



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

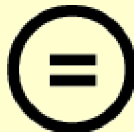
다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공 학 석 사 학 위 논 문

이론도립진자의 안정화를 위한
연구



2011 년 2 월

부 경 대 학 교 대 학 원

메카트로닉스 협동과정

김 대 환

공 학 석 사 학 위 논 문

이륜도립진자의 안정화를 위한
연구

지도교수 정 영 석

이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함.



2011 년 2 월

부 경 대 학 교 대 학 원

메카트로닉스 협동과정

김 대 환

김대환의 공학석사 학위논문을 인준함.

2011년 2월



주 심 공학박사 권 순 재 (인)

위 원 공학박사 정 영 석 (인)

위 원 공학박사 강 인 필 (인)

목 차

목 차	i
Abstract	iii
제 1 장 서 론	1
1.1 연구 배경 및 동기	1
1.2 연구 목적 및 방법	7
1.3 연구 내용 및 범위	9
제 2 장 이륜도립진자 시스템의 구성 및 모델링	10
2.1 이륜도립진자 시스템의 구성	10
2.2 이륜도립진자 제어시스템의 구성	12
2.3 기울기 센서(inclinometer)의 특성	14
2.4 운동학적 모델링	15
2.4.1 운동학적 모델링	15
2.5 동역학적 모델링	17
2.5.1 수평면 동역학적 모델링	17
제 3 장 제어기 설계	25
제 4 장 시뮬레이션 및 실험결과	27
제 5 장 결론	34
References	36

Publications and Conferences	44
부 록	45
부 록 A	45
부 록 B	50
부 록 C	53
부 록 D	56



A Study on Stabilization of Two-Wheeled Inverted Pendulum

Dae Hwan Kim

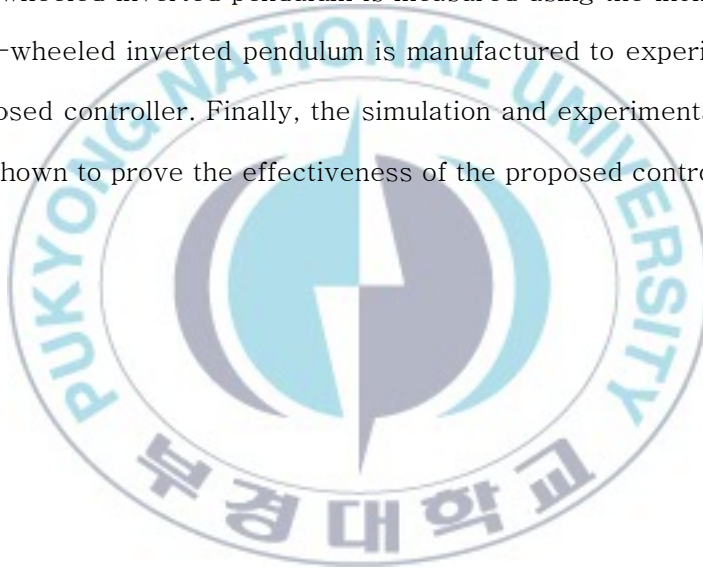
Dept. of Interdisciplinary Program of Mechatronics Engineering

The Graduate School, Pukyong National University

Abstract

This thesis presents a controller using PID method for two-wheeled inverted pendulum to be stabilized. It also presents development results of two-wheeled inverted pendulum as follows: Two-wheeled inverted pendulum is composed of an inverted pendulum and a chassis with two coaxial wheels. Kinematic modeling and dynamic modeling based on Lagrange equation are presented for two-wheeled inverted pendulum. Based on the kinematic modeling, first PID controller is proposed to stabilize the two-wheeled inverted pendulum based on inclined angle error between reference angle and real angle of the two-wheeled inverted pendulum. The first PID controller generates desired angular velocities of the two-wheeled inverted pendulum to be stabilized. Based on errors between the desired angular velocities and real angular velocities of two wheels of the two-wheeled inverted pendulum, second PID

controller is proposed. The second PID controller makes torques as inputs of dynamic modeling, and track angular velocities of the two-wheeled inverted pendulum to the desired angular velocities. A control system to implement the designed controller is developed based on TMS320F28335 microcontroller. To obtain information of two-wheeled inverted pendulum state variables, the following sensors are used: encoder and inclinometer sensor. The angle of the two-wheeled inverted pendulum is measured using the inclinometer. Two-wheeled inverted pendulum is manufactured to experiment the proposed controller. Finally, the simulation and experimental results are shown to prove the effectiveness of the proposed controllers.



제 1 장 서 론

1.1 연구 배경 및 동기

산업용 로봇, 2족 보행로봇, 캐터필러형 로봇 등 이동성이 중요한 로봇이 주어진 동작을 정확히 수행하기 위해서는 액추에이터의 정밀한 동작을 요구한다. 이 액추에이터의 정확한 동작을 위해서 제어의 개념이 필요하게 된다. 제어란 어떤 시스템에서 입력신호를 잘 설계하여 출력신호가 원하는 특성을 따라가도록 하는 것을 말한다. 제어공학은 산업혁명의 원동력이 된 증기기관의 속도조절에 쓰이면서 주목받기 시작하였고, 현대 산업과 문명의 발전으로 인해 각종 공정과 시스템들이 고도화되고 대형화됨에 따라 제어공학의 필요성은 더욱 높아지고 있다. 제어는 우주 비행체 시스템, 미사일 유도 시스템, 로봇 시스템 등 공학과 과학의 발전에서 중요한 역할을 해오고 있다. 오늘날 시스템은 사용자의 요구에 따라 더욱 복잡해지고 동시에 시스템의 비선형적인 요소가 증가함에 따라 사용되는 제어 기법이 점점 어려워지고 있다. 이러한 비선형적 요소가 많은 시스템의 대표적인 예로 이륜도립진자 시스템을 이야기할 수 있다. 도립진자 시스템은 미사일 제어, 크레인 제어 및 2족 보행 로봇의 자세제어 등의 기본이 되는 비선형 시스템의 대표적인

예로서, 현재 산업 전반에 수행되고 있는 위치 및 자세 제어 분야의 다양한 시스템에 응용 가능한 시스템이다. 실제로 도립진자 시스템은 제어이론을 입증하는 데 이용되고 있으며, 여러 가지 제어 시스템의 효율성을 입증시켜 주는데 넓게 사용되어지고 있다. 도립진자 시스템은 1965년 Kapitza가 로켓 발사대를 안정화시킬 목적으로 연구를 시작한 이후, 고전제어 기법에서부터 최적제어기법에 이르기까지 다양한 제어 기법들이 적용되어 왔으며[1], PID[2], LQR(Linear Quadratic Regulator)[3], 극점 재배치 제어기[4] 등을 이용한 연구들이 진행 되었고, 영국의 R.F. Harrison은 (NLQR)을 이용한 시뮬레이션 결과를 LQR 의 결과와 비교하기도 하였다[5].

기후변화에 대한 감수성과 경각심이 높아지고 있는 이때 보다 친환경적이고 저비용이면서 유연하고 쉽게 탈수 있는 이동수단에 대해서 최근 관심이 높다. Fig. 1.1은 유럽에서 대중교통수단으로 제안되어 개발되고 있는 GM사와 PUMA사가 공동개발한 Segway이다. 이것은 이륜도립진자형의 두 개의 바퀴를 가지고 있어 차량의 접근이 제한된 도심의 좁은 거리를 빠르게 이동할 수 있다. 작은 크기와 줄어든 중량은 연료의 효율성을 향상시킬 수 있으나 개발 비용과 유지 보수 고가 등의 문제점을 가지고 있다[34].



Fig. 1.1 GM-Segway PUMA

대중교통수단이 아닌 개인용 이동 수단을 살펴보면, Dean Kamen에 의해 발명된 Fig. 1.2와 같은 SEGWAY가 있다. 최근 이것은 플랫폼 위에 서 있는 사람을 두 개의 바퀴로 균형을 유지하고 좁은 공간에서 안정적인 주행이 가능하다. 조종 손잡이를 가지고 있어 좌우로 방향 전환이 가능하고 제자리에서 360° 회전이 가능하다. SEGWAY의 기울기를 측정하기 위해서 다수의 자이로 센서와 기울기 센서로 구성되어 있다. 전체 시스템에서는 단지 3개의 자이로 센서만 사용하고 나머지 다른 센서들은 안전예방용으로 포함되어 있다.



Fig. 1.2 SEGWAY

하지만 SEGWAY의 기울기 측정에 사용되는 매우 고가의 자이로 센서와 기울기 센서를 사용하므로 일반적으로 사용하기에는 큰 제약이 따르므로 이에 신경망 제어기를 사용하여 저가의 자이로 센서의 성능을 향상시키는 것에 대한 연구가 이루어졌다. 또한 자이로 센서는 시간이 지남에 따라 발생하는 누적오차로 정확한 기울기 측정에 어렵게 된다. 따라서 이러한 문제를 개선하기 위해서 자이로 센서의 누적오차 보상에 관한 연구가 절실히 요구된다.

이론도립진자의 주된 목적인 안정화에 대한 몇몇의 연구와 제어기법이 소개되었다. 1988년 Q. Feng 등은 극점 배치법과 최적제어기법을 비교하여 도립진자의 안정화에 대한 시뮬레이션 결과를 발표하였다[4]. 그러나 이 결과는 시스템의 상태가 평형점 주위의 미소 변위에서 선형화된 근사 모델에 대해서만 성립되며, 시스템의 상태가 평형점에서 벗어나면 불안정한 상태인 단점을 가지고 있으므로, 비선형성을 고려한 제어가 요구된다. 1989년 Yamafuji와 Kawamura는 1 자유도의 모델을 세우고 자세각에만 초점을 두어 Routh-Hurwitz 안정성에 기반을 두고 실험을 수행하였다[32]. 1997년, Ha와 Yuta 등은, 몸체의 양 쪽에 구동 바퀴를 두고 이외의 다른 보조 바퀴를 두지 않고, 상대적으로 빠른 속력으로 주행하고 자세를 유지하며 평면상을 자율 주행하는 결과를 보였다[33]. 2000년 Segway에서는 사람 운송장치(human transporter)를 개발하였고, 타고 있는 사람의 무게 중심 이동과 핸들 바의 수동적인 동작으로 제어를 통해 구동하였다[34]. Segway는 시스템의 자세각 제어에 대해 PID 제어기를 이용하였고, 기계의 구조적인 형상에서 Ha나 다른 연구자들이 개발한 로봇과 비슷한 형상을 하고 있으나 사람의 제어 능력을 이용한다는 점에서 차이가 많다고 볼수 있다. 2002년 F. Grasser 등은 JOE라는 도립진자를 만들었다[11]. 이것은 각 바퀴에 기어박스가 연결된 DC 모터로 구동되는 대차와 도립진자로 구성되어 있다. 도립진자 시스템의 균형을 유지하기 위한 여러가지 센서를 기반으로 하여 선형화된 모델을 제어하게 된다. 이전까지의 다른 연구가 간략화된 1차원적인 모델을 많이 사용하였던 것에 비하여, 그들은 보다 향상된

수학적 모델을 사용하여 동역학을 기술하였다. 2007년 S. Y. Seo 등은 도립진자의 자세 제어에 대하여 기구학적으로 불안정한 도립진자 시스템의 제어이득 결정을 위하여 LQR(Linear Quadratic Regulator) 제어를 선택하였다[3]. 이러한 선형제어들은 이론적으로 제어기의 구조가 복잡하지 않아 널리 사용된다[6-29]. 그러나 시스템에 불확실성이나 외란이 발생할 경우, 제어기가 만족할 만한 성능을 발휘하지 못할 수가 있다. 따라서 도립진자의 불확실성과 외란이 발생할 경우, 안정성을 가지는 강인한 제어기법이 요구된다. 1998년 J. Ackermann등은 Ackermann공식을 기반으로 한 슬라이딩모드 제어를 설계하고 제어기 성능을 시뮬레이션 결과로만 증명하였다[24]. 2007년 M. T. Kang은 모터의 회로방정식을 이륜도립진자의 역학적 운동방정식과 결부한 동력학적 모델링 식을 제안하였고, 이 모델링에 기반을 두어 Ackermann 공식을 이용한 슬라이딩 모드 제어를 설계하고 제어기 성능을 시뮬레이션과 실험 결과로 증명하였다[20].

