공학석사 학위논문

조류와 파랑 중의 인장계류식 해양구조물의 거동해석

2011년 2월

부 경 대 학 교 대 학 원

조선해양시스템공학과

박 찬 홍

공학석사 학위논문

조류와 파랑 중의 인장계류식 해양구조물의 거동해석

지도교수 구 자 삼

이 논문을 공학석사 학위논문으로 제출함

2011년 2월

부 경 대 학 교 대 학 원

조선해양시스템공학과

박 찬 홍

박찬홍의 공학석사 학위논문을 인준함.

2011년 2월

주 심 공학박사 배 동 명 (인)

위 원 공학박사 배 성 용 (인)

위 원 공학박사 구 자 삼 (인)

목 차

Behavior Analysis of a Tension Leg Platform
in Current and Waves

Chanhong Park

Department of Naval Architecture and Marine Systems Engineering,
The Graduate School
Pukyong National University

Abstract

The Tension Leg Platform(TLP) is restrained from oscillating vertically by tethers(or tendons), which are vertical anchor lines that are tensioned by the platform buoyancy being larger than the platform weight. Thus a TLP is a compliant structure which allows lateral movements of surge, sway, and yaw but restrains heave, pitch, roll. In this paper, the motions of a TLP in current and waves were investigated. Hydrodynamic forces and wave exciting forces acting on the TLP were evaluated using the three dimensional source distribution method. The motion responses and tension variations of the TLP were analyzed in the case of including current or not including one in regular waves and effects of current on the TLP were investigated.

1. 서론

역사적으로 석유수요는 인구증가와 비례하여 증가해 왔는데, 2010년 현재, 세계 인구가 70억 명에 육박하는 가운데 석유수요는 하루 1억 2천만 배럴에 이를 것으로 보고 있다. 2003년 말부터 유가가 급등하기 시작하여 '고유가'가 지속되고 있는데 신경제성장국가 BRICs의 경제가 활성화됨과 동시에 석유수요 또한 결코 줄어들지 않을 것으로 예상된다. 석유생산의 경제성이 있는 한, 수심이 더욱 깊은 해양으로의 탐사가 진행될 것이 분명하고, 이러한 경향에 맞추어 부유식 해양구조물에 대한 관심은 지속될 것이다.

21세기의 석유와 가스 생산의 주력 지역이 500m 이상의 심해에서 이루어지고 있는데, 심해의 석유자원의 시추 및 생산을 위한 구조물로는 거친 해상 환경에서도 우수한 작업 성능을 가지는 TLP가 대표적이다. TLP는 부유식과 고정식의 특성을 결합한 유연식 구조물로서 1500m 이상의 깊이, 즉 ultra-deepwater 지역에도 투입이 가능하다. 이 지역에 들어가는 TLP가 무려 전체의 42%에 달하며 500m에서 1000m 사이의 지역에 들어가는 TLP가 약 40%에 달한다(정 등, 2007). TLP는 극심한 해상 상황에서 작업을 수행해야 하므로 구조물의 안정성과 운영성 확보를 위해 정확한 운동 해석이 필요하다.

미국, 유럽, 일본 등 해양 선진국에서는 경제적인 TLP의 실용화 기술 개발을 위한 많은 연구와 해양실험이 진행되었으며(Teigen and Haver, 1998; Kanetsuna et al., 1994; Zou, 2003), 국내에서도 한국해양연구원에서 해양공학수조를 활용하여 TLP의 운동 모형시험과 수치계산 결과의 해석을 수행하였다(김 등, 2000). 구(1995, 1996) 등은 3차원 특이점 분포법과 기존의 탄성응답 해석법을 결합하는 것에 의해 유체력의 정밀평가 및 구성부재간의 유체역학적인 상호간섭을 고려할 수 있는 규칙파중에서의 TLP의 탄성응답 해석법을 개발하였다. 이(2006)는 ISSC-TLP 실선 구조물에 대한 다방향 불규칙 파중의 운동응답과 변동장력 특성을 평가하였다. 그러나 아직까지 해양구조물에 조류를 고려한 연구는 거의 없는 실정인데, 조류의 영향은 넓은 바다에서는 크지 않지만 특정한 지역에서는 크게 나타난다. 브라질 동부의 Campos Basin 지역에서는 조류가 빠를 경우, 속력이 2.5 m/s에 이르기도 한다.

본 논문에서는 조류와 파랑 중의 TLP의 거동해석을 주제로 TLP의 운동응답 및 변동장력을 평가하였다. 규칙파 중에서의 TLP의 운동응답해석법에 조류를 고려함으로서 보

다 정도가 좋은 거동해석을 하는 것을 목적으로 한다. 조류와 파랑 중의 TLP의 운동특성을 파랑만 작용하였을 때, 파랑과 조류가 동시에 작용할 때로 나누어 파의 입사각의 변화에 따른 TLP의 각 운동방향의 운동특성과 TLP의 계류삭에 작용하는 변동장력을 해석하였다.

2. 강체 운동응답 해석

2.1. 기본가정과 좌표계

3차원 특이점 분포법은 3차원의 조화진동의 유장을 계산하는 표준적인 수법의 하나로 되어 있으므로 상세한 해설은 관련문헌에 맡기기로 하나, 나중의 설명을 위해 약간 논하기로 한다. 기본가정으로서 유체는 비압축성, 비점성으로 하고 유체의 운동은 비회전인 것으로 한다. 또, 선체의 운동과 입사파의 유체운동은 미소진폭의 주기운동을 하는 것으로 하고, 각각의 정상상태를 논하기로 한다. 또한 자유표면은 모든 방향으로 무한히 펼쳐져 있는 것으로 하고, 수심이 유한의 경우에는 수심을 일정으로 한다.

TLP는 자유표면에서 조우 주파수 ω로 운동하는 것으로 하며, 조류는 x축의 음의 방향으로 U의 속도로 흐르는 것으로 한다. 좌표계로서는 Fig.1 에 보는 바와 같이 우수계의 직각좌표계(기준좌표계) $o-xyz$를 취하고, xy평면은 평균수면에 두고, z축은 연직상방으로 향하고 있는 것으로 한다. 입사파는 x 축의 음의 방향에서 양의 방향으로, x축과 β의 각을 이루며 진행하는 것으로 한다.

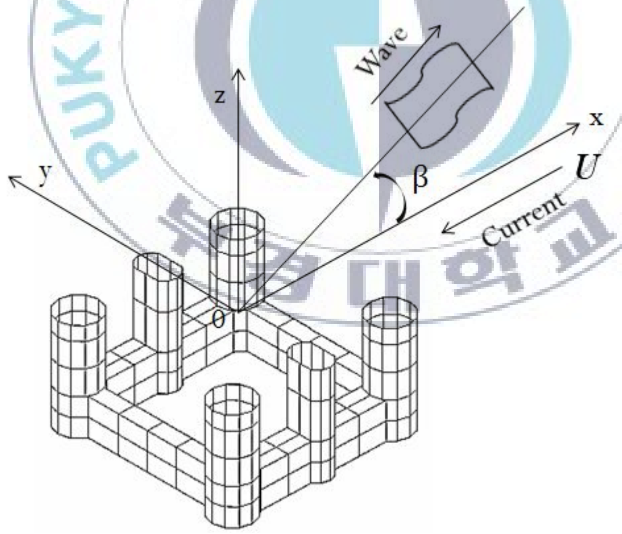

Fig.1 Coordinate system

임의의 운동기준점(x_m, y_m, z_m)의 각 축방향의 병진운동 및 각 축둘레의 회전운동을 Fig.2 와 같이 정의한다.

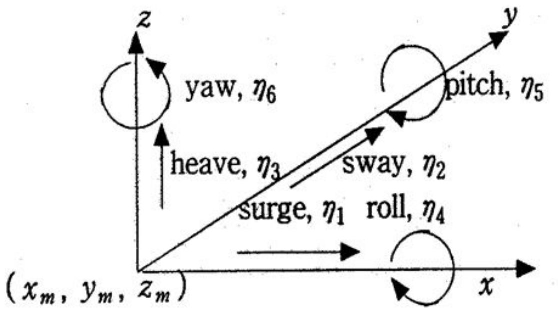

Fig.2 Definition of motions

또한 Fig.3 과 같이 유체 영역의 경계를 다음과 같이 나타낸다.

$$S = S_H + S_F + S_B + S_R$$

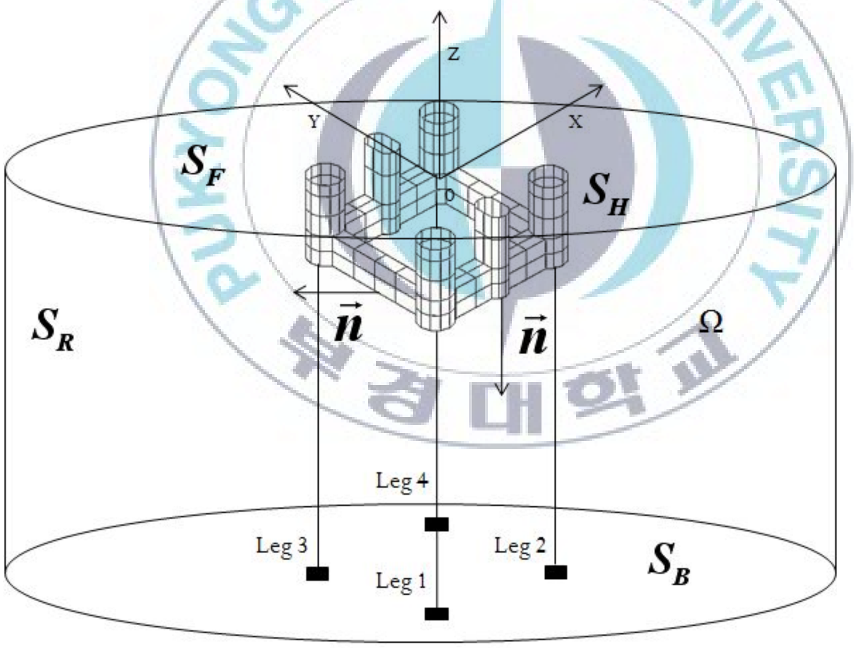

Fig.3 Boundary surface and fluid region

여기서, S_H는 TLP의 침수표면, S_F는 자유표면, S_B는 해저면, S_R는 무한 원방의 경계면, Ω는 유장이다.

2.2 기초방정식과 경계조건

비회전 완전유체의 유체운동은 다음 식으로 정의되는 속도포텐셜 Φ에 의해 기술할 수 있다.

$$\vec{V} = grad\,\Phi(x, y, z, t) \tag{2.1}$$

단, $\vec{V}$ 는 유체의 속도 벡터이다.

그런데 이 속도포텐셜은 정상포텐셜과 비정상 포텐셜로 나눌 수 있고, 비정상 포텐셜은 입사파의 속도포텐셜과 구속된 TLP에 의한 입사파의 산란을 나타내는 산란 포텐셜 및 정수 중에서 TLP의 운동에 의해 발생되는 방사파를 나타내는 방사 포텐셜의 합으로서 생각할 수 있다.

또한, 방사 포텐셜은 운동자유도에 따라 6성분으로 나눌 수 있다. 따라서 유장 전체의 속도포텐셜은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Phi(x, y, z, t) = -Ux + \phi_s(x, y, z) + \tilde{\Phi}(x, y, z, t) \tag{2.2}$$

$$\tilde{\Phi}(x, y, z, t) = [\phi_I(x, y, z) + \phi_D(x, y, z) + \sum_{k=1}^{6} -i\omega\eta_k\phi_k(x, y, z)]\,e^{-i\omega t} \tag{2.3}$$

여기서, ϕ_s는 current U(조류속도)에 의한 정상 교란 속도포텐셜로서 본 연구에서는 정상 교란 포텐셜을 무시한다. 또, $\tilde{\Phi}$는 파에 의한 비정상 속도포텐셜, ϕ_I는 입사파의 포텐셜, ϕ_D는 산란 포텐셜, ϕ_k는 운동기준점에서 TLP가 단위 속도 진폭으로 k방향의

운동에 의해 발생하는 방사 포텐셜이다. 또, i는 허수단위, ω는 TLP와 파의 조우 각주파수, η_k는 k방향의 복소 변위 진폭이다. 그리고, $e^{-i\omega t}$가 곱해져 있는 표현식은 모두 그 실수부를 취한 것으로 한다. 또한, x축의 음의 방향에서 양의 방향으로, x축과 β의 각을 이루며 입사하는 평면 입사파의 포텐셜은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

유한 수심의 경우에는

$$\Phi_I = \frac{g\zeta_a}{i\omega_0}\frac{\cosh k_0(z+h)}{\cosh k_0 h}e^{ik_0(x\cos\beta + y\sin\beta)} \tag{2.4a}$$

이고, 무한 수심의 경우에는

$$\Phi_I = \frac{g\zeta_a}{i\omega_0}e^{k_0 z}e^{ik_0(x\cos\beta + y\sin\beta)} \tag{2.4b}$$

이다. 여기서, ζ_a는 평면 입사파의 진폭, g는 중력 가속도, h는 수심, k_o는 파수이다. 또, 파수 k_0는, 유한 수심의 경우에는

$$k_0 \tanh k_0 h = \frac{\omega_0^2}{g} \tag{2.4'a}$$

의 양의 실근이고, 무한수심의 경우에는

$$k_0 = \frac{\omega_0^2}{g} \tag{2.4'b}$$

이다. 또 ω_0는 평면 입사파의 각주파수로서 조우 주파수 ω와는 다음의 관계가 성립한다.

$$\omega = \omega_0 - Uk_0 \cos\beta \tag{2.5}$$

유장의 비정상 속도포텐셜 $\widetilde{\Phi}$는 다음과 같은 기초방정식과 경계조건을 만족하는 함수이다.

$$\nabla^2 \widetilde{\Phi} = 0 \qquad \text{in } \Omega \tag{2.6}$$

$$\left[\left(i\omega + U\frac{\partial}{\partial x} \right)^2 + g\frac{\partial}{\partial z} \right] \widetilde{\Phi} = 0 \qquad \text{on } S_F \tag{2.7}$$

$$\frac{\partial \widetilde{\Phi}}{\partial z} = 0 \qquad \text{on } S_B \tag{2.8a}$$

$$\lim_{z \to -\infty} grad\, \widetilde{\Phi} = 0 \qquad \text{on } S_B \tag{2.8b}$$

$$\frac{\partial \widetilde{\Phi}}{\partial n} = v_n \qquad \text{on } S_H \tag{2.9}$$

여기서, 식(2.8a)는 유한 수심의 경우이고, 식(2.8b)는 무한수심의 경우이다.

또한, 식(2.6)～식(2.9)는 각각 유체내부 Ω 에서의 유체의 연속성, 자유표면 S_F 에 있어서의 운동학적·역학적 조건, 유한 수심의 경우의 해저면 S_B 에 있어서의 불투과 조건, 무한 수심의 경우의 해저면 S_B 에 있어서의 유체는 유속을 갖지 않는 조건, TLP 침수표면 S_H 에 있어서의 TLP와 유체의 속도의 연속조건을 나타내고 있다.

단, n 에 의한 미분은 TLP표면에 있어서의 유체중으로 향하는 법선 방향 미분을 나타내고, v_n 은 TLP 표면 각 점에서의 법선 방향의 속도를 나타낸다. 또, ∇^2 은

Laplacian 이다. 입사파의 포텐셜 Φ_I 는 단독으로, 기초방정식인 Laplace 방정식과 자유표면($[(i\omega)^2 + g\frac{\partial}{\partial z}]\Phi_I = 0$ on S_F) 및 해저면에 있어서의 경계조건을 만족하고 있다. 따라서, 식(2.3)을 식(2.6) ~ 식(2.9)에 대입하고, 이것을 고려하면 선형성에 의해 산란 포텐셜 Φ_D 및 방사 포텐셜 Φ_k ($k = 1 \sim 6$) 은 각각 다음과 같은 경계치 문제의 해로서 구할 수 있다.

(산란 문제)

$$\nabla^2\Phi_D = 0 \qquad \text{in } \Omega \tag{2.10}$$

$$[(i\omega + U\frac{\partial}{\partial x})^2 + g\frac{\partial}{\partial z}](\Phi_I + \Phi_D) = 0 \qquad \text{on } S_F \tag{2.11}$$

$$\frac{\partial\Phi_D}{\partial z} = 0 \qquad \text{on } S_B \tag{2.12a}$$

$$\lim_{z \to -\infty} grad\,\Phi_D = 0 \qquad \text{on } S_B \tag{2.12b}$$

$$\frac{\partial\Phi_D}{\partial n} = -\frac{\partial\Phi_I}{\partial n} \qquad \text{on } S_H \tag{2.13}$$

$$\lim_{R\to\infty}\sqrt{R}\left(\frac{\partial\Phi_D}{\partial R} - ik\Phi_D\right) = 0 \qquad \text{on } S_R \tag{2.14}$$

(방사 문제)

$$\nabla^2\Phi_k = 0 \qquad \text{in } \Omega \tag{2.15}$$

$$[(i\omega + U\frac{\partial}{\partial x})^2 + g\frac{\partial}{\partial z}]\Phi_k = 0 \qquad \text{on } S_F \tag{2.16}$$

$$\frac{\partial \Phi_k}{\partial z} = 0 \qquad \text{on} \quad S_B \tag{2.17a}$$

$$\lim_{z \to -\infty} grad\,\Phi_k = 0 \qquad \text{on} \quad S_B \tag{2.17b}$$

$$\frac{\partial \Phi_k}{\partial n} = n_k + i\frac{U}{\omega} m_k \qquad \text{on} \quad S_H \tag{2.18}$$

$$\lim_{R \to \infty} \sqrt{R}\left(\frac{\partial \Phi_k}{\partial R} - ik\Phi_k\right) = 0 \qquad \text{on} \quad S_R \tag{2.19}$$

여기서, 식(2.12a) 및 식(2.17a) 는 유한수심의 경우이고, 식(2.12b) 및 식(2.17b) 는 무한수심의 경우이다. 또, 식(2.14) 및 식(2.19)는 무한 원방에 있어서의 방사조건이며, 무한 원방에 있어서는 산란파, 방사파 둘 다 방사상으로 펼쳐져 가는 진행파 성분만으로 된다고 하는 물리적인 조건을 나타내고 있다. 단, R 은 source 점과 field 점의 수평거리이며, k는 조우 파수로서 유한수심의 경우에는

$$k\tanh kh = \frac{\omega^2}{g} = K \tag{2.20a}$$

의 양의 실근이고, 무한수심의 경우에는

$$k = \frac{\omega^2}{g} = K \tag{2.20b}$$

이다. 또, n_k는 다음 식에 있듯이, 각 축에 평행한 단위 속도운동에 의한 TLP 표면에서의 운동 속도의 법선방향성분 ($k=1\sim3$) 및 각 축둘레의 단위 각속도 운동에 의한 TLP표면에서의 운동속도의 법선방향성분 ($k=4\sim6$) 이다.

$$n_1 = n_x\ ,\ n_2 = n_y\ ,\ n_3 = n_z$$

$$n_4 = (y - y_m)n_z - (z - z_m)n_y$$

$$n_5 = (z - z_m)n_x - (x - x_m)n_z$$

$$n_6 = (x - x_m)n_y - (y - y_m)n_x \tag{2.21}$$

단, n_x , n_y , n_z 는 각각 TLP 표면상의 단위 법선벡터의 x , y , z 성분이며, m_k 는 Φ_s를 무시한다고 가정하고 있으므로 다음의 관계를 만족한다.

$$m_k = 0 \qquad (k = 1 \sim 4)$$

$$m_5 = n_3\ ,\quad m_6 = -n_2 \tag{2.22}$$

또, TLP의 운동(조우)주파수 ω 가 미분 연산자 $U\dfrac{\partial}{\partial x}$ 보다 훨씬 큰 고주파수로 가정하면($\omega \gg U\dfrac{\partial}{\partial x}$), 식(2.11), (2.16)의 자유표면 경계조건은 다음과 같이 간단히 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial\Phi_D}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g}\Phi_D = \frac{\partial\Phi_D}{\partial z} - K\Phi_D = 0 \tag{2.23}$$

$$\frac{\partial\Phi_k}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g}\Phi_k = \frac{\partial\Phi_k}{\partial z} - K\Phi_k = 0 \qquad (k=1\sim 6) \tag{2.24}$$

식(2.15) ~ 식(2.19)는 $k = 1\sim 6$ 의 각 운동성분에 대해 성립해야 할 관계식이며, $k = 1\sim 6$ 은 각각 다음의 운동을 나타내는 것으로 한다.

$k = 1$: surge　　　　$k = 4$: roll

$k = 2$: sway　　　　$k = 5$: pitch

$k = 3$: heave　　　　$k = 6$: yaw

개개의 운동의 의미는 Fig.2 에 나타낸 것과 같다. 산란 포텐셜 ϕ_D 는 식(2.10), 식(2.12a)～식(2.14), 식(2.23)을 만족하는 함수로서 구해지고, 단위 속도 진폭으로 k 방향의 운동에 의해 발생하는 방사 포텐셜 $\phi_k(k=1\sim6)$ 은 식(2.15), 식(2.17a)～식(2.19), 식(2.24)를 만족하는 함수로서 구해진다. 이같이 양자는 각각 서로 독립한 경계치 문제의 해로서 구해지고, 이들을 각각 산란 문제 및 방사 문제라 부른다. 그래서 파랑에 의한 힘(파강제력) 혹은 TLP의 운동에 의해 TLP가 주변의 유체로부터 받는 반력(유체력)을 구하는 문제는 식(2.10), 식(2.12a)～식(2.14), 식(2.23) 혹은 식(2.15), 식(2.17a)～식(2.19), 식(2.24)로 표시되는 경계치 문제를 푸는 것에 귀착된다. 산란 문제와 방사 문제를 비교해보면 알 수 있듯이, 양자는 TLP 표면에 있어서의 경계조건이 다를 뿐이므로, 해법의 과정은 거의 동일하다. 단, 산란 포텐셜 ϕ_D는 입사파 포텐셜 ϕ_I와 동일하게 유속 U와 무관하다. 그러나 방사 포텐셜 ϕ_k는 유속 U에 의존하고 있다. 유속이 없는 경우의 방사 포텐셜을 ϕ_k^0라 하고, 유속에 기인하는 방사 포텐셜을 ϕ_k^U라 하면, 방사 포텐셜 ϕ_k는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\phi_k = \phi_k^0 + i\frac{U}{\omega}\phi_k^U \quad (k=1\sim6) \tag{2.25}$$

이 식을 식(2.18)에 대입하면,

$$\frac{\partial}{\partial n}(\phi_k^0 + i\frac{U}{\omega}\phi_k^U) = \frac{\partial\phi_k^0}{\partial n} + i\frac{U}{\omega}\frac{\partial\phi_k^U}{\partial n} = n_k + i\frac{U}{\omega}m_k \tag{2.26}$$

의 관계가 성립하고, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial \phi_k^0}{\partial n} = n_k, \quad \frac{\partial \phi_k^U}{\partial n} = m_k \tag{2.27}$$

그러므로, 유속에 기인하는 방사 포텐셜 ϕ_k^U를 다음과 같이 유속이 없는 경우의 방사 포텐셜 ϕ_k^0로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\phi_k^U = 0 \qquad (\, k = 1 \sim 4) \\ &\phi_5^U = \phi_3^0, \quad \phi_6^U = -\phi_2^0 \end{aligned} \tag{2.28}$$

이 식을 식(2.25)에 대입하면, 방사 포텐셜 ϕ_k는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} &\phi_k = \phi_k^0 \qquad (\, k = 1 \sim 4) \\ &\phi_5 = \phi_5^0 + i\frac{U}{\omega}\phi_3^0, \quad \phi_6 = \phi_6^0 - i\frac{U}{\omega}\phi_2^0 \end{aligned} \tag{2.29}$$

그러므로 유속이 없는 경우의 방사 포텐셜 ϕ_k^0를 구하면, 유속을 포함하는 방사 포텐셜 ϕ_k를 구할 수 있다.

2.3 유체력 및 파강제력

일정 유속 U로 진행하는 파중에 계류된 TLP에 작용하는 유체력과 모멘트를 구하기 위해, 먼저 유장에서의 압력은 선형화된 Bernoulli 방정식에 의해 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$p = -\rho\left[\frac{\partial\widetilde{\Phi}}{\partial t} - U\frac{\partial\widetilde{\Phi}}{\partial x} + gz\right] \tag{2.30}$$

여기서, ρ는 유체의 밀도이다. 그러므로 TLP에 작용하는 유체력과 모멘트는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_j = -\int\int_{S_H} p\cdot n_j ds$$

$$= -\int\int_{S_H} -\rho\left[\frac{\partial\widetilde{\Phi}}{\partial t} - U\frac{\partial\widetilde{\Phi}}{\partial x} + gz\right] n_j ds$$

$$= -\rho\int\int_{S_H}\left(i\omega + U\frac{\partial}{\partial x}\right)\widetilde{\Phi}\, n_j ds + \rho g\int\int_{S_H} z n_j ds$$

$$= -\rho\int\int_{S_H}\left(i\omega + U\frac{\partial}{\partial x}\right)\left[\phi_I + \phi_D + \sum_{k=1}^{6} - i\omega\eta_k\phi_k\right]e^{-i\omega t} n_j ds + \rho g\int\int_{S_H} z n_j ds$$

$$= -\rho\int\int_{S_H}\left(i\omega + U\frac{\partial}{\partial x}\right)\left[\phi_I + \phi_D\right]e^{-i\omega t} n_j ds$$

$$-\rho\int\int_{S_H}\left(i\omega + U\frac{\partial}{\partial x}\right)\left[\sum_{k=1}^{6} - i\omega\eta_k\phi_k\right]e^{-i\omega t} n_j ds$$

$$+\rho g \int\int_{S_H} z n_j ds \tag{2.31}$$

식(2.31)에 의해 표현되는 TLP에 작용하는 유체력과 모멘트를 다음과 같이 파강제력과 모멘트 F_j^W, 동유체력과 모멘트 F_j^R, 복원력과 모멘트 F_j^δ으로 나누어 나타낼 수 있다.

$$F_j^W = -\rho \int\int_{S_H} (i\omega + U\frac{\partial}{\partial x})[\phi_I + \phi_D] e^{-i\omega t} n_j ds \tag{2.32}$$

$$F_j^R = -\rho \int\int_{S_H} (i\omega + U\frac{\partial}{\partial x})[\sum_{k=1}^{6} - i\omega \eta_k \phi_k] e^{-i\omega t} n_j ds \tag{2.33}$$

$$F_j^\delta = \rho g \int\int_{S_H} z n_j ds \tag{2.34}$$

식(2.33)의 동유체력과 모멘트는 다음과 같이 운동의 가속도에 비례하는 항과 운동의 속도에 비례하는 항으로 나타낼 수 있다.

$$F_j^R = -\rho \int\int_{S_H} (i\omega + U\frac{\partial}{\partial x})[\sum_{k=1}^{6} - i\omega \eta_k \phi_k] e^{-i\omega t} n_j ds$$

$$= -\rho\omega \sum_{k=1}^{6} \eta_k e^{-i\omega t} \int\int_{S_H} (\omega - iU\frac{\partial}{\partial x}) \phi_k n_j ds$$

$$= \sum_{k=1}^{6} T_{jk} \eta_k e^{-i\omega t}$$

$$= \sum_{k=1}^{6} \left\{ -\mu_{jk} \frac{\partial^2 (\eta_k e^{-i\omega t})}{\partial t^2} - \nu_{jk} \frac{\partial (\eta_k e^{-i\omega t})}{\partial t} \right\} \tag{2.35}$$

여기서,

$$
\begin{aligned}
T_{jk} &= -\rho\omega \int\int_{S_H} n_j(\omega - iU\frac{\partial}{\partial x})\phi_k ds \\
&= \omega^2 \mu_{jk} + i\omega\nu_{jk} \\
&= Re\{T_{jk}\} + iIm\{T_{jk}\}
\end{aligned}
\tag{2.36}
$$

$$
\mu_{jk} = \frac{1}{\omega^2} Re\{T_{jk}\} = -\frac{\rho}{\omega} Re\int\int_{S_H} n_j(\omega - iU\frac{\partial}{\partial x})\phi_k ds \tag{2.37}
$$

$$
\nu_{jk} = \frac{1}{\omega} Im\{T_{jk}\} = -\rho\, Im\int\int_{S_H} n_j(\omega - iU\frac{\partial}{\partial x})\phi_k ds \tag{2.38}
$$

이고, 식(2.37)과 식(2.38)은 각각 k 방향의 운동에 의한 j 방향에의 부가질량 및 감쇠 계수이다. 왜냐하면 $\eta_k e^{-i\omega t}$ 는 TLP의 k 방향의 변위이므로 식(2.35)은 TLP의 운동에 의해 TLP 자신이 받는 힘이 운동가속도 및 운동속도에 비례하는 성분으로 이루어져 있기 때문이다. 또, 식(2.35)의 음의 부호는 운동 방향과 반대로 힘이 작용하는 것을 의미한다. 만약 유체력 계수가 음이라 하면 운동 방향으로 반력이 작용하는 것을 의미한다. 식(2.25)를 식(2.36)에 대입하면,

$$
T_{jk} = -\rho\omega \int\int_{S_H} n_j(\omega - iU\frac{\partial}{\partial x})\phi_k ds
$$

$$= -\rho\omega \int\int_{S_H} n_j(\omega - iU\frac{\partial}{\partial x})[\phi_k^0 + i\frac{U}{\omega}\phi_k^U]ds$$

$$= -\rho\omega \int\int_{S_H} n_j\left\{\omega\phi_k^0 + U(-i\frac{\partial\phi_k^0}{\partial x} + i\phi_k^U) + U^2(\frac{1}{\omega}\frac{\partial\phi_k^U}{\partial x})\right\}ds$$

$$= -\rho\omega^2 \int\int_{S_H} n_j\phi_k^0 ds + i\rho\omega U\int\int_{S_H} n_j(\frac{\partial\phi_k^0}{\partial x} - \phi_k^U)\, ds$$

$$-\rho U^2 \int\int_{S_H} n_j\frac{\partial\phi_k^U}{\partial x}\, ds$$

$$= T_{jk}^0 + UT_{jk}^U + U^2 T_{jk}^{U2} \tag{2.39}$$

여기서,

$$T_{jk}^0 = -\rho\omega^2 \int\int_{S_H} n_j\phi_k^0 ds \tag{2.40}$$

$$T_{jk}^U = i\rho\omega \int\int_{S_H} n_j\frac{\partial\phi_k^0}{\partial x}\, ds - i\rho\omega\int\int_{S_H} n_j\phi_k^U ds \tag{2.41}$$

$$T_{jk}^{U2} = -\rho\int\int_{S_H} n_j\frac{\partial\phi_k^U}{\partial x}\, ds \tag{2.42}$$

식(2.39)의 속도포텐셜 ϕ_k^U에 식(2.28)을 적용시키면, T_{jk}는 다음과 같이 표현할 수 있다.

