



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학 석사 학위 논문

여유자유도를 가진 매니플레이터의
작업 공간상에서
접촉 힘과 운동 통합 제어



2011년 2월 25일

부경대학교 대학원

메카트로닉스공학과

박근현

공학석사 학위논문

여유자유도를 가진 매니플레이터의
작업 공간상에서
접촉 힘과 운동 통합 제어

지도교수 안 두 성

이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함

2011년 2월 25일

부경대학교 대학원

메카트로닉스공학과

박 근 현

박근현의 공학석사 학위논문을 인준함.

2011년 2월 25일



목 차

List of Figure

Abstract

제 1 장 서 론	1
1. 1 연구 배경.....	1
1. 2 연구 목적.....	2
제 2 장 시스템 구성 및 모델링.....	3
2. 1 전체 시스템 구성.....	3
2. 2 모델링 구성 순서 및 방법.....	4
2. 2. 1 CATIA와 3Dmax를 이용한 모델링.....	5
2. 2. 2 Matlab Robotics Toolbox를 이용한 모델링.....	6
2. 2. 3 SIMSTUDIO를 이용한 가상 환경 모델링.....	8
제 3 장 매니플레이터 로봇 운동 방정식.....	10
3. 1 운동 방정식(Equation of Motion).....	10
3. 1. 1 매니플레이터 기구학(Manipulator kinematics).....	10
3. 1. 2 관절 공간 동역학(Joint Space Dynamics).....	14
3. 1. 2. 1 운동 정의(Motion Coordination).....	14
3. 1. 2. 2 관절 공간 동적 모델.....	17
3. 1. 2. 3 운동 에너지(Kinetic Energy).....	18
3. 1. 2. 4 위치 에너지(Potential Energy).....	21

3. 1. 3	작업 공간 동역학(Operational Space Dynamics).....	22
3. 1. 3. 1	관절 공간과 작업 공간의 관계.....	22
3. 1. 3. 2	말단 효과 장치 운동(Motion of End-effector).....	27
3. 1. 3. 3	여유도를 가지는 로봇의 동역학.....	27
3. 1. 3. 4	동적 분리(Dynamic Decoupling).....	31
제 4 장	통합 제어(Unified Control).....	33
4. 1	말단 효과 장치 운동 제어(Motion Control).....	33
4. 2	특이점에서 운동 제어(Motion Control in Singular).....	34
4. 3	여유도를 활용한 장애물 회피(Avoidance Obstacle).....	35
4. 4	운동 힘 통합 제어(Unified Motion and Force control).....	37
4. 4. 1	선택 행렬(Generalized Selection Matrix).....	37
4. 4. 2	운동과 힘 제어(Motion and Force Control).....	40
4. 5	말단 효과 장치의 빠르고 안정적인 접촉 제어(Approach Control)..	42
제 5 장	시뮬레이션.....	44
5. 1	말단 효과 장치 운동(Motion of End-effector).....	44
5. 1. 1	3개의 작업 자유도 운동.....	44
5. 1. 2	6개의 작업 자유도 운동.....	47
5. 2	특이점에서 운동(Motion in Singular).....	49
5. 3	장애물 회피(Avoidance Obstacle).....	55
5. 4	운동 힘 통합 제어(Unified Motion and Force control).....	57
5. 5	빠르고 안정적인 접촉.....	60
제 6 장	결론.....	63
	참고문헌	
	부록	

List of Figures

Fig. 2. 1 전체 시스템 구성도	3
Fig. 2. 2 모델링 순서	4
Fig. 2. 3 3D 솔리드 모델 작성과 동적 인자 부여	5
Fig. 2. 4 Robotics Toolbox로 JS-10 로봇을 생성	6
Fig. 2. 5 SIMSTUDIO 가상 환경 조건 및 로봇 설정	9
Fig. 2. 6 JS-10 로봇과 D-H 인자	11
Fig. 3. 1 영 공간(Null Space)	29
Fig. 4 .1 기준 좌표계(Reference Frames)	37
Fig. 4. 2 구속된 운동 작업	38
Fig. 5 .1 E-E 3자유도 구속 운동	44
Fig. 5. 2 $X_{desired}$ 와 E-E의 X축 운동	45
Fig. 5. 3 $Y_{desired}$ 와 E-E의 Y축 운동	45
Fig. 5. 4 E-E의 운동 궤적	46
Fig. 5. 5 X_d-X 의 error	46
Fig. 5. 6 E-E 6 자유도 구속 운동	47
Fig. 5. 7 구속 수에 따른 error값의 비교	48
Fig. 5. 8 특이점 부근에서 일반적인 E-E의 운동 제어	49
Fig. 5. 9 $X_{desired}$ 와 E-E의 X축 운동	50
Fig. 5. 10 $Y_{desired}$ 와 E-E의 Y축 운동	50
Fig. 5. 11 $Z_{desired}$ 와 E-E의 Z축 운동	51
Fig. 5. 11 특이점 제어	52
Fig. 5. 12 $X_{desired}$ 와 E-E 의 X축 운동	53
Fig. 5. 13 $Y_{desired}$ 와 E-E 의 Y축 운동	53

Fig. 5. 14	Z desired 와 E-E 의 Z축 운동	54
Fig. 5. 15	각 관절들의 장애물 회피	55
Fig. 5. 16	E-E에 부착된 공구에서의 장애물에 대한 벡터 gradient	56
Fig. 5. 17	E-E 운동과 접촉 힘 통합 제어	57
Fig. 5. 18	통합 제어에서 힘 제어 결과 그래프	58
Fig. 5. 19	통합 제어에서 E-E X 그래프	58
Fig. 5. 20	통합 제어에서 E-E Y 그래프	59
Fig. 5. 21	감쇠력이 전혀 없는 E-E의 작업물과 접촉 실험	60
Fig. 5. 22	충격 직후 감쇠력 적용 실험	61
Fig. 5. 23	작업물간 거리에 따른 감쇠력 적용 실험	62



Unified Contact Force and Motion Control of Redundant Manipulator for Operational Space

Geun-Hyeon, Park

Department of Mechatronics, The Graduate School,
Pukyong National University

Abstract

The end-effector equations of motion in operational space are a fundamental tool for the analysis, control, and dynamic characterization of manipulator systems. The end-effector equations of motion are expressed by use of the relationships between its operational positions, velocities, accelerations, and the virtual operational forces acting on it. In This paper, the unified control of manipulator robot's end-effector contact force and motion is presented. For general tasks that involve end-effector motion and contact forces, the motion directions or force directions are selected depending on generalized task specification matrices which can be constant, configuration-varying, or time-varying. The end-effector equations of motion for a redundant manipulator are also established and its behavior with respect to generalized joint forces is explained. The problem of singularities and obstacle avoidance is dealt based on operational space framework.

Simulations are performed on industrial manipulator robot JS-10 which manufactured by KAWASAKI, with realtime dynamics simulator SIMSTUDIO. For simulations, virtual environment and full solid model of JS-10 are created by use of 3d Max and CATIA v5. All of preparatory equations are computed with Robotics Toolbox in MATLAB. The robot control algorithm are coded by C++

제 1 장 서 론

1. 1 연구 배경

산업 현장에서 쓰이는 전통적인 매니플레이터 로봇(manipulator robot)은 조작자(Operator)가 미리 설정 해놓은 관절들(Joints)의 각도와 각 속도로 제어된다. 이러한 로봇들은 작업에 사용되는 공구(tool)나 말단 효과장치(End-Effector, 이하 E-E)가 작업물(Object)에 가하는 힘을 정확하게 제어할 수 없고, 매니플레이터 로봇의 주변 환경에 대하여 고려하기 힘들다. 그로 인하여 작업 범위 내에 장애물이 있을 경우 작업(task)에 제한을 받으며, 특정한 힘을 필요로 하는 작업(task)은 숙련공에 의해 이루어진다. 예를 들어, 제작 공정이 끝난 제품(product)의 버(bur)를 제거하는 디버링(deburing)작업, 광택이나 표면을 정리하는 폴리싱(polishing)작업등이 있다.

반면, 작업 공간상에서 제어되는 여유도(Redundancy)를 가지는 매니플레이터 로봇은 작업 범위 내에서 매니플레이터 로봇의 여유도를 사용하여 장애물을 회피하고, 특이점에 가까워 졌을 때 불안정한 운동을 방지하며, 특정한 힘이 필요한 작업에 대해서 E-E의 접촉 힘(Contact Force)과 운동(Motion)의 통합 제어를 통하여 전통적인 매니플레이터 로봇이 할 수 없었던 작업을 가능하게 한다.

본 논문에서는 전통적인 매니플레이터 로봇 제어로 할 수 없는 작업인 여유도를 활용하여 장애물을 회피 하고, 접촉 힘과 운동을 통합 제어 하며 접촉 하는 순간 발생하는 충격힘을 다루었다.

1. 2 연구 목적

O. Khatib(1986)[14]와 Tao Ming Lim(2005)[18]은 힘과 운동의 통합 제어 연구에서 작업물과 공구의 접촉하는 순간도 다루었다. FT센서를 통해 접촉이 일어나는 순간과 접촉하지 않은 때를 나누어 조건에 따라 댐핑력을 적용 하는 방법을 제시하였다. 하지만 이러한 연구들은 작업물과 E-E에 부착 되어있는 공구의 접촉시 발생하는 충격력에 대해서 효과적인 대응 방안이 될 수 없다.

매니플레이터 로봇 E-E에 부착된 공구의 속도는 작업 시간에 관여한다. 당연히 E-E의 속도가 높으면 작업 시간은 줄어들고 작업물과 공구가 접촉하는 순간 충격력이 높아진다. 그래서 충격력을 줄이기 위해 E-E의 속도를 제한 할 필요가 있다. 항상 E-E의 속도가 제한을 받는다면, 작업 시간은 E-E의 속도에 반비례하여 커지게 될 것이다. 따라서 작업 시간의 손해 없이 충격력을 감소시켜 주는 기술에 대해 연구가 필요하다. 따라서 알려져 있는 작업물에 대해서 접촉 힘과 운동을 제어하는 동시에 접촉 순간 충격력을 줄이는 방법을 연구 하였다.

제 2 장 시스템 구성 및 모델링

2.1 전체 시스템 구성

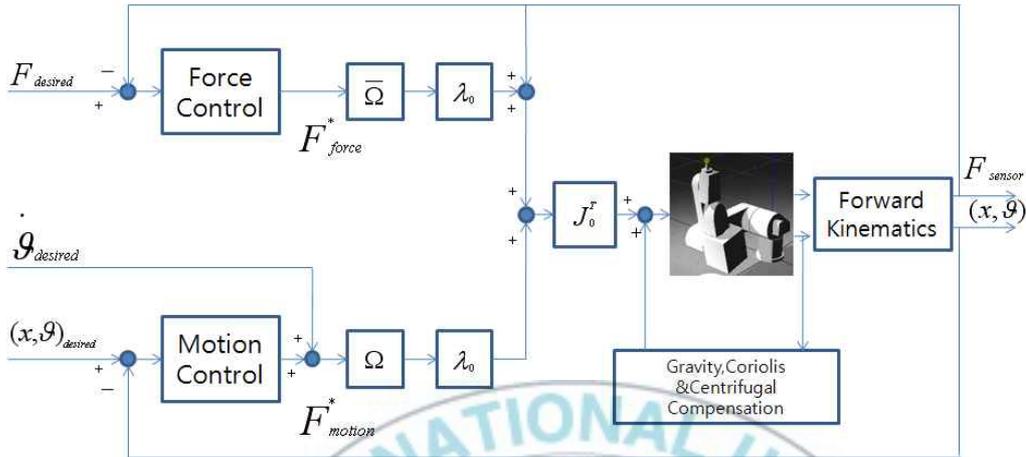


Fig. 2. 1 전체 시스템 구성도

Fig. 2. 1은 전체 시스템의 힘과 운동 통합 제어 구조를 나타낸 것이다. 작업을 수행하기 위해 로봇 팔의 끝(End-Effector, 이하 E-E)에서 필요한 운동과 접촉 힘을 입력한다. 선택 행렬(Generalized Selection Matrix) Ω 와 $\bar{\Omega}$ 를 적용하여 운동과 접촉 힘 제어에 필요한 작업 설정을 분리한다. E-E에 부착되어있는 FT센서(Force/Torque sensor)를 통해 E-E와 작업 대상(Task object) 사이의 접촉 힘을 읽고, 정 기구학식으로 현재 E-E의 위치, 속도, 가속도를 읽어서 되먹임(Feed Back) 하는 구조이다.

2.2 모델링 구성 순서 및 방법

본 논문에서 제시된 시스템의 시뮬레이션을 위해 구성된 모델은 솔리드로 이루어져 있고, 각 부위는 기구적 동적 인자가 부여 되어있다. 매니플레이터 로봇 KAWASAKI JS-10과 1:1의 솔리드 모델을 생성하기 위해 3D CAD tool인 Dassault Systemes의 CATIA가 사용되었고, 각 부위에 동적 인자를 입력하기 위해서 Autodesk의 3D Max를 사용하였다. 로봇의 기구학 식과 제어에 필요한 식을 MATLAB을 사용하여 제어를 위한 수식들을 생성 하였다. 이렇게 만들어진 솔리드 모델과 제어식을 실시간 동역학 시뮬레이터 Simlab의 SIMSTUDIO를 사용하여 구현 하며 제어 알고리즘은 C++언어로 작성한다. 모델링의 순서는 아래 그림 2.2와 같다.



Fig. 2. 2 모델링 순서

2.2.1 CATIA와 3D Max를 이용한 모델링

3D CAD로 작성된 솔리드 모델만으로는 시뮬레이션을 실시할 수 없다. CATIA로 작성한 솔리드 모델에 3D Max를 사용하여 관절 기구를 설치하고 동적 인자를 부여한다. 이는 실시간 동역학 시뮬레이터 SIMSTUDIO에서 시뮬레이션을 실시하기 위해 꼭 필요한 과정이다. 실제 로봇 KAWASAKI JS-10의 알려진 동적 인자가 존재하지 않기에 이미 널리 알려져 있고 관절 형태가 닮은 풀인 6관절 매니퓰레이터 로봇 PUMA560의 동적 인자를 활용 하였다. 3D Max의 Schematic view에서 각각의 솔리드 요소들의 관계를 짓고, Object property에서 관절 및 몸체(Body)의 동적 인자를 입력하였다.



Fig. 2. 3 3D 솔리드 모델 작성과 동적 인자 부여

2.2.2 MATLAB Robotics Toolbox를 이용한 모델링

MATLAB은 MathWorks사에서 개발한 수치 해석 및 프로그래밍 환경을 제공하는 공학용 소프트웨어이다. 행렬을 이용한 처리가 용이하며, 함수와 데이터의 그래프 표현이 가능하고, 또한 알고리즘의 적용, 사용자 인터페이스 생성 및 다른 프로그래밍 언어와의 연결도 가능하다. 각종 내장 함수를 포함하여 같은 기능을 활용해서 과학, 공학 분야에 있어서 제반 문제를 빠르게 풀 수 있으며, 수치 해석에 특화된 소프트웨어이다.

Robotics ToolBox는 Peter I. Corke가 개발하였다[16]. MATLAB에서 사용할 수 있는 함수들로 구성되어 있고 MATLAB의 내장 함수들과 새로운 함수들을 이용하여 로봇의 분석 및 제어에 특화된 함수들을 무료로 제공한다. 이것은 기구학 함수, 역 기구학 함수, 궤적 생성 함수 등등 많은 함수를 제공하며 로봇을 모델링하고 분석하는데 매우 유용하다. Robotics Toolbox는 일반적인 직렬 링크 매니퓰레이터의 기구학과 동역학을 분석하는 방법에 기반을 두었으며, Puma560이나 Stanford arm과 같은 잘 알려진 로봇을 제공한다. 그림 2.4는 이 Robotics Toolbox를 사용하여 JS-10 로봇을 생성하고 관절들 형상에 따른 모습을 보여준다.

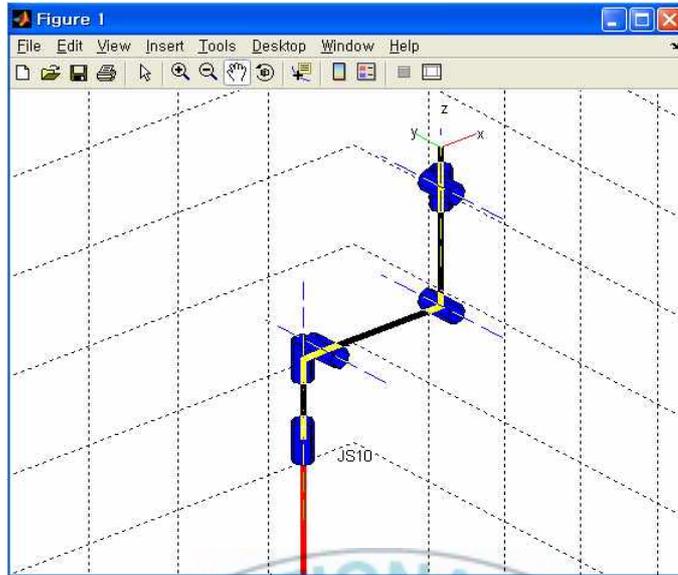


Fig. 2. 4 Robotics Toolbox로 JS-10 로봇을 생성



2.2.3 SIMSTUDIO를 이용한 가상 환경 모델링

SIMSTUDIO는 Simlab사에 의해 개발된 상업용 실시간 로봇 동역학 시뮬레이션 소프트웨어 플랫폼이다. KIST의 휴머노이드 로봇 Mahru, PUMA560, Pioneer의 P3-DX등 기본 로봇 모델을 제공 하고, 실시간 동역학 엔진 DE(Dynamics Engine)을 사용하여 다관절 다물체 시뮬레이션에서 정밀한 충돌 검출 및 해석을 가능하게 한다. DE는 SIMSTUDIO에서 사용되고 있는 동역학 엔진이다. DE는 최초 Stanford 출신의 Dr. Diego Ruspini와 Dr. Kyong-Sok (K.C.) Chang이 학위논문을 바탕으로 2000년도에 개발하였고 이후 Sony, Honda, NASA, University of Michigan, Stanford University, Carnegie Mellon University, KAIST, POSTECH, KIST 등의 국내외 연구 그룹들과 프로젝트를 진행하면서 그 성능과 유효성을 검증 받은 엔진이다. DE는 ODE등의 널리 알려지고 사용되고 있는 동역학 엔진들과 비교해 다음과 같은 장점 및 특성을 가진다.

Articulated Multi-Body System Dynamics는 휴머노이드 로봇, 다족형 로봇, 다지 로봇 핸드와 같이 많은 관절을 가지고 있는 로봇을 시뮬레이션 할 때, 링크 수에 선형적으로 비례하는 동역학 계산 알고리즘에 근거하여 시스템의 상태를 계산해 내므로 보다 정확하고, 효율적인 시뮬레이션 결과를 얻을 수 있도록 해준다. DE에서는 강체 기반의 Non-penetration Contact dynamics를 제공한다. 이는 시뮬레이션 상에서 충돌하는 바디들이 서로 겹쳐지는 일이 절대 일어나지 않게 한다. 이를 위하여 DE에서는 자체 개발한 기하 엔진(geometry engine)

을 기반으로, Time-warp, Back-tracking과 같은 알고리즘을 사용한다. 대부분의 강체 접촉 및 충돌에 있어, 정확한 시뮬레이션을 위해서는 Coulomb 마찰력을 포함한, 접촉 힘 및 충돌량을 정확하게 계산해내어야 한다. DE는, LCP (Linear Complementarity Problem)Solver에 기반하여, 다수의 충돌 (collision), 접촉 (contact), 및 간섭(penetration)을 동시에 풀어내므로, 충돌에 의해 일어나는 여러 가지 현상들을 정확하게 시뮬레이션 할 수 있다.

