 工學博士 李 炯 基



목 차

목차	i
Abstract	iii
I. 서론	1
II. 자전거 시스템	3
2.1 자전거 시스템의 개요	3
2.2 자전거 시스템의 파라미터	4
2.3 자전거 모델링의 제한조건	5
2.4 Trail 거리 C의 영향	6
2.5 자전거의 동역학	7
2.6 자전거의 전달함수	11
2.7 자전거의 Front Fork	15
2.8 자전거의 안정화	19
III. 자전거 제어 시스템 설계	21
3.1 제어기 설계 개요	21
3.2 PI 제어기 설계	25
3.3 PID 제어기 설계	29
3.4 시뮬레이션	34
IV. 실험 및 결과	40
4.1 자전거 로봇의 실험장치 구성	40

4.2 실험장치의 구현	43
4.3 실험 결과	47
V. 결론	50
참고문헌	51



A Study on the Self Sustaining Unmanned Bicycle Robot

Jun-Hee Lee

*Department of Control & Instrument Engineering Graduate School of
Pukyong National University*

Abstract

Recently, a bicycle has drawn one's attention not because its use of recreation but because its commuting ability. As a bicycle is generally powered by human muscle, it does not require fossil fuels to move forward, by which it does not cause any environmental pollution. However, safety problems are always accompanied due to its instability inherent in the bicycle dynamics.

In order to overcome its drawback, electric power-assisted bicycles have been developed and used in daily life, but most of them only assist the pedal driving of a bicycle without helping stabilize its balance. Some researchers have proposed physical bicycle models based on the bicycle dynamics and kinematics in order to improve the balancing while moving forward. It is expected that such researches could improve the safety and efficiency of bicycle.

R. S. Sharp proposed a bicycle model, which was called as "Sharp Model", and lots of research were conducted based on this model. However, due to the complexity of the model, it is hard to implement it as real bicycle balancing control.

In this paper, a practical control algorithm for bicycle balancing is proposed. To simplify the bicycle dynamics, it is assumed that following two

assumptions are satisfied. Firstly, the moving effect of a rider is ignored. Secondly, the speed of a bicycle is fixed. Based on the proposed model, the PI and PID controller are designed and implemented through experiments. Then, efficiency of the proposed model with the PI and PID controller are confirmed through simulations and experiments of an unmanned bicycle robot.



I. 서론

오늘날 자전거는 지속적인 에너지 공급, 에너지 고갈문제, 고효율 등의 걱정이 필요 없기 때문에 환경적인 부담이 없는 운송수단으로써 각광을 받고 있다. 그러나 자전거는 그 자체가 불안정하고 사람이 핸들을 조작하거나 몸을 일으켜 세우는 움직임 없이는 넘어지게 되는 문제점이 있다. 최근에 전기 보조 동력 자전거가 개발되어 실제로 사용되고 있지만 이러한 자전거는 단지 사람이 페달을 밟는 것을 도와줄 뿐이고 자전거의 균형 유지에는 도움이 되지 못한다.

이런 문제점을 보완하기 위해 공학자, 수학자 및 과학자들은 자전거의 움직임에 대해 연구하였으며, 이를 모델화하여 안정적인 자세유지와 실현 가능한 안정한 자전거 운영을 위한 연구가 수행되어져 왔다. 특히 이러한 모델은 특정한 자전거의 움직임을 예상하고 속도, 안전, 편의 및 효율 등의 중요한 요소를 결정할 수 있게 한다.

자전거에 관한 많은 연구 중 엄격한 자전거의 동역학 모델은 R. S. Sharp(1972)가 제시하였다. 이를 Sharp 모델이라고 하며 이 모델을 바탕으로 많은 연구가 이루어졌다. 그러나 이 모델의 문제점은 자전거의 자세 제어에 적용하기가 매우 복잡하고 어렵다는 것이다. 만약 자전거의 탑승자가 몸을 움직이지 않는 고정된 형태라고 가정하면 자전거의 동역학 모델은 자전거 좌, 우의 중력평형과 회전력으로부터 간략하게 표현할 수 있다. 회전력은 달리는 속도와 회전반경으로부터 도출되며 이를 통해 회전각이 결정된다. 그러므로 이 상태를 바탕으로 핸들각(Steer angle) 제어를 통한 자전거 자세유지가 가능해진다. [1]

본 논문에서는 자전거 동역학의 간략화한 형태인 K. J. Astrom의 모델

을 바탕으로 효율적인 자세유지를 위한 제어 알고리즘을 설계하고 더 나은 실험을 위한 시뮬레이션 환경의 구현방법을 제시하였다. 또한 무인 자전거 로봇을 이용하여 시뮬레이션과 실험을 통한 안정한 자전거 자세제어의 타당성을 검토하였다.

1장은 서론으로 본 논문의 연구배경 및 방향을 나타내었고 2장에서는 자전거 시스템의 구조와 동역학으로부터 자전거의 전달함수를 유도하고 안정화될 수 있는 조건에 대하여 서술하였다. 3장은 자전거를 안정화시킬 수 있도록 PI 및 PID 제어기 설계와 시뮬레이션의 결과를 나타내었고 4장은 자전거 로봇의 구성 및 제작, 실험결과를 통해 성능을 고찰하였다. 마지막으로 5장에서는 연구결과에 대한 결론을 맺었다.



II. 자전거 시스템

2.1 자전거 시스템의 개요

자전거의 시스템은 핸들 부, 두 개의 바퀴, 자전거 프레임, 그리고 탑승자로 구성되어 있다.



그림 2.1 자전거 시스템

자전거 시스템에는 동작에 영향을 주는 여러 파라미터가 있다. 자전거의 균형유지를 위해 시스템의 기울기각(Tilt angle)을 제어해야 할 필요가 있고, 핸들바(Handle bar)의 각도에 따른 여러 가지 파라미터가 시스템에 포함된다. 그러나 자전거 기울기각에 가장 영향을 미치는 두 개의 변수는 핸들각(Steer angle), 그리고 탑승자의 기울기각이다.

Karnopp (2004)와 Fajans (1999)은 자전거의 기울기각을 제어하기 위해 두 개의 독립적인 입력을 고려할 수 있다고 했다. 그 이유는 두 개의 변

수 중에 하나의 입력만 존재하더라도 제어가 가능하기 때문이다. 따라서 본 논문에서는 핸들각을 하나의 입력으로 사용한다. 핸들각은 핸들바의 회전크기이며 자전거의 뒷 프레임의 각도와 연관된다. [2]

실제 사람이 탑승한 자전거의 경우 바람, 도로의 불규칙한 노면 및 마찰 등의 요인으로 인해 제어가 힘들게 된다. 본 논문에서는 이러한 외부 입력은 시스템 모델에 포함시키지 않는다.

2.2 자전거 시스템의 파라미터

그림 2.2를 바탕으로 자전거 모델에 사용된 파라미터는 표 2.1과 같다.[3]

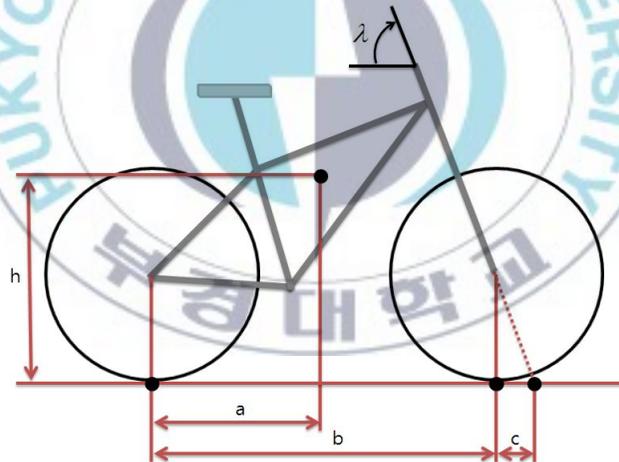


그림 2.2 자전거 지오메트리(Geometry)

표 2.1 자전거의 주요 파라미터

I	관성모멘트 [kgm^2]
m	전체 질량 [kg]
h	자전거가 기울어지지 않았을 때 무게중심의 높이 [m].
a	뒷바퀴에서 무게중심까지 거리 [m].
b	앞바퀴 및 뒷바퀴의 중심과 지면이 닿은 지점사이의 거리 [m]
v_r	뒷바퀴 속도 [m/s]
v_f	앞바퀴 속도 [m/s]
g	중력가속도 [m/s^2]
δ	앞바퀴 핸들각 [deg]
θ	자전거 기울기각 [deg]
ω	자전거 yaw 속도 [rad/s^2]

2.3 자전거 모델링의 제한요건

자전거는 매우 복잡한 시스템이다. 탑승자의 움직임 역시 모델링하기에 간단하지 않다. 즉 사람이 탑승하고 있는 상태의 정교한 자전거 모델의 개발은 매우 복잡한 일이다. 따라서 자전거 움직임의 기본적인 특성을 잃지 않고 모델이 단순화 될 수 있도록 아래와 같이 다른 가정을 두었다.

- a. 자전거는 움직이지 않는 탑승자를 포함하며 프레임, 핸들 부, 두 개의 바퀴를 모델링 한다. 그리고 탑승자의 위치는 고정이다.
- b. 자전거가 달리는 지면은 평평하고 자전거 바퀴와 지면과의 마찰, 미끄러짐 및 관성모멘트는 없다.
- c. 선형 방정식은 기울기각과 핸들각이 아주 작다.
- d. 지면위에서의 중력과 외부의 힘은 제한적이다.
- e. 핸들 축(Steer axis)은 수직이고 핸들 기울기 λ 의 각은 90° 이며 Trail 거리 c 는 0(zero)이다.
- f. 자전거 뒷바퀴의 속도는 일정하다. [2][3]

2.4 Trail 거리 c 의 영향

자전거 지오메트리에서 중요한 파라미터 중에 그림 2.3과 같이 헤드각 λ (Head angle)와 Trail c 가 있다.

Front fork는 자전거가 기울임 없이 바로 섰다고 가정했을 때 앞바퀴와 지면과의 접지 점의 위치가 핸들축의 연장선이 지면과 맞닿는 지점보다 뒤에 있게 하기 위해 적절하게 구부러지거나 기울어진 형상을 가진다. 그러한 형상을 가짐으로서 발생하는 Trail c 의 거리는 자전거의 운행에 많은 영향을 미친다. 특히, 자전거의 큰 Trail 거리는 균형의 안정성을 높여 주지만 반대로 민첩한 핸들링에는 불리한 조건을 가진다. 그래서 보통 Trail의 거리는 0.03~0.08m이고 이 거리는 자전거 핸들의 헤드각 λ 의 크기로 결정된다. [3][4]

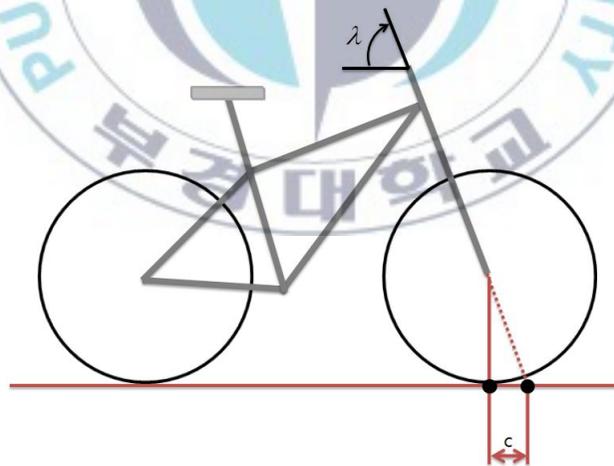


그림 2.3 헤드각 λ 의 크기와 Trail 거리

2.5 자전거의 동역학

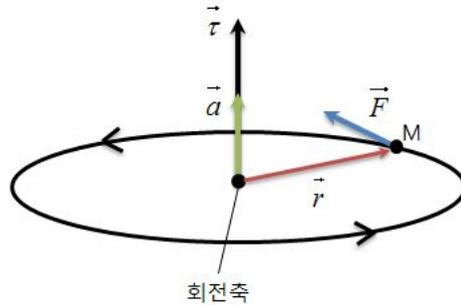


그림 2.4 자전거의 움직임과 같은 회전축에 대한 원운동

동역학 유도에 앞서 자전거 주행 시 자전거에 가해지는 여러 가지 물리적 힘이 있다고 가정하고 자전거 움직임에 대한 간단한 물리적 해석으로부터 동역학을 유도할 수 있다.