(1) $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, $k = 1, 2, 3, 4$ 인 경우

$$T_{jk}^U = i\rho\omega \int\int_{S_H} n_j\frac{\partial\phi_k^0}{\partial x}\, ds$$

$$T_{jk}^{U2} = 0$$

$$T_{jk} = T_{jk}^0 + UT_{jk}^U + U^2 T_{jk}^{U2} = T_{jk}^0 + i\rho\omega U \int\int_{S_H} n_j \frac{\partial \Phi_k^0}{\partial x}\, ds \tag{2.43}$$

(2) $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, $k = 5$ 인 경우

$$T_{j5}^U = i\rho\omega \int\int_{S_H} n_j \frac{\partial \Phi_5^0}{\partial x}\, ds - i\rho\omega \int\int_{S_H} n_j \Phi_3^0 ds = i\rho\omega \int\int_{S_H} n_j \frac{\partial \Phi_5^0}{\partial x}\, ds + \frac{i}{\omega}\, T_{j3}^0$$

$$T_{j5}^{U2} = -\rho \int\int_{S_H} n_j \frac{\partial \Phi_3^0}{\partial x}\, ds$$

$$T_{j5} = T_{j5}^0 + UT_{j5}^U + U^2 T_{j5}^{U2}$$

$$= T_{j5}^0 + \frac{iU}{\omega} T_{j3}^0 + i\rho\omega U \int\int_{S_H} n_j \frac{\partial \Phi_5^0}{\partial x}\, ds - \rho U^2 \int\int_{S_H} n_j \frac{\partial \Phi_3^0}{\partial x}\, ds \tag{2.44}$$

(3) $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ $k = 6$ 인 경우

$$T_{j6}^U = i\rho\omega \int\int_{S_H} n_j \frac{\partial \Phi_6^0}{\partial x}\, ds + i\rho\omega \int\int_{S_H} n_j \Phi_2^0 ds = i\rho\omega \int\int_{S_H} n_j \frac{\partial \Phi_6^0}{\partial x}\, ds - \frac{i}{\omega}\, T_{j2}^0$$

$$T_{j6}^{U2} = \rho \int\int_{S_H} n_j \frac{\partial \Phi_2^0}{\partial x}\, ds$$

$$T_{j6} = T_{j6}^0 + UT_{j6}^U + U^2 T_{j6}^{U2}$$

$$= T_{j6}^0 - i\frac{U}{\omega} T_{j2}^0 + i\rho\omega U \int\int_{S_H} n_j \frac{\partial \Phi_6^0}{\partial x}\, ds + \rho U^2 \int\int_{S_H} n_j \frac{\partial \Phi_2^0}{\partial x}\, ds \tag{2.45}$$

식(2.32)에서 표현된 파강제력과 모멘트는 다음과 같다.

$$F_j^W = F_j^I + F_j^D$$

$$= -\rho \int\int_{S_H} n_j (i\omega + U\frac{\partial}{\partial x})[\Phi_I + \Phi_D] e^{-i\omega t} ds \quad (\ j = 1 \sim 6) \tag{2.46}$$

여기서, F_j^I는 입사파에 의한 파강제력과 모멘트이고, F_j^D는 산란파에 의한 파강제력과 모멘트이며, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F_j^I = -\rho \int\int_{S_H} n_j (i\omega + U\frac{\partial}{\partial x}) \Phi_I e^{-i\omega t} ds$$

$$= -\rho \int\int_{S_H} n_j (i\omega \Phi_I + U\frac{\partial \Phi_I}{\partial x}) e^{-i\omega t} ds$$

$$= -i\rho \int\int_{S_H} n_j (\omega + U k_0 \cos\beta) \Phi_I e^{-i\omega t} ds$$

$$= -i\rho\omega_o \int\int_{S_H} n_j \Phi_I ds\, e^{-i\omega t} \tag{2.47}$$

$$F_j^D = -\rho \int\int_{S_H} n_j (i\omega + U\frac{\partial}{\partial x}) \Phi_D e^{-i\omega t} ds$$

$$= -i\rho\omega \int\int_{S_H} n_j \Phi_D ds\, e^{-i\omega t} - \rho U \int\int_{S_H} n_j \frac{\partial \Phi_D}{\partial x} ds\, e^{-i\omega t}$$

$$= \{ F_j^{D0} + U F_j^{DU} \} e^{-i\omega t} \tag{2.48}$$

여기서,

$$F_j^{D0} = -i\rho\omega \int\int_{S_H} n_j \Phi_D ds \tag{2.49}$$

$$F_j^{DU} = -\rho \int\int_{S_H} n_j \frac{\partial \Phi_D}{\partial x} ds \tag{2.50}$$

정적 유체압력에 기인하는 복원력과 모멘트는 식(2.34)에 의해 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F_j^{\delta} = \rho g \int\int_{S_H} z n_j ds \tag{2.51}$$

식(2.51)은 운동기준점(x_m, y_m, z_m)에 작용하는 복원력과 모멘트이나, 먼저 무게중심에서의 복원력과 모멘트를 생각하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\vec{F}_g^{\,\delta} = \rho g \int\int_{S_H} z\vec{n} ds \tag{2.52}$$

$$\vec{M}_g^{\,\delta} = \rho g \int\int_{S_H} [(\vec{x} - \vec{x}_g)\times\vec{n}] z ds \tag{2.53}$$

여기서 $\vec{n}$ 은 외향법선벡터, $\vec{x} - \vec{x}_g$ 은 무게중심에서 임의점까지의 위치벡터이다.

또, 기준 좌표계($o - xyz$ 좌표계)와 물체고정 좌표계($o^* - x^* y^* z^*$ 좌표계)로 표현되는 임의점의 위치벡터를 각각 $\vec{x}$, $\vec{x^*}$ 라 하면, $\vec{x}$ 와 $\vec{x^*}$ 사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} \vec{x} &= \vec{x}_g + (\vec{x^*} - \vec{x^*_g}) + \vec{\eta}_{gR}\times(\vec{x^*} - \vec{x^*_g}) \\ &\doteqdot \vec{x^*} + \vec{\eta}_{gT} + \vec{\eta}_{gR}\times(\vec{x^*} - \vec{x^*_g}) \end{aligned} \tag{2.54}$$

여기서, $\overrightarrow{\eta_{gT}} = (\eta_{g1}, \eta_{g2}, \eta_{g3})$ 는 기준 좌표계의 무게중심에서의 병진변위를 나타내고, $\overrightarrow{\eta_{gR}} = (\eta_{g4}, \eta_{g5}, \eta_{g6})$ 는 회전변위를 나타낸다.

식(2.52)의 복원력은 Gauss정리를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\vec{F}_g^{\,\delta} = \rho g \int\int_{S_H} z\vec{n}ds = \rho g \int\int\int (\nabla z) dV \tag{2.55}$$

여기서,

$$\nabla z = (\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k})z = \vec{k}$$

이므로, 식(2.55)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \vec{F}_g^{\,\delta} &= \vec{k}\rho g \int\int\int_V dV \\ &= \vec{k}\rho g \left[V_0 - \int\int_{S_0} (z - z^*) dx^* dy^* \right] \\ &= \vec{k}\rho g [\, V_0 - \int\int_{S_0} \{\eta_{g3} + \eta_{g4}(y^* - y_g^*) - \eta_{g5}(x^* - x_g^*)\} dx^* dy^*] \\ &= \vec{k}\rho g [\, V_0 - \eta_{g3} S_0 - \eta_{g4} S_2 + \eta_{g5} S_1] \end{aligned} \tag{2.56}$$

여기서, $S_0 = \int\int_{S_0} dx^* xy^*$ 로 수선면적이다.

식(2.53)의 무게중심에서의 복원력에 의한 모멘트에 대해 기준좌표계를 $\overrightarrow{\eta_{0T}}$ 만큼 평행이동한 좌표계($o' - x'y'z'$ 좌표계)로 표현하고 Gauss정리를 적용하면, 다음과 같이 된다.

$$\overrightarrow{M_g}^{\delta} = \rho g \int\int_{S_H} [(\overrightarrow{x'} - \overrightarrow{x_g'}) \times \overrightarrow{n}] z ds$$

$$= \rho g \int\int_{S_H} [(\overrightarrow{x} - \overrightarrow{\eta_{0T}} - \overrightarrow{x_g'}) \times \overrightarrow{n}] z ds$$

$$= \rho g \int\int_{S_H} [(\overrightarrow{x} - \overrightarrow{\eta_{0T}} - \overrightarrow{x_g^*} - \overrightarrow{\eta_{0R}} \times \overrightarrow{x_g^*}) \times \overrightarrow{n}] z ds$$

$$= \rho g \int\int_{S_H} [(\overrightarrow{x} - \overrightarrow{\eta_{gT}} - \overrightarrow{x_g^*}) \times \overrightarrow{n}] z ds$$

$$= -\rho g \int\int\int_V [\nabla \times z(\overrightarrow{x} - \overrightarrow{\eta_{gT}} - \overrightarrow{x_g^*})] dV$$

$$= \vec{i}\rho g[V_0\{(y_b^* - y_g^*) + \eta_{g6}(x_b^* - x_g^*) - \eta_{g4}(z_b^* - z_g^*)\} - \eta_{g3}S_2 - \eta_{g4}S_{22}$$
$$+ \eta_{g5}S_{12}] - \vec{j}\rho g[V_0\{(x_b^* - x_g^*) + \eta_{g5}(z_b^* - z_g^*) - \eta_{g6}(y_b^* - y_g^*)\}$$
$$- \eta_{g3}S_1 - \eta_{g4}S_{12} + \eta_{g5}S_{11}] \qquad (2.57)$$

여기서, $\overrightarrow{x_b}$와 S_j와 S_{ij}는 각각 부력중심, 무게중심에서의 수선면 1차 모멘트와 2차 모멘트로서 다음과 같이 정의된다.

$$\overrightarrow{x_b^*} = \frac{1}{V_0}\int\int\int_{V_0} \overrightarrow{x^*} dV \qquad (2.58)$$

$$S_j = \int\int_{S_0} (x_j^* - x_{gj}^*) dx^* dy^*, \quad j = 1, 2 \qquad (2.59)$$

$$S_{ij} = \int\int_{S_0} (x_i^* - x_{gi}^*)(x_j^* - x_{gj}^*) dx^* dy^*, \quad i, j = 1, 2 \qquad (2.60)$$

여기서, $\overrightarrow{x^*} - \overrightarrow{x_g^*} = \begin{Bmatrix} x^* - x_g^* \\ y^* - y_g^* \\ z^* - z_g^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_1^* - x_{g1}^* \\ x_2^* - x_{g2}^* \\ x_3^* - x_{g3}^* \end{Bmatrix}$ 이다.

단, $\overrightarrow{x_g^*}$ 및 (2.58)~(2.60)식은 TLP의 정적 평형상태에서 정의되므로, 이후 *를 생략하기로 한다.

그러므로, 무게중심에서의 중력에 의한 힘은 $(0, 0, -mg)$이고 중력에 의한 모멘트는 0이므로, 무게중심에서의 정적 유체압력과 중력에 기인하는 전체 복원력과 모멘트는 식(2.56), (2.57)에서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F_{gi}^{\delta} = (\rho V_0 - m) g \delta_{i3} + \rho g V_0 (y_b - y_g) \delta_{i4} - \rho g V_0 (x_b - x_g) \delta_{i5} - \sum_{j=1}^{6} K_{ij}^{\delta} \eta_{gj}$$

(2.61)

여기서,

$$[K_{ij}^{\delta}] = \rho g \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_0 & S_2 & -S_1 & 0 \\ 0 & 0 & S_2 & S_{22} + V_0(z_b - z_g) & -S_{12} & -V_0(x_b - x_g) \\ 0 & 0 & -S_1 & -S_{12} & S_{11} + V_0(z_b - z_g) & -V_0(y_b - y_g) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(2.62)

이다.

변위를 보통 TLP의 무게중심 $\overrightarrow{x_g}$에서의 운동으로 평가하나, 항상 편리한 것은 아니므로, 임의의 운동기준점 $\overrightarrow{x_m}$에서의 운동으로 평가하기로 한다.

$\overrightarrow{x_g}$와 $\overrightarrow{x_m}$에서의 변위관계는 다음과 같이 표현된다.

$$(\eta_{g1}, \eta_{g2}, \eta_{g3}) = (\eta_1, \eta_2, \eta_3) + (\overrightarrow{x_m} - \overrightarrow{x_g}) \times (\eta_4, \eta_5, \eta_6),$$

$(\eta_{g4}, \eta_{g5}, \eta_{g6}) = (\eta_4, \eta_5, \eta_6)$ 이므로

$$\begin{Bmatrix} \eta_{g1} \\ \eta_{g2} \\ \eta_{g3} \\ \eta_{g4} \\ \eta_{g5} \\ \eta_{g6} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \eta_1 - \eta_5(z_m - z_g) + \eta_6(y_m - y_g) \\ \eta_2 + \eta_4(z_m - z_g) - \eta_6(x_m - x_g) \\ \eta_3 - \eta_4(y_m - y_g) + \eta_5(x_m - x_g) \\ \eta_4 \\ \eta_5 \\ \eta_6 \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -(z_m - z_g) & (y_m - y_g) \\ 0 & 1 & 0 & (z_m - z_g) & 0 & -(x_m - x_g) \\ 0 & 0 & 1 & -(y_m - y_g) & (x_m - x_g) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \\ \eta_5 \\ \eta_6 \end{Bmatrix} \qquad (2.63)$$

마찬가지로, 위의 방법과 유사하게 힘의 관계는 다음과 같다.

$(F_{g1}^{\delta}, F_{g2}^{\delta}, F_{g3}^{\delta}) = (F_1^{\delta}, F_2^{\delta}, F_3^{\delta})$,

$(F_{g4}^{\delta}, F_{g5}^{\delta}, F_{g6}^{\delta}) = (F_4^{\delta}, F_5^{\delta}, F_6^{\delta}) + (\overrightarrow{x_m} - \overrightarrow{x_g}) \times (F_1^{\delta}, F_2^{\delta}, F_3^{\delta})$ 이므로

$$\begin{Bmatrix} F_{g1}^{\delta} \\ F_{g2}^{\delta} \\ F_{g3}^{\delta} \\ F_{g4}^{\delta} \\ F_{g5}^{\delta} \\ F_{g6}^{\delta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1^{\delta} \\ F_2^{\delta} \\ F_3^{\delta} \\ F_4^{\delta} + F_3^{\delta}(y_m - y_g) - F_2^{\delta}(z_m - z_g) \\ F_5^{\delta} + F_1^{\delta}(z_m - z_g) - F_3^{\delta}(x_m - x_g) \\ F_6^{\delta} - F_1^{\delta}(y_m - y_g) + F_2^{\delta}(x_m - x_g) \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(z_m - z_g) & (y_m - y_g) & 1 & 0 & 0 \\ (z_m - z_g) & 0 & -(x_m - x_g) & 0 & 1 & 0 \\ -(y_m - y_g) & (x_m - x_g) & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1^{\delta} \\ F_2^{\delta} \\ F_3^{\delta} \\ F_4^{\delta} \\ F_5^{\delta} \\ F_6^{\delta} \end{Bmatrix}$$

(2.64)

식 (2.63), (2.64)를 식 (2.61)에 대입하면 임의의 운동기준점(x_m, y_m, z_m)에서의 복원력과 모멘트는 다음과 같이 표현된다.

$$F_i^{\delta} = (\rho V_0 - m)g\delta_{i3} + \{\rho g V_0(y_b - y_g) - (\rho V_0 - m)g(y_m - y_g)\}\delta_{i4}$$

$$- \{\rho g V_0(x_b - x_g) - (\rho V_0 - m)g(x_m - x_g)\}\delta_{i5} - \sum_{i=1}^{6} K_{ij}\eta_j \qquad (2.65)$$

여기서, 정수압에 의한 복원력 계수 K_{ij} 는 다음과 같다.

$$K_{33} = \rho g S_0 = \rho g \int\int_{S_0} dA$$

$$K_{34} = \rho g S_2 - \rho g(y_m - y_g) S_0$$
$$= \rho g \int\int_{S_0} (y - y_g) dA - \rho g(y_m - y_g) \int\int_{S_0} dA$$

$$K_{35} = -\rho g S_1 + \rho g(x_m - x_g) S_0$$
$$= -\rho g \int\int_{S_0} (x - x_g) dA + \rho g(x_m - x_g) \int\int_{S_0} dA$$

$$K_{44} = \rho g(y_m - y_g)^2 S_0 - 2\rho g(y_m - y_g) S_2 + \rho g S_{22} + \rho g V_0(z_b - z_g)$$
$$= \rho g(y_m - y_g)^2 \int\int_{S_0} dA - 2\rho g(y_m - y_g) \int\int_{S_0} (y - y_g) dA$$
$$+ \rho g \int\int_{S_0} (y - y_g)^2 dA + \rho g V_0(z_b - z_g)$$

$$K_{45}$$

$$= -\rho g(x_m - x_g)(y_m - y_g)S_0 + \rho g(x_m - x_g)S_2 + \rho g(y_m - y_g)S_1 - \rho g S_{12}$$

$$= -\rho g(x_m - x_g)(y_m - y_g)\int\int_{S_0} dA + \rho g(x_m - x_g)\int\int_{S_0}(y - y_g)\,dA$$
$$+\rho g(y_m - y_g)\int\int_{S_0}(x - x_g)\,dA - \rho g\int\int_{S_0}(x - x_g)(y - y_g)\,dA$$

$$K_{46} = -\rho g V_0 (x_b - x_g)$$

$$K_{43} = K_{34}\,,\ K_{53} = K_{35}\,,\ K_{54} = K_{45}$$

$$K_{55} = \rho g(x_m - x_g)^2 S_0 - 2\rho g(x_m - x_g)S_1 + \rho g S_{11} + \rho g V_0 (z_b - z_g)$$
$$= \rho g(x_m - x_g)^2\int\int_{S_0} dA - 2\rho g(x_m - x_g)\int\int_{S_0}(x - x_g)\,dA$$
$$+ \rho g\int\int_{S_0}(x - x_g)^2\,dA + \rho g V_0 (z_b - z_g)$$

$$K_{56} = -\rho g V_0 (y_b - y_g)$$

상기이외의 성분의 $K_{ij} = 0$ (2.66)

여기서, V_0 는 배수용적, (x_b, y_b, z_b) 는 TLP의 부력중심, $S_0 = \int\int_{S_0} dA$ 는 수선면적이다.

2.4 계류력

인장 계류계에 있어서의 계류 부재에는 커다란 초기 장력이 존재하기 때문에 계류력을 단순하게 평가할 수 없으며, 여기에서는 정지 상태에서의 계류점에 원점을 갖고 계류부재(tendon)의 인장 방향을 z^j축의 음의 방향으로 취하는 공간고정 국소 좌표계 $o^j - x^j y^j z^j$, 계류점을 상부구조물의 요소로 간주하는 물체 고정 좌표계 $\widehat{o^j} - \widehat{x^j}\,\widehat{y^j}\,\widehat{z^j}$ 그리고 계류 부재에 고정인 물체 고정 좌표계 $\widehat{o^j} - \widehat{x^j_T}\,\widehat{y^j_T}\,\widehat{z^j_T}$ 를 설정하며, 이 좌표계들은 정지시에는 모두 일치하게 된다.

계류력은 초기 장력 T_p^j 와 계류 부재의 축방향 $\left(\widehat{z^j_T}\right)$의 변위 즉 신축에 의한 축강성에 기인하는 장력 변동을 더함으로서 평가할 수 있다. 그러므로 계류 부재 고정 좌표계에서의 계류력 벡터 $\left\{\widehat{f^j_T}\right\}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\left\{f_T^{*j}\right\} = \left\{0 \quad 0 \quad -T_p^j - \frac{EA_t^j}{L^j} w^j\right\}^T \tag{2.67}$$

여기에서 EA_t^j 와 L^j 는 계류 부재의 축강성과 초기길이를 나타낸다.

축방향 이외의 병진변위에 의해 계류 부재는 하단부를 중심으로 미소 회전을 하므로 계류 부재의 장력에 대한 벡터를 공간 고정 좌표계로 표현하기 위하여 다음과 같이 변환행렬 $\left[C^j{}_t\right]^T$ 를 정의한다.

$$\left[C^j{}_t\right]^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \xi^j{}_1/L^j \\ 0 & 1 & \xi^j{}_2/L^j \\ -\xi^j{}_1/L^j & -\xi^j{}_2/L^j/L^j & 1 \end{bmatrix} \tag{2.68}$$

여기서 $\xi^j{}_1, \xi^j{}_2$ 는 각각 x^j, y^j 방향의 병진변위 성분이다.

계류점의 물체 고정 좌표계 $\widehat{o^j} - \widehat{x^j}\,\widehat{y^j}\,\widehat{z^j}$ 는 변환행렬 $\left[C^j{}_t\right]^T$ 에 의해 공간 고정 국소

좌표계로 변환되고, $\left[C^j{}_s\right]^T$ 에 의해 전체 좌표계와 평행이 되도록 변환한다. 따라서 계류력은 다음과 같이 산정된다.

$$\left\{F'^j{}_T\right\} = \left[C^j{}_s\right]^T \left[C^j{}_t\right]^T \left\{\hat{f}^j{}_T\right\}$$

미소변위의 고차항을 무시하면 다음과 같이 된다.

$$\left\{F'^j{}_T\right\} = \left[C^j{}_s\right]^T \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -T^j{}_p \end{Bmatrix} - \left[C^j{}_s\right]^T \begin{bmatrix} T^j{}_p/L^j & 0 & 0 \\ 0 & T^j{}_p/L^j & 0 \\ 0 & 0 & EA^j{}_t/L^j \end{bmatrix} \left[C^j{}_s\right] \left\{\Xi^j\right\} \quad (2.69)$$

계류점은 핀 결합을 가정하여 모멘트는 발생하지 않는 것으로 한다.

$$M'^j{}_T = 0 \quad (2.70)$$

운동응답이 구해지면 TLP 침수표면의 임의의 점에 있어서의 변동압력은 식(2.3)을 식(2.30)에 대입하여 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} p &= \rho\left(i\omega + U\frac{\partial}{\partial x}\right)\left\{\phi_I + \phi_D + \sum_{k=1}^{6} - i\omega\eta_k\phi_k\right\}e^{-i\omega t} \\ &\quad - \rho g\{\eta_3 + (y - y_m)\eta_4 - (x - x_m)\eta_5\}\,e^{-i\omega t} \\ &= \left[\, i\rho\omega_o\phi_I + i\rho\omega\left\{\phi_D + \sum_{k=1}^{6} - i\omega\eta_k\phi_k\right\} + \rho\,U\left\{\frac{\partial\phi_D}{\partial x} + \sum_{k=1}^{6} - i\omega\eta_k\frac{\partial\phi_k}{\partial x}\right\} \right. \\ &\quad \left. - \rho g\{\eta_3 + (y - y_m)\eta_4 - (x - x_m)\eta_5\}\right]e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad (2.71)$$

여기서, ϕ_I, ϕ_D는 속도에 무관하나, ϕ_k는 식(2.25)에서 알 수 있듯이 속도에 의존함에 주의를 요한다.

2.5 운동응답

TLP의 운동이 입사파의 주파수와 조화인 것으로 가정하고 있으므로, 어떤 임의의 운동 기준점의 좌표 (x_m, y_m, z_m) 주위의 선형운동 방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$\sum_{k=1}^{6}[-\omega^2(M_{jk}+\mu_{jk})-i\omega(\nu_{jk})+(K_{jk}+K_w)]\eta_k e^{-i\omega t}=F_j^W,$$

$$(j=1\sim 6) \tag{2.72}$$

여기서 , M_{jk}는 TLP의 관성력 계수, K_{jk}는 정수압에 의한 복원력 계수, K_w는 계류력에 의한 복원력 계수이다. TLP의 관성력 계수를 구체적으로 표시하면 다음과 같다.

$M_{kk} = m$, $(k=1\sim 3)$

$M_{15} = -m(z_m - z_g)$, $M_{16} = m(y_m - y_g)$

$M_{24} = m(z_m - z_g)$, $M_{26} = -m(x_m - x_g)$

$M_{34} = -m(y_m - y_g)$, $M_{35} = m(x_m - x_g)$

$M_{42} = M_{24}$, $M_{43} = M_{34}$

$M_{44} = I_{xx} + m(y_m - y_g)^2 + m(z_m - z_g)^2$

$M_{45} = -I_{xy} - m(x_m - x_g)(y_m - y_g)$

$M_{46} = -I_{xz} - m(x_m - x_g)(z_m - z_g)$

$M_{51} = M_{15}$, $M_{53} = M_{35}$, $M_{54} = M_{45}$

$M_{55} = I_{yy} + m(x_m - x_g)^2 + m(z_m - z_g)^2$

$M_{56} = -I_{yz} - m(y_m - y_g)(z_m - z_g)$

$$M_{61} = M_{16} \;,\; M_{62} = M_{26} \;,\; M_{64} = M_{46} \;,\; M_{65} = M_{56}$$

$$M_{66} = I_{zz} + m(x_m - x_g)^2 + m(y_m - y_g)^2$$

상기이외의 성분의 $M_{jk} = 0$ (2.73)

여기서, (x_g, y_g, z_g) 는 TLP의 무게중심, m 는 TLP의 질량이고,

$$I_{xx} = \sum [(y - y_g)^2 + (z - z_g)^2]\delta m$$

$$I_{yy} = \sum [(x - x_g)^2 + (z - z_g)^2]\delta m$$

$$I_{zz} = \sum [(x - x_g)^2 + (y - y_g)^2]\delta m$$

$$I_{xz} = \sum (x - x_g)(z - z_g)\delta m$$

$$I_{yz} = \sum (y - y_g)(z - z_g)\delta m$$

$$I_{xy} = \sum (x - x_g)(y - y_g)\delta m$$

$$m = \sum \delta m \tag{2.74}$$

이다.

3. 수치계산 결과 및 고찰

본 운동응답 해석법의 타당성을 검증하기 위해 Fig. 4와 같은 TLP 모형에 대한 실험치 및 Yoshida 등의 탄성응답 해석법에 의한 계산치를 본 응답 해석법의 계산치와 비교·검토하기로 한다.

