

경 제 학 석 사 학 위 논 문

VaR 추정기법들의 성과비교 및 평가:
한국금융시장을 대상으로



경 제 학 과

이 돈 화

경 제 학 석 사 학 위 논 문

VaR 추정기법들의 성과비교 및 평가:
한국금융시장을 대상으로

지도교수 장 병 기

이 논문을 석사학위 논문으로 제출함.

2011년 2월

부경대학교 대학원

경 제 학 과

이 돈 화

이돈화의 경제학석사 학위논문을 인준함

2011년 2월 일



주 심 경제학박사 이 진 우 인

위 원 경제학박사 하 봉 찬 인

위 원 경제학박사 장 병 기 인

< 목 차 >

제1장 서론	1
제1절 연구의 목적 및 의의.....	1
제2절 연구의 방법 및 구성.....	2
제2장 선행연구	4
제3장 VaR의 개념과 추정방법	8
제1절 VaR의 기본개념.....	8
1. VaR의 정의.....	8
2. VaR의 역할.....	9
제2절 전통적 VaR 추정방법.....	10
1. 델타-노말 방법.....	10
2. 역사적 시뮬레이션 방법.....	16
3. 몬테카를로 시뮬레이션 방법.....	18
제3절 G and H 분포를 이용한 VaR 추정방법.....	24
1. G and H 분포의 속성.....	24
2. 파라미터 추정절차.....	26
제4절 사후검증.....	29
제4장 실증분석	32
제1절 자료의 선정 및 기초통계량.....	32
1. 자료의 선정.....	32
2. 기초통계량.....	33
제2절 델타-노말 방법에 의한 VaR 추정.....	35

1. 역사적 표준편차 방법.....	35
2. 지수가중이동평균(EWMA) 방법.....	38
3. GARCH(1,1) 방법.....	40
제3절 역사적 시뮬레이션 방법에 의한 VaR 추정.....	43
제4절 몬테카를로 시뮬레이션 방법에 의한 VaR 추정.....	46
제5절 G and H 분포를 이용한 VaR 추정.....	49
제6절 성과비교.....	53
 제4장 결론.....	 62
제1절 연구 결과 및 의의.....	62
제2절 한계점 및 향후 연구방향.....	65
 참고 문헌.....	 67
 부록.....	 70



<표차례>

[표 3-1] 문자값	27
[표 4-1] 수익률의 기초 통계량	34
[표 4-2] 역사적 표준편차를 이용한 VaR	37
[표 4-3] 역사적 표준편차를 이용한 VaR에 대한 사후검증	37
[표 4-4] 지수가중이동평균 표준편차를 이용한 VaR	40
[표 4-5] 지수가중이동평균을 이용한 VaR에 대한 사후검증	40
[표 4-6] GARCH(1,1) 표준편차를 이용한 VaR	42
[표 4-7] GARCH(1,1)를 이용한 VaR에 대한 사후검증	43
[표 4-8] 역사적 시뮬레이션 방법을 이용한 VaR	45
[표 4-9] 역사적 시뮬레이션 방법을 이용한 VaR에 대한 사후검증	46
[표 4-10] 몬테카를로 시뮬레이션 방법을 이용한 VaR	48
[표 4-11] 몬테카를로 시뮬레이션 방법을 이용한 VaR에 대한 사후검증	49
[표 4-12] KOSPI 200의 g , h , A , B 의 파라미터 추정치	50
[표 4-13] 국고채 3년의 g , h , A , B 의 파라미터 추정치	50
[표 4-14] G and H 분포를 이용한 VaR	51
[표 4-15] G and H 분포를 이용한 VaR에 대한 사후검증	53
[표 4-16] 사후검증을 통한 성과비교(KOSPI 200)	56
[표 4-17] 사후검증을 통한 성과비교(국고채 3년)	57
[표 4-18] 사후검증을 통한 성과비교(KOSPI 200, 2008년: 248개)	58
[표 4-19] 사후검증을 통한 성과비교(KOSPI 200, 2009년: 253개)	59
[표 4-17] 사후검증을 통한 성과비교(국고채 3년, 2008년: 261개)	60
[표 4-17] 사후검증을 통한 성과비교(국고채 3년, 2009년: 260개)	61

<그림차례>

[그림 3-1] $\Delta_t V(T)$ 의 확률분포	8
[그림 3-2] VaR 추정 표본의 기초통계량(KOSPI 200)	30
[그림 3-3] VaR 추정 표본의 기초통계량(국고채 3년)	30
[그림 4-1] KOSPI 200 지수 수익률 추이	33
[그림 4-2] 국고채 3년 수익률 추이	34
[그림 4-3] KOSPI 200 VaR(신뢰수준=95%)	36
[그림 4-4] KOSPI 200 VaR(신뢰수준=99%)	36
[그림 4-5] 국고채 3년 VaR(신뢰수준=95%)	36
[그림 4-6] 국고채 3년 VaR(신뢰수준=99%)	37
[그림 4-7] KOSPI 200 VaR(신뢰수준=95%)	38
[그림 4-8] KOSPI 200 VaR(신뢰수준=99%)	39
[그림 4-9] 국고채 3년 VaR(신뢰수준=95%)	39
[그림 4-10] 국고채 3년 VaR(신뢰수준=99%)	39
[그림 4-11] KOSPI 200 VaR(신뢰수준=95%)	41
[그림 4-12] KOSPI 200 VaR(신뢰수준=99%)	41
[그림 4-13] 국고채 3년 VaR(신뢰수준=95%)	42
[그림 4-14] 국고채 3년 VaR(신뢰수준=99%)	42
[그림 4-15] KOSPI 200 VaR(신뢰수준=95%)	44
[그림 4-16] KOSPI 200 VaR(신뢰수준=99%)	44
[그림 4-17] 국고채 3년 VaR(신뢰수준=95%)	45
[그림 4-18] 국고채 3년 VaR(신뢰수준=99%)	45
[그림 4-19] KOSPI 200 VaR(신뢰수준=95%)	47
[그림 4-20] KOSPI 200 VaR(신뢰수준=99%)	47
[그림 4-21] 국고채 3년 VaR(신뢰수준=95%)	48
[그림 4-22] 국고채 3년 VaR(신뢰수준=99%)	48
[그림 4-23] KOSPI 200(95% VaR)의 G and H VaR 추이	51
[그림 4-24] KOSPI 200(99% VaR)의 G and H VaR 추이	51
[그림 4-25] 국고채 3년(95% VaR)의 G and H VaR 추이	52
[그림 4-26] 국고채 3년(99% VaR)의 G and H VaR 추이	52
[그림 A-1] KOSPI 200 역사적 표준편차 추이	70
[그림 A-2] 국고채 3년 역사적 표준편차 추이	70
[그림 A-3] KOSPI 200 지수가중이동평균 표준편차 추이	71
[그림 A-4] 국고채 3년 지수가중이동평균 표준편차 추이	71
[그림 A-5] KOSPI 200 GARCH(1,1) 표준편차 추이	71
[그림 A-6] 국고채 3년 GARCH(1,1) 표준편차 추이	72

Evaluation and comparison on VaR Estimation Methods: Focusing on Korean Financial Market

Don Hwa Lee

Department of Economics, Graduate School,
Pukyong National University

Abstract

The crisis started in 2007 to manage the global financial crisis increased the importance. As a result, many financial institutions became concerned about the Value-at-Risk.

Value-at-Risk is conceptual simple and ease of use. Therefore, International financial institutions are commonly using method of risk management.

Value-at-Risk summarizes maximum possible amount of loss for a specified period in normal market conditions, Estimation methods are parametric method under normal distribution and non-parametric method under not normal distribution.

The main purpose of this study is to explain basic concept of Value-at-Risk and discusses various estimation methods(Delta-Normal Method, Historical Simulation Method, MonteCarlo Simulation Method, G and H Method). In addition to parametric and non-parametric methods are compared. Also, An alternative to existing methods of Value-at-Risk, I proposes a new method that is based on Tukey's G-and-H distribution.

Delta-Normal Method is assumed Normal distribution in probability distribution of returns, Parametric methods are called. Delta-Normal Method, when estimating VaR, volatility is an important factor. Methods for measuring volatility, historical standard deviation method, EWMA method, GARCH(1,1) was used. Non-parametric methods were used Historical simulation and Monte Carlo simulation methods. G-and-H Method, distributional assumption is especially useful if asymmetries and fatter tails have to be considered and fast simulation from the model is of importance.

To compare these methods, Value-at-Risk is calculated in confidence level to 95%, 99% using data of close-to-close return of KOSPI 200 and 3-year Government bonds. And sample period is January 2, 2007 to December 31, 2009. And method of back-testing was conducted Failure Ratio(FR) and Z-score test.

Keywords : Value-at-Risk, Delta-Normal Value-at-Risk, Montecarlo simulation, Historical simulation, G and H distribution, skewness-kurtosis, risk measurement, distribution fitting.

제1장 서론

제1절 연구의 목적 및 의의

2008년의 금융위기는 투자자산에 대한 적절한 위험관리실패로 인해 대규모 손실과 함께 세계적 경제위기로 확산되었다. 이를 통해 투자자산의 적절한 위험관리방법에 대한 관심이 증대되었고 VaR(Value at Risk)와 같은 위험측정모형의 중요성이 강조되고 있다.

VaR는 정상적인 시장 여건 하에서 주어진 신뢰수준으로 목표기간동안에 발생할 수 있는 최대손실금액을 측정하는 것이다(Jorion, 2000). VaR의 장점은 개념적 단순성과 실용성이며, 다양한 위험을 하나의 측정치, 즉 손실금액으로 요약할 수 있다는 사실에 기인하여 금융기관, 금융 감독당국과 일반기업으로부터 많은 관심을 받고 있다. VaR에 대한 관심증가는 다양한 측정방법을 제시하였고, 각 방법이 장점과 한계를 갖고 있기 때문에 어떤 방법이 더 신뢰할 만한 VaR 추정치를 제공하는지에 대한 합의는 이루어지지 않고 있다.

위에서 말한 합의의 부재는 투자자산에 대한 실제 자산수익률을 모델링할 때 정규분포를 가정하는 방법의 경우 VaR를 과소 추정하는 경향이 있고, 반면에 정규분포의 대안으로 논의되는 초과침도를 가지는 금융시계열(fat-tail distribution)을 감안한 모든 분포는 추정의 복잡성 및 경직성이라는 단점을 가지고 있는 것에 기인한다.

본 연구에서는 전통적 VaR 방법(델타-노말 방법, 역사적 시뮬레이션방법, 몬테카를로 시뮬레이션방법)과 VaR 모형 중 거의 소개되지 않았던 G and H 분포를 이용한 VaR 추정의 비교를 연구대상으로 삼는다. G and H 분포의 사용이 주목받지 못한 이유는 비대칭성을 측정하는 왜도(skewness)와 꼬리의 두꺼움을 측정하는 침도(kurtosis)를 다루는데 있어서 단순성(simplicity)과 유연성(flexibility)이라는 실용적인 이점에도 불구하고, 비교적 짧은 내력으로 인해 통계학자들이 분포의 통계학적 속성에 대한 연구기회가 없었고 전통적인 재무

관리 분야에서는 두꺼운 꼬리에 대한 관심이 적었기 때문이다(남두우, 2008). 이렇듯, VaR 추정에 대한 방법론적 논의의 불일치와 전통적 VaR 방법의 과소 추정경향은 국내금융기관과 금융 감독당국 및 일반기업의 위험관리에 부정적 영향을 주며, 이러한 점은 세계경제의 개방화 및 통합화에 따른 위험증가에 대한 적절한 관리체계의 부재로 연결된다. 그러므로 본 연구에서는 국내주식(KOSPI 200지수) 및 채권(3년 만기 국고채 수익률)을 분석대상으로 하여 국내 주요 금융시계열 자료의 정규성을 측정 및 검정하고 정규분포가 아닌 경우, 정규분포를 가정하는 VaR 방법과 비정규분포를 가정하는 VaR 방법을 비교하여 국내 시장 환경에 적합한 VaR 방법을 찾는 것에 목적이 있다.

제2절 연구 방법 및 구성

본 연구에서는 국내 시장 환경에 적합한 VaR 방법을 찾는 것이 목적이므로 2007년 1월 2일부터 2009년 12월 31일까지의 KOSPI 200지수와 3년 만기 국고채 수익률의 일별 종가데이터를 사용한다. 대상기간 중 2007년의 자료를 이용하여 최초 추정을 하고 Rolling sample method를 통하여 2008~2009년의 VaR를 추정해 간다. 이를 통해 추정된 VaR는 2008~2009년의 실제 자료와의 비교를 통해 사후 검증을 실시한다. 검증방법으로는 VaR 연구에서 가장 보편적으로 사용되는 실패율(FR: Failure Ratio)과 양측검정방법인 Z점수(Z-score)검정을 수행한다. Z검정에서 양의 통계치는 과소추정을 의미하고 음의 통계치는 과대추정을 의미한다. 본 연구에서 사용한 VaR 방법론은 다음과 같다.

(1) 델타-노말 방법(Delta-Normal Method)

- ① 델타-노말 방법(역사적 표준편차)
- ② 델타-노말 방법(지수가중 이동평균)
- ③ 델타-노말 방법(GARCH(1,1))

(2) 역사적 시뮬레이션 방법(Historical Simulation Method)

(3) 몬테카를로 시뮬레이션 방법(Monte carlo Simulation Method)

(4) G and H 분포를 이용한 방법

VaR의 추정치는 투자자산의 분포에서 계산되므로 시계열의 형태로 전환되어야 하는데, 주식은 주식수익률과 정(+)의 관계인 것과는 달리 채권수익률과 채권가격은 부(-)의 관계를 이루므로 채권수익률을 채권가격으로 전환하여 계산하였다. 수익률은 가격변수에 로그를 취한 후 차분한 값을 사용하였으며, 분석 및 추정의 편의를 위해 주식의 초기투자액과 채권의 액면가액을 각 1원으로 가정하였으므로 실제 투자금액과 액면가액을 VaR 추정치에 각각 곱하게 되면 실제 투자자산에 대한 VaR를 구할 수 있다.

본 연구는 4개의 장으로 구성되어있다. 제1장에서는 연구의 목적 및 의의에 대하여 설명하였다. 제2장에서는 VaR의 개념 및 추정에 대한 이론적 배경과 다양한 방법론에 대해 소개한다. 제3장에서는 실증분석으로서 전통적 VaR 방법과 G and H 분포를 이용한 VaR를 추정하여 결과를 비교하고 평가한다. 마지막으로 제4장에서는 연구의 결론 및 한계점에 대해 논하고자 한다.



제2장 선행연구

VaR에 대한 연구는 1996년 바젤 은행감독위원회(Basel Committee on Banking Supervision)가 바젤협약(Basel Amendment)을 통해 금융기관의 규제 방법으로 VaR를 제안함으로써 관심이 증가하게 되었다. 이 시기의 연구들은 VaR에 대한 개념 및 기본적 방법론의 소개를 중심으로 연구가 진행되었다. 대표적 연구로 Linsmeier 와 Pearson(1996)는 델타-노말 방법, 역사적 시뮬레이션 방법 및 몬테카를로 시뮬레이션 방법으로 VaR 추정방법을 분류하고 각 방법에 따른 장단점을 제시하였고 투자자산의 종류에 따라 VaR의 유효성이 달라진다고 밝혔다. 또한 Duffe and Pan(1997), Artzner, Delbaen and Helath(1997)는 VaR의 개념을 설명하고 금융기관의 규제 장치로서의 역할과 관리지침에 대해 소개했다. 국내에서는 강종만, 이준행, 최홍식 (1997)이 국내 연구로는 처음으로 금융시계열 자료를 사용하여 VaR를 계산하였고 금융시계열이 두꺼운 꼬리를 가진다는 것을 증명하였다. 또한 각 방법의 비교를 통해 몬테카를로 시뮬레이션 방법이 우수하다고 분석하였다.

초기의 VaR에 대한 연구흐름이 개념 및 방법에 대한 논의가 이뤄졌다면, 이후의 흐름은 금융시계열의 두꺼운 꼬리에 대한 VaR 방법론 선택에 관한 연구가 많았다. 대표적 연구로서 Hull(1996), Lucas(1996)는 실제의 금융시계열자료들이 정규적이지 않고 두꺼운 꼬리분포를 가지고 있다는 것을 증명하였고 시장요인과의 상관성 문제를 거론하였다. 이에 대한 VaR 추정방법으로 Jorion(1996)는 Bootstrapping을 활용한 역사적 시뮬레이션 방법을 Danielsson And De Vries(1998)는 semi-parametric 방법을 이용한 Bootstrapping 방법을 사용하였고 Hull and White(1998)는 실제 수익률 분포의 분위수와 정규분포의 매핑(mapping)기법을 소개하고 비로그 정규 다변량 분포의 VaR를 계산하였다. 이러한 연구들은 실제 수익률을 나타내는 금융시계열 자료의 두꺼운 꼬리 분포에 대해 모수적 방법인 델타-노말 방법은 VaR를 과소추정 하는 문제가 있으므로 비모수적 방법을 통해 두꺼운 꼬리를 가지는 금융시계열 자료에 대한 fitting을 통해 모수적 방법에서 생기는 VaR의 차이를 현실적으로 개선시킬

수 있다는 것을 보여주었다. 하지만 본 논문에서는 델타-노말 방법과 역사적 시뮬레이션, 몬테카를로 시뮬레이션 방법을 전통적 방법이라 한다. 그 이유는 기존의 방법에 대한 대안으로 G and H 분포를 이용한 VaR 추정방법을 비교하기 위해서이며, 델타-노말 방법, 역사적 시뮬레이션, 몬테카를로 시뮬레이션의 결과는 각각 다를 수 있다.

기존 방법의 대안으로 제시되는 G and H 분포를 이용한 VaR 방법은 존. W. Tukey의 미발표 연구를 바탕으로 Hoaglin(1983, 1985b)에 의해 개발됐고, 통계학적 속성에 대한 연구는 Martinez 및 Iglewicz(1984), MacGillivray 및 Balanda(1988), MacGillivray(1992) 등에 의해 행해졌다. VaR를 추정하는 방법으로 G and H 분포가 활용되지 못한 이유는 비교적 짧은 내력으로 인해 분포속성에 대한 충분한 연구가 부족했기 때문이다. 하지만 2000년대 이후부터 미국을 중심으로 G and H 분포를 이용한 연구들이 발표되고 있으며, 그 분야는 재무관리, 금융, 의학, 환경공학 등 다양하다. 구체적으로, G and H 분포를 이용하여 VaR를 추정한 선행연구를 보면 Badrinath 및 Chatterjee(1988, 1991), Mills(1995)는 개별 주식 및 주가지수의 수익률 분포를 모델링하는데 G and H 분포를 사용해서 왜도 및 첨도가 큰 경우에 이 분포가 더 적합한 결과를 제공한다고 밝혔다. 또한, Tian(1998)은 옵션 가격결정에 G and H 분포의 적용을 시도했는데 왜도 및 첨도를 고려하지 않는 다른 모형들과는 옵션가격에서 많은 차이가 존재한다는 사실을 발견하였다. 2000년대 이후의 연구로 Kabir Dutta 및 Jason Perry(2006)는 분포의 꼬리에 대한 연구를 통해 지수분포, 와이블 분포, 로그노말 분포, 로그 로지스틱 분포, GB2 분포, GPD 분포, G and H 분포를 비교하였으며 두꺼운 꼬리에 대한 모델링에서 G and H 분포가 두 번째로 좋은 평가를 받았다. Markus Huggenberger 및 Timo Klett(2010)는 G and H 분포를 이용하여 FTSE, DAX, CAC 에 대한 VaR 추정을 통하여 왜도 및 첨도를 고려한 G and H VaR과 GARCH(1,1), t-GARCH를 이용하여 추정된 VaR를 비교하였고 VaR의 추정결과가 많은 차이를 보인다고 밝혔다.

국내의 주요선행연구를 살펴보면, 임동춘(1997)과 강병호(1997)는 국제금융기구의 위험관리지침과 VaR의 개념과 방법론을 소개하였다.

강종만, 이준행, 최홍식(1997)의 연구에서는 국내에서는 처음으로 국내 금융 시계열자료를 사용하여 실증분석을 하여 포트폴리오의 분산효과가 VaR를 개선하는 것을 증명하였고, 델타-노멀 방법이 국내 시계열의 분포에 적합하지 않음을 보여주며, 몬테카를로 시뮬레이션 방법의 우수성을 소개하였다.