그림 2.4와 같이 회전축 주위에서 반지름 r 로 원 운동하는 질량 M 의 점입자로부터 회전에 관한 뉴턴의 제2법칙을 얻을 수 있다. 관성모멘트에 각가속도를 곱하면

$$I\alpha = (r^2M)\alpha = rM(r\alpha) = rMa = rF \quad (2.1)$$

식 (2.1)에서 관성모멘트와 각가속도의 곱은 거리에 관한 물리량과 힘에 관한 물리량의 곱과 같다. 또한 $I\alpha$ 곱은 토크 τ 와 같으며 회전운동에 관한 뉴턴의 제2법칙은

$$\tau = I\alpha \quad (2.2)$$

여기서 토크 $\vec{\tau}$ 는 힘 \vec{F} 와 위치벡터 \vec{r} 의 벡터 곱이다.

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (2.3)$$

따라서 식 (2.3)은 식 (2.4)로도 나타낼 수 있다.

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = I\vec{\alpha} \quad (2.4)$$

토크 τ 의 크기는 그림 2.4에서처럼 힘의 크기에 회전축까지의 거리(위치 벡터의 크기)와 힘벡터와 위치벡터 사이 각 \sin 을 곱한 값으로 토크는

$$\tau = rF\sin\theta \quad (2.5)$$

식 (2.5)에서 토크의 방향은 오른손 법칙에 따라 중지방향이며 이때 위치벡터는 엄지방향을 가리키고, 힘 벡터가 검지방향, 토크는 중지방향을 향한다. 토크벡터는 힘벡터와 위치벡터 모두에 수직이다. [5]

토크를 나타내는 식 (2.5)로부터 회전운동은

$$\tau = I\alpha = I\frac{d^2\theta}{dt^2} = J\frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (2.6)$$

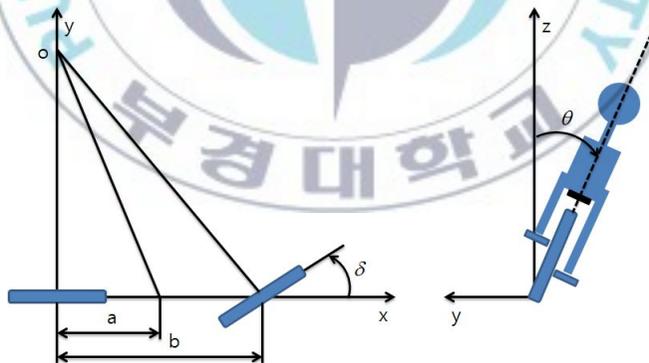
그리고 이 회전운동은 중력과 회전력 때문에 토크가 발생되고 토크를 $\tau = rF\sin\theta = rmgsin\theta$ 라고 하면

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = mgl \sin\theta + lF \cos\theta \simeq mgl\theta + lF \quad (2.7)$$

이때 선형화를 위해 각도가 아주 작다고 가정하면 $\sin\theta \simeq \theta$, $\cos\theta \simeq 1$ 이므로

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = mgl\theta + lF \quad (2.8)$$

식 (2.8)은 중력방향으로 작용하는 힘과 자전거 진행방향으로 나아가는 힘의 합성으로 그림 2.5(b)와 같이 자전거가 Z축을 중심으로 기울어지는 것을 의미한다. [6]



a. 위에서 내려다 본 xy좌표계 b. 뒤에서 바라본 yz좌표계

그림 2.5 자전거 좌표계

다음으로 자전거를 위에서 내려다 본 그림 2.5(a)와 같은 xy좌표계에서 진행방향에 대한 힘을 식으로 나타내면

$$F = m \left(\frac{V^2}{r} + \frac{dV_Y}{dt} \right) = m \left(\frac{V^2}{b} \delta + \frac{aV}{b} \frac{d\delta}{dt} \right) \quad (2.9)$$

가속도 부분의 항은 두 개의 성분으로 분리되며 이러한 식의 원리는 원운동에서 가속도가 두 성분을 가지는 것으로부터 유도된다. 한 부분은 가속도 크기의 변화로 생기는 접선가속도(Tangential acceleration)이고, 다른 부분은 속도벡터가 항상 접선을 향하고 위치벡터의 끝머리가 원을 따라 움직이면서 속도 벡터의 방향을 계속 변화시키기 때문에 생기는 지름가속도(Radial acceleration)이다.

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(rw) = \left(\frac{dr}{dt} \right)w + r \frac{dw}{dt} \quad (2.10)$$

미분 곱의 규칙을 사용해서 식 (2.10)과 같이 나타내었으며 원운동의 경우 r 은 항상 일정하므로 $dr/dt = 0$ 이고, 우변의 첫 항은 0이다. 따라서 가속도는 $dw/dt = a$ 이기 때문에 식 (2.11)과 같이 속력변화와 각가속도의 관계를 나타낼 수 있으며 그림 2.6으로도 표현할 수 있다. [7]

$$\frac{dv}{dt} = r\alpha \quad (2.11)$$

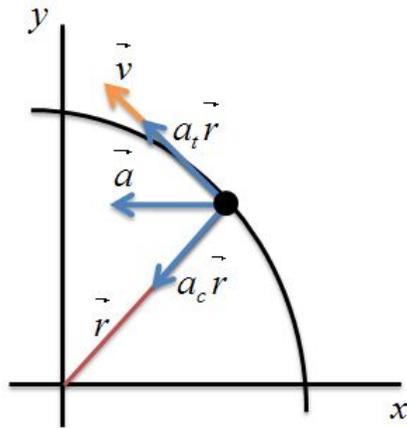


그림 2.6 원운동과 가속도의 관계

결론적으로 자전거는 두 가지의 동역학, 즉, 기울어질 때의 동역학과 중심축을 따라 회전할 때의 횡력으로 나눌 수 있고 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = mgl\theta + \ell F \quad (2.12)$$

$$F = m \left(\frac{V^2}{r} + \frac{dV_Y}{dt} \right) = m \left(\frac{V^2}{b} \delta + \frac{aV}{b} \frac{d\delta}{dt} \right) \quad (2.13)$$

2.6 자전거의 전달함수

앞에서 얻은 식 (2.12)와 식 (2.13)과 같은 두 가지 동역학을 전달함수로 나타낼 수 있다.

길이 ℓ 을 자전거 높이를 의미하는 h 로 변환하고 식 (2.12)에 식 (2.13) 을 대입하여 정리하면

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = mgh\theta + hm \left(\frac{V^2}{b} \delta + \frac{aV}{b} \frac{d\delta}{dt} \right) \quad (2.14)$$

식 (2.14)를 s평면에 대한 식으로 변환하면

$$\begin{aligned} J\theta s^2 - mgh\theta &= \frac{amVh\delta}{b}s + \frac{mV^2h}{b}\delta \\ (Js^2 - mgh)\theta &= \left(\frac{amVh}{b}s + \frac{mV^2h}{b} \right) \delta \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\theta}{\delta} &= \frac{\frac{amVh}{b}s + \frac{mV^2h}{b}}{Js^2 - mgh} \\ &= \left(\frac{amVh}{b} \right) \left(\frac{s + \frac{V}{a}}{Js^2 - mgh} \right) \\ &= \left(\frac{amVh}{bJ} \right) \left(\frac{s + \frac{V}{a}}{s^2 - \frac{mgh}{J}} \right) \\ \therefore \frac{\theta}{\delta} &= \left(\frac{amVh}{bJ} \right) \left(\frac{s + \frac{V}{a}}{s^2 - \frac{mgh}{J}} \right) \end{aligned} \quad (2.16)$$

여기서 관성모멘트 J 는 회전관성이기 때문에 개별 입자의 질량과 회전축까지의 거리에만 의존한다. 따라서 $J \cong mh^2$ 라고 표현할 수 있고 식 (2.16)에 대입하여 정리하면

$$\therefore \frac{\theta}{\delta} = \left(\frac{aV}{bh} \right) \left(\frac{s + \frac{V}{a}}{s^2 - \frac{g}{h}} \right) \quad (2.17)$$

이로써 자전거 핸들각(Steer Angle)에 대한 기울기각(Tilt Angle)의 전달함수를 유도할 수 있고 자전거의 극점과 영점, Gain을 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{극점(pole)} : \pm \sqrt{\frac{g}{h}} \quad (2.18)$$

$$\text{영점(zero)} : -\frac{V}{a} \quad (2.19)$$

$$\text{Gain} : \frac{aV}{bh} \quad (2.20)$$

이러한 핸들각 입력 δ 으로부터 기울기각 θ 에 관련된 시스템 전달함수로부터 자전거의 안정성에 대한 판단을 할 수 있다. 이 시스템은 양수 실수 극점을 가짐으로서 핸들각의 컨트롤 없이는 기울기각이 불안정하다는 것을 알 수 있다. 또한 전달함수의 Gain과 영점은 상수 전진속도 V 에 달려있다고 볼 수 있다. 적정한 전진 속도는 아래와 같은 과정을 통해서 알 수 있다.

먼저 비례 제환(Proportional feedback) 법칙을 이용하여

$$\delta = -k_2\theta \quad (2.21)$$

라고 하고 페루프 전달함수에 적용하면

$$G_{fb} = \frac{\left(\frac{aV}{bh}\right)\left(s + \frac{V}{a}\right)}{\left(s^2 - \frac{g}{h}\right) + k_2\left(\frac{aV}{bh}\right)\left(s + \frac{V}{a}\right)} = \frac{\theta}{\delta} \quad (2.22)$$

분모의 특성방정식을 이용하여

$$\left(s^2 - \frac{g}{h}\right) + k_2\left(\frac{aV}{bh}\right)\left(s + \frac{V}{a}\right) = 0 \quad (2.23)$$

$$s^2 + \frac{aVk_2}{bh}s + \left(\frac{V^2k_2}{bh} - \frac{g}{h}\right) = 0 \quad (2.24)$$

식 (2.24)로 부터

$$k_2 > \frac{bg}{V^2} \quad (2.25)$$

이고 V가 충분히 크다면 점차적으로 안정해 진다. 즉, V는 임계속도 V_c 보다 커야 안정적으로 달릴 수 있고 식 (2.26)과 같은 조건으로 나타낼 수 있다.

$$V > V_c = \sqrt{\frac{bg}{k_2}} \quad (2.26)$$

2.7 자전거의 Front Fork

$$\frac{\theta}{\delta} = \left(\frac{aV}{bh} \right) \left(\frac{s + \frac{V}{a}}{s^2 - \frac{g}{h}} \right) \quad (2.27)$$

앞서 유도한 식 (2.17)을 식 (2.27)에 다시 나타내었다. 이와 같은 시스템 전달함수의 식에서 제어변수인 핸들각(Steer angle)은 사실 좋은 선택이 될 수 없다.