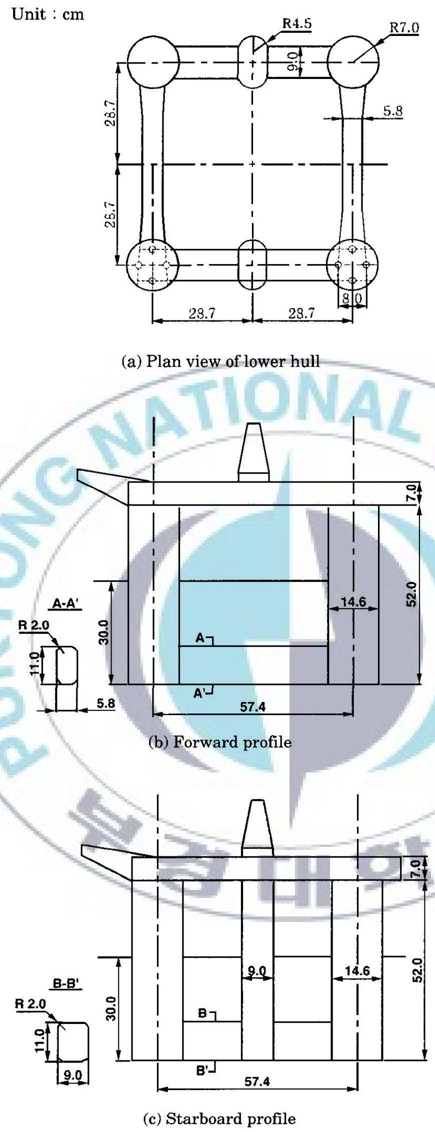

Fig. 4 Configuration of the TLP

Table 1. Particulars of the TLP model

Length	*72 cm*
Breadth	*72 cm*
Height	*59 cm*
Draft	*30 cm*
Center of gravity above base	*36.28 cm*
Transverse radius of gyration	*36.23 cm*
Weight	*27.7 kgf*
Pretension	*11.7 kgf*
Displacement	*39.4 kgf*

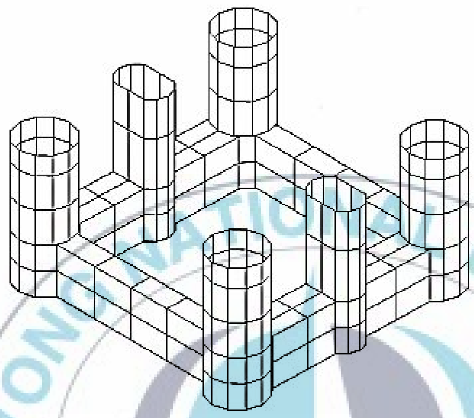

Fig. 5 Submerged surface of Tension Leg Platform represented by 544 panels

Table 1은 계산을 하기 위한 실기 구조물의 1/100 모델의 주요목을 나타내고 있다. 구조물에 작용하는 유체력 및 파강제력을 계산하기 위해 Fig. 5와 같이 TLP모델의 침수표면을 544개의 패널로 분할하였다.

Fig. 6 ~ Fig. 8은 조류를 고려하지 않았을 때, 파입사각이 90°인 횡파에 대한 것으로 각각 Sway, Heave, Roll의 응답을 나타내고 있다. Sway응답에서는 본 계산 방법에 의한 결과가 Yoshida등의 방법에 의한 결과보다 더욱 더 실험치와 잘 일치하고 있는 것을 알 수 있다. Heave응답은 전체적으로 Yoshida등의 결과와 비슷한 경향을 보이지만, 응

답의 peak치가 장주기쪽으로 조금 이동되었으며, 파주기 1 sec 보다 장주기 영역에서 다소의 응답차이를 보이고 있으며, Roll응답은 파주기 1.6 sec보다 단주기 영역에서 다소의 응답차이를 보이고 있다.

앞선, Fig. 6 ~ Fig. 8의 비교·검토를 통해 조류를 고려하지 않은 경우의 본 운동응답 해석법이 타당한 것으로 판단하여 Fig. 9 ~ Fig. 46에서는 조류를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우의 TLP의 거동해석을 비교하였다.

TLP가 주로 설치되는 지역인 북해의 경우, 조류의 속도가 최대 1.5 m/s 이므로 본 논문에서는 조류의 속도를 1.59 m/s (F_n = 0.06)로 고려하였다.

3.1 조류의 유무에 따른 운동응답 비교

Fig. 9 ~ Fig. 29는 조류의 유무에 따른 파의 입사각의 변화에 따라 운동응답을 비교해서 보이고 있다.

Fig. 9 ~ Fig. 11은 파의 입사각이 0°일 경우에 주로 영향을 받는 Surge, Heave, Pitch 운동응답을 나타내고 있다. Surge 응답에서는 조류를 고려한 경우가 응답값이 다소 높게 나왔고, Heave 응답에서는 주파수가 4 rad/sec이상에서 다소 차이를 보였다. Pitch 응답에서는 조류의 유무에 따른 peak 값의 차이가 가장 두드러지게 나타나는데, 조류가 있는 경우의 응답이 조류가 없는 경우보다 14.3% 감소함을 알 수 있다.

Fig. 12 ~ Fig. 17은 파의 입사각이 45°일 경우의 운동응답을 나타낸다. Surge, Sway, Heave 응답에서는 조류가 있는 경우에 응답값이 다소 높지만, Roll, Pitch, Yaw 응답에서는 조류가 없는 경우의 peak 값이 높게 나타났다.

Fig. 18 ~ Fig. 20은 파의 입사각이 90°일 경우의 Sway, Heave, Roll 응답으로 조류의 유무에 따른 응답값의 차이가 없으므로 조류의 영향이 없음을 알 수 있다.

Fig. 21 ~ Fig. 26은 파의 입사각이 135°인 경우의 운동응답을 나타낸다. 입사각이 45°인 경우와 유사한 경향을 보이나, Surge, Sway, Heave 응답에서는 조류가 없는 경우의 응답값이 높고, Roll, Pitch, Yaw 응답에서는 조류가 있는 경우의 응답값이 높게 나타났다.

Fig. 27 ~ Fig. 29는 파의 입사각이 180°인 경우의 Surge, Heave, Pitch 응답을 보

인다. Surge와 Heave 응답에서는 조류를 고려한 경우의 응답값이 더 작게 나타났고, Pitch 운동 응답은 응답의 peak치에서 조류의 영향으로 12.5% 증가함을 알 수 있다.

3.2 입사각의 변화에 따른 운동응답 비교

Fig. 30 ~ Fig. 41은 조류를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우에 대하여 각각 파의 입사각을 0° ~ 180°까지 45°씩 증가시킴에 따른 운동응답을 나타낸다.

Fig. 30 ~ Fig. 35는 조류가 없고, 파만 있는 경우에 대한 응답으로 파의 입사각이 90°를 기준으로 선수방향과 선미방향으로 각각 45°씩 차이가 남에 따라 같은 응답값을 보인다. Surge와 Pitch의 경우는 입사각이 90°에서는 응답값이 없고, 0°와 180°에서 가장 높은 응답값이 나타났다. Sway, Roll 응답의 경우, 0°와 180°에서 응답값이 없고, 90°에서 높은 응답값이 나타났다. Heave 운동에서는 입사각에 따른 응답값의 차이가 가장 작고, Yaw 운동에는 파의 입사각이 사파인 경우에만 응답값이 높게 나타났다.

Fig. 36 ~ Fig. 41은 조류와 파가 공존한 경우에 대한 응답으로 파의 입사각이 90°를 기준으로 선수방향과 선미방향으로 각각 45°씩 차이가 나더라도 다른 응답값이 나타났다. Surge의 경우, 파의 진행방향과 조류 방향이 반대인 경우(β = 0°)에 가장 높은 응답값을 보였고, Pitch의 경우는 파의 진행방향과 조류 방향이 동일한 경우(β = 180°)에 가장 높은 peak 값이 나타났다. Sway는 횡파(β = 90°)에서 가장 크게 나타났고, Heave 응답은 파의 입사각의 변화에 따른 영향이 가장 적게 나타났다. Roll 응답은 입사각이 135°일 때, 주파수가 7 rad/sec 부근에서 가장 높은 peak값이 나타났다. Yaw 응답은 선미사파(β = 45°)보다 선수사파(β = 135°)일 때, 더 높은 peak값이 나타났다.

3.3 조류의 유무에 따른 변동장력 비교

Fig. 42 ~ Fig. 46은 조류의 유무에 따라 4개의 계류점에서 파의 입사각이 0° ~ 180°까지 45°씩 증가함에 따른 변동장력을 나타내고 있다. 계류장력의 변화는 주로 Heave, roll, pitch의 응답에 영향을 받으므로, Heave, roll, pitch의 합성에 의한 경향과 유사하게 나타남을 알 수 있다. 선수파와 선미파, 횡파에서 파상측(Weather Side) 계류

삭들과 파하측(Lee Side) 계류삭들은 각각 동일한 변동장력 응답이 나타났고, 사파에서는 약 4 ~ 8 rad/sec에서 각각의 계류삭에 따라 변동장력의 차이가 가장 크게 나타났다.

파의 진행방향과 조류 방향이 반대인 경우(β = 0°), 조류가 있을 때가 조류가 없을 때보다 파하측인 Leg 2와 Leg 4의 변동장력 응답이 16.9% 낮게 나타났고, 파상측인 Leg 1과 Leg 3에서는 9.7% 낮게 나타났음을 알 수 있다.

파의 입사각이 90°에서는 조류의 유무에 상관없이 변동장력 응답이 같음을 알 수 있다.

파의 진행방향과 조류 방향이 동일한 경우(β = 180°), 조류가 있을 때가 조류가 없을 때보다 파하측인 Leg 1과 Leg 3의 변동장력 응답이 8.5% 높게 나타났고, 파상측인 Leg 2과 Leg 4에서는 6.1% 높게 나타났음을 알 수 있다.