하지만 상기의 연구들은 이륜도립진자의 안정성 및 자율이동을 목적으로 하였으며 이륜도립진자의 경로추적에 대한 연구는 미비한 실정이다. 따라서 이륜도립진자의 경로추적에 대한 연구가 절실히 필요하다.

1.2 연구 목적 및 방법

최근에 개인 이동 수단으로 많이 이용되는 이륜도립진자는 주행이나 방향 전환 시 수평면에서 다양한 환경조건에서 항상 몸체의 안정성을 확보하기 위해 자율적인 제어가 가능하여야 한다.

본 연구의 목적은 안정화되는 이륜도립진자를 개발하는 것이다. 이를 위해 몸체의 균형 유지를 위해 제어기를 설계하며 이륜도립진자 몸체의 기울기 측정을 위하여 기울기 센서를 사용한다. 제안된 제어기의 성능과 유효성을 검증하기 시뮬레이션과 실험결과를 제시한다.

본 연구의 내용을 다음과 같이 요약한다.

첫째, 이륜도립진자의 구성에 대해 서술한다. 이륜도립진자는 몸체와 동일한 축에 배치된 두 개의 구동바퀴로 구성되어 있다. 이륜도립진자가 수직방향으로 안정화 되고 직선주행 및 회전이 가능하게 하기 위해서 2 개의 모터가 양쪽 바퀴를 구동하게 된다.

둘째, 수평면에 대한 이륜도립진자의 운동학적 모델링과 동역학적 모델링을 제시한다.

셋째, 이륜도립진자의 모델링을 바탕으로 이륜도립진자를 안정화시키기 위한 제어기를 제안한다.

넷째, 설계된 제어기를 구현하기 위한 제어시스템은 TMS320F28335를 기반으로 개발한다. 또한 본 연구의 실험을 위한 이륜도립진자를 제작한다. 이륜도립진자의 위치 및 선속도

는 모터에 부착된 엔코더와 기울기 센서를 사용하고, 이를 적용하여 기울기를 측정한다.

다섯째, 제어기의 유효성을 검증하기 위해 시뮬레이션과 실험 결과를 제시한다.

마지막으로, 본 연구의 결론 및 향후 연구에 대하여 기술한다.



1.3 연구 내용 및 범위

수평면에서 몸체 균형 유지와 경로추적 가능한 이륜도립진자를 모델링하고 이를 제어하기 위한 PID 제어기를 제안하며 시뮬레이션 및 실험을 통해 그 타당성을 검증한다. 본 논문의 구성은 다음과 같이 이루어진다.

제1장: 서론 부분으로 도립진자를 이용한 종래의 연구결과와 연구동향을 살펴보고, 본 연구의 필요성과 목적을 제시하며, 연구목적을 달성하기 위한 방법, 본 연구의 구성 및 내용에 개략적으로 제시한다.

제2장: 이륜도립진자의 구성과 운동학적 모델링과 동역학적 모델링을 제시한다.

제3장: 이륜도립진자의 모델링을 바탕으로 안정화 시키는 제어기 설계에 대해 기술한다.

제4장: 제어기의 유효성을 검증하기 위해 시뮬레이션과 실험 결과를 제시한다.

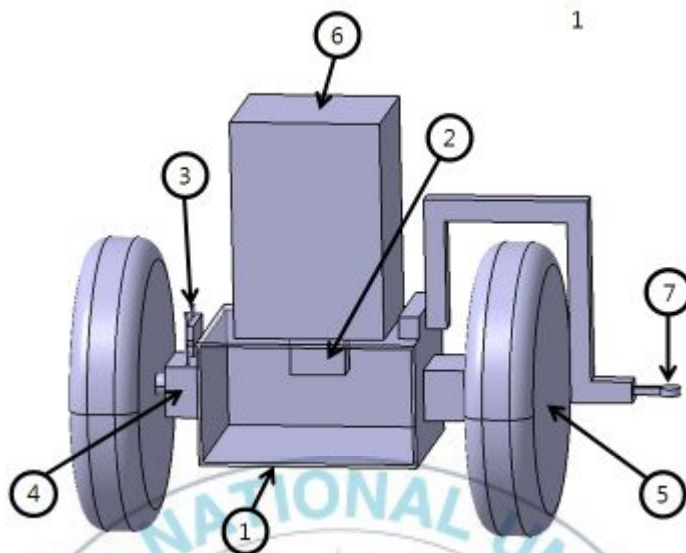
제5장: 본 연구의 결론 및 향후 연구에 대하여 기술한다.

제 2 장 이륜도립진자 시스템의 구성 및 모델링

본 장에서는 이륜도립진자의 시스템 구성을 서술하고, 또한 수평면에서 이륜도립진자의 안정화를 하기 위한 운동학적 모델링과 동력학적 모델링을 제시한다.

2.1 이륜도립진자 시스템의 구성

본 연구에 사용된 이륜도립진자의 구성은 Fig. 2.1과 같다. 이륜도립진자는 몸체, 구동바퀴, 제어시스템과 센서들로 구성되어 있다. 제어시스템 및 기울기센서 (inclinometer)가 대차의 윗면에 설치된다. 2개의 구동바퀴들이 대차의 좌우에 설치되어 DC모터에 의해 구동되며 이륜도립진자 의 균형유지하도록 한다. 각각의 모터에는 엔코더가 부착되어 몸체의 이동거리와 바퀴의 회전속도를 측정하게 된다. 이륜도립 진자를 제어하기 위한 제어시스템은 마이크로프로세서 DSP TMS320F28335를 사용한다. 그리고 본 연구에 개발된 실제 이륜도립진자를 Fig. 2.2에 나타낸다.



① Platform	② DSP TMS320F28335
③ Inclinometer	④ Motor & Encoder
⑤ Wheel	⑥ Chassis
⑦ Touch sensor	

Fig. 2.1 Configuration of Mobile Inverted Pendulum



Fig. 2.2 Mobile Inverted Pendulum

2.2 이륜도립진자 제어시스템의 구성

이륜도립진자를 제어하기 위한 제어시스템의 구성도는 Fig. 2.3과 같다.

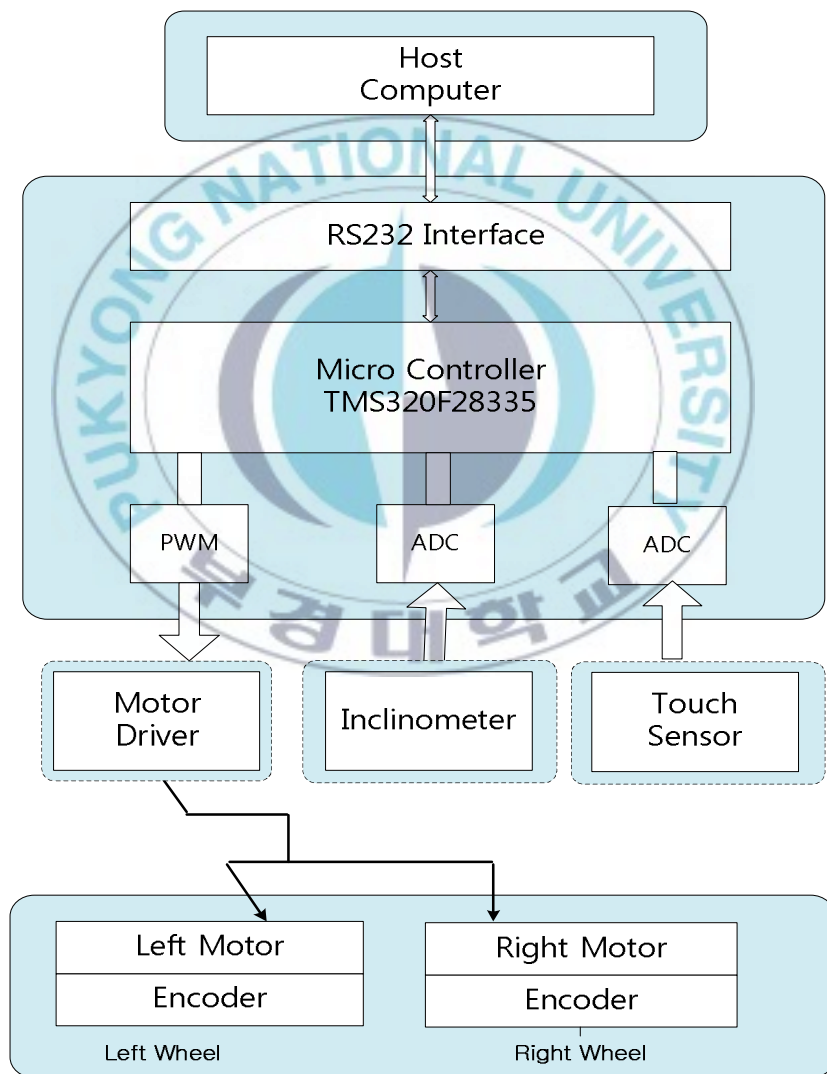


Fig. 2.3 Configuration of Control System

이 제어시스템은 호스트 컴퓨터부, 마이크로 컨트롤러부, 액츄에이터 드라이버부, 기울기 센서부, 터치 센서부, 그리고 액츄에이터부로 구성된다. 호스트 컴퓨터는 RS232 시리얼 통신을 이용하여 이륜도립진자의 수동조작을 위한 명령 전달과 데이터수집을 하고, 마이크로 컨트롤러부는 DSP TMS320F28335를 사용하여 모터에 부착된 엔코더와 센서부의 신호를 계속적으로 입력을 받아 제어 연산을 수행한 후 PWM 제어 신호를 액츄에이터 드라이버부에 출력한다. 액츄에이터부는 좌우DC모터 2개로 구성되고 좌우바퀴를 구동한다. 센서부는 기울기 센서, 터치 센서로 구성되어 있고, 센서 신호를 마이크로 컨트롤러에 전송하여 몸체의 기울기를 구하는 데 사용된다. Fig. 2.4는 본 연구를 위해 개발된 실제 제어시스템을 나타낸다.