실시간 동역학 시뮬레이션을 수행하기 위해 가상 환경을 미리 만들어야 된다. 그림 2. 8에서와 같이 샘플링 타임과 중력벡터를 설정하고, 로봇을 구동하기 위한 환경을 최대한 실제와 같이 구성한다. C++언어로 작성한 알고리즘과 기구적 동적 속성을 부여한 모델만 있으면 시뮬레이션을 수행할 수 있다. 그림 2. 8은 가상 환경과 로봇 모델의 구성, 로봇에 부여한 속성들을 보여준다.

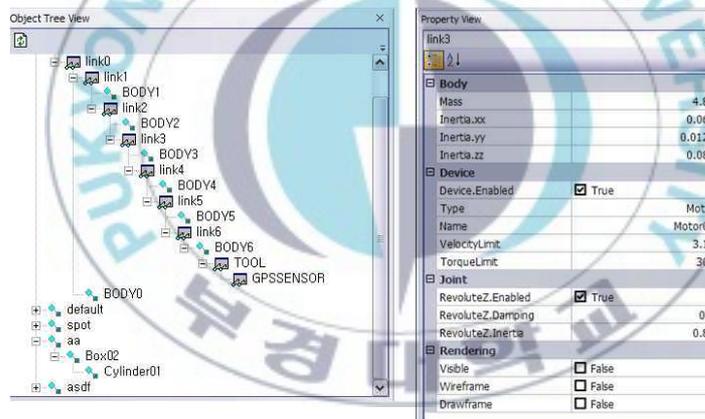


Fig. 2. 5 SIMSTUDIO 가상 환경 조건 및 로봇 설정

제 3 장 매니플레이터 로봇 운동 방정식

운동 방정식(Equation of Motion)은 뉴턴(Newton)의 제 2법칙에 기초하는 뉴턴 오일러(Newton-Euler)방법과 에너지 개념을 적용한 라그랑지 식(Lagrange Fomalism)이 있다. 뉴턴 오일러의 방법은 다물체(Multi body) 동역학의 경우 강체와 강체의 구속력(Constraint force)를 일일이 계산 하여야 하는 단점이 있다. 반면에 라그랑지 식은 시스템의 동적 특성을 일과 에너지 개념으로 나타낸 것으로 뉴턴 오일러 방법 보다 다물체 동역학에 적용하기 편하다.

본 장에서는 여유자유도를 가지는 매니플레이터 로봇의 운동방정식을 기술한다. 먼저 운동 방정식을 구하기 위해 로봇의 기구학을 구하고, Lagrange's Equation을 활용하기 위해 매니플레이터 로봇의 운동에너지와 위치 에너지를 구한다. 매니플레이터 로봇의 관절 공간 동역학과 E-E의 작업 공간 동역학 관계에 대해 기술하고 힘 제어와 운동 제어를 위해 동적 분리(Dynamic-Decoupling)를 한다.

3 . 1 운동 방정식(Equation of Motion)

3 . 1 . 1 매니플레이터 기구학(Manipulator Kinematics)

i 개의 관절을 가진 로봇은 관절에 $R_0(O_0, x_0, y_0, z_0)$ $R_1(O_1, x_1, y_1, z_1)$ $R_2(O_2, x_2, y_2, z_2) \dots R_i(O_i, x_i, y_i, z_i)$ 의 좌표계가 부착된다. i 번째 관절은 R_i 좌표

계의 z 축 z_i 가 기준 축이 된다. i-1번째 관절과 i번째 관절 사이에 기구학적 관계는 1개의 자유도를 가질 때 4개의 인자 (α_i a_i θ_i d_i)로 완벽하게 정의할 수 있다. 이 인자들을 D-H(Denavit-Hartenberg)인자라고 한다. 그림 2. 9에서 KAWASAKI 로봇 JS-10의 D-H 인자들을 보였다.

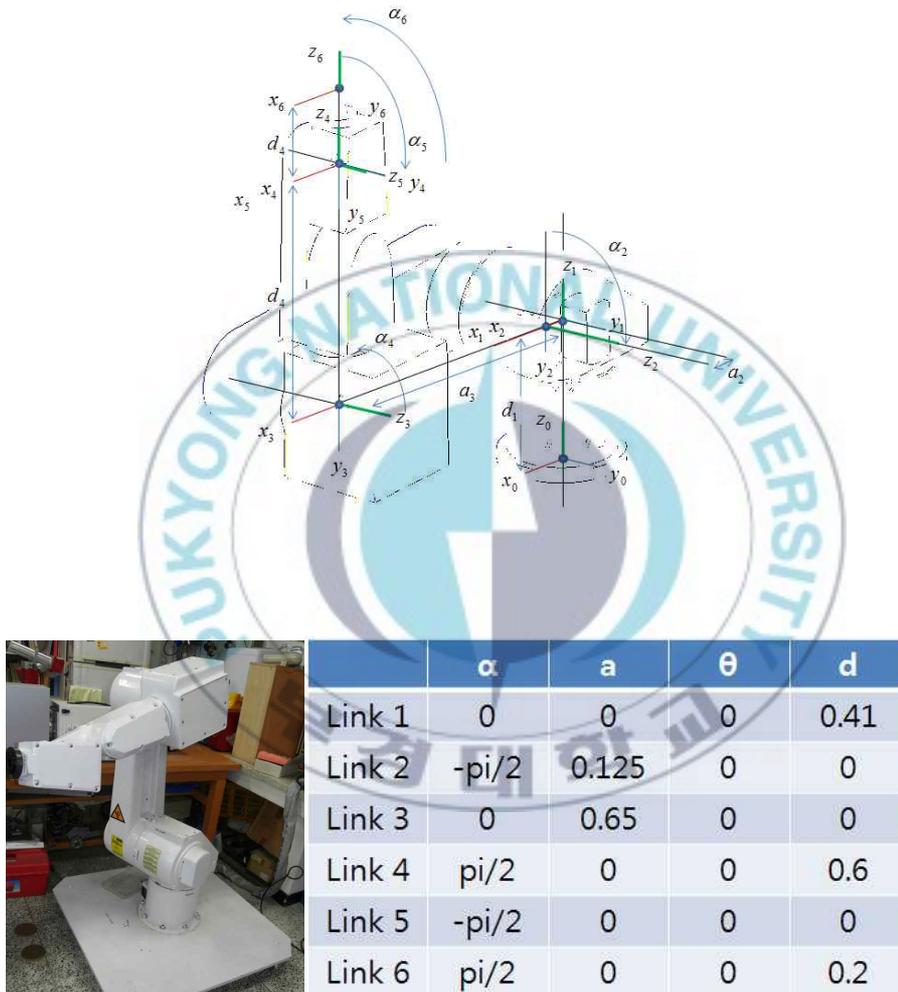


Fig 2. 6 JS-10 로봇과 D-H 인자

D-H인자들과 i-1에서 i 번째 관절과 링크 사이에 식 3. 1이 적용 된다.

$$T^{i(i-1)} = \begin{bmatrix} \cos_i & -\sin_i & 0 & a_i \\ \sin_i \cos \alpha_i & \cos_i \cos \alpha_i & -\sin_i \alpha_i & -d_i \sin \alpha_i \\ \sin_i \sin \alpha_i & \cos_i \sin \alpha_i & \cos_i \alpha_i & d_i \cos \alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3. 1)$$

JS-10의 D-H인자와 식 3. 1을 사용 하여 기준 좌표계로부터 말단 효과 장치 E-E까지의 동차 변환 행렬식을 구하면 식 3. 2에서 3. 8과 같다.

$$T_0^1 = \begin{bmatrix} c1 & -s1 & 0 & 0 \\ s1 & c1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3. 2)$$

$$T_1^2 = \begin{bmatrix} c2 & -s2 & 0 & a2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s2 & -c2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3. 3)$$

$$T_2^3 = \begin{bmatrix} c3 & -s3 & 0 & a3 \\ s3 & c3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3. 4)$$

$$T_3^4 = \begin{bmatrix} c4 & -s4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d4 \\ s4 & c4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3. 5)$$

$$T_4^5 = \begin{bmatrix} c5 & -s5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s5 & -c5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3. 6)$$

$$T_5^6 = \begin{bmatrix} c6 & -s6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d6 \\ s6 & c6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3. 7)$$

$$T_0^6 = \begin{bmatrix} S11 & S12 & S13 & p1 \\ S21 & S22 & S23 & p2 \\ S31 & S32 & S33 & p3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3. 8)$$

S11-S33, p1-p3는 부록에 정리 하였다.

3.1.2 관절 공간 동역학(Joint Space Dynamics)

3.1.2.1 운동 정의(Motion Coordination)

로봇 메카니즘의 중요한 기구학적 문제는 역 기구(Inverse Kinematic) 또는 일반화된 작업에 적용하는 문제이다. 이러한 문제는 실제 작업이 일어나는 공간과 제어가 되고 있는 공간이 다르기 때문에 발생한다. 작업은 로봇의 E-E에 정의 되는 반면, 제어는 로봇의 각 관절들(Joints)의 서보 제어 장치(Servo Controller)를 통해서 실행된다. 정의된 작업을 수행하기 위해 관절 서보 제어기에 입력할 관절 궤적(Joint Trajectory)을 찾는 것이 일반화된 작업에 적용 하는 문제에 있어서 가장 큰 문제이다. 역 기구 문제는 운동 제어 문제에 국한되어 있지 않는다. 역 기구 식을 사용하여 E-E의 작업을 정의 할 때에는 복잡한 계산으로 작업 공간의 분석, 설계, 실험과 로봇 운동의 계획이 필요하다. 이렇게 하더라도 또 큰 문제는 실시간으로 제어를 수행할 때 발생한다.

이러한 역 기구 계산의 복잡함 때문에 발생하는 문제를 해결하기 위해 선형화된 기구 모델(Linearized Kinematic Model)이 사용 된다. 이 모델은 관절 벡터의 미소 변화량 δq 와 E-E의 위치 및 회전 미소 변화 δX 와의 관계를 표현한다. 선형 기구 모델은 식 3. 9와 같다.

$$\delta X = J(q)\delta q \quad (3. 9)$$

식 3.9에서 $J(q)$ 는 자코비안 행렬(Jacobian Matrix)이다. n 개의 관절 자유도와 m 개의 작업 자유도가 있을 때 $m \times n$ 형태의 행렬이 된다.

Whitney(1972)는 선형화 된 기구 모델을 사용하여 강력한 운동 속도 제어(The Resolved motion-rate control)를 제안했다. 여유 자유도가 없는 매니플레이터 로봇 E-E의 위치 변화와 회전 변화 δq 와 δX 의 여유 자유도가 없는 표현은 식 3. 10이다.

$$\delta q = J^{-1}(q)\delta X \quad (3. 10)$$

주어진 E-E의 위치, 방위의 궤적에 따라 현재 관절들의 각도 q 에서 $q + \delta q$ 까지 연속적으로 제어를 한다. 3. 1. 1절에서 구한 JS-10 로봇의 기구학 식을 바탕으로 기본 자코비안 행렬(Basic Jacobian Matrix)을 구하면 식 3. 11과 같이 정리할 수 있다.

$$J_0(q) = \begin{bmatrix} S_0^1(\varepsilon_1 z + \varepsilon_1 \hat{z} p_{1(n+1)R1}) & \cdots & S_0^n(\varepsilon_n z + \varepsilon_n \hat{z} p_{n(n+1)Rn}) \\ \varepsilon_1 S_0^1 z & \cdots & \varepsilon_n S_0^n z \end{bmatrix} \quad (3. 11)$$

$$= \begin{bmatrix} J_{11} & \cdots & J_{16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ J_{61} & \cdots & J_{66} \end{bmatrix}$$

J_{11} 부터 J_{66} 까지는 부록에 정리하였다.

E-E의 형상을 표현하는 벡터 X 와 관련된 자코비안 행렬 $J(q)$ 은 식 3.

$$J(q) = E(X)J_0(q) \quad (3. 12)$$

12 같이 기본 자코비안 행렬 $J_0(q)$ 로부터 계산된다.

행렬 $E(X)$ 는 E-E의 형상을 표현하기 위해 선택된 좌표의 형태에만 종속적이다. 본 논문에서 사용된 위치와 방위의 표현 벡터 X 는 직교 좌표계 (Cartersian coordinates)와 오일러 각도(Euler Angles)이다. 행렬 $E(X)$ 의 형태는 식 3. 13과 같다.

$$E(X) = \begin{pmatrix} E_p(X_p) & 0 \\ 0 & E_r(X_r) \end{pmatrix} \quad (3. 13)$$

위치 표현 $X_p = (x \ y \ z)^T$ 에 관련된 행렬 $E_p(X_p)$ 는 3차 단위행렬 형태이고, 방위 표현 $X_r = (\psi \ \theta \ \phi)^T$ 에 관련된 행렬 $E_r(X_r)$ 은 식 3. 14와 같다.

$$E_p(X_p) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3. 14)$$

$$E_r(X_r) = \begin{pmatrix} -\sin\psi \cos\theta / \sin\theta & \cos\psi \cos\theta / \sin\theta & 1 \\ \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ \sin\psi / \sin\theta & -\cos\psi / \cos\theta & 0 \end{pmatrix}$$

3.1.2.2 관절 공간 동적 모델(Joint Space Dynamic Model)

매니퓰레이터 로봇은 $n+1$ 개의 강체와 n 개의 관절로 이루어져 있고, 개기구 연쇄(Open Kinematic Chain)구조의 형태를 취하고 있는 홀로노믹 시스템(Holonomic system)으로 다룬다. 각 관절은 회전 또는 병진의 한가지 자유도만 가진다.

관절 공간에서 매니퓰레이터 로봇의 형상은 원소를 $q_1 q_2 \dots q_n$ 으로 가지는 벡터 q 에 의해 결정 된다. 라그랑지 식(Lagrangian formalism)을 사용해서 n 개의 자유도를 가지는 매니퓰레이터 로봇의 관절 공간에서 운동 방정식은 식 3. 15이다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = \Gamma \quad (3. 15)$$

여기서 τ 는 일반화된 토크 벡터이고, $L(q, \dot{q})$ 는 3. 16식과 같은 라그랑지안(Lagrangian)이다.

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - U(q) \quad (3. 16)$$

여기서 T 는 전체 운동 에너지(Kinetic Energy)이고, U 는 전체 위치 에너지(Potential Energy)이다.

3.1.2.3 운동 에너지(Kinetic Energy)

이러한 홀로노믹 시스템(Holonomic System)의 운동 에너지는 식 3.17와 같이 일반화된 속도에 관한 이차 방정식의 형태이다.

$$T(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T A(q) \dot{q} \quad (3.17)$$

여기서 $A(q)$ 는 $n \times n$ 대칭 행렬(Symmetric Matrix)인 운동 에너지 행렬(Kinetic Energy Matrix)이다. i 번째 링크의 운동 에너지는 식 3.18이다.

$$T = \frac{1}{2} (m_i v_{c_i}^T v_{c_i} + \omega_i^T I_{c_i} \omega_i) \quad (3.18)$$

여기서 v_{c_i} 와 ω_i 는 링크 i 의 질량 중심 C_i 에서 선속도 벡터(Linear Velocity Vector)와 각속도 벡터(Angular Velocity Vector)이다. m_i 는 링크 i 의 질량이고, I_{c_i} 는 질량 중심 C_i 에서 측정된 i 번째 링크의 관성 행렬(Inertia Matrix)이다. 매니플레이터 로봇의 운동 에너지는 다음 3.19식이 된다.

$$T = \sum_{i=0}^n T_i \quad (3.19)$$

i번째 링크의 질량 중심점에서 선속도(Linear Velocity)와 각속도(Angular Velocity)는 매니플레이터 로봇의 기구 식으로 다음 3.20식과 3.21식의 모습이 된다.

$$v_{c_i} = J_{v_i} \dot{q} \quad (3. 20)$$

$$\omega_i = J_{\omega_i} \dot{q} \quad (3. 21)$$

3. 20식과 3. 21식으로 운동 에너지 행렬(Kinetic Energy Matrix) A(q)를 표현하면 식 3. 22와 같다.

$$A(q) = \sum_{i=1}^n (m_i J_{v_i}^T J_{v_i} + J_{\omega_i}^T I_{C_i} J_{\omega_i}) \quad (3. 22)$$

관절 공간에서 매니플레이터 로봇의 운동 방정식 3. 15식은 3. 23식의 형태를 취한다.

$$A(q)\ddot{q} + b(q, \dot{q}) + g(q) = \Gamma \quad (3. 23)$$

여기서 $b(q, \dot{q})$ 는 원심력과 코리올리시스힘 벡터(Vector of Centrifugal and

Coriolis force)이다. $b(q, \dot{q})$ 는 다음 3. 24식과 같다.

$$b(q, \dot{q}) = \dot{A}(q)\dot{q} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \dot{q}^T A_{q_1} \dot{q} \\ \dot{q}^T A_{q_2} \dot{q} \\ \vdots \\ \dot{q}^T A_{q_i} \dot{q} \end{pmatrix} \quad (3. 24)$$

여기서 A_{q_i} 는 A의 i번째 관절 좌표계로 편미분한 것이다.



3 . 1 . 2 . 4 위치 에너지(Potential Energy)

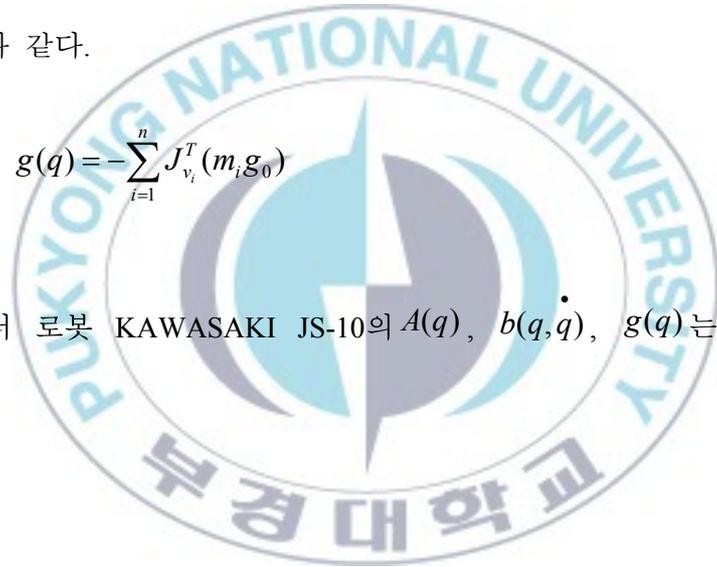
위치 에너지(Potential Energy) $U_i(q)$ 는 3. 25식과 같이 표현할 수 있다.

$$U_i(q) = -\sum_{i=1}^n m_i p_{C_i}^T g_0 \quad (3. 25)$$

g_0 는 각각 링크에 작용하는 중력 가속도 벡터(Vector of Gravity acceleration)이다. 3. 23식으로 매니퓰레이터 로봇의 관절 형상 벡터 q 에 따른 $g(q)$ 는 식 3. 26와 같다.

$$g(q) = -\sum_{i=1}^n J_{v_i}^T(m_i g_0) \quad (3. 26)$$

매니퓰레이터 로봇 KAWASAKI JS-10의 $A(q)$, $b(q, \dot{q})$, $g(q)$ 는 부록에 정리 하였다.