실제 자전거의 운행에 있어서 자전거 탑승자는 자전거가 기울어질 때 직진 주행과 비교하여 핸들 바(Handle bar)에 토크를 가하는 영향이 더 커지게 되고 Front fork 자체도 기울어질 때 바퀴의 탄성과 도로의 접지력으로 토크가 발생된다. 즉, 제어변수로 핸들각을 선택하게 되면 실제 실험 시에 많은 변수가 작용하게 되어 올바른 제어가 되지 못한다. [3]

그러므로 앞서 제한요소로 가정하였던 Trail거리 c 와 헤드각을 동역학에 적용하여야 하고, 핸들각이 기울기각에 미치는 영향은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

헤드각이 고려된 Front fork의 기울기각은

$$\theta_f = \theta - \delta \cos \lambda \quad (2.28)$$

그리고 헤드각이 고려된 Front fork의 핸들각은

$$\delta_f = \delta \sin \lambda \quad (2.29)$$

그리고 접지면과 닿은 앞바퀴에 힘이 가해지는 요소들 중 수직요소를 N_f 라 하고 수평요소를 F_f 라고 둔다. 동역학과 회전운동의 영향은 무시하면 N_f 와 F_f 는

$$N_f = \frac{a}{b}mg \quad (2.30)$$

$$F_f = \frac{a}{b} \frac{mV^2}{b} \delta_f = \frac{a}{b} \frac{mV^2}{b} \delta \sin \lambda = \frac{amV^2 \sin \lambda}{b^2} \delta \quad (2.31)$$

T는 핸들바의 외부 토크라고 두고 Front fork의 부분품들의 무게는 무시한다. 앞서와 마찬가지로 Trail과 핸들각이 고려된 Front fork의 토크의 균형은

$$T - (F_f + N_f \theta_f) c \sin \lambda = 0 \quad (2.32)$$

$F_f, N_f, \delta_f, \theta_f$ 로 표현하면

$$T - \frac{acmg \sin \lambda}{b} \theta - \frac{acm \sin \lambda}{b^2} (V^2 \sin \lambda - bg \cos \lambda) \delta = 0 \quad (2.33)$$

식 (2.33)을 정리해서 제어 변수로써 핸들각 대신 핸들바에 대한 토크 (T)를 고려하고, Front fork가 추가된 핸들각과 이 시스템의 블록 다이어그램을 나타내면

$$\delta = k_1(V)T - K_2(V)\theta \quad (2.34)$$

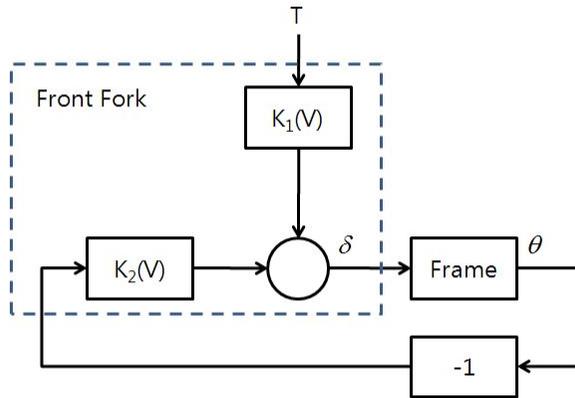


그림 2.7 Front Fork를 고려한 자전거 시스템의 블록다이어그램

여기서 상수 k_1 과 k_2 는

$$k_1(V) = \frac{b^2}{(V^2 \sin \lambda - bg \cos \lambda) m a c \sin \lambda} \quad (2.35)$$

$$k_2(V) = \frac{bg}{V^2 \sin \lambda - bg \cos \lambda} \quad (2.36)$$

Front Fork가 고려된 자전거 전달함수 유도를 위해 동역학으로부터 얻은 식 (2.15)에 식 (2.34)를 대입하면

$$(Js^2 - mgh)\theta = \left(\frac{amVh}{b}s + \frac{mV^2h}{b} \right) (k_1 T - k_2 \theta) \quad (2.37)$$

식 (2.37)을 전개하여 나타내면

$$\left(Js^2 + \frac{amVhk_2}{b}s + \frac{mV^2hk_2}{b} - mgh \right) \theta = \left(\frac{amVhk_1}{b}s + \frac{mV^2hk_1}{b} \right) T \quad (2.38)$$

회전관성 J 는 질량과 회전축까지의 거리에 의존하므로 $J \cong mh^2$ 라고 놓고 식 (2.38)을 토크에 대한 기울기각으로 정리하면

$$\begin{aligned} \frac{\theta}{T} &= \frac{\frac{amVhk_1}{b}s + \frac{mV^2hk_1}{b}}{Js^2 + \frac{amVhk_2}{b}s + \frac{mV^2hk_2}{b} - mgh} \\ &= \left(\frac{amVhk_1}{bJ} \right) \left(\frac{s + \frac{V}{a}}{s^2 + \frac{amVhk_2}{bJ}s + \frac{mV^2hk_2}{bJ} - \frac{mgh}{J}} \right) \\ &\cong \left(\frac{aVk_1}{bh} \right) \left(\frac{s + \frac{V}{a}}{s^2 + \frac{aVk_2}{bh}s + \frac{V^2k_2}{bh} - \frac{g}{h}} \right) \end{aligned}$$

따라서 Front Fork가 고려된 자전거의 전달함수는 다음과 같다.

$$\therefore \frac{\theta}{T} \cong \left(\frac{aVk_1}{bh} \right) \left(\frac{s + \frac{V}{a}}{s^2 + \frac{aVk_2}{bh}s + \frac{V^2k_2}{bh} - \frac{g}{h}} \right) \quad (2.39)$$

2.8 자전거의 안정화

자전거 프레임 모델 식 (2.17)은 Front fork의 지오메트리에 의해서 변형되고 특히 핸들각 δ 는 헤드각이 고려된 실질적인 핸들각 δ_f 로 바뀐다. 자전거 프레임의 무게중심은 핸들각이 돌아갈 때 이동되고 그때의 토크는 다음과 같다. [3][8]

$$T_\delta = -\frac{mgacs\sin\lambda}{b}\delta \quad (2.40)$$

식 (2.15)로부터 자전거 프레임의 동역학에 대한 균형은

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2} - mgh\theta = \frac{amVh}{b}\frac{d\delta}{dt} + \frac{mV^2h}{b}\delta \quad (2.41)$$

핸들각 δ 를 위해 식 (2.34)를 대입하면

$$\begin{aligned} J\frac{d^2\theta}{dt^2} - mgh\theta &= \frac{amVh}{b}\frac{d}{dt}(K_1(V)T - K_2(V)\theta) + \frac{mV^2h}{b}(K_1(V)T - K_2(V)\theta) \\ J\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{amVhK_2}{b}\frac{d\theta}{dt} + mgh\left(\frac{V^2K_2}{bg} - 1\right)\theta &= \frac{amVhK_1}{b}\left(\frac{dT}{dt} + \frac{V}{a}T\right) \end{aligned} \quad (2.42)$$

이 시스템이 안정하기 위해서

$$V_o > V_c = \sqrt{\frac{bg}{K_2}} \quad (2.43)$$

이고 임계 속도 V_c 는 식 (2.17)의 전달함수로 부터 제시한 V_c 속도와 같다.



Ⅲ. 자전거 제어 시스템 설계

3.1 제어기 설계 개요

앞서 모델링한 전달함수의 각 파라미터의 값은 다음과 같다.

표 3.1 전달함수의 주요 파라미터

자전거 무게 (m)	25	kg
중력가속도 (g)	9.81	m/s^2
관성모멘트 (I)	3.28	kgm^2
자전거의 무게 중심 높이 (h)	0.77	m
뒷바퀴에서 무게중심까지의 거리 (a)	0.47	m
앞바퀴 및 뒷바퀴의 중심과 지면이 닿은 지점사이의 거리 (b)	0.95	m
Trail (c)	0.08	m
자전거 속도 (V)	5	m/s
헤드각 (λ)	73	deg

이로써 자전거 프레임 전달함수는 다음과 같다.

$$\frac{\theta}{\delta} = \left(\frac{aV}{bh} \right) \left(\frac{s + \frac{V}{a}}{s^2 - \frac{g}{h}} \right) \quad (3.1)$$

$$= \frac{3.213s + 34.18}{s^2 - 12.74}$$

영점 : -10.6383, 극점 : ± 3.5694

그리고 Front fork를 고려한 전달함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\theta}{T} = \left(\frac{aVk_1}{bh} \right) \left(\frac{s + \frac{V}{a}}{s^2 + \frac{aVk_2}{bh}s + \frac{V^2k_2}{bh} - \frac{g}{h}} \right) \quad (3.2)$$

$$= \frac{0.1523s + 1.62}{s^2 + 1.413s + 2.296}$$

영점 : -10.6383, 극점 : -0.7067±j1.3403

$$k_1(V) = \frac{b^2}{(V^2 \sin \lambda - bg \cos \lambda) mac \sin \lambda} = 0.0474 \quad (3.3)$$

$$k_2(V) = \frac{bg}{V^2 \sin \lambda - bg \cos \lambda} = 0.44 \quad (3.4)$$

임계속도는 아래와 같이 계산할 수 있으며 시뮬레이션에는 V_c 값보다 큰 값인 5m/s로 속도 V를 설정하였다.

$$V_c = \sqrt{\frac{bg}{k_2}} = 4.6025 \quad (3.5)$$

또한, 탑승자가 조작하는 핸들의 시정수가 모터의 기계적, 전기적 시정수보다 상대적으로 아주 크기 때문에 전기적인 모터의 전달함수를 계산하지 않고 핸들각 제어에 필요한 전압상수(Voltage constant) 파라미터만 고려하여 상수 곱으로 계산하기로 한다.

DC Motor Voltage Constant : 49.56 [V/Krpm]

구현하고자 하는 제어기의 조건은 표 3.2와 같다.

표 3.2 제어기의 설계 조건

Overshoot(OS)	5%
Settling Time(T_s)	0.2~0.4sec

자전거의 제어에서 빠른 응답도 중요하지만 낮은 오버슈트로 정확한 제어가 될 수 있도록 하는 것이 더욱 중요하기 때문에 위와 같은 조건의 설계가 필요하다. 그림 3.1과 그림 3.2는 보상 전 자전거 시스템의 계단응답과 근궤적도이다.