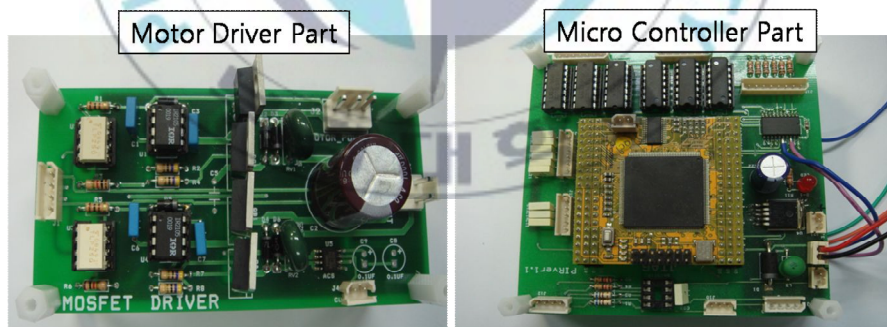


Fig. 2.4 Control system

2.3 기울기 센서(inclinometer)의 특성

본 절에서는 이륜도립진자의 몸체 기울기와 회전 각속도 (angular velocity)를 검출하는 기울기 센서(inclinometer) 특성을 기술한다. 기울기 센서는 회전하는 물체의 초당 각속도(angular velocity)를 측정하는 센서로서 이러한 각속도(angular velocity) 데이터를 마이크로컨트롤러를 통하여 적분 연산한 후 원하는 기울기 각을 얻을 수 있다. 본 연구의 적용된 기울기 센서는 Fig. 2.5와 같다.



Fig. 2.5 Inclinometer Sensor

기울기 센서의 제품의 정격은 Table 2.1과 같다.

Table 2.1 Inclinometer Sensor's Specifications

특 성	범 위
공급전압	$DC\ 12V$
출력	$0 \sim 10V$
측정 각 범위	$-60^{\circ} \sim 60^{\circ}$

2.4 운동학적 모델링

이 절에서는 수평면에 대한 이륜도립진자의 직선운동을 위한 운동학적 모델링을 제시한다.

2.4.1 운동학적 모델링

Fig. 2.6은 수평면 위를 주행하는 이륜도립진자의 운동학적 모델링을 위한 좌표계로 표현한 것이다. 좌표계 $X-O-Y$ 는 전체 좌표를 나타내며 $x-y$ 는 이륜도립진자의 운동좌표계를 나타내며 COG는 이륜도립진자의 무게중심(center of gravity)를 나타낸다.

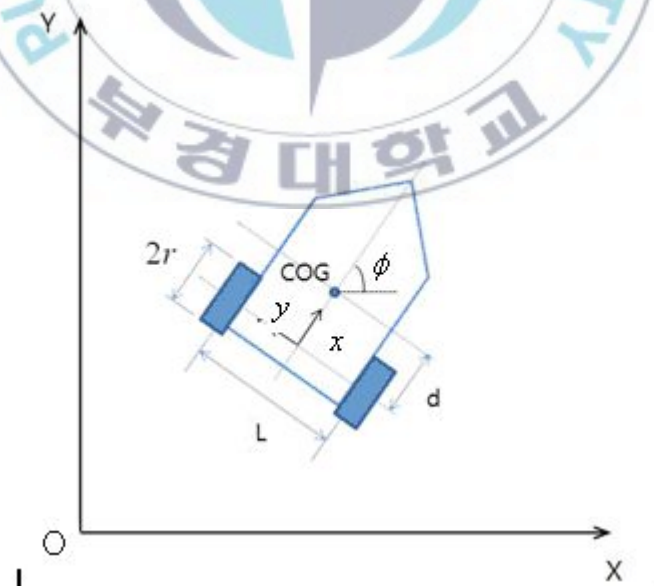


Fig. 2.6 Coordinates of two wheeled inverted pendulum

Fig. 2.6 에서 보면 r 은 바퀴의 반지름, L 은 바퀴 사이의 거리, d 는 L 바퀴 중심축에서 COG 까지, v 는 이륜도립진자의 속도, ϕ 는 이륜도립진자의 회전 각도를 나타낸다.

먼저 이륜도립진자의 속도 v 와 각속도 ω 를 좌우바퀴의 선속도와와의 관계식을 구하면 다음과 같다.

$$v = \frac{v_R + v_L}{2} \quad (2.1)$$

$$\omega = \frac{v_R - v_L}{L} \quad (2.2)$$

$$\omega = \dot{\phi} \quad (2.3)$$

여기서 $v_L = \omega_L r$, $v_R = \omega_R r$ 는 각각 좌우 바퀴의 선속도이며, ω_L 과 ω_R 은 각각 좌우 바퀴의 회전 각속도이다.

$d=0$ 일 경우 이륜도립진자의 속도 v 를 이용하여 x, y 축 상의 이륜도립 진자의 속도를 구하면 다음과 같다.

$$\dot{x} = v \cos \phi \quad (2.4)$$

$$\dot{y} = v \sin \phi \quad (2.5)$$

위의 식 (2.1)-(2.5)를 정리하면 이륜도립진자의 x, y 에서의 속도는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 \\ \sin \phi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

위의 식(2.6)에서 이륜도립진자의 무게 중심에서의 속도를 구하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} & \frac{r}{2} \\ \frac{r}{L} & -\frac{r}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_R \\ \omega_L \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

식 (2.6)와 (2.7)을 정리하면 다음과 같이 이륜도립진자의 운동학적 운동방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} \cos \phi & \frac{r}{2} \cos \phi \\ \frac{r}{2} \sin \phi & \frac{r}{2} \sin \phi \\ \frac{r}{L} & -\frac{r}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_R \\ \omega_L \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

2.5 동역학적 모델링

2.5.1 수평면 동력학적 모델링

이륜도립진자의 동역학적 운동방정식은 위치에너지와 운동에너지에 의해 구할 수 있다. 이륜도립진자의 좌표계는 Fig. 2.7와 같이 구할 수 있다.

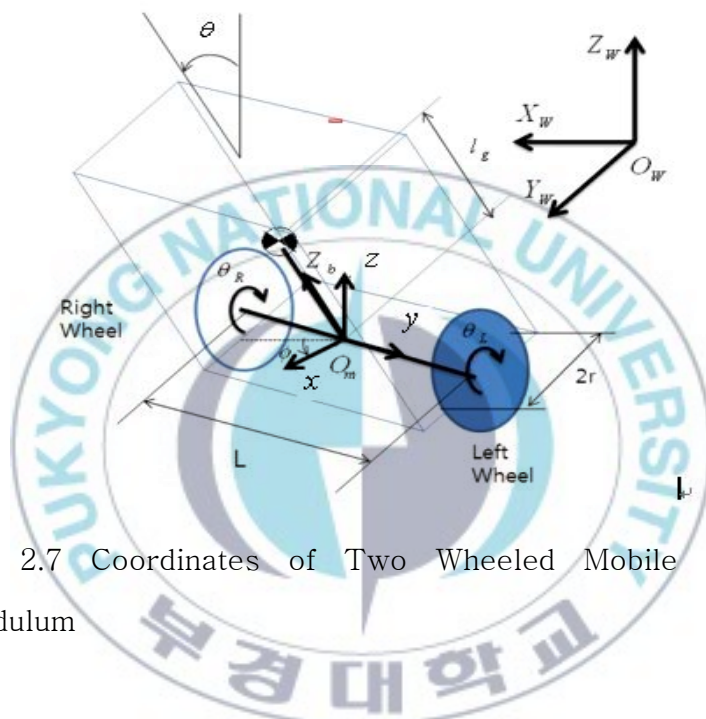


Fig. 2.7 Coordinates of Two Wheeled Mobile Inverted Pendulum

Table 2.2은 이륜도립진자의 모델링을 위한 매개변수들을 표시한 것이다.

Table 2.2 Parameters Used for Two-wheeled Inverted Pendulum

Parameter	Description
θ_R, θ_L [rad]	바퀴의 회전각

$x, y \text{ [m]}$	이륜도립진자의 위치
$\phi \text{ [rad]}$	이륜도립진자의 방향각
$\theta \text{ [m]}$	이륜도립진자의 기울어진 각
$M_g, M_w \text{ [kg]}$	몸체와 바퀴의 질량
$l_g \text{ [m]}$	바퀴 축과 무게중심 사이의 거리
$L \text{ [m]}$	두 바퀴 사이의 거리
$r \text{ [m]}$	바퀴의 반지름
$I_g \text{ [kgm}^2\text{]}$	몸체의 관성질량 모멘트
$I_{wa}, I_{wd} \text{ [kgm}^2\text{]}$	바퀴 축 및 수직방향 관성질량 모멘트
$I_{ra}, I_{rd} \text{ [kgm}^2\text{]}$	모터의 로터축 및 수직방향 관성질량 모멘트
$\gamma = 1$	모터의 기어비
τ_{rw}, τ_{lw}	각 바퀴의 토크

이륜도립진자는 전형적인 non-holonomic system이므로 운동학적인 제약조건을 해결하여 제어해야 한다. 이륜도립진자가 수직으로 이동할 수 없다고 가정할 경우 다음과 같은 운동학적 구속조건이 생기게 된다.

$$\dot{x} \sin \phi - \dot{y} \cos \phi = 0 \quad (2.9)$$

그리고 이론도립진자가 슬립이 일어나지 않는다면 식 (2.10)-(2.11) 을 만족하게 된다

$$\dot{x} \sin \phi + \dot{y} \cos \phi + \frac{L}{2} \dot{\phi} = r \dot{\theta}_R \quad (2.10)$$

$$\dot{x} \sin \phi + \dot{y} \cos \phi - \frac{L}{2} \dot{\phi} = r \dot{\theta}_L \quad (2.11)$$

위의 두식을 더하게 되면 다음과 같은 (2.12)식이 성립되며, 뺄 경우에는 식(2.13)이 성립된다.