3. 1. 3 작업 공간 동역학(Operational Space Dynamics)

3. 1. 3. 1 관절 공간과 작업 공간의 관계

E-E의 운동 제어, 접촉 힘, 동역학, 힘 측정 피드백과 같은 작업은 E-E의 운동과 가장 밀접한 관계에 있다. 관절 공간 동적 모델은 E-E의 운동과 가해지는 힘들의 분석과 제어를 위한 E-E의 동적 거동으로 표현하는 것은 불가능하다.

홀로노믹 시스템(Holonomic System)의 운동 에너지는 식 3. 27와 같이 일반화된 속도에 관한 이차 방정식의 형태이다.

$$T(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \Lambda(\mathbf{X}) \dot{\mathbf{X}} \quad (3. 27)$$

여기서 $\Lambda(\mathbf{X})$ 는 운동 에너지 행렬이다. 이 행렬은 E-E의 관성 특성을 나타낸다. 라그랑지 식을 사용하면, E-E의 운동 방정식은 다음과 3. 28식과 같다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{X}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{F} \quad (3. 28)$$

여기서 라그랑지 $L(X, \dot{X})$ 는

$$L(X, \dot{X}) = T(X, \dot{X}) - U(X) \quad (3. 29)$$

$U(X)$ 는 위치 에너지(Potential Energy)이다. F 는 작업 공간에서 E-E의 힘 벡터이다. 중력 힘 벡터를 $p(X)$ 라 하면 3. 30 식과 같다.

$$p(X) = \nabla U(X) \quad (3. 30)$$

작업 공간에서 E-E의 운동 방정식(Equation of Motion)은 (O. Khatib 1980, O. Khatib 1987) 다음의 3. 31식으로 나타낼 수 있다.

$$\Lambda(X)\ddot{X} + \mu(X, \dot{X}) + p(X) = F \quad (3. 31)$$

여기서 $\mu(X, \dot{X})$ 는 원심력과 코리올리스 힘이다.

작업 공간에서 E-E의 운동 에너지 행렬 $\Lambda(X)$ 와 $A(q)$ 사이의 관계는 3. 32식과 같이 운동에너지의 이차 항등식으로 놓을 수 있다.

이 항등식에 기구적 모델을 사용하면 다음 3. 33식이 얻어진다.

$$\frac{1}{2} \dot{q}^T A(q) \dot{q} = \frac{1}{2} \dot{q}^T \Lambda(X) \dot{X} \quad (3. 32)$$

$$A(q) = J^T(q) \Lambda(X) J(q) \quad (3. 33)$$

원심력과 코리올리스 힘 사이의 관계 $b(q, \dot{q})$ 와 $\mu(X, \dot{X})$ 는 식 3. 28의 결과인 $\mu(X, \dot{X})$ 의 전개에 의해 다음 3. 32식과 같다.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{X}} \right) &= \Lambda(X) \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{X}} \right) &= \dot{\Lambda}(X) \dot{X} + \Lambda(X) \ddot{X} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{X}} \right) - \frac{\partial L}{\partial X} &= \dot{\Lambda}(X) \dot{X} + \Lambda(X) \ddot{X} - \nabla T(X, \dot{X}) \\ &= \Lambda(X) \ddot{X} + \mu(X, \dot{X}) \\ \mu(X, \dot{X}) &= \dot{\Lambda}(X) \dot{X} - \nabla T(X, \dot{X}) \end{aligned} \quad (3. 32)$$

식 3. 31에서 $\Lambda(X)$ 를 사용하면 $\mu(X, \dot{X})$ 는 다음 3.33식과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{\Lambda}(X)\dot{X} &= J^{-T}(q)\dot{A}(q)\dot{q} - \Lambda(q)h(q,\dot{q}) + J^{-T}(q)A(q)\dot{q} \\ \nabla T(X,\dot{X}) &= J^{-T}(q)l(q,\dot{q}) + J^{-T}(q)A(q)\dot{q}\end{aligned}\quad (3.33)$$

여기서 $l(q,\dot{q})$ 는 식 3.34식이다.

$$l(q,\dot{q}) = \frac{1}{2}\dot{q}^T A_{q_i}(q)\dot{q}; (i=1 \cdots n) \quad (3.34)$$

$b(q,\dot{q})$ 의 식 3.24로부터 식 3.35가 구해진다.

$$\begin{aligned}b(q,\dot{q}) &= \dot{A}(q)\dot{q} - l(q,\dot{q}) \\ \mu(X,\dot{X}) &= J^{-T}(q)b(q,\dot{q}) - \Lambda(q)J(q)\dot{q}\end{aligned}\quad (3.35)$$

자코비안 행렬의 정의를 사용하면 작업 공간에서 중력 표현식은 3.36과 같다.

$$p(\mathbf{X}) = J^{-T}(q)g(q) \quad (3.36)$$

작업 공간의 원심력과 코리올리스 힘은 식 3.37이 된다.

$$p(\mathbf{X}) = J^{-T}(q)g(q) \quad (3.37)$$

최종적으로 관절 공간 동적 모델 요소들과 작업 공간 동적 모델 요소들의 관계는 다음 3.38식과 같다.

$$\begin{aligned} \Lambda(\mathbf{X}) &= J^{-T}(q)A(q)J^{-1}(q) \\ \mu(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) &= [J^{-T}(q)B(q) - \Lambda(q)H(q)][\dot{q} \quad \ddot{q}] \\ p(\mathbf{X}) &= J^{-T}(q)g(q) \end{aligned} \quad (3.38)$$

3. 1. 3. 2 말단 효과 장치 운동(Motion of End-effector)

일반화된 관절 토크 Γ 는 작업 공간에서의 힘 F 와 식 3. 39과 같은 관계를 가진다.

$$\Gamma = J^T(q)F \quad (3. 39)$$

3. 1. 3. 3 여유도를 가지는 로봇의 동역학

단지 E-E의 위치와 방위를 표현하는 작업 공간 좌표계의 집합은 여유도가 있는 매니플레이터 로봇의 형상을 완전하게 나타내기 위해서 불충분하다. 그러므로 전체 시스템의 동적 거동(Dynamic behavior)은 작업 좌표계를 사용한 동적 모델로 표시 될 수 없다.

그럼에도 불구하고, E-E의 동적 거동은 지금까지도 여전히 쓰이고 있고, 그것의 작업 공간에서 운동 방정식을 여전히 세울 수 있다. E-E 모델의 동적 구조는 여유 자유도가 없는 매니플레이터 로봇(식3. 31)의 경우에 구한 것과 같다는 것을 보였다. 그러나 여유 자유도가 있는 경우 행렬 Λ 는 유사 운동 에너지 행렬(Pseudo Kinetic Energy Matrix)로서 해석 되었다.

3. 40식에 나타낸 것처럼, 이 행렬은 관절 공간 운동 에너지 행렬과 관련이 있다.

$$\Lambda^{-1}(q) = J(q)A^{-1}(q)J^T(q) \quad (3. 40)$$

위 3. 40식은 여유도가 있는 매니플레이터 로봇과 여유도가 없는 매니플레이터 로봇 모두에 적용되는 행렬 Λ 의 일반적인 표현을 제시한다. 반면 식 3. 31은 여유 자유도가 없는 매니플레이터에 대한 전체 시스템의 동역학을 나타내지만, 이 식은 여유도가 있는 매니플레이터의 E-E 만의 동적 거동을 나타낸다. 이 경우의 방정식은 시스템의 동역학을 작업 공간으로 투영(Projection)한 것으로 생각 될 수 있다. 동역학의 나머지 부분은 여유도를 가진 시스템의 영 공간(Null Space)에서 관절 운동에 영향을 끼친다. 작업 공간의 운동 방정식은 E-E에서 작업 힘(Operational Force), F 의 작용에 대한 매니플레이터의 동적 반응을 표현한다. 여유도가 없는 매니플레이터는 작업 공간에서 작용하는 힘 F 와 관절 토크 Γ 의 관계는 3. 31식과 같다.

그러나 이 관계는 여유도가 있는 매니플레이터의 운동에 대해서는 완전하지 않다. 주어진 형상에 있어서, 여유도가 있는 매니플레이터 로봇의 기구적 관점은 E-E의 형상과 위치의 변화를 발생 시키지 않는 관절 공간의 변위가 무한히 존재하는 것을 보여준다. 이는 실험 4. 1의 말단 장치 운동에서 보였다.

이러한 변위는 일반화된 역 자코비안 행렬에 관련한 영 공간(Null Space)에서의 움직임과 상응한다. 또한 영 공간은 자코비안 행렬의 전치와도 관련이 있다. 여유도가 있는 매니플레이터가 정적 평형(Static Equilibrium)이 아닐 때 E-E에 작용하는 힘에 영향을 끼치지 않고 적용할 수 있는 무한한 수의 관절 토크 벡터들이 존재한다.

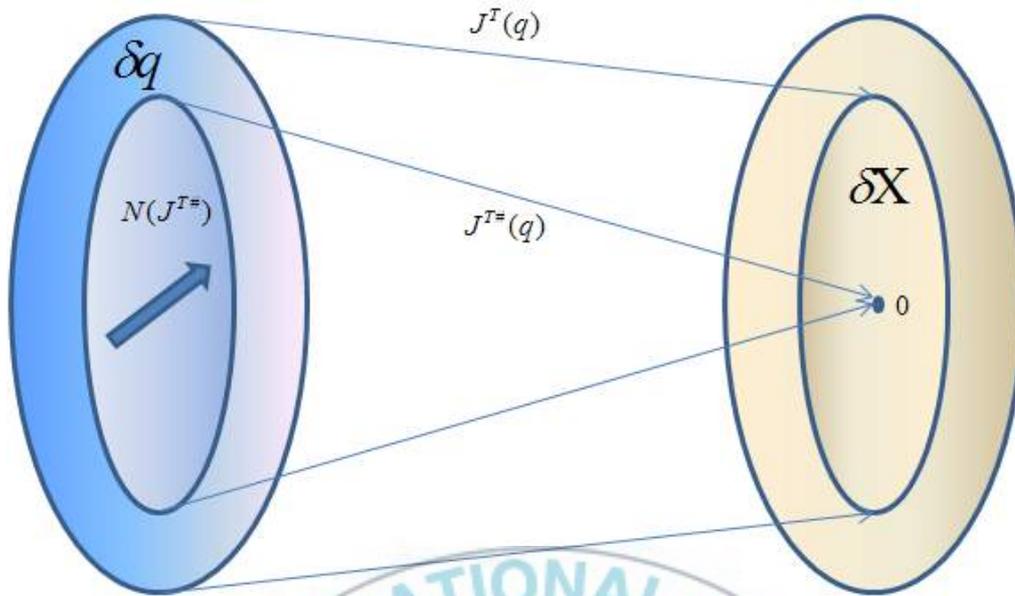


Fig 3. 1 영 공간(Null Space)

이러한 힘들은 $J^T(q)$ 의 영 공간 내에서 발생하는 관절 토크들이다. 영 공간 관절 토크의 추가로 E-E에서의 힘과 매니퓰레이터 관절 토크의 관계는 다음 3. 41식과 같이 일반적인 형태를 취한다.

$$\Gamma = J^T(q)F + [I - J^T(q)J^{T\#}(q)]\Gamma_0 \quad (3. 41)$$

여기서 Γ_0 는 임의의 관절 벡터(Arbitrary Joint Torque Vector)이고 $J^{T\#}$ 는 J^T 의 일반화된 역이다.

$$J(q)A^{-1}(q)[I - J^T(q)J^{T\#}(q)]\Gamma_0 = 0 \quad (3.43)$$

위 3.43식과 같은 구속을 만족하는 J^T 의 일반화된 역을 동적 일치 (Dynamically Consistent)(O.Khatib,1990)라고 부른다.



3. 1. 3. 4 동적 분리(Dynamic Decoupling)

작업 공간에서 매니플레이터의 동적 분리와 운동 제어는 3. 44식과 같은 제어 구조의 선택에 의해서 얻어진다.

$$F = \hat{\Lambda}(X)F^* + \hat{\mu}(X, \dot{X}) + \hat{p}(X) \quad (3. 44)$$

여기에서 $\hat{\Lambda}(X)$, $\hat{\mu}(X, \dot{X})$, $\hat{p}(X)$ 는 $\Lambda(X)$, $\mu(X, \dot{X})$, $p(X)$ 의 추정된 (Estimate) 값들이다. 추정치들로 구성된 시스템 3. 44식 하에서 주어진 시스템 3. 31식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} I_{m_0} \ddot{X} &= G(X)F^* + \eta(X, \dot{X}) + d(t) \\ G(X) &= \Lambda^{-1}(X) \hat{\Lambda}(X) \\ \eta(x, \dot{x}) &= \Lambda^{-1}(X) [\tilde{\mu}(X, \dot{X}) + \tilde{p}(X)] \\ \tilde{\mu}(X, \dot{X}) &= \hat{\mu}(X, \dot{X}) - \mu(X, \dot{X}) \\ \tilde{p}(X) &= \hat{p}(X) - p(X) \end{aligned} \quad (3. 45)$$

여기서 I_{m_0} 는 $m_0 \times m_0$ 단위 행렬이다. $d(t)$ 는 모델화 되지 않은 외란들을 포함한다. 완전한 비선형 동적 분리를 가진 E-E는 m_0 차원의 공간에서 움직

이는 단일 단위 질량(Single unit mass) I_{m_0} 에 등가이다.

$$I_{m_0} \ddot{\mathbf{X}} = F^* \quad (3. 46)$$

F^* 는 분리된 제어 법에 대한 E-E의 제어 입력이다. 이것은 다양한 제어 방법의 선택에 대한 일반적인 구조를 가진다. 이러한 제어 구조의 안정성과 강인성은 매니플레이터의 동적 인자에 대한 우수한 추정치를 요구한다. 원심력과 코리올리스 힘은 시스템의 전반적인 안정성에 큰 영향을 끼친다. 좋지 못한 추

정치를 쓰는 것 보단 차라리 $\hat{\mu}(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}})$ 를 0으로 두는 것이 더 좋다.



제 4 장 통합 제어

본 장에서는 시뮬레이션에 앞서 산업용 로봇인 KAWASAKI JS-10 로봇의 구체적인 제어 방법과 역학 모델을 제시 한다.

4.1 말단 효과 장치 운동 제어(Motion Control)

E-E의 원하는 동작의 작업이 정해졌다면, 선형 동적 거동은 4. 식과 같이 선택함으로써 얻어질 수 있다.

$$F^* = I_{m_0} \ddot{X}_d - k_v(\dot{X} - \dot{X}_d) - k_p(X - X_d) \quad (4.1)$$

여기에서 X_d , \dot{X}_d 그리고 \ddot{X}_d 는 각각 E-E의 원하는 위치, 속도, 가속도이다. k_v 와 k_p 는 위치와 속도에 대한 이득(Gain) 값이다. 동적 분리(Dynamic Decoupling)와 운동 제어(Motion Control)는 4. 2식과 같은 E-E의 폐루프(Closed Loop) 거동이 된다.

$$\begin{aligned} I_{m_0} \ddot{\varepsilon}_X - k_v \dot{\varepsilon}_X - k_p \varepsilon_X &= 0 \\ \varepsilon_X &= X - X_d \end{aligned} \quad (4.2)$$

4. 2 특이점에서 운동 제어(Motion Control in Singular)

E-E의 특이점 부근에서 점근적인 안정을 위해 다음 4. 3 식을 선택 했다.

$$\Gamma_{Null-Space} = [I - J^T(q)J^{T\#}(q)]\Gamma_0$$

with

(4. 3)

$$\Gamma_0 = -A(q)[\nabla V_0(q) + k_{vq} \dot{q}]$$

$-A(q)k_{vq} \dot{q}$ 는 매니플레이터의 점근적 안정성을 제공하기 위한 소진 토크(Dissipative Joint Torque)이다. E-E에서 Γ_0 의 간섭은 동적 일치 영 공간(Dynamically Consistent Null Space)에서 벡터 $J^{T\#}$ 의 투영에 의해서 제거 된다.

$V_0(q)$ 는 특이점으로부터 탈출하기 위한 2차식 형태의 위치에너지 함수이며, 식 4. 4와 같다.

$$V_0(q) = \sum_{i=1}^{d_n} \frac{1}{2} k (S(q) - S_0)^2$$
(4. 4)

여기서 $S(q)$ 는 특이점에서 자코비안 행렬 $J(q)$ 의 디터미넌트 값이 0이 되는 조건이며, S_0 는 특이점 부근 영역을 설정하는 스트레스홀드 값이다. JS-10 로봇의 자코비안 행렬 $J(q)$ 에 의해 $q_3 = 90^\circ$ 일 때 Elbow lock과 $q_5 = 0^\circ$ 일 때 Wrist lock의 특이점을 가진다.

4.3 여유도를 활용한 장애물 회피

매니플레이터 로봇의 자유도(n)가 E-E의 자유도(m) 보다 클 때 매니플레이터 로봇은 여유도를 가진다고 한다. 매니플레이터 로봇의 여유도 크기는 $n - m$ 으로 계산되며, 이것은 여유 자유도를 정의한다.

매니플레이션에 있어서 또한 작업 여유도(Task Redundancy)가 존재한다. 이 형태의 여유도는 E-E의 설정을 기술하기 위해 필요한 인자들의 부분 집합을 포함하는 작업(Task)과 연관이 있다. 이 여유도는 모든 형태의 매니플레이터에 관여한다. 매니플레이터 로봇이 작업(Task)을 수행하기 위한 형상을 표현하기 위해 필요한 독립적인 인자의 수 m_{task} 가 매니플레이터 로봇의 자유도 n 보다 작다면, 작업(Task)에 관해서 여유도를 가진다고 말한다.

E-E의 위치 운동을 위한 3개의 자유도를 제외하고 나면 매니플레이터 로봇은 작업에 대해 3개의 여유 자유도가 생긴다. 작업 공간 내에 알려져 있는 장애물(Obstacle)이 존재한다면 전위계(Artificial Field)를 생성하여 매니플레이터 로봇과 충돌을 피한다.

먼저 각각 관절들과 장애물(Obstacle)사이의 관계를 설정하기 위해 원점부터 각 관절들의 자코비안 PSP(Point Subjected to the Potential) 행렬을 식 4.5와 같이 구했다.(O. Khatib, 1985)

$$\begin{aligned}
J_0^2(q) &= \begin{bmatrix} S_0^2(\varepsilon_1 z + \overline{\varepsilon_1} \hat{z} p_{1(2)R1}) & \cdots & S_0^2(\varepsilon_1 z + \overline{\varepsilon_1} \hat{z} p_{1(2)R1}) \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \\
&\vdots \\
J_0^5(q) &= \begin{bmatrix} S_0^5(\varepsilon_5 z + \overline{\varepsilon_5} \hat{z} p_{5(6)R1}) & \cdots & S_0^5(\varepsilon_5 z + \overline{\varepsilon_5} \hat{z} p_{5(6)R1}) \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} & J_{15} & J_{16} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} & J_{25} & J_{26} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} & J_{35} & J_{36} \\ J_{41} & J_{42} & J_{43} & J_{44} & J_{45} & J_{46} \\ J_{51} & J_{52} & J_{53} & J_{54} & J_{55} & J_{56} \\ J_{61} & J_{62} & J_{63} & J_{64} & J_{65} & J_{66} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4. 5}$$

$J_0^2(q)$ 부터 $J_0^5(q)$ 는 부록에 정리 했다.