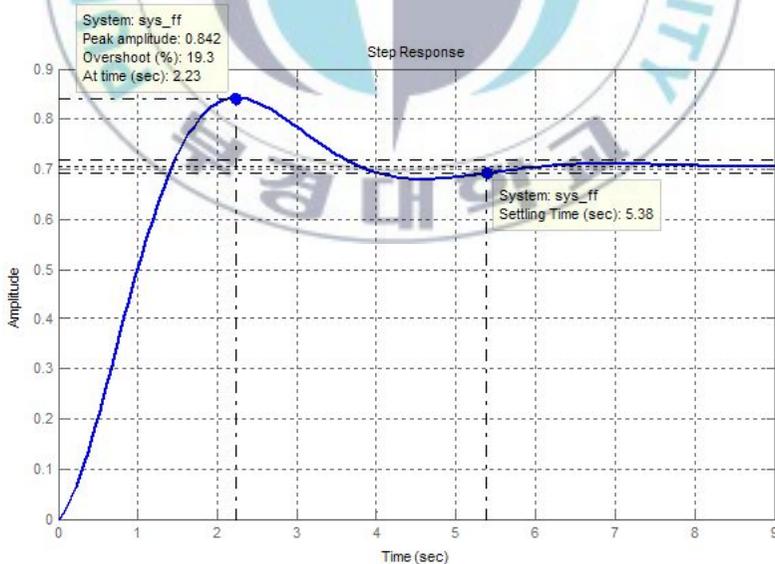


그림 3.1 자전거 시스템의 비보상 계단응답

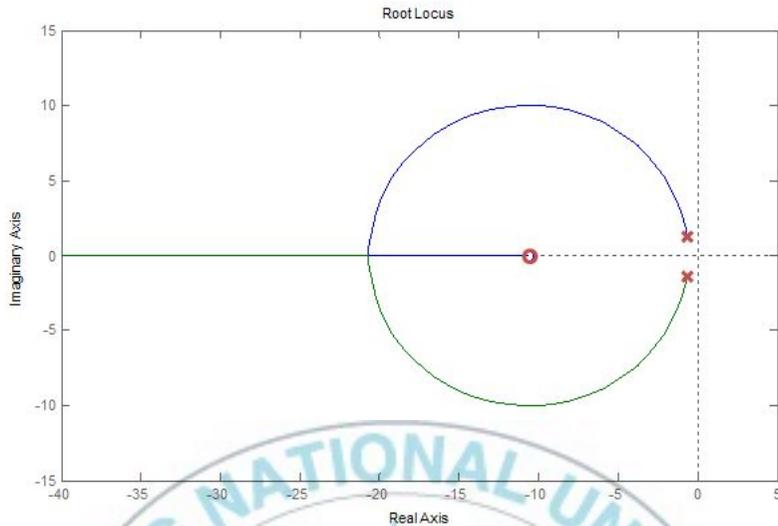


그림 3.2 자전거 시스템의 비보상 근궤적도

Front Fork가 고려된 자전거 프레임의 전달함수는 모든 극점과 영점이 좌반부에 있는 안정한 시스템이다. 하지만 근궤적도에서 볼 수 있듯이 실수축을 중심으로 허수축을 따라 위 아래로 위치한 극점의 영향으로 진동이 발생할 수 있다. 따라서 기울어짐에 따른 단순 핸들 제어 이상의 성능을 가져야하고 정상상태 응답과 빠른 응답을 개선시킬 수 있는 제어기의 추가가 필요하다.

표 3.2의 설계 조건에서 확인하였듯이 자전거에는 빠른 속응성도 필요하지만 보다 작은 오버슈트와 최소한의 정상상태 오차가 요구되므로 PI 제어기와 PID 제어기를 설계하여 더 나은 제어가 될 수 있도록 하고자 하였다. [12]

3.2 비례·적분(PI) 제어기 설계

PI 제어기(Proportional Integral Controller)를 포함한 폐루프 시스템의 블록 다이어그램은 그림 3.3과 같다.

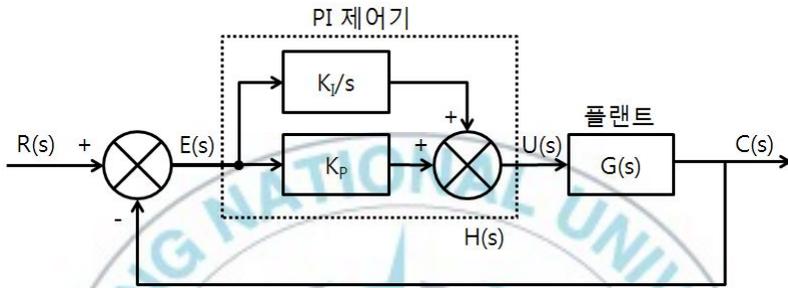


그림 3.3 PI 제어기 블록다이어그램

그림 3.3의 블록 다이어그램에 대한 전달함수는

$$G_{PI}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} = \frac{K_P s + K_I}{s} = \frac{K_P \left(s + \frac{K_I}{K_P} \right)}{s} \quad (3.6)$$

이고, 적분요소는 제어기 입력의 시간 적분에 비례하는 신호를 생성한다.

여기서 K_I 는 적분요소이다. PI 제어기는 시스템의 차수를 1차 증가시키므로 시스템의 정상상태 오차가 한 차수만큼 개선된다. 즉, 주어진 입력에 대한 정상상태 오차가 상수이면 PI 제어기는 이 정상상태 오차를 0으로 감소시킨다.

설계사양은 10%이내의 정상상태 오차(steady-state error)와 5%이내의 최대 오버슈트를 갖도록 한다.

Front Fork를 포함한 자전거 프레임의 전달함수에 PI 제어를 포함한 개루프 시스템의 전달함수는

$$G_c(s) = \frac{0.1523s + 1.62(K_p s + K_I)}{s(s^2 + 1.413s + 2.296)} \quad (3.7)$$

이고 폐루프 전달함수는

$$G_{c-close}(s) = \frac{0.1523s + 1.62(K_p s + K_I)}{s(s^2 + 1.413s + 2.296) + 0.1523s + 1.62(K_p s + K_I)}$$

$$= \frac{0.08679s + 1.847(K_p s + K_I)}{s^3 + 1.413s^2 + (2.296 + 0.1523 + 1.62K_p)s + 1.62K_I} \quad (3.8)$$

안정도 판별을 위하여 표 3.3과 같이 Routh-Hurwitz 표를 만들어 폐루프 전달함수의 특성방정식을 대입하면 아래와 같다.

표 3.3 안정도 판별을 위한 Routh-Hurwitz 표

s^3	1	$(2.296 + 0.1523 + 1.62K_p)$
s^2	1.413	$1.62K_I$
s^1	$\frac{(1.62K_I - 1.413(2.296 + 0.1523 + 1.62K_p))}{1.413}$ $= \frac{(3.4594 + 2.2891K_p) - 1.62K_I}{1.413}$ $= 2.4483 + 1.62K_p - 1.1465K_I$	0
s^0	$\frac{(2.4483 + 1.62K_p - 1.1465K_I) 1.62K_I}{2.4483 + 1.62K_p - 1.1465K_I}$ $= 1.62K_I$	0

표 3.3으로부터 안정도 판별조건을 찾을 수 있다.

$$2.4483 + 1.62K_P - 1.1465K_I > 0 \quad (3.9)$$

$$K_I > 0 \quad (3.10)$$

식 (3.9)와 식 (3.10)을 정리하여 페루프 시스템이 안정하기 위한 파라미터 설정에 대한 조건은

$$K_P > 0.7077K_I - 1.5113 \quad (3.11)$$

$$K_I > 0 \quad (3.12)$$

여기서 램프 오차상수(Lamp error constant) K_L 은

$$K_L = \lim_{s \rightarrow 0} s G_c(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{0.1523s + 1.62(K_P s + K_I)}{s^2 + 1.413s + 2.296} = \frac{1.62K_I}{2.296} \quad (3.13)$$

이므로, 램프 입력에 의한 정상상태 오차 e_{ss} 는

$$e_{ss} = \frac{1}{K_L} = \frac{2.296}{1.62K_I} = \frac{1.4173}{K_I} < 0.1 \quad (3.14)$$

이다. 따라서 적분요소 K_I 는 식 (3.15)와 같은 조건을 만족해야 한다.

$$K_I > 14.173 \quad (3.15)$$

K_I 를 15라고 하면 $K_P > 9.1042$ 의 조건을 가진다. 이 PI 제어기는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$G_{PI}(s) = \frac{K_P s + K_I}{s} = \frac{10s + 15}{s} \quad (3.16)$$

이때 표 3.2의 설계 조건을 갖는 극점은 $s^2 + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2$ 의 근이 되는 폐루프 극점인 $-20 \pm j20.9738$ 이고 근궤적은 이 점을 지나야 한다. 따라서 근궤적이 0.6901의 감쇠비선 ζ 과 교차되는 지점으로 이득을 조절하였고 이득=31을 얻을 수 있다.

$$\zeta = \frac{-\ln(\%OS/100)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(\%OS/100)}} = 0.6901 \quad (3.17)$$

$$\omega_n = \frac{4}{\zeta T_s} = 28.9810 \quad (3.18)$$

식 (3.16)의 PI 제어기를 사용하고 계단입력을 인가하였을 때의 응답특성은 그림 3.4와 같다. [13] 그림 3.4에서 오버슈트는 약 24.7%를 나타내었다.

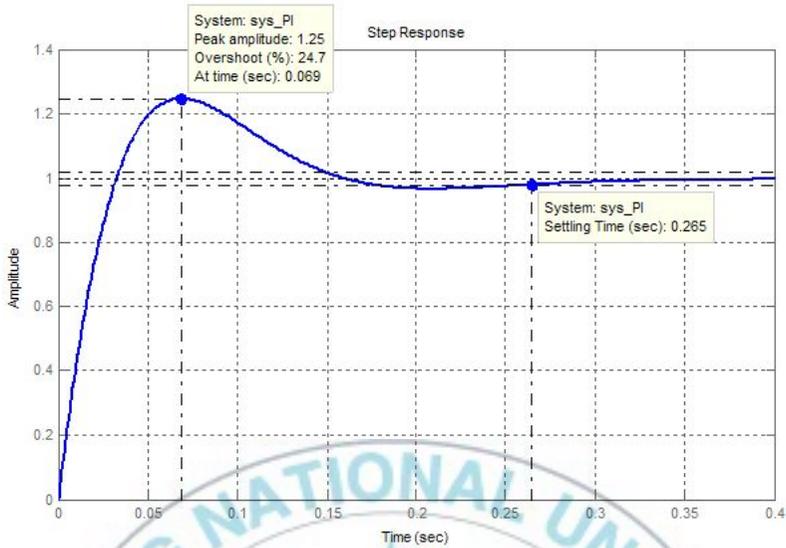


그림 3.4 PI 제어기의 계단응답 시뮬레이션

3.3 비례·적분·미분(PID) 제어기 설계

PID 제어기의 전달 함수는 다음과 같다.

$$G_c(s) = K_1 + \frac{K_2}{s} + K_3s = \frac{K_1s + K_2 + K_3s^2}{s} = \frac{K_3 \left(s^2 + \frac{K_1}{K_3}s + \frac{K_2}{K_3} \right)}{s} \quad (3.19)$$

이 전달함수는 두 개의 영점과 원점에 있는 한 개의 극점을 갖는다. 한 개의 영점과 원점의 이상 극점은 이상 적분 보상기에 의해 설계되고 다른 하나의 영점은 이상 미분 보상기에 의해 설계된다.

식 (3.19)의 전달함수는 아래와 같은 블록 다이어그램처럼 나타낼 수 있다.