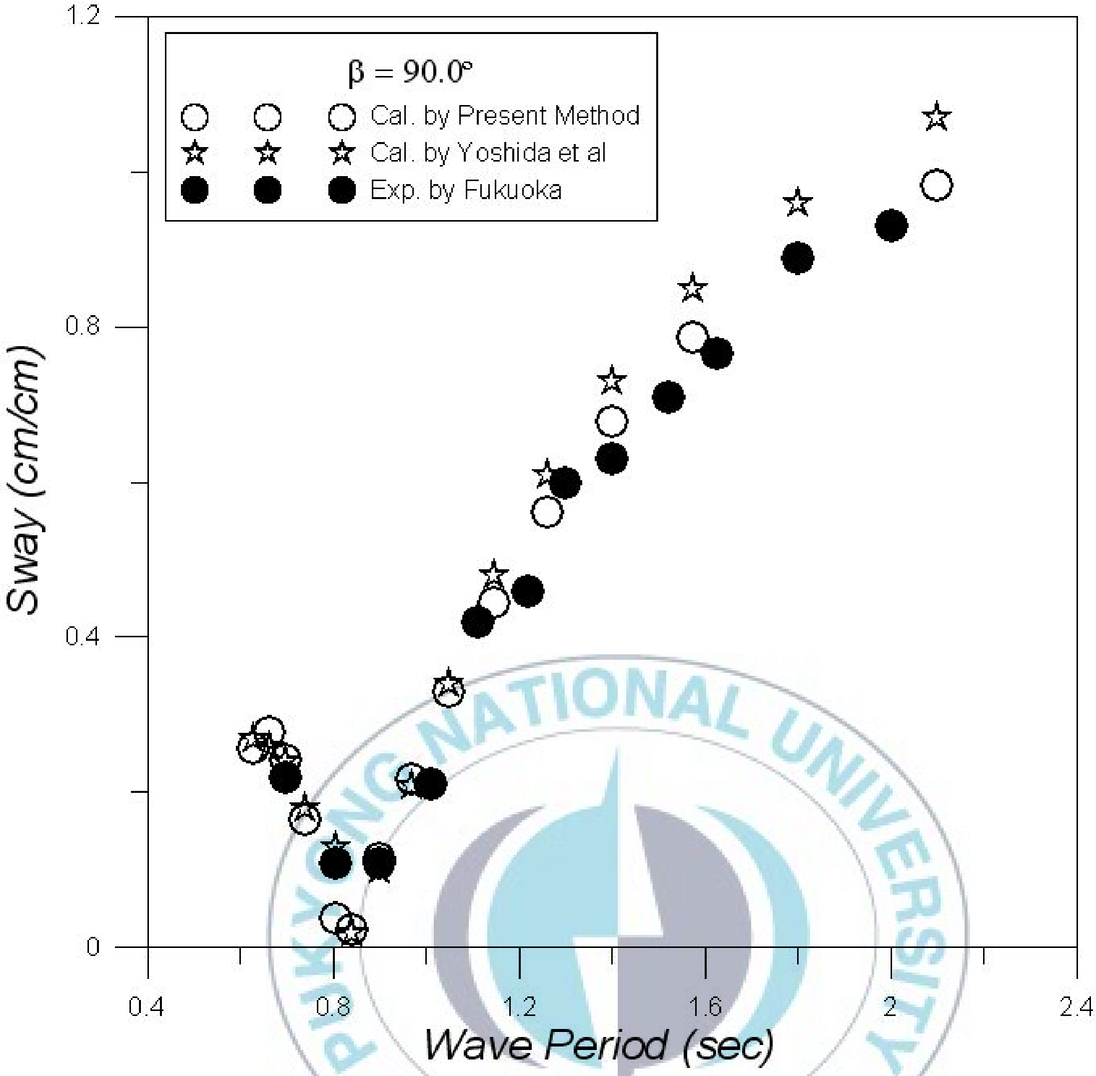

Fig. 6 Sway motions of TLP

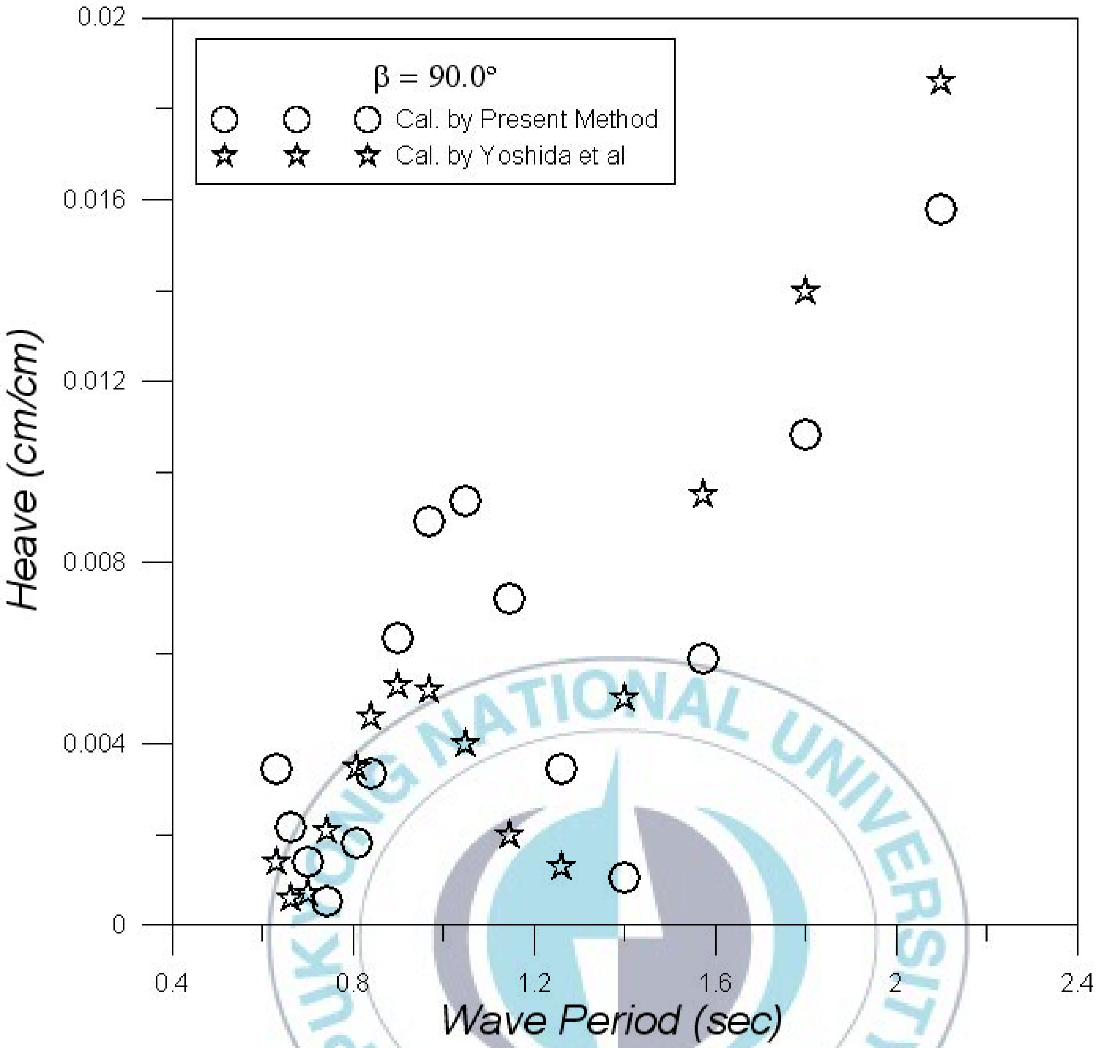

Fig. 7 Heave motions of TLP

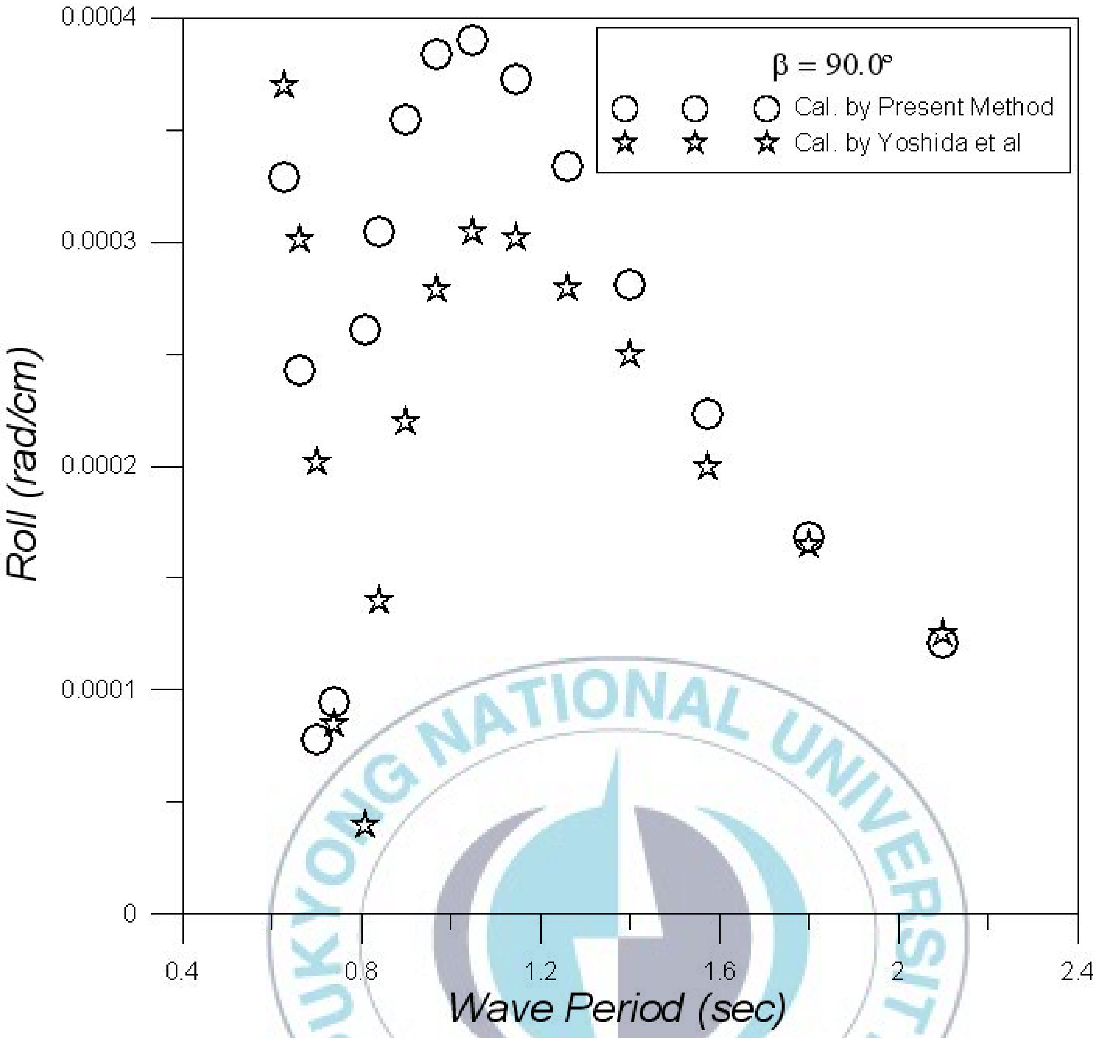

Fig. 8 Roll motions of TLP

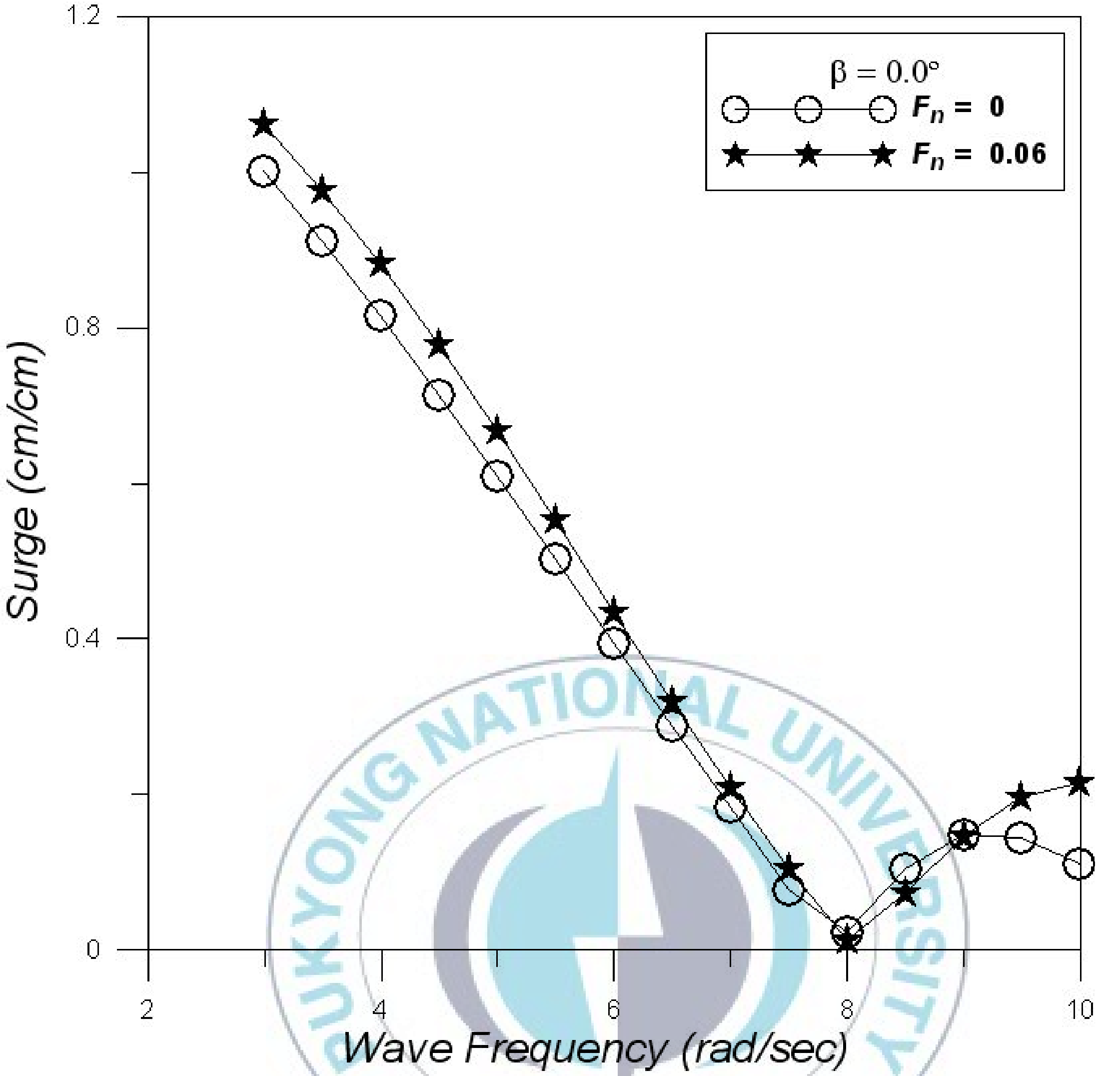

Fig. 9 Surge motions of TLP

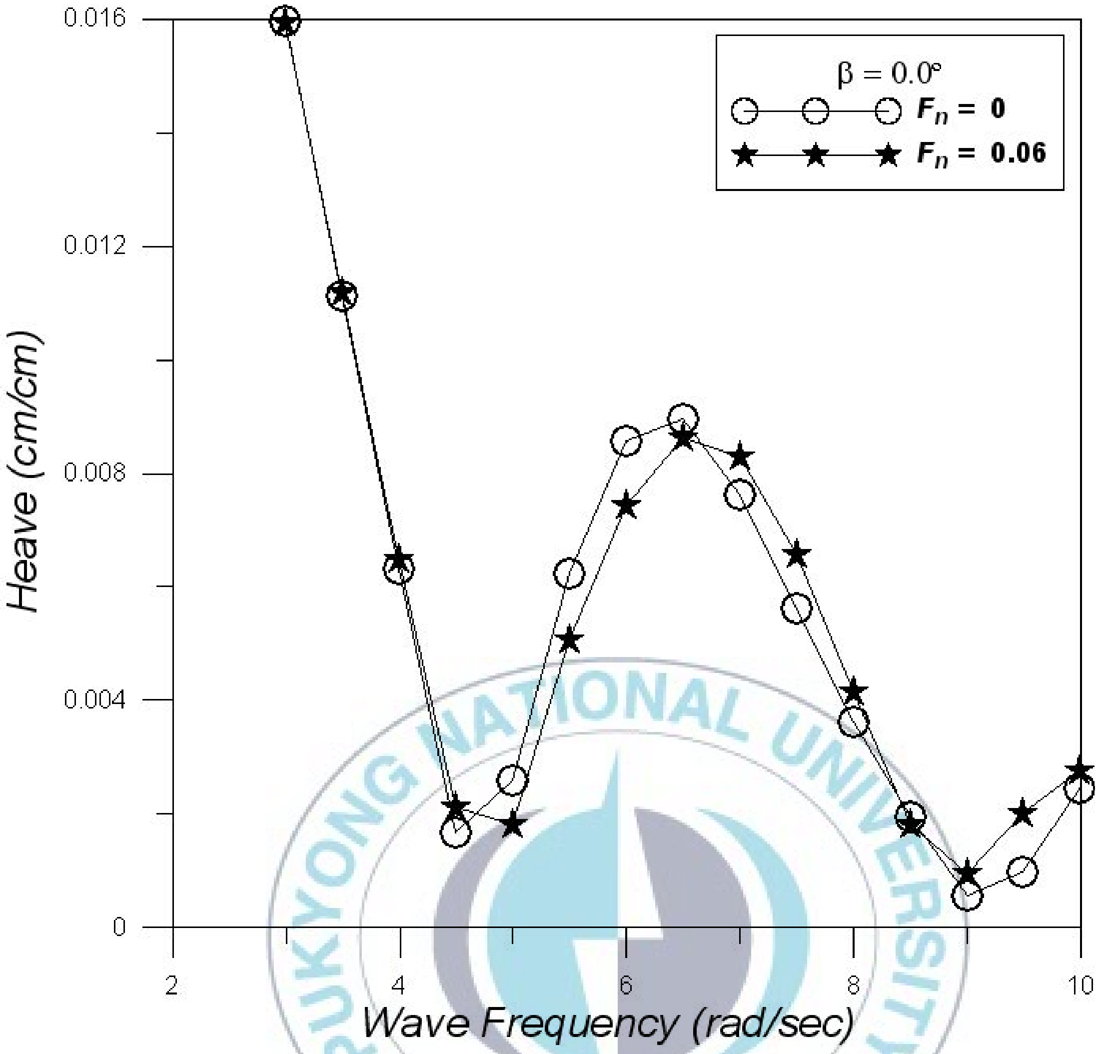

Fig. 10 Heave motions of TLP

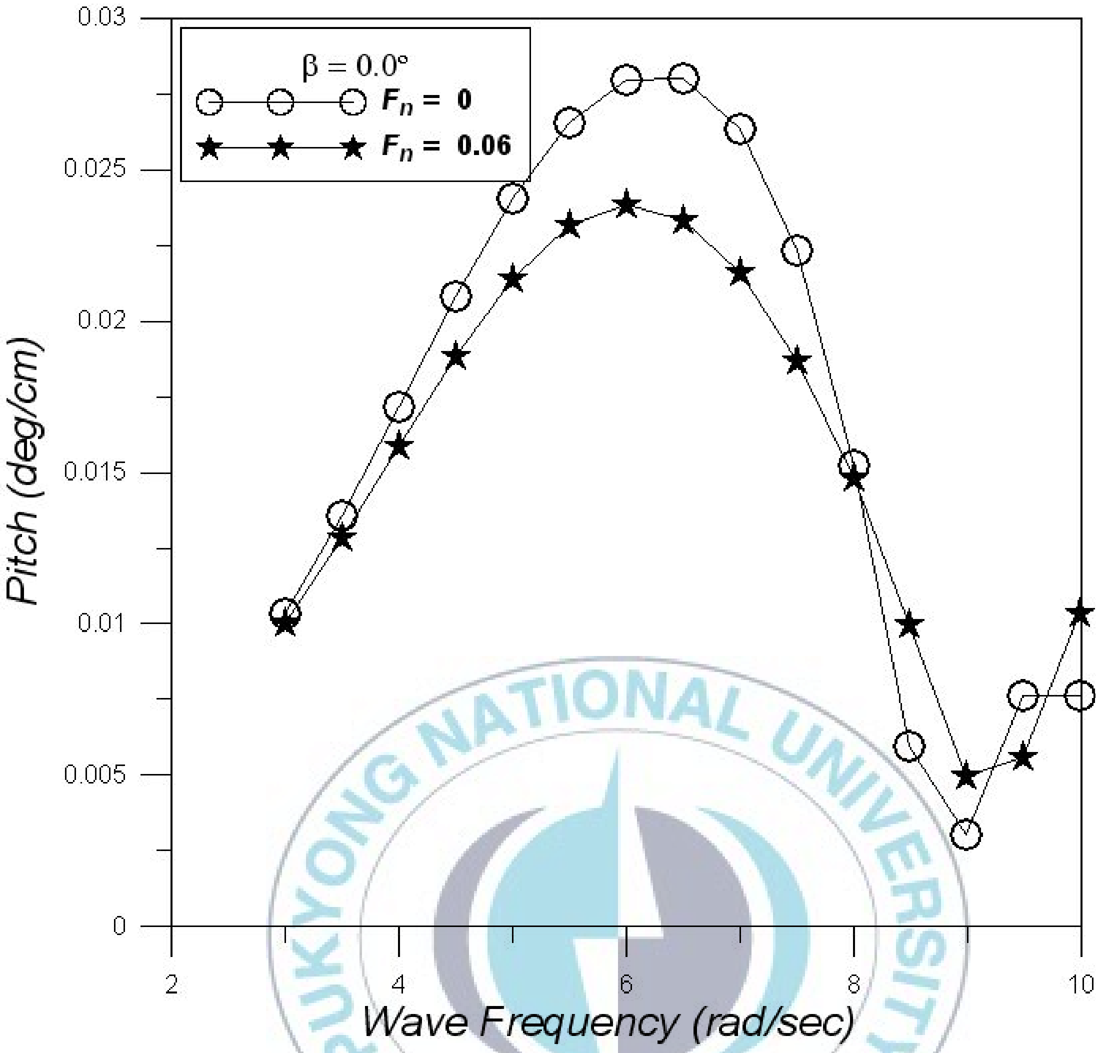

Fig. 11 Pitch motions of TLP

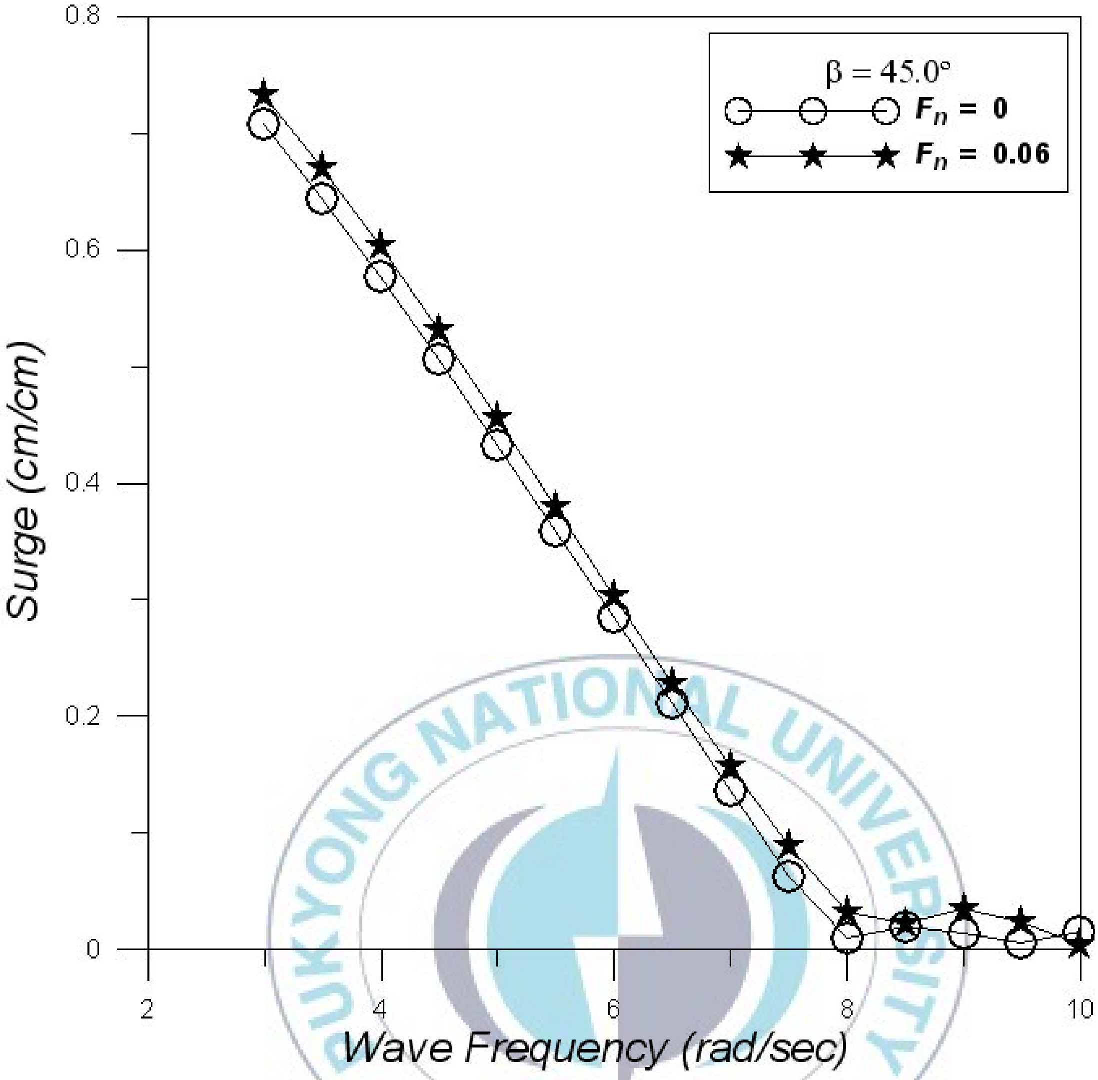

Fig. 12 Surge motions of TLP

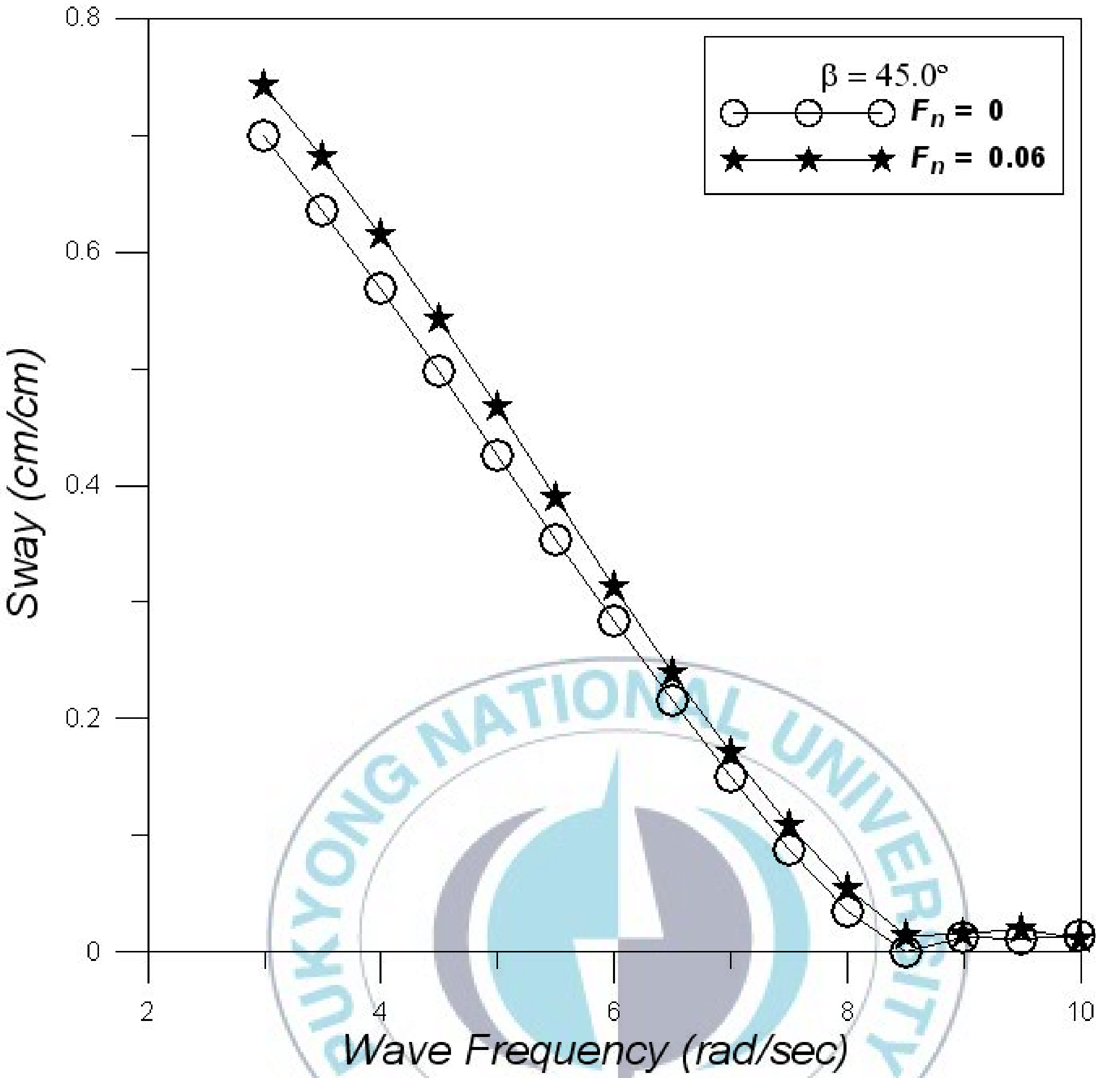

Fig. 13 Sway motions of TLP

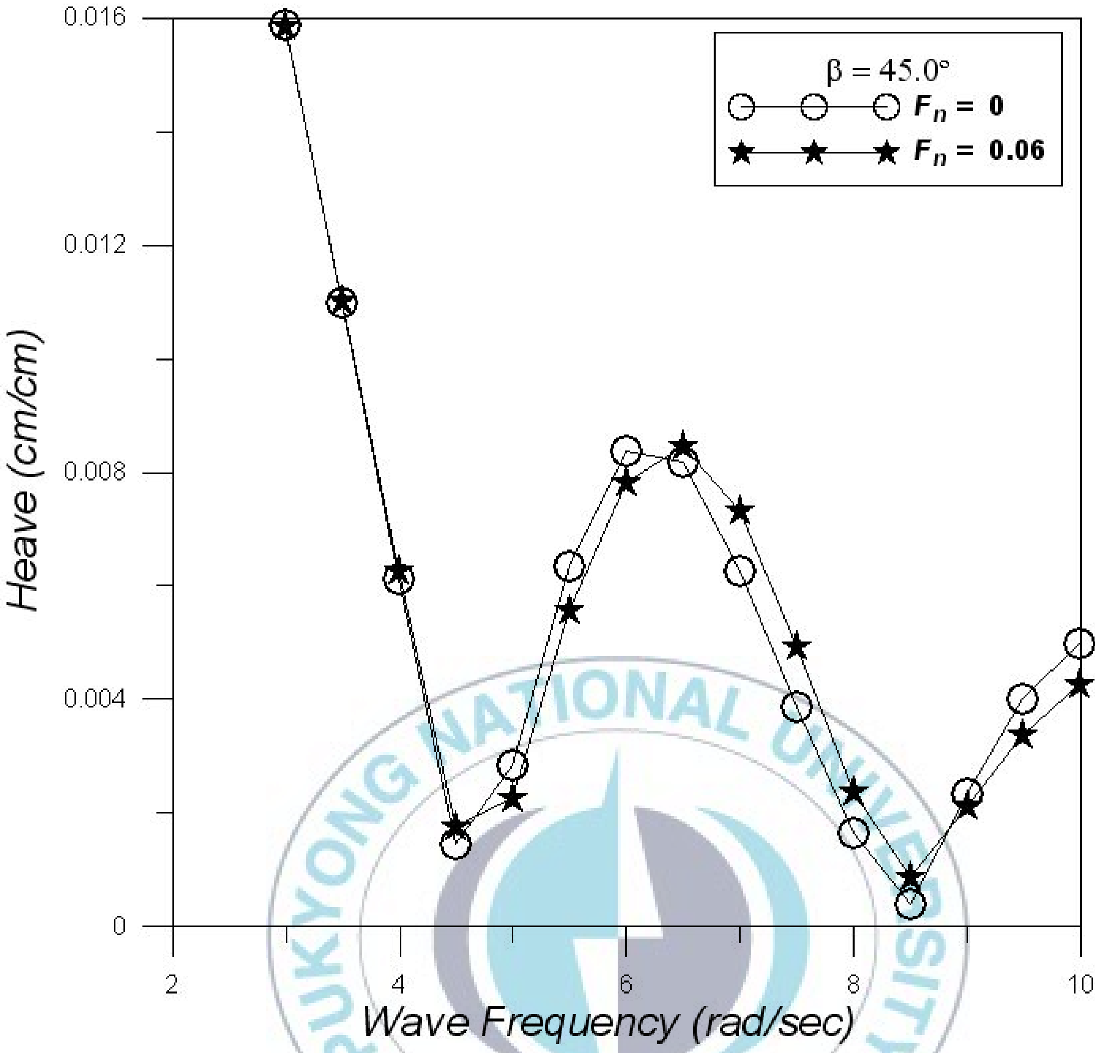

Fig. 14 Heave motions of TLP

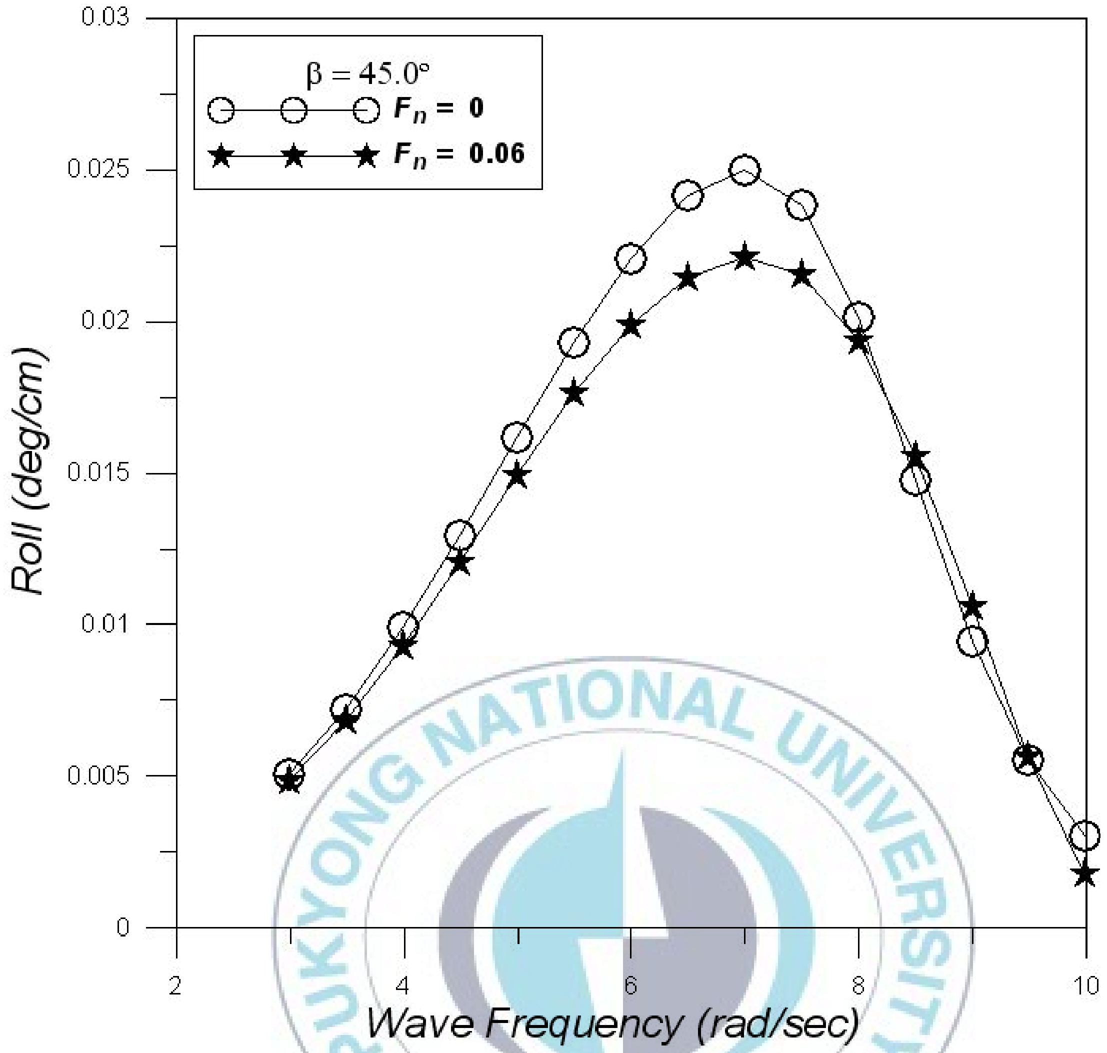

Fig. 15 Roll motions of TLP

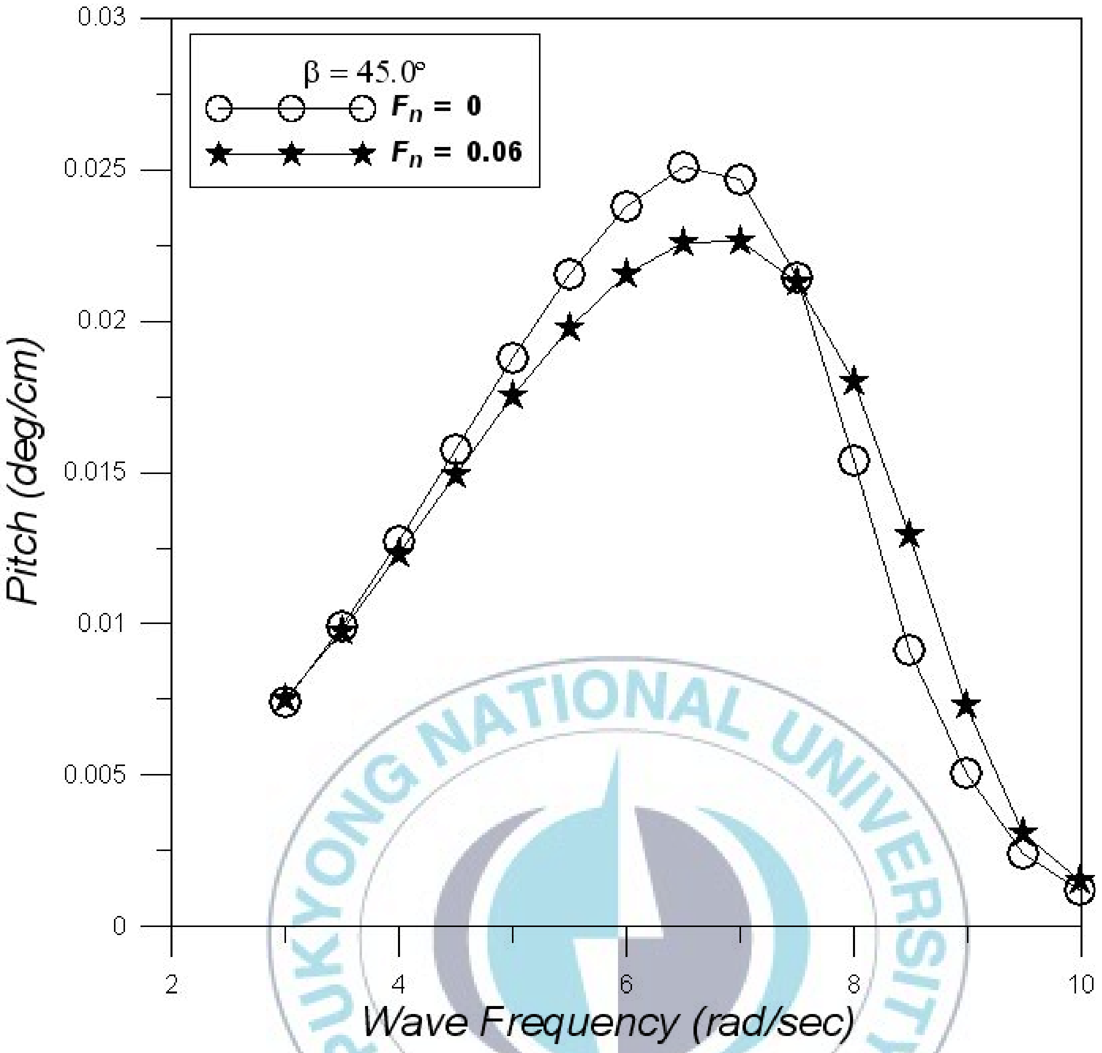

Fig. 16 Pitch motions of TLP

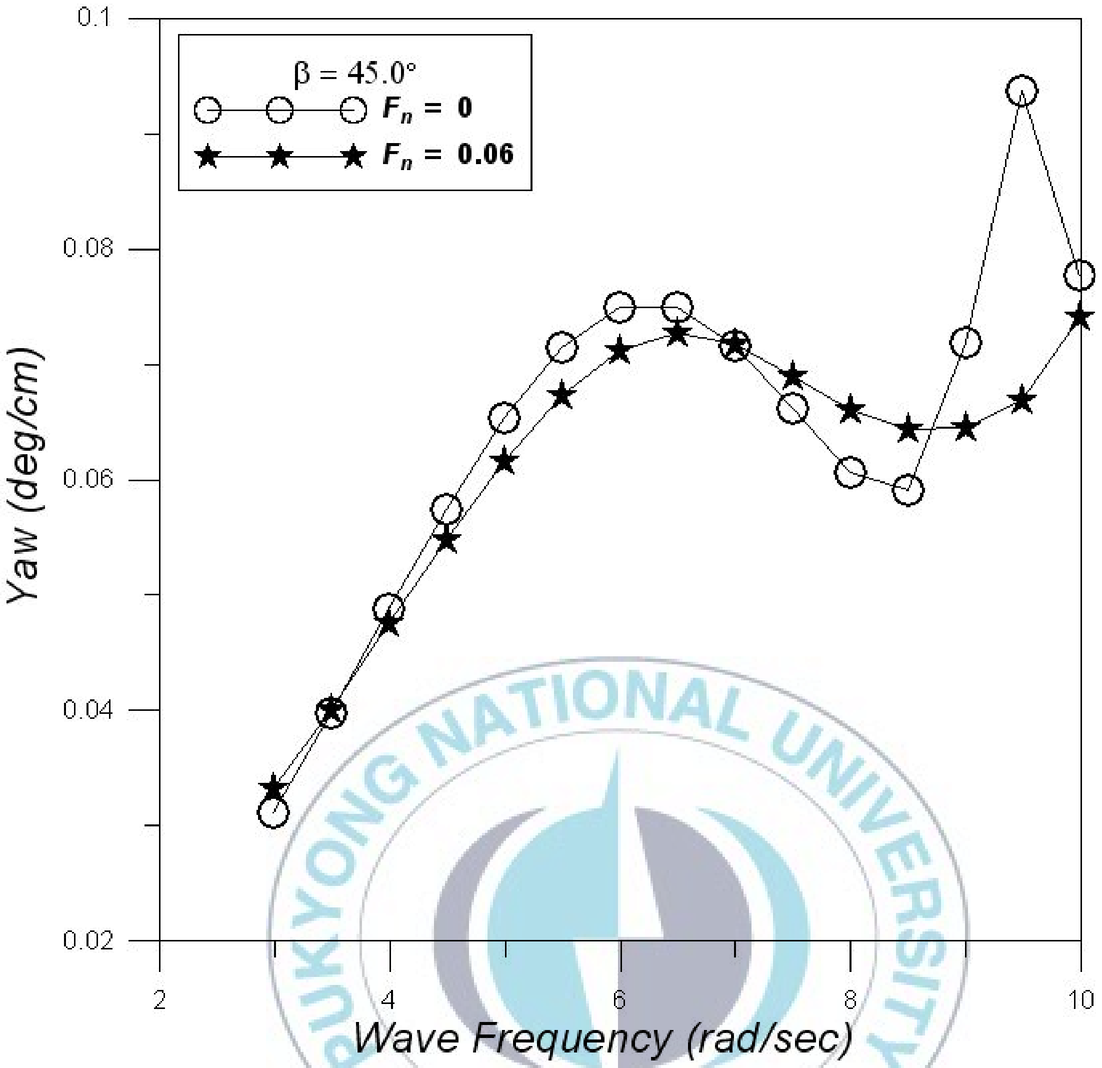

Fig. 17 Yaw motions of TLP

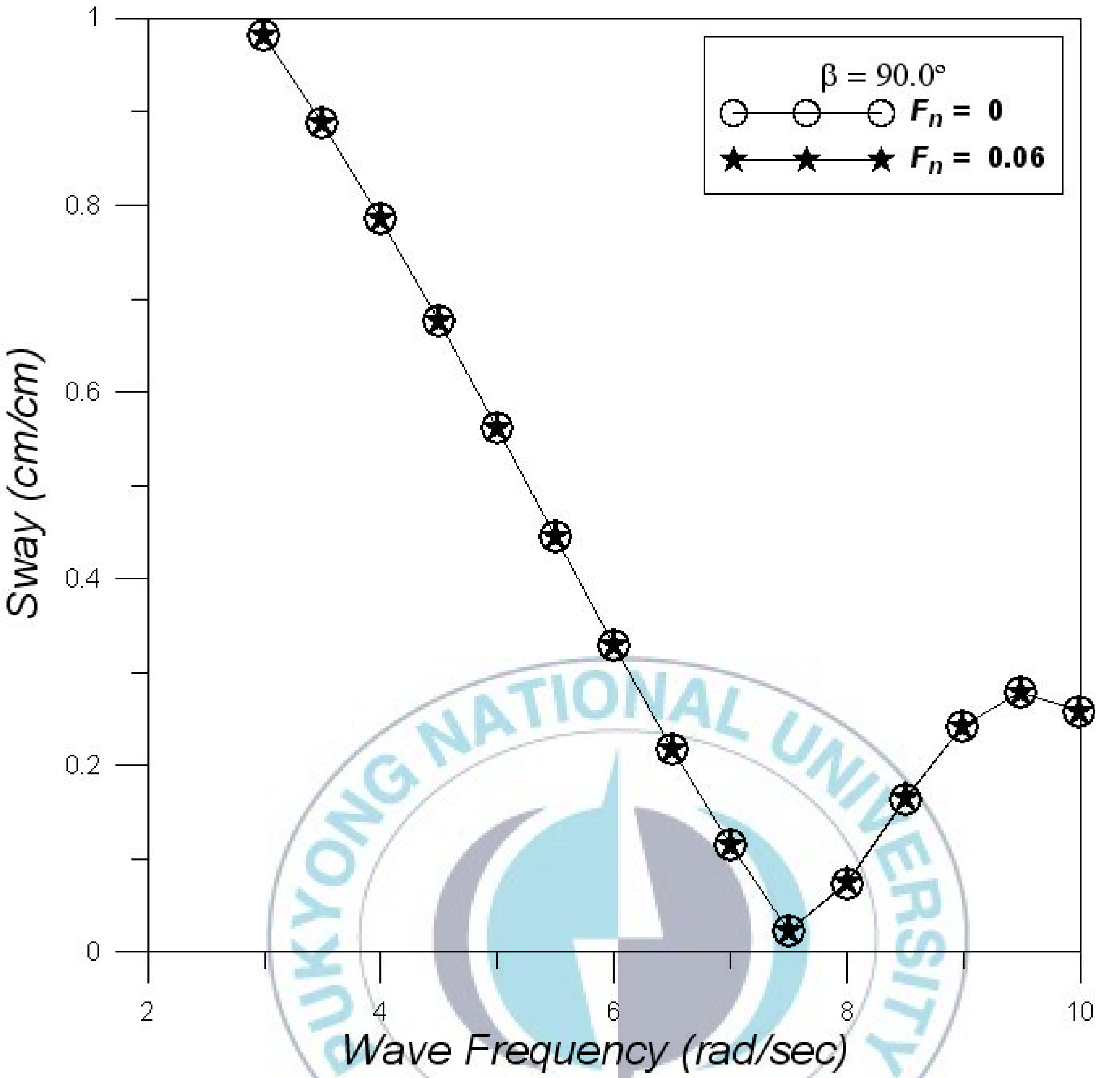

Fig. 18 Sway motions of TLP

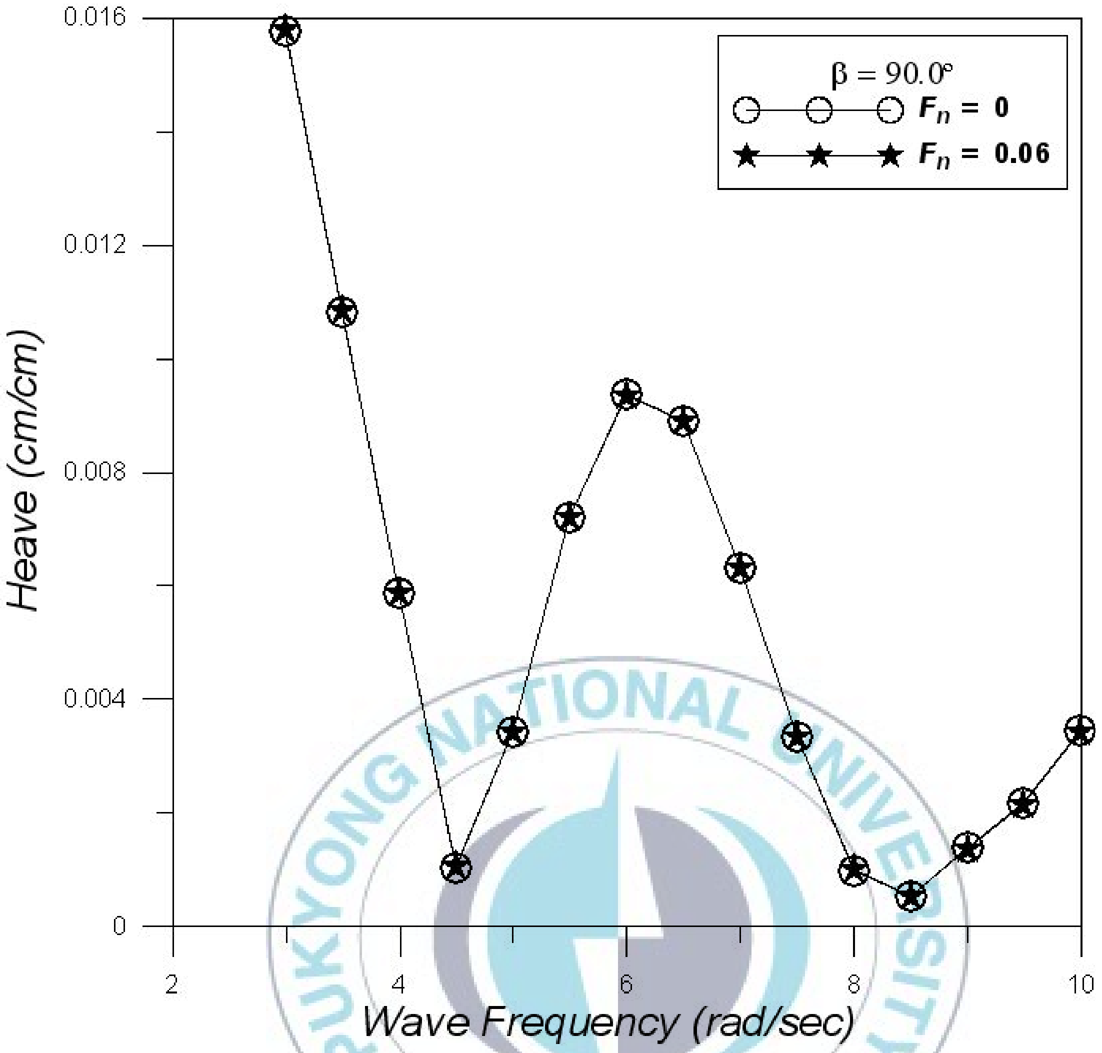

Fig. 19 Heave motions of TLP

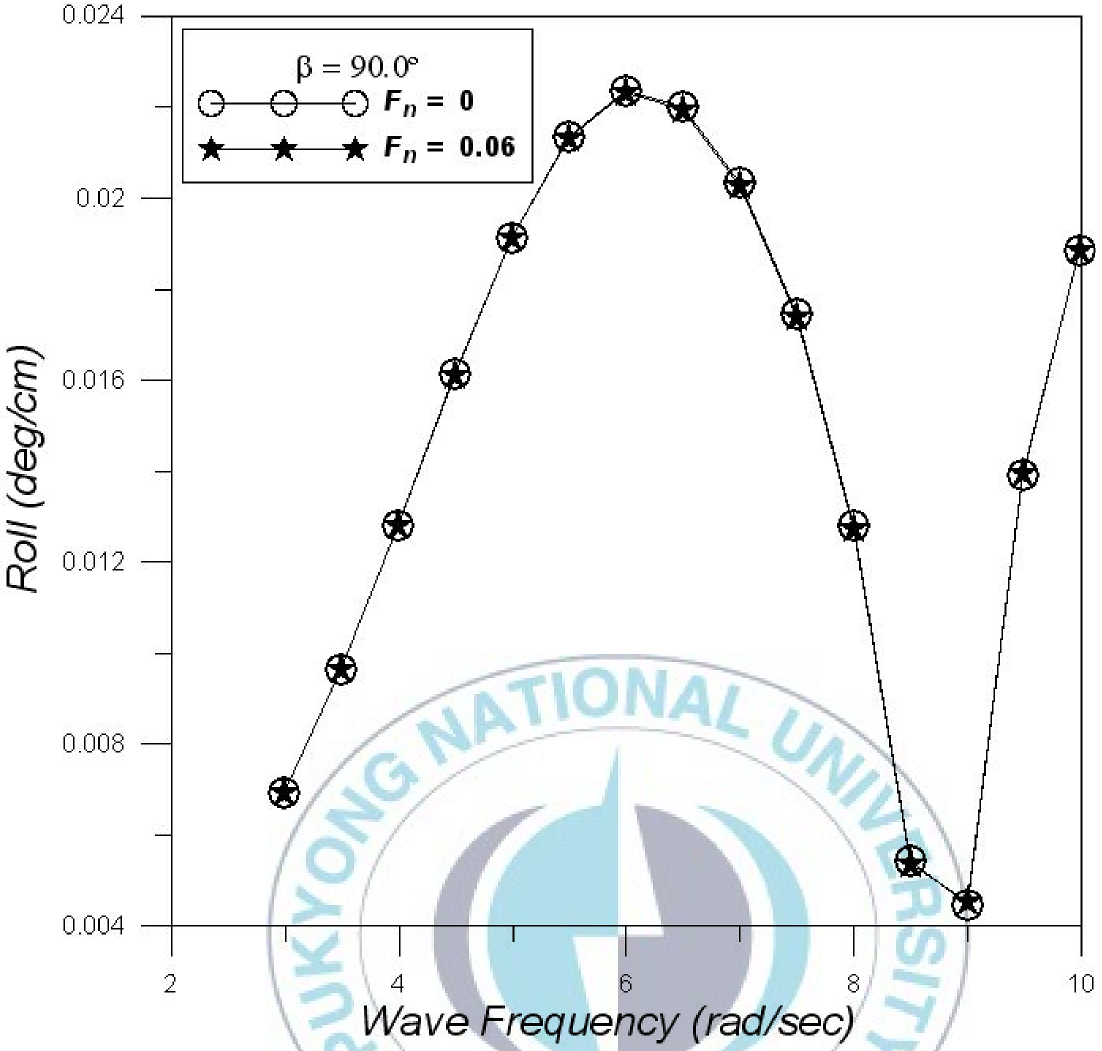

Fig. 20 Roll motions of TLP

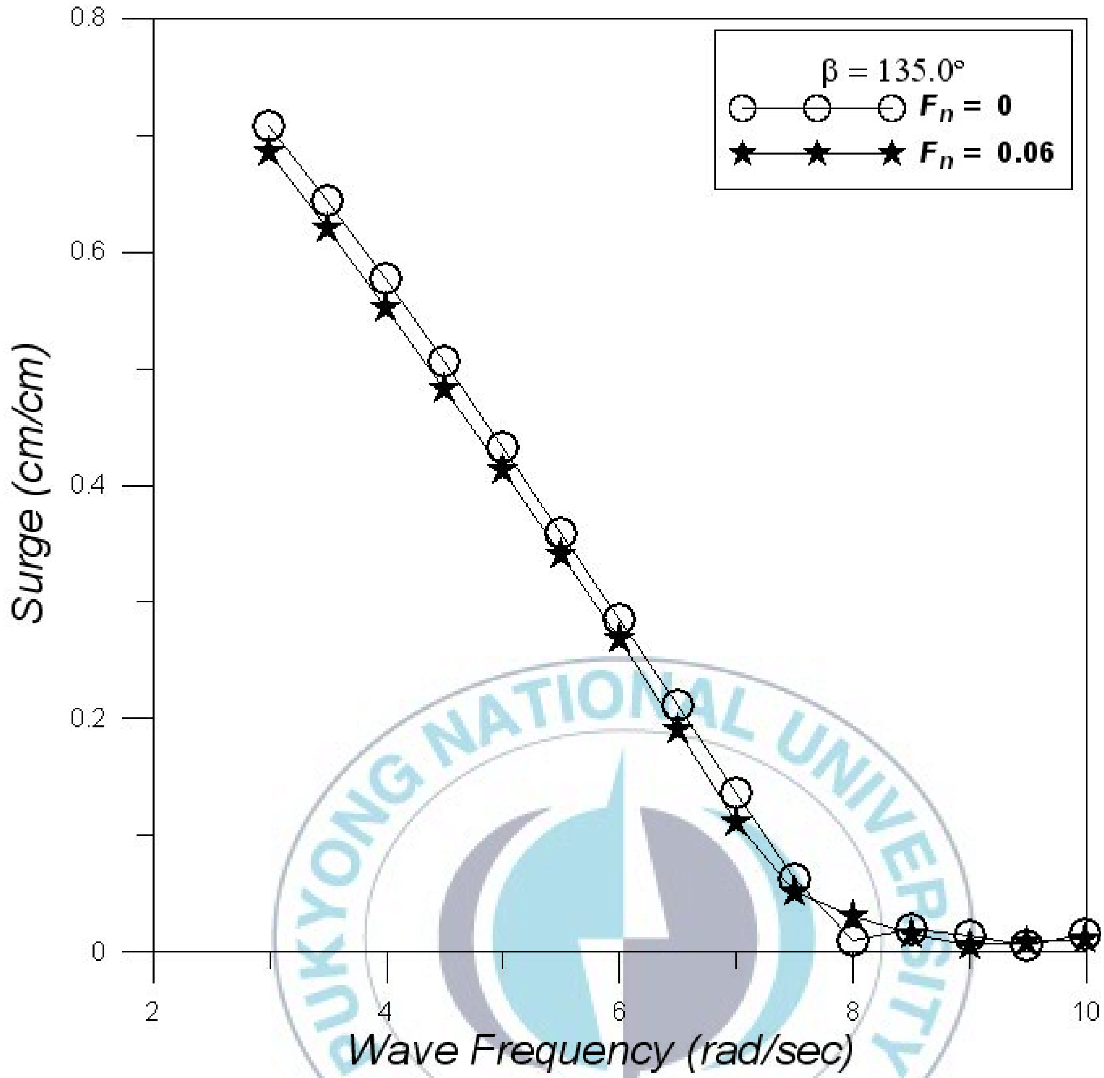

Fig. 21 Surge motions of TLP

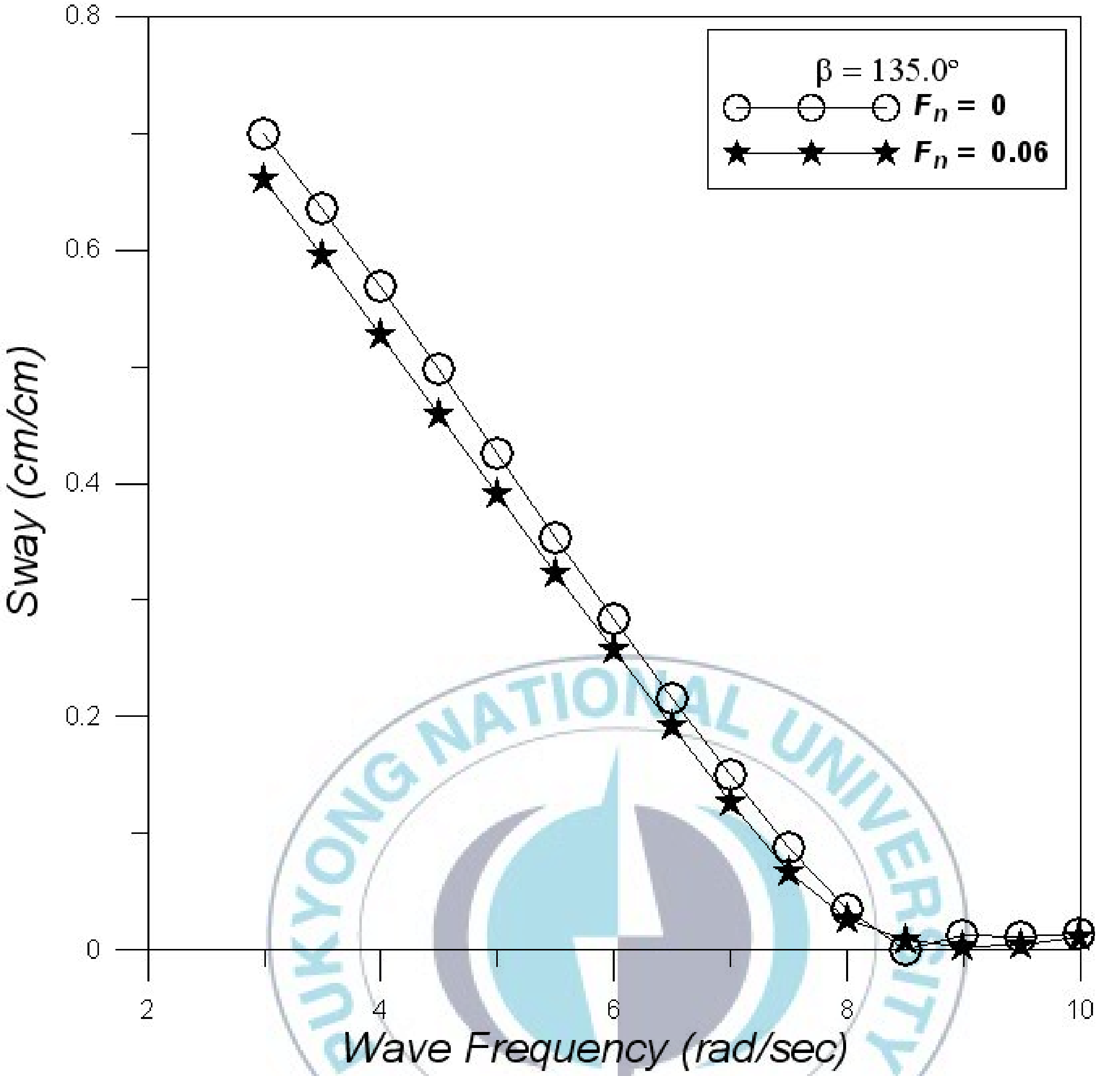

Fig. 22 Sway motions of TLP

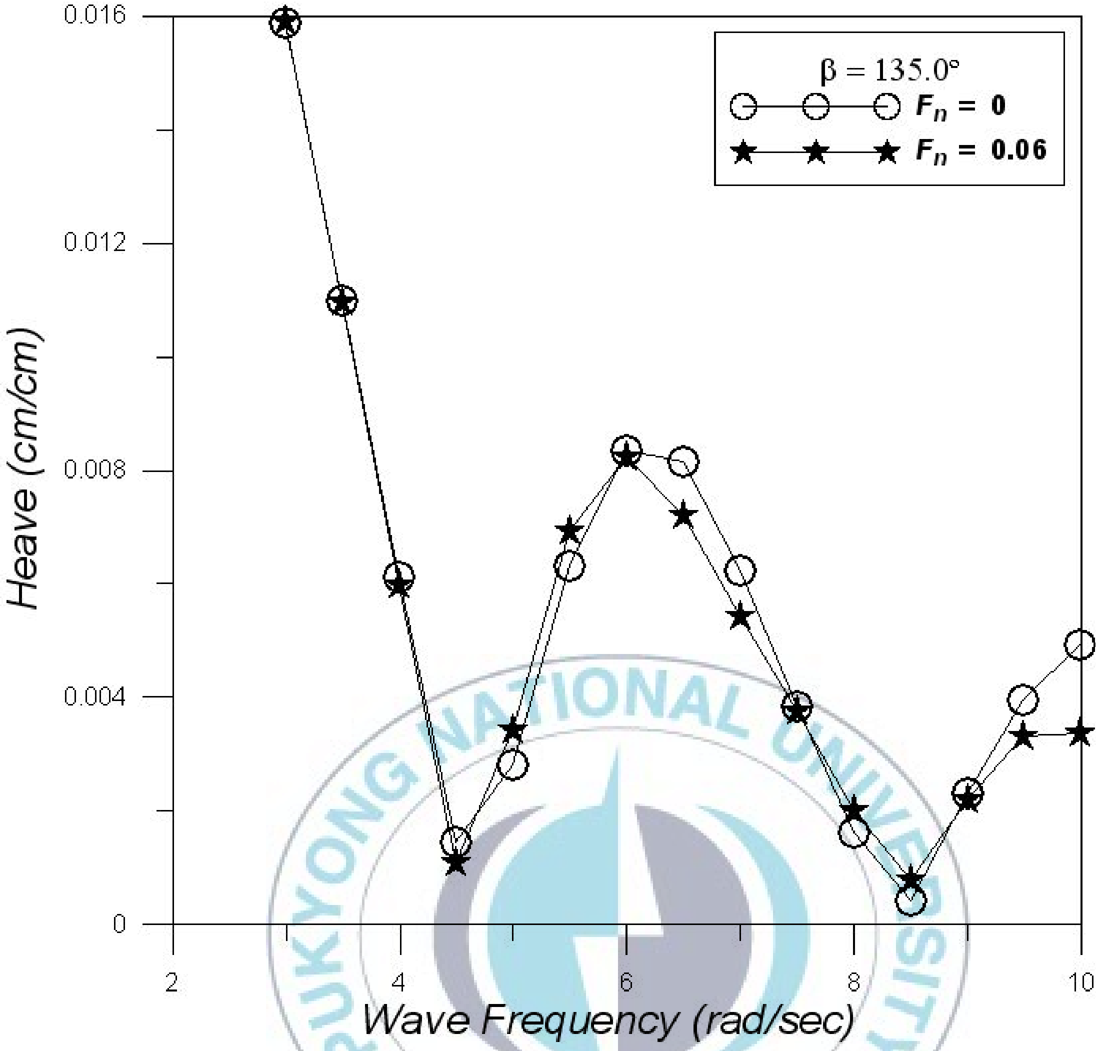

Fig. 23 Heave motions of TLP