E-E의 운동 제어 법칙에 장애물 회피를 위한 제어 힘 F_o^* 를 추가한다.

여기서 F_o^* 는 식 4. 6과 같다.

$$F_o^* = \sum_i J_0^{i^T}(q) \Lambda(X) F_{psp_i}^* \tag{4. 6}$$

여기서 $F_{psp_i}^*$ 는 각 관절들이 알려져 있는 장애물(Obstacle)에 설치한 전위 계로부터 받는 힘이다. 전위계 $U_o(X)$ 는 식 4. 7과 같이 설정 하였다.

$$U_o(X) = \begin{cases} \frac{1}{2} k_o \left(\frac{1}{f(X)} - \frac{1}{f(X_o)} \right)^2, & \text{if } f(X) \leq f(X_o) \\ 0, & \text{if } f(X) > f(X_o) \end{cases} \tag{4. 7}$$

4. 4 운동 힘 통합 제어

4. 4. 1 선택 행렬(Generalized Selection Matrix)

작업 공간 계에서, E-E의 움직임과 접촉 힘 제어는 E-E 상에서 또는 E-E에 부착한 어떤 기준 지점에서 감지되는 동적 거동을 표시하는 모델을 기본으로 한다. 이것은 E-E의 병진 운동(Translation Motion), 회전 운동(Rotation Motion)과 모멘트들이 주어진 작업 점(Operational point)이라고 불리어지는 점(Point) O에 대한 것이다. 작업 점에서 작용되는 힘과 모멘트들은 작업 점 O에 부착한 좌표계 $R_o(O, x_o, y_o, z_o)$ 에 의해서 정의 되어진다. 이 좌표계는 E-E의 방위와 관계없이 항상 고정된 기준 좌표계 $R_0(0, x_0, y_0, z_0)$ 와 평행하게 존재한다.

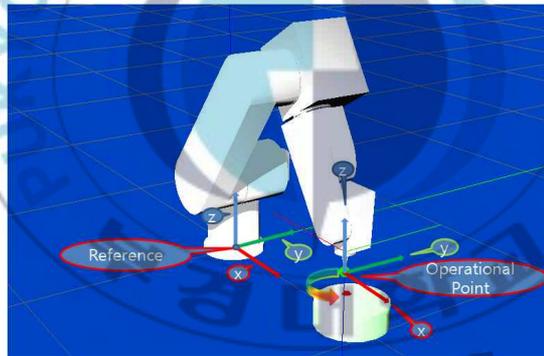


Fig 4 .1 기준 좌표계(Reference Frames)

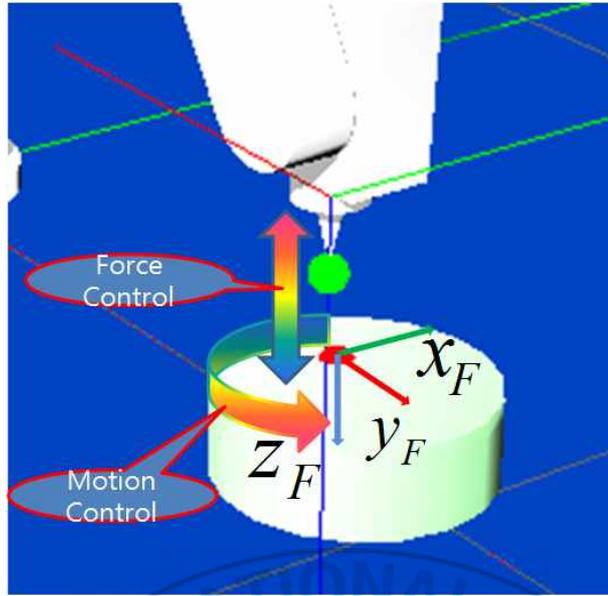


Fig 4. 2 구속된 운동 작업

좌표계 R_F 에서 운동 정의 행렬은 4. 8식과 같다.

$$\Sigma_F = \begin{pmatrix} \sigma F_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma F_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma F_z \end{pmatrix} \quad (4. 8)$$

여기서 σF_x , σF_y 와 σF_z 는 운동이 각각 O_{F_x} , O_{F_y} 그리고 O_{F_z} 축을 따라 운동이 가능할 때 1의 값으로, 그렇지 않으면 0의 값을 가지는 이진수 이다.

힘 제어의 방향은 Σ_F 와 연관된 힘의 행렬 $\bar{\Sigma}_F$ 으로 식 4. 9와 같이 정의 한다.

$$\bar{\Sigma}F = I_3 - \Sigma F \quad (4. 9)$$

여기서 I_3 는 3×3 단위 행렬이다.

구속된 회전과 모멘트를 포함하는 작업에 대해서도 힘과 운동의 형태와 유사한 정의 행렬로 정의 될 수 있다. 좌표계 R_M 에서 E-E의 회전과 모멘트의 향으로 주어진 작업은 식 4. 10으로서 정의된 회전과 모멘트 선택 행렬 Σ_M , $\bar{\Sigma}_M$ 과 관련이 있다.

$$\Sigma_M = \begin{pmatrix} \sigma_{M_x} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{M_y} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{M_z} \end{pmatrix} \quad (4. 10)$$

모멘트 제어 방향은 Σ_M 과 관련된 토크 선택 행렬 $\bar{\Sigma}_M$ 으로 표현되어지고 4. 11식과 같이 정의 한다. $\bar{\Sigma}_M = I_3 - \Sigma_M$

$$\bar{\Sigma}_M = I_3 - \Sigma_M \quad (4. 11)$$

위치와 힘, 방위와 모멘트 둘을 다 포함하는 작업들은 일반화된 작업의

정의 행렬(Generalized Task Specification Matrices)로 4. 12식, 4. 13식과 같다.

$$\Omega = \begin{pmatrix} S_F^T \Sigma_F S_F & 0 \\ 0 & S_M^T \Sigma_M S_M \end{pmatrix} \quad (4. 12)$$

그리고,

$$\bar{\Omega} = \begin{pmatrix} S_F^T \bar{\Sigma}_F S_F & 0 \\ 0 & S_M^T \bar{\Sigma}_M S_M \end{pmatrix} \quad (4. 13)$$

위의 식들은 각각 운동, 힘의 선택에 관련 된다.

4. 4. 2 운동과 힘 제어(Motion and Force Control)

다수의 링크로 연결되어진 매니플레이터의 E-E 와 E-E에 부착된 센서의 운동 방정식은 4. 14와 같다.

$$\Lambda_0(X) \dot{\mathcal{G}} + \mu(X, \mathcal{G}) + p_0(X) + F_{contact} = F_0 \quad (4. 14)$$

$F_{contact}$ 는 E-E에 작용하는 접촉 힘을 표현하는 벡터(Vector)이다.

E-E의 동적 분리, 즉 운동과 힘의 통합 제어를 위한 접근은 다음 4. 15식의 제어 구조의 선택으로 얻을 수 있다.

$$F_0 = F_{motion} + F_{active-force} \quad (4. 15)$$

여기서, F_{motion} 과 $F_{active-force}$ 은 식 4. 16 이다.

$$\begin{aligned} F_{motion} &= \hat{\Lambda}_0(X)\Omega F_{motion}^* + \hat{\mu}_0(X, V) + \hat{p}_0(X) \\ F_{active-force} &= \hat{\Lambda}_0(X)\bar{\Omega} F_{motion}^* + F_{sensor} \end{aligned} \quad (4. 16)$$

벡터 F_{motion} 과 $F_{active-force}$ 은 분리된 시스템(Decoupled System)에 대한 제어 입력으로 사용된다. 작업 공간에서 힘 F_0 를 만들어 내기 위한 관절 토크 Γ 는 식 4. 17과 같다.

$$\Gamma = J_0^T(q)F_0 \quad (4. 17)$$

동적 인자의 완전한 추정과 접촉 힘의 와전한 측정 $F_{sensor} = F_{contact}$ 이 된다면, 폐루프 시스템(Closed System)은 다음 4. 18식과 같이 두 개의 분리된 부 시스템(Subsystem)으로 나누어 진다.

$$\begin{aligned} \dot{\Omega}v &= F_{motion}^* \\ \bar{\Omega}\dot{v} &= \bar{\Omega}F_{motion}^* + F_{sensor} \end{aligned} \quad (4. 18)$$

4. 5 말단 효과 장치의 빠르고 안정한 접촉 제어

작업물(Object)에 대해 E-E에 부착된 공구를 사용 하여 힘을 가하는 작업이 정의 되었다면, 작업 효율을 높이고자 E-E의 운동 속도를 높일 것이다. 매니플레이터 로봇 전체의 운동에너지 때문에 E-E와 작업물 사이에 발생하는 충격힘을 제어 하여야 한다.

본 논문에서는 알려져 있지 않은 작업물에 대해서 충격 후 감쇠력을 적용 하는 사례와 알려져 있는 작업물에 대해서 충격 전 감쇠력(Damping Force)을 충격이 일어나기 전에 적용하는 연구를 하고 실험을 하였다.

댐핑 힘 $F_{damping}^*$ 는 특정 조건에서 E-E 운동 제어식에 추가 하여 원하는 결과를 얻는다.

$$F_{damping}^* = -Kd \dot{X} \quad (4. 18)$$

O. Khatib[1986]^[14]와 Tao Ming Lim[2005]^[18]의 연구에서는 FT센서의 갑작스런 값의 변화에 따라 $F_{damping}^*$ 의 적용 조건을 제시하였다. 본 논문에서는 E-E의 위치 벡터와 작업물의 위치 벡터를 계산하여 에러 값에 따라 속도 이득 Kd 를 조절하는 알고리즘을 사용한다. $F_{damping}^*$ 는 항상 적용 시켜 놓는다. 수식으로 표현하면 식 4. 19와 같다.

$$F_{damping}^* = \begin{cases} -Kd(1 - \frac{\epsilon_{object}}{\epsilon_{threshold}}) \dot{X}, & \text{if } \epsilon_{object} < \epsilon_{threshold} \\ -Kd(1 - \frac{\epsilon_{threshold}}{\epsilon_{threshold}}) \dot{X}, & \text{if } \epsilon_{object} \geq \epsilon_{threshold} \end{cases} \quad (4. 19)$$

여기서 ϵ_{object} 는 작업물(object)과 E-E의 위치 벡터 error 이고, $\epsilon_{threshold}$ 는 $F_{damping}^*$ 이 적용 되기 시작하는 영역을 결정하는 스레스홀드 값이다. ϵ_{object} 가 $\epsilon_{threshold}$ 보다 작을 때에는 Kd 의 값이 존재 하며 ϵ_{object} 가 작아지면서 Kd 의 값을 크게 한다. 반면 ϵ_{object} 가 $\epsilon_{threshold}$ 보다 클 때는 Kd 는 0의 값을 가지므로 $F_{damping}^*$ 의 효과를 받지 않게 된다.



제 5 장 시뮬레이션

본 장에서 E-E의 운동과 접촉 힘 통합 제어에 최종 목표를 가졌으며, E-E의 작업 여유도를 가졌을 때의 운동과 모든 자유도를 구속한 운동을 비교, E-E의 운동 중 여유도를 활용하여 장애물 회피(Avoidance Obstacle), 작업 점(Task Point)까지 안정하고 빠른 접근 방법을 연구하고 실험한 결과를 보인다.

5 . 1 말단 장치 운동(Motion of End-Effecotr)

5 . 1 . 1 3개의 작업 자유도 운동(3 Task Degree of Freedom)

궤적 추종(Trajectory Tracking) 식 4. 1을 사용하여, 시뮬레이션 샘플링 시간에 따른 X-Y 평면에 반지름 0.2m인 원 운동을 하도록 E-E의 작업을 설정했다. 사용된 작업 자유도는 포지션 x, y, z 이렇게 3개이다.

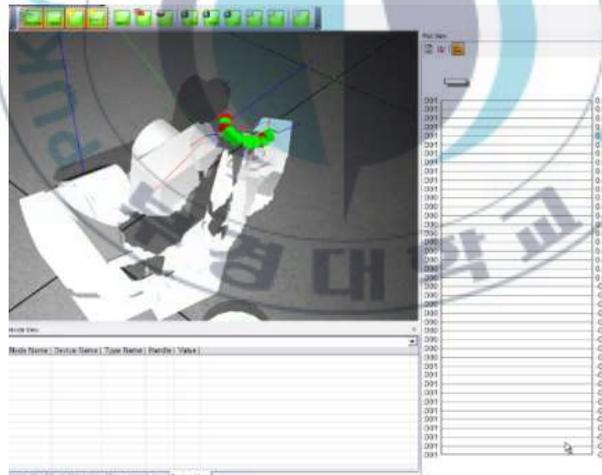


Fig 5 .1 E-E 3자유도 구속 운동

그림 5. 2부터 5. 4는 각각 원하는 위치 벡터와 실제 운동을 한 E-E의 포지션 벡터 구성원들의 시간에 따른 변화를 측정된 값에 따라 그래프로 나타낸 것이다.

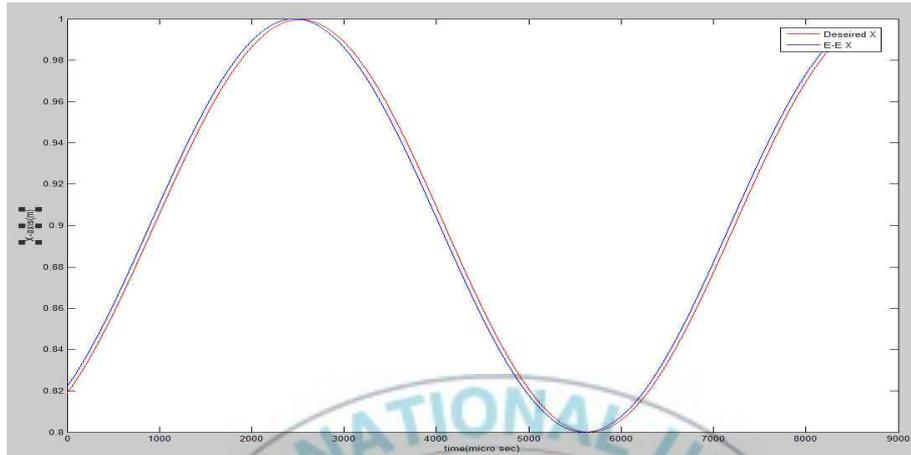


Fig 5. 2 X desired 와 E-E의 X축 운동



Fig 5. 3 Y desired 와 E-E의 Y축 운동

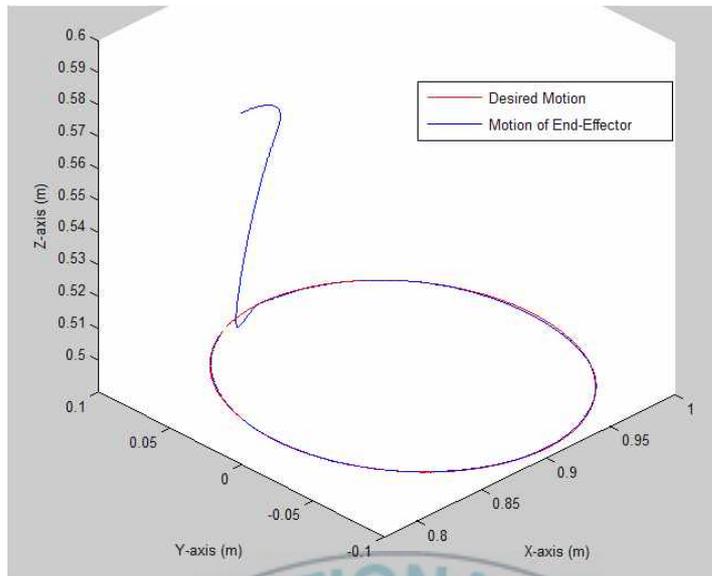


Fig 5. 4 E-E의 운동 궤적

그림 5. 4는 지령 벡터에 따른 E-E의 운동 궤적을 보여준다.

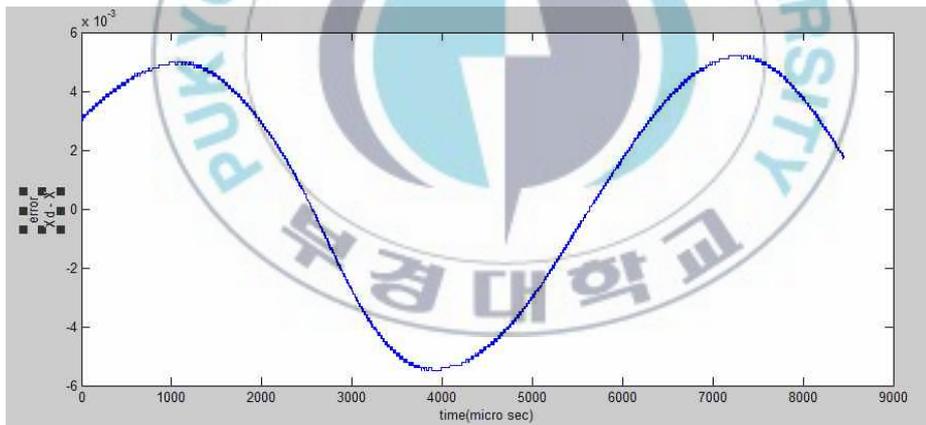


Fig 5. 5 X_d-X 의 error

그림 5. 5는 x desired 와 E-E의 x 위치선과의 오차 값이다.

5.1.2 6개의 작업 자유도 운동(6 Task Degree of Freedom)

다음 실험은 위 실험과 동일한 조건에 반지름 0.3미터의 원 궤적을 따라 운동하는 작업이다. 작업 자유도와 관절 자유도를 동일하게 사용하여 모든 자유도 포지션 x, y, z 와 회전 rx, ry, rz 를 구속 제어한 운동을 실험 하였다. 그림 5. 5에서와 같이 시간에 따른 움직임을 확인 할 수있다.

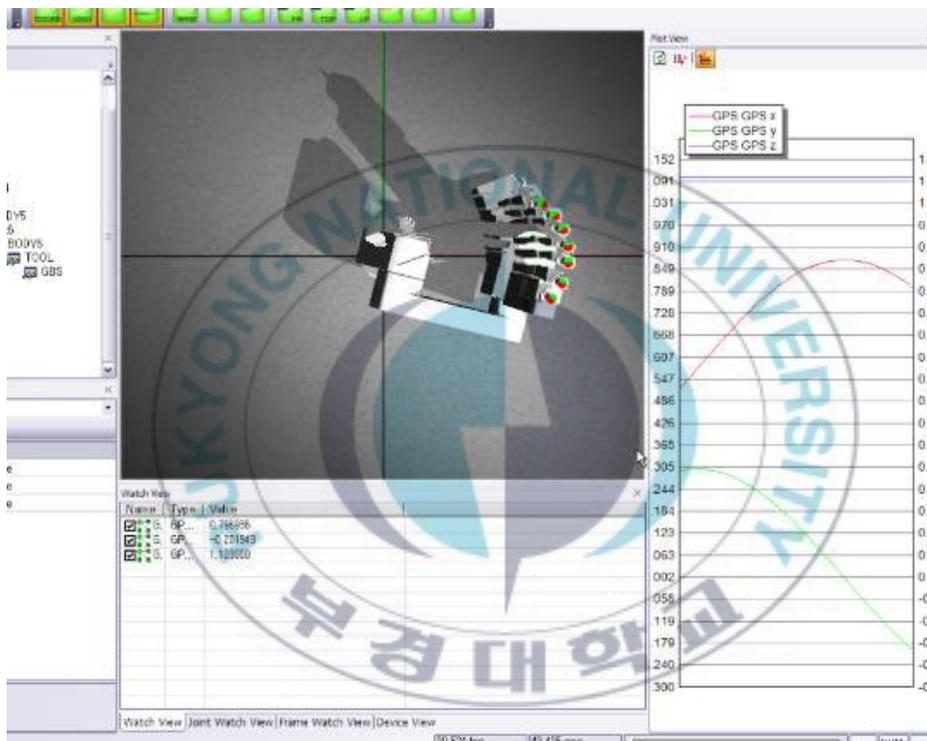


Fig 5. 6 E-E 6 자유도 구속 운동

위 운동은 E-E의 방위를 기준 좌표계와 평행하게 유지 한 채 x-y 평면에서 원 운동을 하는 운동이다.