김철중, 문장훈(1998)의 연구에서는 국내 상장주식 중 시가총액이 큰 10개의 주식들로 포트폴리오를 구성하여 VaR를 측정한 결과, 주가상승기보다는 하락기에 더 정확한 측정치를 제공한다는 것을 보여주었으며, IMF 사태와 같은 급격한 변동이 발생하면 그 값을 신뢰할 수 없다는 것을 제시하였다.

선우석호(1998)는 VaR 추정을 위한 모형을 역사적 VaR 모형, 시뮬레이션 모형, 그리고 분석 VaR 모형에 관하여 논하고, 각 방법에 대한 장단점을 제시하였다. 모형의 한계점에 대해서는 역사적 VaR의 경우 대상기간별 자료에 따른 VaR의 편차가 크고, 분석 VaR 모형의 경우 옵션 포함여부에 따른 VaR 편차가 크게 나왔다. 그리고 시뮬레이션과 분석 VaR 모형의 경우는 분포를 지정하는 임의성의 문제가 있음을 제시하였다.

이준행(2000)의 연구에서는 국내주식시장을 대상으로 단순이동평균, 지수가중이동평균, 역사적 시뮬레이션에 의한 세 가지 변동성 지표를 사용하여 측정된 VaR 추정치들을 비교하고 이들에 대한 백테스팅을 행하여 각 측정방법의 적정성을 평가하였다.

박노경, 박래운(2000)의 연구에서는 한국의 6개 일반은행을 표본으로 하여 VaR 모형을 이용한 시장리스크 측정을 행하였다. 그 결과, 주식 및 채권 그리고 환율 등 부문별로 각각 산출한 개별 VaR 값의 단순합계보다 각 부문간 상관관계를 고려한 통합된 포트폴리오 VaR 값이 더 작다는 결과를 제시하였다.

김상덕, 남주하(2001)의 연구에서는 KOSPI 200에 대한 모수적 방법과 비모수적 방법을 사용한 VaR 추정 및 비교분석을 하였고, KOSPI 200의 분포가 두꺼운 꼬리를 가지고 있으므로 정규분포를 가정한 경우의 VaR 추정방법은 유용한 예측의 가능성이 낮다는 것을 제시하였다.

김종길(2004)의 연구에서는 국내 주식과 채권으로 구성된 포트폴리오에 대하여 분산-공분산법, GARCH 모형을 이용한 분산-공분산법, 역사적 시뮬레이션방법, EVT 방법을 이용하여 각각의 VaR를 추정하였으며 역사적 시뮬레이션

방법이 가장 유용하였으며, 정규분포를 가정한 분산공분산 방법의 경우 국내 금융시계열이 정규분포를 나타내지 않기에 유용성이 낮다는 분석을 제시하였다.

위에서 본 것과 같이 다양한 VaR 방법론이 존재하고 있으므로 VaR 모형들에 대한 비교검증의 필요성도 높아졌다. Kupiec(1995)은 표본 내에서 VaR를 초과하는 횟수의 비율인 실패율 방법을 발표하였다. Lopez(1998)는 모형의 정확성 평가를 위해 3가지 통계방법(binomial method, interval forecast method, distribution forecast method)을 사용하였지만 통계검증의 효율성이 낮아 적정하지 못하다는 평가를 받았다. 그러므로 본 논문에서는 사후검증으로 실패율을 사용하며 추가적으로 Z 점수 검정을 수행하였다.



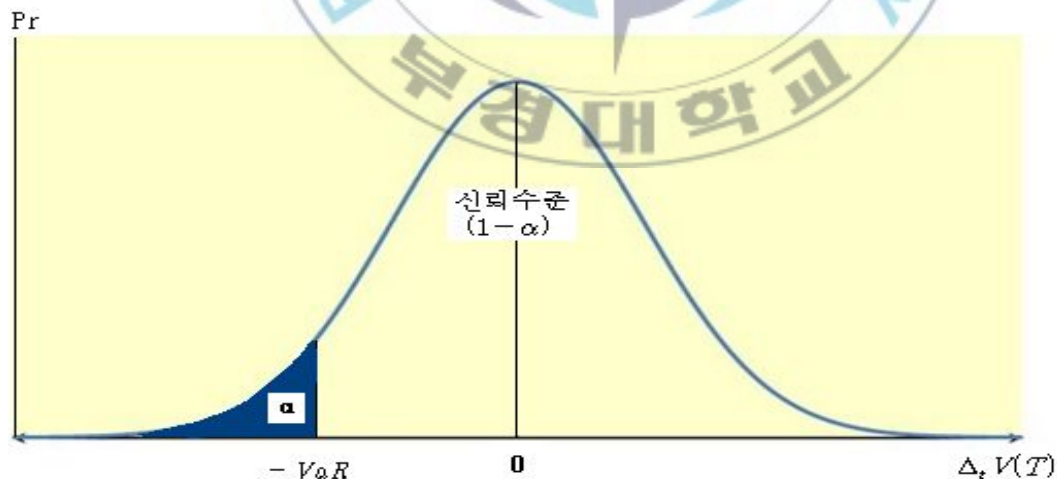
제3장 VaR의 개념과 측정방법

제1절 VaR의 기본개념

1. VaR의 정의

VaR는 '정상적인 시장조건에서 주어진 신뢰수준과 보유기간 동안에 발생 가능한 투자자산의 최대 손실액'으로 정의된다. 만약 투자자산의 수익률이 가지는 분포를 예측할 수 있다면 주어진 신뢰수준에 일치하는 수익률의 변동을 예측할 수 있을 것이며, 이것이 VaR의 값이 된다. VaR의 정의에서 '정상적인 시장조건'이라는 말은 1987년 10월 19일 블랙먼데이(Black Monday)에 발생한 예상하지 못한 시장붕괴나 2001년 9월 11일의 테러사태와 같은 시장가치의 변동이 발생하지 않는 것을 말한다. 정상적인 시장조건에서 시장가치 즉 투자자산의 변동가치는 확률분포를 가질 것으로 가정할 수 있으며, 이는 정규분포나 비정규분포의 형태를 가질 수 있다. 예를 들어 [그림 3-1]과 같은 분포를 갖는다고 가정하자.

[그림 3-1] $\Delta_t V(T)$ 의 확률분포



[그림 3-1]의 확률분포는 두 부분으로 나뉘어진다. 왼쪽의 어두운 영역은 투자자산이 α 의 확률로 발생하는 비정상적 손실구간이며, 이때 α 를 유의수준(significance level)이라고 한다. 오른쪽 영역은 투자자산의 정상적 손실구간을 나타내며, 이 구간을 일반적으로 신뢰수준(confidence level)이라고 하고 $(1-\alpha)$ 로 표시한다. 따라서 VaR는 $(1-\alpha)$ 의 신뢰수준에서 부담할 수 있는 최대손실금액을 나타내며 손실액을 나타내기 때문에 음(-)의 부호를 가진다. 이를 구체적으로 표시하면 다음과 같다.

$$\Pr[\Delta_t V(T) < -VaR_t(T, \alpha)] = \alpha \quad (\text{식 3-1})$$

즉, $(1-\alpha)$ 의 신뢰수준에서 T일 동안의 보유기간에 투자자산의 가치변동이 VaR 보다 작을 확률이 α 가 되도록 하는 값이다. 예를 들어, 금융기관 A라는 회사의 투자자산 포트폴리오 VaR이 1일 동안 신뢰수준 99%에서 100억이라면, 이 회사가 투자자산 포트폴리오를 보유기간 1일 동안 100억 이상의 손실을 볼 확률이 1%임을 의미하는 것이다. 이렇듯, VaR는 투자자산의 시장위험을 측정하는 방법이며 위험측정방법으로 많은 지지를 받고 있으나 통계처리를 통한 측정방법이므로 이에 이용되는 모수(parameter), 자료(data), 방법(method), 가정(assumption)에 따라 다른 VaR가 나올 수 있다는 것을 감안하여 적절한 측정체계에 기초하여 VaR를 측정해야한다.

2. VaR의 역할

VaR의 역할은 크게 세 가지로 볼 수 있으며 다음과 같다. 첫 번째, VaR는 경영의사결정의 수준을 높여준다. 표준편차나 분산, 베타(β), 듀레이션(Duration) 등과 같이 위험을 측정하는 난해한 개념보다는 구체적인 기대손실금액이라는 수치로 계량화하여 의사결정과정에 포함함으로써 의사결정의 수준을 향상시킨다. 두 번째, 규제 장치로서의 역할이다. 국제결제은행(BIS)의 바젤협약을 통하여 VaR는 금융기관들의 위험대비 적정자본요구량을 산정하는 도구

로 사용되고 있다. 이는 VaR가 급속하게 변화하는 시장 환경에 대한 위험측정방법으로 국제적 표준(global standard)이라는 것을 보여준다. 세 번째, 효율적 자산배분으로서의 역할이다. VaR는 단기적 위험을 측정하기 위한 유용한 도구로서 가법성이 성립하여 주식, 채권, 파생상품 등으로 구성된 포트폴리오의 위험을 통합하여 측정할 수 있으며 위험에 대한 구체적 수치를 제공하므로 위험 대비 수익률의 적절한 측정을 가능하게 하여 포트폴리오의 배분 및 한도를 정하는데 긍정적 역할을 한다.

제2절 전통적 VaR 측정방법

1. 델타-노말 방법(Delta-Normal Method)

VaR를 추정하는데 있어서 가장 간단한 방법이 델타-노말 방법이다. 여기서 ‘델타’는 투자자산 및 포트폴리오의 가치 변동액과 위험요인의 변동이 선형관계임을 의미한다. ‘노말’이라는 의미는 위험요인의 변동이 정규분포를 갖는 것을 의미한다. 즉, 개별자산 및 포트폴리오의 수익률이 정규분포를 따른다면 다음과 같은 확률밀도함수를 가진다.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad (\text{식 3-2})$$

위와 같이 투자자산의 일간수익률이 정규분포를 따르며 시계열적으로 독립적이라면 포트폴리오 가치변동은 일간수익률의 합계에 의해 간단히 계산될 수 있다. 즉, $\Delta_t V(T)$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\Delta_t V(T) = V_t \times \sum_{i=1}^T r_{t+i} \quad (\text{식 3-3})$$

여기서 r_{t+i} 는 $t+i$ 일의 일간수익률

일간수익률은 σ_t^2 의 분산을 갖고 있고 평균은 0으로 놓을 수 있으므로, $\Delta_t V(T)$ 의 분산은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$Var[\Delta V_t(T)] = V_t^2 \times \sum_{i=1}^T \sigma_t^2 = V_t^2 \times \sigma_t^2 \times T \quad (\text{식 3-4})$$

(식 3-4)은 T가 너무 길지 않을 경우, $\Delta_t V(T)$ 는 평균이 0이고 분산이 $V_t^2 \times \sigma_t^2 \times T$ 인 정규분포를 갖는다는 것을 의미한다. 여기서 T가 너무 길지 않다는 가정을 한 이유는 VaR의 경우 보유기간을 일단위로 하여 단기적 위험에 대해 측정하기 때문이다. $\Delta_t V(T)$ 의 표준편차는 $V_t \times \sigma_t \times \sqrt{T}$ 이므로 α 의 유의수준에서 VaR는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$VaR_t(T, \alpha) = -V_t \times z_\alpha \times \sigma_t \times \sqrt{T} \quad (\text{식 3-5})$$

(식 3-5)에서 $VaR_t(T, \alpha)$ 는 T의 목표기간 동안 $(1-\alpha)$ 의 신뢰수준에서 발생할 수 있는 t일 현재의 VaR이다. V_t 는 t일의 포트폴리오 가치이고, z_α 는 $(1-\alpha)$ 의 신뢰수준에 상응하는 조정계수(adjustment factor)이다. 그리고 σ_t 는 t일 현재의 일간수익률의 표준편차이다. σ_t 가 일간수익률의 표준편차라는 말은 일간 변동성(daily volatility)을 말하며, 이는 시간지수 t가 진행됨에 따라 변동성이 달라진다는 것이다. 일반적으로 T일 동안의 표준편차는 $\sigma_t \times \sqrt{T}$ 에 의해 구해지며, 이것은 일간수익률의 자기 상관성이 0이라는 가정에 기초한 것이다(조담, 2006). 조정계수 z_α 는 표준정규분포의 z값에 상응하는 값으로서 유의수준 α 에 따라 달라진다. VaR의 측정에서 일반적으로 사용되는 신뢰수준 95%에서는 1.65이며 90%에서는 1.28, 99%에서는 2.33의 값을 가진다.

이렇듯, 델타-노말 방법은 계산이 간단하다는 장점이 있지만 가장 큰 약점이기도 하다. 즉, 델타-노말 방법의 경우 정규분포를 가정하기 때문에 초과침도를 가지는 대부분의 금융 시계열의 비정규성을 설명할 수 없게 되고 VaR를

과소측정하게 된다. 또한 정규분포의 가정으로 분포의 중앙에 비중이 크게 되므로 손실금액을 나타내는 왼쪽 꼬리에 대한 측정이 만족스럽지 못하게 된다 (Danielsson, de Vries and Jorgensen, 1998).

위의 내용을 통해 위험을 측정하는 데 변동성 즉, 표준편차의 중요성을 알 수 있다. 이렇듯 VaR를 추정하기 위해서는 변동성의 측정이 반드시 필요하다. 즉, 투자자산의 변동성이 증가하면 VaR도 커지므로 미래의 가격변동을 예측하기 위해서는 정확한 변동성 예측이 VaR의 핵심이 된다. 본 논문에서는 변동성 측정을 위하여 역사적 표준편차, 지수가중이동평균 방법, GARCH(1,1) 방법을 사용하였으며, 조담(2006)의 연구방법에 따라 2007년 1월 2일부터 12월 28일(채권의 경우: 12월 31)의 일별수익률자료를 Rolling sample method를 통해 표준편차 및 VaR를 추정하였다. 다음에서는 변동성 추정방법에 대해 에 대해 간단히 알아보도록 하겠다.

1) 역사적 표준편차(historical standard deviation method)

역사적 표준편차 방법은 자산의 변동성을 구하는 가장 간단한 방법으로 특정기간 (T)동안 투자자산 수익률의 변동성(표준편차)으로 정의되며 과거수익률에 대해 동일한 가중치를 부여하는 방법이다. 역사적 표준편차를 구하는 식은 다음과 같다.

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{K-1} \sum_{k=0}^{K-1} r_{t-k}^2} \quad (\text{식 3-6})$$

(식 3-6)에서 σ_t 는 최근 K개 일간수익률을 사용하여 추정되며 수익률의 제곱을 사용하여 표준편차가 계산된다. 이것은 일간수익률의 평균을 0으로 가정했기 때문이다.

역사적 표준편차 방법은 계산이 간단하다는 장점을 가지고 있지만 투자자산의 급격한 변동이 발생할 경우, 추정자산의 변동성에 쉽게 반영되지 않는다는 단점을 가지고 있다. 즉, 과거수익률에 대해 동일한 가중치를 주게 되므로 최

근의 자료가 자산 변동성을 추정하는 데 적절히 반영되지 못하기 때문이다.

2) 지수가중이동평균(exponentially weighted moving average: EWMA)

J. P. Morgan의 RiskMetrics에서 모형화한 EWMA 방법은 역사적 표준편차 방법과는 달리 최근의 변동성에 가중치를 높게 부여하는 방법이다. 즉 과거의 일간수익률 자료를 사용하여 초기의 변동성 값을 계산하고, 이를 기초로 하여 매일의 일간수익률의 제곱을 갱신하는 방식이다. EWMA 방법을 통한 변동성 추정방법은 다음과 같다.

$$\sigma_t^2 = \lambda \alpha_{t-1}^2 + (1-\lambda) r_t^2 \quad (\text{식 3-7})$$

(식 3-7)에서 t 일의 변동성은 두 부분으로 나뉘어져 있다. 첫 번째, $\lambda \sigma_{t-1}^2$ 로서 이는 변동성의 지속성을 나타내는 부분이다. 두 번째, $(1-\lambda)r_t^2$ 는 시장에서 발생한 사건에 대한 변동성의 반응을 나타낸다. (식 3-7)에서 λ 는 평활화 상수(smoothing constant) 또는 충격소멸계수(decay factor)라고 불리며 0과 1사이의 값을 가진다. 일반적으로 λ 의 값은 0.75에서 0.98까지의 어떤 값을 취하게 되며 1에 가까울수록 일간 변동성은 평활화 된 모습을 보인다. J. P. Morgan에서는 일간 변동성의 갱신을 위하여 $\lambda=0.94$ 의 값을 사용하므로 본 논문에서도 이 값을 사용하였다. 월별 변동성의 경우에는 $\lambda=0.97$ 을 사용한다.

3) GARCH(1,1): Generalized ARCH(1,1)

전통적 시계열 자료 분석에서는 오차항의 확률 과정이 안정적이고 조건부 분산도 일정하다고 가정하였지만 실제 금융 시계열 자료에서는 조건부 분산이 시간의 경과에 따라 변화한다. 예를 들어, Mandelbrot(1963)에 의해 주목받은 변동성 밀집현상(volatility clustering)이 있다. 이것은 급격한 변화가 발생하면 어떤 방향으로든 또 다시 급격한 변화가 연속되고 완만한 변화가 발생하면 완

만한 변화가 연속된다는 것이다. 이러한 사실에 기초하여 Engle(1982)은 시계열 자료인 주가 수익률에서 흔히 나타나는 조건부 이분산성을 고려하는 자기회귀조건부이분산(Autoregressive Conditional Heteroscedasticity: ARCH) 모델을 제시하였다. 즉, ARCH 모형은 t 시점의 조건부분산(conditional variance)이 잔차제곱(squared residual)의 시차값에 의존하는 조건부변동성모형이다. 다음은 ARCH(1) 모형을 확장한 ARCH(q) 모형이다.

$$Y_t = U_t + u_t, \text{ 단 } u_t = \sqrt{h_t} \epsilon_t \quad (\text{식 3-8})$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q u_{t-q}^2 \quad (\text{식 3-9})$$

(식 3-8)은 Y_t 의 확률과정을 정의하며, 조건부평균 U_t 는 Y_t 의 기대치를 나타낸다. 시간가변적 분산을 나타내는 (식 3-9)은 조건부분산이 잔차제곱의 q 번째까지의 시차값에 의해 결정된다는 것을 나타낸다. 이 식에서 분산(h_t)은 비음(non-negative)이므로, 모수 α_0 와 α_1 역시 비음이다. (식 3-9)는 $t-1$ 기에 급격한 변동에서 q 기의 급격한 변동, 즉 급격한 u_{t-p}^2 가 주어지면 t 기에도 급격한 변동이 예상됨을 설명한다. 하지만 ARCH 모형은 시계열의 조건부변동성을 설명하기 위해 모수가 많아져 모형의 효율성이 떨어진다는 단점이 있으며, 이 문제를 해결하기 위해 Bollerslev(1986)는 ARCH 모형을 일반화한 GARCH(q, p) 모형을 제시하였으며 GARCH(q, p) 모형은 ARCH 모형에서 (식 3-9)를 변형한 식이다. 다음은 GARCH(q, p) 모형의 조건부분산식이다.

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \quad (\text{식 3-10})$$

GARCH(q, p) 모형은 q 시차까지의 잔차제곱 뿐만 아니라 p 시차까지의 조건부분산을 포함한다. 본 연구에서는 GARCH 모형에서 가장 간단한 방법인 GARCH(1,1) 모형을 사용하며 다음과 같다.

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad (\text{식 3-11})$$

GARCH(1,1) 모형에서는 앞에서 설명한 ARCH 모형의 제약조건들이 유사하게 적용된다. 즉, 분산(h_t)은 비음(non-negative)이므로, 모수 α_0 와 α_1 역시 비음이고 u_t 가 무조건부분산을 가지기 위해 $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \beta_i < 1$ 이라는 제약조건이 충족되어야 한다(Tsay, 2002). 또한 GARCH(1,1)에서 α_1 는 첨도(Kurtosis)를 나타내고, 이는 첨도계수가 높을수록 시장의 변동에 대해 빠르게 반응을 한다는 것이며, β_1 는 변동이 지속되는 정도를 나타내고 높을수록 변동성이 오래 지속되게 된다.