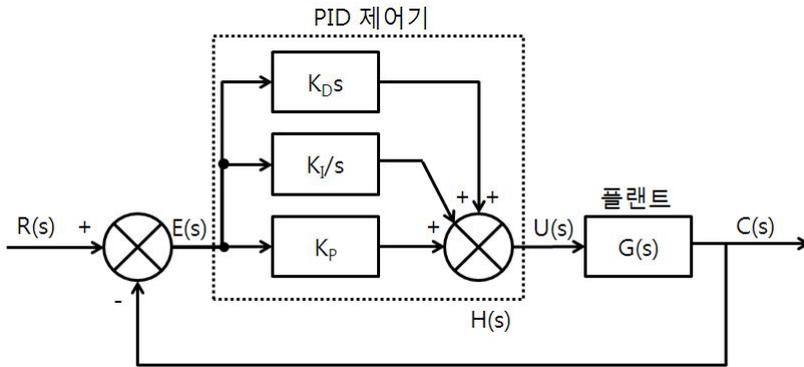


그림 3.5 PID 제어기 블록다이어그램

PID 설계 절차는 다음과 같다.

1. 과도 응답 설계조건을 만족하도록 PD 제어기를 설계하고 영점의 위치와 루프 이득을 계산한다.
2. 정상상태 오차에 대한 설계 조건을 만족하도록 PI 제어기를 설계한다. [13]

위에서 제시한 조건과 같이 OS=5%의 오버슈트에 해당하는 감쇠비 (Damping ratio) ζ 와 고유주파수(Natural frequency) ω_n 은

$$\zeta = \frac{-\ln(\%OS/100)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(\%OS/100)}} = 0.6901 \quad (3.20)$$

$$\omega_n = \frac{4}{\zeta T_s} = 28.9810 \quad (3.21)$$

따라서 표 3.2의 설계 조건을 갖는 극점은 $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$ 의 근이 되는 지배극점 $-20 \pm j20.9738$ 이고 근궤적은 이 점을 지나야 한다. 페루프 극점

과 전달함수의 영점 및 극점의 위치는 아래 그림 3.6과 같다.

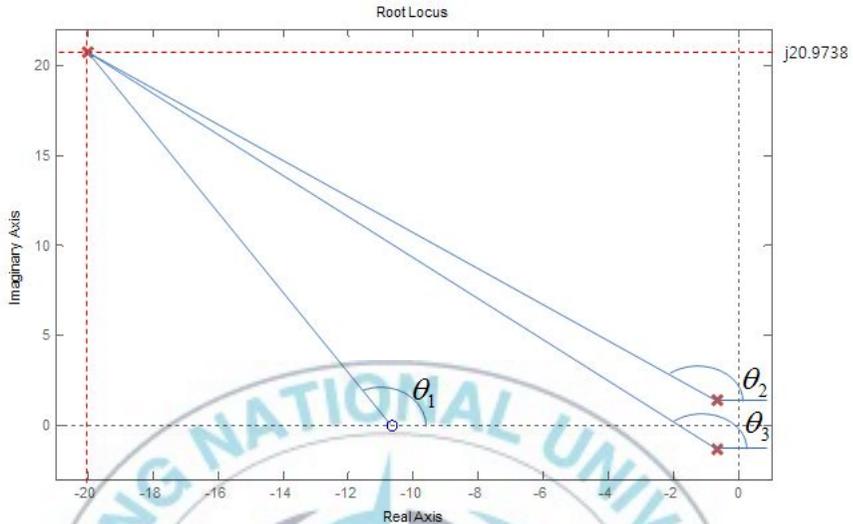


그림 3.6 보상 시스템의 지배극점과 전달함수의 영점 및 극점 위치

비보상 시스템의 모든 극점과 영점에서 보상 시스템의 지배극점까지에 대한 각도의 합을 구하면 -151.2931° 이다.

$$\begin{aligned} \theta_1 &= 114.0537^\circ \\ \theta_2 &= 134.4993^\circ \\ \theta_3 &= 130.8475^\circ \\ \theta_{tot} &= \theta_1 - \theta_2 - \theta_3 = -151.2931^\circ \\ \theta_{tot} + \angle c &= -180^\circ \\ \therefore \angle c &= -28.7069^\circ \end{aligned}$$

극점과 영점의 각도 합은 180° 홀수 배 규칙을 만족시키기 위해 두 개의 보상 영점을 위치시키고 정상상태 오차 감소를 위한 적분 보상기를 추가하면 유도하고자 하는 보상은

$$G_{PID}(s) = \frac{(s+2.4)(s+24.2)}{s} \quad (3.22)$$

또한 설계조건을 만족시키기 위해 근궤적이 0.6901의 감쇠비선 ζ 과 교차되는 지점으로 Gain을 조절하고 이득 K_1 , K_2 , K_3 의 값을 결정한다. 이로부터 이득의 곱과 PID 제어기 식은

$$G_{PID}(s) = \frac{15(s+2.4)(s+24.2)}{s} = \frac{15(s^2+26.6s+58.08)}{s} \quad (3.23)$$

$$K_1 = K_P = 26.6$$

$$K_2 = K_I = 58.08$$

$$K_3 = K_D = 1$$

$$Gain = 15$$

설계한 PID 제어기의 스텝입력에 대한 응답은 그림 3.7과 같고 오버슈트는 약 5%를 나타내었다. PI 제어기와의 비교 그래프는 그림 3.8에 나타내었고 더 적은 오버슈트의 면에서 PID 제어기의 성능이 보다 나은 것을 확인할 수 있다.

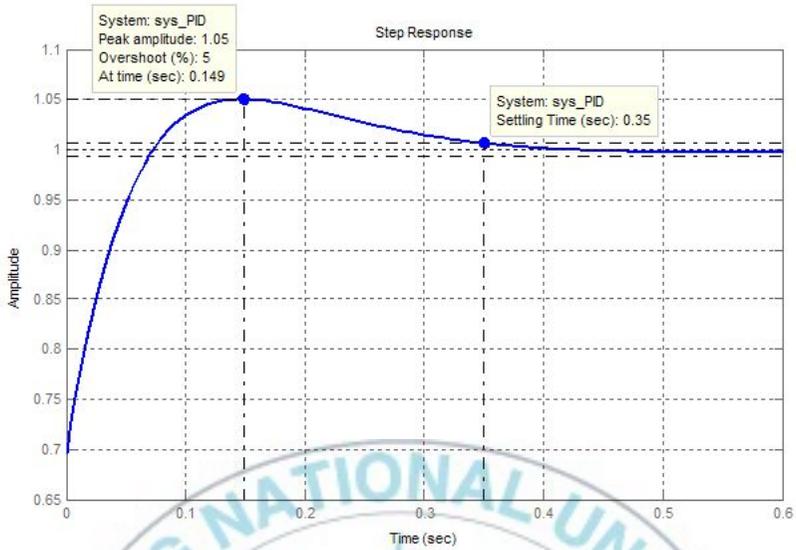


그림 3.7 PID 제어기의 계단 응답 시뮬레이션

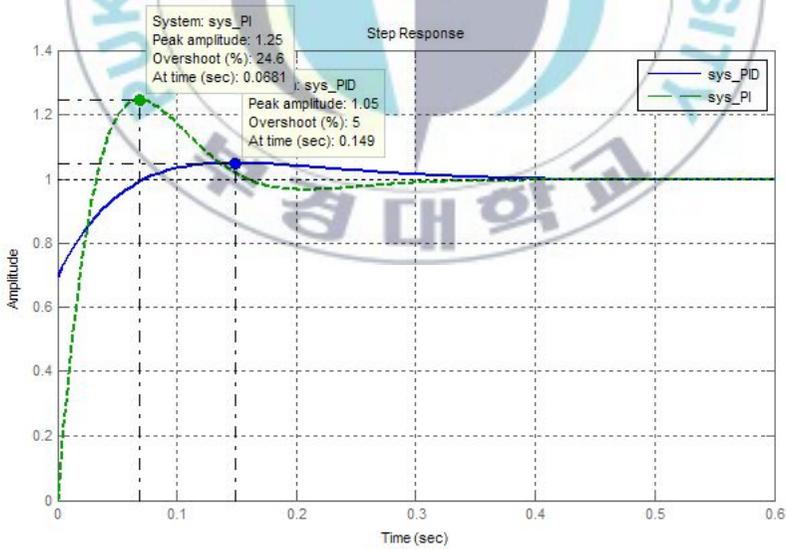


그림 3.8 PI 제어기와 PID 제어기의 비교

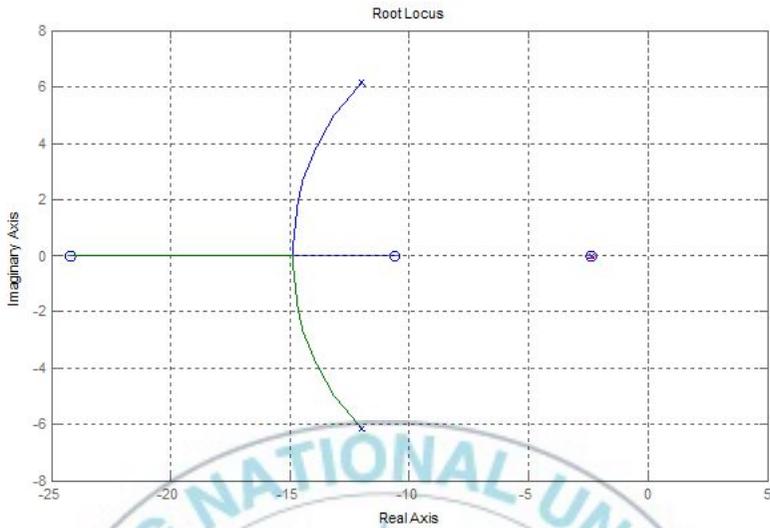


그림 3.9 PID 제어기 사용 후 Root Locus

3.3 시뮬레이션

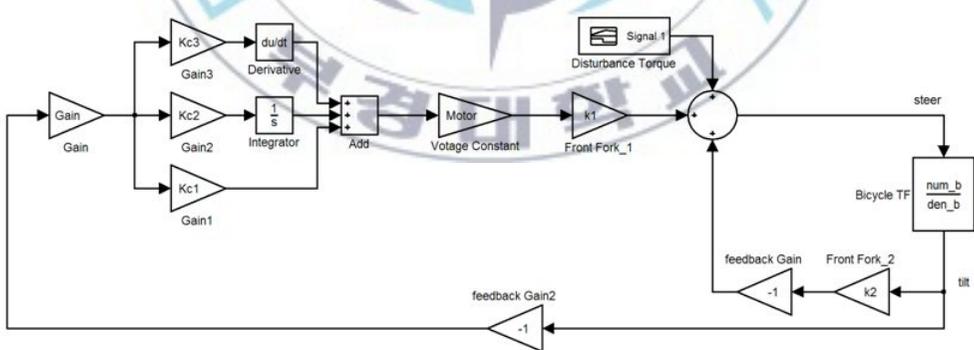


그림 3.10 PID 제어기를 가지는 자전거 블록다이아그램

자전거의 Front Fork에 탑승자가 핸들에 가하는 힘이나 지면에서 받는 힘 등 외부에서 들어오는 Torque가 있다고 가정하고 계단파형 입력과 임

펄스입력을 가하는 시뮬레이션을 실행하였다.

즉, 자전거의 핸들에 힘을 가하여 자전거가 기울어지는 응답을 관찰함으로써 외부 반응에 의한 자전거 기울기 응답을 확인할 수 있다. [9][10][11]

자전거의 핸들각과 기울기각의 출력을 알아보기 위하여 MathWorks 社의 시뮬레이션 프로그램인 Simulink로 그림 3.10과 같은 Block Diagram을 만들고 각 입력에 대한 응답을 관찰하였다.