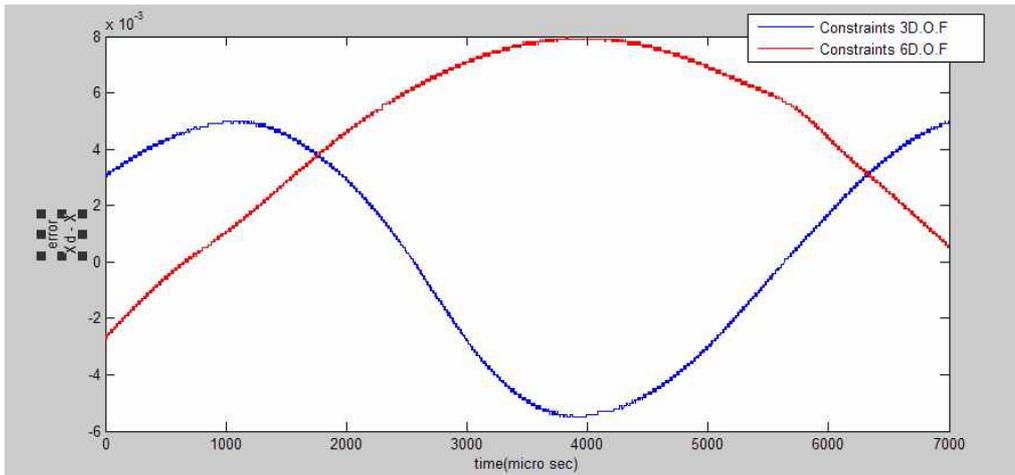
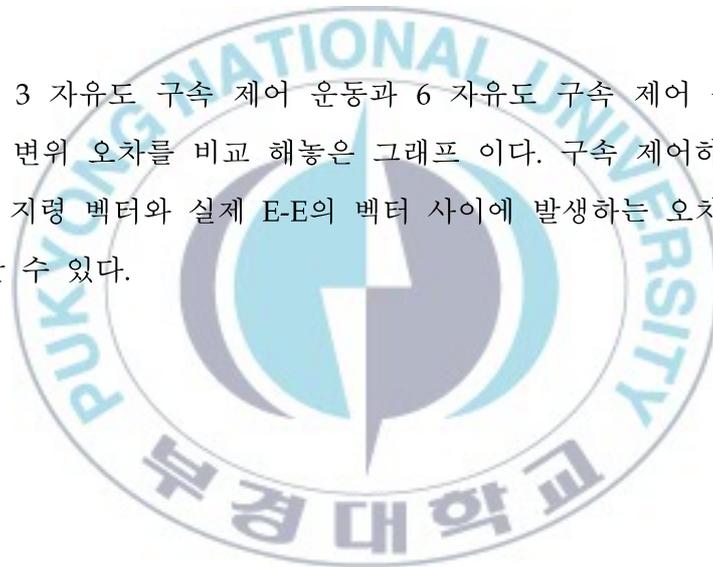


Fig 5. 7 구속 수에 따른 error값의 비교

그림 5. 7은 3 자유도 구속 제어 운동과 6 자유도 구속 제어 운동에서 발생하는 x-axis의 변위 오차를 비교 해놓은 그래프 이다. 구속 제어하는 자유도의 수가 커지면 지령 벡터와 실제 E-E의 벡터 사이에 발생하는 오차가 커진다는 것을 확인 할 수 있다.



5.2 특이점에서 운동(Motion in Singular)

특이점 부근에서 E-E의 거동은 불안정 하거나 더 이상 움직일 수 없게 된다. 이 때 발생하는 원하지 않는 관절 토크를 제거하는 식(4. 3)을 사용하여 해결을 할 수 있다.

특이점 부근의 위치 벡터 $[0.125, 0, 1.86]$ 을 지령 벡터로 제어 입력을 주고 E-E의 운동을 관찰 한다. 이 때 일반적인 E-E의 운동 제어와 원하지 않는 관절 토크를 제거한 2가지의 실험을 실시하였다.

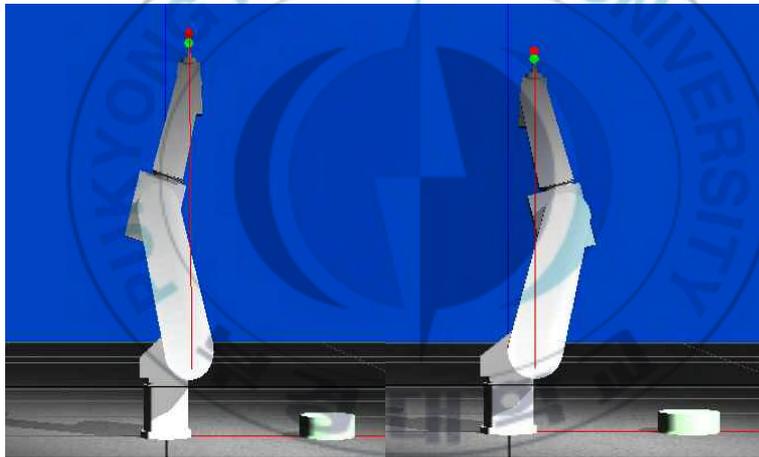


Fig 5. 8 특이점 부근에서 일반적인 E-E의 운동 제어

특이점 부근에서 일반적인 E-E의 운동 제어를 하였을 경우 E-E가 지령 벡터 근처에 가서 수렴하지 못하고 진동을 하는 결과를 보였다. 이는 제어 E-E

운동 제어 법칙에서 식 4. 3을 적용하지 않은 결과이다.

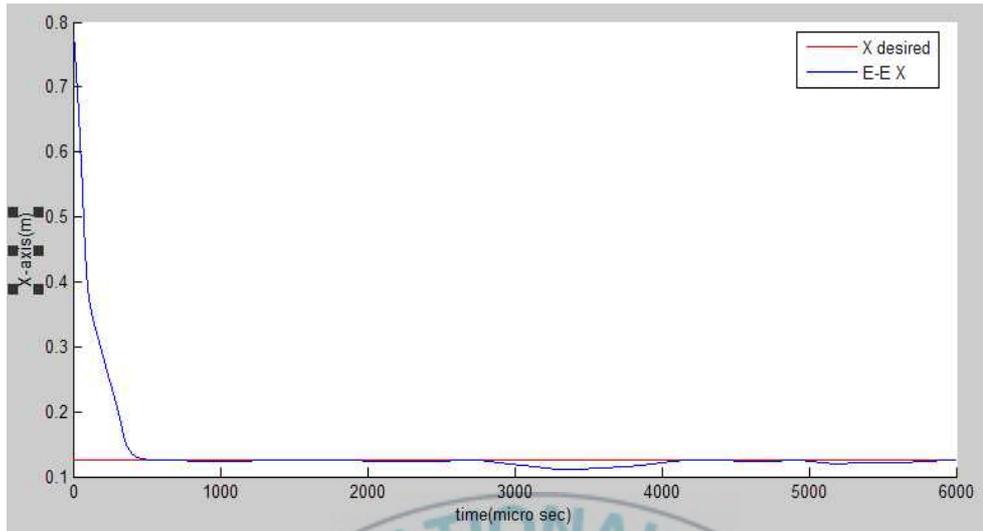


Fig 5. 9 X desired 와 E-E의 X축 운동

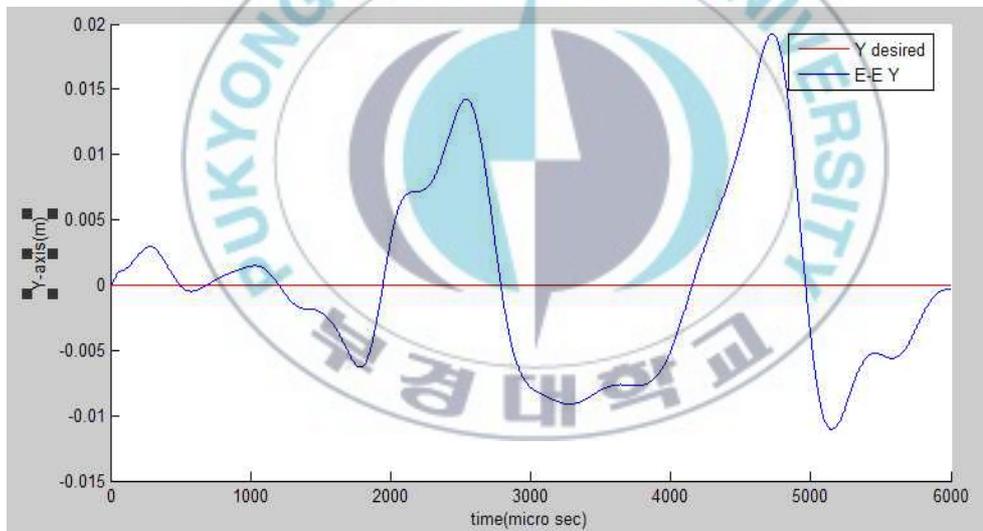


Fig 5. 10 Y desired 와 E-E의 Y축 운동

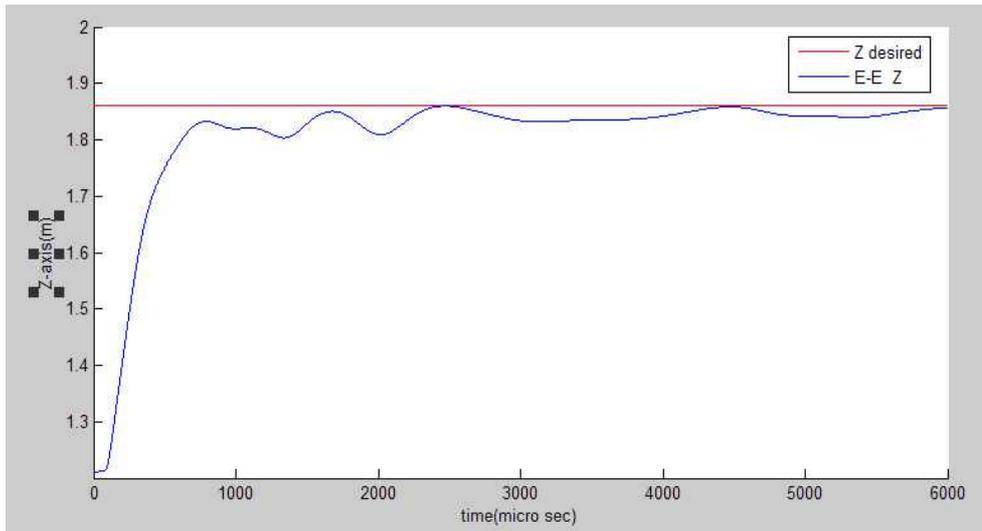
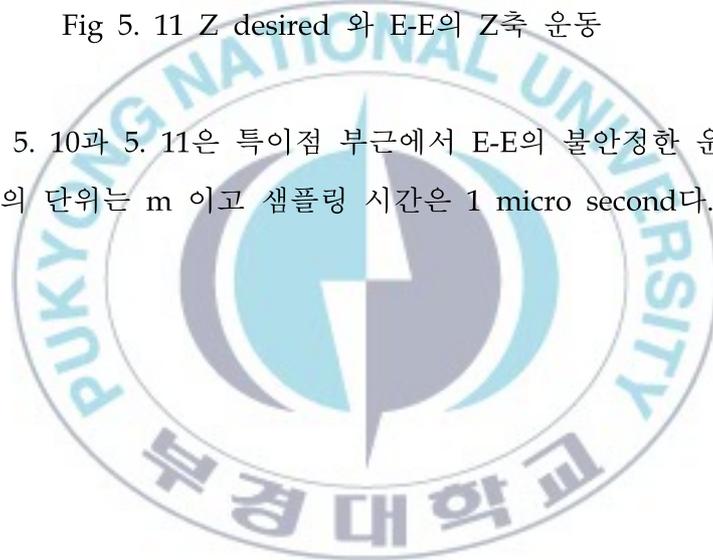


Fig 5. 11 Z desired 와 E-E의 Z축 운동

그래프 5. 9, 5. 10과 5. 11은 특이점 부근에서 E-E의 불안정한 운동을 나타낸다. 모든 변위의 단위는 m 이고 샘플링 시간은 1 micro second다.



제어 법칙에 3. 44식을 추가 하였을 때의 실험 결과를 확인 한다. 특이점

제어식을 적용 하였을 경우 특이점 부근의 지령 벡터까지 E-E는 부드럽게 도착 할 수 있었다. 다음은 실험 결과를 그래프로 나타낸 그림 5. 12 부터 5. 14 까지이다.



Fig 5. 11 특이점 제어

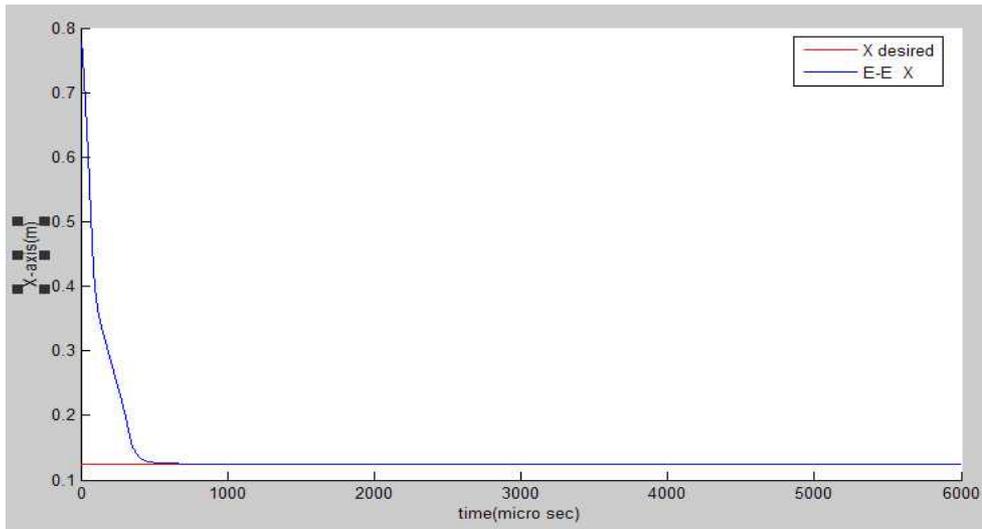


Fig 5. 12 X desired 와 E-E 의 X축 운동

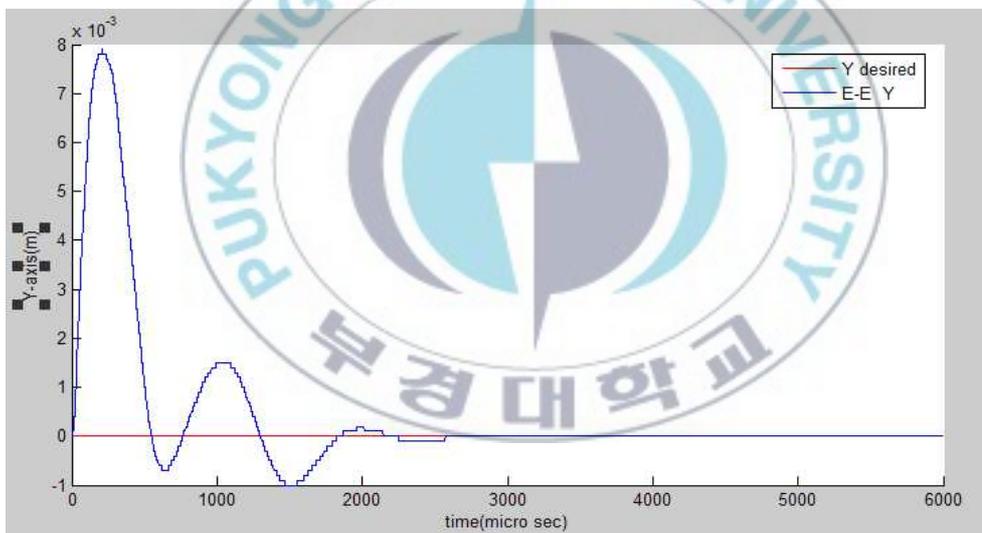


Fig 5. 13 Y desired 와 E-E 의 Y축 운동

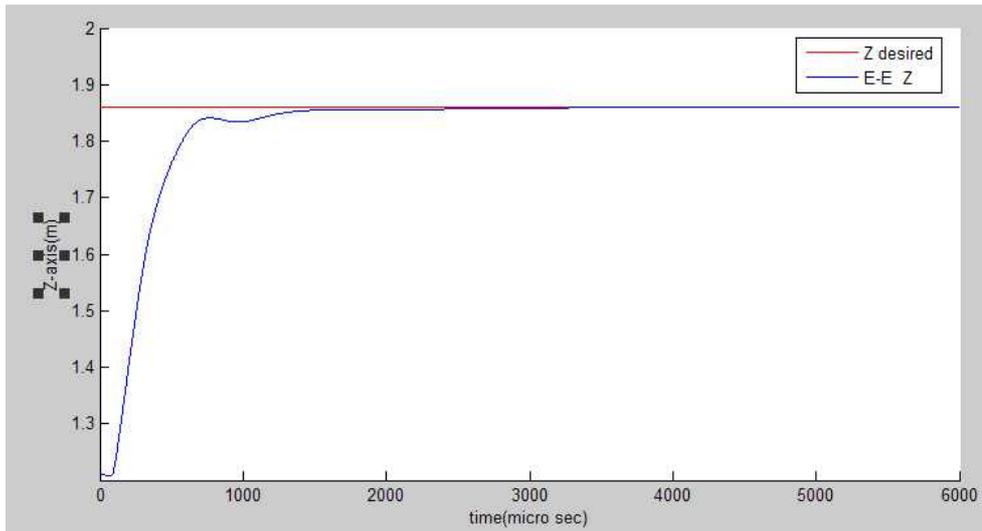
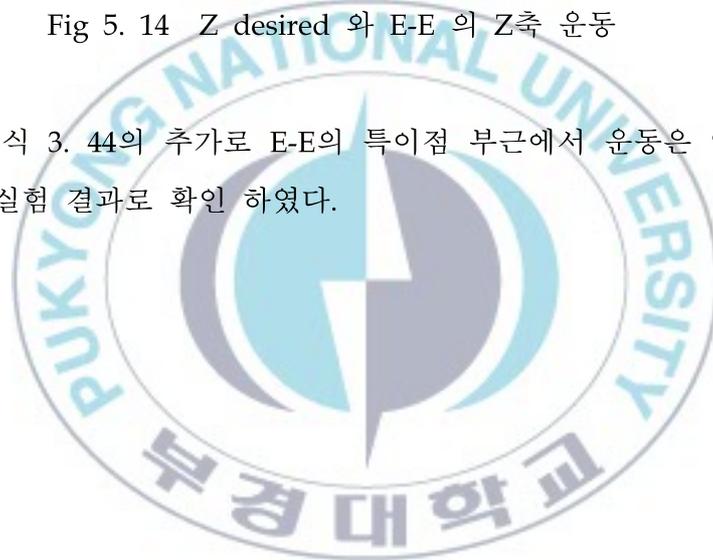


Fig 5. 14 Z desired 와 E-E 의 Z축 운동

특이점 제어식 3. 44의 추가로 E-E의 특이점 부근에서 운동은 안정되고 부드러워진 것을 실험 결과로 확인 하였다.