델타-노말 방법에서 GARCH(1,1) 모형을 사용하는 이유는 적은 수의 모수를 사용하면서 긴 기간의 ARCH 모형을 추정하는 효과가 나타나기 때문이다. 본 연구에서는 모수추정방법으로서 우도함수(Likelihood Function)를 사용하는 최우추정법(Maximum likelihood: ML)이 사용된다. 여기서 우도함수란, 어떤 시행의 결과 E(Evidence)가 주어졌을 때, 만일 주어진 가설이 맞게 되면, 그러한 결과 E가 나올 확률을 설명한 것이다. 즉 결과 E가 나온 경우, 그러한 결과가 나올 수 있는 여러 가능한 가설들을 평가할 수 있는 척도로 볼 수 있다. 우도함수를 나타내는 식은 다음과 같다.

$$L(\alpha_0, \dots, \alpha_q) = \prod_{t=q+1}^T \frac{1}{\sqrt{2\pi h_t}} e^{-0.5[u_t^2/h_t]} \times f(u_1, \dots, u_q | \alpha_0, \dots, \alpha_q)$$

(식 3-12)

우도함수에서는 시점 t마다 조건부분산을 추정하기 때문에 h_t 를 사용한다. 실제 자료를 사용하는 경우, h_t 는 실제의 분산방정식 (식 3-9)로, u_t 는 평균방정식 (식 3-8)의 잔차로 대체된다. (식 3-12)에서 $f(u_1, \dots, u_q | \alpha_0, \dots, \alpha_q)$ 는

모수 $\alpha_0, \dots, \alpha_q$ 의 값이 주어져 있을 때의 $u_1, \dots, u_q$ 의 결합 확률을 나타낸다.

2. 역사적 시뮬레이션 방법(Historical Simulation Method)

전통적 VaR 추정방법 중 역사적 시뮬레이션 방법은 정규분포를 가정하지 않고 과거의 수익률을 통해 만들어진 실제분포를 사용하는 방법이다. 실제분포란 표본으로 사용되는 기초적 시장가격 관찰치를 크기 순서대로 정렬한 뒤, 각 관찰치에 동일한 확률 값을 주어 추정한 확률분포를 말한다. 역사적 시뮬레이션 방법은 실제분포를 사용하기 때문에 변동성이나 상관관계와 같은 모수들을 추정할 필요가 없으므로 비모수적(nonparametric)방법이라고 하며 다음과 같은 장점을 가지고 있다. 과거의 실제수익률을 사용함과 동시에 계산되어질 수 있으며, 과거의 수익률 변동을 반영하고 있기 때문에, 초과침도에 대한 문제도 발생하지 않는다. 즉, 델타-노말 방법과 같이 기초확률과정에 대한 가정 없이 VaR를 추정하는 방법이므로 모형위험(model risk)을 피할 수 있다. 이와 같은 장점에도 불구하고 역사적 시뮬레이션 방법은 특정 과거기간의 자료에 의존하기 때문에 몇 가지 단점을 가지고 있다. 첫 번째, 과거의 실제자료를 사용하므로 시간의 변화에 따른 변동을 적절히 반영하지 못하며 현재의 일시적 변동을 구분해낼 수 없다. 두 번째, 자료기간의 선택에 따라 VaR 측정에 대한 신뢰성의 차이가 발생한다. Vlaar(2000)의 연구에 따르면 네덜란드의 채권 포트폴리오를 대상으로 실시한 연구에서 750일의 데이터를 사용한 역사적 시뮬레이션 방법도 정확성이 결여된다고 기술하였다. 반면, Dowd(1998)의 연구에서는 너무 긴 자료의 선택도 기간 내 사건들의 영향을 충분히 반영하지 못한다고 기술한 것으로 보아 역사적 시뮬레이션 방법에서는 자료기간의 선택이 중요하다는 것을 알 수 있다. 세 번째, 분석대상이 되는 과거자료를 초과하는 예측이 발생하지 않고 과거자료기간동안 제한적으로 위험이 발생한다면 VaR 추정이 적절하지 않을 수 있다(Hull, 2000).

위에서 설명했듯이 역사적 시뮬레이션 방법은 과거의 실제수익률을 사용하

여 실제분포를 이용하므로 완전가치평가방법이라고 한다. 또한 Bootstrapping 방법으로 VaR를 측정할 수 있다. Efron(1979)에 의해 제안된 Bootstrapping 방법은 R의 실제분포에 기초하여 실현된 값에 동일한 확률을 부여하여 분포를 추정한다. 즉, 분석하는 변수의 분포를 모형화 하기 위해 실제자료에서 관측된 분포로부터 추출하는 비모수적 무작위 추출기법(nonparametric randomization technique)이다. 본 연구에서는 역사적 시뮬레이션 VaR 추정방법에서 소개한 실제분포를 사용한 Bootstrapping 방법을 사용한다. 실제분포에 사용되는 자료는 2007년의 주식(246개) 및 채권(260개)의 자료에서 첫 번째 VaR를 구하고 이를 Rolling sample method로 2008, 2009년의 주식(KOSPI 200지수)과 채권(국고채 3년)을 각각 501일, 521일의 VaR를 구한 후 10,000번의 복원추출로 계산하였다. 여기서 10,000번의 복원추출을 사용한 이유로는 완전가치평가법의 하나인 몬테카를로 시뮬레이션 방법에서의 시뮬레이션 과정과 일치시키기 위해서이다.

Bootstrapping 방법을 사용한 역사적 시뮬레이션 방법의 절차는 다음과 같다. 첫 번째, 과거자료(예: 일별 주식수익률)를 선택하고 시계열로 나타낸다. 본 연구에서는 일별 종가자료에 대해 로그수익률로의 변환 후 차분을 한 값을 사용하였다. 두 번째, 선택된 자료기간의 일별 수익률을 10,000번씩 복원추출하여 히스토그램으로 나타낸다. 세 번째, 10,000번의 복원추출 된 분포에서 5% 유의수준의 값은 500번째로 작은 값을 나타내며, 이 값에 초기투자금액(V_0)을 곱하게 되면 5% 유의수준에서의 VaR 값이 된다. 이를 간단한 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$VaR(\alpha) = V_0 \times \chi_\alpha \quad (\text{식 3-13})$$

(식 3-13)에서 $VaR(\alpha)$ 는 α 의 유의수준에 측정된 VaR 값이 되며, V_0 는 초기투자금액, χ_α 는 경험적 100(1- α)%백분위수¹⁾라고 한다.

1) N개의 자료 $x_1, \dots, x_n$ 이 주어져 있을 때 이를 크기 순서로 나열한 자료에서 다음 조건을 만족하는 χ_α 를 100 α % 경험적 백분위수라고 한다.

3. 몬테카를로 시뮬레이션 방법(Montecarlo Simulation Method)

몬테카를로 시뮬레이션 방법은 완전가치평가방법 중 하나로서 역사적 시뮬레이션 방법과 유사하게 시뮬레이션을 통하여 VaR를 추정하게 된다. 이 방법은 특정기간의 자산 및 포트폴리오의 가치를 다양한 상황에서 평가하고자 할 때 사용된다. VaR는 시뮬레이션 된 가치의 분포로부터 직접 구해지게 되며, 이때 시뮬레이션의 실행 횟수를 적절히 많이 하게 되면 시뮬레이션한 분포가 실제분포로 수렴한다. Vlaar(2000)의 연구에 의하면 약 10,000번의 무작위 추출(random sampling)도 신뢰할만한 VaR 추정에 충분하지 않다고 기술하고 있다. 이 방법의 장점은 완전가치 평가방법으로서 비선형 가격위험(non-linear price risk)이나 변동성 위험(volatility risk)과 같은 위험들을 동시에 고려할 수 있고, 초과침도의 특성을 보이는 금융시계열의 분포를 반영할 수 있다. 즉, 정확한 모형이 사용될 경우에는 다양한 위험을 고려할 수 있는 방법이다. 하지만 시뮬레이션을 통해 많은 표본을 생성시켜야 하기 때문에 VaR를 추정하는데 시간 소모적이며 비용 제약이 따르는 방법이다. 또한 실제 자산수익률의 분포를 모형화할 때 시뮬레이션에 사용되는 분포특성을 가정해야하는 데, 이는 특정화의 오류(specification error)로부터 발생하는 모델 리스크(model risk)에 노출되어 모델이 실제와 부합하지 않는 경우에 오차가 발생할 수 있다. 다음은 몬테카를로 시뮬레이션을 이용한 VaR 측정방법의 절차이다.

1단계: 확률모형과 모수 μ, σ 를 결정한다.

2단계: 난수 $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$ 를 생성하여 $S_T, S_t, \dots, S_{t+\Delta t}$ 를 계산한다.

3단계: 목표시점에서의 포트폴리오의 가치인 $S_T = S_t + S_{t+\Delta t}$ 를 계산한다.

4단계: 2단계에서 3단계를 반복하여 S_T 를 구하고 확률분포를 구성한다.

예를 들어, 10,000회의 난수생성은 $S_T^1, \dots, S_T^{10,000}$ 으로 구성된 분포를 얻게 되고 지정한 신뢰도를 $100 \times (1 - \alpha)\%$, ($0 \leq \alpha \leq 1$) 이라 하면, $10,000 \times (1 - \alpha)$ 번째로 큰 값 $10,000 \times (1 - \alpha)$ 번째 순서통계량이 VaR가 된다.

몬테카를로 시뮬레이션 방법을 사용할 때는 가격변화의 행태생성을 위해 확률모형(stochastic model)을 선택하게 된다. 주식은 블랙-숄즈(Black-scholes)의 옵션가격결정모형의 기초가 되는 기하적 브라운 운동(geometric Brownian motion)을 사용하며 채권의 경우에는 CIR(Cox-Ingersoll-Ross)모형을 사용하는데 이는 채권의 경우 이자율평균회귀현상이 발생하기 때문이다(본 연구에서는 기하적 브라운 운동에 대해 언급한 뒤 CIR모형에 대해 설명하도록 한다.).

1) 기하적 브라운 운동(geometric Brownian motion)

① 마코브 과정(Markov process)

마코브 과정은 시간이 변화함에 따라 상태가 확률적으로 변화하는 과정 즉, 확률과정과 결과에 대해 파악하는 방법이다. 마코브 과정은 특정 결과값이 바로 전 시차의 값에만 영향을 받는 상태이다. 즉, 과거부터 현재까지의 진행과정은 중요하지 않으며 주가의 경우, 마코브 과정을 따르는 것으로 가정한다. 따라서 마코브 과정은 효율적 시장가설에서 약형 효율적 시장가설²⁾과 같다.

② 위너 과정(Wiener process)

위너 과정은 마코브 과정의 특별한 형태로서 수학적으로 브라운 과정(Brownian motion) 또는 확산과정(diffusion motion)과 거의 동의어로 사용된다. 위너 과정을 따르는 변수 z 는 아주 작은 간격 Δt 동안에 Δz 만큼 변하며, 다음과 같은 특성을 가진다.

첫 번째: $\Delta z = \epsilon \sqrt{\Delta t}$ 이며 ϵ 은 표준정규분포를 따른다.

두 번째: Δz 는 시계열적으로 독립적이다.

2) 약형 효율적 시장가설: 시장가격은 과거의 주가나 거래량과 같은 역사적 정보를 완전하게 반영한다고 가정하며, 투자자는 시장의 과거의 역사적 정보를 통하여 비정상적 성과를 달성할 수 없다는 것을 뜻한다. 즉 기술적 분석을 이용하여서는 평균 이상의 수익을 얻을 수 없는 시장상황을 말한다(조담 2006).

첫 번째 속성으로부터 Δz 는 정규분포를 따르게 된다. 즉, Δz 의 평균은 0이고, 표준편차와 분산은 $\sqrt{\Delta t}$ 와 Δt 이다. 두 번째 속성은 마코브 과정을 따르는 것이다. 금융 시계열 자료에서는 이산적 모형보다 연속적 모형이 현실성을 높여주므로 위너과정도 연속확률과정(continuous time stochastic process)을 사용한다. 다음은 연속확률과정으로 표현한 일반위너과정(generalized Wiener process) x 이다.

$$dx = a dt + b dz \quad (\text{식 3-14})$$

단, a 와 b 는 상수이며, $a dt$ 의 의미는 Δt 동안의 x 의 변화가 a 라는 것을 설명한다. 여기서 a 는 평균변화를 말한다. 이는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{dx}{dt} = a \text{ or } x = x_0 + at \quad (\text{식 3-15})$$

(식 3-15)에서 x_0 는 현재시점에서의 x 의 값이고, T 기간 동안에 x 는 at 만큼 변화한다. $b dz$ 는 x 가 진행되는 과정에 변동성을 부여하는 것으로 이해할 수 있으며 변동성의 크기는 b 에 위너과정을 곱한 값이 된다. Δt 기간 동안 Δx 는 다음과 같다.

$$\Delta x = a \Delta t + b \epsilon \sqrt{\Delta t} \quad (\text{식 3-16})$$

(식 3-16)에서 ϵ 는 표준정규분포를 따르므로 Δx 는 정규분포를 따른다. 이는 Δx 의 평균은 $a \Delta t$ 이고, 표준편차와 분산이 $b \sqrt{\Delta t}$, $b^2 \Delta t$ 임을 나타낸다. 이를 시간의 변화에 적용시키면 T 기간 동안의 Δx 는 정규분포를 따르게 되고 평균은 aT , 표준편차와 분산은 $b \sqrt{T}$, $b^2 T$ 이다.

③ 이토 과정(Ito process)

일반적 위너과정 즉, 브라운운동에 대하여 이토 키요시(Ito Kiyoshi)에 의해서 위너 과정의 미분의 제공은 시간의 미분과 같다는 확률 미적분학이라는 방법으로 이토 과정은 발전하게 된다. a 와 b 가 x 와 t 의 함수인 경우를 이토과정이라고 하며 다음과 같다.

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t)dz \quad (\text{식 3-17})$$

일반적으로 주가는 위너과정에 따라 일정한 기대변화와 변동성을 가진다고 가정하기 쉽다. 하지만 기대수익률과 주가는 무관하므로, 위험이 변하지 않는다면 주가와 무관하게 동일한 금액의 주가상승을 기대하게 되며 이는 주가변화율이 일정하다고 가정하는 것이 적절하게 된다. 즉 Δt 기간 동안의 기대변화는 $\mu\Delta t$ 가 아니고 $\mu S\Delta t$ 이다. (μ 는 연속복리 기대수익률) 만약 주가의 변동성을 0으로 가정한다면, $dS = \mu Sdt$ 또는 $S = S_0 e^{\mu t}$ 임을 의미하고, 이는 주가가 연속복리 기대수익률 μ 로 상승하게 된다는 것이다. 실제로 주가의 변동성은 Δt 기간 동안 주가와 무관하다는 것이 합리적이며 이는 주가와 수익률에 대한 상관관계가 없는 상태에서 불확실성에 대한 정도는 동일하다는 것이다. 그러므로 σ^2 을 주가 변화율의 분산으로 정의하면, $\sigma^2\Delta t$ 는 Δt 기간 동안의 주가변화율에 대한 분산이 되고, $\sigma^2 S^2\Delta t$ 는 Δt 기간 동안의 주가 S 의 실제변화에 대한 분산이다. 또한 $\sigma^2 S^2$ 는 주가 S 의 순간적인 분산이다. 이를 통해 주가는 이토 과정을 따른다는 것을 알 수 있다.

$$dS = \mu Sdt + \sigma Sdz \quad \text{or} \quad \frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz \quad \text{or} \quad \frac{\Delta S}{S} = \mu \Delta t + \sigma \epsilon \sqrt{\Delta t} \quad (\text{식 3-18})$$

(식 3-18)는 가장 보편적인 주가모형이며, 이를 기하적 브라운 운동이라고 한다. 이 식에서 dz 는 확률변수로 평균이 0이고, dt 의 분산을 가진 정규분포를

따른다. 시간간격 dt 가 작을수록 dz 의 분산이 연속적으로 감소하며, 이는 가격의 급격한 점프(jump)를 허용하지 않는 확률과정이다. 정재엽(2008)의 연구에서는 계산상의 편의를 위해 μ_t, σ_t 를 일정하다고 가정하고 기하적 브라운 운동의 기대수익률의 변수인 μ 를 무위험수익률인 r 로 변환하여 위험중립평가(risk-neutral valuation)모형을 만들어 계산하였다. 위험중립 확률과정은 다음과 같다.

$$dS_t = rS_t dt + \sigma S_t dW_t, \quad dW_t \sim N(0, dt) \quad (\text{식 3-19})$$

(식 3-19)에서 필요한 값은 S_t, r, σ 이다. S_t 는 실제 사용될 KOSPI 200지수의 자료를 사용하고 r 은 무위험수익률인 3년 만기 국고채 수익률을 채권가격으로 변환한 값이다. 여기서 채권은 무배당으로 가정했으며 σ 의 값은 역사적 표준편차 방법을 사용하도록 한다. 또한 기하적 브라운 운동모형을 사용할 때 ϵ 가 표준정규분포를 따르므로 비슷한 난수를 추출해내는 문제점이 있을 수 있는데, 이 문제점을 완화하는 방법으로는 난수간의 공간을 채워서 난수를 생성하는 Quasi-Random number 방법이 있다. 또한 기하적 브라운 운동모형의 대안으로는 Jump Diffusion 모형과 변동성이 일정하지 않고 확률과정을 따른다고 가정한 Stochastic Volatility 모형이 있다. 본 연구에서는 (식 3-18)을 이용하여 주식수익률에 대한 몬테카를로 시뮬레이션 VaR를 수행하고 변동성(표준편차)은 역사적 표준편차를 사용한다. 또한 전통적 VaR 방법의 맥락으로서 정규분포를 확률모형으로 가정하여 VaR를 계산하였다.

2) CIR(Cox-Ingersoll-Ross) 모형

일반적으로 기하적 브라운 운동은 자산 수익률 변화에 대한 확률가정으로 사용되지만, 채권의 경우에는 이자율평균회귀현상이 존재하므로 CIR 모형을 사용한다. CIR 모형은 일반적 균형 환경에서의 기간구조를 모형화하기 위해서 사용되며 다음과 같다.

$$dr_t = k(\theta - r_t)dt + \sigma(\sqrt{r_t} dz) \quad (\text{식 3-20})$$

(식 3-20)은 이자율평균회귀현상을 보인다는 실증결과와 부합하는 이자율의 확률성을 나타내는 과정이며, $k(k < 1)$ 는 장기적 이자율 수준인 θ 로의 평균회귀속도를 나타낸다. 즉, 현재의 이자율이 높으면 ($r_t > \theta$) 이자율이 θ 로 회귀할 때 까지 변화율 $k(\theta - r_t)$ 는 음(-)이 된다. 같은 논리로 현재의 이자율이 낮으면 변화율은 양(+)이 된다. 이 과정의 분산은 이자율 수준에 비례하므로 이자율이 0에 접근할수록 분산은 감소하므로 r 은 결코 0보다 작을 수 없다. 위의 식은 이자율의 단일요인모형(one-factor model)이며, 이자율은 단기 이자율을 나타내는 dr_t 의 변화에 의해 결정된다. CIR 모형에서 장기 이자율의 움직임은 단기 이자율의 움직임과 dz 를 통하여 완전 정(+)의 관계를 갖는다.

채권(고정소득증권)의 경우, 위에서 설명한 것과 같이 이자율과 가격의 반비례관계가 있으므로 금리의 기간구조를 파악하는 것이 중요하다. 본 연구에서는 CIR모형이 국내의 이자율 기간구조를 잘 설명하고 있다는 기존의 연구에도 불구하고, 백진영(2001)의 연구에서 밝힌 바와 같이 CIR 모형이 VaR를 지나치게 과소추정 한다는 연구를 통해 CIR 모형의 복잡한 계수추정을 지양하고, 계산의 편의를 위하여 기하적 브라운 운동을 이용하여 VaR를 추정하였다. 그리고 CIR 모형 이외의 이자율 예측방법에 대해 간단히 소개한다면 다음과 같다.

첫 번째, 계량경제모형으로서 금리에 영향을 미치는 경제지표간의 관계를 통계적 방법을 활용하여 방정식의 형태로 만들고 이를 실증분석과 금리예측에 활용한다. (예) 함정호-최운규 오차수정모형, BOK97모형

두 번째, 시계열분석방법으로서 특정한 설명변수를 이용하지 않고 시간변수나 당해 시계열의 과거 관측치를 이용하여 현재 상태와 미래 변화방향을 예측한다. (예) ARIMA모형, VAR(Vector Autoregression Model)모형

세 번째, 재무모형으로서 금리옵션과 같은 파생상품의 가격결정을 위해 단기이자율의 움직임을 확률과정으로 추정하고 이를 금리예측에 활용한다.

(예) Cox-Ingersoll-Ross 모형, Brenann-Schwartz 모형, Vasicek 모형

네 번째, 히스토그램방법으로서 금리전문가들의 주관적 금리변동범위를 예측한 것을 종합하여 수익발생 가능성의 확률분포를 도표화한 설문조사법이다.