$$\dot{x} \sin \phi + \dot{y} \cos \phi = \frac{r}{2} (\dot{\theta}_R + \dot{\theta}_L) \quad (2.12)$$

$$\dot{\phi} = \frac{r}{L} (\dot{\theta}_R - \dot{\theta}_L) \quad (2.13)$$

위의 식 (2.9)-(2.11)을 다음과 같은 형태로 바꿀 수 있게 된다. 이로 인해 구속 행렬 $\mathbf{A}(\mathbf{q})$ 를 구할 수 있다.

$$\mathbf{A}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (2.14)$$

$$\mathbf{q} = [x, y, \phi, \theta, \theta_R, \theta_L]^T \quad (2.15)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \sin \phi & -\cos \phi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos \phi & \sin \phi & \frac{L}{2} & 0 & -r & 0 \\ \cos \phi & \sin \phi & -\frac{L}{2} & 0 & 0 & -r \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

구속조건이 포함된 동역학적 운동방정식은 다음과 같이 구할 수 있다.[부록 A 참조]

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G} = \mathbf{E}\boldsymbol{\tau} + \mathbf{A}(\mathbf{q})^T \boldsymbol{\lambda} \quad (2.17)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} M_g & 0 & M_{13} & M_{14} & 0 & 0 \\ 0 & M_g & M_{23} & M_{24} & 0 & 0 \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & 0 & 0 & 0 \\ M_{41} & M_{42} & 0 & M_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{66} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

여기서,

$$M_{13} = M_{31} = -l_g M_g \sin \theta \sin \phi$$

$$M_{14} = M_{41} = -l_g M_g \cos \theta \cos \phi$$

$$M_{23} = M_{32} = l_g M_g \sin \theta \cos \theta$$

$$M_{33} = (l_g^2 M_g \sin^2 \theta + I_{gxx} \sin^2 \theta + I_{gzz} \cos^2 \theta + 2I_{wd} + 2I_{rd})$$

$$M_{44} = (l_g^2 M_g + I_{yy})$$

$$M_{55} = M_{66} = M_w r^2 + I_{wa} + I_{ra} \gamma^2)$$

단, $\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in R^{6 \times 6}$ 은 관성행렬, $\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in R^{6 \times 1}$ 는 코리올리스와 원심력 $\mathbf{G} \in R^{6 \times 1}$ 은 중력, $\mathbf{E} \in R^{6 \times 2}$ 입력변환 행렬, $\boldsymbol{\tau} \in R^{2 \times 1}$ 제어입력토크 행렬, $\mathbf{A}(\mathbf{q})$ 는 이론도립진자의 구속 행렬, $\boldsymbol{\lambda}$ 는 Lagrange multiplier 이다. I_{gxx} x 축에 대한 질량관성 모멘트, I_{gzz} 는 z 축에 대한 질량관성 모멘트, I_{gyy} 는 y 축에 대한 질량관성 모멘트, 그리고 M_w 는 바퀴의 질량이다. 각 변수는 다음과 같다.

$$\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} -l_g M_g \sin \theta \cos \phi (\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2) - 2l_g M_g \dot{\theta} \dot{\phi} \cos \theta \sin \phi \\ -l_g M_g \sin \theta \sin \phi (\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2) - 2l_g M_g \dot{\theta} \dot{\phi} \cos \theta \cos \phi \\ 2(l_g^2 M_g + I_{gxx} - I_{gzz}) \sin \theta \cos \theta \dot{\phi} \dot{\theta} \\ -(l_g^2 M_g + I_{gxx} - I_{gzz}) \sin \theta \cos \theta \dot{\phi}^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -M_g g l_g \sin \theta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_R \\ \tau_L \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

한편 $\mathbf{A}(\mathbf{q})$ 와 $\mathbf{A}(\mathbf{q})\mathbf{S}(\mathbf{q}) = \mathbf{0}$ 이 만족하는 null-space 관계인 행렬을 $\mathbf{S}(\mathbf{q})$ 라 하면 다음과 같이 구할 수 있다

$$\mathbf{S}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & 0 \\ \sin \phi & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1/r & \frac{L}{2r} & 0 \\ 1/r & -\frac{L}{2r} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

바퀴의 각속도벡터 ω_w 와 이륜도립진자 속도벡터 $\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}$ 와의 관계는 다음과 같이 주어진다.

$$\omega_w = [\omega_R \quad \omega_L]^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{r} & \frac{L}{2r} \\ \frac{1}{r} & -\frac{L}{2r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

만약 $\dot{\mathbf{q}}$ 가 $\mathbf{A}(\mathbf{q})$ 의 null space 에서 항상 존재하며 다음과 같이 식이 존재하게 된다.

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{S}(\mathbf{q})\boldsymbol{\eta} \quad (2.23)$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{S}}(\mathbf{q})\boldsymbol{\eta} + \mathbf{S}(\mathbf{q})\dot{\boldsymbol{\eta}} \quad (2.24)$$

$$\boldsymbol{\eta} = [v, \omega, \dot{\theta}]^T$$

여기서 $\boldsymbol{\eta}$ 는 차량 및 이륜도립진자의 속도로 구성된 이륜도립진자 속도벡터이다.

앞의 식 (2.17)에 $\mathbf{S}(\mathbf{q})^T$ 를 곱하면 다음과 같은 식이 성립된다.

$$\mathbf{S}(\mathbf{q})^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{S}(\mathbf{q})^T \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{S}(\mathbf{q})^T \mathbf{G} = \mathbf{S}(\mathbf{q})^T \mathbf{E} \boldsymbol{\tau} \quad (2.25)$$

식 (2.25)에 식 (2.23)과 (2.24)를 대입하고 정리하면 라그랑지안 상수가 소거된 다음과 같은 식이 성립하게 된다.

$$\hat{\mathbf{M}} \dot{\boldsymbol{\eta}} + \hat{\mathbf{H}}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) + \hat{\mathbf{G}} = \hat{\mathbf{E}} \boldsymbol{\tau} \quad (2.26)$$

여기서, $\hat{\mathbf{M}} = \mathbf{S}(\mathbf{q})^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \mathbf{S}(\mathbf{q})$,

$$\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{S}(\mathbf{q})^T \left[\mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{S}}(\mathbf{q}) \boldsymbol{\eta} + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \right] , \quad \hat{\mathbf{G}} = \mathbf{S}(\mathbf{q})^T \mathbf{G} ,$$

$$\hat{\mathbf{E}} = \mathbf{S}(\mathbf{q})^T \mathbf{E}$$

식(2.26)은 이륜도립진자의 구속조건이 제거된 동역학적 운동 방정식을 구할 수 있다.

제 3 장 제어기 설계

본 장에서는 이륜도립진자를 안정화시키기 위한 PID제어기법을 제시한다.

이륜도립진자를 안정화시키기 위한 이륜도립진자의 주행속도 v 를 PID제어기법으로 사용하여 구하면 다음과 같이 주어진다.

$$v = K_p e_\theta + K_D \dot{e}_\theta + K_I \int e_\theta dt \quad (3.1)$$

$$e_\theta = \theta_r - \theta$$

$$\omega_d = \begin{bmatrix} \omega_{RD} \\ \omega_{LD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v}{r} \\ r \\ \frac{v}{r} \\ r \end{bmatrix}$$

여기서 e_θ 는 이륜도립진자의 기울기각오차이며, K_p, K_D, K_I 는 PID 제어기의 이득값들이며, v 는 이륜도립진자의 주행속도이며, θ_r, θ 는 이륜도립진자의 목표기울임각과 실제기울임각이다.

이륜도립진자의 속도가 목표속도를 추적하기 위해 제어하기 위해서는 동력학적 모델을 기초하여 다음과 같은 두번째 PID 제어기를 설계한다. 각 제어기의 출력은 합하여 오른쪽과 왼쪽 바퀴의 구동 토크 입력이 된다.

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_R & \tau_L \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} K_{p1}e_{\omega R} + K_{D1}\dot{e}_{\omega R} + K_{I1}\int e_{\omega R}dt \\ K_{p2}e_{\omega L} + K_{D2}\dot{e}_{\omega L} + K_{I2}\int e_{\omega L}dt \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\mathbf{e}_\omega = [e_{wR} \ e_{wL}]^T = [\omega_{Rd} - \omega_R \ \omega_{Ld} - \omega_L]^T \quad (3.3)$$

여기서 $K_{P1}, K_{P2}, K_{D1}, K_{D2}, K_{I1}, K_{I2}$ 는 상수로 제어기의 이득값이며, ω_{Ld}, ω_{Rd} 는 좌우바퀴의 목표각속도들이며, ω_L, ω_R 는 좌우바퀴의 실제각속도들이다. Fig. 3.1는 본 연구를 위해 제작된 이륜도립진자가 안정화하기위한 PID 제어기 블록선도이다.

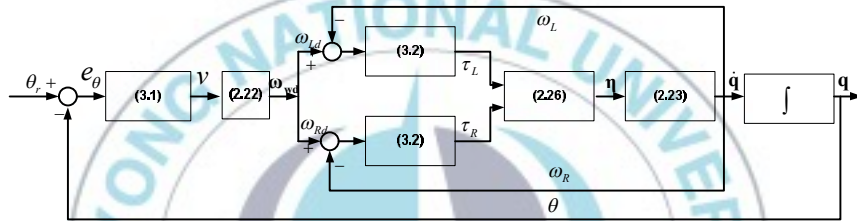


Fig. 3.1 Block diagram of PID controller

제 4 장 시뮬레이션 및 실험 결과

본 장에서는 제안된 모델링과 제어기의 유효성을 입증하기 위해 시뮬레이션과 실험으로 확인한다. 수평면에 대하여 직선 시뮬레이션과 실험을 수행한 결과를 제시한다.

Table 4.1은 본 연구의 시뮬레이션에 사용된 매개변수의 수치값을 나타낸다.

Table 4.1 The Numeric Value of Parameters for Simulation

Parameter	Value	Unit
M_g	10.7	[kg]
M_w	26	[kg]
l_g	0.14	[m]
L	0.566	[m]
r	0.235	[m]
I_{wa}	0.1563	[kg m ²]
I_{wd}	0.0781	[kg m ²]
I_{ra}	1.2581	[kg m ²]
I_{rd}	0.9672	[kg m ²]
I_{gxx}	2.1073	[kg m ²]
I_{gzz}	0.6490	[kg m ²]
I_{gyy}	1.8229	[kg m ²]
θ	15	[deg ree]

먼저, 수평면에서의 이륜도립진자를 안정화시키기 위한 PID 모드 제어기에 대한 시뮬레이션과 실험 결과들을 Fig. 4.1~4.5과 같이 나타낸다. 시뮬레이션과 실험의 초기 조건으로 이륜도립진자의 기울기 각 θ 는 15° 로 하였으며, PID 게인 값을 얻는 방법으로는 시행 착오법으로 하였으며, 실험에서 이륜도립진자의 기울기 각은 기울기센서로 감지한다. 또한 sampling time은 약 $10ms$ 이다.