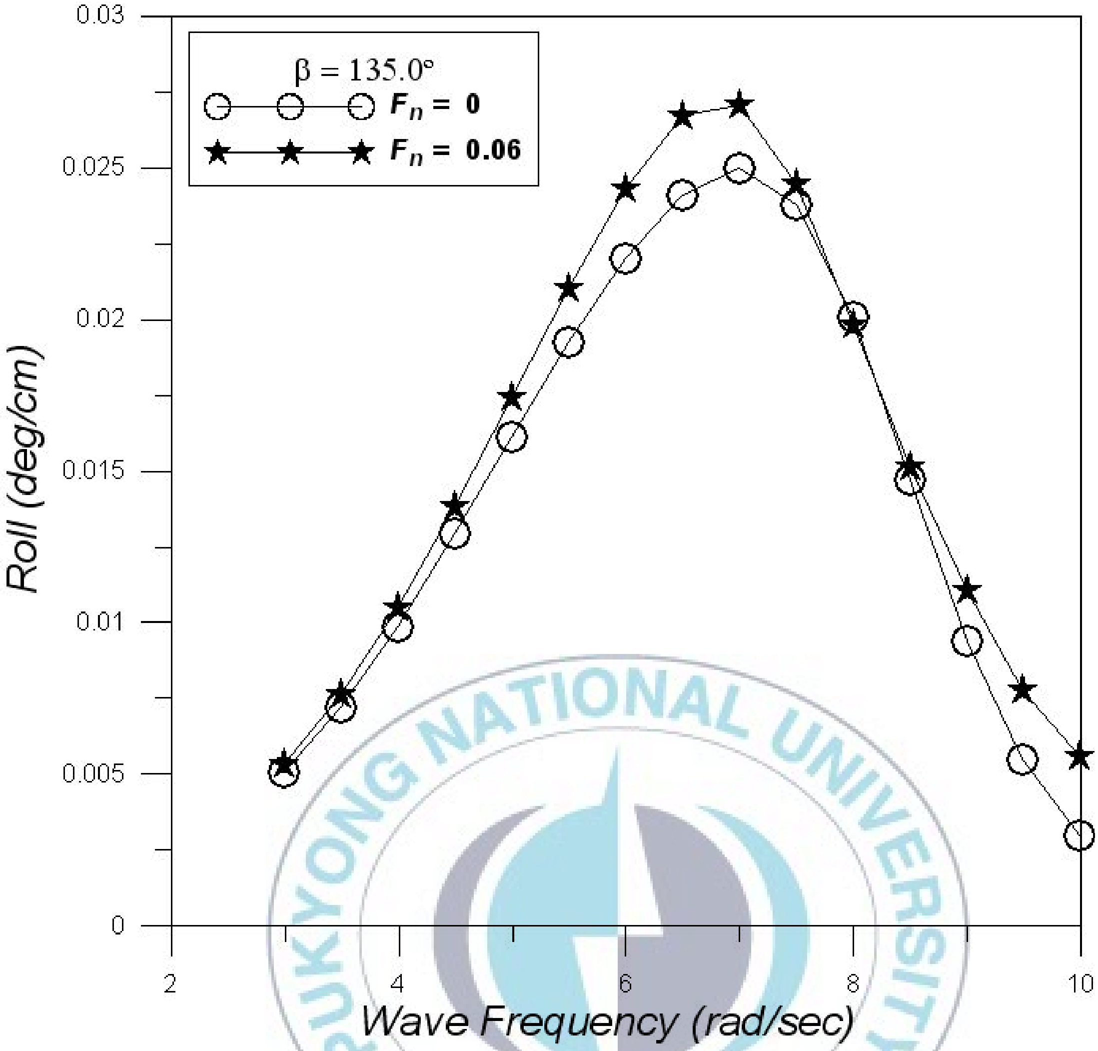

Fig. 24 Roll motions of TLP

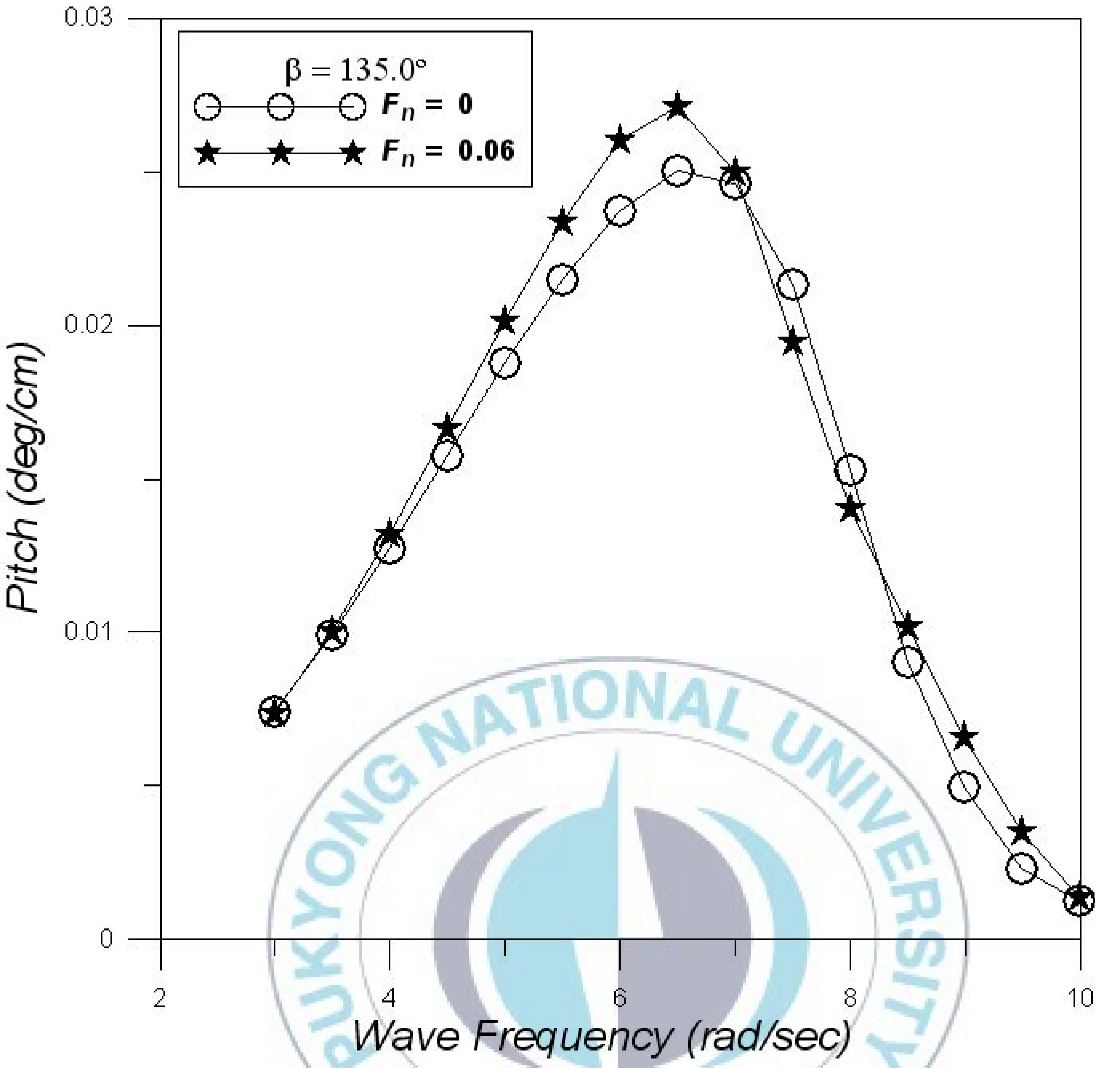

Fig. 25 Pitch motions of TLP

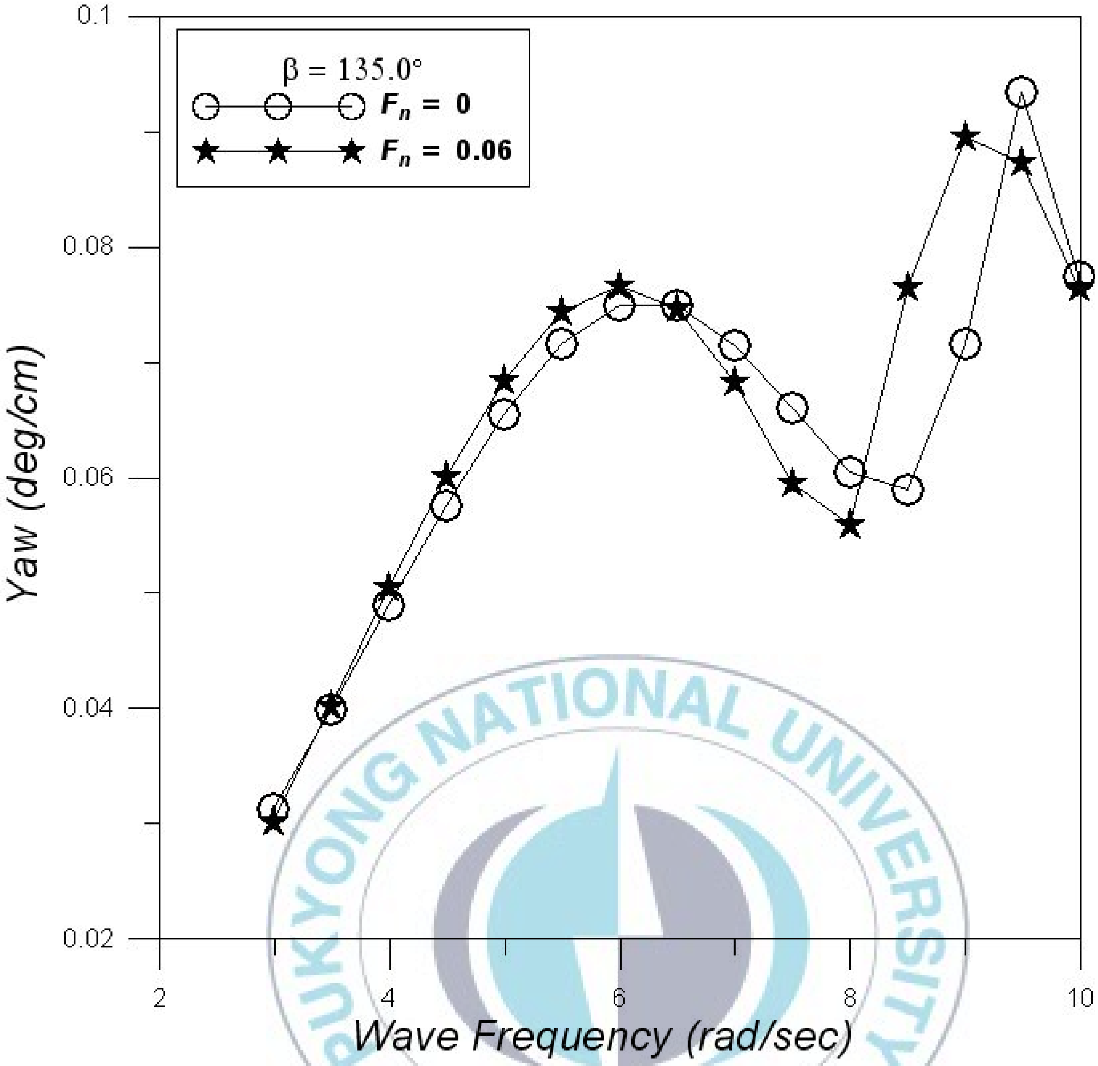

Fig. 26 Yaw motions of TLP

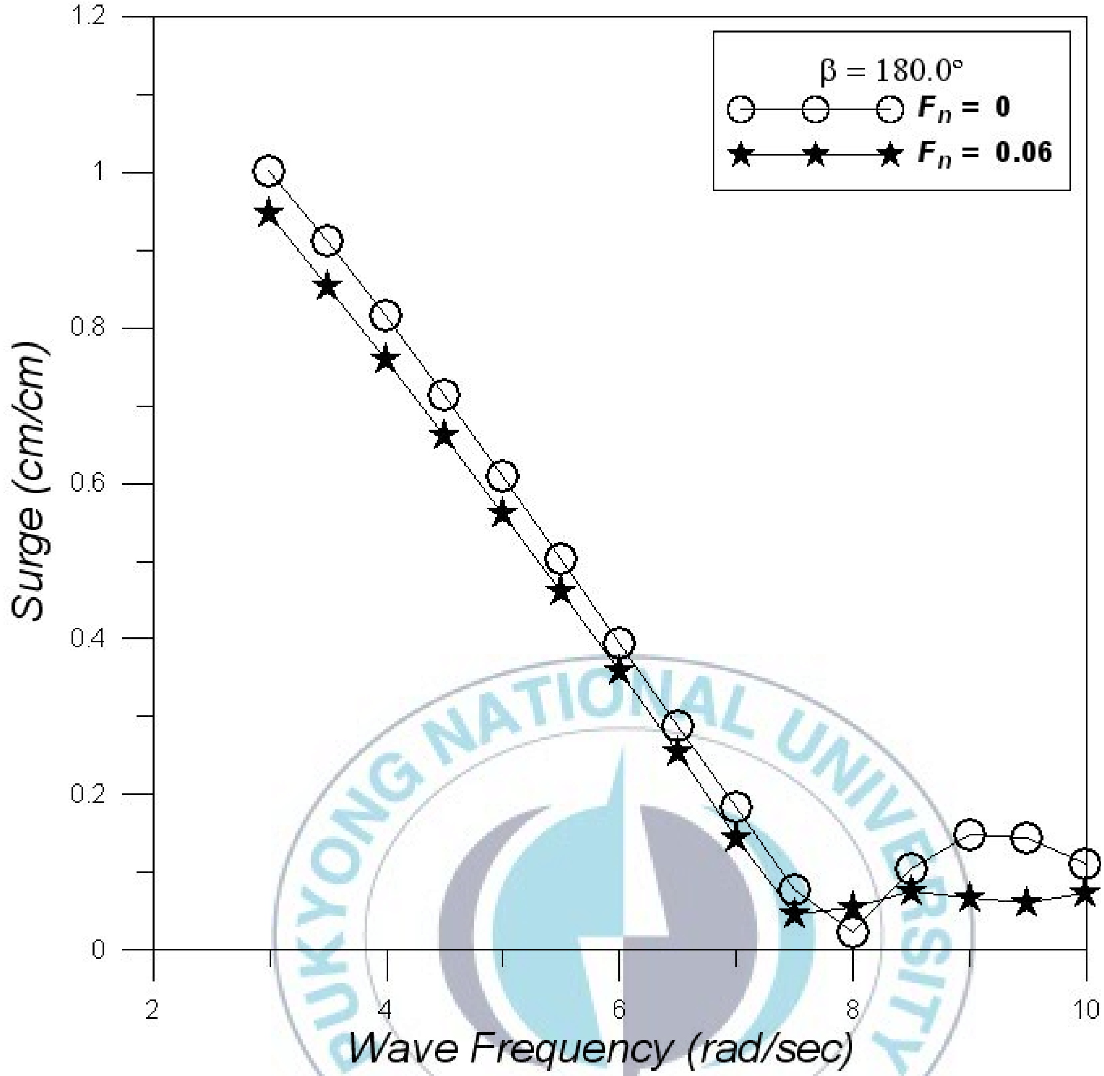

Fig. 27 Surge motions of TLP

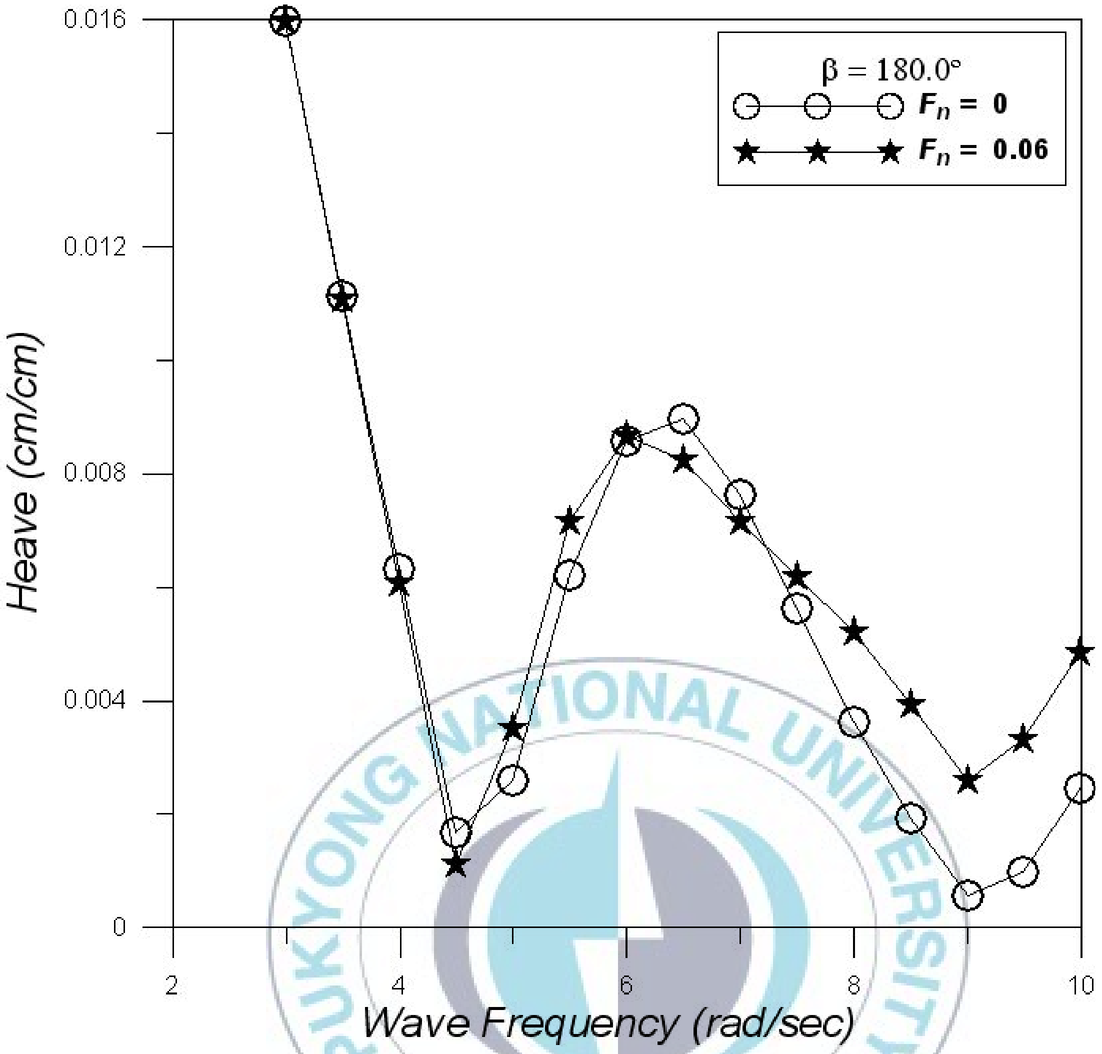

Fig. 28 Heave motions of TLP

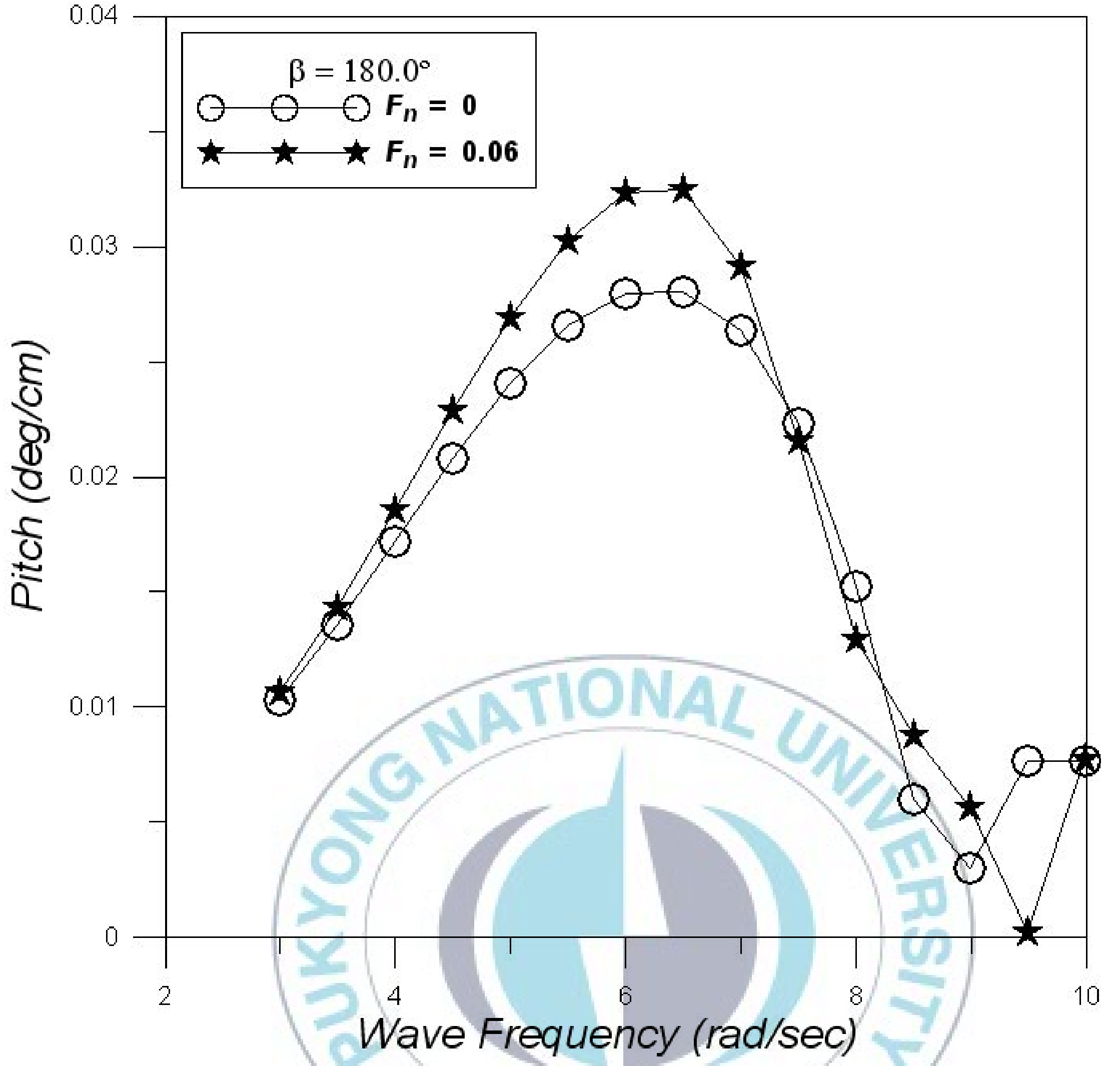

Fig. 29 Pitch motions of TLP

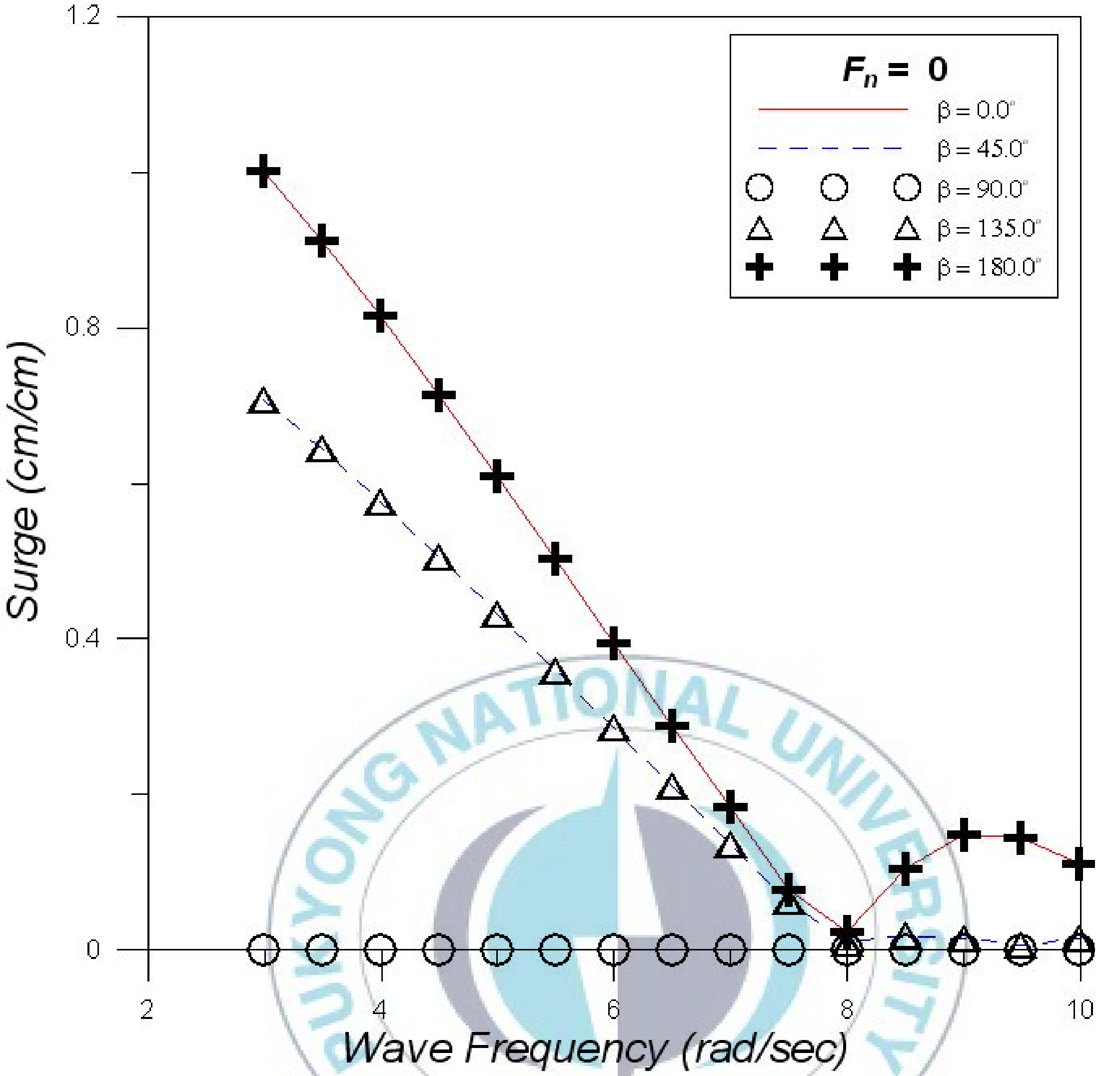

Fig. 30 Surge motions of TLP

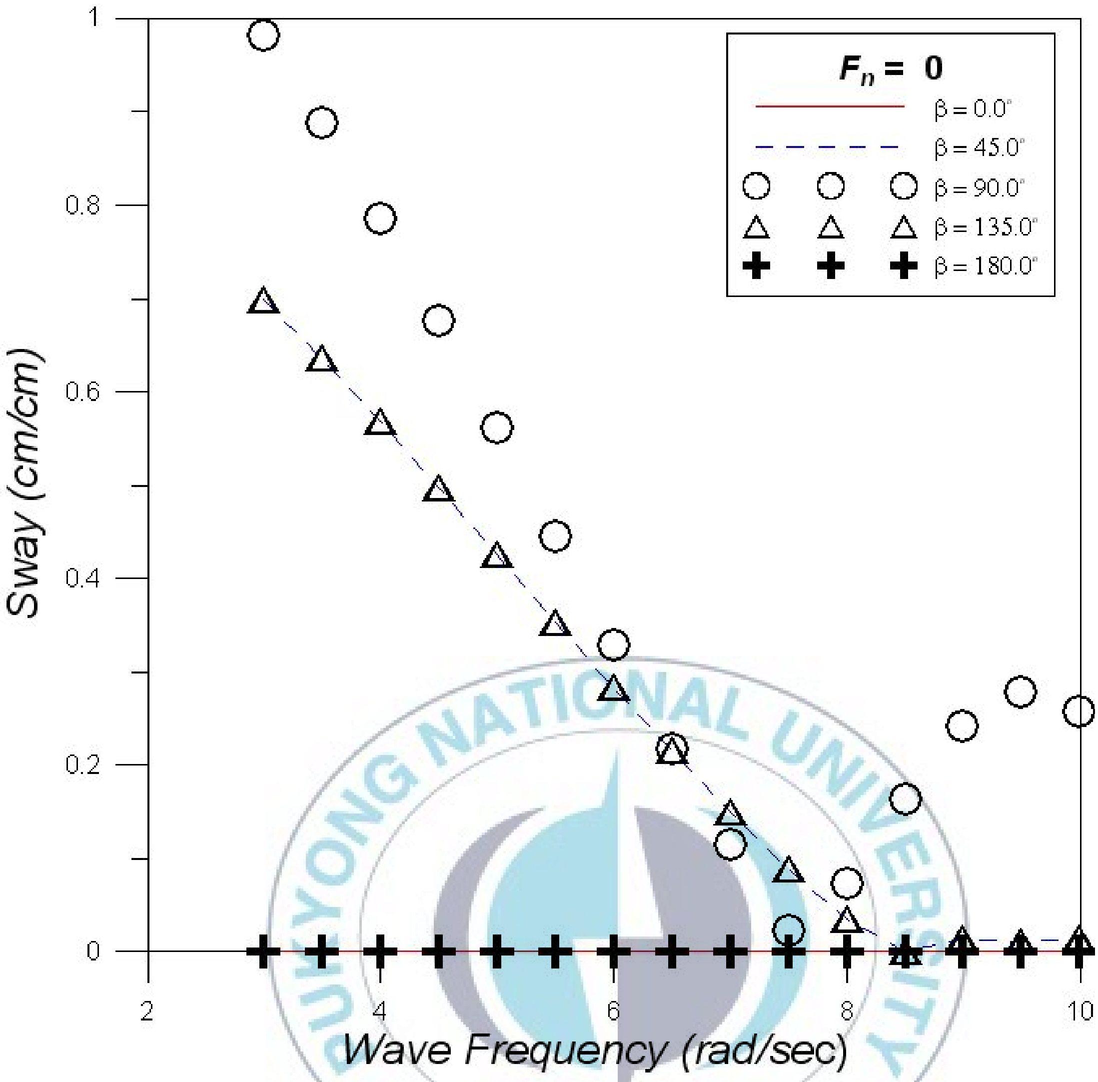

Fig. 31 Sway motions of TLP

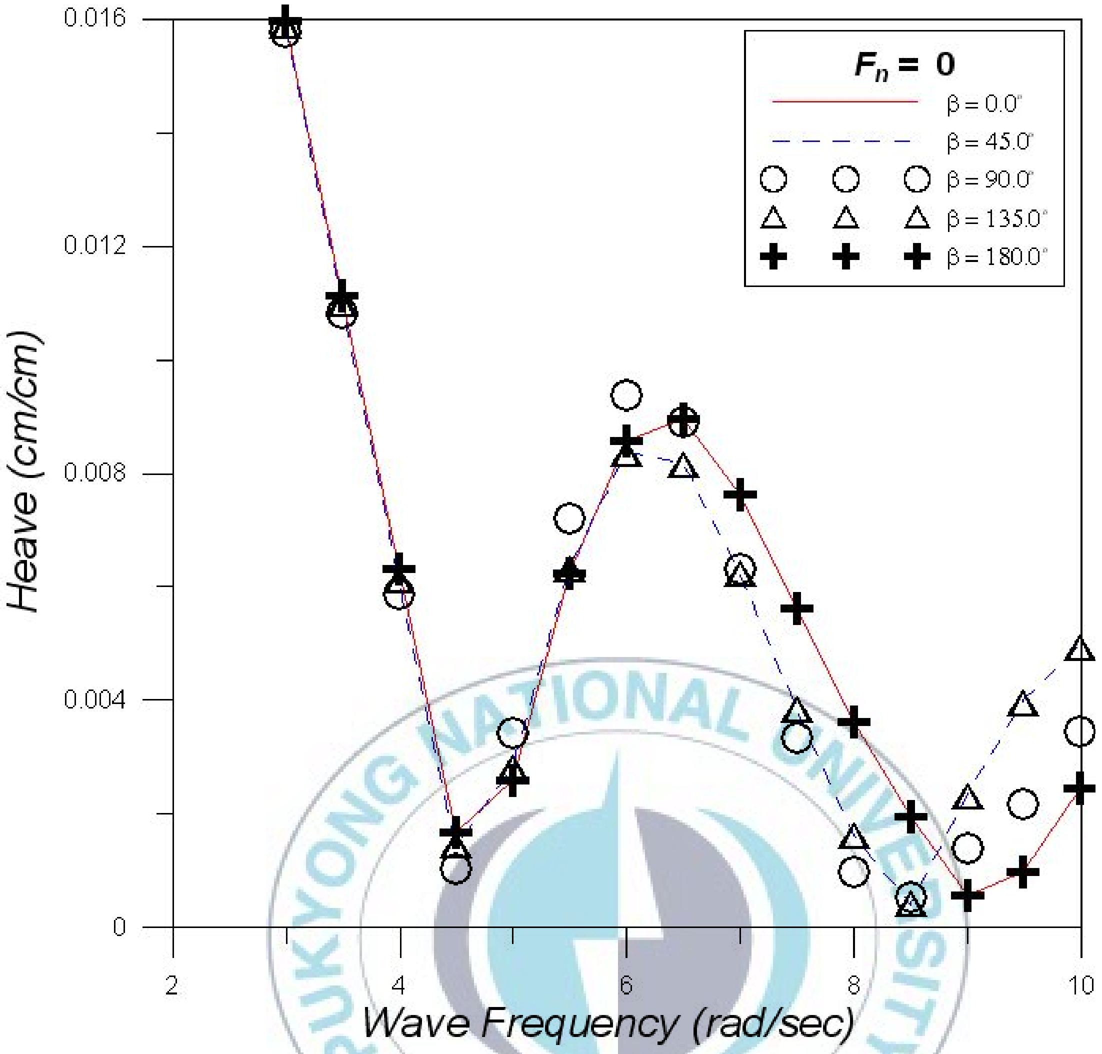

Fig. 32 Heave motions of TLP

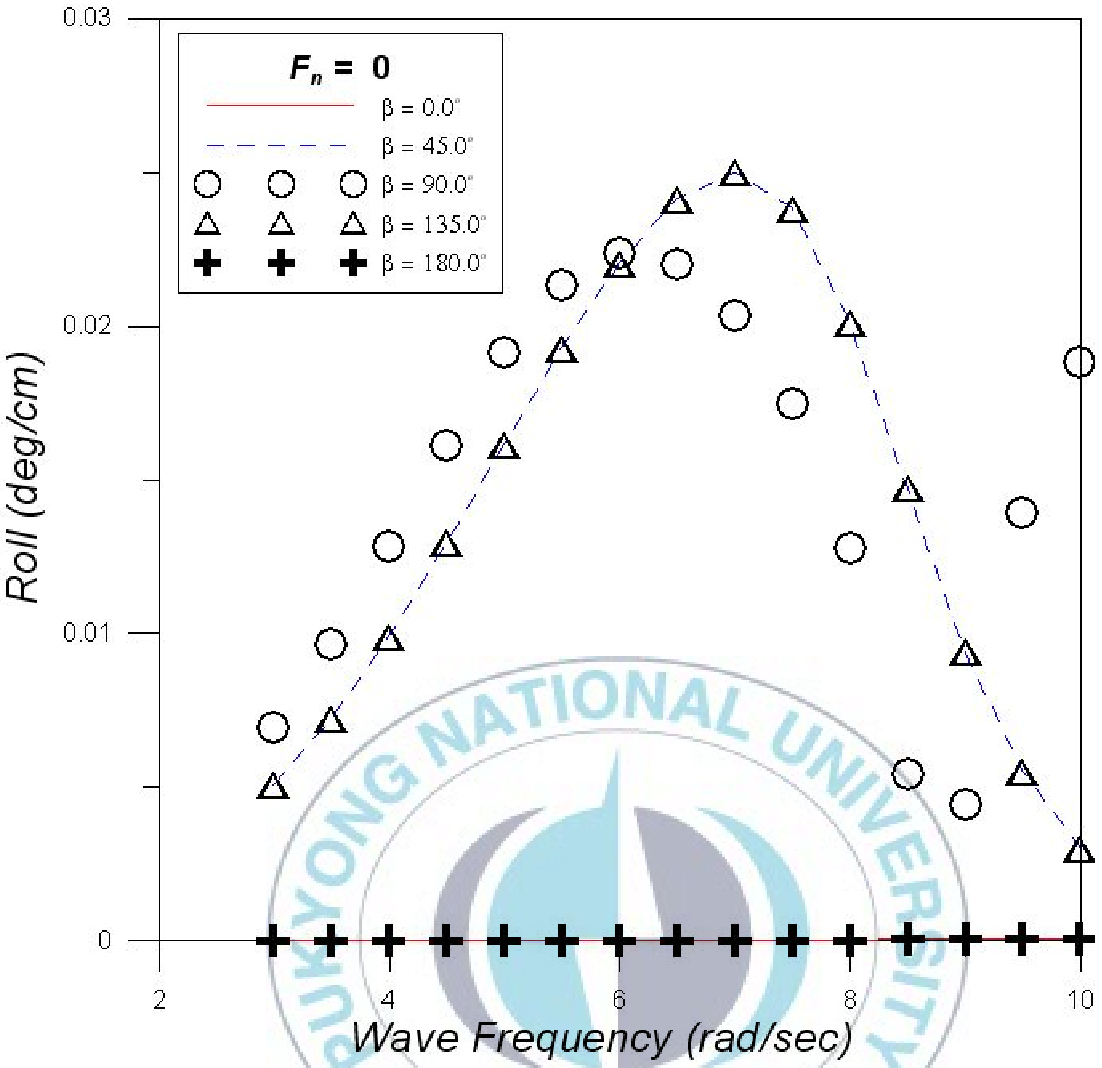

Fig. 33 Roll motions of TLP

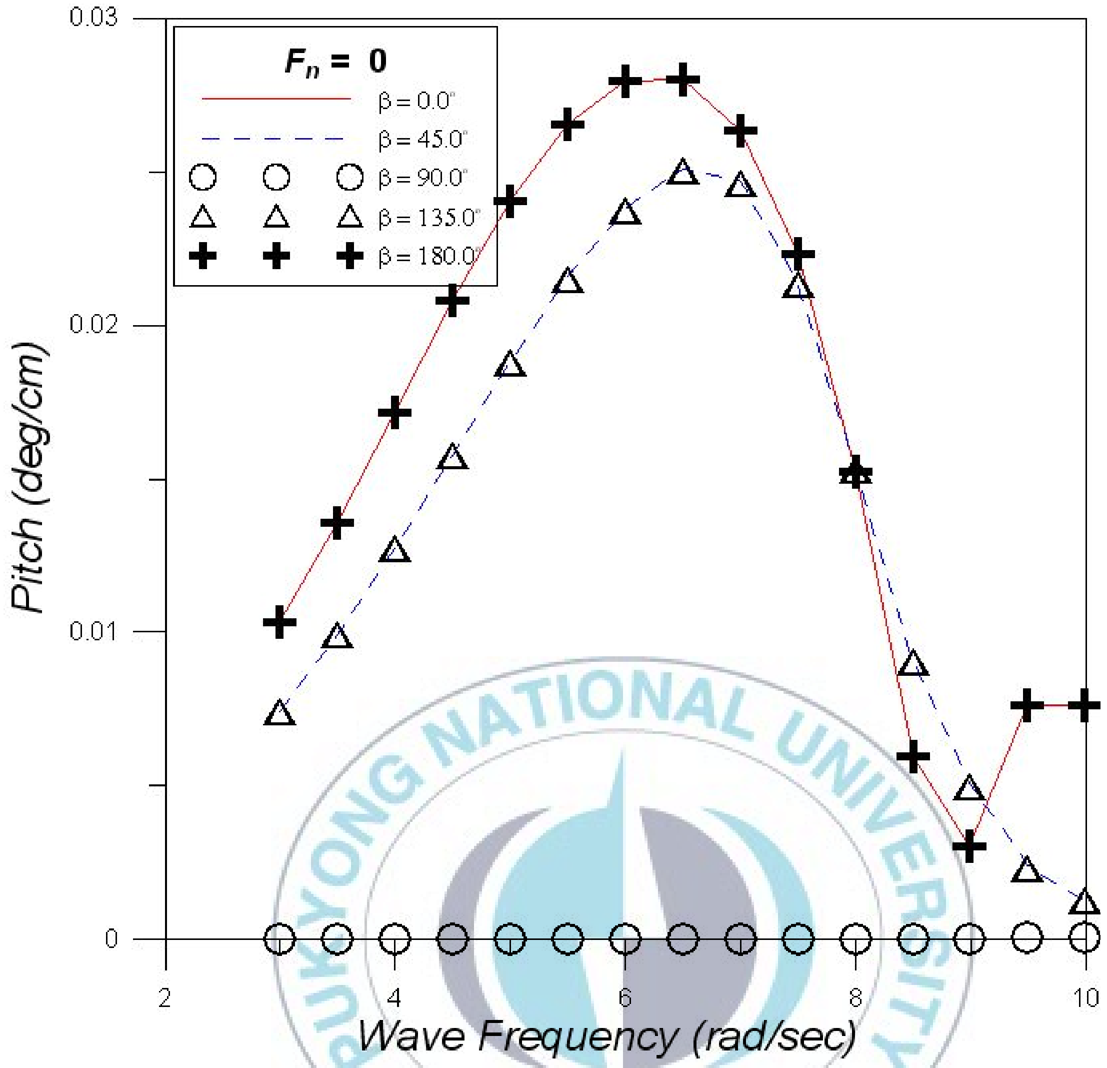

Fig. 34 Pitch motions of TLP

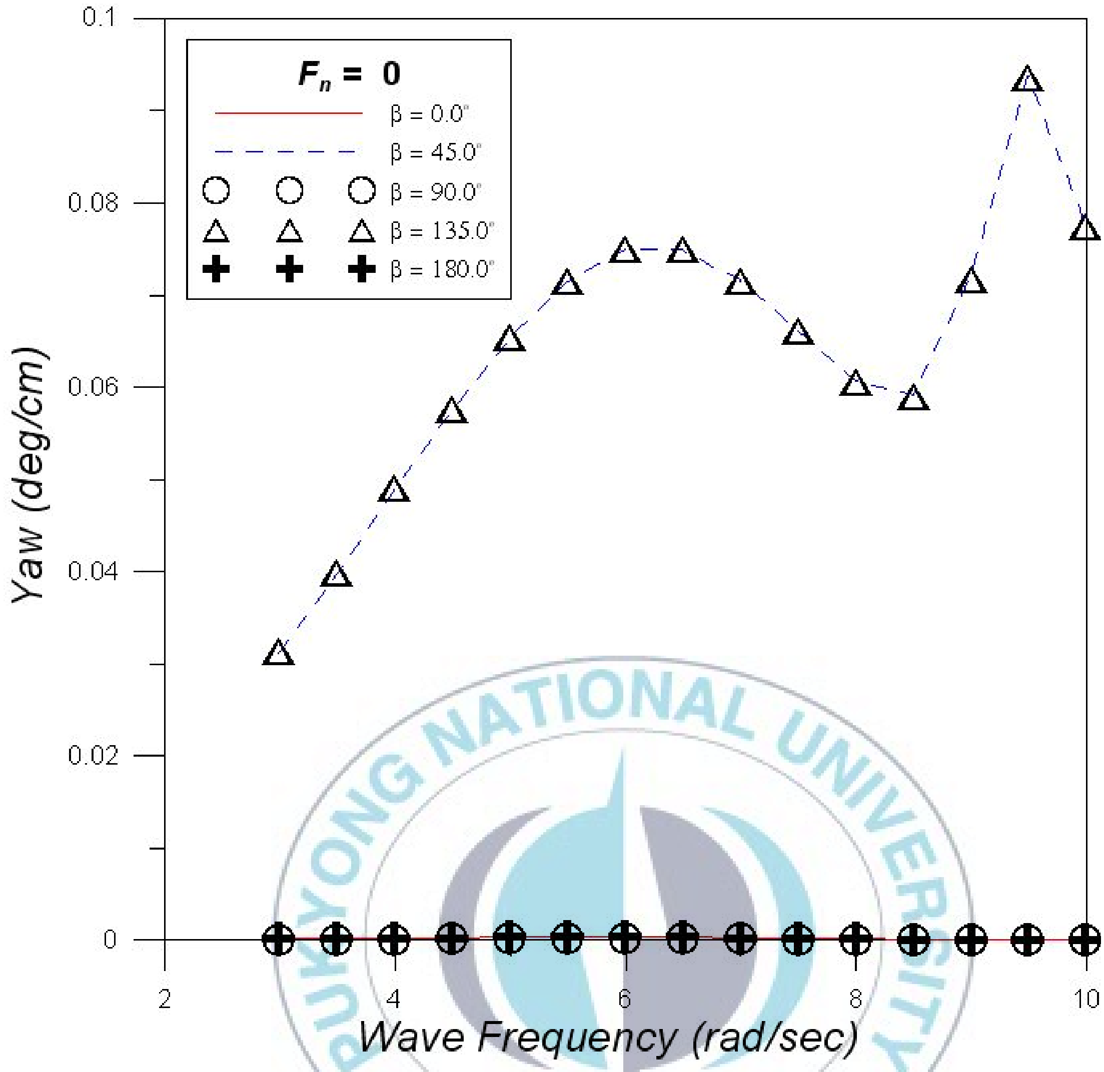

Fig. 35 Yaw motions of TLP

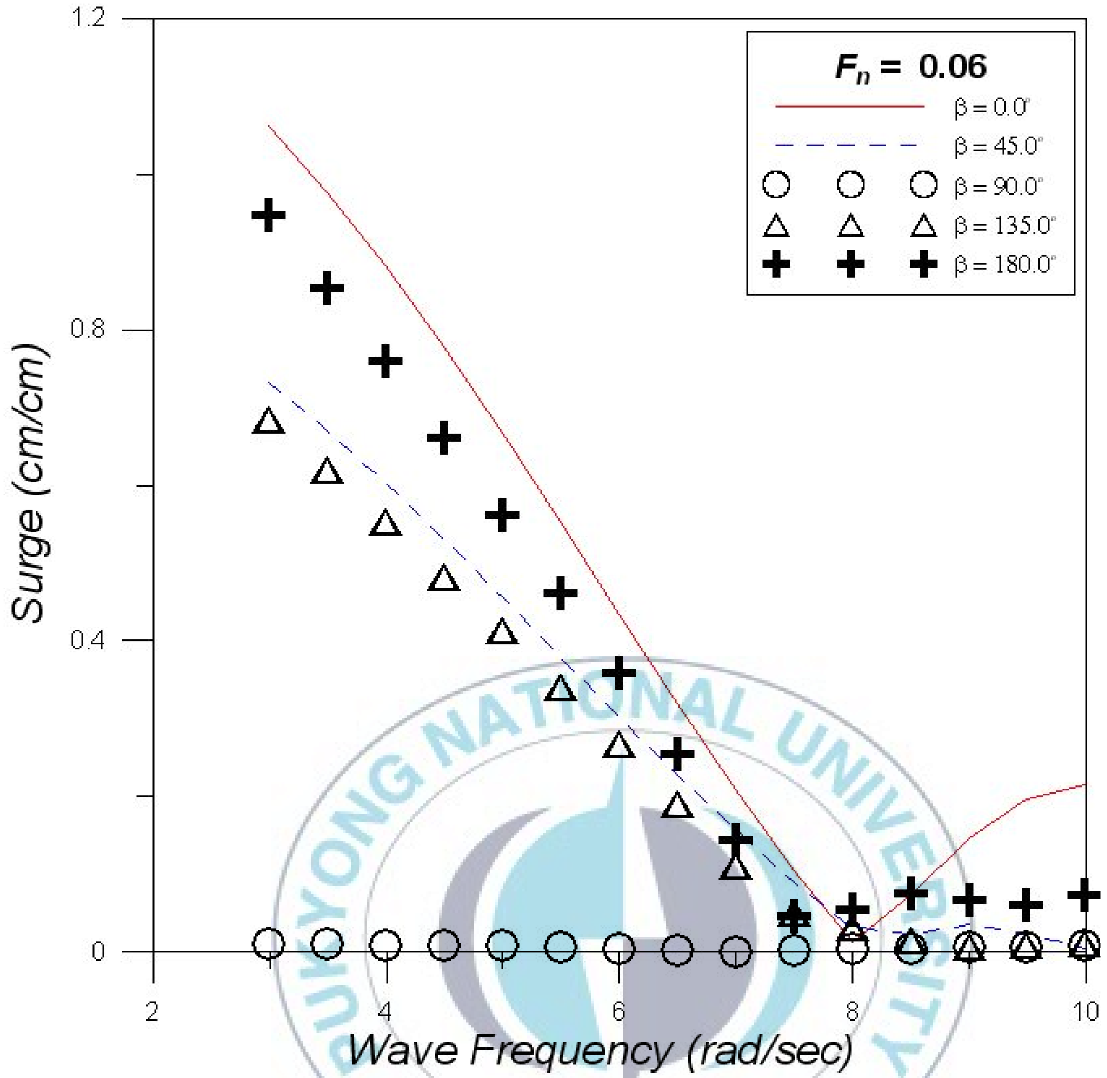

Fig. 36 Surge motions of TLP

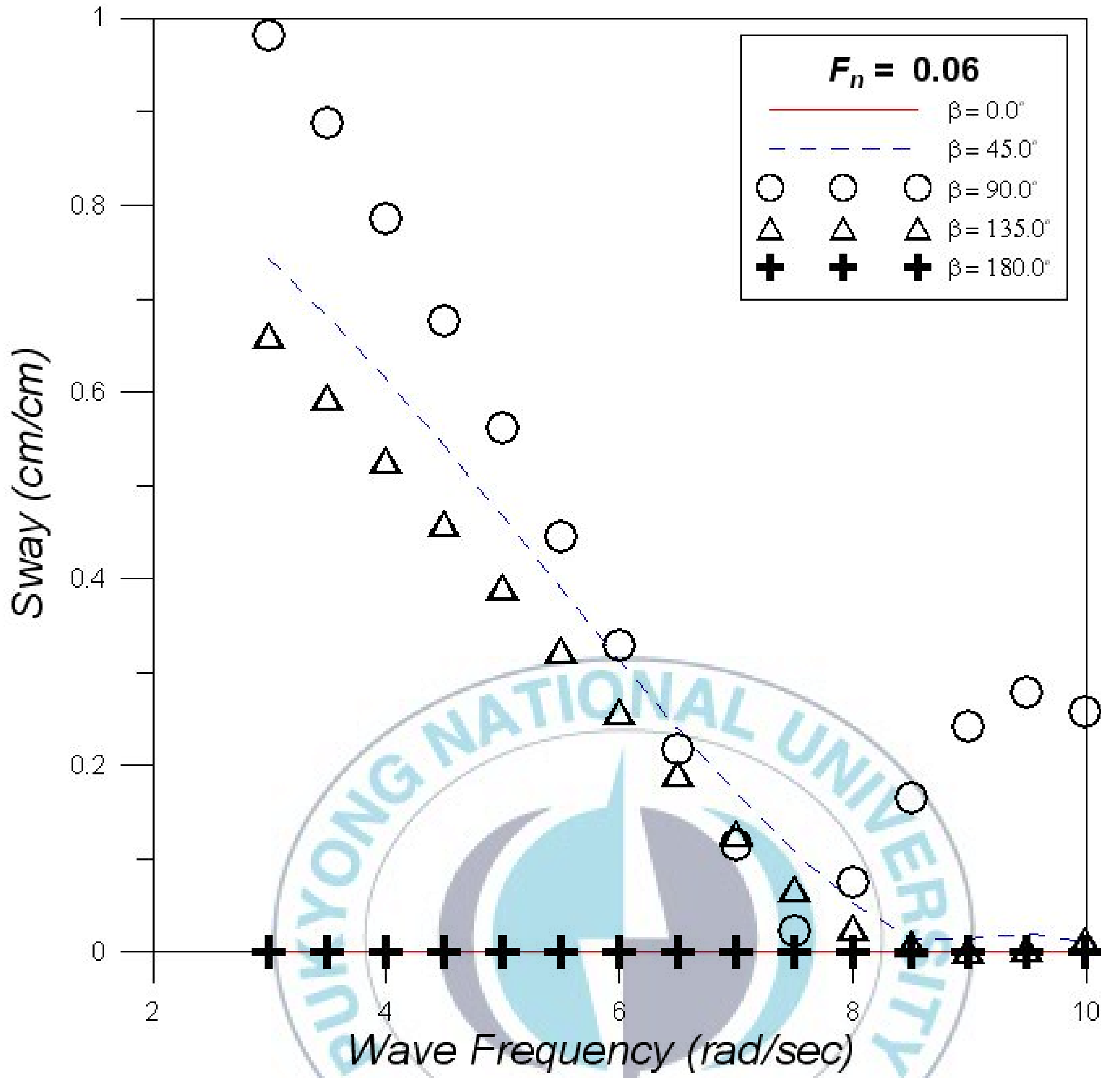

Fig. 37 Sway motions of TLP

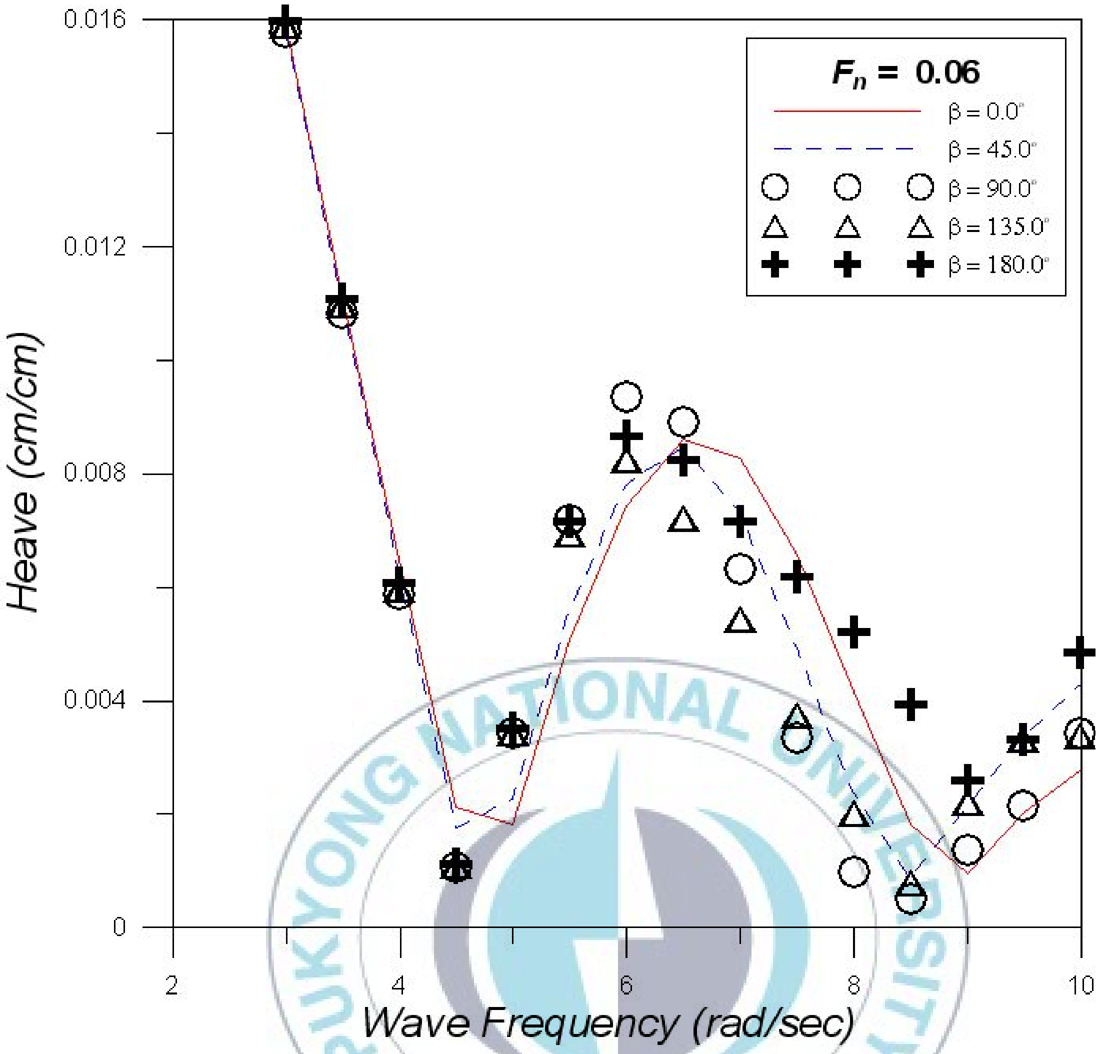

Fig. 38 Heave motions of TLP

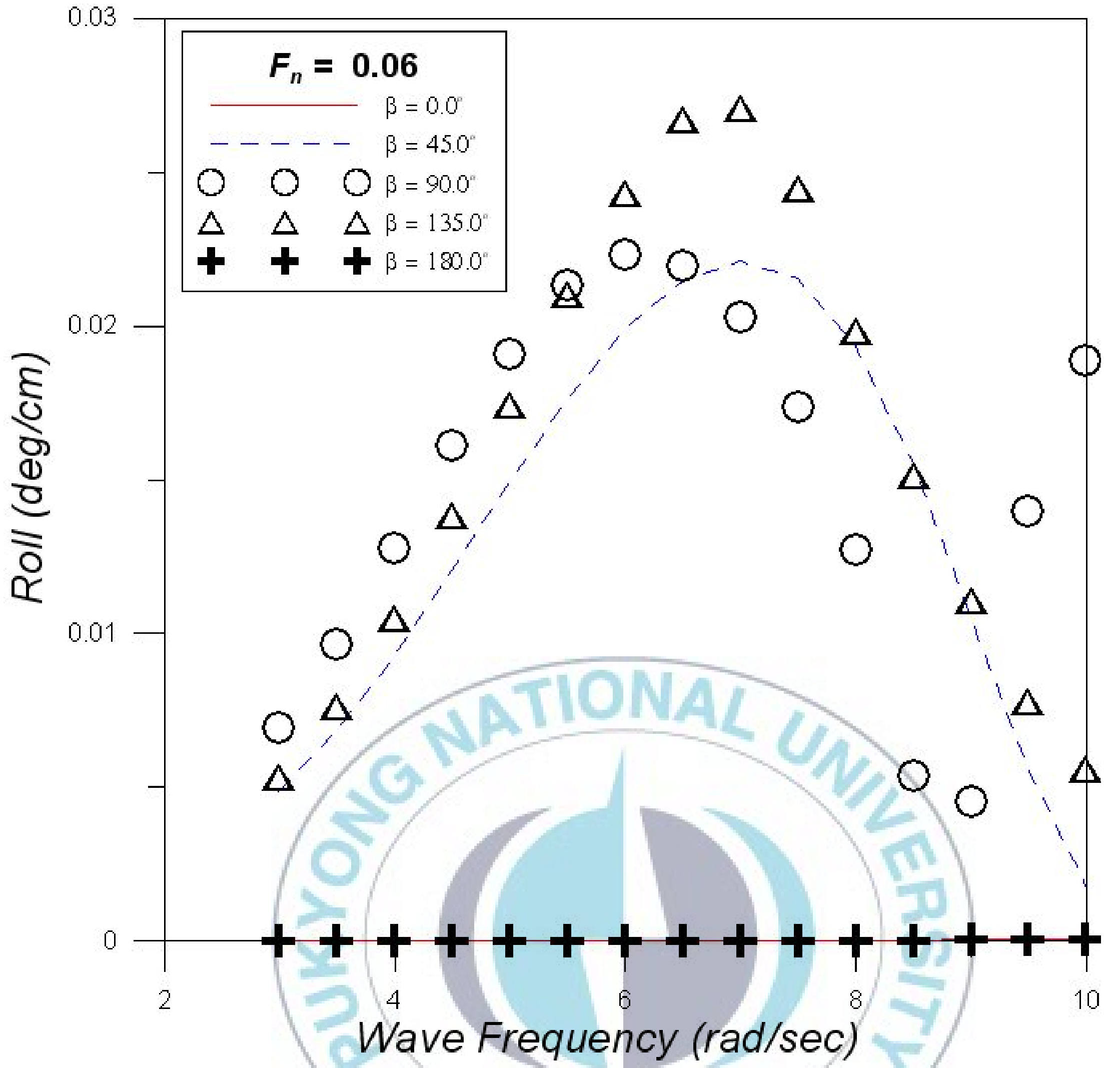

Fig. 39 Roll motions of TLP

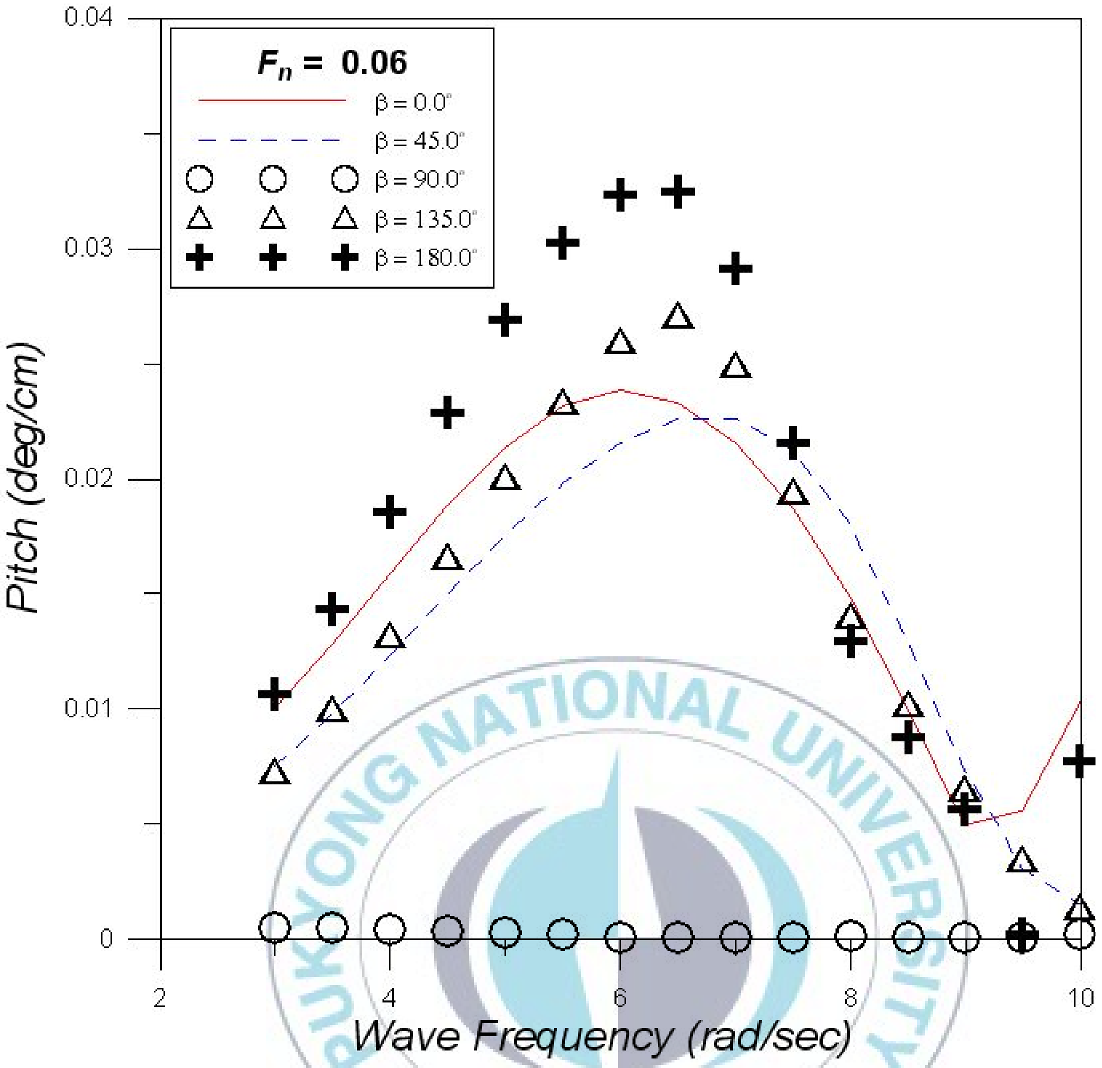

Fig. 40 Pitch motions of TLP

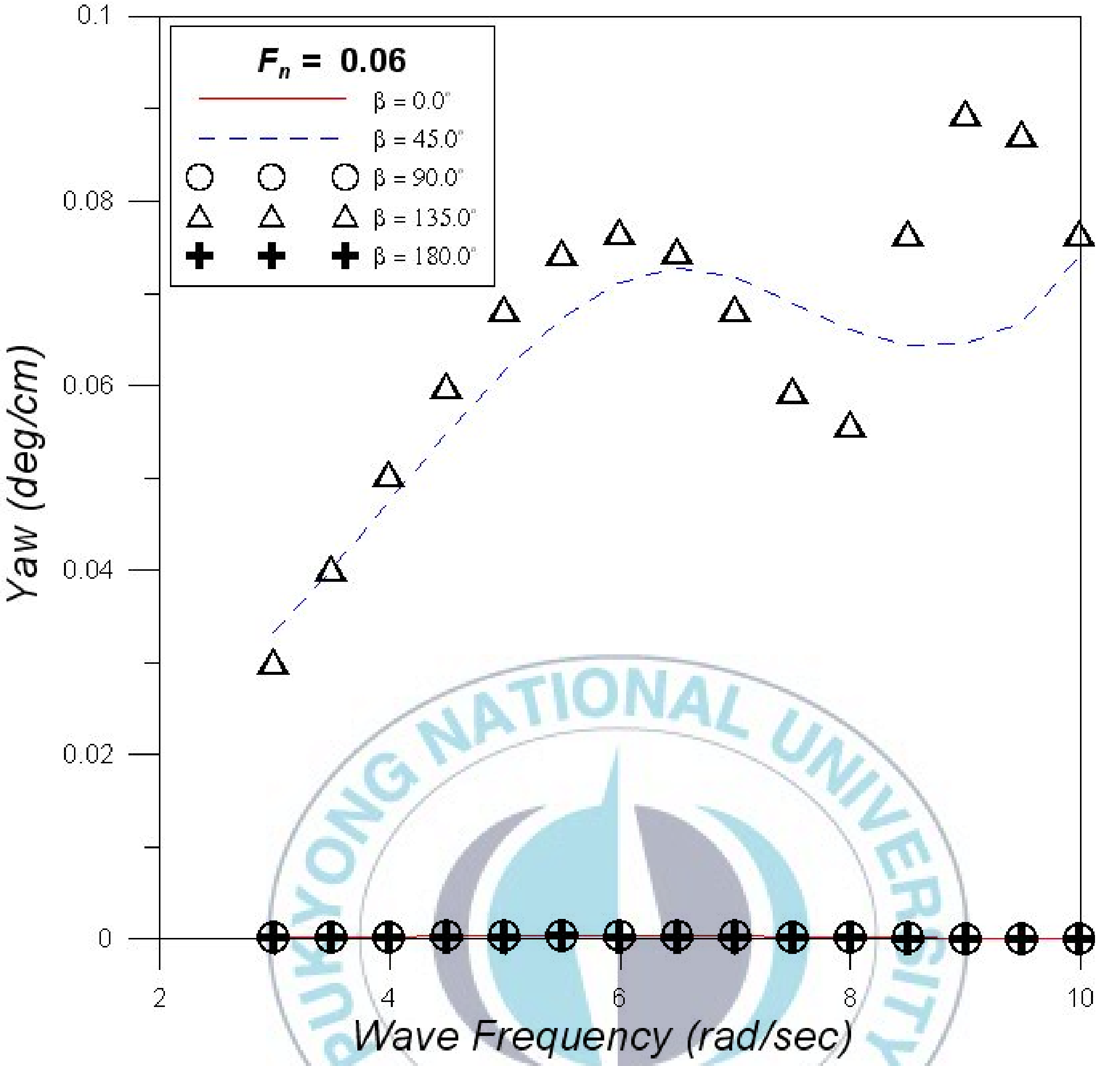

Fig. 41 Yaw motions of TLP