다섯 번째, 단계적 접근방법으로서 제반 금융경제 요인이 통화신용정책 등의 변화를 통해 금리에 미치는 영향을 단계적으로 분석하는 것으로 ‘기본적 분석법(fundamental analysis)’이라고 한다.

여섯 번째, 기술적 분석(technical analysis)으로 금리의 과거 추세나 패턴을 분석하여 규칙성을 찾아내고 이를 단서로 금리를 예측하는 방법이다.

제3절 G and H 분포를 이용한 VaR 추정방법

G and H 분포를 이용한 VaR 추정방법은 분위수(quantile)의 관점에서 정의되며, g-분포 및 h-분포와 g and h 분포는 Tukey의 1977년 미발표연구를 바탕으로 Hoaglin(1985b, 1983)에 의해 개발되었고, 이후 통계학적 속성에 대한 연구는 Martinez 및 Iglewicz(1984), MacGillivray 및 Balanda(1988), MacGillivray(1992) 등에 의해 행해졌다.

1. G and H 분포의 속성

G and H 분포는 표준정규분포의 두 비선형 변환에 의해 형성되며, 왜도 및 첨도라는 2개의 파라미터(parameter)를 추정해야한다. 여기서 왜도는 g-분포를 말하며, 첨도는 h-분포를 말한다. G and H 분포의 정의를 위해서는 확률변수 Y를 표준정규 확률변수(Z)의 함수로 놓아야 한다. 즉 $Y = Y(Z)$ 이고 $Z \sim N(0,1)$ 이다. 확률변수 Y는 다음과 같은 분포를 가지며 이를 G and H 분포로 정의한다.

$$Y_{g,h}(Z) = \left(\frac{\exp(gZ) - 1}{g} \right) \exp\left(\frac{hZ^2}{2} \right) \quad (\text{식 3-21})$$

(식 3-21)에서 오른쪽의 첫 번째 항인 $\left(\frac{\exp(gZ)-1}{g}\right)$ 은 g-분포라고 불리며 $Y_g(Z)$ 로 표시하고, 비대칭성을 나타내는 왜도를 측정한다. 두 번째 항에 Z를 곱하면 얻게 되는 $Z\exp\left(\frac{hZ^2}{2}\right)$ 는 $Y_h(Z)$ 로 표시되는 h-분포를 나타내며 꼬리의 두터운 정도와 중앙부분의 뽀족함을 나타내는 첨도를 측정하게 된다. 여기서 h의 값이 양(+)의 값이면 초과첨도 즉, 두꺼운 꼬리의 분포를 가지게 된다.

(식 3-21)에서는 위치 파라미터(location parameter) 및 척도 파라미터(scale parameter)가 없는데, 이를 계산하기 위해 확률변수 X를 $Y_{g,h}(Z)$ 의 선형변환에 의해 다음과 같이 만든다.

$$X = A + BY_{g,h}(Z) = A + B\left(\frac{\exp(gZ)-1}{g}\right)\exp\left(\frac{hZ^2}{2}\right) \quad (\text{식 3-22})$$

(식 3-22)에서 A는 위치 파라미터이고 B는 척도 파라미터를 나타낸다. 위치 파라미터 A는 확률변수 X의 중앙값(median)이다.

G and H 분포는 g 와 h의 값에 따라 다양한 분포를 포괄할 수 있는 장점을 가지고 있다(Martinez and Iglewicz, 1984). 예를 들어, g와 h가 모두 0인 경우는 표준정규분포가 되고, g=1 h=0 인 경우에는 로그 정규분포가 된다. 또한 g와 h의 값에 따라 t-분포, 로지스틱분포, 균등분포, 베타분포 등을 수용할 수 있다. 또한 G and H 분포의 편이성 중 하나는 G and H 분포의 백분위수(percentile)는 표준정규분포의 백분위수로부터 간단하게 읽어낼 수 있다는 것이다. 표준정규분포와 p 번째 백분위수를 z_p 라 하면 G and H 분포의 p 번째 백분위수는 다음과 같다(Martinez and Iglewicz, 1984).

$$Y_{g,h}(z_p) = y_p = \left(\frac{\exp(gz_p)-1}{g}\right)\exp\left(\frac{hz_p^2}{2}\right) \quad (\text{식 3-23})$$

Martinez와 Iglewicz(1984)는 G and H 분포의 누적분포함수(CDF)를 도출했

고 두 방식 중 하나의 형태로 표현될 수 있다.

$$F(y_p) = \Pr(Z \leq z_p) + \Pr(Z \geq z_p^*), \quad p > \frac{1}{2} \quad (\text{식 3-24})$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\Pr(Z \leq z_p) - \Pr(Z \leq z_p^*), \quad p < \frac{1}{2}$$

$$F(y_p) = p + 1 - \Phi(z_p^*), \quad p > \frac{1}{2} \quad (\text{식 3-24}')$$

$$\frac{1}{2}, \quad p = \frac{1}{2}$$

$$p - \Phi(z_p^*), \quad p < \frac{1}{2}$$

위의 식에서 z_p^* 는 $Y_{g,h}(z_p^*) = y_p$ 를 만족시키는 특정한 값이고, $\Phi(\cdot)$ 는 표준 정규분포의 누적분포함수이다. 예를 들어 $g=0$ 일 때 95% 신뢰수준에서 $h=-0.5$ 및 $h=0.5$ 인 경우 분포의 값은 0.836과 3.236이고 $h=0$ 인 경우에는 표준정규분포의 값인 1.645 이다.

2. 모수(parameter) 추정 절차

G and H 분포에서 모수 g 와 h 의 추정방법으로 다양한 백분위수(z_p)에 상응하는 g 값을 추정한 후 이 추정치들을 이용하여 h 값을 구하는 방법이 있다. 이 방법은 확률변수 X 의 p 번째 분위수를 구하기 위하여 (식 3-22)를 이용하여 구할 수 있다. 이를 간단한 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$x_p = A + By_p \quad (\text{식 3-25})$$

위의 식에서 x_p 가 $x_{0.5}$ 라는 것은 모수 A 의 추정치인 중앙값을 나타낸다. 척

도 파라미터인 B의 추정치는 x_p 의 분위수에 대한 $Y_{g,0}(z_p)$ 의 회귀분석을 통해 도출된 기울기가 B값이 된다. 다음으로, g_p 의 중앙값인 왜도 파라미터 g는 $0 < p < 0.5$ 일 때에 대해 다음과 같다.

$$g_p = -\frac{1}{z_p} \ln \left(\frac{x_{1-p} - x_{0.5}}{x_{0.5} - x_p} \right) \quad (\text{식 3-26})$$

위의 식에서 보면 p의 값이 변화하면 g_p 의 값이 변하게 된다. 이때 p값 또는 분위수를 선택할 때에는 통계학에서의 ‘탐색적 자료분석’을 이용하여 문자값을 이용하게 된다. 탐색적 자료분석을 사용하는 논거로는 데이터 자체가 스스로를 대변한다는 것이다. 자세히 살펴보면, 분포의 중앙값을 기준으로 해서 아래쪽 절반(lower half)과 위쪽 절반(upper half)에 대해 F부터 W까지의 문자값은 아래의 [표 3-1]과 같은 백분위수를 나타낸다.

[표 3-1] 문자값

문자값	아래쪽 절반	위쪽 절반
F=1/4	0.25	0.75
E=1/8	0.125	0.875
D=1/16	0.0625	0.9375
C=1/32	0.0313	0.9687
B=1/64	0.0156	0.9844
A=1/128	0.0078	0.9922
Z=1/256	0.0039	0.9961
Y=1/512	0.00195	0.99805
X=1/1024	0.00098	0.99902
W=1/2048	0.00005	0.99995

중앙값과 p번째 분위수 사이의 거리를 p번째 ‘절반 폭(half-spread)’이라 하며, 두 경우로 나누어진다. $p < 0.5$ 인 경우 중앙값과 p번째 분위수 사이의 거리 $x_{0.5} - x_p$ 는 p 번째 아래쪽 절반 폭(lower half-spread)이라 하고 $(1-p)$ 번째 분

위수와 중앙값 사이의 거리 $x_{1-p} - x_{0.5}$ 는 p 번째 위쪽 절반 폭(upper half-spread)이라 한다. 예를 들어, 1000개의 관측치로 구성된 표본에서 아래쪽의 F는 250번째와 251번째 관측치의 평균이고 위쪽의 F는 750번째와 751번째 관측치의 평균이 된다.

왜도 파라미터인 g 의 추정방법은 위와 같으며 다음으로 첨도 파라미터인 h 의 추정에 대해 논해보겠다. 첨도 파라미터인 h 의 추정은 2가지의 경우로서, $g=0$ 인 경우와 $g \neq 0$ 경우이다. 첫 번째, $g=0$ 인 경우의 h 의 추정은 $\frac{z_p^2}{2}$ 를 독립변수로 $\ln\left(\frac{x_{1-p} - x_p}{-2z_p}\right)$ 을 종속변수로 한 회귀분석을 통해 도출된 기울기 계수가 h 의 추정치가 된다. 즉, (식 2-25)를 이용하면 $x_{1-p} - x_p = -2BY_{0,h}(z_p)$ 가 되고 로그를 취한 후 정리하면 다음과 같다.

$$\ln\left(\frac{x_{1-p} - x_p}{-2z_p}\right) = \ln B + h \frac{z_p^2}{2} \quad (\text{식 3-27})$$

(식 3-27)을 통해 척도 파라미터인 B 와 첨도 파라미터 h 를 구할 수 있다 (Hoaglin, 1983). (식 3-27)에서 왼쪽 항은 확률변수 X 의 분위수 폭과 이에 상응하는 표준정규분포의 폭의 비율로서 ‘유사시그마(pseudosigma)’³⁾라 불리며, 이것은 정규분포와 비교했을 때, 얼마나 꼬리가 두꺼운지를 나타낸다(Hoaglin 1985a). 예를 들어, 어떤 분포의 유사시그마가 중앙에서 꼬리부분으로 갈수록 점점 증가한다면 유사시그마가 일정한 정규분포보다 꼬리가 두껍다는 것을 의미한다. 두 번째, $g \neq 0$ 인 경우의 추정 절차는 g 를 추정 한 후 이 추정치에 대해 분포가 좌우대칭이 되도록 조정되어야 한다. 이 경우 g and h 의 $x_{1-p} - x_p$ 는 다음과 같다.

3) 표준정규분포에서 $z_{1-p} = -z_p$ 이다.

$$x_{1-p} - x_p = \frac{B}{g} [\exp(-gz_p) - 1] \exp\left(\frac{hz_p^2}{2}\right) \quad (\text{식 3-28})$$

(식 3-28)에서 $\frac{g}{\exp(-gz_p) - 1}$ 를 곱하면 왜도를 고려대상에서 제외할 수 있으며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{g(x_{1-p} - x_p)}{\exp(-gz_p) - 1} = \text{Bexp}\left(\frac{hz_p^2}{2}\right) \quad (\text{식 3-28'})$$

(식 3-28')에서 왼쪽 항은 수정된 전폭(corrected full spread)이라 하고, h의 추정치는 $\frac{z_p^2}{2}$ 를 독립변수로 하고 $\ln\left(\frac{g(x_{1-p} - x_p)}{\exp(-gz_p) - 1}\right)$ 를 종속변수로 한 회귀분석을 통해 도출된 기울기 계수이다.

위의 방법들을 통해 추정된 파라미터 g, h, A, B의 값을 이용하여 특정한 신뢰수준에서 하루 동안의 VaR 추정치 즉, g and h VaR는 다음과 같다.

$$VaR_{CL} = - \left[A + B \left(\frac{\exp(gZ_{1-CL}) - 1}{g} \right) \exp\left(h \frac{Z_{1-CL}^2}{2}\right) \right] \quad (\text{식 3-29})$$

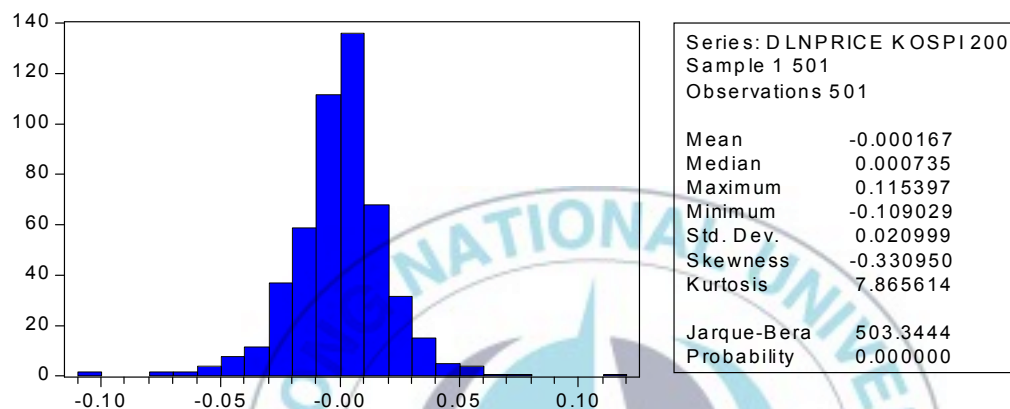
위의 식에서 CL은 신뢰수준을 말하며, 신뢰수준을 95%, 99%로 변화시켜 VaR를 추정한다. 신뢰수준의 변화로 인한 추정의 유연성은 비정규성에 대한 대안이 되며 추정 기간의 변화에 민감한 역사적 시뮬레이션 방법의 한계를 극복할 수 있는 대안이 된다. 본 논문에서는 전통적 VaR 방법과의 일치를 위해 rolling sample method를 통해 2008~2009년의 VaR를 추정하였다.

제4절 사후검증(Back-testing)

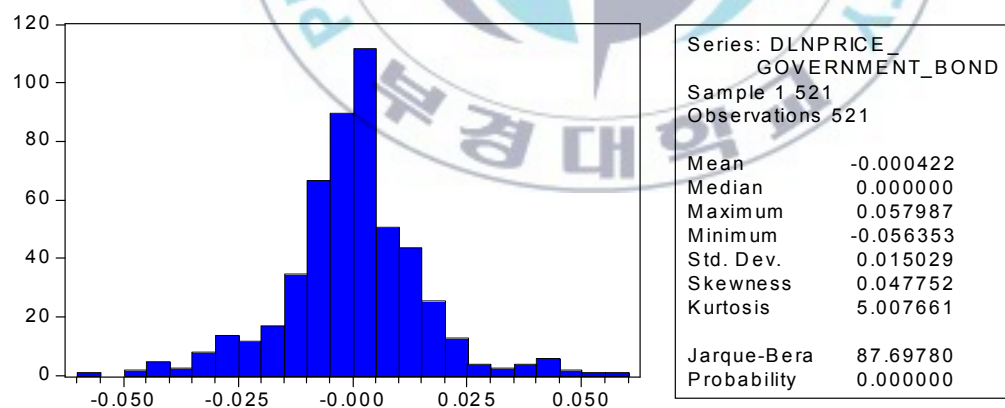
본 연구에서는 전통적 VaR 추정방법과 G and H 분포를 이용한 VaR의 성

과를 비교하는 것이 목적으로서 사후검증은 VaR 추정의 검정방법 중 가장 간단하고 많이 사용되는 실패율 검정(FR: Failure Ratio)과 양측검정방법인 Z점수 검정(Z-score)을 수행한다. 검정에 대한 표본구간은 VaR를 추정한 2008년 1월 2일부터 2009년 12월의 주식 및 채권 각각의 마지막 거래일까지의 실제 표본에 대해 검정을 실시하였다.(주식: 501개, 채권: 521개) 사후검증에 사용되는 주식과 채권의 표본 기초 통계량은 다음과 같다.

[그림 3-2] VaR 추정 표본의 기초통계량(KOSPI 200)



[그림 3-3] VaR 추정 표본의 기초통계량(국고채 3년)



기초통계량을 보면 주식의 경우, 음의 왜도와 양의 첨도를 가지고 있다. 반면에 채권의 경우, 양의 왜도와 양의 첨도를 가지고 있는 것을 확인할 수 있으며 전통적 VaR 방법과는 달리 G and H 분포를 이용한 VaR에서는 추정시점의 파라미터에서 이를 확인할 수 있다.

위에서 설명한 검정방법 중 실패율 검정은 단측검정으로 실제 수익률 분포의 왼쪽 꼬리부분에 해당하는 손실을 측정한다. 총 표본의 수에 대하여 간단한 비율로 VaR의 성과를 비교할 수 있으며, VaR의 연구에서 가장 기본적인 검정방법으로 사용되고 있다. Z점수 검정은 과소추정과 과대추정을 모두 검정하는 양측검정이며, 이는 금융기관의 입장에서 과소추정이나 과대추정 모두 바람직하지 않은 것에 기인한다. 실패율 검정 및 Z 점수 검정은 다음과 같다 (Best, 1998).

$$FR = E/N * 100\% \quad (\text{식 3-30})$$

$$Z\text{-score} = \frac{E - N(1 - CL)}{\sqrt{N(1 - CL)CL}} \quad (\text{식 3-31})$$

위의 식에서 E는 예외의 빈도이며 N은 분석대상의 샘플크기를 나타낸다. 실패율의 경우에는 유의성 검증은 실시하지 않으며 실제 수익률 자료의 실패율이 유의수준보다 높게 나온다면 추정된 VaR가 과소추정 된 것이다. 반대로, 실패율이 유의수준보다 적다면 이는 VaR가 과대추정 되었다는 것이며, VaR 추정치가 유의수준에 근접한 실패율을 가지는 것이 좋은 추정치가 된다. 반면, Z 점수 검정에서는 Z점수 통계치를 사용하며 Z 점수 통계치는 표준정규분포를 따른다. 양의 통계치는 과소추정을 의미하고 음의 통계치는 과대추정을 의미한다. Z 점수 검정의 임계값은 각각 95% = ± 1.96 , 99% = ± 2.57 이다. 양의 값과 음의 값 모두를 나타낸다는 것을 통해 초과손실과 초과이익을 포함하고 있다는 것을 알 수 있다. 이는 초과된 손실과 이득 모두 바람직하지 않기 때문이며 0에 가까울수록 유의수준에 적합한 결과로 해석할 수 있다.

제4장 실증분석

제1절 자료의 선정 및 기초통계량

1. 자료의 선정

본 연구에서는 국내 주식과 채권을 대상으로 VaR를 계산하는 것이 목적으로서 KOSPI 200의 일별 종가와 3년 만기 국고채 금리의 일별자료를 사용하였다. 분석기간은 2007년 1월 2일부터 2009년 12월 31일까지이다. 2007년의 주식과 채권의 자료로 최초의 VaR를 측정한 후 rolling sample method를 통하여 2008년과 2009년의 VaR를 연속적으로 추정하였다. 본 연구에서 사용되는 신뢰수준은 95%와 99%의 신뢰수준을 사용한다. VaR연구에서는 보통 95%의 신뢰수준을 사용하지만 전통적 VaR 방법과 g and h VaR의 비교를 위해 99%의 신뢰수준을 사용하여 정확성에 대한 비교를 추가하고자 한다. VaR의 추정을 위해서는 기초자료를 VaR 추정에 적합한 형태로 바꿔야 한다. 본 연구에서는 주식의 경우, 일별종가를 로그차분하여 수익률의 형태로 변형하였다.

$$r_t = \ln(P_t - P_{t-1}) \quad (t = 1, 2, 3, 4, \dots, T) \quad (\text{식 4-1})$$

위의 식에서 r_t 는 t 기의 수익률이며 P_t 는 t 기의 KOSPI 200의 종가이다. 반면, 채권의 경우에는 VaR 추정치가 가격의 분포에 기초하는 것과는 달리 수익률의 자료로 제공되므로 가격으로 변화하는 것이 필요하다. 왜냐하면 채권의 경우 금리와 가격이 반비례하기 때문이다. 이러한 점을 고려하여 본 연구에서는 계산의 편의를 위해 무이표채권으로 가정하였다.