Fig. 4.1은 이륜도립진자의 목표기울기각인 0° 과의 기울기 각 오차에 대한 시뮬레이션과 실험 결과이다. 시뮬레이션 결과는 약 6초 이내에 안정화 상태인 약 0으로 수렴함을 보여준다. 실험결과는 $\pm 2^\circ$ 이내로 시뮬레이션 결과를 따라 유계된다는 것을 보여준다. Fig. 4.2과 Fig. 4.3은 각각 이륜도립진자의 좌우바퀴의 각속도에 대한 시뮬레이션 및 실험결과를 나타낸다. 좌우회전을 반복하면서 6초후에 안정되어감을 보여준다. 시뮬레이션 및 실험결과들도 좌우바퀴모두 목표각속도에 수렴함을 보여준다. Fig. 4.4와 4.5는 토크에 대한 시뮬레이션과 실험결과를 나타낸다. 좌우회전을 반복하면서 6초후에 안정되어감을 보여준다.

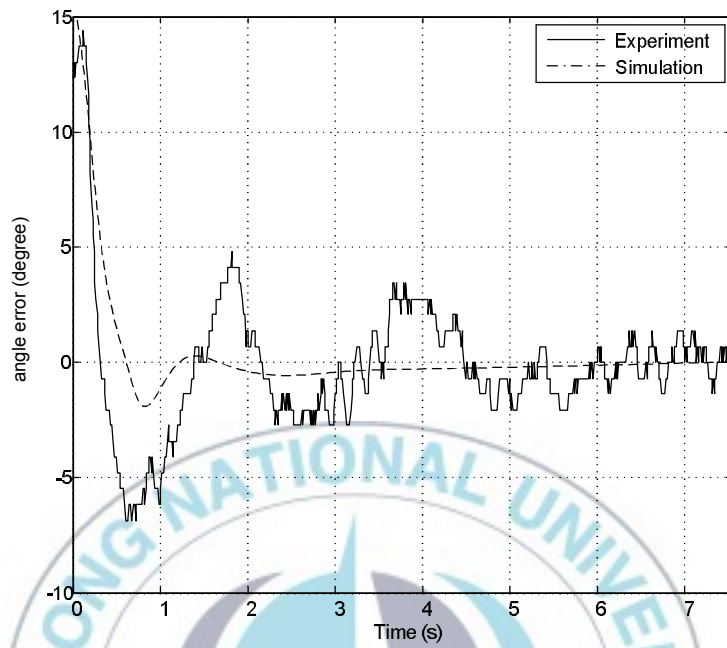


Fig. 4.1 Inclined Angle Error of the Two-wheeled Inverted Pendulum

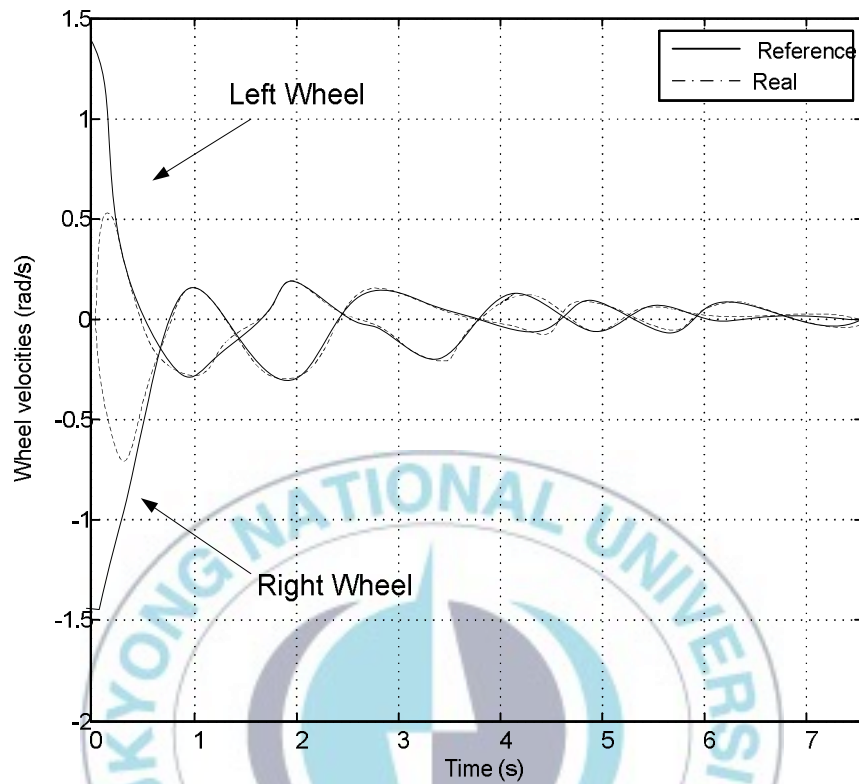


Fig. 4.2 Simulated Wheel velocities of the Two-wheeled Inverted Pendulum

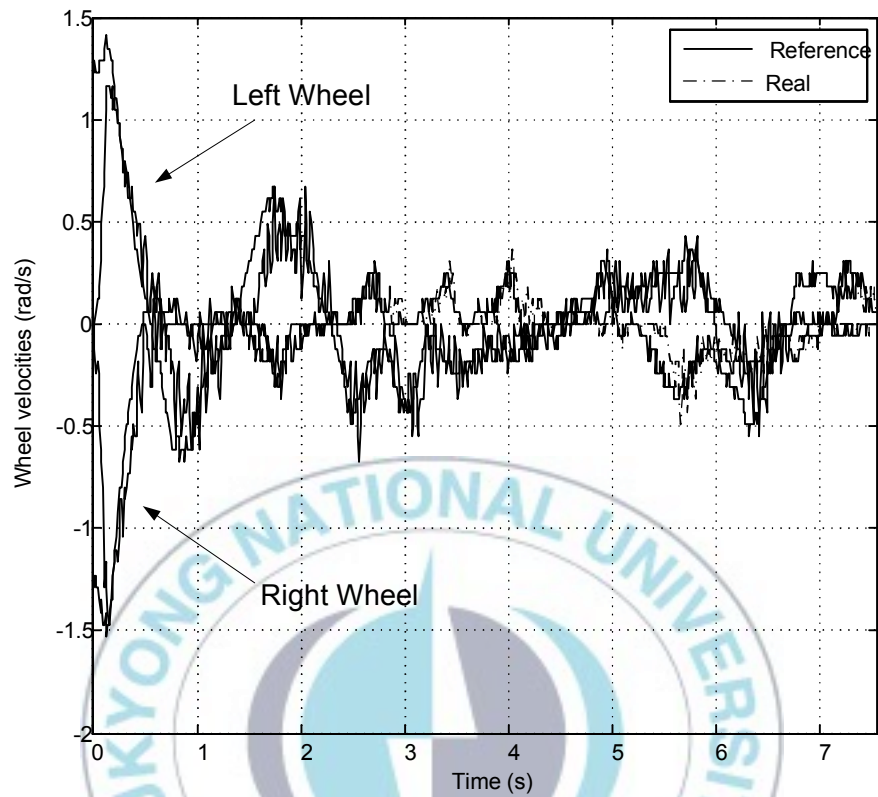


Fig. 4.3 Experimental Wheel velocities of the Two-Wheeled Inverted Pendulum

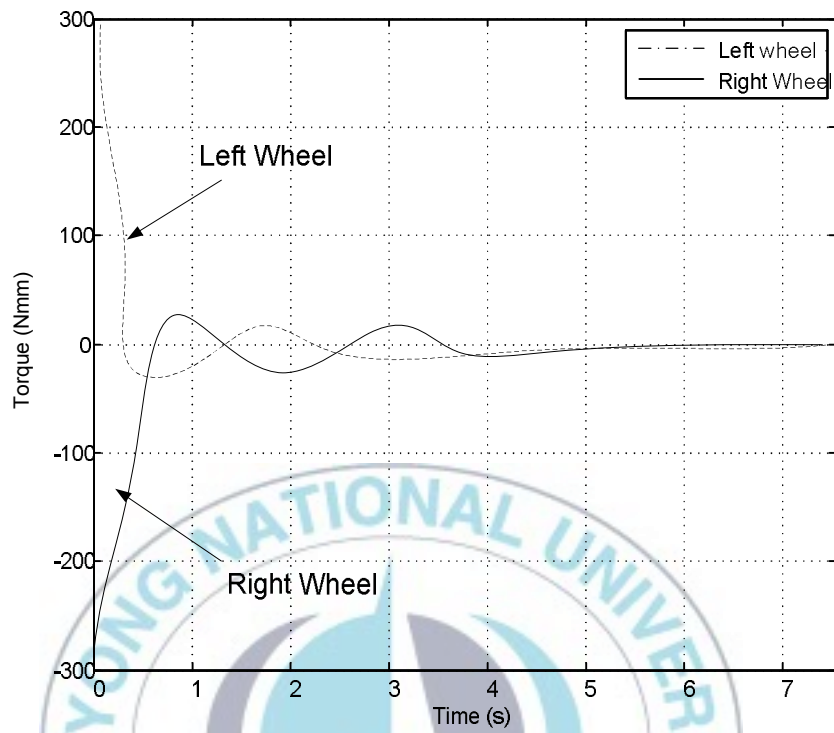


Fig. 4.4 Simulated Torques of the Two-wheeled Inverted Pendulum

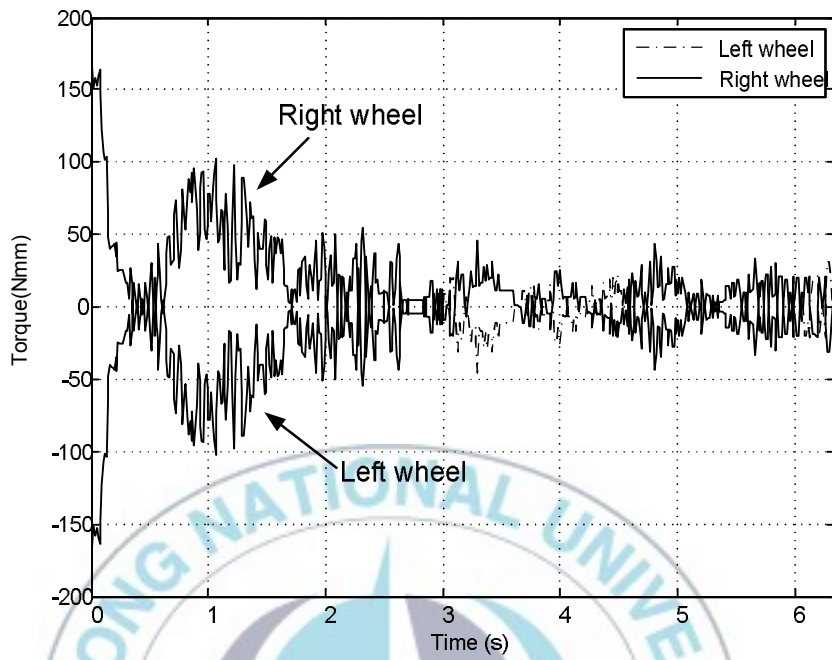


Fig. 4.5 Experimental Toques of the Two-wheeled Inverted Pendulum

제 5 장 결 론

본 연구에서는 이륜도립진자의 모델링을 하고 이를 기초로 하여 이륜도립진자를 안정화시키기 위한 제어기 설계법을 제안하고, 이를 적용한 이륜도립진자의 개발 결과를 제시하였다. 본 연구의 결론을 요약하면 다음과 같다.