5.3 장애물 회피(Avoidance Obstacle)

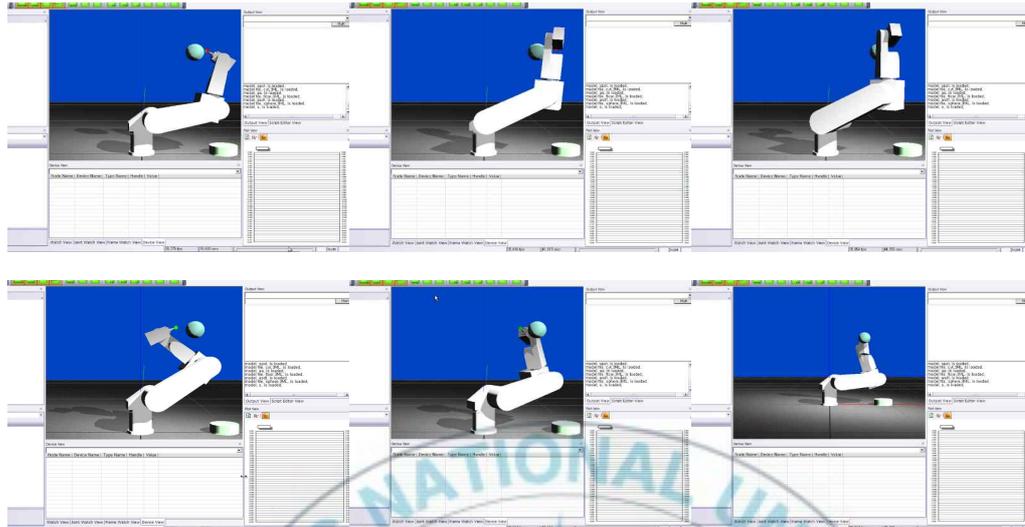


Fig 5. 15 각 관절들의 장애물 회피

그림 5. 15는 E-E의 3개의 작업 자유도를 사용하여 구 형태의 장애물 주위에서 원 운동을 정의 하였을 때, 장애물에 대한 각각의 관절 거동을 보여준다. 그림 5. 16에 보인 E-E 끝단에 설치 되어있는 공구에서의 장애물에 설치한 전위계로부터 받는 힘과 같이 각각 관절들에 영향을 주는 장애물의 전위계로부터의 힘을 $F_{psp_i}^*$ 에 적용하여 각각의 관절들은 장애물을 회피 하였다.

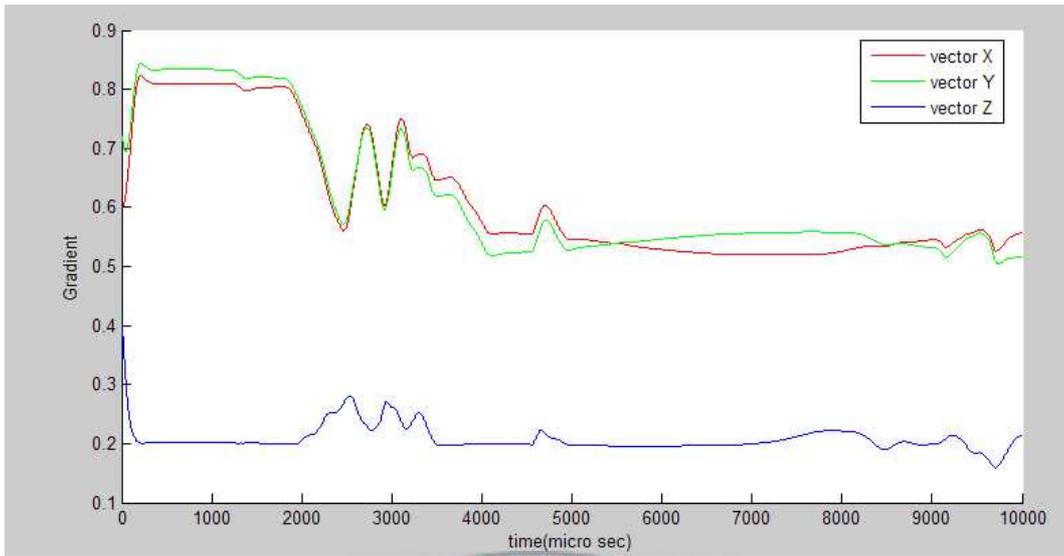


Fig 5. 16 E-E에 부착된 공구에서의 장애물에 대한 벡터 gradient



5 . 4 운동 힘 통합 제어(Unified Motion and Force control)

본 절에서는 E-E가 작업물 표면에서 운동을 하는 동시에 힘 제어를 하는 실험결과를 확인 한다.

제어 입력은 E-E의 운동 제어를 위해 F_{motion}^* 과 운동을 결정 하는 선택 행렬 Ω 를 설정하고, E-E의 힘 제어를 위해 F_{force}^* 와 힘 제어 방향을 결정 하는 선택 행렬 $\bar{\Omega}$ 를 설정 한다. 추가로 E-E와 작업물과 접촉 시 충격을 대비해서 감쇠력 $F_{damping}^*$ 을 적용 했다.

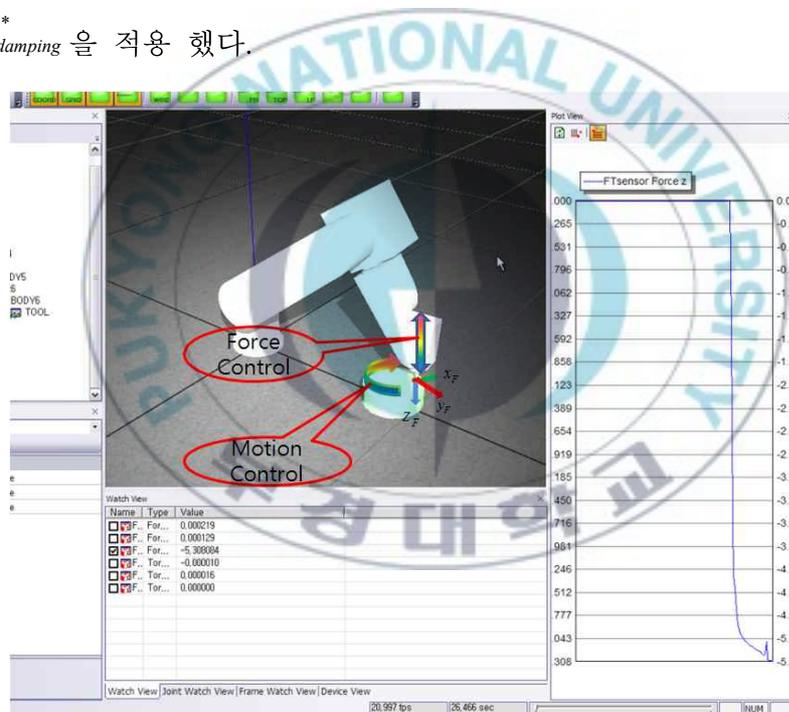


Fig 5. 20 E-E 운동과 접촉 힘 통합 제어

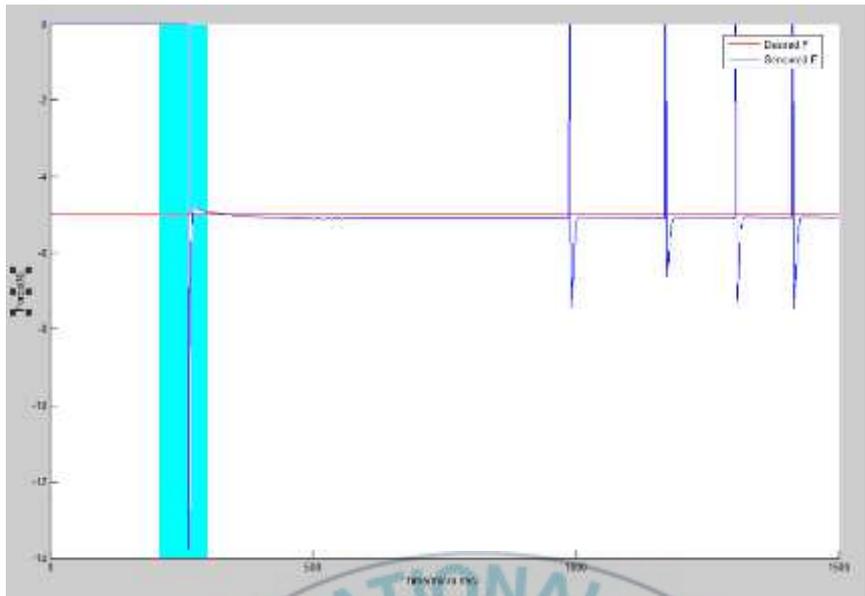


Fig 5. 21 통합 제어에서 힘 제어

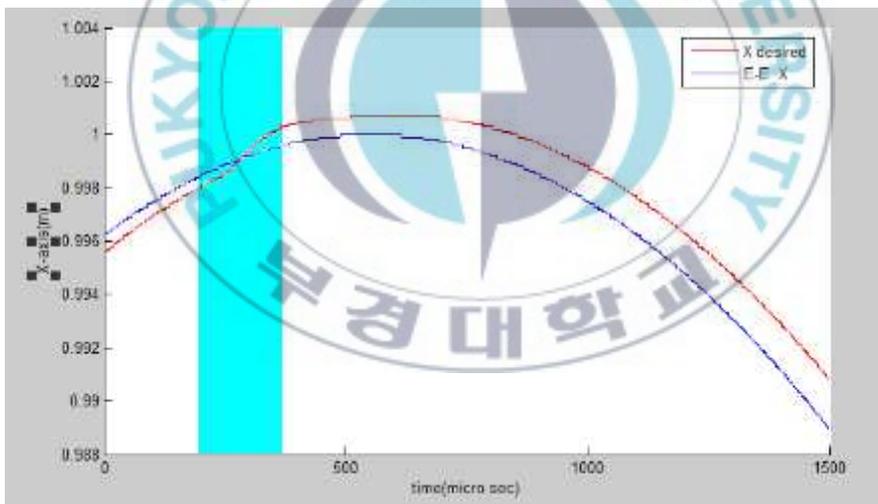


Fig 5. 22 통합 제어에서 E-E의 X축 운동

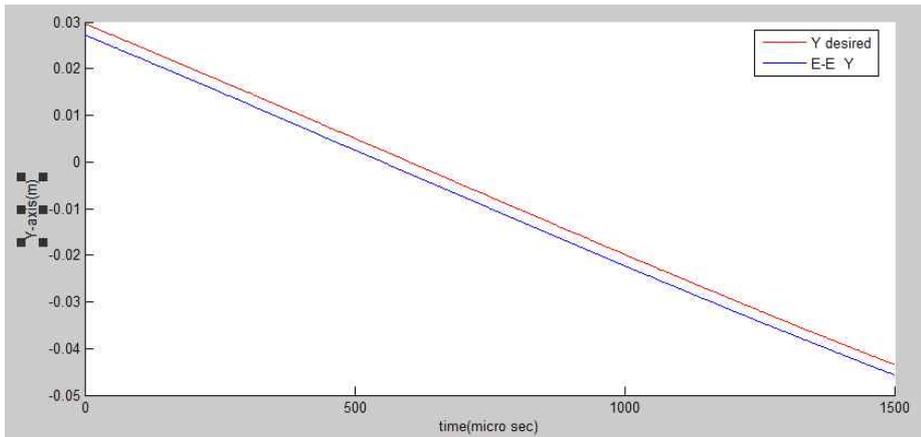


Fig 5. 23 통합 제어에서 E-E의 Y축 운동

E-E의 접촉 힘과 운동을 통합 제어한 결과를 그림 5. 21, 5. 22와 5. 23에 그래프로 나타내었다. E-E와 작업물과 접촉을 하는 순간, x-y 평면에서 운동을 하고 있는 E-E의 운동에 영향을 준다.



5.5 빠르고 안정한 접촉

1) $F_{damping}^*$ 을 적용 하지 않았을 때

첫 번째 실험은 충격 후 아무런 조취 없이 접촉 힘과 운동을 제어 하였고 두 번째 실험은 E-E와 작업물과의 충격 후 FT 센서를 통해 접촉이 감지되는 순간부터 감쇠력을 적용 하는 알고리즘을 사용하였다. 마지막으로 감쇠력에 적용한 이득(Gain) Kd 의 값을 알려져 있는 작업물과 E-E의 거리에 따라 조절 하여 특정한 위치에서부터 Kd 의 값을 2차 곡선 형태로 증가 시키는 알고리즘을 사용 하였다.

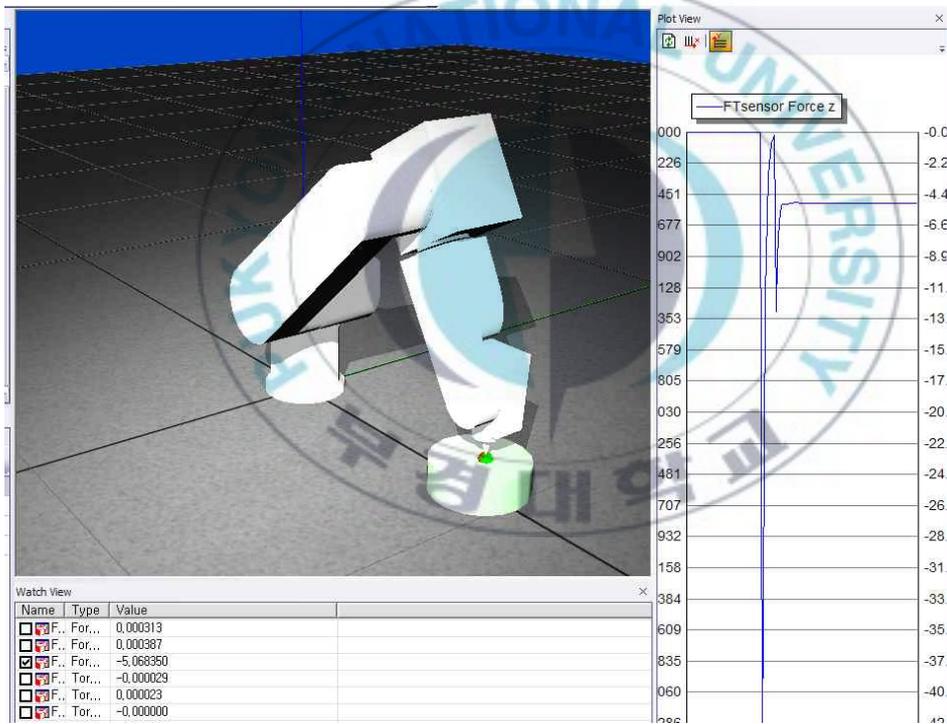


Fig 5. 17 감쇠력이 전혀 없는 E-E의 작업물과 접촉 실험

2) 충격 직후 $F_{damping}^*$ 을 적용

작업물 0과 0.3m 떨어진 높이에서 -5N의 힘 제어 입력을 인가 한 후 모습이다. E-E의 작업물과 충격 직전 운동 속도에 따라 순간 충격량은 당연히 크다. 이러한 현상을 보완하기 위해 감쇠력을 적용한다.

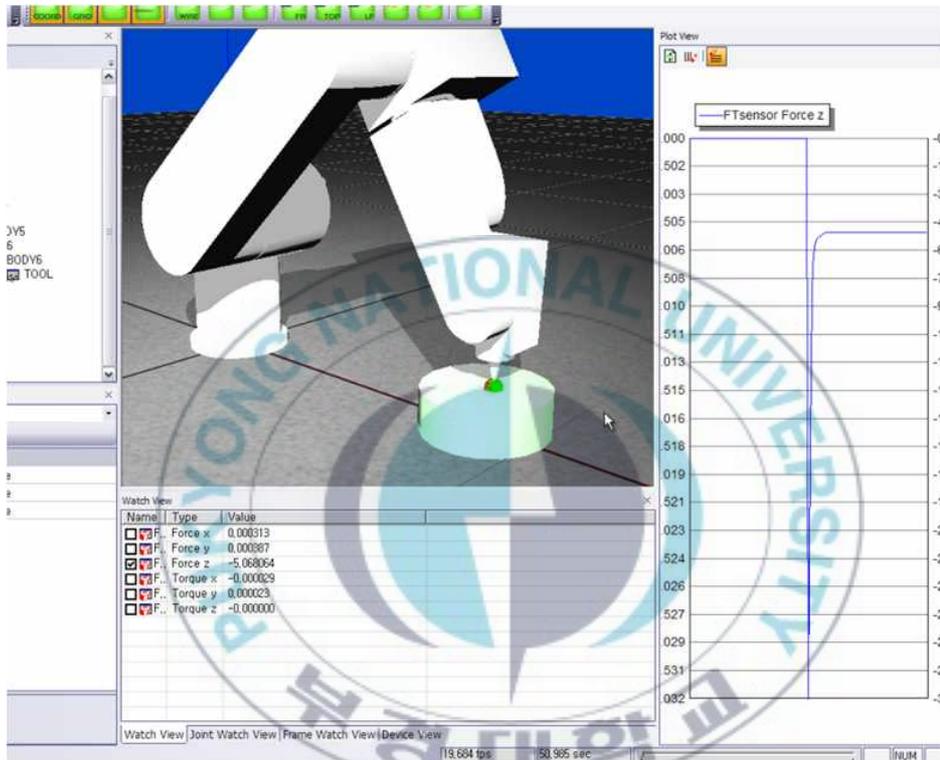


Fig 5. 18 충격 직후 감쇠력 적용 실험

본 실험은 충격 직후 FT센서를 통해 접촉 힘이 입력되는 순간 $F_{damping}^*$ 가 적용되는 제어 구조이며 Kd 는 일정 하다. 여전히 E-E의 충격 직전 속도에 따

라 순간 충격량은 발생 하지만 감쇠력에 의해 목표로 하는 -5N을 향해서 부드럽게 제어가 된다.