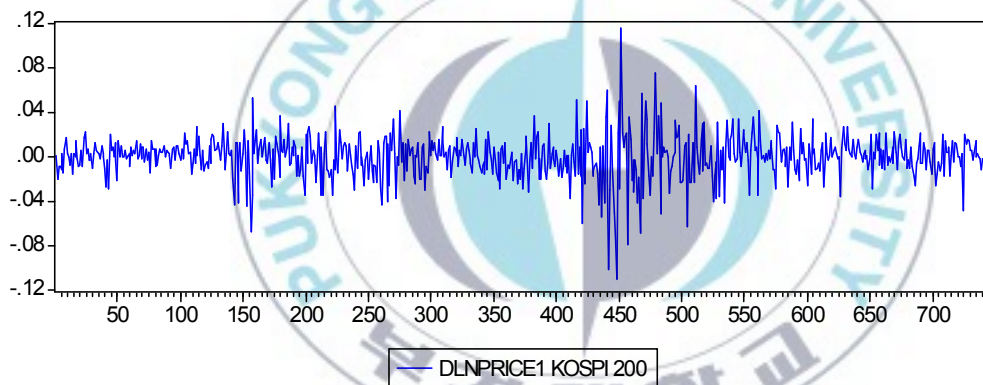
$$P = \frac{F}{(1+r)^n} \quad (\text{식 4-2})$$

위의 식에서 P 는 채권가격, r =금리, F =액면가액이다. 본 연구에서는 액면가액을 1원으로 가정하여 사용하므로 $\frac{1}{(1+r)^3}$ 인 시장가격으로 바꾸어 로그차분을 한 값을 사용하였다. 초기투자금액의 경우에는 계산의 편의를 위해 1원으로 가정하였으며, VaR 추정치에 실제투자금액을 곱하면 실제 VaR 추정치의 값을 구할 수 있게 된다.

2. 기초통계량

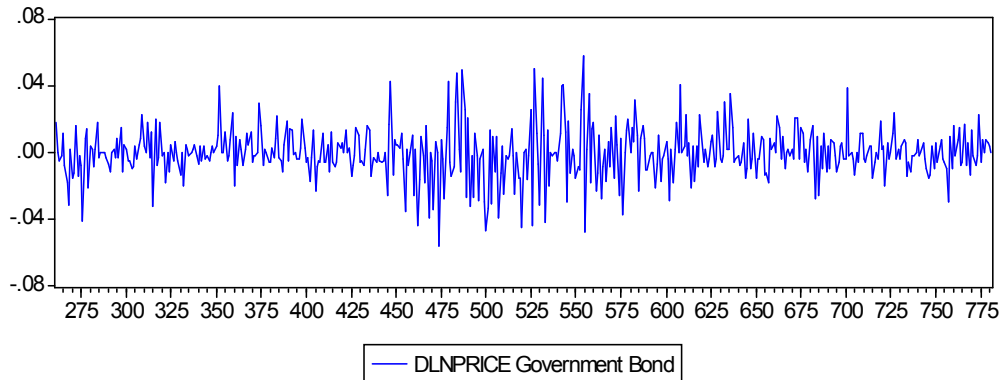
본 연구의 분석대상인 KOSPI 200과 국고채 3년의 수익률은 [그림 4-1], [그림 4-2]와 같다.

[그림 4-1] KOSPI 200 지수 수익률의 추이



위의 그림에서 주식 수익률의 경우, 400~550일 사이의 변동성과 채권 수익률의 경우, 400~600일 사이의 변동성이 큰 것을 관측할 수 있는데 이는 서브프라임 모기지 사태로 인한 급격한 변동에 기인한다.

[그림 4-2] 국고채 3년 수익률의 추이



본 연구에서는 전통적 VaR 추정방법과 G and H VaR를 비교하는 것이 목적이며, 전통적 VaR 방법에서는 델타-노말 방법의 경우 정규분포를 가정하기 때문에 분석자료의 기초통계량에 대한 정규성 검증이 선행되어야 한다. 정규성 검증을 위해 왜도 및 첨도를 동시에 고려하여 정규분포와 비교하는 결합검정인 Jarque-Bera Test를 사용하였다. Jarque-Bera 검정통계량은 자유도가 2인 카이제곱분포를 따르며, 5% 유의수준에서 $\chi^2(2)$ 의 임계치는 5.991 이고 1% 유의수준에서는 9.21이다. 그러므로 통계량이 임계치보다 같거나 크면 정규분포라는 귀무가설은 기각된다. 다음은 분석대상 기간의 주식 및 채권 수익률의 기초 통계량이다.

[표 4-1] 수익률의 기초 통계량

통계량	KOSPI 200	국고채 3년
표본크기	501	521
평균	-0.000167	-0.000422
표준편차	0.020999	0.015029
왜도	-0.33095	0.047752
첨도	7.86561	5.00766
Jarque-Bera 통계량	503.3444	87.6978

[표 4-1]과 같이 주식 수익률과 채권 수익률의 통계량은 5%와 1% 유의수준의 Jarque-Bera Test에서 정규분포라는 귀무가설이 기각됨을 볼 수 있으며 초과첨도를 가지므로 두꺼운 꼬리의 분포를 형성하고 있는 것을 알 수 있다. 주식수익률의 표준편차가 채권수익률보다 큰 것으로 보아 주식수익률의 변동성이 상대적으로 더 큰 것을 관찰할 수 있으며, 주식수익률의 초과첨도가 채권수익률의 초과첨도보다 높은 것을 알 수 있다.

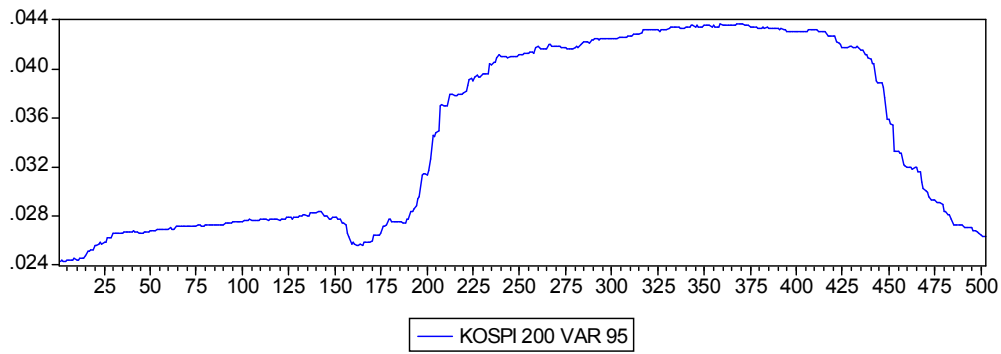
제2절 델타-노말 방법에 의한 VaR 추정

델타-노말 방법에 의한 VaR 추정은 분석대상인 수익률 데이터가 정규분포를 따른다고 가정하며 (식 3-5)에 의해 추정된다. 또한 한 점에서의 VaR를 추정하게 되면 VaR 추정에 대한 판단을 정확히 할 수 없으므로 Rolling sample method를 통해 주식=501개의 추정치, 채권=521개의 추정치를 각각 구하였다. 델타-노말 방법 VaR에서는 변동성(표준편차)이 중요한 변수가 되며 앞에서 설명한 각각의 방법에 따라 변동성이 다르게 계산되므로 VaR도 변하게 된다. 다음에서는 각각의 변동성 추정방법에 따른 각각의 VaR를 추정한다.

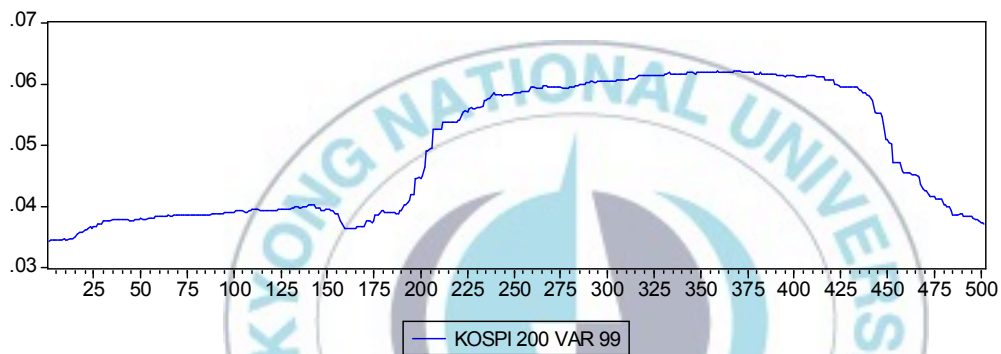
1. 역사적 표준편차

역사적 표준편차 방법은 자산의 변동성을 구하는 가장 간단한 방법으로 특정기간 (T)동안 투자자산 수익률의 변동성(표준편차)으로 정의되며 과거수익률에 대해 동일한 가중치를 부여하는 방법이다. 주식수익률과 채권수익률에 대한 역사적 표준편차의 추이는 부록에 첨부하도록 한다. 본 연구의 분석대상인 주식과 채권에 대한 역사적 표준편차를 사용한 95%, 99% 신뢰수준의 VaR는 다음과 같다.

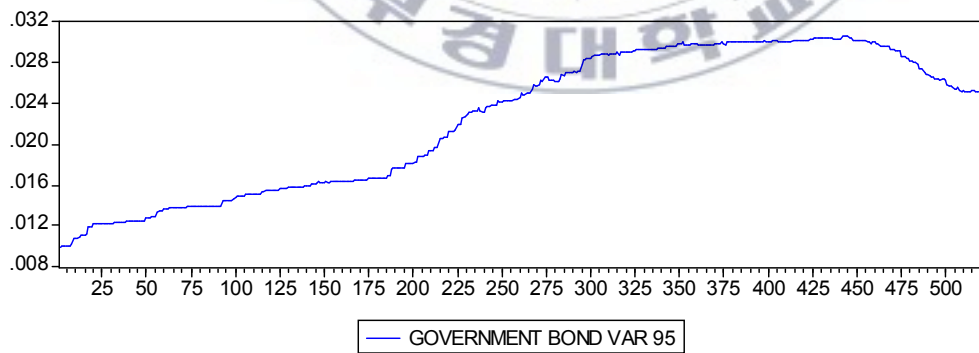
[그림 4-3] KOSPI 200 VaR(신뢰수준=95%)



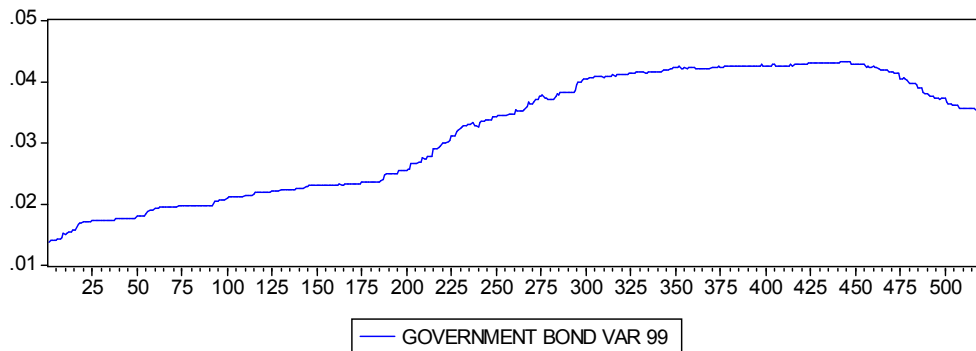
[그림 4-4] KOSPI 200 VaR(신뢰수준=99%)



[그림 4-5] 국고채 3년 VaR(신뢰수준=95%)



[그림 4-6] 국고채 3년 VaR(신뢰수준=99%)



역사적 표준편차를 사용하여 추정한 VaR의 값은 다음과 같으며, [표 4-2]에서 KOSPI 200의 경우, 신뢰수준 95%에서의 VaR 값은 0.03484이며 이는 1원을 투자했을 때, 1일의 보유기간 동안 손실금액이 0.03484원을 초과할 확률이 5%라는 뜻이다.

[표 4-2] 역사적 표준편차를 이용한 VaR

신뢰수준	KOSPI 200 VaR	국고채 3년 VaR
95%	0.03484	0.02257
99%	0.0492	0.03187

95% 및 99% VaR의 값은 주식(501개)과 채권(521개)의 추정된 VaR의 평균값이다.

[표 4-3] 역사적 표준편차를 이용한 VaR에 대한 사후검증

	신뢰수준	예외 일수	실패율(FR)	Z 점수
KOSPI 200	95%	24	4.79%	-0.215
	99%	16	3.19%	4.934(*)
국고채 3년	95%	40	7.67%	2.804(*)
	99%	19	3.65%	6.071(*)

Z-score 통계치는 95%, 99% 신뢰수준에서 각각 ± 1.96 , ± 2.57 이다. (*)의 경우, 해당 방법의 기각을 의미한다.

[표4-3]에서 보면 신뢰수준 95%의 KOSPI 200 VaR를 제외하고는 유의한 결과를 얻지 못하였다. 기각된 자료를 보면 Z 점수의 값이 양(+)의 값을 보이므로 VaR가 과소추정 되었다는 것을 보여준다. 즉, VaR의 과소추정으로 인해 예외 일수가 많아졌기 때문이다.

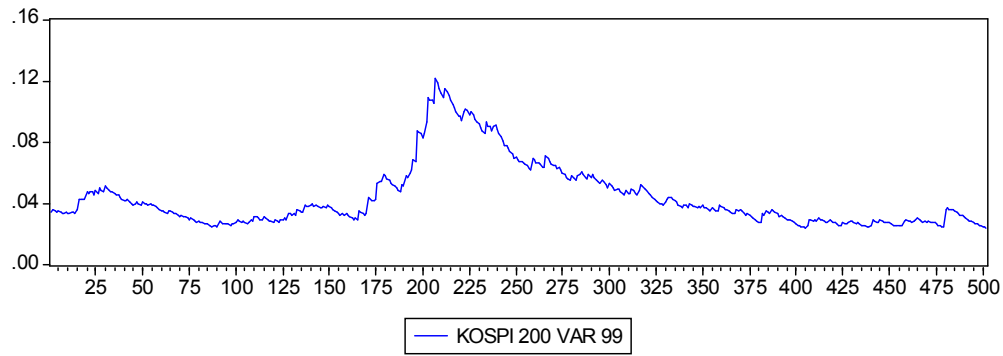
2. 지수가중이동평균(EWMA)

EWMA 방법은 역사적 표준편차 방법과는 달리 최근의 변동성에 가중치를 높게 부여하는 방법이다. 주식수익률과 채권수익률에 대한 지수가중이동평가를 통한 표준편차의 추이는 부록에 첨부하도록 한다. 본 연구의 분석대상인 주식과 채권에 대한 지수가중이동평가를 사용한 95%, 99% 신뢰수준의 VaR는 다음과 같다.

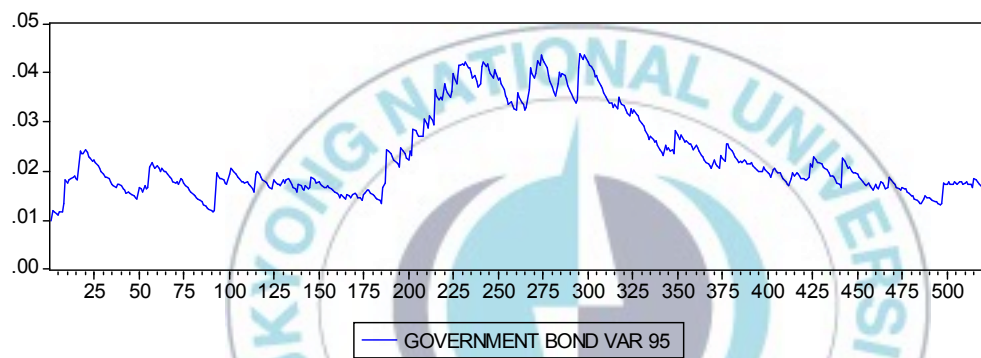
[그림 4-7] KOSPI 200 VaR(신뢰수준=95%)



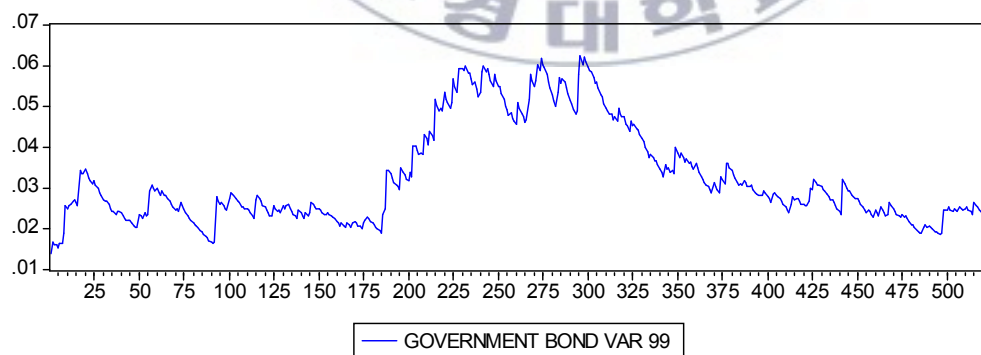
[그림 4-8] KOSPI 200 VaR(신뢰수준=99%)



[그림 4-9] 국고채 3년 VaR(신뢰수준=95%)



[그림 4-10] 국고채 3년 VaR(신뢰수준=99%)



[표 4-4] 지수가중이동평균 표준편차를 이용한 VaR

신뢰수준	KOSPI 200 VaR	국고채 3년 VaR
95%	0.03143	0.02517
99%	0.04439	0.03272

95% 및 99% VaR의 값은 주식(501개)과 채권(521개)의 추정된 VaR의 평균값이다.

[표 4-5] 지수가중이동평균을 이용한 VaR에 대한 사후검증

	신뢰수준	예외 일수	실패율(FR)	Z 점수
KOSPI 200	95%	36	7.18%	2.244(*)
	99%	10	1.99%	2.240
국고채 3년	95%	24	4.60%	-0.412
	99%	7	1.34%	0.7881

Z-score 통계치는 95%, 99% 신뢰수준에서 각각 ± 1.96 , ± 2.57 이다. (*)의 경우, 해당 방법의 기각을 의미한다.

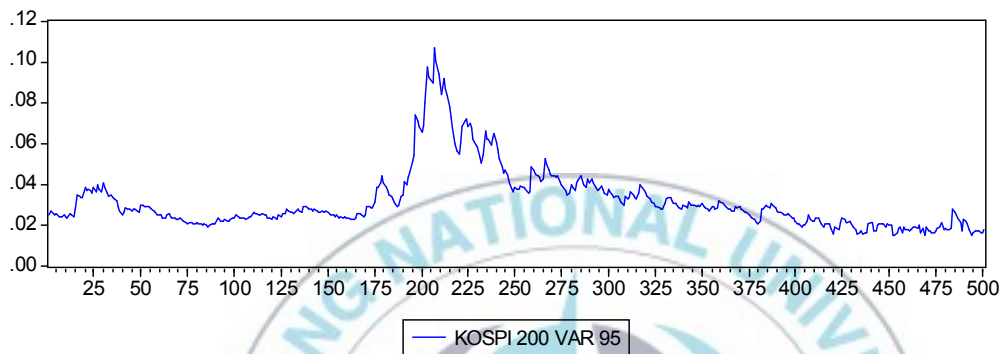
지수가중이동평균을 사용한 VaR의 경우, 신뢰수준 95%의 KOSPI 200 VaR를 제외하고는 유의성 검증을 통과하였다. 구체적으로, 주식의 경우에는 VaR를 과소추정 하여 예외 일수가 많았다. 채권의 경우에는 95%에서 Z 점수가 음(-)의 값을 나타내어 과대추정 경향이 있었지만 이는 근사치이므로 과대추정이 아니며, 99%에서도 과소추정의 경향이 있지만 근사치이므로 신뢰성 있는 추정을 뒷받침한다. 델타-노말 방법 중 역사적 표준편차와 비교해보면 역사적 표준편차 방법이 과소추정경향이 강하였지만 지수가중이동평균 방법은 변동성을 변화시켜 이를 개선시켰다.

3. GARCH(1,1)

GARCH(1,1) 모형은 과거의 변동성을 통해 변동성의 자기상관성을 직접 모

형화하여 변동성의 계수를 추정하였기 때문에 변동성의 변화를 잘 설명할 수 있다. 시계열 자료에 대한 시간 가변적 분산을 측정하는 GARCH(1,1)의 방법으로 측정한 변동성의 추이는 부록에 첨부하도록 한다. 본 연구의 분석대상인 주식과 채권에 대한 GARCH(1,1)을 사용한 95%, 99% 신뢰수준의 VaR는 다음과 같다.