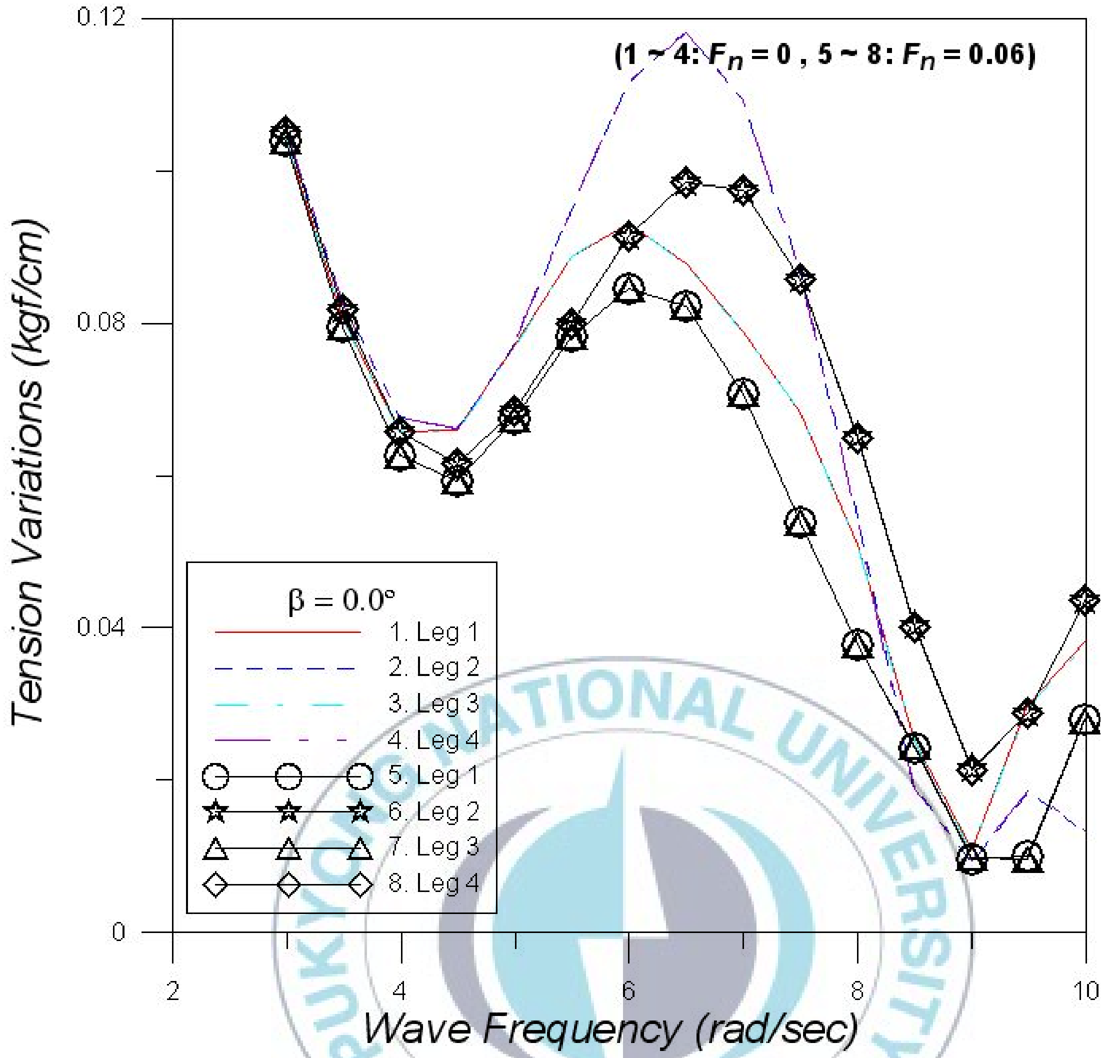

Fig. 42 Tension variations in legs

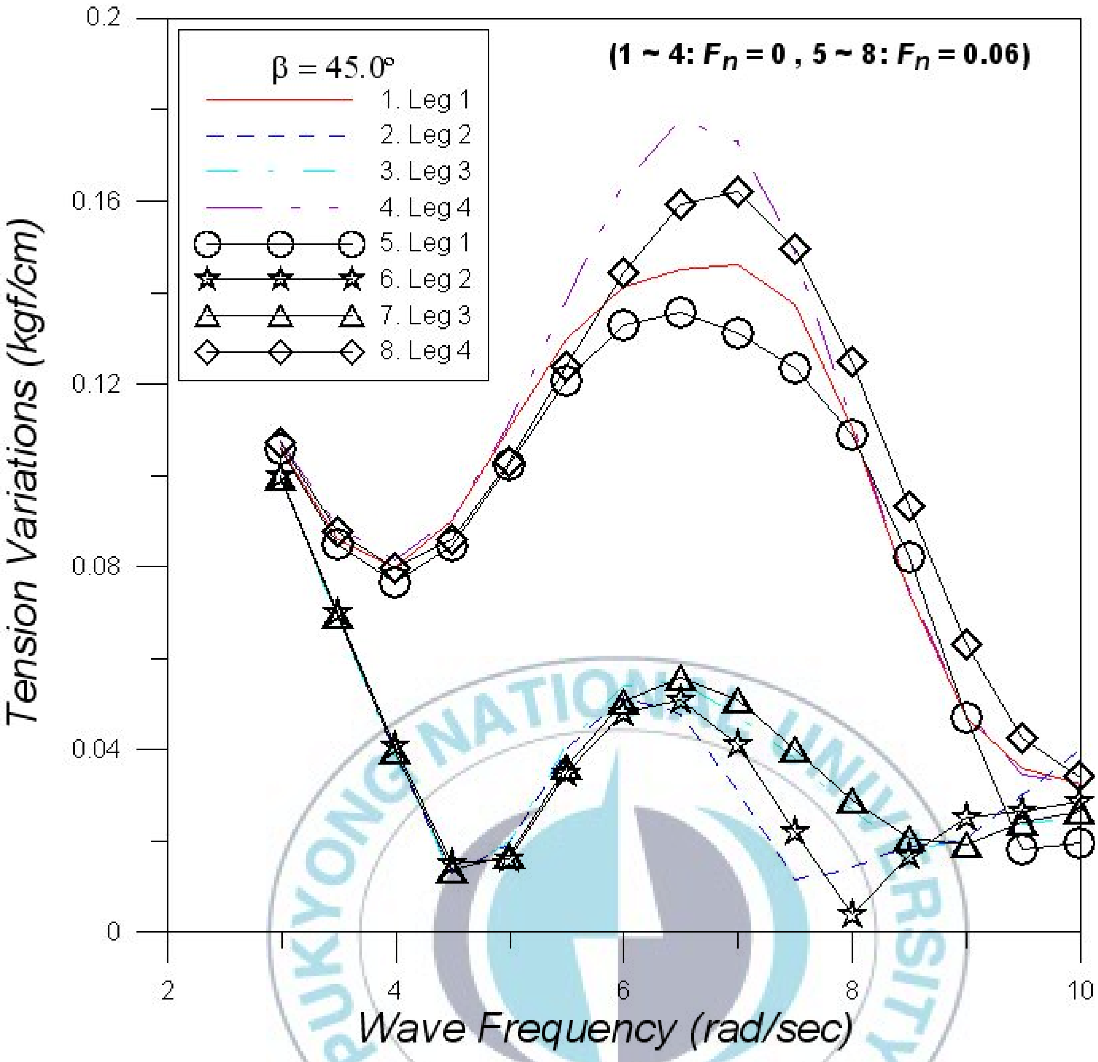

Fig. 43 Tension variations in legs

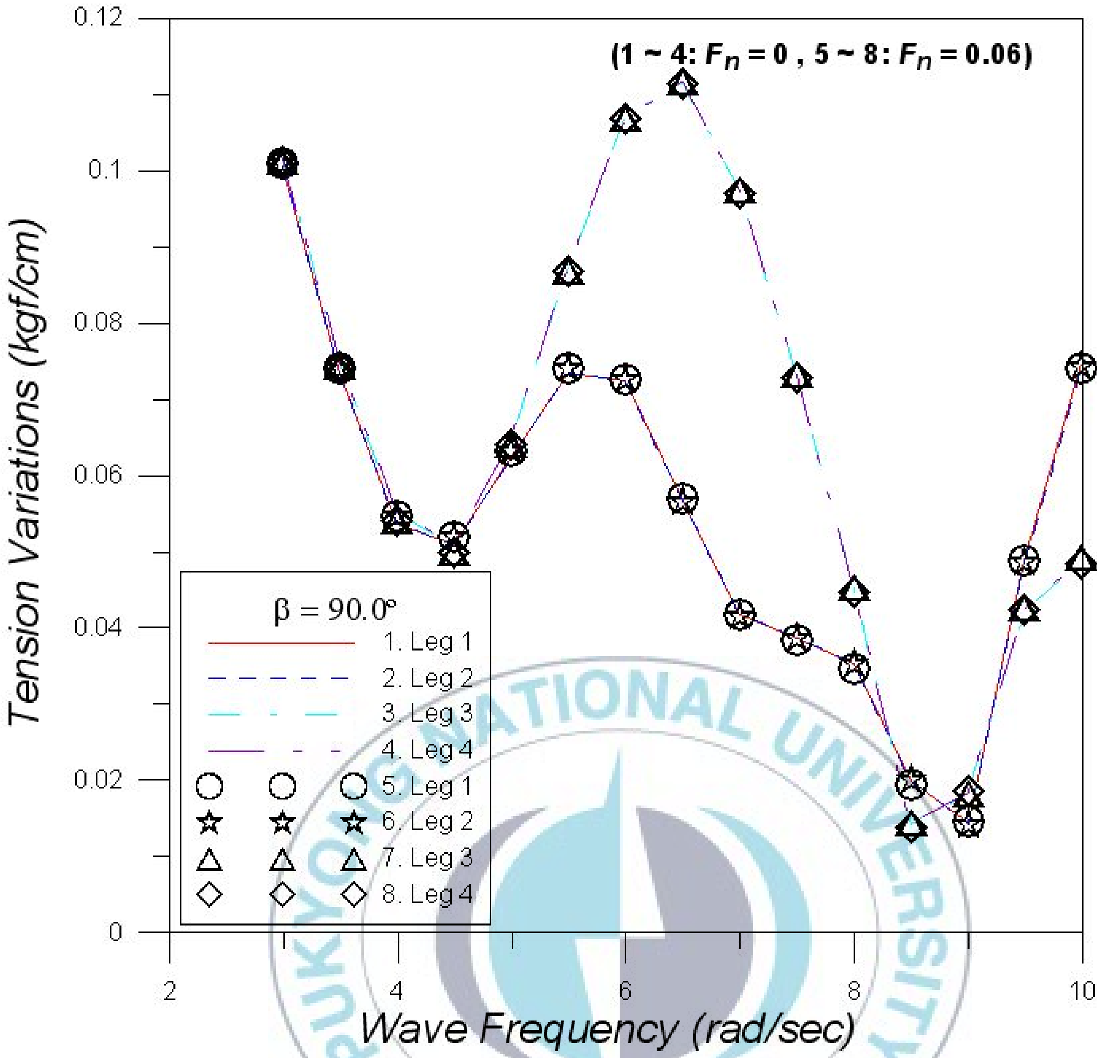

Fig. 44 Tension variations in legs

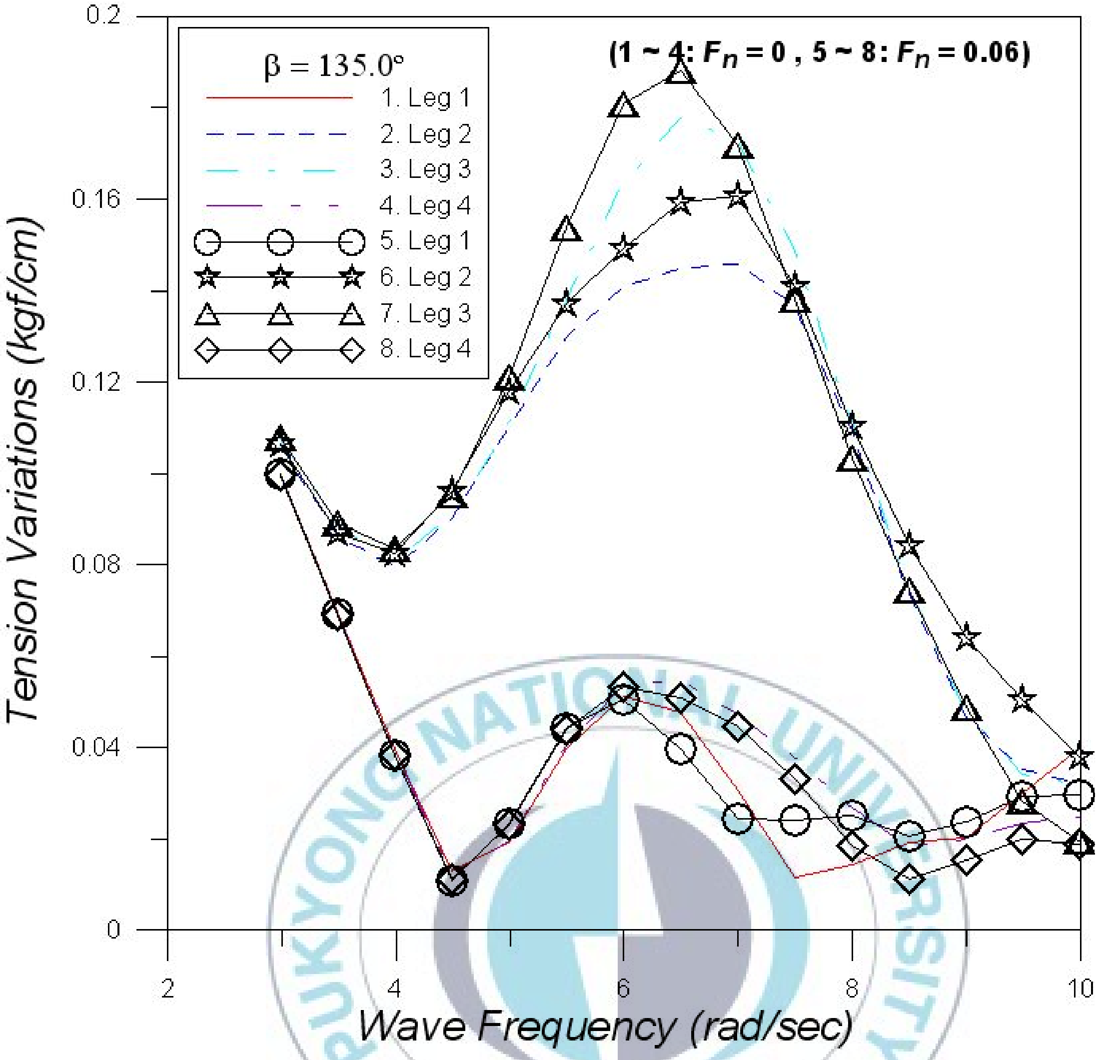

Fig. 45 Tension variations in legs

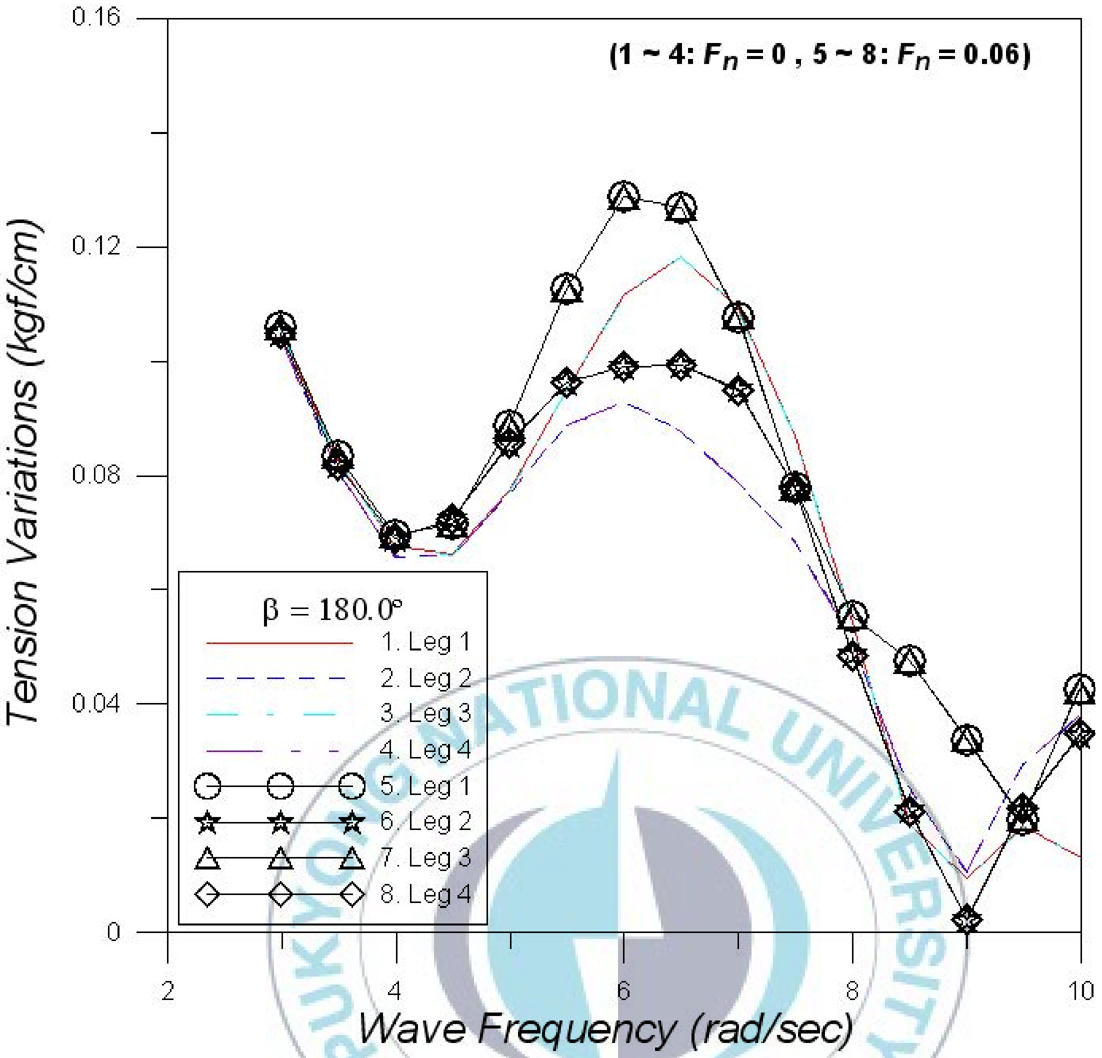

Fig. 46 Tension variations in legs

4. 결론

본 논문에서는 조류와 파랑 중의 TLP 거동해석에 대해 연구하였다. 본 논문에서 취급한 계산모델 및 계산조건 하에서 얻어진 주요한 결론은 다음과 같다.

1. 파랑만 있을 때와 파랑과 조류가 공존할 때로 나누어 TLP의 운동특성과 계류삭에 작용하는 변동장력을 해석하였다.

2. 파의 진행방향을 변화시켜 일정 조류속도에 따른 TLP의 거동 해석에서 TLP의 운동과 변동장력이 파의 입사각의 변화에 따라 상이함을 알 수 있었다.

3. 파의 진행방향과 조류 방향이 동일한 경우(β = 180°), Pitch 운동 응답은 peak치에서 조류 영향으로 12.5% 증가하였고, 파하측(Lee Side) 계류삭의 변동장력은 peak치에서 8.5% 증가했다.

4. 운동응답이나 변동장력은 조류 속도와 입사각의 변화에 따라 많은 영향을 받지만, 파의 입사각이 90°인 경우에는 조류 영향이 거의 없었다.

참고문헌

- 강대훈, 노준범, 최항순, 신현수, 2004, “Mini TLP의 규칙파 중 운동해석” SNAK, 22-23, April, pp. 119-123.

- 구자삼, 김진하, 이창호, 1995, “인장계류식 해양구조물(TLP)의 동적응답해석(Ⅰ)”, 한국해양공학회지, 제 9권, 제 1호, pp. 161-172.

- 구자삼, 박찬후, 이창호, 1996, “인장계류식 해양구조물(TLP)의 동적응답해석(Ⅱ)”, 한국해양공학회지, 제 10권, 제 1호, pp. 25-35.

- 구자삼, 조효제, 이창호, 1995, “대형해양구조물 표류력해석”, 한국기계연구원 위탁연구보고서.

- 김진하, 홍사영, 최윤락, 홍섭, 김현조, 2000, “심해 인장각 플랫폼의 모형시험 연구(Ⅱ) -모형시험 및 해석-”, 한국해양공학회 춘계학술대회논문집, pp. 69-74.