3) 작업물과 E-E의 거리에 따라 $F_{damping}^*$ 을 제어 할 때

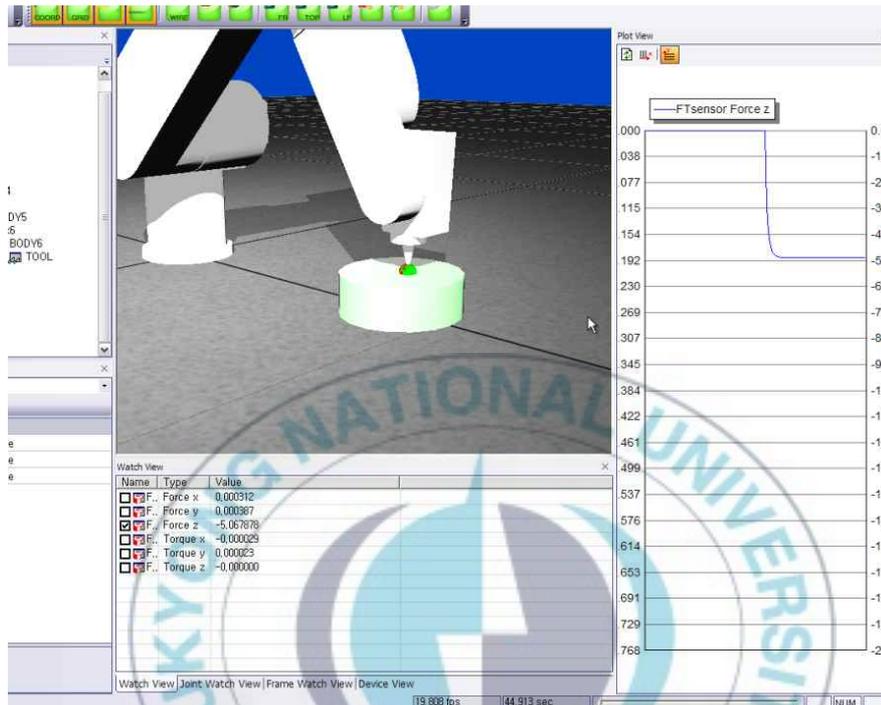


Fig 5. 19 작업물간 거리에 따른 감쇠력 적용 실험

본 실험은 알려져 있는 작업물과 E-E의 거리를 측정하여 이득 Kd 값을 특정 거리부터 제어하는 실험이다. 식 4. 19의 알고리즘이 적용 되었을 때이다. 작업물과 빠르게 접근 하다가 설정 해놓은 거리부터 가까워지면 Kd 는 0부터 증가 하여 E-E가 작업물과 접촉하는 순간 $F_{damping}^*$ 의 이득 Kd 는 100%의 값을 가지게 된다.

제 6 장 결 론

본 논문에서는 매니플레이터 로봇 말단 효과장치(End-Effector)의 접촉 힘과 운동을 통합 제어하는 시뮬레이션을 하였다. 시뮬레이션을 위해 실제 로봇과 동일한 관절 설정과 외관을 완벽한 3D 솔리드 모델로 생성 하고 동적 인자들을 부여하였다.

1) 시뮬레이션의 타당성 : 실제 JS-10 로봇의 기구 구조는 제조사 KAWASAKI에서 제공하는 매뉴얼의 dimension을 따랐고, 로봇의 동적 인자는 정확하게 측정이 되어야 하지만, 여건상 관절 구조가 같은 매니플레이터 로봇인 PUMA560의 동적 인자를 적용 하였었다. 신뢰성을 인정받은 물리엔진 DE(Dynamic Engine)을 사용한 SIMSTUDIO를 사용하여 시뮬레이션을 실시 하였다.

2) 특이점에서 운동 제어 : 매니플레이터 로봇 JS-10의 특이점을 규명하고, 영 공간 토크를 활용 하여 특이점 부근에서 E-E의 운동을 안정적으로 제어 할 수 있게 하였다.

3) 여유 자유도를 활용한 장애물 회피 : 작업에 대하여 발생하는 여유 자유도를 활용하여 장애물 회피를 시도 하였고, E-E의 운동에 필요한 3자유도를

제외한 3자유도를 활용하여 장애물 회피를 모의실험 하였다. 이를 접촉 힘과 운동 제어에도 적용 시키려 하였으나, 매니플레이터 로봇 JS-10의 자체 자유도가 6개이므로 작업에 대해 여유도를 설정하기가 힘들었다. 운동을 하기위해 2개의 자유도를 사용하고, E-E에 설치한 공구의 자세를 유지 하기위하여 3개의 자유도를 사용하고 마지막으로 1개의 자유도를 힘 제어에 할애하였기 때문이다. E-E의 작업에 대한 여유 자유도가 높으면 높을수록 더욱더 다재다능한 제어를 할 수 있을 것이다.

4) 충격힘 제어 : E-E와 작업물 사이에 발생하는 충격힘과 $F_{damping}^*$ 의 관계를 모의실험으로 확인 하였고, 충격힘을 줄이기 위해 접촉하기 이전 단계에서 E-E의 속도를 제어 하는 알고리즘을 사용하였지만 충격힘은 기대보다 크게 나왔다.

앞으로 작업 자유도에 대해 더욱 많은 자유도를 가진 다재다능한 매니플레이터 제어를 하고 싶고, 본 연구를 하면서 느꼈던 많은 아이디어를 활용하여 연구 할 것이다.

참고 문헌

[1] B. Bona, "Open System Realtime Architecture and Software Design for Robotic Control", IEEE / ASME, 2001

[2] Delbert Tesar, "Task-based Decision making and control of robotic manipulators", Chalongrath Pholsiri, 2004

[3] D. E. Whitney, "Historical Perspective and state of the art in robot control", Int. J. Robot. REs., vol. 6, no. 1, 1987

[4] D. Oetomo, "Singularity robust algorithm in serial manipulators", Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2009

[5] Guoxiang Ping, "Real Time Avoidance Obstacle for Redundant Manipulator", IEEE, 2009

[6] H. Kazerooni, "On the robot compliant motion control", ASME, 1989

[7] J. K. Mills, "Force and Position control of manipulators during constrained motion and tasks", IEEE, 1989

[8] John J. Craig, "Introduction to Robotics", Prentice hall

[9] Kircanski M, "Symbolical Singular value decomposition for a 7-DOF manipulator and its application to robot control", IEEE, 1993

[10] Lloyd J, "Removing the singularities of serial manipulators by transforming the workspace" IEEE, 1994

[11] O. Khatib, "Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots", IEEE, 1985

[12] O. Khatib, "A unified approach for motion and force control of manipulators", IEEE, 1987

[13] O. Khatib, "Analysis of the Acceleration Characteristics of Non - Redundant Manipulator", IEEE, 1995

[14] O. Khatib, "Motion and force control of robot manipulators", IEEE,

1986

[15] O. Khatib "Inertial Properties in Robotics Manipulaton: An Object-Level Framework", Published in the International ournal of Robotics Research, Vol. 14, No. 1, February 1995,

[16] Peter I. Corke , "Robotics TOOLBOX for MATLAB(Release 7.1)",April 2002

[17] Rodrigos. Jamisola. Jr , "Compliant motion using a mobile manipulator:an operational space formulation approach to aricraft canopy polishing", Advanced Robotics Vol 19, No 5, December 2004

[18] Tao Ming Lim,, "Unified Force and Motion Control Using an Open System Real-Time Architecture on a 7 DOF PA-10 Robot", IEEE / ASME, 2005

부록

KAWASAKI JS-10 Jacobian0 $J_{11} \sim J_{66}$

$$J(1,1) = (((-s1*c2*c3 + s1*s2*s3)*c4 - c1*s4)*s5 + (-s1*c2*s3 - s1*s2*c3)*c5)*d6 - (s1*c2*s3 + s1*s2*c3)*d4 - s1*c2*a3 - s1*a2;$$

$$J(1,2) = ((-c1*c2*s3 - c1*s2*c3)*c4*s5 + (c1*c2*c3 - c1*s2*s3)*c5)*d6 - (-c1*c2*c3 + c1*s2*s3)*d4 - c1*s2*a3;$$

$$J(1,3) = ((-c1*c2*s3 - c1*s2*c3)*c4*s5 + (c1*c2*c3 - c1*s2*s3)*c5)*d6 - (-c1*c2*c3 + c1*s2*s3)*d4;$$

$$J(1,4) = ((-c1*c2*c3 + c1*s2*s3)*s4 - s1*c4)*s5*d6;$$

$$J(1,5) = (((c1*c2*c3 - c1*s2*s3)*c4 - s1*s4)*c5 - (c1*c2*s3 + c1*s2*c3)*s5)*d6;$$

$$J(1,6) = 0.0;$$

$$(2,1) = (((c1*c2*c3 - c1*s2*s3)*c4 - s1*s4)*s5 + (c1*c2*s3 + c1*s2*c3)*c5)*d6 - (-c1*c2*s3 - c1*s2*c3)*d4 + c1*c2*a3 + c1*a2$$

$$J(2,2)=((-s1*c2*s3-s1*s2*c3)*c4*s5+(s1*c2*c3-s1*s2*s3)*c5)*d6-(-s1*c2*c3+s1*s2*s3)*d4-s1*s2*a3$$

$$J(2,3)=((-s1*c2*s3-s1*s2*c3)*c4*s5+(s1*c2*c3-s1*s2*s3)*c5)*d6-(-s1*c2*c3+s1*s2*s3)*d4$$

$$J(2,4)=(-s1*c2*c3+s1*s2*s3)*s4+c1*c4)*s5*d6$$

$$J(2,5)=(((s1*c2*c3-s1*s2*s3)*c4+c1*s4)*c5-(s1*c2*s3+s1*s2*c3)*s5)*d6$$

$$J(2,6)=0.0$$

$$J(3,1)=0.0$$

$$J(3,2)=((s2*s3-c2*c3)*c4*s5+(-s2*c3-c2*s3)*c5)*d6-(s2*c3+c2*s3)*d4-c2*a3$$

$$J(3,3)=((s2*s3-c2*c3)*c4*s5+(-s2*c3-c2*s3)*c5)*d6-(s2*c3+c2*s3)*d4$$

$$J(3,4)=(s2*c3+c2*s3)*s4*s5*d6$$



$$J(3,5) = (-s_2*c_3 - c_2*s_3)*c_4*c_5 - (-s_2*s_3 + c_2*c_3)*s_5*d_6$$

$$J(3,6) = 0.0$$

$$J(4,1) = 0$$

$$J(4,2) = -s_1$$

$$J(4,3) = -s_1$$

$$J(4,4) = c_1*s_2^3$$

$$J(4,5) = -c_1*c_2^3*s_4 - s_1*c_4$$

$$J(4,6) = c_1*(c_2^3*c_4*s_5 + s_2^3*c_5) - s_1*s_4*s_5$$

$$J(5,1) = 0$$

$$J(5,2) = c_1$$

$$J(5,3) = c_1$$



$$J(5,4) = s1*s23$$

$$J(5,5) = -s1*c23*s4 + c1*c4$$

$$J(5,6) = s1*(c23*c4*s5 + s23*c5) + c1*s4*s5$$

$$J(6,1)= 1$$

$$J(6,2)= 0$$

$$J(6,3)= 0$$

$$J(6,4)=c23$$

$$J(6,5)=s23*s4$$

$$J(6,6)=c23*c5 - s23*c4*s5$$



KAWASAKI JS-10 Forward Kinematic equation

$$s11 = (((c1*c2*c3-c1*s2*s3)*c4-s1*s4)*c5-(c1*c2*s3+c1*s2*c3)*s5)*c6$$

$$+((-c1*c2*c3+c1*s2*s3)*s4-s1*c4)*s6$$

$$s12 = -((c1*c2*c3-c1*s2*s3)*c4-s1*s4)*c5+(c1*c2*s3+c1*s2*c3)*s5)*s6$$

$$+((-c1*c2*c3+c1*s2*s3)*s4-s1*c4)*c6$$

$$s13 = ((c1*c2*c3-c1*s2*s3)*c4-s1*s4)*s5+(c1*c2*s3+c1*s2*c3)*c5$$

$$s21 = (((s1*c2*c3-s1*s2*s3)*c4+c1*s4)*c5-(s1*c2*s3+s1*s2*c3)*s5)*c6$$

$$+((-s1*c2*c3+s1*s2*s3)*s4+c1*c4)*s6$$

$$s22 = -((s1*c2*c3-s1*s2*s3)*c4+c1*s4)*c5+(s1*c2*s3+s1*s2*c3)*s5)*s6$$

$$+((-s1*c2*c3+s1*s2*s3)*s4+c1*c4)*c6$$

$$s23 = ((s1*c2*c3-s1*s2*s3)*c4+c1*s4)*s5+(s1*c2*s3+s1*s2*c3)*c5$$

$$s31 = ((-s2*c3-c2*s3)*c4*c5-(-s2*s3+c2*c3)*s5)*c6-(-s2*c3-c2*s3)*s4*s6$$

$$s32 = (-(-s2*c3-c2*s3)*c4*c5+(-s2*s3+c2*c3)*s5)*s6-(-s2*c3-c2*s3)*s4*c6$$

$$s33 = (-s2*c3-c2*s3)*c4*s5+(-s2*s3+c2*c3)*c5$$

$$p1 = -((c1*c2*c3-c1*s2*s3)*c4+s1*s4)*s5+(c1*c2*s3+c1*s2*c3)*c5)*d6$$

$$-(-c1*c2*s3-c1*s2*c3)*d4+c1*c2*a3+c1*a2$$

$$p2 = (-(-(s1*c2*c3-s1*s2*s3)*c4-c1*s4)*s5+(s1*c2*s3+s1*s2*c3)*c5)*d6$$

$$-(-s1*c2*s3-s1*s2*c3)*d4+s1*c2*a3+s1*a2$$

$$p3 = -(s2*c3+c2*s3)*c4*s5+(-s2*s3+c2*c3)*c5)*d6-(s2*s3-c2*c3)*d4-s2*a3+d1$$

KAWASAKI JS-10 Jacobian PSP (Point Subjected to the Potential) $J_{11} \sim J_{66}$

$$J01 = [0] \ 6 \times 6$$

$$J02 =$$

$$J02(1,1)=-s1*a2$$

$$J02(1,2)=0$$

$$J02(1,3)=0$$

$$J02(1,4)=0$$

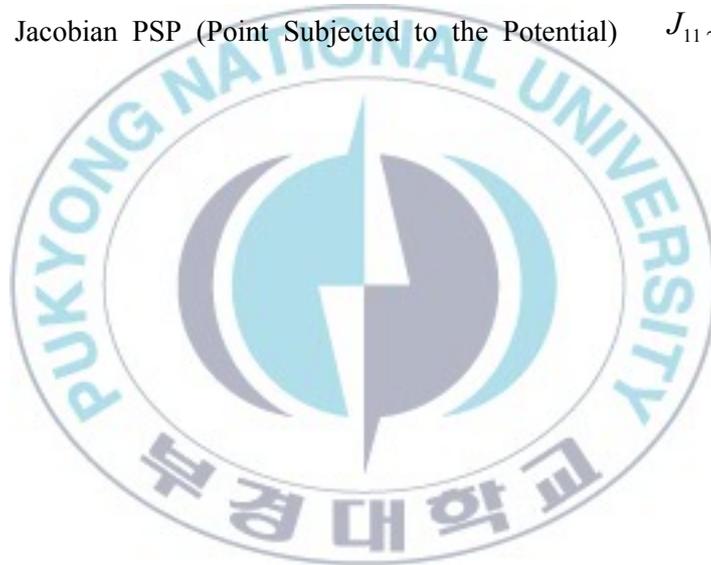
$$J02(1,5)=0$$

$$J02(1,6)=0$$

$$J02(2,1)=c1*a2$$

$$J02(2,2)=0$$

$$J02(2,3)=0$$



$$J02(2,4)=0$$

$$J02(2,5)=0$$

$$J02(2,6)=0$$

$$J02(3,1) \sim J02(3,6)=0$$

$$J02(4,1) \sim J02(6,6)=0$$

$$J03 =$$

$$J03(1,1)=-s1*c2*a3-s1*a2$$

$$J03(1,2)=-c1*s2*a3$$

$$J03(1,3)=0$$

$$J03(1,4)=0$$

$$J03(1,5)=0$$

$$J03(1,6)=0$$

$$J03(2,1)=c1*c2*a3+c1*a2$$

$$J03(2,2)=-s1*s2*a3$$

$$J03(2,3)=0$$

$$J03(2,4)=0$$



$$J03(2,5)=0$$

$$J03(2,6)=0$$

$$J03(3,1)=0$$

$$J03(3,2)=-c2*a3$$

$$J03(3,3)=0$$

$$J03(3,4)=0$$

$$J03(3,5)=0$$

$$J03(3,6)=0$$

$$J03(4,1) \sim J02(6,6)=0$$

$$J04 =$$

$$J04(1,1)=-s1*c2*s3+s1*s2*c3*d4-s1*c2*a3-s1*a2$$

$$J04(1,2)=-c1*s2*s3-c1*c2*c3*d4-c1*s2*a3$$

$$J04(1,3)=-c1*s2*s3-c1*c2*c3*d4$$

$$J04(1,4)=0$$

$$J04(1,5)=0$$

$$J04(1,6)=0$$

$$J04(2,1)=-c1*c2*s3-c1*s2*c3*d4+c1*c2*a3+c1*a2$$



$$J04(2,2) = -(s1*s2*s3 - s1*c2*c3)*d4 - s1*s2*a3$$

$$J04(2,3) = -(s1*s2*s3 - s1*c2*c3)*d4$$

$$J04(2,4) = 0$$

$$J04(2,5) = 0$$

$$J04(2,6) = 0$$

$$J04(3,1) = 0$$

$$J04(3,2) = -(c2*s3 + s2*c3)*d4 - c2*a3$$

$$J04(3,3) = -(c2*s3 + s2*c3)*d4$$

$$J04(3,4) = 0$$

$$J04(3,5) = 0$$

$$J04(3,6) = 0$$

$$J04(4,1) \sim J02(6,6) = 0$$

$$J05 = J04$$



KAWASAKI JS-10 A, B, G matrix

$$A(1,1) = Im1 + I1 + I3*c2*c2 + I7*ss23 + I10*sc23 + I11*s2*c2$$

$$+ I20*(ss5*(ss23*(1+cc4)-1) - 2*s23*c23*c4*s5*c5)$$

$$+ I21*ss23*cc4 + 2*(I5*c2*s23 + I12*c2*c23)$$

$$\begin{aligned}
& + I15*((c23*c4*s5 + s23*c5)*s23) \\
& + I16*c2*(c23*c4*s5 + s23*c5) \\
& \quad + I18*s4*s5 + I22*((c23*c4*s5 + s23*c5)*c23)); \\
A(1,2) &= I4*s2 + I8*c23 + I9*c2 + I13*s23 - I15*c23*s4*s5 \\
& + I16*s2*s4*s5 + I18*(-c23*c5 + s23*c4*s5) \\
& + I19*s23*sc4 + I20*s4*(c23*s5 + s23*c4*c5)*c5 \\
& + I22*s23*s4*s5; \\
A(1,3) &= I8*c23 + I13*s23 - I15*c23*s4*s5 + I19*s23*sc4 \\
& + I18*(-c23*c5 + s23*c4*s5) + I22*s23*s4*s5 \\
& + I20*s4*(c23*s5 + s23*c4*c5)*c5; \\
A(1,4) &= I14*c23 + I15*s23*c4*s5 + I16*c2*c4*s5 \\
& + I18*c23*s4*s5 - I20*(c23*s5 + s23*c4*c5)*s5 \\
& + I22*c23*c4*s5; \\
A(1,5) &= I15*s23*s4*c5 + I16*c2*s4*c5 + I17*s23*s4 \\
& + I18*(-c23*c4*c5 + s23*s5) + I22*c23*s4*c5; \\
A(1,6) &= I23*(c23*c5 - s23*c4*s5); \\
A(2,1) &= A(1,2); \\
A(2,2) &= Im2 + I2 + I6 + I20*ss4*ss5 + I21*ss4 \\
& + 2*(I5*s3 + I12*c3 + I15*c5 \\
& + I16*(s3*c5 + c3*c4*s5) + I22*c4*s5);
\end{aligned}$$