첫 번째 시뮬레이션은 외부 토크의 강도에 대한 응답의 결과이다. 크기별 토크 입력에 대하여 핸들각의 응답을 그림 3.11에 나타내었고 기울기각의 응답을 그림 3.12에 나타내었다. 두 개의 결과 그림에서 토크의 강도에 따라 더 많이 회전하고 더 많이 기울어지는 모습을 확인할 수 있으며 자전거를 더 많이 기울일 때 핸들에 가해지는 토크 또한 높아진다고도 볼 수 있다.

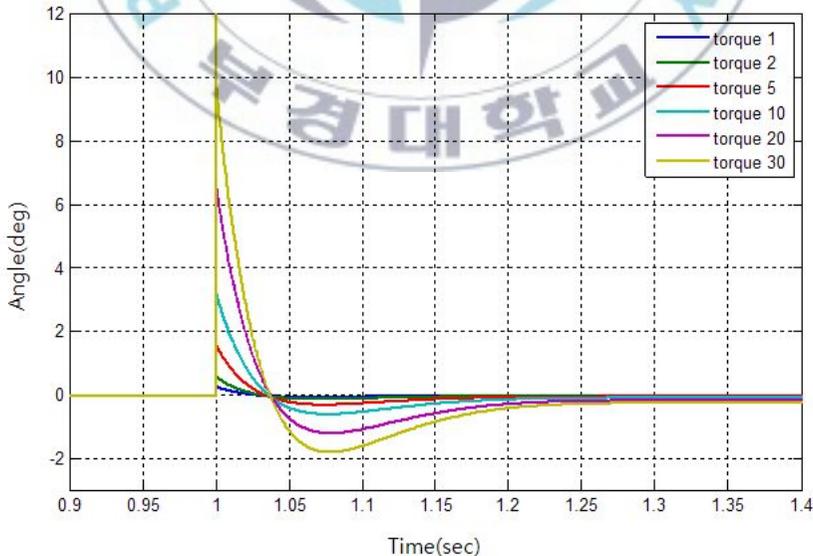


그림 3.11 크기별 토크 입력에 대한 핸들각의 응답

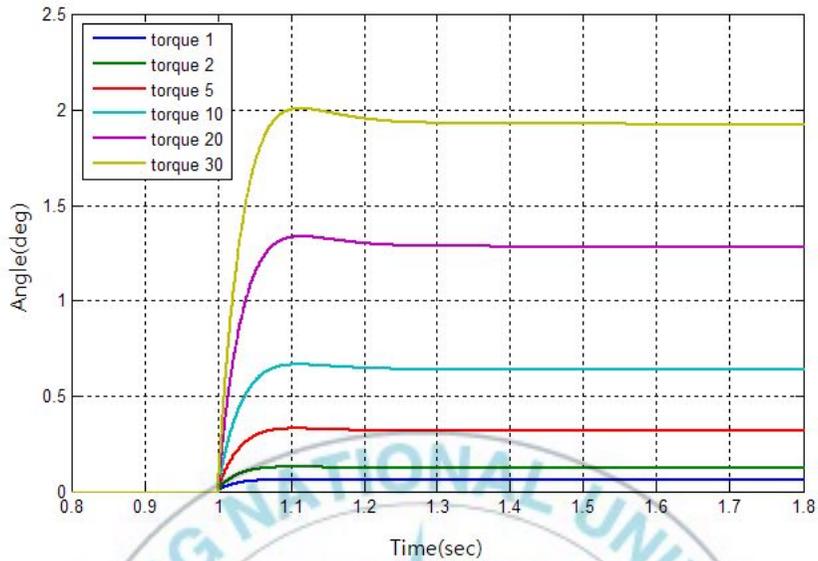


그림 3.12 크기별 토크 입력에 대한 기울기각의 응답

그림 3.13과 그림 3.14에서 계단과형 입력에 대한 응답을 확인하였다. 이 두 개의 결과는 탑승자가 핸들을 조작하거나 바퀴의 탄성으로 인한 외부 토크가 발생된다고 가정하였을 때의 응답이며, 또한 자전거를 타고 코너를 돌 때 핸들에 가해지는 토크에 대한 응답이라고도 볼 수 있다.

기울기각은 토크가 가해진 방향으로 기울어져 있는 상태이고 핸들각은 토크가 가해진 방향으로 회전하였다가 다시 복귀하는 형태를 보인다. 즉, 이러한 응답은 탑승자가 코너를 돌기 전 우측으로 향하는 명령에 대해 초기에는 좌측으로 방향을 잡아야 하는 특징과 같다. 또한 핸들각은 0° 로 수렴하는 것이 아니라 약간 기울어진 상태를 유지함으로써 기울어진 채로 코너를 돌고 있다고 생각해볼 수 있다.

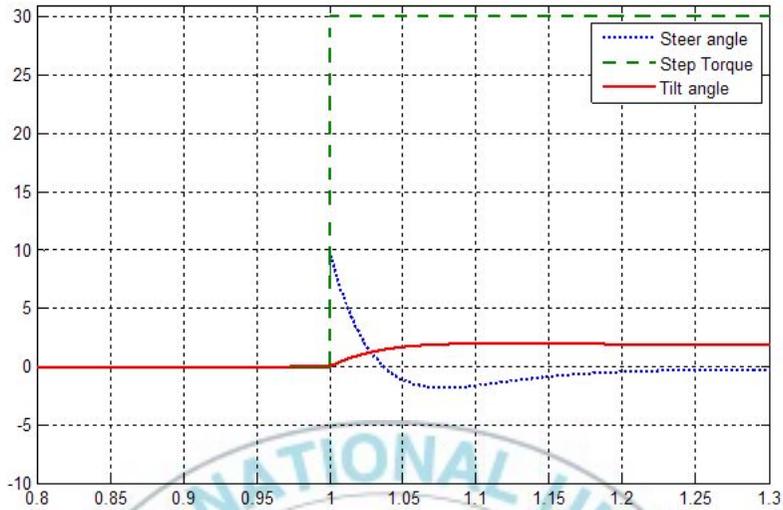


그림 3.13 계단 과형 입력 시 핸들각과 기울기각의 응답

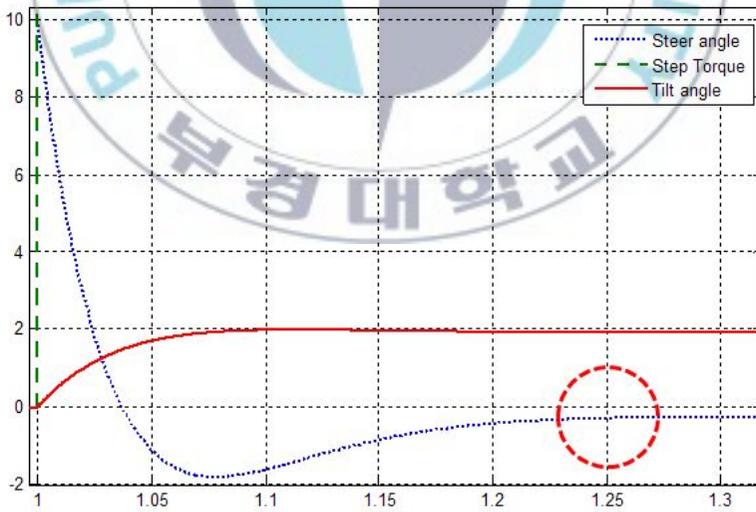


그림 3.14 그림 3.11의 확대 - 핸들각의 수렴확인

다음 시뮬레이션 결과 그림 3.15는 0.1sec의 임펄스입력을 가했을 때의 응답이다.

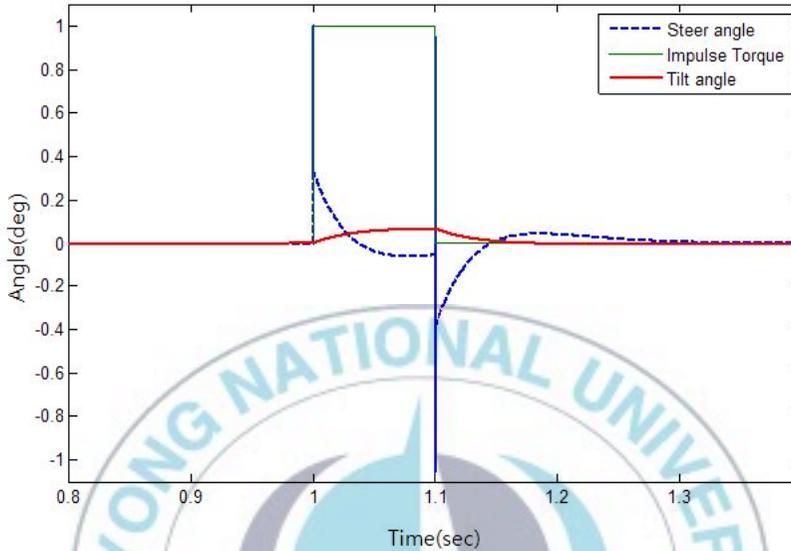


그림 3.15 임펄스 입력 시 핸들각과 기울기각의 응답

계단과형 입력과 마찬가지로 핸들각이 토크가 가해지는 방향으로 회전 하였다가 다시 복귀되는 형태를 보이며 짧은 순간의 토크이지만 자전거가 잠시 기울었다가 0°로 복귀하는 것을 확인할 수 있다.

추가적인 시뮬레이션으로 임의의 임펄스를 연속으로 넣어주고 이를 관찰한 결과를 아래 그림 3.16에 나타내었다. 그림 3.15의 관찰 결과와 마찬가지로 자전거가 힘이 가해진 방향으로 일시적으로 기울어졌다가 회복력에 의하여 반대 방향으로 다시 복귀함으로써 중심을 잡는 형태를 확인할 수 있다.

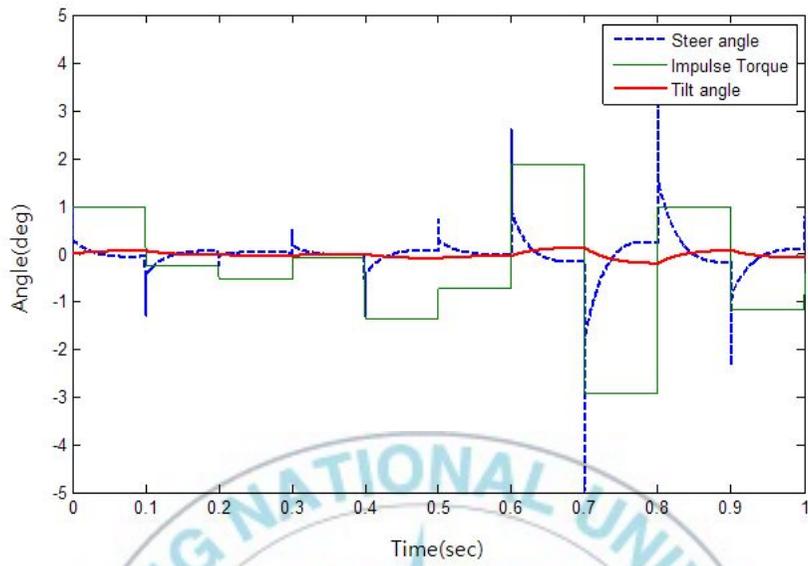


그림 3.16 랜덤 입력에 대한 핸들각과 기울기각의 응답



IV. 실험 및 결과

4.1 자전거 로봇의 실험장치 구성

자전거 로봇의 제어 및 모니터링 프로그램 작성을 위해 National Instruments 社의 LabVIEW를 사용하였다. LabVIEW는 PC 기반의 제어 및 계측을 위해 사용되는 그래픽 기반의 프로그래밍 언어로써 멀티루프를 지원하고 다양한 데이터 수집 장치와 손쉽게 연동할 수 있다는 것이 장점이다. [14]

또한 아날로그 및 디지털 데이터의 획득과 출력을 위해 위 실험에는 National Instruments 社의 DAQPad-6016을 사용하였다. 그리고 빠르고 간결한 알고리즘 구현과 여러 센서 값의 획득을 위해 LabVIEW가 설치된 PC와 USB로 직접 연동하여 자전거 로봇의 제어 및 모니터링 장치를 구현하였다.