- 김태호, 류청로, 김재오, 2001, "파랑 및 흐름중 모형 가두리 시설의 운동 특성", 한국수산과학회지, Vol. 34 No.1, pp. 43-50.

- 이창호, 2006, “ISSC-TLP의 운동응답 및 변동장력에 미치는 다방향 불규칙파의 영향”, 한국해양공학회지, 제 20권 4호, pp. 70-75.

- 정하찬, 임성우, 김용환, 2007, “석유생산 해양구조물의 수요 전망 Ⅱ: 종류별 분석 및 국내 조선업계의 장단점 분석”, 대한조선학회지, 제 43권, 제 2호, pp 62-68.

- 홍사영, 2007, “부유식 구조물을 이용한 해양공간 이용기술” 대한토목학회논문집 제

55권 제3호 통권 제323호 pp.80-86.

- Endo,H., 1987, "Shallow-Water Effect on the Motions of Three-Dimensional Bodies in Wave", Journal of Ship Research, Vol.31, No.1, pp.34-40.

- Günther Clauss, Eike Lehmann and Carsten Östergaard, 1992, "Offshore Structures" volume I Springer Verlag publications.

- Luke,Y.L., 1975, "Mathematical Functions and Their Approximations", Academic Press, pp. 104-105.

- Mercier, J.A., Birell, N.D., Chivvis, J.C. and Hunter, A.F., 1991, "Tension Leg Platforms - Progress and Prospects", SNAME Transactions 99, pp 249-279.

- Newman, J.N., 1985, "Algorithms for the Free-Surface Green Function", Journal of Engineering Mathematics. Vol.19, pp.57-67.

- Newman, J.N., 1997, Marine Hydrodynamics, MIT Press.

- Offshore., 2008, "World Trends and Technology for Offshore Oil & Gas Operation", January, PennWell, Houston.

- Patel, Minoo H., 1989, "Dynamics of Offshore Structures", Butterworth Publications.