- ◆ 이륜도립진자는 수평면에 대하여 각각의 운동학적 모델링과 동역학적 모델링을 제시하였다.
- ◆ 제시된 이륜도립진자의 운동학적 모델링과 동력학적 모델링을 바탕으로 수평면에서 이륜도립진자를 안정화시키기 위한 PID 제어기를 제안하였다.
- ◆ 제안된 제어기를 구현하기 위한 제어시스템은 DSP TMS320F28335를 기반으로 개발하였고, 또한 본 연구의 실험을 위한 이륜도립진자를 제작하였다. 이륜도립진자 몸체의 기울기를 측정하기 위하여 기울기 센서를 적용하였다.
- ◆ 또한 시뮬레이션과 실험을 통하여 제안된 제어기의 유효성을 검증하였다. 특히 수평면에서의 이륜도립진자의 기울기 각은 시뮬레이션 결과를 따라 수평면에서의

실험결과는 6초 후에 $\pm 2^\circ$ 이내로 시뮬레이션 결과를 따라
유계되어 안정화됨을 보여준다.

본 연구에서 제안된 제어기는 다양한 분야에서 유용하게
활용될 것으로 기대된다. 개발된 이론도립진자는 개인 이동
수단으로서의 역할과 더불어 기타 여러 다양한 연구분야의 로봇
플랫폼으로 활용될 것으로 판단된다.

추후 연구 과제는 다음과 같다.[부록 B, 부록 C 참조]

- ◆ 경로추적용 제어기를 적용한 이론도립진자의 개발
- ◆ 벽추종을 위한 이론도립진자의 개발

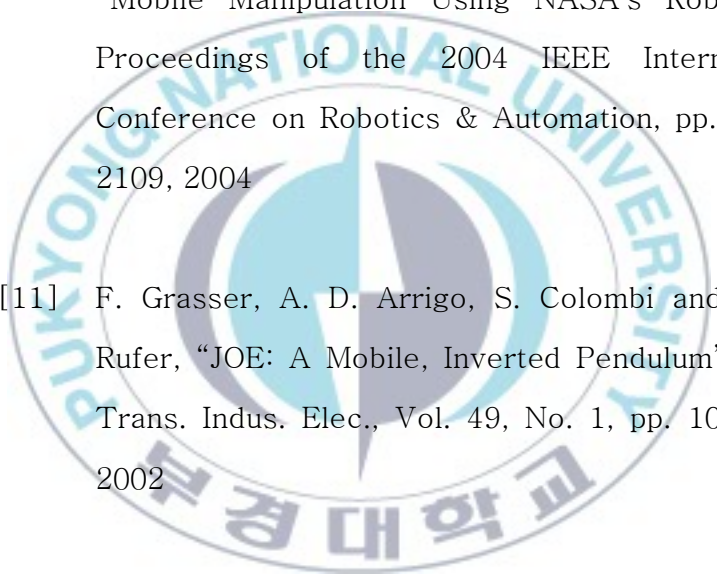


REFERENCES

- 
- [1] S. Riachy, Y. Orlov, T. Floquet., R. Santiesteban and J. P. Richard, “Second-order Sliding Mode Control of Underactuated Mechanical Systems I : Local Stabilization with Application to an Inverted Pendulum”, International Journal of Robust and Nonlinear Control. Published online, pp, 530-543, 2008
- [2] S. Omatu, T. Fujinaka and M. Yoshioka, “Neuro-PID Control for Inverted Single and Double Pendulums”, IEEE pp. 2685-2690
- [3] S. Y. Seo, S. H. Kim, S. H. Lee, S. H. Han and H. S. Kim, “Simulation of Attitude Control of a Wheeled Inverted Pendulum”, International Conference on Control, Automation and Systems, pp. 2264-2269, 2007
- [4] Q. Feng and K. Yamafuji, “Design and Simulation of Control Systems of an Inverted Pendulum”, Roboutica, Vol. 6, pp. 235-241, 1987

- [5] R. F. Harrison, "Asymptotically Optimal Stabilizing Quadratic Control of an Inverted Pendulum", IEE Proc-Control Theory Appl, vol. 150. no. 1, 2003
- [6] B. Browning, P. E. Rybski, J. Searock and M. M. Veloso, "Development of a Soccer-Playing Dynamically-Balancing Mobile Robot", Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics & Automation, pp. 1752-1755, 2004
- [7] S. W. Nawawi, M. N. Ahmad and J. H. S. Osman, "Real-Time Control of a Two-Wheeled Inverted Pendulum Mobile Robot", ISSN Proceeding of World Academy of Science and Technology. Vol. 29, pp. 214-220, 2008
- [8] H. W. Lee and S. W. Ryu and J. M. Lee, "Optimal Posture of Mobile Inverted Pendulum Using a Single Gyroscope and Tilt Sensor", ICROS-SICE International Joint Conference, pp. 865-870. 2009
- [9] C. Ye and J. Borenstein, "Obstacle Avoidance for

the Segway Robotic Mobility Platform”, American Nuclear Society 10th International Conference on Robotics and Remote Systems for Hazardous Environments, pp. 1-8, 2004

- 
- [10] R. O. Ambrose, R. T. Savely, S. M. Goza, P. Strawser, M. A. Diftler, I. Spain and N. Radford, “Mobile Manipulation Using NASA's Robonaut”, Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics & Automation, pp. 2104-2109, 2004
- [11] F. Grasser, A. D. Arrigo, S. Colombi and A. C. Rufer, “JOE: A Mobile, Inverted Pendulum”, IEEE Trans. Indus. Elec., Vol. 49, No. 1, pp. 107-114, 2002
- [12] S. Jung and S. S. Kim, “Control Experiment of a Wheel-Driven Mobile Inverted Pendulum Using Neural Network”, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 16, No. 2, pp. 297-303, 2008
- [13] R. J. Wai and L. J. Chang, “Adaptive Stabilizing and

- Tracking Control for a Nonlinear Inverted-Pendulum System via Sliding-Mode Technique”, IEEE Trans. Indus. Elec., Vol. 53, No. 2, 2006
- [14] R. N. Gasimov, A. Karamancioglu and A. Yazici, “A Nonlinear Programming Approach for the Sliding Mode Control Design”, Applied Mathematical Modeling, Vol. 29, pp. 1135-1148, 2005
- [15] C. Edwards, “A Practical Method for the Design of Sliding Mode Controllers Using Linear Matrix Inequalities”, Automatica, Vol. 40, pp. 1761-1769, 2004
- [16] J. J. E. Slotine, J. K. Hedrick and E. A. Misawa, “On Sliding Observer for Nonlinear System”, Journal of Dynamics System, Measurement and Control, Vol. 109, pp. 245-252, 1987
- [17] G. A. Medrano-Cerda, “Robust Computer Control of an Inverted Pendulum”, IEEE Control Systems Magazine, Vol. 19, No. 3, pp. 58-67, 1999
- [18] J. H. Wu, D. L. Pu and H. Ding, “Adaptive Robust

Motion Control of SISO Nonlinear Systems with Implementation on Linear Motors”, Mechatronics, 2007

- [19] R. Sreedhar, B. Fernandez and J. Y. Masawa, “Robust Fault Detection in Nonlinear System Using Sliding Mode Observer”, Proceedings of IEEE Conference on Control and Applications, Vol. 2, pp. 715-721, 1993
- [20] M. T. Kang, “Control for Mobile Inverted Pendulum using Sliding Mode Technique”, Master Thesis, The Graduate School of Pukyong National University, Feb. 2007
- [21] K. Pathak, J. Franch and S. K. Agrawal, “Velocity and Position Control of a Wheeled Inverted Pendulum by Partial Feedback Linearization”, IEEE Transactions on robotics, Vol. 21, no. 3 pp. 505-513
- [22] Z. Gao, S. Hu and F. Jiang, “A Novel Motion Control Design Approach Based on Active Disturbance Projection”, Proceedings the 40th IEEE Conference on Decision and Control, Vol. 5,

pp. 4877–4882, 2001

- [23] Z. Gao, Y. Huang and J. Han, “An Alternative Paradigm for Control System Design”, Proceedings the 40th IEEE Conference on Decision and Control, Orlando, Florida USA, Vol. 5, pp. 4578–4585, 2001
- [24] J. Ackermann and V. Utkin, “Sliding Mode Control Design Based on Ackermann’s Formula”, IEEE Trans. Auto. Con., Vol. 43, No. 2, 234–237, 1998
- [25] C. Bonivento, L. Marconi and R. Zanasi, “Output Regulation of Nonlinear System by Sliding Mode”, Automatica, Vol. 37, pp. 535–542, 2001
- [26] S. K. Hong, “Fuzzy Logic Based Closed-loop Strapdown Attitude System for Unmanned Aerial Vehicle (UAV)”, Sensors and Actuators A: Physical, Vol. 107, No. 2, pp. 109–118, 2003
- [27] G. F. Franklin, J. D. Powell and A. Emami-Naeini, “Feedback Control of Dynamic Systems”, London: Prentice Hall, Inc., New Jersey, 2002
- [28] Y. Huang and J. Han, “Analysis and Design for Nonlinear Continuous Extended State Observer”,

Chinese Science Bulletin, pp. 1373–1379, 2000

- [29] C. Edwards and S. K. Spurgeon, “Sliding Mode Control: Theory and Applications”, Taylor & Francis, Mar. 1998
- [30] Y. Yao and M. Tomizuka, “Adaptive and Robust Control of Robot Manipulators: Theory and Comparative Experiment”, Proceedings IEEE Conference on Decision and Control, pp. 1290–1295, 1994
- [31] C. C. Chen, T. Li. CHIEN and C. L. WEI, “Tracking and Almost Disturbance Decoupling for Nonlinear Systems with Uncertainties”, JSME International Journal, Series C, Vol. 46, No. 3, 2003
- [32] K. Yamafuzi, T. Kawamura, “Postural Control of a Monoaxial Bicycle”, Journal of The Robotics Society of Japan 1989
- [33] Y. S. Ha, S Yuta, “Indoor Navigation of an Inverse Pendulum Type Autonomous Mobile Robot With Adaptive Stabilization Control System”, IEEE