그림 4.1 실험에 사용된 DAQPad-6016

LabVIEW, DAQ Pad, 자전거로봇의 신호 처리 흐름을 아래와 같이 나타내었다.

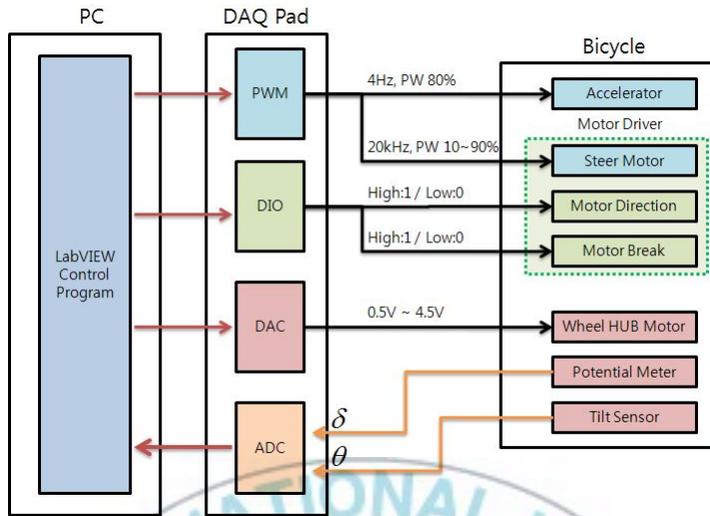


그림 4.2 신호 처리 흐름도

LabVIEW에서 발생된 제어신호는 DAQ Pad에서 아날로그와 디지털의 전기적인 신호로 변환된다. DAQ Pad 내부의 PWM, Digital Output 및 Digital-to-Analog Convert(DAC)를 이용하여 자전거의 모터 드라이버, 액셀러레이터(Accelerator)로 전달되며 각각의 기능을 수행하게 된다.

PWM은 모터드라이버와 액셀러레이터의 구동신호로 사용되며 Pulse Width 조절로 속도를 가변하여 사용할 수 있다. 그리고 Digital Output (DIO)은 모터의 방향결정과 브레이크 신호를 출력하며 DAC는 자전거 앞바퀴의 Wheel Hub Motor의 가동에 사용되어 진다.

또한 자전거의 핸들각 검출에 사용한 Potential Meter와 기울기각 검출에 사용한 Tilt Sensor는 DAQ Pad의 Analog-to-Digital Convert(ADC)로 입력이 되며 이 신호는 다시 LabVIEW로 전달되어 모니터링과 제어 요소로써 사용된다. 즉, 앞에서 유도한 자전거 전달함수와 같이 기울기각을 모니터링 함으로써 핸들각 제어에 필요한 신호를 생성할 수 있고 생성된 신호로 모터를 움직여 다시 자전거의 기울기각 검출 후 모니터링 할

수 있다. 이때의 Sample rate은 100S/s이며 DAQ Pad의 하드웨어 타이밍을 따른다.

앞서 설명한 과정으로 자전거 기울기각이 궤환되어 입력되면 LabVIEW 내부에 설계한 제어를 거쳐 모터를 작동시킬 수 있는 PWM 신호로 변환되어 핸들각 제어 모터(Steer Motor)를 구동하게 함으로써 자전거의 균형을 잡을 수 있다. 그림 4.3은 LabVIEW로 구현한 자전거 제어 및 모니터링 프로그램 화면이다.

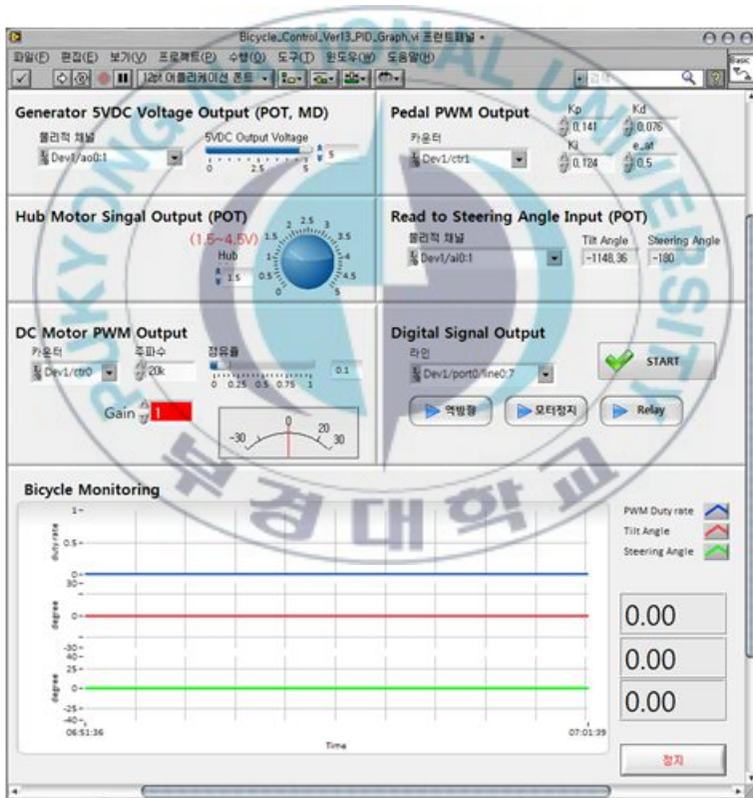


그림 4.3 LabVIEW 모니터링 프로그램 화면

4.2 실험장치의 구현

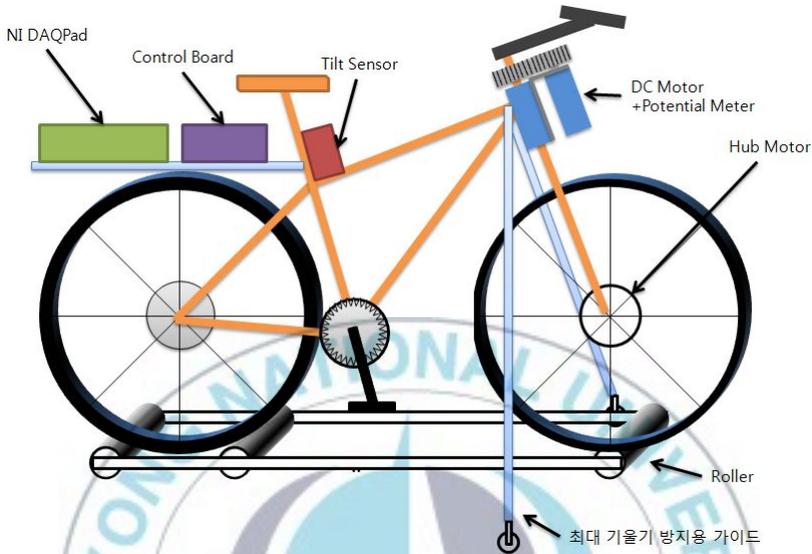


그림 4.4 자전거 시뮬레이터의 기구부

자전거 주행시험을 위하여 원통으로 만들어진 롤러위에 자전거를 안착시켜 지면을 달리는 효과를 낼 수 있도록 하였다. 여기서 앞바퀴와 맞닿은 원통과 뒷바퀴와 맞닿은 원통은 고무 밴드로 연결되어 앞바퀴에 장착된 Hub Motor의 동력이 뒷바퀴에도 전달되도록 하였다. [8]

또한, 주행시험 시 자전거가 $\pm 45^\circ$ 이상 기울어져 넘어지는 것을 방지하기 위해 좌, 우로 보호 가이드를 설치하였다. 이때 가이드의 끝 부분이 지면으로부터 약 10cm 정도 떨어져 있게 하여 자전거가 좌, 우로 기울어질 수 있도록 하였다. 이와 같은 주행시험을 위한 자전거 시뮬레이터의 기구부를 그림 4.4에 나타내었다.

그리고 자전거의 움직임은 모니터링하기 위해 Tilt Sensor와 Potential Meter를 사용하였다. 자전거의 핸들각 검출을 위한 Potential Meter는 DC

Motor의 샤프트와 수직으로 연결하여 장착하였으며 제어를 위해 모터가 회전하면 이에 따라 값이 출력되도록 하였다. 또한, 핸들축과 모터의 연결에는 풀리(Pulley)를 장착하고 타이밍벨트(Timing Belt)로 연결하여 백래쉬를 최소화하였으며 모터회전에 따라 핸들이 좌, 우로 움직일 수 있도록 하였다.



그림 4.5 핸들각 제어를 위한 Potential Meter의 설치

자전거의 기울기각 검출에는 DAS-M3 Tilt Sensor를 사용하였고 그림 4.6과 같이 자전거 안장축의 중앙에 설치하였다.



그림 4.6 기울기각 검출을 위한 Tilt Sensor의 설치

또한 그림 4.7과 같이 자전거의 일정한 속도 유지를 위하여 앞바퀴에 BLDC Wheel Hub Motor를 장착하였고 외부의 24VDC 전원을 인가하여 구동하였다.



그림 4.7 BLDC Wheel Hub Motor 장착

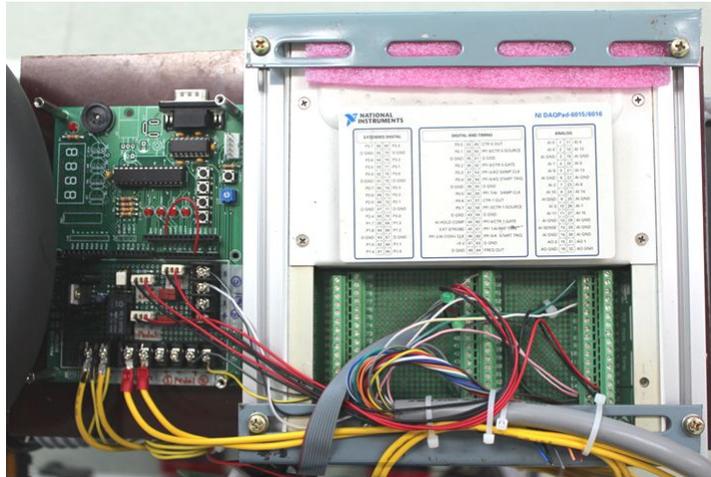


그림 4.8 장착된 DAQ Pad와 신호전환용 Control Board

실험을 위하여 그림 4.8과 그림 4.9과 같이 자전거의 짐받이 공간에 DAQ Pad와 신호전환용 Board를 장착하였고 그 아래에 Wheel Hub Motor의 구동을 위한 24VDC 배터리를 장착하였다.