- Teigen, P. and Haver, S., 1998, "The Heidrun TLP : measured versus predicted response", Applied Ocean Research 20, pp. 27-35.

- Telste, J.G. and Noblesse, F., 1986, "Numerical Evaluation of the Green Function of Water-Wave Radition and Diffraction", Journal of Ship Research, Vol.30, No.2, pp.69-84.

- Yoshida, K., Ozaki, M., and Oka, N., 1983, "Structural Response Characteristics of Taut Moored Platforms", J. of SNAJ, Vol. 152, pp. 329-335.

- Zou, J., 2003, "TLP Hull/Tendon/Riser Coupled Dynamic Analysis in Deepwater", Proc. of 13th IOPEC, pp. 160-166.

감사의 글

제게는 도전과도 같았던 분야에서 석사학위논문을 마무리하며 지난 2년간 겪었던 크고 작은 일들이 하나씩 머리를 스쳐 지나갑니다. 부족한 제가 이렇게 학위 논문을 쓸 수 있도록 도움을 주신 모든 분들께 진심으로 감사의 말씀을 드리고 싶습니다. 아울러 지금까지 걸어온 길보다 나아가야 할 길이 더 많기에, 앞으로도 많은 충고와 관심을 바랍니다.

우선, 게으르고 아둔해 보이는 저를 크나큰 관심과 인내로 지켜봐 주신 지도 교수님 구자삼 교수님께 진심으로 감사의 말씀 전합니다. 사회로 나아가 당당한 모습을 보여 드리기 위해 끊임없이 노력하겠지만, 앞으로도 저에게 많은 꾸중과 충고를 해주실 수 있도록 항상 건강하시기 바랍니다. 그리고 논문의 심사를 맡아 아낌없는 조언과 지도를 해 주신 배동명 교수님, 배성용 교수님께 감사드립니다. 유난히 타전공 출신자들이 많았기에, 저희들을 가르치시는데 고심하시고 열의를 다하셨던 김인철 교수님, 김용직 교수님, 김동준 교수님, 신상묵 교수님께도 감사드립니다. 그리고 제가 논문을 쓸 수 있도록 많은 도움을 주신 이승철 박사님께도 감사드리고, 대학원 생활동안 함께 한 모든 분들에게 감사의 말을 전하고 싶습니다.

끝으로 작년에 돌아가셨지만 언제나 제 마음 속에 살아계신 나의 영웅 아버지, 항상 헌신적으로 저희를 키워주신 어머니, 늘 도전적이며 세계를 누비는 큰 누나, 소신껏 꿈을 키우고 야무진 작은 누나에게 제 작은 논문을 바칩니다. 더 나은 내일을 약속드리며, 이렇게 짧은 글로나마 제 마음을 전합니다.