Conference on Decision and Control Vol. 223, pp
527-537 1997

[34] <http://www.segway.com>



Publications and Conferences

- [1] Dae Hwan Kim, Nak Soon Choi, Hak Kyeong Kim, Sang Bong Kim and Young Seok Jeong, “Integral Sliding Mode Control of Omnidirectional Mobile Robot for Trajectory Tracking”, Proceedings of the 11th Conference on Science and Technology International Symposium on Mechanical Engineering, Oct. 2009
- [2] Dae-Hwan Kim, Nak Soon Choi, Hak Kyeong Kim and Sang Bong Kim, “Sliding Mode Controller Design For Stabilizing of Mobile Inverted Pendulum on the Inclined Plane”, 한국마린엔지니어링 학회, 2010
- [3] Nguyen Hung, Dae-Hwan Kim, Hak Kyeong Kim and Sang Bong Kim, “Tracking Controller Design of Omnidirectional Mobile Manipulator system”, ICROS-SICE International Joint Conference, 2009

부 록

부록 A

부록 A.1 - 제2장 2절 식 (2.17) 증명

글로벌 좌표에서 이륜도립진자 좌표로의 좌표이동 wT_v 와 이륜도립진자 좌표에서 몸체의 무게 중심까지의 좌표이동 vT_b 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$${}^wT_v = Rot(Z_w, \phi) Trans(x, y, r) = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 & x \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (A1)$$

$${}^vT_b = Rot(y_w, \theta) Trans(0, 0, 0) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (A2)$$

식 (A1)와 (A2)를 이용하여 전체 좌표계에서의 몸체의 무게중심위치는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
{}^wT_v {}^vT_b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_g \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \phi & -\sin \phi & \sin \theta \cos \phi & x \\ \cos \theta \sin \phi & \cos \phi & \sin \theta \sin \phi & y \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} l_g \sin \theta \cos \phi + x \\ l_g \sin \theta \sin \phi + y \\ l_g \cos \theta + r \\ 1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{A3}$$

무게중심의 선속도 wV_g 는 식 (A3)을 미분함으로써 구할 수 있다.

$${}^wV_g = \begin{bmatrix} \dot{x} + 2\dot{x}l_g(\dot{\theta}\cos\theta\cos\phi - \dot{\phi}\sin\theta\sin\phi) \\ \dot{y} + 2\dot{y}l_g(\dot{\theta}\cos\theta\sin\phi - \dot{\phi}\sin\theta\cos\phi) \\ -l_g\dot{\theta}\sin\theta \end{bmatrix} \tag{A4}$$

그리고 무게중심의 회전속도 Ω_g 는 다음식을 이용하여 구하였다.

$$\Omega_g = {}^bR_v {}^v\Omega_v + \dot{\theta} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi}\sin\theta \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi}\cos\theta \end{bmatrix} \tag{A5}$$

이론도립진자 몸체의 중심의 운동에너지는 선속도 성분과 회전속도 성분의 합으로 이루어지며 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
T_g &= \frac{1}{2} V_g^T M_g V_g + \frac{1}{2} \Omega_g^T I_g \Omega_g \\
&= \frac{1}{2} M_g [\dot{x}^2 + 2\dot{x}l_g(\dot{\theta} \cos \theta \cos \theta - \dot{\phi} \sin \theta \sin \theta) + \dot{y}^2 \\
&\quad + 2\dot{y}l_g(\dot{\theta} \cos \theta \sin \theta + \dot{\phi} \sin \theta \cos \theta)] + \frac{1}{2} M_g [l_g^2 \dot{\theta}^2 \sin^2 \theta] \\
&\quad + \frac{1}{2} (I_{xx} \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta + I_{yy} \dot{\theta}^2 + I_{zz} \dot{\phi}^2 \cos^2 \theta)
\end{aligned} \tag{A6}$$

여기서 V_g 는 이륜도립진자의 선속도, Ω_g 는 이륜도립진자의 회전속도이다. 다음으로 모터를 포함한 양 바퀴의 운동에너지는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
T_g &= \frac{1}{2} M_w r^2 (\dot{\theta}_{rw}^2 + \dot{\theta}_{lw}^2) + \frac{1}{2} (I_{wa} + I_{ra} \gamma^2) (\dot{\theta}_{rw}^2 + \dot{\theta}_{lw}^2) \\
&\quad + (I_{wa} + I_{ra}) \dot{\phi}^2
\end{aligned} \tag{A7}$$

그리고 이륜도립진자의 위치에너지를 구하게 되면 다음과 같다.

$$U_g = M_g g l_g \cos \theta \tag{A8}$$

앞의 식을 조합하여 이륜도립진자의 Lagrangian 함수 L_g 을 구하게 되면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
L_g &= T_g + T_w + U_g \\
&= \frac{1}{2} M_g [\dot{x}^2 + 2\dot{x}l_g(\dot{\theta} \cos \theta \cos \theta - \dot{\theta} \sin \theta \sin \theta) + y^2 \\
&\quad + 2\dot{y}l_g(\dot{\theta} \cos \theta \sin \theta + \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta)] + \frac{1}{2} M_g (l_g^2 \dot{\theta}^2 + l_g^2 \dot{\theta} \sin^2 \theta) \\
&\quad + \frac{1}{2} M_w r^2 (\dot{\theta}_{rw}^2 + \dot{\theta}_{hw}^2) + \frac{1}{2} (I_{wa} + I_{ra} \gamma^2) (\dot{\theta}_{rw}^2 + \dot{\theta}_{hw}^2) + (I_{wd} + I_{rd}) \dot{\phi}^2 \\
&\quad - M_g g l_g \cos \theta
\end{aligned} \tag{A9}$$

식 (A4)에서 구한 Lagrangian 함수로부터 다음과 같이 Lagrangian 방정식을 유도할 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_g}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L_g}{\partial q_i} = Q_i, \quad i = 1, 2, \dots, 6 \tag{A10}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_g}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L_g}{\partial x} &= M_g \ddot{x} + l_g M_g \cos \theta \cos \theta \ddot{\theta} - l_g M_g \sin \theta \sin \theta \ddot{\theta} \\
&= -l_g M_g \sin \theta \cos \phi (\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2) - 2l_g M_g \dot{\theta} \dot{\phi} \cos \theta \sin \phi = 0
\end{aligned} \tag{A11}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_g}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial L_g}{\partial y} &= M_g \ddot{y} + l_g M_g \cos \theta \sin \theta \ddot{\theta} - l_g M_g \sin \theta \cos \theta \ddot{\theta} \\
&= -l_g M_g \sin \theta \sin \phi (\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2) - 2l_g M_g \dot{\theta} \dot{\phi} \cos \theta \sin \phi = 0
\end{aligned} \tag{A12}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_g}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L_g}{\partial \phi} = -l_g M_g \sin \phi \sin \theta \ddot{\theta} + l_g M_g \cos \phi \sin \theta \ddot{\gamma} \quad (\text{A13})$$

$$+ (l_g^2 M_g + I_{xx} - I_{zz}) \cos \theta \sin \theta \dot{\phi}^2 - M_g g l_g \sin \theta = -\tau_{rw} - \tau_{hw}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_g}{\partial \dot{\theta}_{rw}} \right) - \frac{\partial L_g}{\partial \theta_{rw}} = (M_w r_w^2 + I_{wa} + I_{ra} \gamma^2) \ddot{\theta}_{rw} = \tau_{rw} \quad (\text{A14})$$



부록 B

부록 B.1 - 추적오차

추적오차는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \\ \dot{e}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x_w \\ y_r - y_w \\ \phi_r - \phi \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

식(B.1)의 1계도함수는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \\ \dot{e}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \phi \dot{\phi} & \cos \phi \dot{\phi} & 0 & 0 \\ -\cos \phi \dot{\phi} & -\sin \phi \dot{\phi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x_w \\ y_r - y_w \\ \phi_r - \phi \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

$$+ \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_r - \dot{x}_w \\ \dot{y}_r - \dot{y}_w \\ \dot{\phi}_r - \dot{\phi} \\ \dot{\theta}_r - \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \\ \dot{e}_4 \end{bmatrix} = \dot{\phi} \begin{bmatrix} -\sin \iota & \cos \phi & 0 & 0 \\ -\cos \phi & -\sin \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x_w \\ y_r - y_w \\ \phi_r - \phi \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix}$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \\ \dot{e}_4 \end{bmatrix} = \dot{\phi} \begin{bmatrix} -\sin \iota & \cos \phi & 0 & 0 \\ -\cos \phi & -\sin \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x_w \\ y_r - y_w \\ \phi_r - \phi \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r \cos \phi_r - v \sin \phi + l \cos \phi \dot{\phi} + \dot{l} \sin \phi \\ v_r \sin \phi_r - v \cos \phi + l \sin \phi \dot{\phi} - \dot{l} \cos \phi \\ \dot{\phi}_r - \dot{\phi} \\ \dot{\theta}_r - \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \\ \dot{e}_4 \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} e_2 \\ -e_1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -v + v_r \cos(\phi_r - \phi) + l\omega \\ v_r \sin(\phi_r - \phi) - \dot{l} \\ \omega_r \\ \dot{\theta}_r - \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \\ \dot{e}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} e_2 + l \\ -e_1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \omega + \begin{bmatrix} -v + v_r \cos(\phi_r - \phi) + l\omega \\ v_r \sin(\phi_r - \phi) - \dot{l} \\ \omega_r \\ \dot{\theta}_r - \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} e_2 + l \\ -e_1 \\ -1 \end{bmatrix} \omega + \begin{bmatrix} v_r \cos e_3 \\ v_r \sin e_3 - \dot{l} \\ \omega_r \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \\ \dot{e}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} e_2 + l \\ -e_1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \omega + \begin{bmatrix} v_r \cos e_3 \\ v_r \sin(\phi_r - \phi) - \dot{l} \\ \omega_r \\ \dot{\theta}_r - \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \\ \dot{e}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_r \cos e_3 \\ v_r \sin e_3 - \dot{l} \\ \omega_r \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & e_2 + l & 0 \\ 0 & -e_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

만일 l 은 일정하면($\dot{l}=0$), 다음 식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \\ \dot{e}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_r \cos e_3 \\ v_r \sin e_3 \\ \omega_r \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & e_2 + l & 0 \\ 0 & -e_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

부록 C

부록 C.1 경로추적용 운동학적 제어기 설계

본 제어기는 이륜도립진자의 도립진자를 안정화시키며 동시에 목표경로 위의 목표점을 일정속도 $\mathbf{v_d}$ 로 추적하는 제어기를 설계하는 것이다. 즉 $t \rightarrow \infty$ 일 경우 $\mathbf{e} \rightarrow \mathbf{0}$ 이도록 하는 것이다. e , ($i=1, 2, 3, 4$)는 다음 식으로 주어진다.