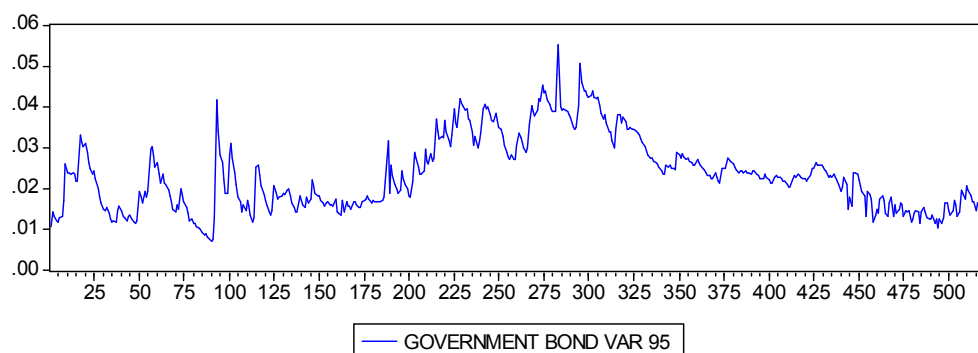
[그림 4-11] KOSPI 200 VaR(신뢰수준=95%)



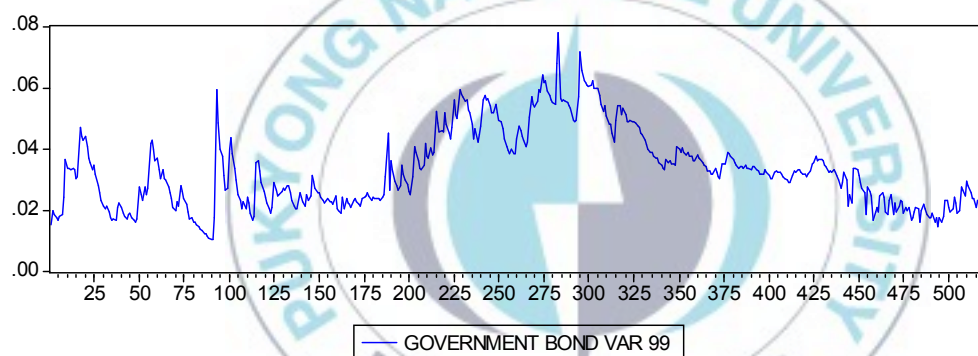
[그림 4-12] KOSPI 200 VaR(신뢰수준=99%)



[그림 4-13] 국고채 3년 VaR(신뢰수준=95%)



[그림 4-14] 국고채 3년 VaR(신뢰수준=99%)



[표 4-6] GARCH(1.1) 표준편차를 이용한 VaR

신뢰수준	KOSPI 200 VaR	국고채 3년 VaR
95%	0.03221	0.02356
99%	0.04549	0.03327

95% 및 99% VaR의 값은 주식(501개)과 채권(521개)의 추정된 VaR의 평균값이다.

[표 4-7] GARCH(1.1)를 이용한 VaR에 대한 사후검증

	신뢰수준	예외 일수	실패율(FR)	Z 점수
KOSPI 200	95%	31	6.18%	1.219
	99%	10	1.99%	2.240
국고채 3년	95%	26	4.99%	-0.010
	99%	7	1.34%	0.788

Z-score 통계치는 95%, 99% 신뢰수준에서 각각 ± 1.96 , ± 2.57 이다. (*)의 경우, 해당 방법의 기각을 의미한다.

GARCH (1,1) 표준편차를 사용한 VaR의 경우에는 신뢰수준 95%와 99% VaR가 주식과 채권 모두에서 유의하였다. 주식의 경우에는 VaR를 과소추정한 경향이 있지만 채권에서는 유의수준에 근접하는 근사치로서 신뢰성이 매우 높았다. 이를 통해 지수가중이동평균 방법과 GARCH(1,1) 방법은 변동성 즉, 표준편차의 변화를 적절히 반영하므로 역사적 표준편차 방법보다 신뢰적이다. 또한 본 연구의 대상기간 중 서브프라임 모기지 사태가 발생했고 이는 급격한 변동성(표준편차)증가가 발생했지만 역사적 표준편차 방법이 표준편차를 과소추정한 것과는 반대로 지수가중이동평균 방법과 GARCH(1,1) 방법은 표준편차를 적절히 반영하여 VaR의 신뢰성을 높였다.

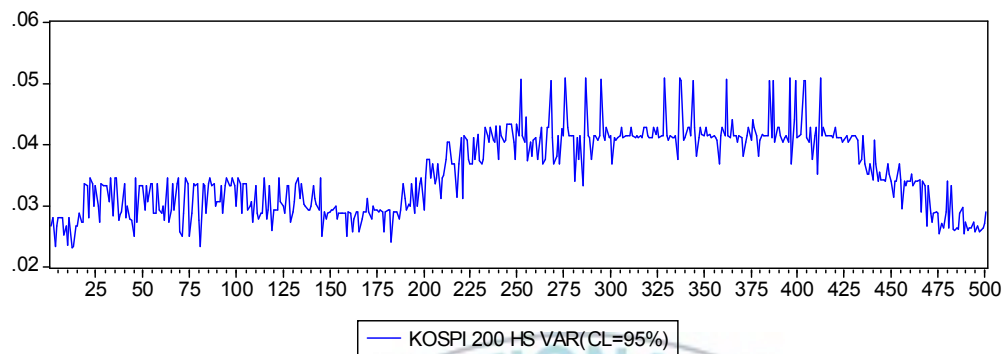
위의 델타-노멀 VaR 추정방법을 종합해보면, 델타-노멀 방법에서는 변동성(표준편차)이 VaR 추정에 중요한 변수가 되므로 VaR 추정에 사용되는 변동성 추정방법에 대한 선택이 중요하다.

제3절 역사적 시뮬레이션 방법에 의한 VaR 추정

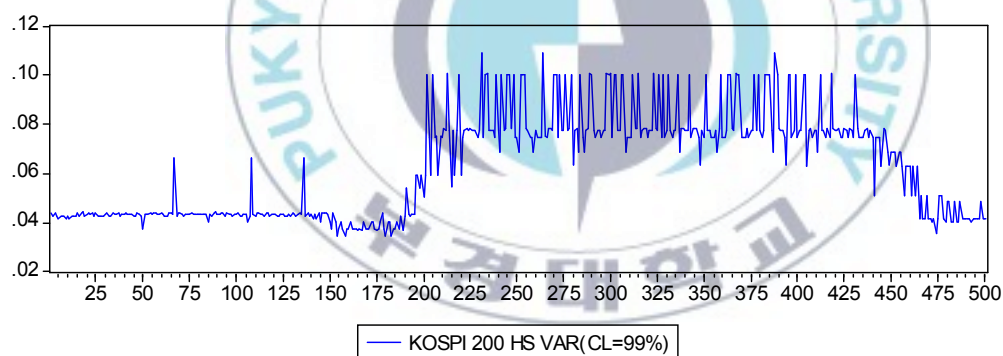
역사적 시뮬레이션 방법은 정규분포를 가정하지 않고 과거의 수익률을 통해 만들어진 실제분포를 사용하기 때문에 변동성이나 상관관계와 같은 모수들을 추정할 필요가 없으므로 비모수적(nonparametric)방법이라고도 한다. 본 연구

에서는 Bootstrapping 방법을 통하여 10,000번의 복원추출 된 분포에서 5%와 1% 유의수준의 VaR의 값을 추정하였고 다음과 같다.

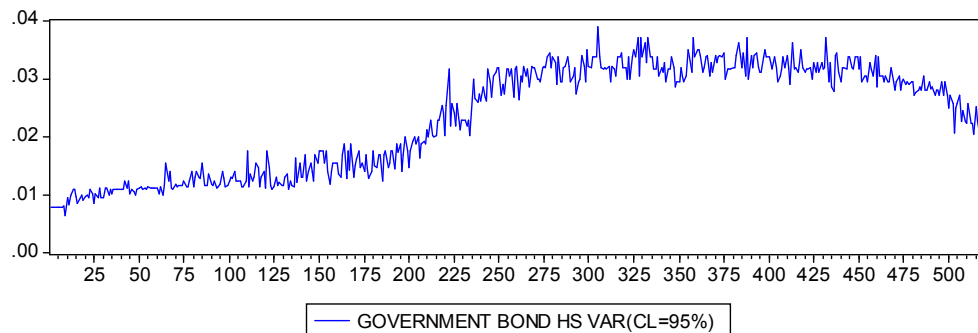
[그림 4-15] KOSPI 200 VaR(신뢰수준=95%)



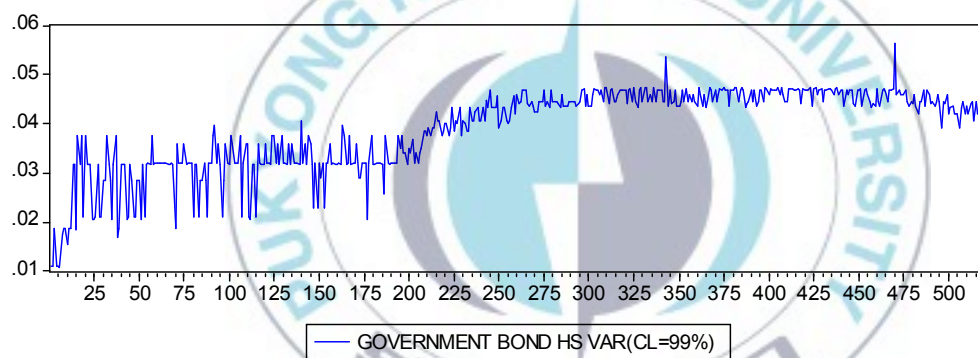
[그림 4-16] KOSPI 200 VaR(신뢰수준=99%)



[그림 4-17] 국고채 3년 VaR(신뢰수준=95%)



[그림 4-18] 국고채 3년 VaR(신뢰수준=99%)



[표 4-8] 역사적 시뮬레이션 방법을 이용한 VaR

신뢰수준	KOSPI 200 VaR	국고채 3년 VaR
95%	0.03544	0.023307
99%	0.06264	0.03588

95% 및 99% VaR의 값은 주식(501개)과 채권(521개)의 추정된 VaR의 평균값이다.

[표 4-9] 역사적 시뮬레이션 방법을 이용한 VaR에 대한 사후검증

	신뢰수준	예외 일수	실패율(FR)	Z 점수
KOSPI 200	95%	21	4.19%	-0.830
	99%	7	1.39%	0.893
국고채 3년	95%	41	7.86%	3.005(*)
	99%	12	2.30%	2.989(*)

Z-score 통계치는 95%, 99% 신뢰수준에서 각각 ± 1.96 , ± 2.57 이다. (*)의 경우, 해당 방법의 기각을 의미한다.

역사적 시뮬레이션 방법을 이용한 VaR에서는 KOSPI 200의 95% VaR에서 과소추정의 경향이 있었지만 유의하였고 99% VaR에서는 과대추정의 경향이 있었지만 근사치이므로 신뢰적 결과이다. 채권의 경우에는 95%와 99% VaR가 과소추정 되어 모두 기각되었다.

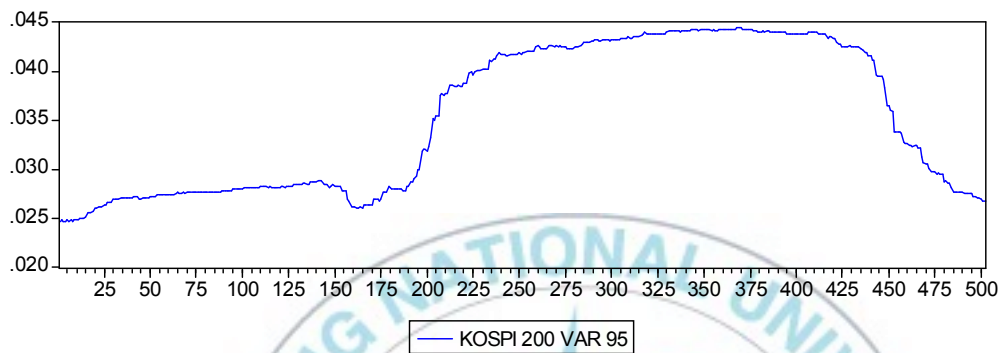
위의 결과를 종합해보면 역사적 시뮬레이션을 이용한 VaR 추정방법은 경험적 분포를 활용하고 이를 시뮬레이션 과정을 통해 분포를 추출해내므로 시뮬레이션 과정의 대상기간 실제 수익률 추이에 따라 VaR의 추정치가 달라지는 것이다. 본 논문에서는 2007년의 주식 및 채권의 자료가 시뮬레이션의 대상이었으므로 2008년 발생한 서브프라임 모기지 사태를 정확히 반영하지 못하여 모형위험이 상존하였고 이는 유의적이지 못한 결과로 이어졌다. 즉, 방법론 연구에서 밝힌 것처럼 역사적 시뮬레이션 방법은 시간변동에 따른 수익률의 변동을 적절히 반영하지 못하며, 자료기간의 선택이 VaR 추정에 큰 영향을 준다.

제4절 몬테카를로 시뮬레이션 방법에 의한 VaR 추정

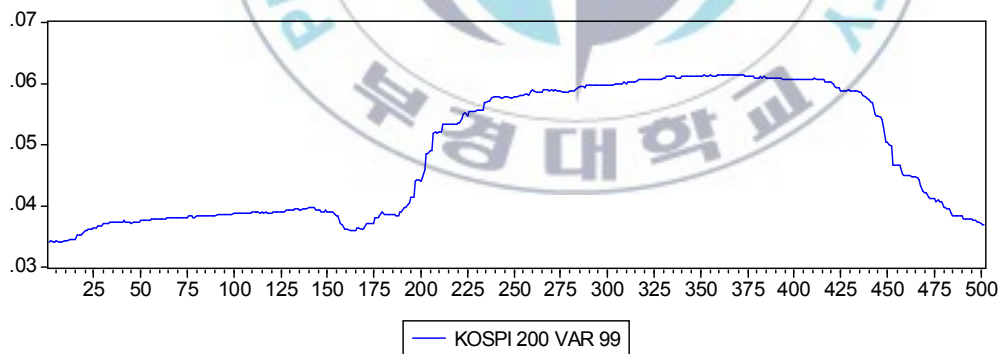
몬테카를로 시뮬레이션을 사용한 VaR 추정에서는 (식 3-18)에서 표준정규분포를 가지는 난수를 발생하고 역사적 표준편차를 대입하여 1일의 보유기간이

경과함에 따라 변화하는 가격 변화의 분포를 구하고 10000번의 시뮬레이션을 실행을 통해 만들어진 분포로부터 하위 1%와 5%에 해당하는 값을 구하여 VaR를 추정하였다. 몬테카를로 시뮬레이션을 사용한 VaR 추정은 다음과 같다.

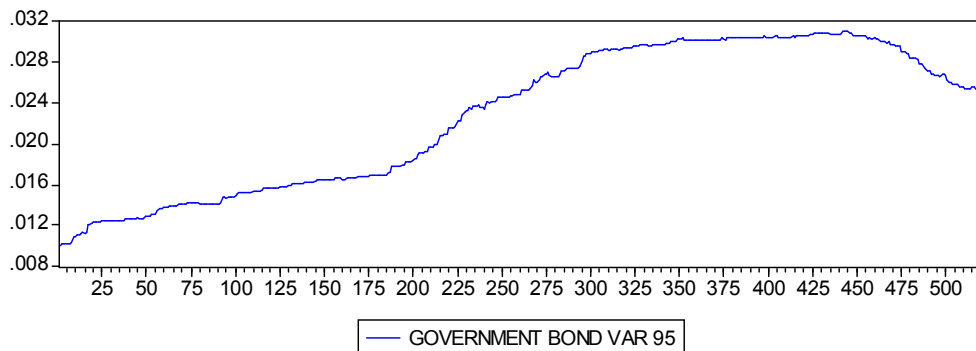
[그림 4-19] KOSPI 200 VaR(신뢰수준=95%)



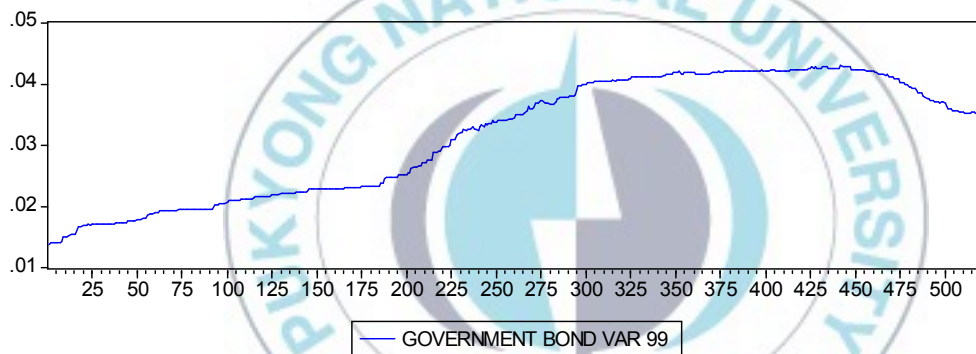
[그림 4-20] KOSPI 200 VaR(신뢰수준=99%)



[그림 4-21] 국고채 3년 VaR(신뢰수준=95%)



[그림 4-22] 국고채 3년 VaR(신뢰수준=99%)



[표 4-10] 몬테카를로 시뮬레이션 방법을 이용한 VaR

신뢰수준	KOSPI 200 VaR	국고채 3년 VaR
95%	0.03522	0.02281
99%	0.04871	0.03155

95% 및 99% VaR의 값은 주식(501개)과 채권(521개)의 추정된 VaR의 평균값이다.

[표 4-11] 몬테카를로 시뮬레이션 방법을 이용한 VaR에 대한 사후검증

	신뢰수준	예외 일수	실패율(FR)	Z 점수
KOSPI 200	95%	23	4.59%	-0.4202
	99%	16	3.19%	4.9348(*)
국고채 3년	95%	39	7.48%	2.603(*)
	99%	21	4.03%	6.9525(*)

Z-score 통계치는 95%, 99% 신뢰수준에서 각각 ± 1.96 , ± 2.57 이다. (*)의 경우, 해당 방법의 기각을 의미한다.

몬테카를로 시뮬레이션을 이용한 VaR에서 주식의 경우, 95% VaR에서는 과대추정의 경향이 있지만 유의하였고, 99% VaR에서는 과소추정 되어 상반된 결과가 도출되었고 유의성 검증에서 기각되었다. 채권의 경우에는 VaR가 과소추정 되어 예외 일수가 많이 발생하여 95%와 99% 모두 기각되었다.

위의 결과를 종합해보면, 본 논문에서 이용된 몬테카를로 시뮬레이션 방법은 전통적 VaR 방법의 범주로 지정하였기에 확률과정을 정규분포로 가정하였고 변동성으로서 역사적 표준편차를 사용하였다. 그 결과, 델타-노말 방법의 역사적 표준편차 방법과 유사하게 주식과 채권 모두에서 과소추정 하는 경향이 강하였다. 특히, 채권의 경우에는 확률과정의 가정에서 대표적 모형인 CIR 모형을 사용하지 않았으므로 VaR 추정의 신뢰성이 결여된다고 예상된다. 그러므로 몬테카를로 시뮬레이션 방법을 사용하기 위해서는 확률과정의 가정 및 시뮬레이션 횟수의 조정 등에 유의하여 사용하여야 한다.

제5절 G and H 분포를 이용한 VaR 추정

G and H 분포를 이용한 VaR 추정에서는 주식 및 채권의 g , h , A , B 4개의 파라미터를 추정하고 보유기간에 따른 특정한 신뢰수준 즉, 95%, 99%에서의 VaR를 추정한다. 4개의 파라미터 추정결과는 다음과 같다.

[표 4-12] KOSPI 200의 g , h , A , B 의 파라미터 추정치(평균)

년도	위치(A)	스케일(B)	왜도(g)	첨도(h)
2008	0.001008	0.01694	-0.180	0.2388
2009	0.000882	0.02293	-0.0909	0.47277
2008~2009	0.000942	0.01998	-0.1354	0.35769

[표 4-13] 국고채 3년의 g , h , A , B 의 파라미터 추정치(평균)

년도	위치(A)	스케일(B)	왜도(g)	첨도(h)
2008	0.00015	0.0092	0.0404	-0.0154
2009	-0.00002	0.01713	-0.0185	0.1415
2008~2009	-0.00012	0.0131	0.01097	0.0629

위의 [표 4-12]에서 보면 KOSPI 200의 경우에는 음(-)의 g 값과 양(+)의 h 값을 보여 기초통계량과 비슷한 왜도 및 첨도를 나타냈지만 [표 4-13]에서 국고채의 경우에는 음(-)의 g 값이 나와 G and H 분포의 모델링에 오류가 발생한 것으로 오인할 수 있다. 하지만 이는 파라미터 및 VaR의 추정과정을 Rolling sample method를 사용하였으므로 VaR이 추정된 시점의 왜도 및 첨도의 값이므로 기초통계량과 다를 수 있다는 것에 유의하여야 한다.