그림 4.9 주행시험 중인 자전거 로봇의 전체 모습

4.3 실험결과

자전거의 균형 성능 비교실험을 위해 먼저 기울기각 센서에 따른 모터 출력의 조절을 할 수 있도록 PI 제어를 LabVIEW로 프로그래밍 하여 테스트하였다. DAQ Pad를 통해 측정된 데이터를 그림 4.10과 같이 LabVIEW의 그래프로 나타내었다. 가장 상단의 그래프는 핸들부 회전을 위한 모터의 출력강도를 나타내었고 중간의 그래프는 자전거의 기울기각을 나타내었다. 가장 하단의 그래프는 핸들각을 나타내었고 그래프 전체를 통해 자전거가 중심을 잡기위해서 기울기각과 핸들각이 좌, 우로 흔들리는 것을 확인할 수 있다.

즉, 이 그래프에서 자전거가 기울어질 때 마다 균형을 유지하기 위해 모터의 출력강도가 변하면서 핸들각이 좌, 우로 흔들리는 것을 확인할 수 있지만 자전거가 정확하게 중심을 잡고 기울기가 0(zero)를 유지한 채 균형을 잡는 것은 확인할 수 없다. 따라서 다른 제어기법을 통한 자전거 로봇의 균형제어가 필요함을 알 수 있다.

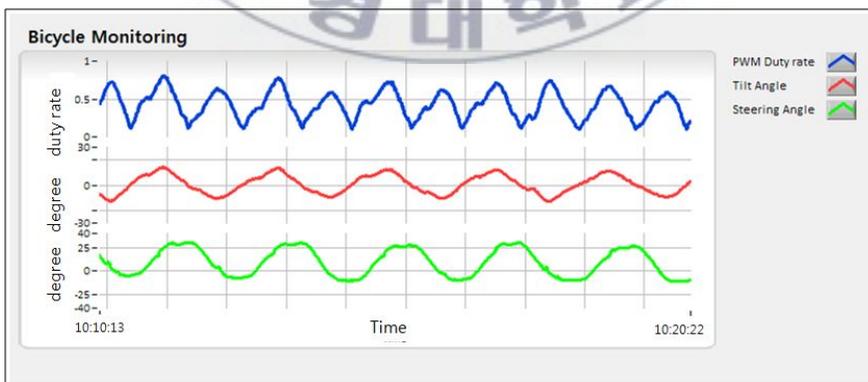


그림 4.10 PI 제어를 이용한 자전거 로봇의 응답 특성 그래프

다음은 PID 제어를 LabVIEW로 프로그래밍 하여 테스트 한 결과이다. 그림 4.10의 실험과 동일하게 DAQ Pad를 통해 측정된 데이터를 그림 4.11에 LabVIEW의 그래프로 나타내었으며 그래프 출력의 3가지 범례는 앞에서의 설명과 같다.

그림 4.10에서 관측한 응답결과와 다르게 그림 4.11에서는 균형을 잡고 기울기각이 약 0° 를 유지하고 있는 것을 관측할 수 있다. 이와 더불어 핸들각도 약 0° 를 유지하며 균형을 유지하고 있음을 알 수 있고 모터의 출력강도 역시 중심을 유지 하고 있는 구간에서는 0에 가까운 값을 가지는 것을 확인할 수 있다.

또한 기울기각, 핸들각, 모터 출력강도를 비교해보면 자전거가 흔들릴 때 모터강도가 강해지다가 핸들 조작에 따라 균형을 되찾아가면 모터 출력강도가 낮아지는 것을 확인할 수 있고 이에 따라 핸들각도 점차 균형을 찾아가는 가는 것을 관측할 수 있다. 그리고 그림 4.12에서는 그림 4.11의 그래프를 한 화면에 나타냄으로써 기울기각에 대한 모터의 동작 타이밍과 점차 균형을 찾아가는 자전거 로봇의 응답을 확인할 수 있다.

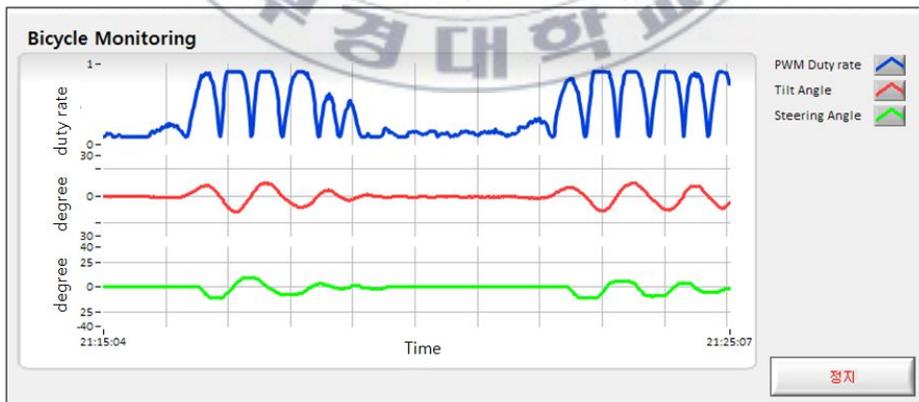


그림 4.11 PID 제어를 사용한 자전거 로봇의 응답 특성 그래프

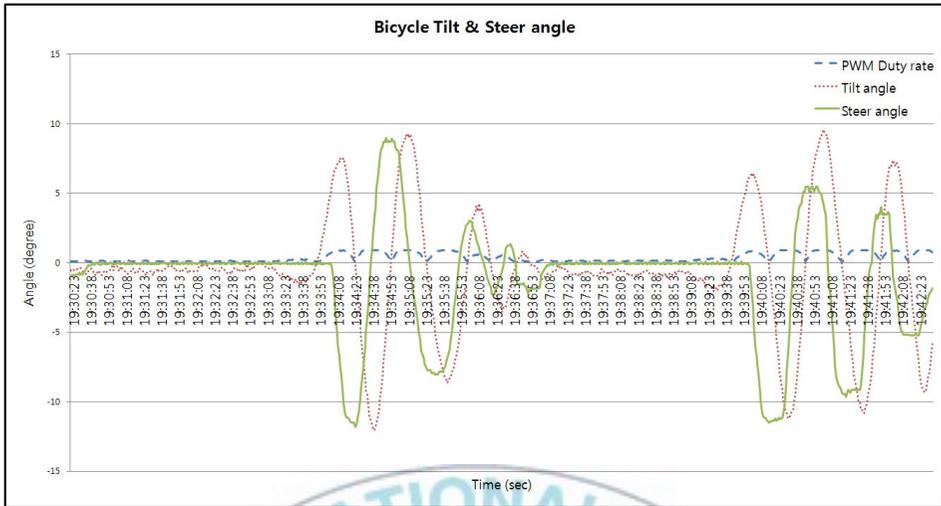


그림 4.12 그림 4.11을 한 화면으로 나타낸 결과



V. 결론

본 연구는 불안정 시스템인 자전거의 전달함수에 제어기를 적용하여 안정한 제어 시스템을 구성할 수 있도록 연구한 것이다. 자전거 움직임의 기본적인 특성을 잃지 않고 모델이 단순화 될 수 있도록 몇 가지 가정을 두어 간략화 함으로써 핸들각에 대한 기울기각의 전달함수를 구할 수 있었다. 또한 Front fork를 고려함으로써 실제 자전거에 더 가까운 모델을 유도 하여 토크에 대한 기울기각의 전달함수를 구하였다.

시뮬레이션에서는 토크의 강도에 따라 더 많이 회전하고 더 많이 기울어지는 모습을 확인할 수 있으며 자전거를 더 많이 기울일 때 핸들에 가해지는 토크 또한 높아진다는 것을 관측하였다.

균형 실험에서는 PI 및 PID 제어기를 통해 자전거 로봇의 성능을 관찰할 수 있었고 기울기 변화에 따른 자전거의 특성이 잘 나타나는 것을 확인하였다. 그리고 제어 성능에 따라 기울기에 대한 핸들을 조절하여 안정한 제어를 할 수 있음을 확인하였다.

시뮬레이션과 실험에서는 핸들각 제어를 통한 기울기각의 제어가 가능함을 확인할 수 있었고, 더 실질적인 제어를 위해 Front fork를 고려하면서 자전거의 형태에 따른 모델링의 중요성도 확인할 수 있었다.

그러나 더 정밀하고 현실성 있는 제어를 위해서는 자전거의 속도 파라미터가 상수가 아닌 제어변수로서 고려되어야 하며 더 엄격한 동역학의 유도로 정확한 무게중심점의 이동 추적 및 단순한 SISO 시스템 성능 이상의 MIMO 시스템 제어가 요구된다.

참고문헌

- [1] Yasuhito Tanaka, Toshiyuki Murakami, “Self Sustaining Bicycle Robot with Steering Controller”, IEEE, 2004, pp 193~197
- [2] Chad Findlay, Jason Moore, Claudia Perez-Maldonado, “Linearized Single Degree of Freedom Model of a Bicycle-Rider System”, University of California, 2006
- [3] Karl J. Astrom, Richard E. Klein, Anders Lennartsson “Bicycle Dynamics and Control”, IEEE, 2005, pp 26~47
- [4] David E. H. Jones, “The stability of the bicycle”, American Institute of Physics, 2006, pp 51~56
- [5] Bauer, Wolfgang, Westfall, Gary D, “현대 대학 물리학”, 교보문고, 2011
- [6] Karl J. Astrom, “Control System Design”, University of California, 2002, pp 149~154
- [7] Jewett, John W, Serway, Raymond A, “대학 물리학”, 淸文閣, 2010
- [8] Yasuhito Tanaka, Toshiyuki Murakami, “A Study on Straight-Line Tracking and Posture Control in Electric Bicycle”, IEEE, 2008, pp 159~168
- [9] Chad Findlay, Jason Moore, Claudia Perez-Maldonado, “SISO Control of a Bicycle-Rider System”, University of California, 2006
- [10] Richard E. Klein, “Using Bicycles to Teach System Dynamics”, IEEE, 1989, pp 4~8
- [11] Ko Iuchi, Hirochi Niki, Toshiyuki Murakami, “Attitude Control of Bicycle Motion by Steering Angle and Variable COG Control”, IEEE,

2005, pp 2065~2066

[12] Norman S. Nise, “Control System Engineering”, WILEY, 2010, pp 294~509

[13] 신춘식, 안영주, 변기식, “Matlab과 함께한 제어시스템 해석 및 설계”, 동일출판사, 1999, pp 356~408

[14] 손혜영, “LabVIEW의 정석”, 인피니티북스, 2009, pp 308~373

[15] M.Yamakita, A Utano, K.Sekiguchi, “Experimental Study of Automatic Control of Bicycle with Balancer“, IEEE, 2006, pp 5606~5611

[16] R.F.Chidzonga, E.Chikuni, “Stabilizing a Bicycle below Critical Speed”, IEEE, 2007

[17] J.Fajans, “Steering in bicycles and motorcycles”, American Association of Physics Teachers, 2000, pp 654~659

[18] SangChul Han, Jongkil Han, Woonchul Ham, “Control algorithm for stabilization of tilt angle of unmanned electric bicycle”, Transactions on Control, Automation and Systems Engineering, 2001, Vol.3, No. 3, pp 176~180

[19] Neil Gets, “Control of balance for a nonlinear nonholonomic non-minimum phase model of a bicycle”, Proceedings of the American Control Conference, 1994, pp 148~151

[20] Sangduck Lee, Woonchul Ham, “Self stabilizing strategy in tracking control of unmnaded electric bicycle with mass balance”, IEEE, 2002, pp 2200~2205

[21] 광두영, “Labview 데이터 수집 및 compactrio”, ohm사, 2011

[22] Jim Ledin, 배의성 역, “embedded control systems”, 에이콘, 2004