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x_w \\ y_r - y_w \\ \phi_r - \phi_w \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix} = \Phi \mathbf{e}_w \quad (\text{C.1})$$

여기서, $\mathbf{e}$ 는 추적오차이며, $x_r, y_r, \phi_r, \theta_r$ 은 이륜도립진자의 각각 목표위치, 목표방향각 및 목표기울임각이며, x_w, y_w, ϕ_w, θ 는 각각 이륜도립진자의 각각 터치센서 위치, 방향각 및 이륜도립진자의 기울임각이다.

즉, 이륜도립진자가 목표경로를 추적하기 위해 제어하기 위해서는 도립진자의 기울어진 각 θ 와 이륜도립진자의 위치 x, y 그리고 방향각 ϕ 를 제어해야 한다. 균형을 유지하면서 동시에 이륜도립진자의 위치를 제어하기 위하여 Lyapunov 함수기반하여 backstepping법을 이용한 경로추적용 운동학적 제어기를 설계한다. 목표 각도 θ_r 와 목표 각속도 $\dot{\theta}_r$ 는 항상 0° 로 하였고,

이륜도립진자의 회전에 따라 ϕ_r 와 $\dot{\phi}_r$ 을 설정하였다. 또한 목표 위치 x_r, y_r 를 설정함으로써 원하는 위치에서 균형을 잡을 수 있도록 하였다.

부록 C.2 고정길이센서

이 경우 고정길이 이륜도립진자 중심에서 센서까지의 길이 l 이 고정일 경우 이륜도립진자의 주행선속도 각속도와 진자의 각속도를 시스템의 제어입력으로 고려하면 다음과 같은 오차방정식이 구해진다. (부록 B 참조)

$$\dot{\mathbf{e}} = \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \\ \dot{e}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_r \cos e_3 \\ v_r \sin e_3 \\ \omega_r \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & e_2 + l & 0 \\ 0 & -e_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (\text{C.2})$$

선택된 Lyapunov 함수는 다음과 같이 주어진다.

$$V_0 = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 + \frac{1 - \cos e_3}{k_2} + \frac{1}{2}e_4^2 \quad (\text{C.3})$$

식 (C.3)의 도함수는 식(C.2)를 사용하면 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}
\dot{V}_0 &= e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + \frac{\sin e_3}{k_2} \dot{e}_3 + e_4 \dot{e}_4 \\
&= e_1 (-v + l\omega + v_r \cos e_3) + \frac{\sin e_3}{k_2} (-\omega + \omega_r + k_3 e_2 v_r) + e_4 (-k_4 e_4) \quad (C.4)
\end{aligned}$$

식(C.4)의 $\dot{V}_0 \leq 0$ 을 얻기 위해 $v, \omega, \dot{\theta}$ 는 다음 식이 주어진다.

$$\eta_d = \begin{cases} v_d = l(\omega_r + k_2 e_2 v_r + k_3 \sin e_3) + v_r \cos e_3 + k_1 e_1 \\ \omega_d = \omega_r + k_2 e_2 v_r + k_3 \sin e_3 \\ \dot{\theta}_d = \dot{\theta}_r + k_4 e_4 \end{cases} \quad (C.5)$$

여기서 k_1, k_2, k_3 는 양수 값 들이며, $v_r, \omega_r, \dot{\theta}_r$ 은 각각 이륜도립진자의 목표주행 선속도, 목표 각속도와 진자의 목표각속도이다.

이륜도립진자의 목표속도는 $v_r = 7.5 \times 10^{-3} m/s$ 으로 한다.

부록 D

부록 D.1 추적오차의 측정을 위한 터치센서 사용

Fig. D.1 에서 터치센서는 end-effector 와 목표점 사이의 추적 오차를 측정하는데 사용된다. 터치센서의 구성은 두개의 롤러와 두개의 포텐쇼미터(potentiometer)로 되어있다. 하나는 회전 포텐쇼미터(rotary potentiometer)로 또 하나는 선형 포텐쇼미터(linear potentiometer)이다. 두 롤러(rollers) 들은 회전 포텐쇼미터 (potentiometer)의 중심점(pivot)주위를 회전 시킬 수 있는 회전막대에 장착되어 있다. 이 포텐쇼미터 (potentiometer) 는 선형 포텐쇼미터(potentiometer)에 의해 측정할 수 있는 세 번째 링크 변위에 따라 슬라이드할 수 있는 슬라이딩 막대에 놓여있다.

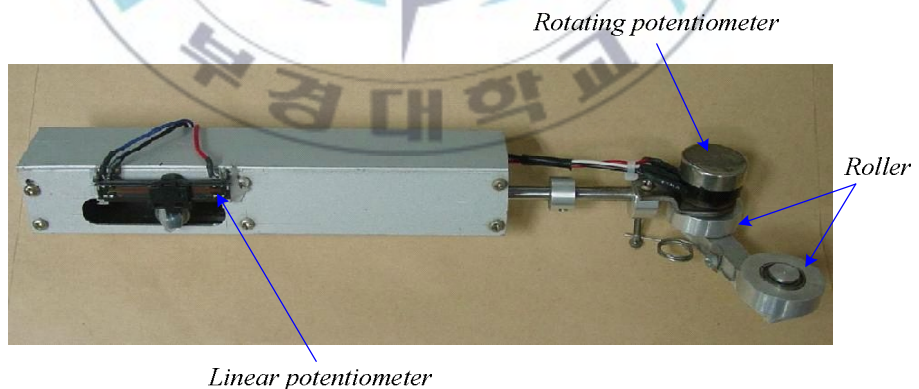


Fig. D.1 Structure of the touch sensor

터치 센서를 사용하여 추적오차를 측정하는 방법은 Fig. D.2와 같다. 두 롤러는 O_2 와 O_3 지점에 배치된다. 추적오차를 측정하기 위한 두 개의 센서가 필요하다. d_e 를 측정하기 위한 선형센서와 벽면의 곡률을 측정하기 위한 목표경로에서 접선 사이의 각도를 측정하기 위한 회전(rotary)센서가 있다.

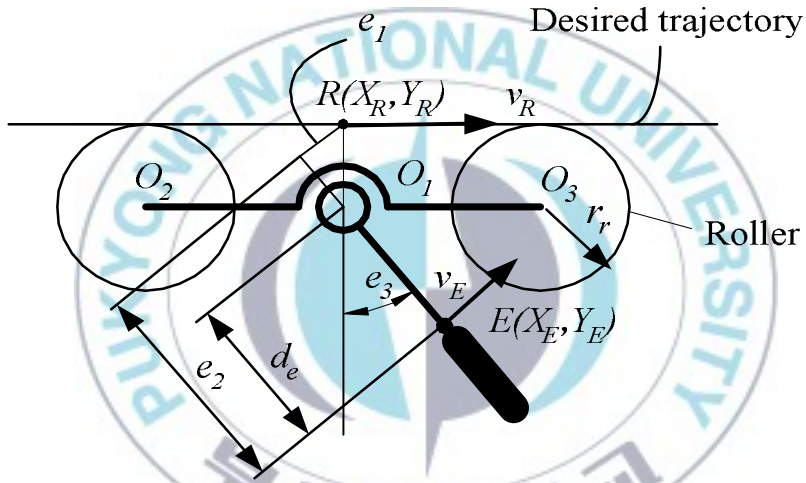


Fig. D.2 Configuration of measuring tracking errors using touch sensor

측정오차들은 다음의 방정식에 의해 계산된다.

$$e_1 = -r_r \sin e_3 \quad (D.1)$$

$$e_2 = d_e + r_r \cos e_3 \quad (D.2)$$

$$e_3 = \angle(O_1E, O_1O_3) - \frac{\pi}{2} \quad (D.3)$$

여기서 r_r 은 롤러의 반지름이며 d_e 는 선형 포텐쇼미터 (potentiometer)의 측정 변위이고, e_3 는 각도를 측정하는 회전 포텐쇼미터(potentiometer)이다.



감사의 글

부족한 제자를 학문의 길로 이끌어주시고 항상 조언과 충고를 아끼지 않으시며, 지도해 주신 정영석 교수님께 진심으로 머리 숙여 감사의 말씀을 드립니다. 논문 심사과정에서 따끔한 질책과 격려를 아끼지 않으셨던 권순재교수님과 강인필교수님께도 감사드립니다. 너무나 부족한 저에게 미비한 논문을 마다하지 않고 상세히 검토하여 조언해주신 김학정 교수님께도 감사 드립니다.

CIMEC Lab.의 선배님이신 전봉환 선배님, 김성민 선배님, 김진호 선배님, 서진호 선배님, 감병오 선배님, 이근유 선배님, 여태경 선배님, 박성재 선배님, 김석열 선배님, 신승목 선배님, 정상권 선배님, 이원기 선배님, 김성욱 선배님, 전양배 선배님, 김영규 선배님, 김상찬 선배님, 박바다 선배님, 마성진 선배님, 이희숙 선배님, 윤석민 선배님, 이도경 선배님, 김대원 선배님께 지면으로나마 감사 드립니다. 그리고 CIMEC Lab.에 몸 담고 있으면서 항상 도움을 주었던 선, 후배님들께 감사 드립니다. 학위과정을 마치고 돌아가신 외국인 유학생인 Lam 님, Dung 님, Duy 님, Kang 님, Phuong 님에게도 감사 드립니다. 막 박사과정 하신다고 수고 많으신 우리 Tuan 형님께도 감사드립니다.

대학원 생활을 하면서 동기로서 함께 고생하고 많은 노력을 한 이경목, 박철한, 유학생 Thinh, 직장 생활과 더불어 후배 챙겨주신 신종훈 형님 감사 드립니다. 학업과 연구를 병행하며 수고가 많은 김서광 후배님, 박유미 후배님, 정우영 후배님, Giang 후배님, 한상진 후배님, 배민지 후배님 감사 드립니다.

항상 논문 쓸 때 힘들 때 다독여주고 술 한잔 받아준 사랑하는 나의 베스트, 김현철, 박상범, 박세환, 정영제, 한기홍, 김재민, 서광식, 정성원, 김선홍, 김익수에게 늘 고맙다는 말을 전하고 싶습니다. 그리고 저 멀리서 일본에서 고생하는 친구 황원태 온라인상에서 서로 힘이되고 의지되는 나의 벗에게도 감사드립니다. 언제나 군대에 있을적부터 나를 믿어주고 사랑해주는 윤찬호 에게도 감사드립니다.

끝으로 오늘이 있기까지 노심초사 걱정하시며 뒷바라지 해주신 사랑하는 아버지, 어머니의 은혜에 감사 드리며, 내가 공부하는 동안 많은 힘이 되어준 재미 누나에게도 감사 드리고 늘 옆에서 힘든 내색 앓고 웃어주고 힘이 되어준 세상에 하나뿐인 경민이에게 감사와 사랑의 마음을 전합니다.

“모든 분들이 건강하고 행복하시길 기원합니다”.