본 논문에서는 전통적 VaR 방법과 G and H VaR 방법의 과정에 대한 일치를 위해 Rolling sample method를 사용하였다. 남두우(2008)의 연구에서는 VaR의 값이 하나만 추정되었지만 본 논문에서는 Rolling sample method를 사용하였으므로 주식과 채권, 각각 501개와 521개의 VaR를 구하였다. 다음은 위에서 추정한 파라미터로 추정된 KOSPI 200 및 국고채 3년의 95%, 99%

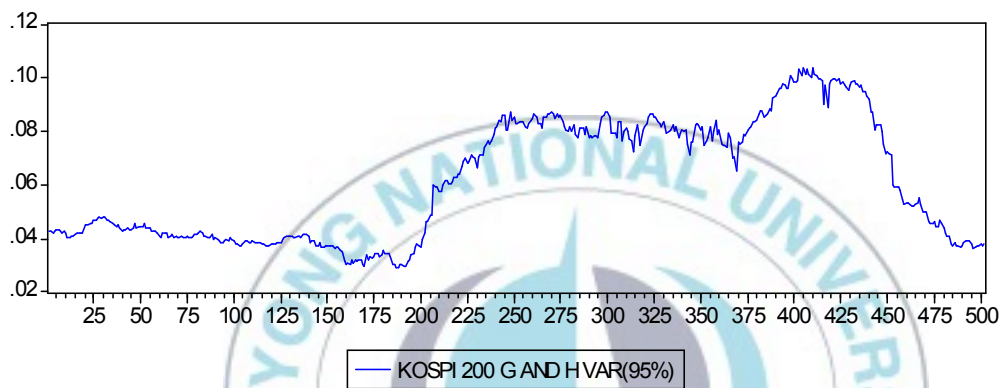
VaR 과 VaR 의 추이이다.

[표 4-14] G and H 분포를 이용한 VaR

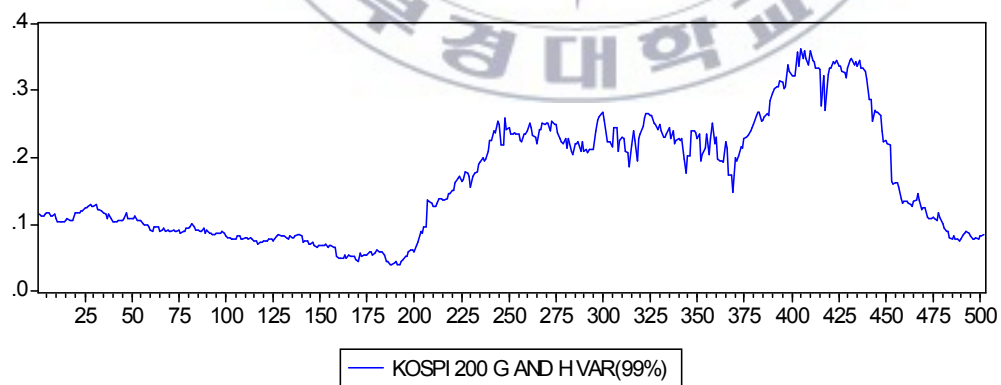
신뢰수준	KOSPI 200 VaR	국고채 3년 VaR
95%	0.06135	0.02508
99%	0.164691	0.04286

95% 및 99% VaR의 값은 주식(501개)과 채권(521개)의 추정된 VaR의 평균값이다.

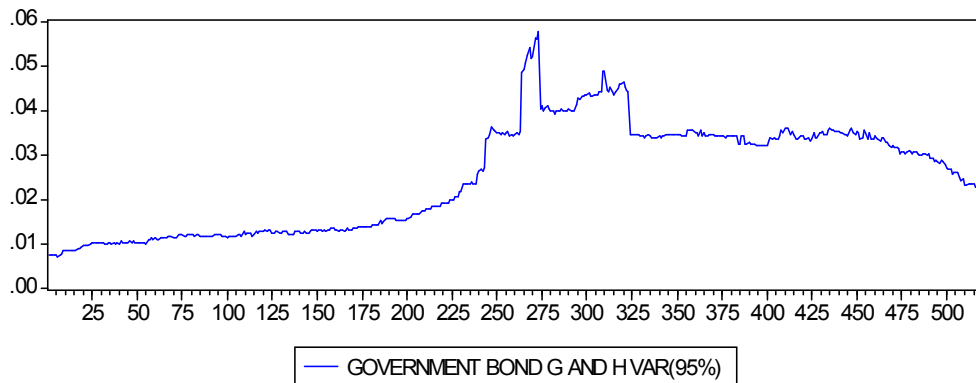
[그림 4-23] KOSPI 200(95% VaR)의 G and H VaR 추이



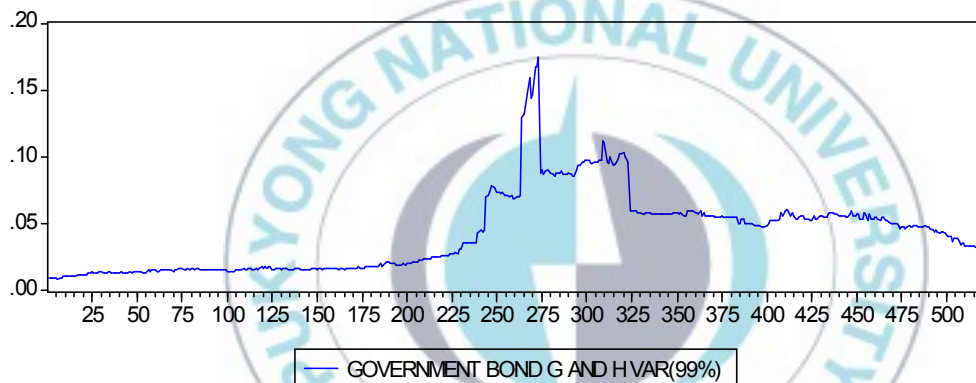
[그림 4-24] KOSPI 200(99% VaR)의 G and H VaR 추이



[그림 4-25] 국고채 3년(95% VaR)의 G and H VaR 추이



[그림 4-26] 국고채 3년(99% VaR)의 G and H VaR 추이



위의 주식 및 채권의 VaR 추이를 보면 서브프라임 사태로 인한 변동성 증가가 200일 정도에서 시작되었음을 알 수 있다. 또한 주식의 경우, 서브프라임 사태로 인한 VaR의 증가 이후에도 계속 증가하는 것을 관찰할 수 있으며, 이는 주식이 채권보다 극단에 있는 값이 크고 G and H의 분포특성에 따라 극단값을 분위수로 포함하게 되어 g와 h의 값이 변하게 되어 변동성이 지속되는 것으로 예상된다.

[표 4-15] G and H 분포를 이용한 VaR에 대한 사후검증

	신뢰수준	예외 일수	실패율(FR)	Z 점수
KOSPI 200	95%	13	2.594%	-2.470(*)
	99%	6	1.197%	0.444
국고채 3년	95%	26	4.99%	-0.010
	99%	13	2.495%	3.430(*)

Z-score 통계치는 95%, 99% 신뢰수준에서 각각 ± 1.96 , ± 2.57 이다. (*)의 경우, 해당 방법의 기각을 의미한다.

G and H 분포를 이용한 VaR의 추정결과와 사후검증을 보면 본 연구에서 예상했던 것과는 많이 다른 결과가 나왔다. 주식의 경우, 95% VaR에서는 과대 추정으로 예외일 수가 13일 발생하였지만 99% VaR에서는 예외일 수가 6일 발생하여 유의적인 결과가 나왔다. 채권의 경우에는 95% VaR에서는 26일의 예외 일수가 관찰되어 유의수준에 가장 근사한 값이 도출되었고 99% VaR에서는 과소추정 되어 13일의 예외 일수가 발생하여 유의성 검증에서 기각되었다. 이러한 결과를 종합해보면 G and H 분포에서 g 분포는 실제분포나 이론적 분포에서 왜도(skewness)를 나타내고 h 분포의 경우에는 첨도(kurtosis) 즉, 중앙부분의 뾰족함과 꼬리의 두꺼운 정도를 고려할 때 사용된다. 이 g와 h를 결합하여 실제 데이터의 분포에 가장 적합한 형태로의 변형을 하는 것이 G and H 분포의 장점이자 특징이다. 하지만 본 연구에서 자료기간 중 서브프라임 모기지 사태가 발생하여 추정의 유의성을 검증하는 데 영향을 주었다고 생각된다.

6절 성과비교

아래에 제시된 [표 4-16]을 통해 주식(KOSPI 200)의 경우, 95% VaR에서는

델타-노멀 방법 중 역사적 표준편차를 이용한 VaR 추정방법과 몬테카를로 시뮬레이션을 이용한 VaR 방법이 가장 신뢰성이 높은 방법으로 추정되었다. 역사적 시뮬레이션과 몬테카를로 시뮬레이션 방법은 분포를 가정하지 않는 비모수적 방법으로서 상대적으로 유의적인 결과가 도출되었다. 이는 시뮬레이션 과정을 통하여 서브프라임 모기지 사태라는 급격한 변동을 완화시킨 점, 시뮬레이션의 과정이 바람직했다는 것에 원인이 있다고 생각된다. 99% VaR에서는 전통적 VaR 추정방법의 대안으로 제시한 G and H 분포를 이용한 G and H VaR가 가장 신뢰성 높은 추정치를 보였다. 이는 서브프라임 모기지 사태로 인해 양극단에 위치한 분위수가 G and H의 모수 중 첨도에서도 특히 신장도(elongation)를 증가시켜 보수적인 VaR를 추정하여 기존의 방법보다 높은 평균 VaR를 나타냈으며, 95%에서는 기각되었지만 99%에서는 가장 좋은 결과를 나타내 극단치에 대한 추정에서 적절하였던 것으로 생각된다. 기존의 방법에서는 지수가중이동평균 방법과 GARCH(1,1), 역사적 시뮬레이션 방법이 유의적인 결과를 도출하였다.

채권의 경우, 95% VaR 추정치에서는 GARCH(1,1)과 G and H VaR 방법이 가장 우월하였다. 또한 평균 VaR도 높아 상대적으로 보수적인 VaR가 설정되었음을 알 수 있다. 반면 델타-노멀 방법 중 역사적 표준편차 방법과 시뮬레이션 방법은 VaR를 과소추정 하여 95%와 99% 모두 기각되었다. 99% VaR에서는 지수가중이동평균 방법과 GARCH(1,1) 방법이 가장 우월하였다. G and H VaR의 경우, 95%에서는 가장 우월하였지만 99%에서는 VaR가 과소추정 되어 기각되었으며 과소추정과 과대추정이 동시에 나타나 이를 확인하기 위하여 2008년과 2009년을 분리하여 사후검증을 실시하였다.

위의 결과를 종합해보면 평균 VaR에서 주식과 채권 모두 G and H VaR가 가장 보수적인 추정치를 보였으나 유의성 검증에서는 일관성을 가지지 못하였다. VaR를 추정하는 각 방법들은 절대적 우위나 열위가 발생하지 않아 등위를 정할 수는 없었으며 이를 통해 자료의 대상기간 및 투자자산의 종류에 따라 VaR 추정방법을 결정해야 한다.

[표 4-18]을 보면 2008년을 대상기간으로 한 KOSPI 200의 VaR이며, 평균 VaR의 값을 통해 기존의 방법들이 VaR를 과소추정하고 있다는 것을 알 수

있다. 실패율과 Z 점수 검정에서 보면 G and H VaR가 95%와 99%에서 월등히 우월하였다. 그러므로 2008년 후반의 서브프라임 사태가 발생하였던 것을 감안한다면 보수적 VaR로서 G and H VaR는 유용한 것으로 보인다.

[표 4-19]를 보면 2009년의 KOSPI 200의 VaR이다. 여기서도 2008년과 마찬가지로 평균 VaR에서는 기존의 방법보다 G and H VaR가 보수적으로 추정된 것을 알 수 있다. 하지만 보수적 추정으로 예외일 수가 적게 관찰되어 유의성 검증에서는 가장 열위에 있다. 이는 서브프라임 사태로 인해 변동성 증가로 극단치가 발생하였고 이는 G and H 분포를 이동시켜 실제 수익률 분포를 포괄하는 분포가 만들어져 VaR가 보수적으로 관찰되어 예외일 수가 줄어든 것을 확인할 수 있었다. 기존의 방법들에서는 2009년의 변동성증가가 반영되어 2008년 보다 상대적으로 VaR 값이 증가하여 예외일 수가 적게 관찰됨에 따라 과대추정의 경향이 보인다.

[표 4-20]을 보면 채권은 모든 방법들이 VaR를 과소추정 하여 예외일 수가 많이 발생하였다. 그 이유는 2008년 서브프라임 사태 직전까지의 안정상태가 지속되어 주식보다 VaR의 추정치가 상대적으로 낮았고 서브프라임의 영향이 주식보다 상대적으로 강하지 않았기 때문이다. 또한 지수가중이동평균 방법과 GARCH(1,1) 방법은 과소추정의 경향이 있지만 유의한 결과를 나타냈다. 한 가지 주목할 점은 G and H VaR의 평균 VaR 값이 주식과는 다르게 과소추정되었다는 것이다. 이는 2008년의 채권은 주식보다 상대적으로 변동성이 적어 h 의 값 즉, 첨도계수가 음(-)의 값을 가지게 되어 VaR 값이 과소추정된 것으로 보인다. 그러므로 G and H VaR의 추정은 기간이나 투자자산의 종류에 따라 값을 달리할 수 있다는 것이므로 기존의 예상과는 차이를 보였다.

[표 4-21]을 보면 2008년과는 반대로 G and H VaR의 값이 가장 보수적으로 추정되어 예외일 수가 적었다. 이는 G and H VaR이 급격한 변동으로 인해 발생한 극단치를 분포에 반영하기 위해 h 의 값이 증가하여 실제 수익률 자료를 포괄하게 되었기 때문이다. 즉, G and H VaR는 변동성의 정도에 따라 분포의 모델링이 변화하여 과소추정과 과대추정을 결정짓는 것으로 판단된다. 기존의 방법들에서는 2009년의 급격한 변동성 증가에 따라 VaR 값이 높아져 2009년이 2008년 보다 상대적으로 VaR를 과대추정한 것으로 보인다.

[표 4-16] 사후검증을 통한 성과비교(KOSPI 200)

추정방법		신뢰수준	평균 VaR	실패율(FR)	Z 점수
델타 노멀	역사적 표준편차	95%	0.0348	4.79%	-0.215
		99%	0.0492	3.19%	4.934(*)
	EWMA	95%	0.0314	7.18%	2.244(*)
		99%	0.04439	1.99%	2.240
	GARCH(1,1)	95%	0.03221	6.18%	1.219
		99%	0.04549	1.99%	2.240
역사적 시뮬레이션		95%	0.0354	4.19%	-0.830
		99%	0.0626	1.39%	0.893
몬테카를로 시뮬레이션		95%	0.0352	4.59%	-0.4202
		99%	0.0487	3.19%	4.9348(*)
G and H distribution		95%	0.0613	2.594%	-2.470(*)
		99%	0.1646	1.197%	0.444

Z-score 통계치는 95%, 99% 신뢰수준에서 각각 ± 1.96 , ± 2.57 이다. (*)의 경우, 해당 방법의 기각을 의미한다.

[표 4-17] 사후검증을 통한 성과비교(국고채 3년)

추정방법		신뢰수준	평균 VaR	실패율(FR)	Z 점수
델타 노멀	역사적 표준편차	95%	0.0225	7.67%	2.804(*)
		99%	0.0318	3.65%	6.071(*)
	EWMA	95%	0.0251	4.60%	-0.412
		99%	0.0327	1.34%	0.7881
	GARCH(1,1)	95%	0.0235	4.99%	-0.010
		99%	0.0332	1.34%	0.788
역사적 시뮬레이션		95%	0.0233	7.86%	3.005(*)
		99%	0.0358	2.30%	2.989(*)
몬테카를로 시뮬레이션		95%	0.0228	7.48%	2.603(*)
		99%	0.0315	4.03%	6.9525(*)
G and H distribution		95%	0.0250	4.99%	-0.010
		99%	0.0428	2.495%	3.430(*)

Z-score 통계치는 95%, 99% 신뢰수준에서 각각 ± 1.96 , ± 2.57 이다. (*)의 경우, 해당 방법의 기각을 의미한다.

[표 4-18] 사후검증을 통한 성과비교(KOSPI 200, 2008년: 248개)

추정방법		신뢰수준	평균 VaR	실패율(FR)	Z 점수
델타 노멀	역사적 표준편차	95%	0.02945	8.87%(22)	2.7970(*)
		99%	0.04159	5.64%(14)	7.352(*)
	EWMA	95%	0.03514	8.87%(22)	2.7970(*)
		99%	0.04963	2.41%(6)	2.246
	GARCH(1,1)	95%	0.03648	7.25%(18)	1.631
		99%	0.05152	2.41%(6)	2.246
역사적 시뮬레이션		95%	0.03178	7.25%(18)	1.631
		99%	0.05018	2.41%(6)	2.246
몬테카를로 시뮬레이션		95%	0.02977	8.46%(21)	2.505(*)
		99%	0.04117	5.64%(14)	7.352(*)
G and H distribution		95%	0.04475	4.83%(12)	-0.11
		99%	0.10032	2.41%(6)	2.246

Z-score 통계치는 95%, 99% 신뢰수준에서 각각 ± 1.96 , ± 2.57 이다. (*)의 경우, 해당 방법의 기각을 의미한다. 실패율에서 ()는 예외일의 개수이다.

[표 4-19] 사후검증을 통한 성과비교(KOSPI 200, 2009년: 253개)

추정방법		신뢰수준	VaR	실패율(FR)	Z 점수
델타 노멀	역사적 표준편차	95%	0.04013	0.79%(2)	-3.072(*)
		99%	0.05667	0.79%(2)	-0.334
	EWMA	95%	0.0278	5.55%(14)	0.389
		99%	0.0392	1.58%(4)	0.928
	GARCH(1,1)	95%	0.02803	5.13%(13)	0.100
		99%	0.03958	1.58%(4)	0.928
역사적 시뮬레이션		95%	0.03903	1.18%(3)	-2.783(*)
		99%	0.07485	0.39%(1)	-0.966
몬테카를로 시뮬레이션		95%	0.04057	0.79%(2)	-3.072(*)
		99%	0.0561	0.79%(2)	-0.334
G and H distribution		95%	0.0776	0.39%(1)	-3.360(*)
		99%	0.2277	0%(0)	-1.598

Z-score 통계치는 95%, 99% 신뢰수준에서 각각 ± 1.96 , ± 2.57 이다. (*)의 경우, 해당 방법의 기각을 의미한다. 실패율에서 ()는 예외일의 개수이다.

[표 4-20] 사후검증을 통한 성과비교(국고채 3년, 2008년: 261개)

추정방법		신뢰수준	VaR	실패율(FR)	Z 점수
델타 노멀	역사적 표준편차	95%	0.0164	13.04%(33)	5.665(*)
		99%	0.0231	6.32%(16)	8.329(*)
	EWMA	95%	0.0219	5.92%(15)	0.553
		99%	0.0309	2.37%(6)	2.108
	GARCH(1,1)	95%	0.0216	6.32%(16)	0.837
		99%	0.0305	1.97%(5)	1.486
역사적 시뮬레이션		95%	0.0156	14.22%(36)	6.518(*)
		99%	0.0324	4.34%(11)	5.219(*)
몬테카를로 시뮬레이션		95%	0.0165	12.64%(32)	5.381(*)
		99%	0.0229	7.11%(18)	9.574(*)
G and H distribution		95%	0.0149	14.62%(37)	6.802(*)
		99%	0.0219	8.69%(22)	12.06(*)

Z-score 통계치는 95%, 99% 신뢰수준에서 각각 ± 1.96 , ± 2.57 이다. (*)의 경우, 해당 방법의 기각을 의미한다. 실패율에서 ()는 예외일의 개수이다.

[표 4-21] 사후검증을 통한 성과비교(국고채 3년, 2009년: 260개)

추정방법		신뢰수준	VaR	실패율(FR)	Z 점수
델타 노멀	역사적 표준편차	95%	0.0287	2.76%(7)	-1.707
		99%	0.0406	1.18%(3)	0.249
	EWMA	95%	0.0244	3.55%(9)	-1.138
		99%	0.0344	0.39%(1)	-0.997
	GARCH(1,1)	95%	0.0254	3.55%(9)	-1.138
		99%	0.0359	0.39%(1)	-0.997
역사적 시뮬레이션		95%	0.0310	2.37%(6)	-1.991
		99%	0.0453	0.39%(1)	-0.997
몬테카를로 시뮬레이션		95%	0.0290	2.76%(7)	-1.707
		99%	0.0402	1.18%(3)	0.249
G and H distribution		95%	0.0352	0.79%(2)	-3.130(*)
		99%	0.0638	0%(0)	-1.620

Z-score 통계치는 95%, 99% 신뢰수준에서 각각 ± 1.96 , ± 2.57 이다. (*)의 경우, 해당 방법의 기각을 의미한다. 실패율에서 ()는 예외일의 개수이다.