$$A(2,3) = I5*s3 + I6 + I12*c3 + I16*(s3*c5 + c3*c4*s5)$$

$$+ I20*ss4*ss5 + I21*ss4 + 2*(I15*c5 + I22*c4*s5);$$

$$A(2,4) = -I15*s4*s5 - I16*s3*s4*s5 + I20*s4*sc5;$$

$$A(2,5) = I15*c4*c5 + I16*(c3*s5 + s3*c4*c5)$$

$$+ I17*c4 + I22*s5;$$

$$A(2,6) = I23*s4*s5;$$

$$A(3,1) = A(1,3);$$

$$A(3,2) = A(2,3);$$

$$A(3,3) = Im3 + I6 + I20*ss4*ss5 + I21*ss4$$

$$+ 2*(I15*c5 + I22*c4*s5);$$

$$A(3,4) = -I15*s4*s5 + I20*s4*sc5;$$

$$A(3,5) = I15*c4*c5 + I17*c4 + I22*s5;$$

$$A(3,6) = I23*s4*s5;$$

$$A(4,1) = A(1,4);$$

$$A(4,2) = A(2,4);$$

$$A(4,3) = A(3,4);$$

$$A(4,4) = Im4 + I14 - I20*ss5;$$

$$A(4,5) = 0.0;$$

$$A(4,6) = I23*c5;$$



$$A(5,1) = A(1,5);$$

$$A(5,2) = A(2,5);$$

$$A(5,3) = A(3,5);$$

$$A(5,4) = A(4,5);$$

$$A(5,5) = I_{m5} + I_{17};$$

$$A(5,6) = 0.0;$$

$$A(6,1) = A(1,6);$$

$$A(6,2) = A(2,6);$$

$$A(6,3) = A(3,6);$$

$$A(6,4) = A(4,6);$$

$$A(6,5) = A(5,6);$$

$$A(6,6) = I_{m6} + I_{23};$$



$$\begin{aligned}
 B(1,1) = & 2*(-I_3*sc_2 + I_5*c_{223} + I_7*sc_{23} - I_{12}*s_{223}) \\
 & + I_{15}*(2*sc_{23}*c_5 + (1 - 2*ss_{23})*c_4*s_5) \\
 & + I_{16}*(c_2*(c_{23}*c_5 - s_{23}*c_4*s_5) - s_2*(c_{23}*c_4*s_5 + s_{23}*c_5)) + I_{21}*sc_{23}*cc_4 \\
 & + I_{20}*((1 + cc_4)*sc_{23}*ss_5 - (1 - 2*ss_{23})*c_4*sc_5) \\
 & + I_{22}*((1 - 2*ss_{23})*c_5 - 2*s_{23}*c_{23}*c_4*s_5)
 \end{aligned}$$

$$+ I10*(1 - 2*ss23) + I11*(1 - 2*ss2);$$

$$\begin{aligned} B(1,2) = & 2*(I5*c2*c23 + I7*sc23 - I12*c2*s23 \\ & + I15*(2*sc23*c5 + (1 - 2*ss23)*c4*s5) \\ & + I16*c2*(c23*c5 - s23*c4*s5) + I21*sc23*cc4 \\ & + I20*((1 + cc4)*sc23*ss5 - (1 - 2*ss23)*c4*sc5) \\ & + I22*((1 - 2*ss23)*c5 - 2*s23*c23*c4*s5)) \\ & + I10*(1 - 2*ss23); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B(1,3) = & 2*(-I15*s23*c23*s4*s5 - I16*c2*c23*s4*s5 \\ & + I18*c4*s5 - I20*(s23*c4*s5 - c23*c5)*s23*s4*s5 \\ & - I22*c23*c23*s4*s5 - I21*ss23*sc4); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B(1,4) = & 2*(I20*(sc5*(cc4*(1 - cc23) - cc23) \\ & - sc23*c4*(1 - 2*ss5)) - I15*(s23*s5 - c23*c4*c5)*s23 \\ & - I16*c2*(s23*s5 - c23*c4*c5) + I18*s4*c5 \\ & + I22*(c23*(c23*c4*c5 - s23*s5))); \end{aligned}$$

$$B(1,5) = 0.0;$$

$$\begin{aligned} B(1,6) = & 2*(-I8*s23 + I13*c23 + I15*s23*s4*s5 \\ & + I18*(c23*c4*s5 + s23*c5) + I19*c23*sc4 \\ & + I20*s4*(c23*c4*c5 - s23*s5)*c5 \\ & + I22*c23*s4*s5); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B(1,7) = & -I18*2*s23*s4*s5 + I19*s23*(1 - (2*ss4)) \\ & + I20*s23*(1 - 2*ss4*cc5) - I14*s23; \end{aligned}$$

$$B(1,8) = I17*c23*s4 + I18*2*(c23*s5 + s23*c4*c5) \\ + I20*s4*(c23*(1 - 2*ss5) - 2*s23*c4*s5*c5);$$

$$B(1,9) = -I23*(c23*c4*s5 + s23*c5);$$

$$B(1,10) = B(1,7);$$

$$B(1,11) = B(1,8);$$

$$B(1,12) = B(1,9);$$

$$B(1,13) = 2*(I15*s23*c4*c5 + I16*c2*c4*c5 \\ + I18*c23*s4*c5 + I22*c23*c4*c5) + I17*s23*c4 \\ - I20*(s23*c4*(1 - 2*ss5) + 2*c23*sc5);$$

$$B(1,14) = I23*s23*s4*s5;$$

$$B(1,15) = -I23*(c23*s5 + s23*c4*c5);$$

$$B(2,1) = 0.0;$$

$$B(2,2) = 0.0;$$

$$B(2,3) = I14*s23 + I19*s23*(1 - (2*ss4)) \\ + 2*(-I15*c23*c4*s5 + I16*s2*c4*s5 \\ + I20*(s23*(cc5*cc4 - 0.5) + c23*c4*s5*c5) \\ + I22*s23*c4*s5);$$

$$B(2,4) = 2*(-I15*c23*s4*c5 + I22*s23*s4*c5 \\ + I16*s2*s4*c5) - I17*c23*s4 \\ + I20*(c23*s4*(1 - 2*ss5) - 2*s23*s4*s5*c4*c5);$$

$$B(2,5) = -B(1,9);$$

$$B(2,6) = 2*(-I12*s3 + I5*c3 + I16*(c3*c5 - s3*c4*s5));$$

$$B(2,7) = 2*(-I16*c3*s4*s5 + I20*sc4*ss5 \\ + I21*sc4 - I22*s4*s5);$$

$$B(2,8) = 2*(-I15*s5 + I16*(c3*c4*c5 - s3*s5) \\ + I20*ss4*sc5 + I22*c4*c5);$$

$$B(2,9) = 0.0;$$

$$B(2,10) = B(2,7);$$

$$B(2,11) = B(2,8);$$

$$B(2,12) = 0.0;$$

$$B(2,13) = 2*(-I15*s4*c5 - I16*s3*s4*c5) \\ + I17*s4 + I20*s4*(1 - 2*ss5);$$

$$B(2,14) = I23*c4*s5;$$

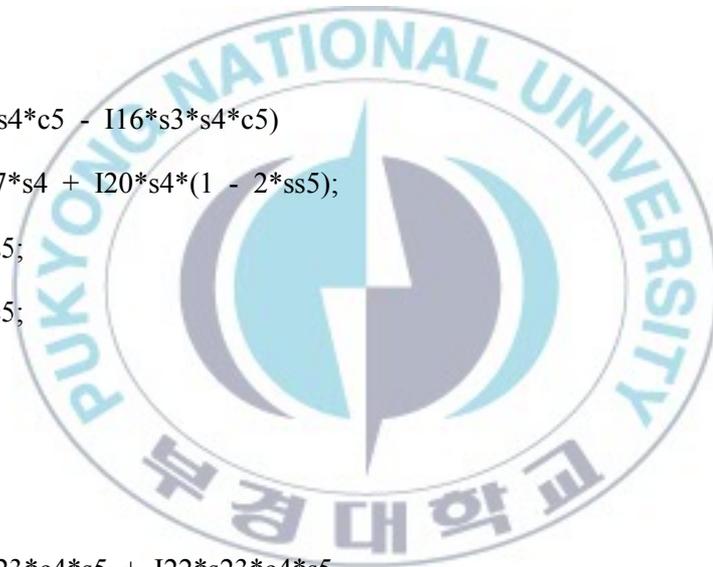
$$B(2,15) = I23*s4*c5;$$

$$B(3,1) = 0.0;$$

$$B(3,2) = 0.0;$$

$$B(3,3) = 2*(-I15*c23*c4*s5 + I22*s23*c4*s5 \\ + I20*(s23*(cc5*cc4 - 0.5) + c23*c4*s5*c5)) \\ + I14*s23 + I19*s23*(1 - (2*ss4));$$

$$B(3,4) = 2*(-I15*c23*s4*c5 + I22*s23*s4*c5)$$



$$\begin{aligned}
& - I17*c23*s4 \\
& + I20*s4*(c23*(1 - 2*ss5) - 2*s23*c4*s5*c5);
\end{aligned}$$

$$B(3,5) = -B(1,12);$$

$$B(3,6) = 0.0;$$

$$B(3,7) = 2*(I20*sc4*ss5 + I21*sc4 - I22*s4*s5);$$

$$B(3,8) = 2*(-I15*s5 + I20*ss4*sc5 + I22*c4*c5);$$

$$B(3,9) = 0.0;$$

$$B(3,10) = B(3,7);$$

$$B(3,11) = B(3,8);$$

$$B(3,12) = 0.0;$$

$$B(3,13) = -I15*2*s4*c5 - I17*s4 + I20*s4*(1 - 2*ss5);$$

$$B(3,14) = B(2,14);$$

$$B(3,15) = B(2,15);$$

$$B(4,1) = -B(2,3);$$

$$B(4,2) = -B(3,3);$$

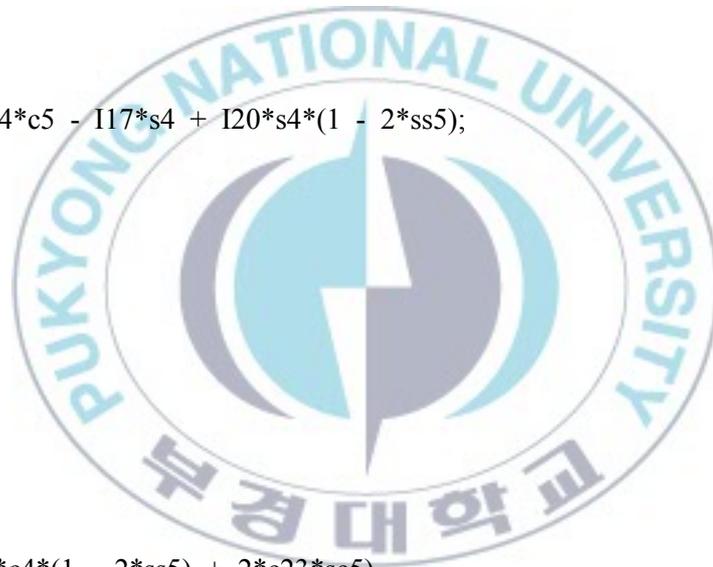
$$B(4,3) = 0.0;$$

$$B(4,4) = -I20*(s23*c4*(1 - 2*ss5) + 2*c23*sc5)$$

$$- I17*s23*c4;$$

$$B(4,5) = -B(1,14);$$

$$B(4,6) = -B(3,7);$$



$$B(4,7) = 0.0;$$

$$B(4,8) = I17*s4 + I20*s4*(1 - 2*ss5);$$

$$B(4,9) = -B(2,14);$$

$$B(4,10) = 0.0;$$

$$B(4,11) = B(4,8);$$

$$B(4,12) = -B(3,14);$$

$$B(4,13) = -I20*2*sc5;$$

$$B(4,14) = 0.0;$$

$$B(4,15) = -I23*s5;$$

$$B(5,1) = -B(2,4);$$

$$B(5,2) = -B(3,4);$$

$$B(5,3) = -B(4,4);$$

$$B(5,4) = 0.0;$$

$$B(5,5) = -B(1,15);$$

$$B(5,6) = -B(3,8);$$

$$B(5,7) = -B(4,8);$$

$$B(5,8) = 0.0;$$

$$B(5,9) = -B(2,15);$$

$$B(5,10) = B(5,7);$$

$$B(5,11) = 0.0;$$



$$B(5,12) = -B(3,15);$$

$$B(5,13) = 0.0;$$

$$B(5,14) = -B(4,15);$$

$$B(5,15) = 0.0;$$

$$B(6,1) = B(1,9);$$

$$B(6,2) = B(1,12);$$

$$B(6,3) = B(1,14);$$

$$B(6,4) = B(1,15);$$

$$B(6,5) = 0.0;$$

$$B(6,6) = 0.0;$$

$$B(6,7) = B(2,14);$$

$$B(6,8) = B(2,15);$$

$$B(6,9) = 0.0;$$

$$B(6,10) = B(6,7);$$

$$B(6,11) = B(6,8);$$

$$B(6,12) = 0.0;$$

$$B(6,13) = B(4,15);$$

$$B(6,14) = 0.0;$$

$$B(6,15) = 0.0;$$



$$C(1,1) = 0.0;$$

$$\begin{aligned} C(1,2) = & I4*c2 - I8*s23 - I9*s2 + I13*c23 \\ & + I15*s23*s4*s5 + I16*c2*s4*s5 \\ & + I18*(c23*c4*s5 + s23*c5) + I19*c23*sc4 \\ & + I20*s4*(c23*c4*c5 - s23*s5)*c5 \\ & + I22*c23*s4*s5; \end{aligned}$$

$$C(1,3) = 0.5*B(1,6);$$

$$\begin{aligned} C(1,4) = & -I15*s23*s4*s5 - I16*c2*s4*s5 \\ & + I18*c23*c4*s5 + I20*s23*s4*s5*c5 \\ & - I22*c23*s4*s5; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C(1,5) = & -I15*s23*s4*s5 - I16*c2*s4*s5 \\ & + I18*(c23*c4*s5 + s23*c5) - I22*c23*c4*s5; \end{aligned}$$

$$C(1,6) = 0.0;$$

$$C(2,1) = -0.5*B(1,1);$$

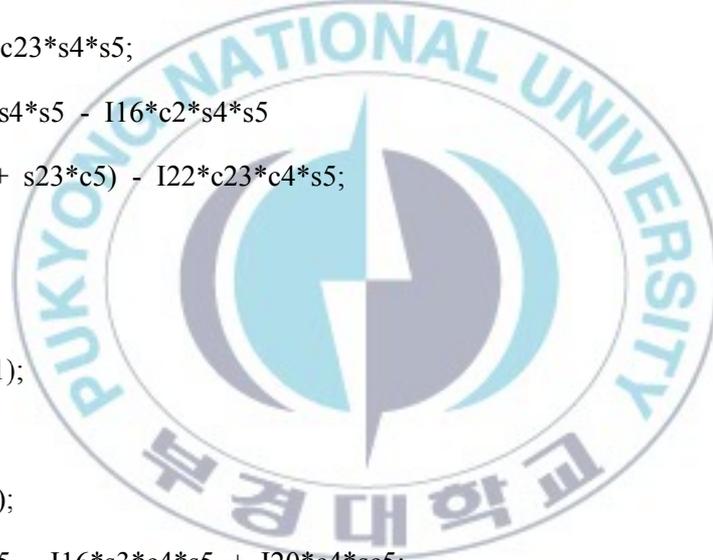
$$C(2,2) = 0.0;$$

$$C(2,3) = 0.5*B(2,6);$$

$$C(2,4) = -I15*c4*s5 - I16*s3*c4*s5 + I20*c4*sc5;$$

$$\begin{aligned} C(2,5) = & -I15*c4*s5 + I16*(c3*c5 - s3*c4*s5) \\ & + I22*c5; \end{aligned}$$

$$C(2,6) = 0.0;$$



$$C(3,1) = -0.5*B(1,2);$$

$$C(3,2) = -C(2,3);$$

$$C(3,3) = 0.0;$$

$$C(3,4) = -I15*c4*s5 + I20*c4*sc5;$$

$$C(3,5) = -I15*c4*s5 + I22*c5;$$

$$C(3,6) = 0.0;$$

$$C(4,1) = -0.5*B(1,3);$$

$$C(4,2) = -0.5*B(2,7);$$

$$C(4,3) = 0.5*B(4,6);$$

$$C(4,4) = 0.0;$$

$$C(4,5) = 0.0;$$

$$C(4,6) = 0.0;$$

$$C(5,1) = -0.5*B(1,4);$$

$$C(5,2) = -0.5*B(2,8);$$

$$C(5,3) = 0.5*B(5,6);$$

$$C(5,4) = -0.5*B(4,13);$$

$$C(5,5) = 0.0;$$

$$C(5,6) = 0.0;$$



$$C(6,1) = 0.0;$$

$$C(6,2) = 0.0;$$

$$C(6,3) = 0.0;$$

$$C(6,4) = 0.0;$$

$$C(6,5) = 0.0;$$

$$C(6,6) = 0.0;$$

$$\#define \text{g1} \ -37.2$$

$$\#define \text{g2} \ -8.44$$

$$\#define \text{g3} \ 1.02$$

$$\#define \text{g4} \ 2.49\text{e-}1$$

$$\#define \text{g5} \ -2.82\text{e-}2$$

$$G(1) = 0.0;$$

$$G(2) = \text{g1} * c^2 + \text{g2} * s^2^3 + \text{g3} * s^2 + \text{g4} * c^2^3 + \text{g5} * (c^2^3 * c^4 * s^5 + s^2^3 * c^5);$$

$$G(3) = \text{g2} * s^2^3 + \text{g4} * c^2^3 + \text{g5} * (c^2^3 * c^4 * s^5 + s^2^3 * c^5);$$

$$G(4) = -\text{g5} * s^2^3 * s^4 * s^5;$$

$$G(5) = \text{g5} * (c^2^3 * s^5 + s^2^3 * c^4 * c^5);$$

$$G(6) = 0.0;$$



감사의 글

항상 부족함을 채워 주시고 칭찬과 질책을 아끼지 않고 이끌어 주신 안두성 교수님께 먼저 깊은 감사를 드립니다. 어려운 마무리를 잘 할 수 있도록 도움을 주신 백운경 교수님과 강근택 교수님께도 진심으로 감사를 드립니다.

많이 모자란 후배를 좋은 길로 안내 해주신 박지영 선배님, 프로그램에 대해서 많은 도움을 주신 전상욱 선배님, 격려와 학업에 많은 도움을 주신 김정수 선배님, 석사 생활에 작 적응할 수 있도록 지도해주신 최규중, 오재호, 홍창우 선배님, 먼저 사회에 나가서 우리들의 가능성을 보여준 민구, 종욱, 성현, 동진이에게 감사의 말을 전합니다. 힘들고 지칠 때 곁에서 따뜻한 격려를 해주신 부장님과 만석이, 밋지 않은 투정을 하던 우리 아미에게 감사의 말을 전하고 싶습니다. 연구하고 싶은 일을 계획적으로 하지 못해서 많은 아쉬움이 남지만 고마운 분들의 도움으로 이렇게 마무리를 할 수 있게 되었습니다.

마지막으로, 항상 나를 믿고 사랑해주는 가족들에게 이 논문을 바치며, 못난 아들을 챙겨주시고자 멀리서 고생하시는 어머니, 아버지 사랑합니다.

2011년 01월

박 근 현 올림