제5장 결론

제1절 연구 결과 및 의의

2007년부터 시작된 세계적 금융위기로 인한 경기침체는 글로벌화의 영향으로 1996년의 외환위기보다 더욱 광범위하고 다양한 위험요인으로 인해 침체의 시기가 길어지고 있다. 특히 경기침체의 원인이 금융 산업에서 발원하였으므로 금융 산업의 위험관리에 대한 관심이 증가하였다. 구체적으로 금융자산의 가치변화에 대한 효율적이고 정확한 측정을 위해 VaR에 대한 연구가 부각되고 있다. 하지만 국내금융시장에서는 전통적 VaR 방법의 계산 편의성에 따른 체계적 접근의 부재와 VaR에 대한 연구부족으로 활성화되지 못하고 있다. 그러므로 본 연구에서는 국내 금융시계열 자료를 통해 전통적 VaR 방법 중 델타-노멀 방법과 시뮬레이션 방법을 통하여 VaR를 추정 및 비교하였고 나아가 새로운 VaR 추정방법으로 G and H 분포를 이용한 G and H VaR에 대해 알아보고 대안으로 제시했다.

본 연구의 대상은 국내 주식(KOSPI 200)과 채권(국고채 3년 물)이며, 2007년 1월 2일부터 2009년 12월 31일 까지를 분석기간으로 하였다. 2007년의 자료로 VaR를 최초로 측정하고 Rolling sample method를 통해 2008~2009년의 VaR를 연속적으로 추정하였다. 각 방법에 따라 추정된 주식과 채권 각각 501개와 521개이며, VaR에 대한 사후검증으로는 실패율과 Z 점수 검정을 실시하였다.

본 연구의 VaR 추정방법으로서 전통적 VaR 추정방법 중 델타-노멀 방법에서는 금융시계열의 분포를 정규분포로 가정하므로 금융시계열에 대한 정규성 검증을 선행하였고 그 결과, 국내 금융시계열이 초과첨도 즉, 두꺼운 꼬리를 가지고 있는 것을 확인하였다.

사후검증을 통해 2008~2009년의 각 방법에 따른 VaR의 추정치 [표 4-16]과 [표 4-17]를 보면 과소추정 및 과대추정에 대한 경향적 분석은 가능하지만 유의성 검증과 결과에 대한 해석이 혼재하게 되어 적절한 분석이 될 수 없기에

2008년과 2009년의 VaR 추정치를 분리하여 성과분석을 실행하였다. 결론에서는 2008년과 2009년을 분리한 결과에 대하여 평가하도록 하겠다.

주식의 경우, 2008년의 VaR 추정치를 통해 델타-노말 방법에서는 정규분포를 가정함에 따라 상대적으로 VaR를 과소추정 하였으며, 유의성 검증에서 역사적 표준편차 방법이 모두 기각됨에 따라 변동성 추정방법 중에서 가장 열위에 있는 것으로 판단된다. 반면 지수가중이동평균과 GARCH(1,1) 방법은 과소추정의 경향이 있지만 상대적으로 유의했다. 2009년에서도 델타-노말 방법은 과소추정의 경향이 강하였다. 하지만 역사적 표준편차 방법은 표준편차가 이동함께 되어 지수가중이동평균 방법과 GARCH(1,1) 방법보다 높게 나와 과대추정 하여 유의성검증에서 기각되었다. 지수가중이동평균 방법과 GARCH(1,1) 방법은 2009년에서 더욱 유의적인 추정치를 추정하였고 이는 서브프라임이라는 이벤트로 인한 변동성의 반영이 적절하였던 것으로 판단된다.

역사적 시뮬레이션 방법에서는 2008년의 VaR 추정치가 과소추정 되었지만 유의한 결과였으며 2009년에는 95% VaR에서는 기각되었고 99% VaR는 유의하였다. 유의성의 결과가 혼재하는 것으로 보아 역사적 시뮬레이션 방법은 일관성이 결여되는 것으로 판단되며, 방법론 연구에서 설명한 단점에 따라 자료기간의 선택과 시뮬레이션 횟수의 조정 등이 중요하다.

몬테카를로 시뮬레이션 방법에서는 2008년과 2009년 모두 유의적이지 못하였으며 이는 확률과정의 가정에서는 기하적 브라운 운동을 사용하여 무작위적 주가변동을 만들었지만 난수가 정규분포를 가정하므로 변동에 제약이 존재했고 변동성으로 역사적 표준편차를 사용하여 역사적 표준편차 방법과 결과가 유사하게 나왔다. 그러므로 기하적 브라운 운동에서의 난수발생을 다른 분포에 가정하여 발생시키고 변동성의 선택을 달리 한다면 그 결과는 달라질 것으로 예상된다.

G and H VaR 방법은 2008년에는 다른 방법에 비해 평균 VaR가 보수적으로 추정되었고 유의성 검증에서 가장 우위에 있는 것을 확인할 수 있다. 2009년에는 VaR를 과대추정 하는 경향이 강하였다. 이는 서브프라임이라는 이벤트로 발생된 극단치를 포괄하기 위해 분포가 변하였고 VaR 추정치가 과대추정 되는 원인이 된 것으로 판단된다. 이를 통해 G and H VaR는 VaR를

보수적으로 추정하는 경향이 강하며, 급격한 변동이 발생되면 극단치를 포괄하기 위해 분포의 신장도가 더욱 늘어나 VaR가 더욱 보수적으로 변하는 특성을 확인할 수 있었다.

채권의 경우, 2008년의 델타-노멀 방법에서는 VaR의 과소추정 경향이 강하였다. 역사적 표준편차 방법은 과소추정 경향이 아주 강하여 유의성 검증에서 모두 기각되어 변동성을 적절히 반영하지 못하는 것을 확인할 수 있었고 지수가중이동평균(EWMA)과 GARCH(1,1) 방법은 변동성을 적절히 반영하여 유의적인 VaR 추정치를 도출하였다. 2009년에는 변동성의 증가에 따라 VaR가 높아졌지만 다른 방법들에 비해 상대적으로 과소추정 되었다는 것을 확인할 수 있었다. 유의성 검증에서는 지수가중이동평균 방법과 GARCH(1,1) 방법 모두 유의한 결과가 도출되었다.

역사적 시뮬레이션 방법에서 2008년에는 과소추정 경향이 강하여 유의성 검증에서 기각되었다. 반면, 2009년에는 과대추정 경향이 있었지만 유의적인 VaR 추정치가 도출되었다.

몬테카를로 시뮬레이션 방법은 2008년에는 과소추정, 2009년에는 혼재하였다. 유의성 검증에서는 2008년은 모두 기각되었지만, 2009년에는 모두 유의하였다.

G and H VaR 방법에서는 2008년이 예상된 결과와는 달리 다른 방법에 비해 가장 과소추정 되었다. 이는 추정된 VaR의 추이에 따라 주식보다 변동성 적고 수익률 자료에서 0의 값이 많이 관찰되어 g 와 h 의 값이 0 또는 음의 값(-)을 나타내어 정규분포에 수렴되는 분포가 생성되어 과소추정이 발생한 것으로 보인다. 그러므로 G and H 분포는 변동성에 따라 극단치가 발견되지 않으면 표준정규분포에 수렴되는 분포도 생성될 수 있음을 보여준다. 반면에, 2009년에는 다른 방법에 비해 보수적인 VaR 추정을 하여 변동성에 따라 발생하는 극단치에 민감하다는 것을 알 수 있었다. 결국, 2009년의 VaR에서는 극단치를 포괄하기 위해 h 의 값이 증가하여 신장도가 늘어나 VaR의 값이 과대추정의 경향을 보인 것으로 판단된다.

위의 결과들을 종합해보면 기존 방법의 대안으로 제시된 G and H VaR 방법이 극단치 발생에 대한 반응에는 민감하지만 다른 방법에 비교하여 절대적

으로 우위에 있는 것은 아니다. 그러므로 VaR 추정에 있어서 자료기간의 선택과 방법의 선택 그리고 투자자산의 성격에 따라 각각의 방법이 가지고 있는 장점과 단점을 비교하고 특정자산의 성격에 맞는 VaR를 적용해야 한다. 우리가 VaR에 대해 연구하는 목적은 과거의 손실에 대한 평가를 하는 것이 아니라 미래의 변동에 대해 적절한 대비를 하는 것에 목적이 있다. 그러므로 각각의 VaR 추정방법이 가지고 있는 장단점을 적절히 활용하여 보다 현실적이고 다양한 상황에 대해 대비하는 것이 바람직하다고 생각된다. 또한 국내의 현실에 맞는 체계적이고 다양한 위험관리방법의 개발과 연구에는 구축비용이 높으므로 위험관리시스템에 대한 산업전반의 관심과 기대가 요구된다고 생각된다.

제2절 한계점 및 향후 연구방향

본 연구에서는 다양한 VaR 추정방법에 대해 연구해보고 비교하여 가장 효율적인 VaR 추정방법을 찾는 것을 목적으로 실행해보았지만 예상과는 다른 결과를 많이 얻게 되었다. 본 연구의 한계점과 향후 연구방향을 정리하면 다음과 같다.

첫 번째, 분석의 대상기간 선정에서 서브프라임 사태를 간과했다는 점이다. 이에 대한 대안으로는 2007년, 2008년, 2009년의 개별적 VaR를 추정하고 이들을 비교하여 서브 프라임 사태가 VaR 추정에 대해 어떠한 영향을 주었는가에 대한 연구가 필요하다.

두 번째, 본 연구에서 방법론의 비교를 위해 투자자산을 채권과 주식이라는 선형적이고 기본적인 자산을 선택하였지만 실제의 시장 내에서는 옵션, 선물 등의 비선형 금융상품이 존재하므로 기존의 방법들이 비선형 금융상품에 적합한가의 여부를 확인할 수 있는 연구가 진행되어야 한다.

세 번째, 몬테카를로 시뮬레이션과 같은 비모수적 방법을 사용할 때, 기초확률과정의 가정에서 사용되는 여러 모형에 대한 선행적 학습 및 국내 금융시장에 대한 적합성 여부에 대한 더욱 높은 이해와 연구가 필요하다.

네 번째, 새로운 대안으로 제시된 G and H 분포의 경우, 유의적인 결과를

얻지는 못하였다. 그러므로 분포속성에 대한 더욱 수준 높은 연구가 필요하다. 또한 2000년대 후반에 제시되고 있는 H 분포에 대한 대체안인 G and K, J분포에 대한 연구를 통해 VaR 연구를 발전시키는 것을 연구과제로 남겨두도록 한다.



참고문헌

<국내문헌>

1. 김상덕, “KOSPI 200을 이용한 VaR 추정”, 서강대학교, 석사학위논문, 2001.
2. 김종길, “VaR 모형을 통한 국내금융시장의 위험측정과 성과평가”, 성균관대학교, 석사학위논문, 2004.
3. 남두우, “VaR과 금융기관의 리스크관리”, 한경사, 2008.
4. 남명우, “VaR 측정방법의 비교 연구”, 건국대학교, 석사학위논문, 2002.
5. 박노경 · 박래운, “VaR 모형에 의한 금융기관의 시장리스크 측정에 관한 실증적 연구”, 무역학회지 제25권 2호, 2000.
6. 백진영, “VaR의 측정과 검증”, 홍익대학교 석사학위논문, 2001.
7. 이윤동 · 이군희, “금융공학의 이해”, 자유아카데미, 2009.
8. 정다래 · 김준석, “Black-Scholes 방정식의 수치해석 입문” 한국학술정보, 2010.
9. 정재엽, “Value-at-Risk 모형의 측정방법 및 평가에 관한 실증연구-KOSPI 200 지수를 이용한 VaR모형 실증분석-”, 고려대학교 석사학위논문, 2008.
10. 조담, “금융계량분석”, 청람, 2006.
11. 차승희, “시장 VaR 추정을 위한 모형들의 비교연구”, 서강대학교, 석사학위논문, 2004.
12. 한성연, “VaR를 이용한 KOSPI 200 리스크 관리에 관한 연구”, 한양대학교, 석사학위논문, 2010.

<국외문헌>

Badrinath, S. G. and Chatterjee, S. (1988). On measuring skewness and elongation in common stock return distributions: The case of the market index. *The Journal of Business*, 61(4), 451-472.

Basel Committee, "Sound Practices for the Management and Supervision of Operational Risk," 2003. Bank for International Settlements.

Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307-327.

Bollerslev, T. (1990). Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: A multivariate generalized arch model. *The Review of Economics and Statistics*, 72(3), 498-505.

Danielsson, Jon, and Casper G. de Vries, 1997, "Value-at-Risk and Extreme Returns," London School of Economics, Financial Markets Group Discussion Paper, No. 273.

Dowd, K. (1998). *Beyond value at risk - the new science in risk management*. Chichester u.a.: Wiley.

Hoaglin, D. C. (1985). Summarizing shape numerically: The g-and-h distributions. In D. C. Hoaglin, F. Mosteller and J. W. Tukey (Eds.), *Exploring data tables, trends, and shapes* chapter 11, (pp. 461-511). New York: Wiley.

Hoaglin, David C., 1985b, "Summarizing Shape Numerically: The g-and-h Distributions," In David C. Hoaglin, Frederick Mosteller, and John W. Tukey, eds.: *Exploring Data Tables, Trends, and Shapes*, John Wiley & Sons (New York), 461-513.

Hull, John C., and Alan White, 1998, "Value at Risk When Daily Changes in Market Variables Are Not Normally Distributed." *Journal of Derivatives* 5, Spring, 9-19.

Jorion, P. (2001). Value at Risk : The new benchmark for managing financial risk. New York [u.a.]: McGraw-Hill, 2nd. ed.

Kupiec, P. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. The journal of Derivatives, 3(2), 73-84.

MacGillivray, H. L., 1992, "Shape Properties of the g-and-h and Johnson Families," Communications in Statistics Theory and Methods 21, May, 1233-1250.

MacGillivray, H. L., and K. P. Balanda, 1988, "The Relationships Between Skewness and Kurtosis," Australian Journal of Statistics 30, December, 319-337.

Markus Huggenberger • Timo Klett, "A g-and-h Copula Approach to Conditional Skewness and Heavy Tails in Multivariate Financial Models", University of Mannheim, Germany, 2010.

Martinez, J. and Iglewicz, B. (1984). Some properties of the tukey g and h family of distributions. Computational Statistics & Data Analysis, 13(3), 353-369.

Mills, T. C. (1995). Modelling skewness and kurtosis in the london stock exchange FT-SE index return distributions. The Statistician, 44(3), 323-332.

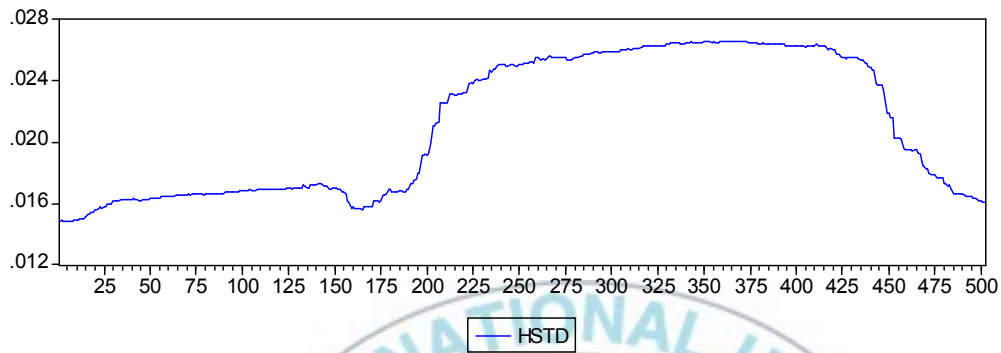
Rayner, G. D. and MacGillivray, H. (2002). Numerical maximum likelihood estimation for the g-and-k and generalized g-and-h distributions. Statistics and Computing, 12, 57-75.

Tukey, J. W. (1977). Exploratory Data Analysis. Reading: Addison-Wesley.

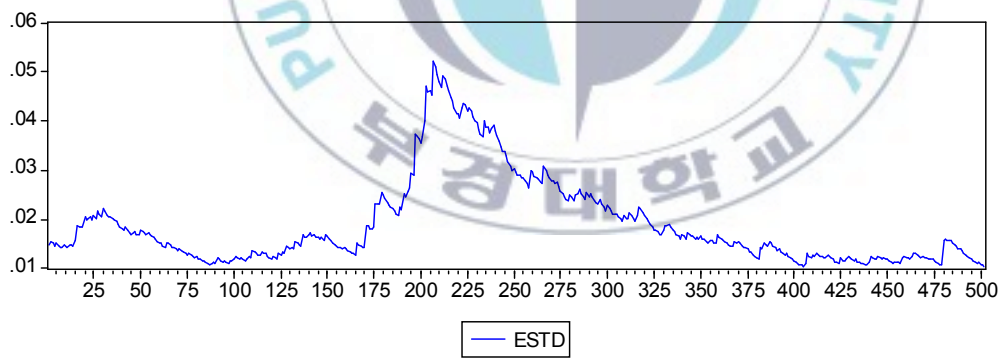
Todd C. Headrick, Rhonda K. Kowalchuk and Yanyan Sheng (2008). Parametric Probability Densities and Distribution Functions for Tukey g-and-h Transformations and their Use for Fitting Data. Applied Mathematical Science, Vol. 2, no. 9, 449-462.

부록

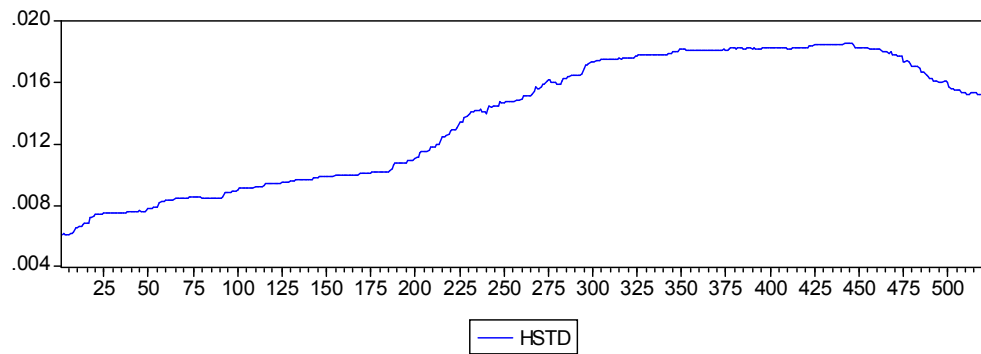
[그림 A-1] 코스피 200 역사적 표준편차 추이



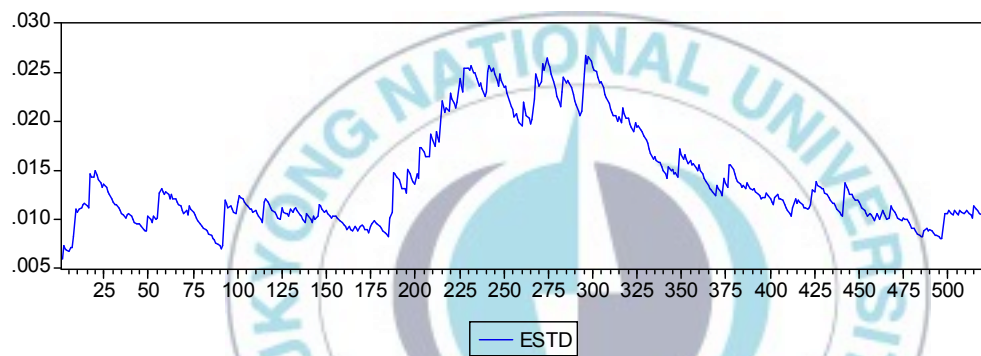
[그림 A-2] 국고채 3년 역사적 표준편차 추이



[그림 A-3] 코스피 200 지수가중이동평균 표준편차 추이



[그림 A-4] 국고채 3년 지수가중이동평균 표준편차 추이



[그림 A-5] 코스피 200 GARCH(!,1) 표준편차 추이



[그림 A-6] 국고채 3년 GARCH(1,1) 표준편차 추이

